ଗଣିତ

ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ

ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ
ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ,
ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଓଡ଼ିଶା ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷା କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ପ୍ରାଧିକରଣ,
ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଗଣିତ

ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ

ସଂପାଦକ ମଣ୍ଡଳୀ :

ପ୍ରଫେସର ଦୟାନିଧି ପରିଡ଼ା

ଡ. ନଳିନୀକାନ୍ତ ମିଶ୍ର

ଶ୍ରୀ ନଗେନ୍ଦ୍ର କୁମାର ମିଶ୍ର

ଶ୍ରୀ ତାପସ କୁମାର ନାୟକ

ଶ୍ରୀ ପ୍ରସନ୍ନ କୁମାର ସାହୁ

ଶ୍ରୀ ଚତୁର୍ଭୁଜ ପ୍ରଧାନ

ସମୀକ୍ଷକ ମଣ୍ଡଳୀ

ଶ୍ରୀ ମଦନ ମୋହନ ମହାନ୍ତି

ଶ୍ରୀ ତାପସ କୁମାର ନାୟକ

ଡ. ବାମଦେବ ତ୍ରିପାଠୀ

ସଂଯୋଜନା :

ଡ. ପ୍ରୀତିଲତା ଜେନା

ଡ. ତିଳୋତ୍ତମା ସେନାପତି

ଡ. ସବିତା ସାହୁ

ପ୍ରକାଶକ :

ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ,

ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

ମୁଦ୍ରଣ ବର୍ଷ : ୨୦୧୦

୨୦୧୯

ପ୍ରସ୍ତୁତି :

ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଓ

ଓଡ଼ିଶା ରାଜ୍ୟ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ପ୍ରଣୟନ ଓ ପ୍ରକାଶନ ସଂସ୍ଥା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ମୁଦ୍ରଣ : ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଉତ୍ପାଦନ ଓ ବିକ୍ରୟ, ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଜଗତମାତାଙ୍କର ଚରଣରେ ଆଦ୍ୟାବଧି ମୁଁ ଯେଉଁ ଯେଉଁ ଭେଟି ଦେଉଅଛି, ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ମୌଳିକ ଶିକ୍ଷା ମୋତେ ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ କ୍ରାନ୍ତିକାରୀ ଓ ମହତ୍ତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ମନେ ହେଉଛି। ଏହାଠାରୁ ଅଧିକ ମହତ୍ତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ମୂଲ୍ୟବାନ ଭେଟି ମୁଁ ଯେ ଜଗତ ସମ୍ମୁଖରେ ଥୋଇପାରିବି, ତାହା ମୋର ପ୍ରତ୍ୟୟ ହେଉନାହିଁ। ଏଥିରେ ରହିଛି ମୋର ସମଗ୍ର ରଚନାତ୍ମକ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମକୁ ପ୍ରୟୋଗାତ୍ମକ କରିବାର ଚାବିକାଠି। ଯେଉଁ ନୂଆ ଦୁନିଆ ପାଇଁ ମୁଁ ଛଟପଟ ହେଉଛି, ତାହା ଏହିଥିରୁ ହିଁ ଉଦ୍ଭବ ହୋଇପାରିବ। ଏହା ମୋର ଅନ୍ତିମ ଅଭିଳାଷ କହିଲେ ଚଳେ।

ମହାତ୍ମା ଗାନ୍ଧି

ଆମ ଜାତୀୟ ସଙ୍ଗୀତ

"ଜନ-ଗଣ-ମନ-ଅଧିନାୟକ ଜୟହେ
ଭାରତ ଭାଗ୍ୟ ବିଧାତା !
ପଞ୍ଜାବ-ସିନ୍ଧୁ-ଗୁଜୁରାଟ-ମରାଠା
ଦ୍ରାବିଡ଼-ଉତ୍କଳ-ବଙ୍ଗ,
ବିନ୍ଧ୍ୟ-ହିମାଚଳ-ଯମୁନା-ଗଙ୍ଗା
ଉଚ୍ଛଳ-ଜଳଧି-ତରଙ୍ଗ,
ତବ ଶୁଭ ନାମେ ଜାଗେ,
ତବ ଶୁଭ ଆଶିଷ ମାଗେ,
ଗାହେ ତବ ଜୟ ଗାଥା ।
ଜନ-ଗଣ -ମଙ୍ଗଳ ଦାୟକ ଜୟ ହେ,
ଭାରତ-ଭାଗ୍ୟ-ବିଧାତା !
ଜୟ ହେ, ଜୟ ହେ, ଜୟ ହେ,
ଜୟ ଜୟ ଜୟ, ଜୟ ହେ ।"

ଭାରତର ସମ୍ବିଧାନ

ପ୍ରସ୍ତାବନା

ଆମ୍ଭେ ଭାରତବାସୀ ଭାରତକୁ ଏକ ସାର୍ବଭୌମ, ସମାଜବାଦୀ, ଧର୍ମ ନିରପେକ୍ଷ, ଗଣତାନ୍ତ୍ରିକ ସାଧାରଣତନ୍ତ୍ର ରୂପେ ଗଠନ କରିବା ପାଇଁ ଦୃଢ଼ ସଂକଳ୍ପ ନେଇ ଓ ଏହାର ନାଗରିକଙ୍କୁ

* ସାମାଜିକ, ଅର୍ଥନୈତିକ ଓ ରାଜନୈତିକ ନ୍ୟାୟ ;
* ଚିନ୍ତା, ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି, ପ୍ରତ୍ୟୟ, ଧର୍ମୀୟ ବିଶ୍ୱାସ ଏବଂ ଉପାସନାର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତା ;
* ସ୍ଥିତି ଓ ସୁବିଧା ସୁଯୋଗର ସମାନତାର ସୁରକ୍ଷା ପ୍ରଦାନ କରିବାକୁ ତଥା ;
* ବ୍ୟକ୍ତି ମର୍ଯ୍ୟାଦା ଏବଂ ରାଷ୍ଟ୍ରର ଐକ୍ୟ ଓ ସଂହତି ନିଶ୍ଚିତ କରି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଭ୍ରାତୃଭାବ ଉତ୍ସାହିତ କରିବାକୁ

ଏହି ୧୯୪୯ ମସିହା ନଭେମ୍ବର ୨୬ ତାରିଖ ଦିନ ଆମର ସମ୍ବିଧାନ ପ୍ରଣୟନ ସଭାରେ ଏତଦ୍ୱାରା ଏହି ସମ୍ବିଧାନକୁ ଗ୍ରହଣ ଓ ପ୍ରଣୟନ କରୁଅଛୁ ଏବଂ ଆମ ନିଜକୁ ଅର୍ପଣ କରୁଅଛୁ ।

ସୂଚୀପତ୍ର

ଅଧ୍ୟାୟ	ପ୍ରସଙ୍ଗ	ପୃଷ୍ଠା
ପ୍ରଥମ	ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଜାଣିବା	1
ଦ୍ୱିତୀୟ	ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅଧିକ ଆଲୋଚନା	12
ତୃତୀୟ	ଜ୍ୟାମିତିରେ ମୌଳିକ ଧାରଣା	34
ଚତୁର୍ଥ	ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା	57
ପଞ୍ଚମ	ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା	86
ଷଷ୍ଠ	ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା	109
ସପ୍ତମ	ବ୍ୟାବସାୟିକ ଗଣିତ	121
ଅଷ୍ଟମ	ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା	138
ନବମ	ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକୃତି	158
ଦଶମ	ବୀଜଗଣିତ ସହିତ ପରିଚିତି	177
ଏକାଦଶ	ପରିମିତି	197
ଦ୍ୱାଦଶ	ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନା ଓ ସଂରଚନା	209
ତ୍ରୟୋଦଶ	ଜ୍ୟାମିତିକ ଅଙ୍କନ	220

প্রথম অধ্যায়

C5IQNZ

ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଜାଣିବା

1.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ପରିଚିତ ହୋଇଛୁ । ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣିବାରେ ଆମେ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ସେହିପରି ଦୁଇଟି ଡାଲାରେ ଥିବା ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁଠାରେ ବେଶୀ ଓ କେଉଁଠାରେ କମ୍ ପରିମାଣର ଜିନିଷ ଅଛି ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଆମେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ତୁମେ କେଉଁ କେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ବ୍ୟବହାର କରିଥାଅ, ତାର ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଜିନିଷକୁ ଗଣିବା ବେଳେ ସାଧାରଣତଃ ଆମେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ଯେପରି - ଘର ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ପଡୁଥିବା ଇଟା ସଂଖ୍ୟା, ଗୋଟିଏ ଟ୍ରକରେ ବୋଝେଇ ହୋଇଥିବା କମଳା ସଂଖ୍ୟା, ତୁମ ବ୍ଲକ ଓ ଜିଲ୍ଲାର ଲୋକସଂଖ୍ୟା ଇତ୍ୟାଦି । ଆସ, ସେସବୁକୁ ମନେ ପକାଇବା ।

- ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

  ପାଞ୍ଚଜଣ ଲୋକ ସେମାନଙ୍କ ଜମାଖାତାରେ କେତେ କେତେ ଟଙ୍କା ରଖିଥିଲେ ତାହା ତଳେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ମହେଶ	ଶୁଖବିନ୍ଦର	ସରିତା	ରଙ୍ଗନାଥ	ଜମିଲ୍
100000	456349	280593	350000	187532

ଏବେ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

- କାହା ପାଖରେ କେତେ ଟଙ୍କା ଅଛି କହ । ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କ ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କାର ପରିମାଣକୁ କମା ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ । ଯେପରି - 1,00,000 ।
- କାହାର ଜମାଖାତାରେ ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ ଟଙ୍କା ଅଛି ?
- କାହାର ଜମାଖାତାରେ ସବୁଠାରୁ କମ୍ ଟଙ୍କା ଅଛି ?
- ପାଞ୍ଚ ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କାର ପରିମାଣକୁ ଅଧିକରୁ କମ୍ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ

1 ଲକ୍ଷ = 10 ଅୟୁତ
= 100 ହଜାର

1.2. ଏକ କୋଟି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପରିଚିତି

ଲକ୍ଷ୍ୟକର :

- ଚାରି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା = 9999

  9999 + 1 = 10,000

  9999 ରେ 1 ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ହେଉଛି ପାଞ୍ଚ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସବୁଠାରୁ ସାନ ସଂଖ୍ୟା ।

- ସେହିପରି ପାଞ୍ଚ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାସହ 1 ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେବ ?

  99, 999 + 1 = 1,00,000 (ଛଅଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସବୁଠାରୁ ସାନସଂଖ୍ୟା)

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ଛଅ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ସଂଖ୍ୟାରେ 1 ଯୋଗ କରି ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେଲା କହ । ପାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ସାତ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି କି ?

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ତୁମ ଖାତାରେ ଲେଖି ଖାଲି ସ୍ଥାନରେ ଉତ୍ତର ଲେଖ:

ଏକ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା (9)	+	1	=	10	(ଦୁଇ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା)
ଦୁଇ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ୍ ସଂଖ୍ୟା (99)	+	1	=	100	(ତିନି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା)
ତିନି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା (999)	+	1	=	1000	(ଚାରି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା)
ଚାରି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା (9999)	+	1	=	_____	(ପାଞ୍ଚ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା)
ପାଞ୍ଚ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା (_____)	+	1	=	_____	(ଛଅ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା)
ଛଅ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା (_____)	+	1	=	_____	(ସାତ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା)
ସାତ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା (_____)	+	1	=	10000000	(ଆଠ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା)

କମା ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ କୋଟି (10000000) କୁ 1,00,00,000 ଭଳି ଲେଖାଯାଏ ।

ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଏକ କୋଟିରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ, ଯେପରି – ଆମ ରାଜ୍ୟର ଲୋକସଂଖ୍ୟା । ଏକ କୋଟି ସହ ସଂଖ୍ୟାନାମ ପଠନରେ ବ୍ୟବହୃତ ଅନ୍ୟ ଏକକଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ପର୍କ ଦିଆଯାଇଛି, ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

1 ଶହ	=	10 ଦଶ
1 ହଜାର	=	10 ଶହ ବା 100 ଦଶ
1 ଲକ୍ଷ	=	100 ହଜାର ବା 1000 ଶହ
1 କୋଟି	=	100 ଲକ୍ଷ ବା 10,000 ହଜାର

କହିଲ ଦେଖି :

1ର ଡାହାଣ ପଟେ ସାତଟି ଶୂନ ଲେଖିଲେ ଏକ କୋଟି ହେବ । 1ର ଡାହାଣ ପଟେ ଆଠଟି ଶୂନ ଲେଖିଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.1

1. ଆଠ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସବୁଠାରୁ ସାନ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ପରବର୍ତ୍ତୀ ପାଞ୍ଚଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଉପଯୁକ୍ତ ସ୍ଥାନରେ କମା ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ ।

2.

1	0	2
5	6	3
7	4	8

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅଙ୍କଗ୍ରୀଡ଼ରୁ ଅଙ୍କ ନେଇ ପାଞ୍ଚଟି ଆଠ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କର । ସେହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟାନାମ ଲେଖ ।

[ସୂଚନା : 15 ର ସଂଖ୍ୟାନାମ ହେଉଛି ପନ୍ଦର]

3. ଏପରି ଆଠ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କର, ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କ ସମାନ । ଏହିପରି ଯେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ଭବ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

4. (କ) କେବଳ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ ବ୍ୟବହାର କରି ଏପରି ଗୋଟିଏ ଆଠ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଓଲଟା କ୍ରମରେ ଲେଖିଲେ ମିଳିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହେବ ।

(ଖ) ତିନୋଟି ଅଙ୍କ ବ୍ୟବହାର କରି ଏପରି ଆଠ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ଲେଖ, ଯାହାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 8 ହେବ । ଏହିପରି ଆଉ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

1.3. ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାରେ ସ୍ଥାନୀୟମାନ

ସକିନା ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲେଖିବା ଓ ପଢ଼ିବା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ବାଟ ବାହାରକଲା । 253 କୁ ଲେଖିବା ପାଇଁ ସେ ଏକ, ଦଶ ଓ ଶହ ବ୍ୟବହାର କରି କିପରି ଲେଖିଲା ତାହା ତଳେ ସୂଚାଇ ଦିଆଯାଇଛି । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର –

ଶ	ଦ	ଏ
2	5	3

ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ କିପରି ଲେଖାଯାଇଛି ଦେଖ ।

$2 \times 100 + 5 \times 10 + 3$

ସେହିପରି, 3904 କୁ କିପରି ଲେଖାଯିବ ?

ହ	ଶ	ଦ	ଏ
3	9	0	4

ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ,

$3 \times 1000 + 9 \times 100 + 0 \times 10 + 4$

ସେହିପରି ଛଅ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଲେଖିବା ପାଇଁ କିପରି ଏକକ ସାରଣୀ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ଉଦାହରଣ-1ରେ ଦର୍ଶାଇ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଉଦାହରଣ -1

370659 କୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ ଲେଖ।

ସମାଧାନ

ଲକ୍ଷ	ଅଯୁତ (ଦଶ ହଜାର)	ହଜାର	ଶହ	ଦଶ	ଏକ
3	7	0	6	5	9

ଉପରୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ

3x100000 + 7x10000 + 0x1000 + 6x100 + 5x10 + 9

ଉଦାହରଣ -2

43513098 କୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ ଲେଖ।

ସମାଧାନ

ପ୍ରଥମେ 43513098 କୁ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସାରଣୀରେ ଲେଖିବା।

କୋଟି	ନିଯୁତ (ଦଶଲକ୍ଷ)	ଲକ୍ଷ	ଅଯୁତ (ଦଶହଜାର)	ହଜାର	ଶହ	ଦଶ	ଏକ
4	3	5	1	3	0	9	8

ଏହାକୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖାଯିବ।

4x10000000 + 3x1000000 + 5x100000 + 1x10000 + 3x1000 + 0x100 + 9x10 + 8

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର,

43513098 ର କୋଟି ସ୍ଥାନରେ 4 ଅଛି, ତେଣୁ 4ର ସ୍ଥାନୀୟମାନ 4 କୋଟି ;
ନିଯୁତ ସ୍ଥାନରେ 3 ଅଛି, ତେଣୁ 3ର ସ୍ଥାନୀୟମାନ 3 ନିଯୁତ ବା 30 ଲକ୍ଷ ;
ଲକ୍ଷ ସ୍ଥାନରେ 5 ଅଛି, ତେଣୁ 5ର ସ୍ଥାନୀୟମାନ 5 ଲକ୍ଷ।

ସେହିପରି, 1 ର ସ୍ଥାନୀୟମାନ 1 ଅଯୁତ ବା 10 ହଜାର,
3 ର ସ୍ଥାନୀୟମାନ 3 ହଜାର,
0 ର ସ୍ଥାନୀୟମାନ 0 ଶହ ବା 0,
9 ର ସ୍ଥାନୀୟମାନ 9 ଦଶ ବା 90,
8 ର ସ୍ଥାନୀୟମାନ 8 ଏକ ବା 8,

ଜାଣିଛ କି ?
43513098ରେ
ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ହେଉଛି 8,
ଦଶକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ହେଉଛି 9,
ଶତକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ହେଉଛି 0,

ସଂଖ୍ୟା ପଢ଼ିବା ଓ ଲେଖିବାରେ କମାର ବ୍ୟବହାର :

ତୁମେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ ଯେ, ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଲେଖିବା ବେଳେ କମା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । କମା ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ସହଜରେ ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ପଢ଼ିପାରୁ ଓ ଲେଖିପାରୁ । **ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଲିଖନ** ପ୍ରଣାଳୀରେ ହଜାର, ଲକ୍ଷ ଓ କୋଟି ସ୍ଥାନକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ କମା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର-

32579864 କୁ କମା ବ୍ୟବହାର କରି 3, 25, 79, 864 ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ । ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ କମା ଡ଼ାହାଣପଟୁ ତିନୋଟି ଅଙ୍କ ଛାଡ଼ି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି । ସେହିପରି, ଦ୍ୱିତୀୟ କମା ଆଉ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ ଛାଡ଼ି (ଡ଼ାହାଣ ପଟୁ ପାଞ୍ଚଟି ଅଙ୍କ ଛାଡ଼ି) ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି । ତୃତୀୟ କମାଟି ଆଉ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ ଛାଡ଼ି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି । ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା 3,25,79,864 କୁ 3 କୋଟି 25 ଲକ୍ଷ 79 ହଜାର 8 ଶହ 64 ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

✍ **ତୁମେ ଏହିପରି ପାଞ୍ଚଟି ଆଠଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।**

କିନ୍ତୁ **ଆନ୍ତର୍ଜାତିକ ସଂଖ୍ୟାଲିଖନ** ପଦ୍ଧତିରେ ହଜାର ଓ ନିୟୁତ ସ୍ଥାନପରେ କମାର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ଯଥା : 50801792 କୁ କମା ବ୍ୟବହାର କରି ଆନ୍ତର୍ଜାତିକ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପଦ୍ଧତିରେ 50, 801, 792 ଭାବେ ଲେଖାଯାଇଥାଏ । କିନ୍ତୁ ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପଦ୍ଧତିରେ 5, 08, 01, 792 ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ । ଏହି ଶ୍ରେଣୀରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ତ ଆଲୋଚନାରେ ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟାପଦ୍ଧତି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି ।

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାନାମ ଲେଖିବା ବେଳେ କମା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ନାହିଁ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.2

1. ଉପଯୁକ୍ତ ସ୍ଥାନରେ କମା ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକର ସଂଖ୍ୟାନାମ ଲେଖ ।

   320418, 7538425, 13247819, 10702000, 53214803

2. ତୁମେ କେବଳ 3,4,0 ଓ 7 ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ପାଞ୍ଚଟି ଲେଖାଏଁ ଛଅ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ଆଠ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କର ।
   (କ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସହଜରେ ପଢ଼ିବା ପାଇଁ କମା ବ୍ୟବହାର କର ।
   (ଖ) ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବଡ଼ରୁ ସାନ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

3. କେବଳ 1, 0, 8 ଓ 4 କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆଠଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଆଠ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସବୁଠାରୁ ସାନ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କର (ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଚାରିଟିଯାକ ଅଙ୍କ ବ୍ୟବହାର ହୋଇଥିବ) । ତୁମେ ତିଆରି କରିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିକୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ ଲେଖ ।

4. ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଗୋଟିଏ ସପ୍ତାହର କେଉଁ ଦିନ ମୋଟ କେତେ ଟଙ୍କା ଜମା କରାଯାଇଥିଲା, ତାର ବିବରଣୀ ଦିଆଯାଇଛି । ତାହାକୁ ଦେଖି ତଳ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

ସୋମବାର 1,23,64,072	ମଙ୍ଗଳବାର 86,92,945
ବୁଧବାର 89,80,001	ଗୁରୁବାର 1,08,72,666
ଶୁକ୍ରବାର 90,72,709	ଶନିବାର 60,12,010

(କ) କେଉଁ ଦିନ କେତେ ଟଙ୍କା ଜମା କରାଯାଇ ଥିଲା ଅକ୍ଷରରେ ଲେଖ ।

(ଖ) କେଉଁ ଦିନ ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ ଟଙ୍କା ଜମା କରାଯାଇଥିଲା ?

(ଗ) କେଉଁ ଦିନ ସବୁଠାରୁ କମ୍ ପରିମାଣ ଟଙ୍କା ଜମା କରାଯାଇଥିଲା ?

(ଘ) କେଉଁ କେଉଁ ଦିନ 90 ଲକ୍ଷ ଟଙ୍କାରୁ ଅଧିକ ପରିମାଣ ଟଙ୍କା ଜମା କରାଯାଇଥିଲା ?

5. (କ) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଲକ୍ଷ ସ୍ଥାନରେ 4, ଅୟୁତ ସ୍ଥାନରେ 7, ହଜାର ସ୍ଥାନରେ 2, ଶତକ ସ୍ଥାନରେ 0, ଦଶକ ସ୍ଥାନରେ 8 ଓ ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 5 ଅଛି । ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଲେଖ ।

(ଖ) ସବିତା ଗୋଟିଏ କାଗଜରେ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ଲେଖିଲା । ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 5, ହଜାର ସ୍ଥାନରେ 2, ଶତକ ସ୍ଥାନରେ 2, ଲକ୍ଷ ସ୍ଥାନରେ 5, ଅୟୁତ ସ୍ଥାନରେ 3, କୋଟି ସ୍ଥାନରେ 1, ନିୟୁତ ସ୍ଥାନରେ 7 ଓ ଦଶକ ସ୍ଥାନରେ 4 ଥିଲା । ସବିତା କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିଥିଲା ?

(ଗ) ଯୋଶେଫ ଗୋଟିଏ ଆଠ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିଥିଲା । ଏହାର ହଜାର ସ୍ଥାନରେ 3, କୋଟି ସ୍ଥାନରେ 7, ଦଶ ଓ ଏକ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନରେ 4 ଓ ଅନ୍ୟ ସ୍ଥାନ ଗୁଡ଼ିକରେ 0 ଲେଖିଥିଲା । ସେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିଥିଲା ? ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଓଲଟାଇ ଲେଖିଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିବ ?

6. (କ) 32759084 ରେ 2, 9, 8, 4ର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଲେଖ ।

(ଖ) 375248 ରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଲେଖ ।

ଏହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଓଲଟାଇ ଲେଖି ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଲ ତାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ କେତେ ହେବ ?

(ଗ) ତୁମ ମନରୁ ଗୋଟିଏ ଆଠ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ । ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଲେଖ ।

(ଘ) ଆଠ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସବୁଠାରୁ ସାନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲେଖ ।

ସଂଖ୍ୟାରେ ମଜା

11111111 ରେ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 8,
22222222 ରେ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 16,
33333333 ରେ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 24,
44444444 ରେ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 32,
55555555 ରେ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 40,
ତଳେଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି କେତେହେବ ମିଶାଣ ନ କରି କହ ।
66666666, 77777777, 88888888, 99999999

1.4 କିଏ ଆଗ, କିଏ ପଛ

ଶିକ୍ଷକ ପରପୃଷ୍ଠାରେ କୋଠରି ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ କଳାପଟାରେ ଲେଖିଥିଲେ । ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାବାଛି ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଧାଡିରେ ଲେଖିବାକୁ ଶିକ୍ଷକ ପିଲାମାନଙ୍କୁ କହିଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟି ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

532121	421969	6355971	800001
6355970	421970	481717	800000
481716	532122	799999	6355972
532123	421971	481715	

- ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ତୁମେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସଜାଅ ।
- ଶିକ୍ଷକ କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିଥିଲେ ?
- ତୁମେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ କେତୋଟି ଧାଡ଼ିରେ ସଜାଡ଼ିଲ ?
- ତୁମେ ନିଶ୍ଚିତଭାବେ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ 532121, 532122, 532123 ଲେଖିଥିବ । ଏହି ସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ମଝିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ? ତା'ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଓ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?
- ତୁମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡିରେ ଲେଖିଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଚିହ୍ନାଅ । ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଓ ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିକୁ ଲେଖ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ –

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରେ 1 ଯୋଗକଲେ ତା'ର ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଥାଉ ଓ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରୁ 1 ବିୟୋଗ କଲେ ତା'ର ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଥାଉ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

1,23,456 ଓ 1,23,460 ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 1,23,457, 1,23,458, 1,23,459

98,76,539 ଓ 98,76,549 ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ ....

46,89,432 ଓ 46,89,437 ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ ....

80,04,315 ଓ 80,04,320 ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ ....

76,55,458 ଓ 76,55,463 ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ ....

79,99,998 ଓ 80,00,003 ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ ....

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.3

1. ଉଦାହରଣରେ ଦେଖାଯାଇଥିବା ପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ ମଝିଘରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଓ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା	ସଂଖ୍ୟା	ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା
9999	10,000	10,001
	10090	
	29999	
	586452	
	358610	
	555555	
	708000	
	999999	

2. (କ) କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ତର କେତେ ?

(ଖ) କୌଣସି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଓ ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବେ କି ? ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କର ।

(ଗ) ଏକ କୋଟିର ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଓ ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

(ଘ) ତୁମ ମନରୁ ପାଞ୍ଚଟି ଆଠ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଓ ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

3. ଗୋଟିଏ ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଓ ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଓ ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରି ଯୋଗଫଳକୁ ଦୁଇରେ ଭାଗ କର । କ'ଣ ପାଇଲ ? ଆଉ ଗୋଟିଏ ଛଅ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଠିକ୍ ଏହି ଭଳି କାର୍ଯ୍ୟ କର ।

1.5. କିଏ ବଡ଼, କିଏ ସାନ

ପାଞ୍ଚଟି ସହରର ଲୋକସଂଖ୍ୟା ଯଥାକ୍ରମେ 89392, 72503, 124250, 120878, 210740 । ଏହି ସହରଗୁଡ଼ିକର ଲୋକସଂଖ୍ୟାକୁ ବଡ଼ରୁ ସାନ କ୍ରମରେ ସଜାଇବା ।

- ଆସ ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ସହରର ଲୋକସଂଖ୍ୟାକୁ ତୁଳନା କରିବା ।

ପ୍ରଥମ ସହରର ଲୋକସଂଖ୍ୟା = 89392

ଦ୍ୱିତୀୟ ସହରର ଲୋକସଂଖ୍ୟା = 72503

ଏଠାରେ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟା ପାଞ୍ଚ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ। ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାର ଅୟୁତ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାର ଅୟୁତ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କକୁ ତୁଳନା କରିବା। 8 > 7

ତେଣୁ 89392 > 72503

- ଏବେ 89392 ଓ 124250 ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରିବା।

ଏଠାରେ 124250 > 89392 (କାହିଁକି ?)

ଆମେ ଦେଖିଲେ, 124250 > 89392

ଏବଂ 89392 > 72503

ଯଦି ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ଆଗରୁ ମିଳିଥିବା ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ ସାନ ହୁଏ, ତେବେ ସେଇଟିକୁ ଆଗରୁ ମିଳିଥିବା ସାନ ସଂଖ୍ୟା ସହ ତୁଳନା କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ।

ତିନୋଟିଯାକ ସଂଖ୍ୟା (89392, 72503 ଓ 124250) କୁ ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖିଲେ 72503 < 89392 < 124250 ଲେଖାଯିବ।

ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବଡରୁ ସାନ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖିଲେ 124250 > 89392 > 72503 ଲେଖାଯିବ।

ଜାଣିଛ କି ?

- ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଅସମାନ ହେଲେ, ଯାହାର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଅଧିକ ସେଇ ସଂଖ୍ୟାଟି ବଡ଼।
- ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ ହେଲେ -

(କ) ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯାହାର ବାମ ପାଖ ଅଙ୍କ ବଡ଼, ସେ ସଂଖ୍ୟାଟି ବଡ଼।

(ଖ) ଯଦି ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ବାମ ପାଖ ଅଙ୍କ ସମାନ, ତେବେ ତା' ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ଦୁଇଟିର ତୁଳନା କରି ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ ସାନ ବଛାଯାଇ ପାରିବ।

ସେହିପରି ପୂର୍ବରୁ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାରୁ ଦୁଇ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାନେଇ ତୁଳନା କର ଓ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବଡ଼ରୁ ସାନ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.4

1. **>, < ଓ = ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନକୁ କୋଠରି ମଧ୍ୟରେ ଲେଖ।**

କ)	34587	10000	ଙ)	965842	965742
ଖ)	100000	99999	ଚ)	1278942	999985-2
ଗ)	548421+2	548121	ଛ)	478007+2	478010-1
ଘ)	875600	915840	ଜ)	488007	4880002

2. ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ / ସାନ ଚିହ୍ନିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନୋକ୍ତ କେଉଁ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ?

(କ) ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଅସମାନ ହେଲେ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଅଧିକ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟି ବଡ଼।

(ଖ) ଯଦି ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ, ତେବେ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ବାମପଟ ଅଙ୍କ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ବାମ ପଟ ଅଙ୍କଟି ବଡ଼, ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟି ବଡ଼।

(ଗ) ଯଦି ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଅଙ୍କସଂଖ୍ୟା ସମାନ, ତେବେ କେବଳ ଡାହାଣ ପାଖରେ ଥିବା ଅଙ୍କଦୁଇଟିକୁ ତୁଳନା କରି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଓ ସାନ ସଂଖ୍ୟା ବଛାଯାଇ ପାରିବ।

(ଘ) ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଅଙ୍କସଂଖ୍ୟା ଅସମାନ ହେଲେ କେବଳ ଡାହାଣପଟ ଘରେ ଥିବା ଅଙ୍କମାନଙ୍କୁ ତୁଳନା କରି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଓ ସାନସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ ।

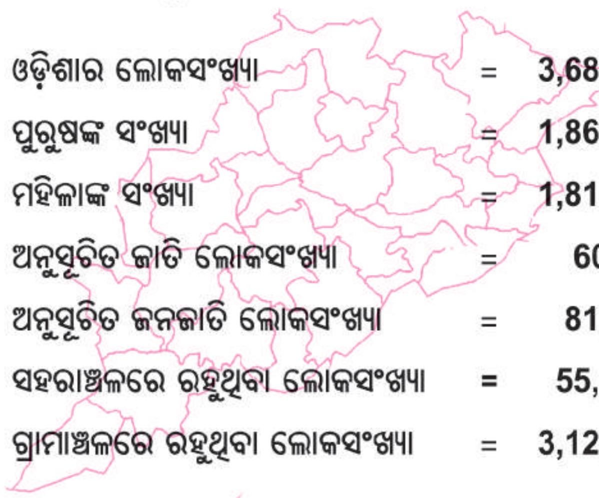
3. କେବଳ 1 ଓ 0 କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ପାଞ୍ଚଟି ଆଠ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କର । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବଡ଼ରୁ ସାନକ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

1.6. ବଡ଼ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କରେ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର-

ଉଦାହରଣ 1 :

2001 ମସିହାର ଜନଗଣନା ଅନୁଯାୟୀ ଓଡ଼ିଶାର ଜନସଂଖ୍ୟାର ବିବରଣୀ ତଳେ ଦିଆଯାଇଛି ।



ଓଡ଼ିଶାର ଲୋକସଂଖ୍ୟା	=	**3,68, 04,660**
ପୁରୁଷଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା	=	**1,86, 60,570**
ମହିଳାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା	=	**1,81, 44,090**
ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଲୋକସଂଖ୍ୟା	=	**60,82,063**
ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଲୋକସଂଖ୍ୟା	=	**81,45, 081**
ସହରାଞ୍ଚଳରେ ରହୁଥିବା ଲୋକସଂଖ୍ୟା	=	**55, 17, 238**
ଗ୍ରାମାଞ୍ଚଳରେ ରହୁଥିବା ଲୋକସଂଖ୍ୟା	=	**3,12,87, 422**

(କ) 2001 ମସିହାର ଜନଗଣନା ଅନୁଯାୟୀ ପୁରୁଷଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା, ମହିଳାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ?

ଉତ୍ତର – ପୁରୁଷଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 1, 86, 60, 570

ମହିଳାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 1, 81, 44, 090

ପୁରୁଷଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଓ ମହିଳାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ତର = 1,86,60,570 - 1, 81, 44, 090 = 5,16, 480

∴ 2001 ଜନଗଣନା ଅନୁଯାୟୀ ଓଡ଼ିଶାରେ ପୁରୁଷଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା, ମହିଳାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 5,16, 480 ଅଧିକ ।

(ଖ) ଓଡ଼ିଶାର ସହରାଞ୍ଚଳରେ ଗ୍ରାମାଞ୍ଚଳ ଅପେକ୍ଷା କେତେ କମ୍ ଲୋକ ରହନ୍ତି ?

ଓଡ଼ିଶାର ସହରାଞ୍ଚଳରେ ରହୁଥିବା ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା = 55,17, 238

ଗ୍ରାମାଞ୍ଚଳରେ ରହୁଥିବା ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା = 3, 12, 87, 422

ଗ୍ରାମାଞ୍ଚଳ ଓ ସହରାଞ୍ଚଳ ଲୋକସଂଖ୍ୟାରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ = 3, 12, 87, 422 - 55, 17, 238 = 2, 57, 70, 184

∴ ଓଡିଶାର ସହରାଞ୍ଚଳରେ ଗ୍ରାମାଞ୍ଚଳ ତୁଳନାରେ 2, 57, 70, 184 ଜଣ କମ୍ ଲୋକ ରହନ୍ତି ।

✍ **ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଲେଖ-**

(କ) 2001ମସିହା ଜନଗଣନା ଅନୁଯାୟୀ ଓଡ଼ିଶାର ଲୋକସଂଖ୍ୟା ଚାରି କୋଟିରୁ କେତେ କମ୍ ?

(ଖ) 2001 ଜନଗଣନା ଅନୁଯାୟୀ ଓଡ଼ିଶାରେ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଲୋକଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଅଧିକ ଓ କେତେ ଅଧିକ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.5

1. ପୁସ୍ତକମେଳାରେ ପାଞ୍ଚଦିନରେ କେତେ ଟଂକାର ବହି ବିକ୍ରି ହୋଇଥିଲା, ତାହା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ପ୍ରଥମ ଦିନ	47, 22, 780 ଟଙ୍କା
ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ	41, 01, 524 ଟଙ୍କା
ତୃତୀୟ ଦିନ	72, 24, 218 ଟଙ୍କା
ଚତୁର୍ଥ ଦିନ	76, 55, 320 ଟଙ୍କା
ପଞ୍ଚମ ଦିନ	92, 70, 148 ଟଙ୍କା

(କ) କେଉଁ ଦିନ ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ ମୂଲ୍ୟର ଓ କେଉଁ ଦିନ ସବୁଠାରୁ କମ୍ ମୂଲ୍ୟର ବହି ବିକ୍ରି ହୋଇଥିଲା ?

(ଖ) ଚତୁର୍ଥ ଦିନ ତୁଳନାରେ ପଞ୍ଚମଦିନ କେତେ ଟଙ୍କାର ଅଧିକ ବହି ବିକ୍ରି ହୋଇଥିଲା ?

(ଗ) ପୁସ୍ତକମେଳାରେ ମୋଟ କେତେ ଟଙ୍କା ମୂଲ୍ୟର ବହି ବିକ୍ରି ହୋଇଥିଲା ?

(ଘ) ପ୍ରଥମ ଓ ଶେଷ ଦିନ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଦିନ କମ୍ ଟଙ୍କାର ବହି ବିକ୍ରି ହୋଇଥିଲା ଓ କେତେ କମ୍ ଟଙ୍କାର ବହି ବିକ୍ରି ହୋଇଥିଲା ?

2. ଗୋଟିଏ ଲୋକସଭା ନିର୍ବାଚନରେ ଜଣେ ବିଜୟୀ ପ୍ରାର୍ଥୀ 5, 45, 200ଟି ଭୋଟପାଇ ତାଙ୍କର ନିକଟତମ ପ୍ରତିଦ୍ୱନ୍ଦୀଙ୍କୁ 1,78, 298 ଭୋଟ୍‌ରେ ହରାଇଥିଲେ । ତାଙ୍କର ନିକଟତମ ପ୍ରତିଦ୍ୱନ୍ଦୀ କେତେ ଖଣ୍ଡ ଭୋଟ ପାଇଥିଲେ ?

ବିଜୟୀ ପ୍ରାର୍ଥୀ

3. ମହେଶକୁ 22721ରେ 18 ଗୁଣିବାକୁ କୁହାଯାଇଥିଲା । କିନ୍ତୁ ସେ ଭୁଲ୍‌ରେ 22721ରେ 81 ଗୁଣିଦେଲା । ସେ ପାଇଥିବା ଉତ୍ତର, ପ୍ରକୃତ ଉତ୍ତରଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ବା କମ୍ ହେବ ?

4. ଗୋଟିଏ କଣ୍ଟା ତିଆରି କାରଖାନାରେ ଦିନକୁ 62, 736ଟି କଣ୍ଟା ଉତ୍ପାଦନ କରାଯାଏ ।

(କ) ସେହି କାରଖାନାରେ ଗୋଟିଏ ସପ୍ତାହରେ କେତୋଟି କଣ୍ଟା ଉତ୍ପାଦନ କରାହେବ (ପ୍ରତି ସପ୍ତାହରେ କେବଳ ରବିବାର ଦିନ କାରଖାନା ବନ୍ଦ ରହେ) ?

(ଖ) ଜୁଲାଇ ମାସରେ ସେହି କାରଖାନାରେ କେତୋଟି କଣ୍ଟା ତିଆରି ହେବ (ଯଦି ସେହି ମାସରେ ଚାରୋଟି ରବିବାର ଥାଏ) ?

(ଗ) 24ଟି କଣ୍ଟାକୁ ଗୋଟିଏ ପ୍ୟାକେଟ୍‌ରେ ଭର୍ତ୍ତି କରାଯାଇ ବିକ୍ରି ପାଇଁ ବାହାରକୁ ପଠାଯାଉଥିଲା । ତେବେ ଗୋଟିଏ ସପ୍ତାହରେ ଉତ୍ପାଦନ ହୋଇଥିବା କଣ୍ଟାଗୁଡିକୁ କେତୋଟି ପ୍ୟାକେଟ୍ କରାଯିବ ?

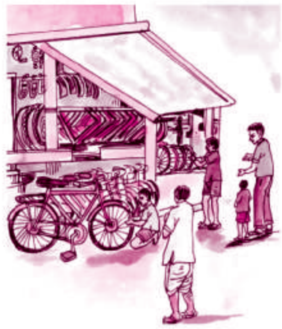
ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

C5SLQH

ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅଧିକ ଆଲୋଚନା

ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କୁ ପଢ଼ିବା ଓ ଲେଖିବା ସମ୍ପର୍କରେ ଜାଣିଛୁ । ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା (ମିଶାଣ, ଫେଡାଣ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣ)କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସମାଧାନ କରିଛୁ । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅଧିକ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

2.1. ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର



ଗୋଟିଏ ସାଇକେଲ ଦୋକାନରେ 15ଟି ସାଇକେଲ ଥିଲା । ତିନିଦିନରେ ଯଥାକ୍ରମେ 3, 2 ଓ 4ଟି ସାଇକେଲ ବିକ୍ରି ହେଲା । ତା'ପାଖରେ ଆଉ କେତୋଟି ସାଇକେଲ ରହିଲା ?

ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ଦୁଇ ପ୍ରଣାଳୀରେ କରାଯାଇଛି । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର –

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ	ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ
◆ କେତୋଟି ସାଇକେଲ ଥିଲା ?	
◆ ପ୍ରଥମ ଦିନ ପରେ କେତୋଟି ସାଇକେଲ ରହିଲା ?	◆ କେଉଁ ଦିନ କେତୋଟି ସାଇକେଲ ବିକ୍ରିହେଲା ?
◆ ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ ପରେ କେତୋଟି ସାଇକେଲ ରହିଲା ?	◆ ତିନିଦିନରେ ମୋଟ କେତୋଟି ସାଇକେଲ ବିକ୍ରିହେଲା ?
◆ ତୃତୀୟ ଦିନ ପରେ କେତୋଟି ସାଇକେଲ ରହିଲା ?	◆ ତିନିଦିନ ପରେ ଆଉ କେତୋଟି ସାଇକେଲ ରହିଲା ?

ଏହି ଦୁଇଟି ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଅଛି ?

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀରେ ମୋଟ ସାଇକେଲ ସଂଖ୍ୟାରୁ ପ୍ରଥମ ଦିନ ବିକ୍ରି ହୋଇଥିବା ସାଇକେଲ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରାଗଲା । ପାଇଥିବା ବିୟୋଗଫଳରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ ବିକ୍ରି ହୋଇଥିବା ସାଇକେଲ୍ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରାଗଲା । ପୁନଶ୍ଚ ବିୟୋଗଫଳରୁ ତୃତୀୟ ଦିନ ବିକ୍ରି ହୋଇଥିବା ସାଇକେଲ୍ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରାଗଲା ।

କିନ୍ତୁ, ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ତିନି ଦିନରେ ବିକ୍ରି ହୋଇଥିବା ମୋଟ ସାଇକେଲ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଥମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ତାହାକୁ ପୂର୍ବରୁ ଥିବା ସାଇକେଲ ସଂଖ୍ୟାରୁ ବିୟୋଗ କରାଗଲା ।

ଆସ ଦେଖିବା , ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ଦୁଇଟିଯାକ ପ୍ରଣାଳୀରେ କିପରି ସମାଧାନ କରାଯାଇଛି ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ

ପ୍ରଥମ ଦିନ ପରେ ବଳକା ଥିବା ସାଇକେଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 15 – 3 = 12

ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ ପରେ ବଳକା ଥିବା ସାଇକେଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 12 – 2 =10

ତୃତୀୟ ଦିନ ପରେ ବଳକା ଥିବା ସାଇକେଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 10 – 4 =6

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ

ତିନି ଦିନରେ ମୋଟ ବିକ୍ରି ହୋଇଥିବା ସାଇକେଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 3 + 2 + 4=9

ତିନି ଦିନ ପରେ ବଳକା ଥିବା ସାଇକେଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 15 – 9 = 6

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ତିନି ଦିନରେ ବିକ୍ରି ହୋଇଥିବା ମୋଟ ସାଇକେଲ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରଥମେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି ଓ ପରେ ପୂର୍ବରୁ ଥିବା ସାଇକେଲ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଏହାକୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇଛି ।

ବଳକା ଥିବା ସାଇକେଲ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ରୂପରେ 15-(3+2+4) ଭାବେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ।

ଏଠାରେ 3, 2 ଓ 4 କୁ ଏକାଠି କରିବା ପାଇଁ **''ବନ୍ଧନୀ'' ( )** ଚିହ୍ନର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି ।

ଏବେ ଆଉ ଏକ ପରିସ୍ଥିତିର ଆଲୋଚନା କରିବା –

ଗୋଟିଏ ଖାତାକୁ 10 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ ଗୀତା ଦୋକାନରୁ 7ଟି ଖାତା କିଣିଲା । ତାର ଭାଇ ଶୋଭନ୍ ସେହି ପ୍ରକାରର ଖାତାରୁ 5 ଟି ଖାତା କିଣିଲା । ସେମାନେ ଦୋକାନୀକୁ ମୋଟ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେବେ ? ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ପାଇବା ପାଇଁ ସରୋଜ ଓ ମୀନା ନିମ୍ନ ଉପାୟରେ ସମାଧାନ କଲେ ।

ସରୋଜର ହିସାବ	ମୀନାର ହିସାବ
ମୋଟ ଦେୟ =7 x 10 ଟ. + 5 x 10 ଟ.	ଉଭୟ କିଣିଥିବା ମୋଟ ଖାତା ସଂଖ୍ୟା = 7 + 5 = 12
= 70ଟ. + 50 ଟ. = 120 ଟ.	ମୋଟ ଦେୟ = 12 x 10 ଟ. = 120 ଟ.

ସରୋଜ ଓ ମୀନା ଉଭୟଙ୍କର ହିସାବକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଉଭୟଙ୍କର ଉତ୍ତର ସମାନ ।

ଲିପି କହିଲା – ମୋର ହିସାବ ଦେଖ । 7 + 5 x 10 ଟ. = 7 + 50 ଟ. = 57 ଟ.

ମୋ' ଉତ୍ତର ତ ତାଙ୍କ ଉତ୍ତର ସହ ମିଳୁନାହିଁ ।

ସମସ୍ତେ ସମସ୍ୟାରେ ପଡ଼ିଲେ । ପ୍ରକୃତରେ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର କେଉଁଟି ?

ସରୋଜ ଓ ମୀନା ପାଇଥିବା ଉତ୍ତର ଠିକ୍ ।

କହିଲ ଦେଖି :
ଲିପିର ହିସାବ କାହିଁକି ଭୁଲ ହେଲା ?

ଏ ପ୍ରକାର ପରିସ୍ଥିତିରେ ପ୍ରଶ୍ନଟି ସମାଧାନ ପାଇଁ ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର କରାଗଲେ କାର୍ଯ୍ୟଟି ଅଧିକ ସ୍ୱଷ୍ଟ ଓ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ହୁଏ । 7 ଓ 5 ର ମିଶାଣକୁ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ରଖି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଭାବେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ । ଏହା ହେଉଛି କିଣାଯାଇଥିବା ମୋଟ ଖାତାସଂଖ୍ୟା । ଖାତା ସଂଖ୍ୟାରେ 10ଟ. ଗୁଣାଯାଇଛି । ଏହାକୁ ନିମ୍ନ ମତେ ଲେଖିବା ।

ମୋଟ ଦେୟ = (7 + 5) x 10 ଟ. = 12 x 10 ଟ. = 120 ଟ.

ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

ପ୍ରଥମେ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସରଳ କରାଯିବ । ପରେ ବନ୍ଧନୀ ବାହାରେ ଥିବା ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯିବ ।

✍ ଆସ, ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତିକୁ ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

(କ) 27 ରୁ 2, 5 ଓ 4 ର ଯୋଗଫଳକୁ ବିୟୋଗ କରିବା;

(ଖ) ପନ୍ଦର ଓ ତିନିର ସମଷ୍ଟିକୁ ଛଅ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିବା;

(ଗ) ଦଶରୁ ତିନି କମାଇ ମିଳିଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଛଅ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିବା;

(ଘ) ଷାଠିଏକୁ ଚାରି ଓ ତିନିର ଯୋଗଫଳର ଦୁଇଗୁଣ ଦ୍ୱାରା ହରଣ କରିବା ।

- ତଳେ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

$(3+4)\times 7$

ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ତିନିକୁ ଚାରି ସହ ମିଶାଣ କରାଯାଇଛି ଓ ମିଶାଣଫଳକୁ ସାତ ସହ ଗୁଣାଯାଇଛି ।

ଆମର ନିତିଦିନିଆ ଜୀବନରେ ଘଟୁଥିବା ଘଟଣା ସହ ଏହାକୁ ସଂପର୍କିତ କରିବା, ଯେପରି-

- ରୀତା ସକାଳେ ତିନି ଘଣ୍ଟା ଓ ରାତିରେ ଚାରି ଘଣ୍ଟା ପାଠ ପଢ଼େ । ସେ ସାତ ଦିନରେ ମୋଟ କେତେ ଘଣ୍ଟା ପାଠ ପଢ଼ିବ ?
- ଗୋଟିଏ କୋଠରିରେ 3 ବସ୍ତା ଚାଉଳ ଓ 4 ବସ୍ତା ଧାନ ଥିଲା । ସେହିଭଳି ସାତଟି କୋଠରିରେ ଥିବା ମୋଟ ବସ୍ତା ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

✍ ଏପରି ଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତିର ଉଦାହରଣ ଦିଅ, ଯେଉଁଥିରେ 7 x (8 – 3) ର ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ ।

2.1.1 ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବଳିତ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ସରଳୀକରଣ

ତଳେ ଥିବା ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକିୟା ସମ୍ବଳିତ ପରିପ୍ରକାଶର ସରଳୀକରଣ ପଦ୍ଧତିକୁ ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ -1

$$\begin{aligned} 15\times 10\div 2+9-3 &= 15\times 5+9-3 \\ &= 75+9-3 \\ &= 84-3 \\ &= 81 \end{aligned}$$

ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ –

- ଏଠାରେ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳ କରିବାକୁ କୁହାଯାଇଛି ?
- ସେହି ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ କେଉଁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଓ କେଉଁ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ?
- ସରଳୀକରଣର ପ୍ରଥମ ପାଦରେ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଇଛି ?

- ଦ୍ୱିତୀୟ ପାଦରେ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଇଛି ?
- ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କାମ ସରିବା ପରେ କେଉଁ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଇଛି ?
- ସର୍ବଶେଷରେ କେଉଁ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଇଛି ଓ ଉତ୍ତର କେତେ ମିଳିଲା ?

ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, **ଏକାଧିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଥିବା ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳ କଲାବେଳେ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ହରଣ, ଗୁଣନ, ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଏ ।**

ତୁମେ ନିଜେ ସରଳ କର -

(କ) $14 - 4 \div 2 \times 3$ (ଖ) $81 \div 9 \times 3 + 4 - 2$

କିନ୍ତୁ କୌଣସି ସରଳୀକରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିଲେ ବନ୍ଧନୀ ଭିତର ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରଥମେ କରିବାକୁ ହୁଏ ।

ସରଳ କର -

(କ) $15 + (10 \div 5) \times 3 - 3$ (ଖ) $12 \div (4 \div 2) \times 3$

(ଗ) $18 \div 3 - (4 - 2)$ (ଘ) $(6 \times 3) - 9 + (2 \times 3)$

ବନ୍ଧନୀ ହେଉଛି ଚାରି ପ୍ରକାରର ।

ଯଥା- ରେଖାବନ୍ଧନୀ ———

ଚନ୍ଦ୍ରବନ୍ଧନୀ ( )

କୁଟିଳ ବନ୍ଧନୀ { }

ବର୍ଗବନ୍ଧନୀ [ ]

ଜାଣିଛ କି ?

କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଏକାଧିକ ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଥିଲେ, ପ୍ରଥମେ ସବୁଠାରୁ ଭିତରେ ଥିବା ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାର ହିସାବ କରାଯାଇ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ସମସ୍ତ ବନ୍ଧନୀ ଉଠାଇ ଦିଆଯାଏ ।

ସାଧାରଣତଃ ବନ୍ଧନୀଗୁଡ଼ିକର କ୍ରମ ନିମ୍ନମତେ ହୋଇଥାଏ ।

[{(———)}]

- ଯେଉଁ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଗୋଟିଏ ବନ୍ଧନୀ ଆବଶ୍ୟକ, ସେଠାରେ ଚନ୍ଦ୍ର ବନ୍ଧନୀ ( ) ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।
- ଦୁଇଟି ବନ୍ଧନୀର ଆବଶ୍ୟକ ଥିଲେ, ଚନ୍ଦ୍ର ବନ୍ଧନୀ ଓ କୁଟିଳ ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।
- ତିନୋଟି ବନ୍ଧନୀର ଆବଶ୍ୟକତା ଥିଲେ, ଚନ୍ଦ୍ର ବନ୍ଧନୀ, କୁଟିଳ ବନ୍ଧନୀ ଓ ବର୍ଗ ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।
- ଚାରୋଟି ବନ୍ଧନୀର ଆବଶ୍ୟକତା କ୍ଷେତ୍ରରେ ରେଖା ବନ୍ଧନୀ, ଚନ୍ଦ୍ର ବନ୍ଧନୀ, କୁଟିଳ ବନ୍ଧନୀ ଓ ବର୍ଗ ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ଆସ, ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କରେ ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର ଶିଖିବା -

ଉଦାହରଣ - 1

$72 \div \{19 - (3+7)\}$

ତଳ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଲେଖ-

- ଏଠାରେ କେଉଁ କେଉଁ ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି ?
- ସବୁଠାରୁ ଭିତରେ କେଉଁ ବନ୍ଧନୀ ଅଛି ?
- ଏହି ବନ୍ଧନୀରେ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା କରାଯାଇଛି ଓ ତା'ର ଫଳାଫଳ କେତେ ?

$72 \div \{19 - (3+7)\} = 72 \div \{19 - 10\}$

- ପରବର୍ତ୍ତୀ ସରଳୀକରଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଲାଗି ଆଉ କେଉଁ ବନ୍ଧନୀ ରହିଲା ?
- ଏବେ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା 19 -10 କୁ ସରଳ କର ।

$72 \div \{19 - 10\} = 72 \div 9$

$= 8$

ଉଦାହରଣ -2

ସରଳ କର : $20 — [13 — \{7 \div 7 \times 5 — (2 — 1)\}]$

ସମାଧାନ : $20 — [13 — \{7 \div 7 \times 5 — (2 — 1)\}] = 20 — [13 — \{7 \div 7 \times 5 — 1\}]$

$= 20 — [13 — \{1 \times 5 — 1\}]$

$= 20 — [13 — \{5 — 1\}]$

$= 20 — [13 — 4]$

$= 20 — 9$

$= 11$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.1

1. ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ :

କ) 5 ଓ 7 ର ଯୋଗଫଳକୁ 12 ଦ୍ୱାରା ହରଣ ।

ଖ) 12 କୁ 5 ଓ 3 ର ବିୟୋଗଫଳ ଦ୍ୱାରା ହରଣ ।

ଗ) 15 ରୁ 12 ର ବିୟୋଗଫଳଠାରୁ 1 ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ 20 ଗୁଣନ

ଘ) 133 କୁ 4 ଓ 5 ର ଗୁଣଫଳରୁ 1 କମ୍ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ହରଣ

2. ଭୁଲ ଥିଲେ ଠିକ୍ କରି ଲେଖ :

କ) $12 \div 4 - 1$ କୁ ସରଳ କରିବା ବେଳେ ପ୍ରଥମେ 12 କୁ 4 ଦ୍ୱାରା ହରଣ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଖ) $(6 - 3) \times 2$ କୁ ସରଳୀକରଣ କରିବା ବେଳେ ପ୍ରଥମେ 6 – 3 ର ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଗ) $12 - \{8 \div (3 - 1)\}$ କୁ ସରଳ କଲାବେଳେ ପ୍ରଥମେ 12 ରୁ 8 କୁ ବିୟୋଗ କରାଯିବ ।

ଘ) $20 \times \{6 \div (3 - 2)\}$ କୁ ସରଳ କରିବା ବେଳେ ପ୍ରଥମେ $6 \div 3$ ର କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଏ ।

3. ସରଳ କର :

କ) $[9 \times \{7 - (2 + 3)\}]$

ଖ) $1 - [1 - \{1 - (1 - \overline{1 - 1})\}]$

ଗ) $5 - [5 - \{5 - (5 - \overline{5 - 5})\}]$

ଘ) $[\{3 \times 2 - (2 \times \overline{6 - 3})\} - \{(15 \div \overline{8 - 3}) + (12 \div \overline{4 - 2})\}]$

2. 2 ବିଭାଜ୍ୟତାର ନିୟମ

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛୁ, ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଏକ ଭାଗଫଳ ମିଳେ ଏବଂ ଏକ ଭାଗଶେଷ ରହେ ବା କୌଣସି ଭାଗଶେଷ ରହେ ନାହିଁ । ତଳେ ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି-

$124 \div 2 = 62$ $\qquad$ $83 \div 10 =$ ଭାଗଫଳ 8 ଓ ଭାଗଶେଷ 3 ।

ପ୍ରଥମ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଭାଗଶେଷ ନାହିଁ ବା ଶୂନ, ମାତ୍ର ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଭାଗଶେଷ 3 । ଆମେ କହୁ, 124, 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ହରଣ କରି କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା 2 କିମ୍ବା 3 ଦ୍ୱାରା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ବିଭାଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ଜାଣିପାରୁ । କିନ୍ତୁ ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ 2 ବା 3 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ହରଣ କରି ତାହା ଭାଜକ ଦ୍ୱାରା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ବିଭାଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଅଧିକ ସମୟ ଲାଗିଥାଏ । ତେଣୁ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 ବା 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ନିୟମ ରହିଛି । ଆସ, ସେ ସବୁକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

(କ) 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମ

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର, ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

20, 32, 33, 44, 55, 59, 76, 48, 91, 37, 95

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 2 ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲା, ସେମାନଙ୍କର ଏକକ ଘରେ କେଉଁ କେଉଁ ଅଙ୍କ ଅଛି କହ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 0, 2, 4, 6 କିମ୍ବା 8 ଥାଏ, ତାହା 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଜାଣିଛ କି ?

ଯେଉଁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ତାକୁ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ, ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ, ତାହା ଅଯୁଗ୍ମ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମ ଖାତାରେ ନିମ୍ନରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯେପରି ଦୁଇଧାଡ଼ିରେ ଲେଖାଯାଇଛି ସେପରି ଲେଖ ।

11,	12,	13,	14,	15,	16,	17,	18,	19,	20,
21,	22,	23,	24,	25,	26,	27,	28,	29,	30

- ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଦୁଇ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଗୋଲ ବୁଲାଇ ଚିହ୍ନଟ କର ।
- 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଓ ତା'ର ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ହେଉଛି ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।
- 5 ଓ 6 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଉପରେ ପାଇଥିବା ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଠିକ୍ ହେଉଛି କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କର ।

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଲେଖ :

1. ଭାଗକ୍ରିୟା ନ କରି ତଳ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଯୁଗ୍ମ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

   120, 497, 6179, 1429, 1689, 18179, 24492, 2988,
   20000, 92723, 4872, 579871, 94700, 4444, 654324

2. (କ) ଏପରି ପାଞ୍ଚଟି ଓ ଛଅ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ ।

   (ଖ) ଦୁଇ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉ ନ ଥିବା ପାଞ୍ଚଟି ଛଅ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

(ଖ) 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମ

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକର –

24, 30, 32, 65, 70, 72, 10.213, 21.219, 300

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲା ପରେ ଭାଗଶେଷ କିଛି ରହୁନାହିଁ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

3ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉନଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଏବେ କହ, ଭାଗକ୍ରିୟା ନ କରି କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ବୋଲି କିପରି ଜାଣିବ ?

ଆମେ ଜାଣିଲେ : **ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 3ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟି 3ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।**

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଲେଖ –

3. (କ) 15342, 21304, 30000, 12401 ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଭାଗକ୍ରିୟା ନ କରି କହ ।

   (ଖ) 135✱278ରେ ଥିବା ତାରକା ଚହ୍ନିତ ସ୍ଥାନରେ କେଉଁ ଅଙ୍କ ଲେଖିଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ?

   (ଗ) 357024 ରେ ଥିବା ଶୂନ ବଦଳରେ କେଉଁ ଅଙ୍କ ଲେଖିଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ନାହିଁ ?

   (ଘ) ତିନୋଟି ଆଠ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଉଦାହରଣ ଦିଅ, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ ।

   (ଙ) ତିନୋଟି ଆଠ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ ନାହିଁ ।

   (ଚ) ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ (ଗ) ଓ (ଘ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ ଲାଗି କେତେଗୋଟି ଉତ୍ତର ସମ୍ଭବ ଦେଖ ।

(ଗ) 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମ

120, 125, 310, 312, 318, 410, 416, 515, 600, 620

ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

କେଉଁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲା ? କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲାନାହିଁ ?

4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶକ ଓ ଏକକ ଅଙ୍କକୁ ନେଇ ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ତାଲିକା କର ।

4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉନଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶକ ଓ ଏକକ ଅଙ୍କକୁ ନେଇ ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଲେଖ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର,

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶକ ଓ ଏକକ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କକୁ ନେଇ ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟାଟି 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟି 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

212 ର ଦଶକ ସ୍ଥାନରେ 1 ଓ ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 2 ଅଛି । ଏହି ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ଦୁଇଟି ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 12 । 12, 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେଣୁ 212 ମଧ୍ୟ 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଲେଖ :

4. (କ) ତୁମ ମନରୁ ଚାରୋଟି ଚାରିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଉଦାହରଣ ଦିଅ, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ ।

(ଖ) ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ କ'ଣ ଲେଖିଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ?

3142—2,   21343—4,   40036—,   2458342—

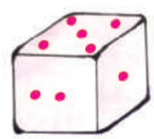
ଜାଣିଛ କି ?

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଡାହାଣରେ ଦୁଇଟି ବା ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଶୂନ ଥାଏ, ସେ ସଂଖ୍ୟା 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

- 300, 500, 800କୁ ନେଇ ଉପରିସ୍ଥ ନିୟମର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

(ଘ) 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମ

ଲୁଡୁ ଖେଳରେ ଗୋଟିଏ ପିଲା ଲୁଡୁଗୋଟି ପକାଇବା ବେଳେ ଆଠ ଥର କେବଳ 5 ପଡ଼ିଲା । ଯଦି ଦାନାଟି 0 ଉପରେ ଥାଏ, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ଲୁଡୁଗୋଟି ପଡ଼ିବା ପରେ ଦାନାଟି କେଉଁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦେଇଯିବ ଓ ଶେଷରେ କେଉଁଠାରେ ପହଞ୍ଚିବ ?



ସେହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ?

ଏହି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଏକକ ଘରେ କେଉଁ କେଉଁ ଅଙ୍କ ଅଛି ? ଏକକ ଘରେ 0 ଓ 5 ନ ଥିବା କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଦୁଇ ବା ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର, ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉଛନ୍ତି କି ? କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉଛି ବୋଲି କିପରି ଜାଣିବ ?

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଘର ଅଙ୍କ 0 ବା 5, ସେହି ସଂଖ୍ୟା 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : $5 \times 1 = 5$

$5 \times 2 = 10$

$5 \times 3 = 15$

$5 \times 4 = 20$ ଇତ୍ୟାଦି

ଜାଣିଛ କି ?

ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ, ଗୁଣଫଳର ଏକକ ଅଙ୍କ 5 କିମ୍ବା 0 ହୋଇଥାଏ ।

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଲେଖ :

5. (କ) ପାଞ୍ଚ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉଥିବା 4ଟି ପାଞ୍ଚ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

(ଖ) ପାଞ୍ଚ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉଥିବା 3ଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଓଲଟାଇ ଲେଖିଲେ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ମଧ୍ୟ 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ (ଉଦାହରଣ : 5386450) ।

(ଙ) 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମ

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଉଭୟ 2 ଓ 3 ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉଥିବା ପାଞ୍ଚଟି ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 6 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକ 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲା କି ନାହିଁ ଦେଖ ।
- ତିନୋଟି ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କିନ୍ତୁ 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉନଥିବ ।
- ତିନୋଟି ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କିନ୍ତୁ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉନଥିବ ।
- ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଭଳି ଏକ ସାରଣୀ ତୁମ ଖାତାରେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର । ତୁମେ ଉପରେ ଲେଖିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସାରଣୀର ବାମପଟ ଘରେ ତଳକୁ ତଳ ଲେଖି ସାରଣୀର ଅନ୍ୟ ଘରଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର ।

ସଂଖ୍ୟା	2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ?	3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ?	6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ?

ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି ଉଭୟ 2 ଓ 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ସେହି ସଂଖ୍ୟା 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

କହିଲ ଦେଖି :
6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉଥିବା ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଯେକୌଣସି ସ୍ଥାନରେ 6 ଲେଖିଲେ ଯେଉଁ ନୂଆ ସଂଖ୍ୟାଟି ପାଇବ, ତାହା 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ କି ?

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଲେଖ :

6. ଦୁଇଟି ଛଅ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

(ଚ) 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମ

1808, 3104, 3424 ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ? ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 8 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ପରେ ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବ ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ଆସ, ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ବିଶେଷତ୍ୱକୁ ଖୋଜି ବାହାର କରିବା ।

ଏହି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଶତକ, ଦଶକ ଓ ଏକକ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର। ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା 808, 104 ଓ 424 । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ।

ଏବେ ତୁମେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କର, ଯେଉଁମାନଙ୍କର ଶତକ, ଦଶକ ଓ ଏକକ ଘରର ଅଙ୍କକୁ ନେଇ ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟା 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ। ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ। ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବାର ଦେଖିବ।

ଜାଣିଛ କି ?

ଏକ ଦୁଇ ଓ ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ।

ଯେଉଁ ଚାରି ଅଙ୍କ ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଶତକ, ଦଶକ ଓ ଏକକ ଅଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟା 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟି 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ।

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଲେଖ :

7. (କ) 512, 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ। ଏହାର ବାମପଟେ ଆଉ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ଅଙ୍କ ଲେଖି ଯେଉଁ ନୂଆ ସଂଖ୍ୟାସବୁ ପାଇବ ସେଗୁଡ଼ିକ 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ କି ? ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ।

(ଖ) ତିନୋଟି ଚାରି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ।

(ଛ) 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମ

9 ର ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63...... ଇତ୍ୟାଦି, ସେହିଭଳି 5211, 31014, 2232 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ (ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ)।

ଉପରେ ଲେଖାଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟିର ବିଶେଷତ୍ୱକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର -

1+8=9, 2+7=9, 3+6=9, 4+5=9, 5+4=9, 6+3=9

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ମଧ୍ୟ 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ।

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଲେଖ :

8. (କ) ଚାରୋଟି ପାଞ୍ଚ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ।

(ଖ) ଏପରି ଦୁଇଟି ଚାରିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଉଭୟ 6 ଓ 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ।

9. ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାନେଇ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ :-

9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ?

3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ?

(ଜ) 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମ

121, 308, 1331, 61809, 251130 କୁ 11 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକର ଏବଂ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ, ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାରଣୀରୁ ଏହି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଅଙ୍କମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ଓ ସେଥିରେ ଥିବା ବିଶେଷତ୍ୱ ଜାଣିବା।

ସଂଖ୍ୟା	ଡାହାଣପଟୁ ଅଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି	ଡାହାଣପଟୁ ଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି	ପୂର୍ବ ଦୁଇ ଘରେ ମିଳିଥିବା ଫଳର ପାର୍ଥକ୍ୟ
121	1+1= 2	2	2-2=0
308	8+3=11	0	11-0=11
1331	1+3=4	3+1=4	4-4=0
61809	9+8+6=23	0+1=1	23-1=22
251130	0+1+5=6	3+1+2=6	6-6=0

ଆମେ ଏହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ 0 କିମ୍ବା 11 ର ଗୁଣିତକ ହେଉଛି । ଏହି ସବୁ ସଂଖ୍ୟା 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଏବେ 89244 କୁ ନେବା । ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ଡାହାଣ ପଟୁ ବାମକୁ ଗଲେ ପ୍ରଥମ, ତୃତୀୟ ଓ ପଞ୍ଚମ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ ଯଥାକ୍ରମେ 4, 2 ଓ 8, ସେମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ହେଲା 4 + 2 + 8 = 14 । ସେହିପରି ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ଚତୁର୍ଥ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କ ଦୁଇଟି ହେଉଛନ୍ତି 4 ଓ 9, ସେମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ହେଲା 4 + 9 = 13 ।

ଏଠାରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ହେଉଛି 14 -13 =1, ଏହି ସଂଖ୍ୟାଟି 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ -

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଡାହାଣରୁ ଅଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ଓ ଯୁଗ୍ମସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟିର ପାର୍ଥକ୍ୟ ଶୂନ (0) ବା 11ର ଏକ ଗୁଣିତକ ସଙ୍ଗେ ସମାନ, ସେ ସଂଖ୍ୟା 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.2

୧. ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମକୁ ବ୍ୟବହାର କରି, ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 2 ଦ୍ୱାରା, 3 ଦ୍ୱାରା, 4ଦ୍ୱାରା, 5 ଦ୍ୱାରା, 6 ଦ୍ୱାରା, 8 ଦ୍ୱାରା, 9 ଦ୍ୱାରା, 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କର ଓ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ତଳେ ଥିବା ଘରେ ଠିକ ( ) ଚିହ୍ନ ଦିଅ ।।

ସଂଖ୍ୟା	କାହା ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ?						
	2	3	4	5	6	8	9	11
990								
1586								
400								
6666								
639210								
429714								
2856								
900000								
999999								

2.3 ଗୁଣନୀୟକ ଓ ଗୁଣିତକ :

ତୁମେ ଗୁଣନୀୟକ ଓ ଗୁଣିତକ ବିଷୟରେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଜାଣିଛ । ଆସ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମନେ ପକାଇବା -

- 12 କୁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

ଯେପରି - 12 = 1 x 12
= 2 x 6
= 3 x 4

12 ର ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ - 1, 2, 3, 4, 6 ଓ 12 ।

ସେହିପରି 18 ର ଗୁଣନୀୟକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ପାଇବା - 1, 2, 3, 6, 9 ଓ 18 ।

ଏବେ କୁହ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକ 12 ଓ 18 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ।

- ଏବେ 8 ଓ 9 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା

8 ର ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ - 1, 2, 4 ଓ 8, ସେହିପରି 9 ର ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକ- 1, 3 ଓ 9

8 ଓ 9 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ?

ଏଠାରେ କେବଳ '1' ହେଉଛି 8 ଓ 9ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ।

ଏହିପରି ଯୋଡ଼ି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **ପରସ୍ପର ମୌଳିକ** ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

8 ଓ 9 ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ।

କହିଲ ଦେଖି :
ତୁମେ ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

- କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି, ଯେଉଁମାନଙ୍କର କେବଳ ମାତ୍ର ଦୁଇଟି ଗୁଣନୀୟକ ଅଛି ।

ଯେପରି, 7 ର ଗୁଣନୀୟକ = 1 ଓ 7 11ର ଗୁଣନୀୟକ= 1 ଓ 11

- ଏହିଭଳି କେବଳ ଦୁଇଟି ମାତ୍ର ଗୁଣନୀୟକ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ **ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ । ସେହିଭଳି ତୁମେ ଆଉ ପାଞ୍ଚଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।
- ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଗୁଣନୀୟକ ଅଛି ସେଗୁଡ଼ିକୁ **ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ ।

15 ର ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 1, 3, 5,15 । ଏଣୁ 15 ଏକ ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା । ଏହିଭଳି ତୁମେ ଚାରୋଟି ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା କହ ।

- 4 x 1 = 4, 4 x 2 = 8, 4 x 3 = 12, 4 x 4=16.......
ଏଠାରେ 4, 8, 12, 16.......... ହେଉଛନ୍ତି 4 ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗୁଣିତକ ।

ସେହିପରି 6 ର ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକୁ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା, 6 ର ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 6, 12, 18, 24..........

କହିଲ ଦେଖି :
ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର କେତୋଟି ଗୁଣିତକ ଅଛି ?
ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ସବୁଠାରୁ ସାନ ଗୁଣିତକ କେତେ ?
ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ଗୁଣିତକ କେତେ ?

- 3 ର ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ - 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24..............

  4 ର ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ - 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28,32............

  3 ଓ 4ର ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ - 12, 24.......... ଇତ୍ୟାଦି ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- 6 ର ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କୁ ଲେଖ ।
- 6 ର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?
- 6 ର ଦୁଇ ଗୁଣ କେତେ କହ ।
- 6 ର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ ସମଷ୍ଟି ଓ 6 ର ଦୁଇ ଗୁଣ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ଦେଖିଲ ?

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି, ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଗୁଣ ସହ ସମାନ, ତାହାକୁ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

1 ରୁ 30 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ପରୀକ୍ଷାକର ଏବଂ ଆଉ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ତାହା ସ୍ଥିର କର ।

ଗୋଲ୍ଡ଼ବାକ ତଥ୍ୟ

4 ରୁ ବଡ଼ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରି ହେବ ।

ଯଥା - 6 = 3+3

18 = 7+11 ଇତ୍ୟାଦି

ଗୋଲ୍ଡ଼ବାକ ନାମକ ଜଣେ ଗଣିତଜ୍ଞ ପ୍ରଥମେ ଏହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିଲେ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.3

1. 10 ଓ 30 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।
2. 3, 4 ଓ 5 ର ତିନୋଟି ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ଲେଖ ।
3. 60 ଓ 75 ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।
4. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତିକୁ ପଢ଼ି ତାହା ଭୁଲ୍ କି ଠିକ୍ କହ ।
   (ଉପଯୁକ୍ତ କାରଣ ଦେଇ ତୁମ ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।)

   କ) କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଅସଂଖ୍ୟ ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ ।

   ଖ) 4 ଓ 9 ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ।

କହିଲ ଦେଖି :
1 ରୁ 20 ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

ଗ) କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ସେହି ସଂଖ୍ୟାର କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଗୁଣନୀୟକ ।

ଘ) 9 ଓ 13 ର କୌଣସି ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ନାହିଁ ।

ଙ) କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ ।

ଚ) 12 ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ।

2.4. ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ

କୌଣସି ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବହୁ ପ୍ରକାରରେ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୁପ ସଂଖ୍ୟା 60 ର ଗୁଣନୀୟକକୁ ଆମେ ଏହି ପରି ଲେଖିଥାଉ ।

(କ) 2 x 30 (ଖ) 3 x 20 (ଗ) 4 x 15

(ଘ) 5 x 12 (ଙ) 6 x 10 (ଚ) 2 x 2 x 3 x 5

ଏହି ଗୁଣନୀୟକ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଅଟେ । ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ଚତୁର୍ଥ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନୀୟକ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଏକ ଗୁଣନୀୟକ ମୌଳିକ ଓ ଅନ୍ୟଟି ଯୌଗିକ, ତୃତୀୟ ଓ ପଞ୍ଚମ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଥିବା ଗୁଣନୀୟକ ମଧ୍ୟରେ ଉଭୟ ଗୁଣନୀୟକ ଯୌଗିକ । କିନ୍ତୁ ଷଷ୍ଠ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନୀୟକ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୁଣନୀୟକ ମୌଳିକ ।

କୌଣସି ଗୁଣନୀୟକ ଅପେକ୍ଷା ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକର ଗୁରୁତ୍ୱ ଅଧିକ । କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନୀୟକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ଯୌଗିକ ଗୁଣନୀୟକ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରେ ସମ୍ଭବ । ମାତ୍ର ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ କେବଳ ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ ପ୍ରକାର । ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର କ୍ରମ ବଦଳିପାରେ, ମାତ୍ର ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିବେ । ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଉଦାହରଣ ଦେଖ :

$$6 = 2 \times 3 \text{ ଓ } 25 = 5 \times 5$$

ଏହାକୁ ସଂଖ୍ୟାର ଅନନ୍ୟ ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ନିୟମ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ - 1 : ସଂଖ୍ୟା 420 କୁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର :

ସମାଧାନ : ସଂଖ୍ୟା 420, 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଓ 2 ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

ଏଣୁ, 420 = 2 x 210

ପୁନର୍ବାର 210 = 2 x 105

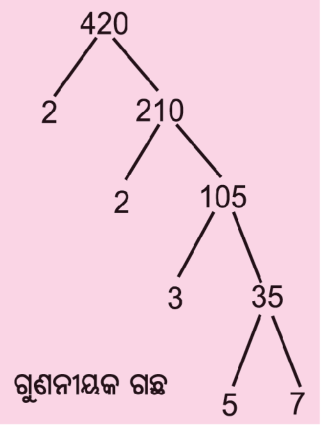
ଏଣୁ, 420 = 2 x 2 x 105

105 ଏକ ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଓ 105 = 3 x 35

ଏହିପରି, 420 = 2 x 2 x 3 x 35

ଏବେ ମଧ୍ୟ 35 ଏକ ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାକୁ 5 x 7 ରୂପେ ଲେଖାଯିବ ।

ଏହିପରି, 420 = 2 x 2 x 3 x 5 x 7



ଗୁଣନୀୟକ ଗଛ

ଏଠାରେ ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ ମୌଳିକ । ଏଣୁ, ଆମେ 420 କୁ **ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ** କଲେ । ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ରୂପେ ଦର୍ଶାଇପାରିବା :

2	420
2	210
3	105
5	35
	7

$420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$

ଉତ୍ତର ଲେଖ –

(କ) ପାଞ୍ଚ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସବୁଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଓ ତାକୁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

(ଖ) 4 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସବୁଠାରୁ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଓ ଏହାକୁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

(ଗ) 1729ର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ । ଏଥିରେ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧ ପ୍ରକାଶ କର ।

2.5 ଗରିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ (ଗ.ସା.ଗୁ)

ଦୁଇଟି ବା ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର **ଗରିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ** ବା ଗ.ସା.ଗୁ. ଏକ ଅଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା

- ଯାହା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନୀୟକ ଅର୍ଥାତ ଏହା ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ହୋଇଥାଏ ଓ
- ସମସ୍ତ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ମଧ୍ୟରେ ସବୁଠାରୁ ବଡ ହୋଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : ଆସ, ସଂଖ୍ୟା 12 ଓ 16 ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

12 ର ଗୁଣନୀୟକ : 1, 2, 3, 4, 6, 12

16 ର ଗୁଣନୀୟକ : 1,2, 4, 8, 16

ଏଠାରେ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ହେଲା, 1,2 ଓ 4 । ଏଥି ମଧ୍ୟରେ 4 ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ । ଅର୍ଥାତ ସଂଖ୍ୟା 12 ଓ 16 ର ଗ.ସା.ଗୁ. 4 ଅଟେ ।

ଦୁଇ ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ଜାଣିବା ପାଇଁ ସାଧାରଣତଃ ଯେଉଁ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ, ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା, ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ ପ୍ରଣାଳୀ, ସାଧାରଣ ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଓ ନିରନ୍ତର ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀ । ଏବେ ଆମେ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

2.5.1. ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ ପ୍ରଣାଳୀ :

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ତିନୋଟି ସୋପାନରେ ସମ୍ପାଦିତ ହୁଏ :

ସୋପାନ 1 : ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର (ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ଲେଖ)

ସୋପାନ 2 : ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ ମଧ୍ୟରୁ ସାଧାରଣ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ନିଅ ।

ସୋପାନ 3 : ତୁମେ ପାଇଥିବା ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ, ଗ.ସା.ଗୁ. ପାଇବ ।

ଉଦାହରଣ -1 : ସଂଖ୍ୟା 24 ଓ 40 ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ସୋପାନ 1 : $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

ସୋପାନ 2 : ସାଧାରଣ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକମାନ ହେଲେ, 2, 2 ଓ 2

ସୋପାନ 3 : ଗ.ସା.ଗୁ. $= 2 \times 2 \times 2 = 8$

ଉଦାହରଣ -2 : 144, 180, 192 ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ସୋପାନ 1 : $144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

$192 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ସୋପାନ 2 : ସାଧାରଣ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ଅଟେ : 2 ଓ 3

ସୋପାନ 3 : ଗ.ସା.ଗୁ. $= 2 \times 2 \times 3 = 12$

ଉଦାହରଣ -3 : 27 ଓ 80ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ସୋପାନ 1 : $27 = 3 \times 3 \times 3$

$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$

ସୋପାନ 2 : ଏଠାରେ କୌଣସି ଗୁଣନୀୟକ ସାଧାରଣ ନୁହେଁ । ଏଣୁ ଗ.ସା.ଗୁ 1 ଅଟେ ।

2.5.2. କ୍ରମିକ ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀ

ସାଧାରଣ ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ 24 ଓ 40 ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିମ୍ନ ମତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

2	24, 40
2	12, 20
2	6, 10
2	3, 5

ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟା ଯେଉଁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ କ୍ରମିକ ଭାବେ ଭାଗ କରାଯାଇଛି ।

ଗ.ସା.ଗୁ.$= 2 \times 2 \times 2 = 8$

ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଦ୍ୱାରା ଗ.ସା.ଗୁ. ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ଉଚିତ୍। ଛୋଟ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ ସହଜ ହୋଇଥାଏ। ମାତ୍ର, ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ ଅର୍ଥାତ୍ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଏତେ ସହଜ ନୁହେଁ। ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ଗ.ସା.ଗୁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ ଏକ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ, **ନିରନ୍ତର ଭାଗକ୍ରିୟା** ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରୁ।

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ଗୁଣନୀୟକ ସାଧାରଣ ହୁଏନାହିଁ, ସେତେବେଳେ ଗ.ସା.ଗୁ. 1 ହୁଏ। ଏହିପରି ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରସ୍ପର ମୌଳିକ କୁହାଯାଏ ।

2.5.3 ନିରନ୍ତର ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀ

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ଦ୍ୱାରା ଆମେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିମ୍ନ ସୋପାନରେ ପାଇପାରିବା :

ସୋପାନ 1 : ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଭାଗକରି ଭାଗଶେଷ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସୋପାନ 2 : ଯଦି ଭାଗଶେଷ ଶୂନ ହୁଏ, ତେବେ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାଟି ଗ.ସା.ଗୁ ଅଟେ। ଯଦି ଭାଗଶେଷ ଶୂନ ନହୁଏ, ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପୂର୍ବ ଭାଗଶେଷ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରି ନୂଆ ଭାଗଶେଷ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସୋପାନ 3 : ଯଦି ନୂଆ ଭାଗଶେଷ ଶୂନ ହୁଏ, ତେବେ ପୂର୍ବ ଭାଜକ ଗ.ସା.ଗୁ। ଯଦି ଭାଗଶେଷ ଶୂନ ନହୁଏ, ପୂର୍ବ ଭାଜକକୁ ଏହି ଭାଗଶେଷ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର। ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ବାରମ୍ବାର କରିଚାଲ। ଯେଉଁଠି ଭାଗଶେଷ ଶୂନ ହେବ, ସେଠାରେ କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷ ହେବ। ଭାଗଶେଷ ଶୂନ ହେଲେ ଶେଷ ଭାଜକ ଗ.ସା.ଗୁ. ହେବ।

ଉଦାହରଣ -4 : 24 ଓ 40 ଗ.ସା.ଗୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ସୋପାନ 1 :

```
24)40(1
   24
   ---
```

ସୋପାନ 2 :

```
16)24(1
   16
   ---
```

ସୋପାନ 3 :

```
8)16(2
  16
  ---
   0
```

> **କହିଲ ଦେଖି :**
>
> ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ବିଶ୍ଳେଷଣ ପ୍ରଣାଳୀରେ 24 ଓ 40ର ଗ.ସା.ଗୁ. କେତେ ହେବ ?

ଏହିପରି 24 ଓ 40 ର ଗ.ସା.ଗୁ. 8 ଅଟେ।

ଯଦି ଦୁଇରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟା ଥାଏ, ତେବେ ପ୍ରଥମେ ଆମେ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ବାହାର କରିବା। ତାପରେ ଅବଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପୂର୍ବ ଗ.ସା.ଗୁ.ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା। ସବୁ ସଂଖ୍ୟାର ବିଚାର ନହେଲା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ବାରମ୍ବାର କରିଚାଲ। ଶେଷ ଗ.ସା.ଗୁ. ହିଁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଗ.ସା.ଗୁ. ହେବ। ଏହି ଶେଷ ଗ.ସା.ଗୁ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ। କିନ୍ତୁ ଯଦି ଆମେ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ନେବା, ତେବେ କାର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରଣାଳୀ ସରଳ ହୋଇଯିବ ।

ଉଦାହରଣ -5 : 144, 180 ଓ 192 ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

```
144)180(1
    144
    36)144(4
       144
        0
```

144 ଓ 180 ର ଗ.ସା.ଗୁ 36 ଅଟେ । ଏବେ ଆମେ 36 ଓ 192 ର ଗ.ସା.ଗୁ ବାହାର କରିବା ।

```
36)192(1
   180
    12)36(3
       36
        0
```

36 ଓ 192 ର ଗ.ସା.ଗୁ 12

$\therefore$ 144, 180 ଓ 192 ର ଗ.ସା.ଗୁ. 12 ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.4

1. 65610 ସଂଖ୍ୟାଟି 27 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । 65610 ର ନିକଟତମ ଏପରି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ବାହାର କର ଯାହା 27 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଅଟେ ।
2. ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. କେଉଁ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା 245 ଓ 1029 କୁ ଭାଗକଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳରେ 5 ଭାଗଶେଷ ରହିବ ?
4. ଦୁଇଟି ଟ୍ୟାଙ୍କରରେ ଯଥାକ୍ରମେ 850 ଲିଟର ଓ 680 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ ଆସେ । ତୁମେ ଏଭଳି ପେଟ୍ରୋଲ ରଖିବା ପାତ୍ର ଆଣିବ ଯେଉଁଥିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟ୍ୟାଙ୍କରରେ ପେଟ୍ରୋଲ ପୂର୍ଣ୍ଣଥରରେ ମାପ କରିହେବ ।
5. କେଉଁ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା 398, 436 ଓ 542 କୁ ଭାଗକଲେ ଯଥାକ୍ରମେ 7, 11 ଓ 15 ଭାଗଶେଷ ବଳିବ ? (ସୂଚନା : 398-7, 436-11, 542-15 ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)
6. ଗୋଟିଏ କୋଠରିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 5 ମି. 25 ସେମି., 6ମି. 75. ସେ.ମି. ଓ 4 ମି. 50 ସେ.ମି. ଅଟେ । ତୁମେ ଏଭଳି ଏକ ବୃହତ୍ତମ ବାଡ଼ି ଠିକ୍ କର ଯେଉଁଥିରେ କୋଠରିର ଲମ୍ବ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ପୂର୍ଣ୍ଣଥରରେ ମପାଯାଇପାରିବ ।
7. ଉଦାହରଣ ନେଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତି ଠିକ୍ କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କର (ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତି ପାଇଁ ତିନୋଟି ଉଦାହରଣ ନିଅ) ।
   (କ) ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ 1 ଅଟେ ।
   (ଖ) ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ 1 ଅଟେ ।
   (ଗ) ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୋଟିଏ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ।
   (ଘ) ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. 2 ।
   (ଙ) ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. 2 ।

2.6. ଲଘିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ (ଲ.ସା.ଗୁ.)

ଦୁଇ ବା ଦୁଇରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ଲଘିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ (ଲ.ସା.ଗୁ.) ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ, ଯାହା-

- ଏହି ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ଗୁଣିତକ
- ସମସ୍ତ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ମଧ୍ୟରେ ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ହୁଏ ।

କହିଲ ଦେଖି :
ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ ଗୁଣିତକକୁ ସ୍ଥିର କରିପାରିବ କି ? କାହିଁକି ?

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 8 ର ଗୁଣିତକ 8, 16, 24 ....

ଓ 12 ର ଗୁଣିତକ 12, 24, 36 .... ।

ଏଠାରେ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ହେଉଛି : 24, 48 ...... । ଏଥି ମଧ୍ୟରୁ ସବୁଠାରୁ ସାନ ବା ଲଘିଷ୍ଠ ସଂଖ୍ୟା 24 । ଏଣୁ 8 ଓ 12 ର ଲ.ସା.ଗୁ 24 ଅଟେ । ଧ୍ୟାନ ଦିଅ, ଲ.ସା.ଗୁ. 24 ସଂଖ୍ୟା 8 ଓ 12 ଠାରୁ ବଡ଼ । ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସାଧାରଣତଃ ଦୁଇଟି ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ । ଏହି ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡ଼ିକ ହେଲା : ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ପ୍ରଣାଳୀ ଓ ସାଧାରଣ ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀ ।

2.6.1. ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ ପ୍ରଣାଳୀ

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଆମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ଲେଖୁ । ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କରେ ଥିବା ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କରି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୁଣନୀୟକ ସର୍ବାଧିକ ଯେତେଥର ଥାଏ ସେତେଥର ନିଆଯାଏ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଗୁଣନ କରାଯାଏ । ଏହି ଗୁଣଫଳ ହିଁ ଲ.ସା.ଗୁ. ହେବ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଦେଖ :

ଉଦାହରଣ -1 : ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) 24 ଓ 40 ର (ଖ) 40, 48 ଓ 75 ର

ସମାଧାନ : (କ) ଏଠାରେ $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ଓ $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

ଏଠାରେ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ଅଟେ 2, 3 ଓ 5 । ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନୀୟକ 2 ର ସର୍ବାଧିକ ସଂଖ୍ୟା ତିନି, 3 ର ସର୍ବାଧିକ ସଂଖ୍ୟା ଏକ, 5 ର ସର୍ବାଧିକ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ।

ଏଣୁ ଲ.ସା.ଗୁ. = 2 x 2 x 2 x 3 x 5 = 120

(ଖ) ଏଠାରେ $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$75 = 3 \times 5 \times 5$

ଏଠାରେ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ଅଟେ 2, 3 ଓ 5 । ଏଣୁ ଲ.ସା.ଗୁ. = 2 x 2 x 2 x 2 x 3 x 5 x 5 = 1200

2.6.2 କ୍ରମିକ ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀ

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଆମେ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁ :

- ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅଲଗା ଅଲଗା କରି ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ଲେଖୁ।
- ଆମେ ଏପରି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁ, ଯାହା ଦ୍ୱାରା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଧାଡ଼ିରେ ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅତି କମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ବିଭାଜ୍ୟ ହୋଇଥିବ।
- ଏହି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭାଗ କରି ଭାଗଫଳକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ତଳେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଧାଡ଼ିରେ ଲେଖାଯାଏ। ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଏହି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ, ତାକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଧାଡ଼ିରେ ସେହିପରି ଲେଖାଯାଏ।
- ଏହିଠାରେ ଓ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସୋପାନରେ 2ୟ ଓ 3ୟ ସୋପାନର ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କରି ପରବର୍ତ୍ତୀ ଧାଡ଼ିକୁ ଯିବା। ଯେତେବେଳେ ସବୁ ସ୍ଥାନରେ 1 ମିଳିବ। ସେତେବେଳେ ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟା ଶେଷ ହେବ।
- ଏହିପରି ମିଳିଥିବା ସମସ୍ତ ମୌଳିକ ଭାଜକର ଗୁଣଫଳ ହିଁ ଲ.ସା.ଗୁ ଅଟେ।

ଉଦାହରଣ -2 : ସଂଖ୍ୟା 20, 25, 30 ଓ 40 ର ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

ସମାଧାନ : ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲା : 20, 25, 30 ଓ 40 ।

2	20,	25,	30,	40,
2	10,	25,	15,	20,
2	5,	25,	15,	10,
3	5,	25,	15,	5,
5	5,	25,	5,	5,
5	1,	5,	1,	1,
	1,	1,	1,	1,

ଜାଣିଛ କି ?

ମୌଳିକ ଭାଜକ ସ୍ଥିର କଲାବେଳେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ନେଲେ କାର୍ଯ୍ୟଟି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ହେବ।

ଲ.ସା.ଗୁ. = 2 x 2 x 2 x 3 x 5 x 5 = 600

ଉଦାହରଣ -3 : କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାକୁ 12, 16, 24 ଓ 36 ଦ୍ୱାରା ଅଲଗା ଅଲଗା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ ପ୍ରତି ସ୍ଥଳରେ 7 ରହିବ।

ସାମଧାନ : ଯେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାକୁ 12, 16, 24 ଓ 36 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ 0 ଭାଗଶେଷ ରହେ ତାହା ହେଉଛି ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ଲ.ସା.ଗୁ. । ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ଲ.ସା.ଗୁ.ରୁ 7 ଅଧିକ।

12, 16, 24 ଓ 36 ର ଲ.ସା.ଗୁ. କେତେ ହେଉଛି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି କହ।

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ ଲ.ସା.ଗୁ. 144 ପାଇଥିବ।

ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସଂଖ୍ୟା = 144 + 7 = 151 ଅଟେ।

2.7. ଗ.ସା.ଗୁ. ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. ର ଧର୍ମ

- କୌଣସି ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ସେହି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ସମାନ ବା ତା'ଠାରୁ କମ୍ ହୁଏ ।
- କୌଣସି ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଲ.ସା.ଗୁ. ସେହି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ସମାନ ବା ତା'ଠାରୁ ବଡ଼ ହୁଏ ।
- ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ଦ୍ୱାରା ସେମାନଙ୍କର ଲ.ସା.ଗୁ. ବିଭାଜ୍ୟ ଅଟେ । ଅର୍ଥାତ୍ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଲ.ସା.ଗୁ. ସେମାନଙ୍କର ଗ.ସା.ଗୁ.ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଅଟେ ।
- ଯଦି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ସେହି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିକ ସହିତ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ସେ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଲ.ସା.ଗୁ. ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହୁଏ ।
- ଦୁଇଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଲ.ସା.ଗୁ. ସେ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧର୍ମର ସତ୍ୟତା ଜାଣିବା ନିମନ୍ତେ ଦୁଇ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ସେମାନଙ୍କର ଗ.ସା.ଗୁ. ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପରୀକ୍ଷା କର ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ନିଅ, ସେ ଦୁଇଟିକୁ ତୁମ ଖାତାରେ ଲେଖ ।
- ତୁମେ ନେଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ତୁମେ ନେଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ତୁମେ ପାଇଥିବା ଲ.ସା.ଗୁ. ଓ ଗ.ସା.ଗୁ.ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ଏବେ ତୁମେ ନେଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେଉଛି ସ୍ଥିର କର ।
- ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ ସହିତ ଲ.ସା.ଗୁ. ଓ ଗ.ସା.ଗୁ.ର ଗୁଣଫଳର କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ପାଉଛ ?
- ସେହିଭଳି ଆଉ ଦୁଇଯୋଡ଼ା ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଉପରୋକ୍ତ ସୋପାନରେ କାମ କର ।

ଉପରୋକ୍ତ କାମରୁ ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ ଯେ-

ଲ.ସା.ଗୁ. x ଗ.ସା.ଗୁ. = ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ

କହିଲ ଦେଖି :

- ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଓ ସେମାନଙ୍କର ଲ.ସା.ଗୁ. ଦିଆଯାଇଥିଲେ, ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ? କିପରି ?

ଉଦାହରଣ - 1 : ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. 5 ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. 280 । ଯଦି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 35 ହୁଏ, ତେବେ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଲ. ସା.ଗୁ. x ଗ.ସା.ଗୁ. = 280 x 5 = 1400

∴ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା x ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା = 1400

ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା 35 ଅଟେ ।

∴ 35 x ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା = 1400

ଏଣୁ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଟି = 1400 ÷ 35 = 40

କହିଲ ଦେଖି :
ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ 21 ହେଲେ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଲ.ସା.ଗୁ. କେତେ ?

ଉଦାହରଣ -2 : ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ 3000 ଅଟେ । ଯଦି ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଗ.ସା.ଗୁ. 10 ହୁଏ, ତେବେ ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଲ. ସା.ଗୁ. x ଗ.ସା.ଗୁ = ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ

ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଗ.ସା.ଗୁ. = 10, ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ = 3000

∴ 10 x ଲ. ସା. ଗୁ. = 3000

ଏଣୁ ଲ.ସା.ଗୁ. = 3000 ÷ 10 = 300

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.5

1. ଯଦି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଲ.ସା.ଗୁ. 16 ଓ ସେ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ 64 ହୁଏ ତେବେ ତା'ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
2. ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ସର୍ବଦା ତା'ର ଗ.ସା.ଗୁ. ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. ର ଗୁଣଫଳ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ କି ?
3. ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. ଯଥାକ୍ରମେ 13 ଓ 1989 ଅଟେ । ଯଦି ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 117 ହୁଏ, ତେବେ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?
4. ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. 14 ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. 204 ହୋଇପାରିବ କି ? କାରଣ ସହିତ ଉତ୍ତର ଦିଅ ।
5. ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀରେ ଦୁଇଟି ବିଭାଗ ଅଛି । ସେ ଦୁଇଟି ହେଲେ A ଓ B । A ବିଭାଗରେ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ପ୍ରତି 32 ଦିନର ବ୍ୟବଧାନରେ ପ୍ରତିଯୋଗିତା ଆୟୋଜନ କରନ୍ତି । B ବିଭାଗର ଛାତ୍ର-ଛାତ୍ରୀମାନେ ଏହି ପ୍ରତିଯୋଗିତା 36 ଦିନର ବ୍ୟବଧାନରେ ଆୟୋଜନ କରନ୍ତି । ଦୁଇଟି ବିଭାଗ ବର୍ଷ ଆରମ୍ଭର ପ୍ରଥମ ଦିନ ପ୍ରତିଯୋଗିତା ଆୟୋଜନ କରନ୍ତି । ଏଠାରେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯେତେଦିନ ପରେ ଉଭୟ ବିଭାଗର ପ୍ରତିଯୋଗିତା ଏକା ଦିନରେ ହେବ ।
6. 10,000ର ନିକଟତମ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା 2, 3, 4, 5, 6 ଓ 7 ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦ୍ୱାରା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବେ ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ତୃତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ଜ୍ୟାମିତିରେ ମୌଳିକ ଧାରଣା

C62HSA

3.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଆମେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ସାମତଳିକ ବା ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ ଚିତ୍ର ସହ ପରିଚିତ ହୋଇଛୁ । ତ୍ରିଭୁଜ, ଆୟତଚିତ୍ର ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଭଳି ସାମତଳିକ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, ବାହୁ, କୋଣ ଆଦି ଚିହ୍ନିଛୁ । କେତେକ ପ୍ରକାର ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ଆକୃତି ଯଥା : ସମଘନ ଓ ଆୟତଘନ ସହ ପରିଚିତ ହୋଇଛୁ ।

ବୃତ୍ତ ଭଳି ବକ୍ରରେଖା ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ର ସହ ପରିଚିତ ହେବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ଏହାର କେନ୍ଦ୍ର, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ବ୍ୟାସକୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ଶିଖିଛୁ ।

ବିଭିନ୍ନ ମାପବିଶିଷ୍ଟ କୋଣର ବିଭାଗୀକରଣ ଓ ତ୍ରିଭୁଜର ବିଭାଗୀକରଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛୁ । ଆସ, ସେସବୁକୁ ମନେ ପକାଇବା ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 3.1

1. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ନାମକରଣ କର । ତା'ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, କୋଣ ଓ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ ।
2. ବୃତ୍ତରେ ତା'ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ କେନ୍ଦ୍ରକୁ ଦର୍ଶାଅ ।
3. ନିମ୍ନ ମାପବିଶିଷ୍ଟ କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ, ସମକୋଣ ଓ ସ୍ଥୂଳକୋଣରେ ବର୍ଗୀକରଣ କର ।

   $30^{\circ}, 175^{\circ}, 90^{\circ}, 45^{\circ}, 89^{\circ}, 115^{\circ}, 95^{\circ}, 20^{\circ}$

3.2 ଜ୍ୟାମିତିରେ କେତେକ ମୌଳିକ ଧାରଣା

ଆଧୁନିକ ଦୁନିଆଁରେ କରାଯାଉଥିବା ନିର୍ମାଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଯଥା : ବନ୍ଧନିର୍ମାଣ, କାରଖାନା ନିର୍ମାଣ, ଅଟ୍ଟାଳିକା ନିର୍ମାଣ ଆଦି ସହ ଜମିର ମାପ ସାଙ୍ଗକୁ ଅନ୍ୟ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ବସ୍ତୁର ପରିମାପ ମଧ୍ୟ ଜ୍ୟାମିତି ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ । ଏ ସବୁକୁ ଆଖିରେ ରଖି ଜ୍ୟାମିତିର ରୂପରେଖକୁ ବ୍ୟାପକ କରାଯାଇଛି ।

ଜାଣିଛ କି ?

ଜ୍ୟାମିତି ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରର ଏକ ମୁଖ୍ୟ ଅଂଶ । ଜ୍ୟାମିତି **'ଜ୍ୟା ଓ ମିତି'** ଦୁଇଟି ଶବ୍ଦର ସଂଯୋଜନାରୁ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି । 'ଜ୍ୟା' ଅର୍ଥ ଭୂମି ଓ 'ମିତି' ଅର୍ଥ ପରିମାପ । ଏଥିରୁ ବୁଝାପଡ଼େ ଯେ ଭୂମିର ପରିମାପ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନାରୁ ଜ୍ୟାମିତି ଶାସ୍ତ୍ର ଉତ୍ପତ୍ତି ।

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ଘର, ପୋଷାକ, ବସ୍ତୁ ତଥା ସମସ୍ତ ଆସବାସ ନିର୍ମାଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଜ୍ୟାମିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଜ୍ଞାନ ଆମକୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଏ । ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଧାରଣା ଦେବା ପାଇଁ ସର୍ବଦା ସ୍ଥୂଳବସ୍ତୁର ଧାରଣରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ସୂକ୍ଷ୍ମ ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟର ଅବଧାରଣା କରିବାର ପ୍ରୟାସ କରାଯାଇଛି ।

3.2.1. ବିନ୍ଦୁ :

କଲମ ବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ମୁନ ସାହାଯ୍ୟରେ କାଗଜ ପୃଷ୍ଠାରେ ଗୋଟିଏ ଦାଗ (.) ଦେଇ ଦେଲେ ତାକୁ ଆମେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ବୋଲି କହିବା । ପଡ଼ିଆରେ ଗୋଲ୍ ପୋଷ୍ଟଟିଏ ପୋତିବା ଲାଗି ଖେଳଶିକ୍ଷକ ଯେଉଁ ଚିହ୍ନ ଦିଅନ୍ତି, ତାକୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ କହିବା କି ନାହିଁ ଭାବିଲ ? ବଗିଚାରେ ଗଛଟିଏ କେଉଁଠି ପୋତାଯିବ ସେ ସ୍ଥାନ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଲାଗି ଯେଉଁ ଚିହ୍ନଟି ଦିଆଯାଏ, ତାକୁ ବିନ୍ଦୁ କହିବା କି ନାହିଁ ଭାବିଲ ?

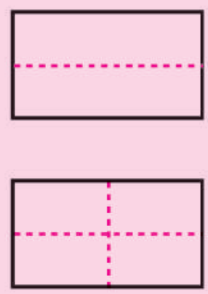
ଚକ୍ ଖଡ଼ିରେ ଶିକ୍ଷକ କଳାପଟାରେ ଯେଉଁ ଆକାରର ଦାଗ ଦେଇ ତାକୁ ବିନ୍ଦୁ ବୋଲି କହନ୍ତି, ତୁମ ଖାତାରେ ତୁମେ ସେହି ଆକାରର ବିନ୍ଦୁଟିଏ ଦର୍ଶାଇଲେ ଶିକ୍ଷକ ତାକୁ ନାପସନ୍ଦ କରନ୍ତି କାହିଁକି (ପଚାରି ବୁଝ) ?

ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟ ଆଲୋଚନା କରିବା ଲାଗି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁର ଆକାର କେତେ ବଡ଼, ସେ କଥା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ନାହିଁ । ବିନ୍ଦୁ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଯାହା ଜାଣିଲେ ସେହି ଧାରଣାକୁ ଜ୍ୟାମିତି କ୍ଷେତ୍ରରେ କିପରି ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ତାହା ପରେ ପଢ଼ିବ ।

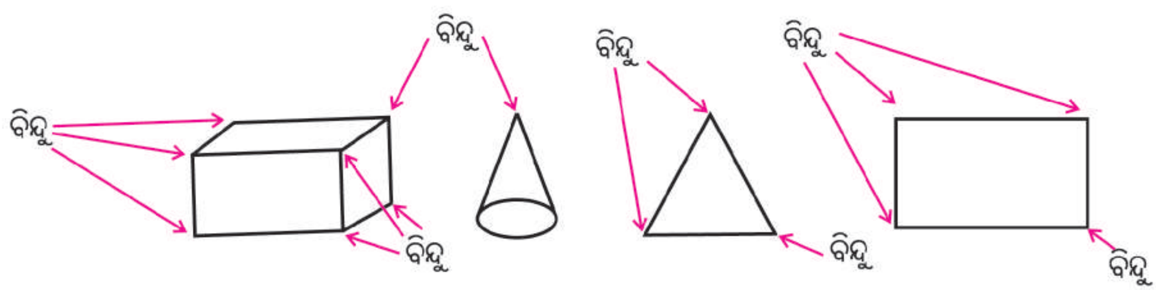
ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ନେଇ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ଲମ୍ବ ଦିଗରେ ଭାଙ୍ଗିଦିଅ ।
- ଏହାକୁ ପୁଣି ପ୍ରସ୍ଥ ଦିଗରେ ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ ।
- ଭଙ୍ଗାଦାଗ ଦୁଇଟି ଯେଉଁଠି ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି,
  ସେହି ସ୍ଥାନଟି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁକୁ ସୂଚାଉଛି ।
  ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଙ୍ଗର ଦାଗ ଗୋଟିଏ ରେଖାର ରୂପ ଧାରଣ କରେ ।
- ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ଦୁଇଟି ରେଖାର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ।



ଆମେ କେଉଁଠି ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ଦେଖୁ ?

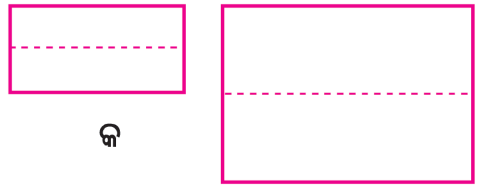


ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ । ଗୋଟିଏ କୋନ୍‌ର ଶୀର୍ଷ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ । ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ବା ଆୟତଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷ ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ବିନ୍ଦୁ ।

ତୁମ ଚାରିପାଖରେ କେଉଁ କେଉଁ ଠାରେ ତୁମେ ବିନ୍ଦୁ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ, ଲେଖ ।

3.2.2 ସରଳରେଖା

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.1 (କ)ରେ ଖଣ୍ଡେ ଛୋଟ କାଗଜକୁ ଭାଙ୍ଗି ଦେଇ ତା' ଉପରେ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ଭାଙ୍ଗ-ଦାଗଟି ଦେଖାଯାଇଛି । ସେହିଭଳି ଚିତ୍ର 3.1 (ଖ) ରେ ଖଣ୍ଡେ ବଡ଼ କାଗଜ ଉପରେ ମଧ୍ୟ ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା ଦାଗଟି ଦେଖାଯାଉଛି । ଏଥିରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ, କାଗଜଟି ଯେତେ ବଡ଼ ହେବ, ତା' ଉପରେ ଥିବା ଭାଙ୍ଗ-ଦାଗଟି ସେତେ ବଡ଼ ହେବ ।



ଚିତ୍ର 3.1

ମନେକରାଯାଉ, ଏପରି ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ଅଛି ଯାହାର ଲମ୍ବ ଏତେ ବେଶି ଯେ ତାକୁ ମାପି ହେବ ନାହିଁ । ସେହି କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ଭାଙ୍ଗି ଦେଲେ ତା' ଉପରେ ଯେଉଁ ଭାଙ୍ଗ-ଦାଗ ସୃଷ୍ଟି ହେବ ତା'ର ଶେଷ କେଉଁଠି ତାହା ଜାଣି ହେବନାହିଁ । ସେଭଳି ଭାଙ୍ଗ-ଦାଗର ଏକ ଚିତ୍ର ନିମ୍ନ ମତେ ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ ।

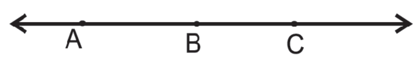
ଚିତ୍ର 3.2

ଏଠାରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ତୀର ଚିହ୍ନ ଚିତ୍ରର ଅସୀମ ବିସ୍ତୃତିକୁ ସୂଚାଉଛି । ଚିତ୍ର 3.2ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଆମେ ଏକ ସରଳରେଖା ବୋଲି ଧରିନେଉ ।

3.2.3. ସରଳରେଖା ଓ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ

ଅସଂଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁର ସମାହାରରେ ଏକ ସରଳରେଖା ଗଠିତ ବୋଲି ଆମେ ଗ୍ରହଣ କରି ନେଇଛୁ । ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଏକ ସରଳରେଖାର ନାମକରଣ କରିଥାଉ । ଚିତ୍ର 3.3 ରେ ଥିବା ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁକୁ A ଓ B ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି । ଏଠାରେ ସରଳରେଖାଟିକୁ AB ସରଳରେଖା ବୋଲି ନାମିତ କରାଯାଏ । ସରଳରେଖା AB କୁ ସଙ୍କେତ $\overleftrightarrow{AB}$ ଲେଖି ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର 3.3

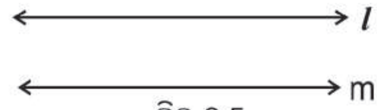


ଚିତ୍ର 3.4

ଚିତ୍ର 3.4ରେ ଥିବା ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁକୁ A, B, C ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି ଓ ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସରଳରେଖାକୁ $\overleftrightarrow{AB}$ ସରଳ ରେଖା ବା $\overleftrightarrow{AB}$, ଅଥବା AC ସରଳରେଖା ବା $\overleftrightarrow{AC}$, ଅଥବା BC ସରଳରେଖା ବା BC ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଇପାରେ ।

ସରଳରେଖା ଯେ ଉଭୟ ଦିଗରେ ଅସୀମ ଭାବରେ ବିସ୍ତୃତ, ଏହା ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଏହାର ଦୁଇ ଦିଗରେ ଦୁଇଟି ତୀର ଚିହ୍ନ ଦିଆଯାଏ । ଅନେକ ସମୟରେ ଇଂରାଜୀ ଛୋଟ ଅକ୍ଷରଟିଏ ଲେଖି ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାର ନାମକରଣ କରାଯାଇଥାଏ ।

ଯେପରି ଚିତ୍ର 3.5 ରେ ଦେଖାଇ ଦିଆଯାଇଛି । ଚିତ୍ରମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକୁ *l* ରେଖା ଓ ଅନ୍ୟକୁ m ରେଖା ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି ।



ଚିତ୍ର 3.5

ଜାଣିଛ କି ?

ସରଳରେଖାକୁ ଆମେ ରେଖା ବୋଲି ମଧ୍ୟ କହିଥାଉ, ସରଳ ବା ସଳଖ ନହୋଇଥିବା ରେଖାକୁ **ବକ୍ରରେଖା** କୁହାଯାଏ । ବକ୍ରରେଖାର କେତୋଟି ନମୁନା ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

ଚିତ୍ର 3.6

- ତୁମ ଖାତାର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠାରେ ବିନ୍ଦୁଟିଏ ଚିହ୍ନିତ କରି ତା'ର ନାମ ଦିଅ O ।
- O ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।
- O ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଆଉ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ପାରିବ କି ?
- ଯଦି ପାରୁଛ, ତେବେ O ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଆଉ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ମଧ୍ୟ ଅଙ୍କନ କର ।
- O ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କଲାପରେ ସେହି ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯଦି ଆଉ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରୁଛ ତେବେ ଅଙ୍କନ କର । ଚିତ୍ର 3.6 ଭଳି ଚିତ୍ରଟିଏ ପାଇଥିବ ।
- ଏବେ କହ, ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ କେତୋଟି ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ?

ଏହି କାମଟିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

- **ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅସଂଖ୍ୟ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ।**
- **ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ତିନୋଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କିତ ହେଲେ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଏକବିନ୍ଦୁଗାମୀ ରେଖା କୁହାଯାଏ ।**

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମ ଖାତାରେ A ଓ B ନାମକ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର । A ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ କେତେ ଗୁଡ଼ିଏ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।
- A ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ରେଖାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ରେଖା B ଦେଇ ଅଙ୍କନ କରିପାରିଲ କି ?

$\dot{A}$ $\dot{B}$

- ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ କେତୋଟି ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ?

ଆମେ ଜାଣିଲେ, **ଏକ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ।** ଏହି କାରଣରୁ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାକୁ ଏହା ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱାରା ନାମିତ କରାଯାଏ ।

ତୁମ ଖାତାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୃଷ୍ଠା ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସମତଳ । ପକ୍କାଘରର କାନ୍ଥ, ପଢ଼ା ଟେବୁଲ୍‌ର ଉପର ପାଖ ଆଦି ସମତଳର ନମୁନା । ପୃଥିବୀ ଗୋଲକାକୃତ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ଏହାର ବିଶାଳ ପୃଷ୍ଠର ଗୋଟିଏ ଛୋଟ ଅଂଶ ଆମ ଆଖିରେ ପଡୁଥିବାରୁ ଏହା ଆମକୁ ସମତଳ ଭଳି ଜଣାପଡ଼େ । ଏଣୁ ତୁମର ଖେଳପଡ଼ିଆ ତୁମକୁ ଏକ ସମତଳ ଭଳି ଦେଖାଯାଏ । ଆସ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା କାମଟିକୁ କରିବା-

- ତୁମ ଖାତାର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠାରେ ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କର । ନିଶ୍ଚୟ ତ ଅନେକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରିସାରିବଣି ।
- ତୁମ ପାଖରେ ବସିଥିବା ପିଲାର ଖାତା ସହ ତୁଳନା କରି କହ, କାହା ଖାତାରେ ଅଧିକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଇଛି ?
- ସୀମା ତା' ନିଜ ଖାତା ଓ ରାନୁର ଖାତାକୁ ଦେଖି କହିଲା -

'ଆମେ ଉଭୟଙ୍କ ଖାତାରେ ଏତେ ବିନ୍ଦୁ ଦେଲୁଣି ଯେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣିବା ସମ୍ଭବ ହେଉନାହିଁ ।'

ସୀମା କହିଲା-'ରାନୁ, ତୁମ ଖାତାରେ ଆହୁରି ଅଧିକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ହେବ କି ?'

ରାନୁ କହିଲା- 'ଆହୁରି ତ ଅନେକ ବିନ୍ଦୁ ଦିଆଯାଇପାରିବ, ଏ ପିରିୟଡ୍ ସରିଗଲେ ମଧ୍ୟ ପୃଷ୍ଠାରେ ଆହୁରି ଅଧିକ ବିନ୍ଦୁ ବସାଇବା ଲାଗି ଜାଗା ଥିବ ।'

ଆମେ ଜାଣିଲେ, **ଏକ ସମତଳରେ ଅସଂଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ ।**

ନିଜେ କରି ଦେଖ

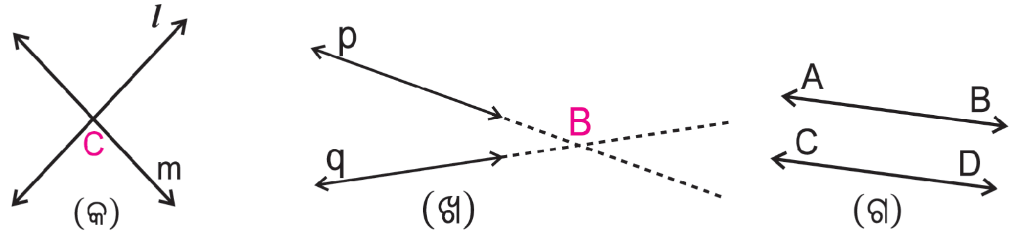
- ତୁମ ଖାତାର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠାରେ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ସରଳରେଖାମାନ ଅଙ୍କନ କର ।
- ଗୋଟିକ ପରେ ଗୋଟିଏ, ଯେତେ ପାରୁଛ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।
- ତୁମେ ଓ ତୁମ ସାଙ୍ଗ ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିଛନ୍ତି କି ?
- ତୁମର ଶ୍ରେଣୀର ସବୁ ପିଲା ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ସରଳରେଖା ଆଙ୍କିଛନ୍ତି କି ?
- ଆଉ ଅଧିକ ସରଳରେଖା ଆଙ୍କିବା ସମ୍ଭବ କି ?
- ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

ଗାଟିଏ ସମତଳରେ ଅସଂଖ୍ୟ ସରଳରେଖା ଥାଏ ।

3.3 ଗୋଟିଏ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା

ଆମେ ଉପରେ ଜାଣିଛୁ ଯେ, ଏକ ସମତଳରେ ଅସଂଖ୍ୟ ସରଳରେଖା ଥାଏ । ସେଥି ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାର ଅବସ୍ଥିତି ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି କ'ଣ ସବୁ ପରିସ୍ଥିତି ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ ଆସ ତାହା ଦେଖିବା ।

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.7କୁ ଦେଖ।



(ଚିତ୍ର 3.7)

ଚିତ୍ର 3.7 କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

(କ) ଚିତ୍ରରେ l ଓ m ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ C ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି। C ବିନ୍ଦୁଟି l ଓ m ଉଭୟ ସରଳରେଖାର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ। ଏଣୁ C କୁ l ଓ m ରେଖାଦ୍ୱୟର **ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ବା ଛେଦବିନ୍ଦୁ** କୁହାଯାଏ।

(ଖ) ଚିତ୍ରରେ p ଓ q ରେଖାଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟ ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ଅଛି ଏବଂ ଏହି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ B । ଏଭଳି ରେଖାଦ୍ୱୟକୁ **ପରସ୍ପରଛେଦୀ ରେଖା** କୁହାଯାଏ।

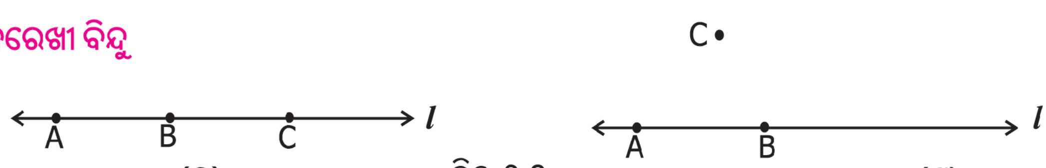
(ଗ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସରଳରେଖା ଓ ଦ୍ୱୟକୁ ଉଭୟ ଦିଗରେ ଯେତେ ବଢ଼ାଇଲେ ମଧ୍ୟ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ ନାହିଁ। ଏଭଳି ରେଖାଦ୍ୱୟ (ଯାହାର କୌଣସି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ନାହିଁ)କୁ **ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା** କୁହାଯାଏ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ –

ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା କେବଳ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ଅର୍ଥାତ୍ ସେମାନଙ୍କର ଏକ ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ ଅଥବା ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ନାହିଁ। ସେ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ବୋଲି କୁହାଯାଏ।

ତୁମ ଚାରିପାଖରେ କେଉଁ କେଉଁ ଜିନିଷରେ ତୁମେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ, ଲେଖ।

3.4 ଏକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ



ଚିତ୍ର 3.8

ପୂର୍ବରୁ ଆମ ଜାଣିଛୁ ଯେ ଏକ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ସରଳରେଖା ସମ୍ଭବ ଏବଂ ଏହି ସରଳରେଖାଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ଉକ୍ତ ସମତଳ ଉପରେ ରହେ।

ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି କାଗଜର ସମତଳ ଉପରେ ଥିବା ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ A, B, ଓ C ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଚିନ୍ତା କରିବା। A ଓ B ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ଦେଇ ଆମେ ତ ନିଶ୍ଚୟ ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ଏବଂ ଏହି ରେଖା l ହେଉ।

ଚିତ୍ର 3.8 (କ) ରେ C ବିନ୍ଦୁଟି *l* ରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ହୋଇଥିବାର ଆମେ ଦେଖୁଛୁ । ମାତ୍ର ଚିତ୍ର 3.8 (ଖ) ରେ C ବିନ୍ଦୁଟି *l* ରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ନୁହେଁ ।

(କ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ A, B, ଓ C ଏକ ରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଏଣୁ ଏମାନଙ୍କୁ ଏକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ ।

(ଖ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ A, B, ଓ C ଗୋଟିଏ ରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ନୁହନ୍ତି । ଏଣୁ ସେମାନଙ୍କୁ ଅଣ-ରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ ।

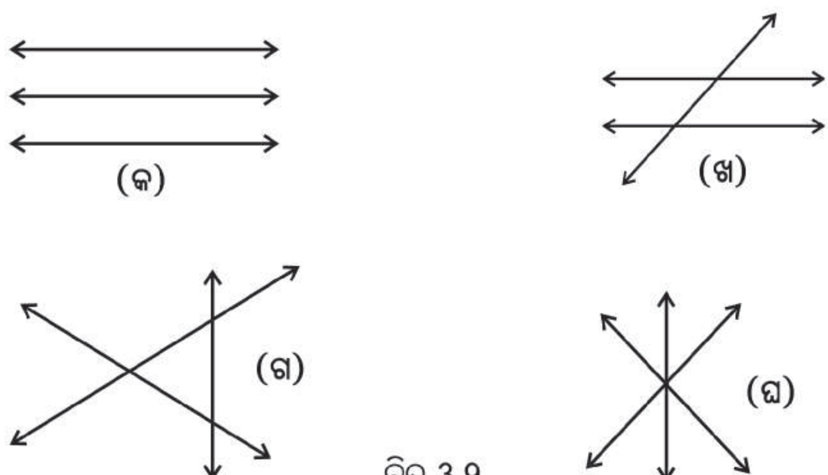
ଆମେ ଜାଣିଲେ -

ଏକ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ତିନି ବା ଅଧିକ ବିନ୍ଦୁ ଏକ ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କୁ ଏକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁମାନେ ଏକରେଖୀ ନୁହନ୍ତି ସେମାନେ ଅଣ-ରେଖୀ ।

ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ଉପରେ ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟି (ବା ଅଧିକ) ଏକରେଖୀ ବା ଅଣ-ରେଖୀ ତାହା କିପରି ଜାଣିବା ? ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ଯଦି ଅବଶିଷ୍ଟ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ସେହି ରେଖା ଉପରେ ରହୁଥିବାର ଦେଖାଯିବ, ତେବେ ଉକ୍ତ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଏକରେଖୀ ବୋଲି କୁହାଯିବ । କୌଣସି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଯଦି ଅଙ୍କିତ ରେଖାର ବାହାରେ ରହିଯାଏ, ତେବେ ବିନ୍ଦୁମାନ ଅଣ-ରେଖୀ ହେବେ । ଆକାଶରେ ଚନ୍ଦ୍ର ନ ଥିଲାବେଳେ ତୁମେ ତ ସପ୍ତର୍ଷିମଣ୍ଡଳକୁ ଦେଖିଥିବ । ସେହି ସାତଟି ତାରାଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କ୍ରତୁ ଓ ପୁଲହଙ୍କୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖା ମଧ୍ୟ ଧ୍ରୁବତାରା ଦେଇଯାଏ । ଏଣୁ କ୍ରତୁ, ପୁଲହ ଓ ଧ୍ରୁବତାରା ଏକରେଖୀ ।

3.5 ଏକ ସମତଳରେ ତିନି ବା ତତୋଽଧିକ ସରଳରେଖା -

ଚିତ୍ର 3.9 କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।



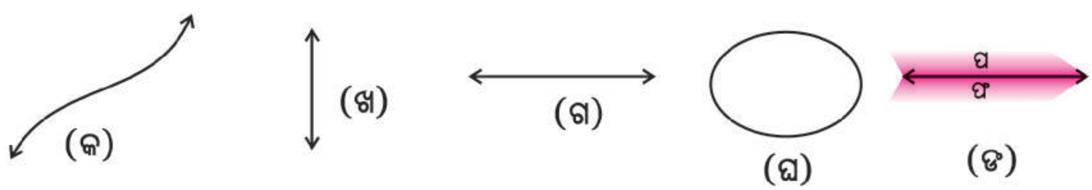
ଚିତ୍ର 3.9

ଆଗରୁ ଆମେ ଜାଣିଥିଲେ ଯେ, ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ହୁଏତ ପରସ୍ପରଛେଦୀ ହେବେ ଅଥବା ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ହେବେ । ଚିତ୍ର 3.9 (କ) ରେ ଥିବା ତିନୋଟିଯାକ ସରଳରେଖା ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ।

ମନେରଖ – ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଅତି ବେଶିରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବେ । ପରସ୍ପରକୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଥିବା ସରଳରେଖା ଦୁଇଟିକୁ ପରସ୍ପରଛେଦୀ ସରଳରେଖା କୁହାଯାଏ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 3.2

1. ଖାତାରେ ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନିତ କରି ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଦିଅ ।
2. ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ସେମାନଙ୍କର ନାମ ଦିଅ ।
3. ତୁମ ପାଖଆଖରେ ଦେଖୁଥିବା ତିନୋଟି ସରଳରେଖା, ତିନୋଟି ବକ୍ରତଳ ଓ ତିନୋଟି ସମତଳର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।
4. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଗାରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସରଳରେଖା ଓ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ବକ୍ରରେଖା ଚିହ୍ନାଅ ।



ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : ଚିତ୍ର 'ଙ'ରେ ଥିବା ରେଖାଟି ବହିର ପୃଷ୍ଠାକୁ ଦୁଇଟି ଭାଗରେ ପରିଣତ କରିଛି ଓ ଭାଗ ଦୁଇଟିକୁ 'ପ' ଓ 'ଫ' ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗକୁ ରେଖାର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

5. ତୁମ ଖାତାରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନିତ କର ଓ ତା' ମଧ୍ୟଦେଇ ସାତଟି ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ସେହି ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଆଉ କେତୋଟି ସରଳ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ ?
6. ତୁମ ଖାତାରେ A ଓ B ନାମକ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ନିଅ ଓ ଉଭୟ ବିନ୍ଦୁକୁ ଧାରଣ କରୁଥିବା ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ଏପରି କେତୋଟି ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ ?
7. (କ) ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ସେହି ଦୁଇ ସରଳରେଖାକୁ ନାମକରଣ କର । ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁର ନାମ P ଦିଅ ।

   (ଖ) ତୁମ ଖାତା ଉପରେ ଯେ କୌଣସି ସାତଟି ବିନ୍ଦୁ ନିଅ । ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଦିଅ । ସେଗୁଡିକ ଏକରେଖୀ ହେଉଛନ୍ତି କି ? କିପରି ଜାଣିଲ ?
8. ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଥିବା ତିନୋଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଅତି କମ୍‌ରେ କେତୋଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବେ ? ଅତି ବେଶିରେ କେତୋଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବେ ?
9. ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ ।

10. ନିମ୍ନସ୍ଥ ବାକ୍ୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ ବାକ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛି ଲେଖ ।

(କ) 'ରେଖା' କହିଲେ ଆମେ କେବଳ 'ସରଳରେଖା'କୁ ବୁଝୁ ।

(ଖ) ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅସଂଖ୍ୟ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।

(ଗ) ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅସଂଖ୍ୟ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।

(ଘ) ଏକ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁଦେଇ ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।

(ଙ) ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁକୁ ଧାରଣ କରୁଥିବା ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ।

(ଚ) ଏକ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ଅସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ।

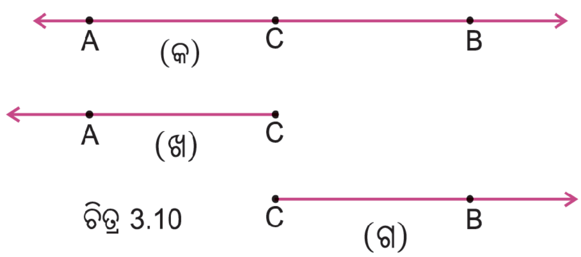
(ଛ) ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାର କୌଣସି ଛେଦବିନ୍ଦୁ ନାହିଁ ।

3.6. ରଶ୍ମି ଓ ରେଖାଖଣ୍ଡ

ତୁମେ ସରଳରେଖା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅନେକ କଥା ଜାଣିଲଣି । ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାର ବିଭିନ୍ନ ଅଂଶକୁ ନେଇ ଗଠିତ ହେଉଥିବା ଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବା ।

3.6.1. ରଶ୍ମି

ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚିତ୍ର 3.10(କ)ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ରେଖା ଉପରେ C ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଇଛି ଯେପରି C ର ଅବସ୍ଥିତ A ଓ B ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ହେବ ।



ଚିତ୍ର 3.10

ଚିତ୍ର 'ଖ'ରେ C ବିନ୍ଦୁ ସହିତ C ଠାରୁ A ଆଡକୁ ଥିବା $\overleftrightarrow{AB}$ ର ଅଂଶକୁ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ସେହିପରି ଚିତ୍ର 'ଗ'ରେ C ବିନ୍ଦୁ ସହିତ C ଠାରୁ B ଆଡକୁ ଥିବା $\overleftrightarrow{AB}$ ର ଅଂଶକୁ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ଚିତ୍ର (ଖ) ଓ ଚିତ୍ର (ଗ) ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା $\overleftrightarrow{AB}$ ର ଅଂଶ ଦୁଇଟିକୁ ରଶ୍ମି ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର (ଖ)ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ରଶ୍ମିକୁ CA ରଶ୍ମି ଓ ଚିତ୍ର (ଗ)ରେ ଥିବା ରଶ୍ମିକୁ CB ରଶ୍ମି ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ ।

CA ରଶ୍ମିକୁ ସଙ୍କେତରେ $\overrightarrow{CA}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ଓ CB ରଶ୍ମିକୁ ସଙ୍କେତରେ $\overrightarrow{CB}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

$\overrightarrow{CA}$ ର C ବିନ୍ଦୁକୁ ଉକ୍ତ ରଶ୍ମିର ମୂଳବିନ୍ଦୁ (ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ, ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ବା ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ) ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ରଶ୍ମିଟିଏ ତା'ର ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇ ଗୋଟିଏ ଦିଗକୁ ଅସୀମ ଭାବରେ ବିସ୍ତୃତ ହୋଇଥାଏ । ଚିତ୍ର (କ)ରେ ଥିବା $\overrightarrow{CA}$ ଓ $\overrightarrow{CB}$ କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । ସେ ଦୁଇଟିକୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ବିପରୀତ ରଶ୍ମି $\overrightarrow{CA}$ ଓ $\overrightarrow{CB}$ ର ସମାହାରରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଗଠିତ ହୁଏ ।

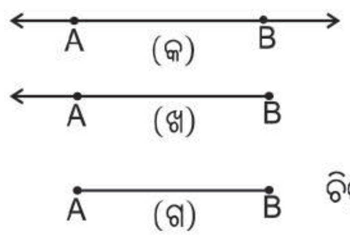
ଜାଣିଛ କି ?

ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ଏକତ୍ର ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଗଠନ କରନ୍ତି ।

$\overrightarrow{CA}$ କୁ $\overrightarrow{AC}$ ଓ $\overleftarrow{AC}$ ଓ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ନାହିଁ ।

3.6.2. ରେଖାଖଣ୍ଡ

ଚିତ୍ର 3.11 (କ) ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ର ଚିତ୍ର ଦେଖୁଛ । ଯଦି B ବିନ୍ଦୁର ଡାହାଣକୁ ଥିବା $\overleftrightarrow{AB}$ ର ଅଂଶକୁ ଲିଭାଇ ଦିଆଯାଏ, ତେବେ ଆମେ $\overleftrightarrow{AB}$ ର ଅବଶିଷ୍ଟାଂଶକୁ ଯେପରି ରୂପରେ ଦେଖିବା ତାହା ଚିତ୍ର (ଖ)ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ଏବଂ ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ ଏହା ହେଉଛି BA ରଶ୍ମି ।



ଚିତ୍ର 3.11

ବର୍ତ୍ତମାନ BA ରଶ୍ମିର A ବିନ୍ଦୁର ବାମକୁ ଥିବା ଅଂଶକୁ ଲିଭାଇ ଦିଆଯାଏ, ତେବେ $\overrightarrow{BA}$ ର ଯେଉଁ ଅବଶିଷ୍ଟାଂଶ ରହିବ, ତାହା ଚିତ୍ର(ଗ)ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଚିତ୍ର (ଗ)ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ର ଯେଉଁ ଅଂଶଟି ଦେଖୁଛ ତାକୁ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ । ସଙ୍କେତରେ AB ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ $\overline{AB}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

A ଓ B ବିନ୍ଦୁକୁ $\overline{AB}$ ର **ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର 3.11 ରେ A ଓ B ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଥିବା $\overline{AB}$ (ବା AB ରେଖାଖଣ୍ଡ) ଦେଖୁଛ । ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି A ଠାରୁ B ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୂରତାକୁ ମାପିଲେ, ଯେଉଁ ମାପ ପାଇବା ତାକୁ AB ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଆମେ ଜାଣିଲେ –

ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେଉଛି ଏହାର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ।

ଜାଣିଛ କି ?

ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ AB ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ, ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AB}$ ଭଳି ଉପରେ ଗାର ଦିଆଯାଏ ନାହିଁ ।

$\overline{AB}$: ରେଖାଖଣ୍ଡ AB ର ସଙ୍କେତ ।

AB : ରେଖାଖଣ୍ଡ AB ର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସଙ୍କେତ ।

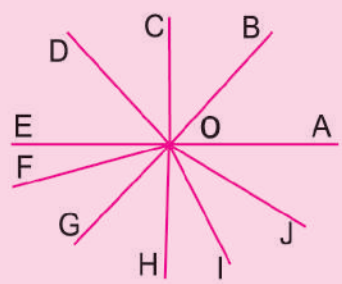
ଯଦି 5 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥାଏ, ତେବେ ଆମେ ଲେଖିବା

$\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 5 ସେ.ମି.

ଅଥବା AB = 5 ସେ.ମି.

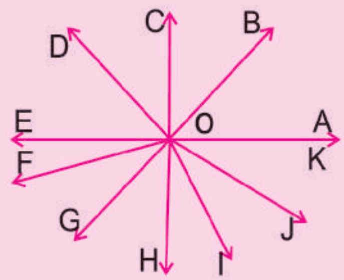
ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମ ଖାତାର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠାରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନିତ କର ଏବଂ ତା'ର ନାମ ଦିଅ **O** ।
- '**O**'କୁ ଗୋଟିଏ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ନେଇ ଯେତେଗୁଡ଼ିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରିପାରୁଛ ଅଙ୍କନ କର ।
- ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ସଂଖ୍ୟା ଗଣି କେତୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରିଛ କହ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଅପରପ୍ରାନ୍ତର ନାମ ଦିଅ A,B,C..........J । ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଥିବା 10 ଗୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡର ଚିତ୍ର ତୁମେ ପାଇଛ (ଚିତ୍ର 3.12(କ) ପରି) ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରେଖାଖଣ୍ଡର **O** ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଗୁଡ଼ିକରେ ତୀର ଚିହ୍ନ ଦିଅ ।



ଚିତ୍ର 3.12(କ)

- ବର୍ତ୍ତମାନ ପୂର୍ବଚିତ୍ରରେ ଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକର ଚିତ୍ର ରଶ୍ମିର ଚିତ୍ରରେ ପରିଣତ ହେଲା ଓ ତାହା ଚିତ୍ର 3.12 (ଖ) ଭଳି ଦେଖାଯାଉଥିବ ।
- 'O'କୁ ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ନେଇ ପୂର୍ବପରି ଆଉ ଅଧିକ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ କି ?
- ନିଶ୍ଚିତ ରୂପେ ଆହୁରି ଅଧିକ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।

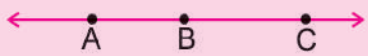


ଚିତ୍ର 3.12 (ଖ)

ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ? ଯେମିତି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅସଂଖ୍ୟ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ବୋଲି ଜାଣିଥିଲେ, ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଥିବା ଅସଂଖ୍ୟ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍, ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଥିବା ଅସଂଖ୍ୟ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଖାତାର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠାରେ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାର ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର । ତା' ଉପରେ A, B ଓ C ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟି ଚିହ୍ନିତ କର ଯେପରି B ବିନ୍ଦୁଟି A ଓ C ର ମଧବର୍ତ୍ତୀ ହେବ ।
- ଏବେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଏବଂ $\overline{AC}$ ର ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



- ଏହିପରି ଆଉ ତିନୋଟି ଅଲଗା ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନକରି $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଏବଂ $\overline{AC}$ ର ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ସାରଣୀ ଭଳି ସାରଣୀଟିଏ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ସେଥିରେ ପାଇଥିବା ମାପଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ରର ନାମ	AB	BC	AC
ପ୍ରଥମ			
ଦ୍ୱିତୀୟ			
ତୃତୀୟ			
ଚତୁର୍ଥ			

ତୁମେ ପୂରଣ କରିଥିବା ସାରଣୀରୁ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଏକ ରେଖାରେ ଥିବା ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ A, B, C ମଧ୍ୟରୁ B ବିନ୍ଦୁଟି A ଓ C ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ହୋଇଥିଲେ,

AB + BC = AC ହେବ ।

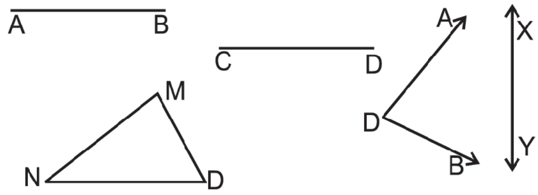
ମନେରଖ : - ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଥିବା ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ A, B ଓ C ମଧ୍ୟରୁ B ବିନ୍ଦୁଟି A ଓ C ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ହେଲେ, ଆମେ ଲେଖୁ :- A - B - C

ଏଭଳି ଲେଖାଥିଲେ, ଆମେ ପଢ଼ିବା B ବିନ୍ଦୁଟି A ଓ C ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟିର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 3.3

1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସରଳରେଖା, ରେଖାଖଣ୍ଡ ଓ ରଶ୍ମିମାନଙ୍କର ନାମ ନିମ୍ନସାରଣୀ ଭଳି ସାରଣୀଟିଏ ତିଆରି କରି ସେଥିରେ ପୂରଣ କର ।

ସରଳରେଖା	ରେଖାଖଣ୍ଡ	ରଶ୍ମି



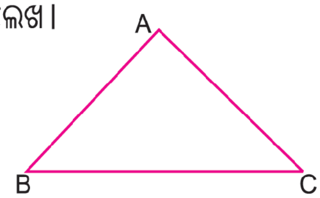
2. ତୁମ ଖାତାରେ ତିନୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{EF}$ ଅଙ୍କନ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରଥମେ କେବଳ ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଓ ପରେ ଡିଭାଇଡର ଏବଂ ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପି ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀ ଭଳି ସାରଣୀଟିଏ କରି ସେଥିରେ ପୂରଣ କର ।

ରେଖାଖଣ୍ଡର ନାମ	କେବଳ ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ପାଇଥିବା ଦୈର୍ଘ୍ୟ	ଡିଭାଇଡର ଓ ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ପାଇଥିବା ଦୈର୍ଘ୍ୟ
$\overline{AB}$		
$\overline{CD}$		
$\overline{EF}$		

3. (କ) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ତ୍ରିଭୁଜର ନାମ କ'ଣ ।

(ଖ) ଯେଉଁ ତିନୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ତ୍ରିଭୁଜଟି ସୃଷ୍ଟ, ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ ।

(ଗ) ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ଲେଖ ।



4. ନିମ୍ନସ୍ଥ ବାକ୍ୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ବାକ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛି ଲେଖ ।

(କ) ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ।

(ଖ) ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୁଇଟି ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଥାଏ ।

(ଗ) ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାର ଦୁଇଟି ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଥାଏ ।

(ଘ) ଗୋଟିଏ ରଶ୍ମିର ଗୋଟିଏ ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଥାଏ ।

(ଙ) 1 ସେ.ମି. = 10 ମି. ମି.

କହିଲ ଦେଖି :

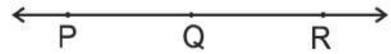
ସରଳରେଖା, ରଶ୍ମି ଓ ରେଖାଖଣ୍ଡ ମଧ୍ୟରୁ କାହାର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅଛି ? କାହିଁକି ?

5. ଡାହାଣ ପାଖରେ ଥିବା ଚିତ୍ରରୁ ମାପି ଦେଖ ଯେ :

(କ) AB + BD = AC + CD

(ଖ) AB + CD = AD - BC

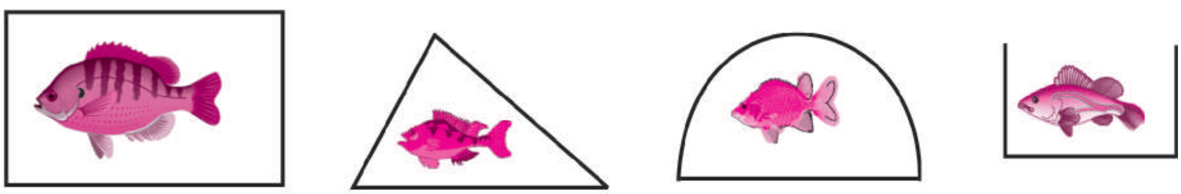
6. ତୁମ ଖାତାରେ ତିନୋଟି ସରଳ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସରଳରେଖା ଉପରେ ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ ବିନ୍ଦୁ ନିଅ । ବାମରୁ ଡାହାଣପଟ କ୍ରମରେ ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟିକୁ P, Q ଓ R ନାମ ଦିଅ ।



କେଉଁ ବିନ୍ଦୁଟି ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ତାହା କୁହ । ବର୍ତ୍ତମାନ PQ, QR ଓ PR ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ କୁହ ।

3.7 ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର

ତଳେ ଥିବା ଚିତ୍ରରେ କେବଳ ସିଧାଗାର ବା ସିଧାଗାର ଓ ବଙ୍କାଗାର ବା କେବଳ ବଙ୍କାଗାରର ଚିତ୍ର ଭିତରେ ଗୋଟିଏ ମାଛର ଛବି ରହିଛି । ସେହି ସିଧାଗାରର ଚିତ୍ର ବା ସିଧା ଓ ବଙ୍କା ଗାରର ଚିତ୍ର ବାହାରେ ଗୋଟିଏ ବିଲେଇର ଛବି ରହିଛି, ସିଧାଗାର ଓ ବଙ୍କାଗାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ତାର ଜାଲି ଦ୍ୱାରା ଘେରାଯାଇଥିବା ସ୍ଥାନକୁ ବୁଝାଏ । ତାର ଜାଲି ଏତେ ଉଚ୍ଚ ଯେ, ବିଲେଇଟି ତାକୁ ଡେଇଁ କରି ମାଛ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିପାରିବ ନାହିଁ ।



(କ) (ଖ) (ଗ)

(ଙ) (ଚ) (ଛ)

ବର୍ତ୍ତମାନ (କ), (ଖ), (ଗ), (ଘ), (ଙ), (ଚ), (ଛ) ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଭଲଭାବେ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନ ଦୁଇଟିର ଉତ୍ତର ସ୍ଥିର କର ।

- କେତେ ନମ୍ବର ଚିତ୍ରରେ ତାର ଜାଲି ଘେରା ସ୍ଥାନ ଭିତରକୁ ପଶି ବିଲେଇଟି ମାଛକୁ ଆଣି ପାରିବ ଓ କାହିଁକି ?
- କେତେ ନମ୍ବର ଚିତ୍ରରେ ତାର ଜାଲି ଘେରା ସ୍ଥାନ ଭିତରକୁ ବିଲେଇଟି ପଶିପାରିବ ନାହିଁ ଓ କାହିଁକି ?

ତୁମେ ସ୍ଥିର କରିଥିବା ଉତ୍ତର ନିଶ୍ଚୟ ନିମ୍ନମତେ ହେବ ।

ଚିତ୍ର ନଂ. (ଘ) ଓ (ଚ) ରେ ଥିବା ତାର ଜାଲି ଘେରା ସ୍ଥାନ ଭିତରୁ ବିଲେଇଟି ମାଛକୁ ଆଣି ପାରିବ । କାରଣ, ଏହି ଜାଲ ଘେରା ସ୍ଥାନ ଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଆବଦ୍ଧ ନୁହେଁ । କାରଣ ଏହି ସ୍ଥାନ ଭିତରକୁ ପଶିବା ଲାଗି ଖୋଲା ବାଟ ଅଛି । ସେହିପରି ଚିତ୍ର ନଂ (କ), (ଖ), (ଗ), (ଙ) ଓ (ଛ) ରେ ଥିବା ତାର ଜାଲି ଘେରା ସ୍ଥାନ ଭିତରକୁ ବିଲେଇ ପଶିପାରିବ ନାହିଁ । କାରଣ, ସେହି ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ଘେରି ରହିଥିବା ତାରଜାଲିଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଆବଦ୍ଧ । ତା' ଭିତରକୁ ପଶିବାକୁ ବାଟ ନାହିଁ ।

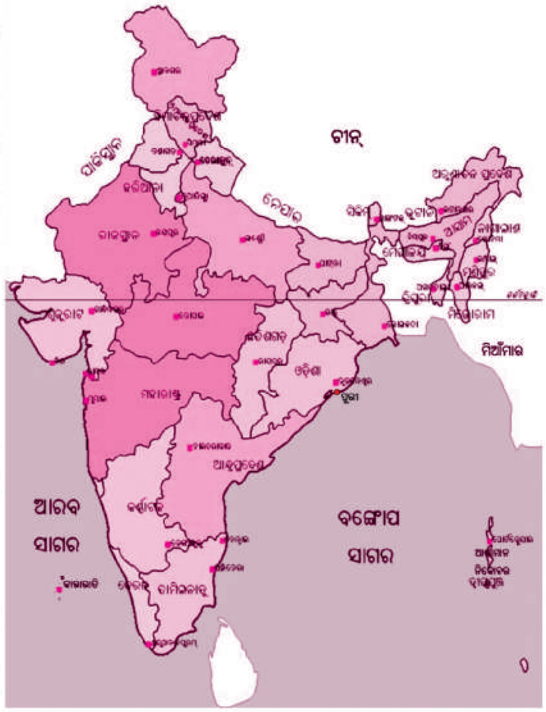
ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

ଯଦି ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଥିବା ଏକ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର, ଏକ ସମତଳର ଏକ ଅଂଶକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଆବଦ୍ଧ କରେ, ତେବେ ସେ ଚିତ୍ରକୁ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ ।

3.7.1. ସରଳରେଖୀ ଓ ବକ୍ରରେଖୀ ସୀମାରେଖା :

ତୁମେ ଅନେକ ମାନଚିତ୍ର ଦେଖିଛ । ମାନଚିତ୍ର ଦେଖି ତୁମେ ନିଶ୍ଚିତ କହିପାରିବ ଯେ, ମାନଚିତ୍ରରେ କେଉଁ ସହର କେଉଁଠାରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ମାନଚିତ୍ର ଦେଖି କହ, କେଉଁ ରାଜ୍ୟରେ ପୁରୀ ସହର ଅବସ୍ଥିତ ? ଭାରତ ମାନଚିତ୍ରରେ କେଉଁଠାରେ ପୁରୀ ଲେଖା ହୋଇଛି ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ତୁମେ ଦେଖିବ, ଓଡ଼ିଶା ରାଜ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ପୁରୀ ସହର ଅଛି । ଓଡ଼ିଶାର ମାନଚିତ୍ର ଏକ ରେଖାଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ, ସେହିପରି ଆନ୍ଧ୍ରପ୍ରଦେଶର ମାନଚିତ୍ର ଏକ ରେଖାଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ । ଏହି ରେଖାକୁ ସମ୍ପୃକ୍ତ ରାଜ୍ୟର ସୀମାରେଖା କୁହାଯାଏ । ଓଡ଼ିଶାର ମାନଚିତ୍ରର ସୀମାରେଖାରୁ ଆମେ ଜାଣିପାରିବା ଯେ, ଓଡ଼ିଶା ସେହି ସୀମାରେଖା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତ । ଓଡ଼ିଶାର ସୀମାରେଖା ଓଡ଼ିଶାକୁ ତା'ର ଚାରିପାଖରେ ଥିବା ରାଜ୍ୟମାନଙ୍କଠାରୁ ଅଲଗା କରୁଛି ।



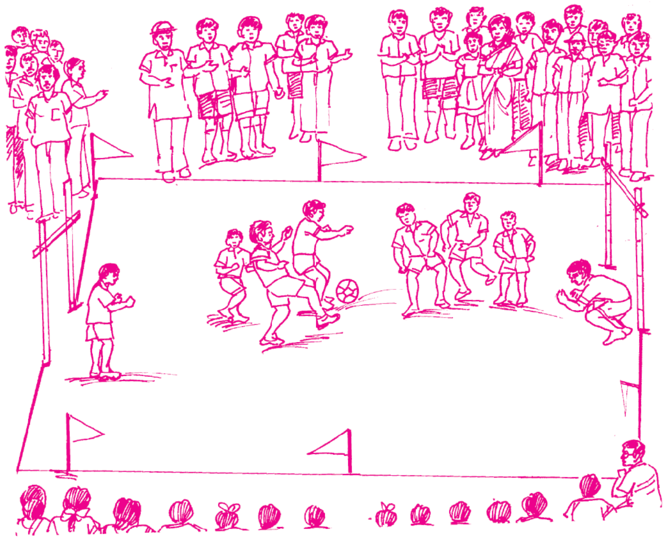
ଭାରତର ମାନଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । କେଉଁ କେଉଁ ରାଜ୍ୟ ଓଡ଼ିଶାକୁ ଲାଗି ରହିଛି କହ । ଓଡ଼ିଶାର ସୀମାରେଖା ଓଡ଼ିଶାକୁ ସେହି ସବୁ ରାଜ୍ୟଠାରୁ ଅଲଗା କରୁଛି ।

ଚିତ୍ରରେ ବିଦ୍ୟାଳୟର ସୀମାରେଖାକୁ ଚିହ୍ନାଅ । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ବିଦ୍ୟାଳୟର ହତା ଏକ ସୀମାରେଖାଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ । ଏହି ପ୍ରକାର ସୀମାରେଖା ହେଉଛି ସରଳରେଖୀ ।

ସୀମାରେଖା ଦୁଇପ୍ରକାରର, ଯଥା- ସରଳରେଖୀ ଓ ବକ୍ରରେଖୀ । ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ବିଦ୍ୟାଳୟର ସୀମା ସରଳରେଖୀ ଓ ଓଡିଶାର ସୀମାରେଖା ବକ୍ରରେଖୀ ।

3.7.2. ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଓ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ

ଖେଳପଡ଼ିଆର ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।



(କ) ଖେଳପଡ଼ିଆର ଭିତରେ କ'ଣ ସବୁ ଅଛି ?

(ଖ) ଖେଳପଡ଼ିଆର ବାହାରେ କିଏ ଅଛନ୍ତି ?

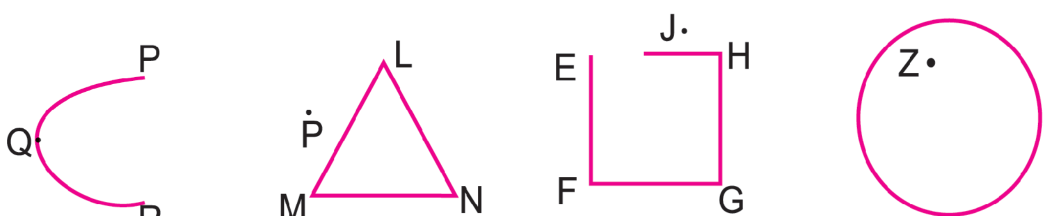
(ଗ) ଖେଳପଡ଼ିଆର ସୀମାରେ କେଉଁମାନେ ଅଛନ୍ତି (ମାତ୍ର ଖେଳ ପଡିଆର ଭିତରେ ଓ ବାହାରେ ନାହାନ୍ତି) ?

- ଯେଉଁମାନେ ଭିତରେ ଅଛନ୍ତି, ସେମାନେ ଖେଳପଡ଼ିଆର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ।
- ଯେଉଁମାନେ ବାହାରେ ଅଛନ୍ତି, ସେମାନେ ଖେଳପଡ଼ିଆର ବହିଃସ୍ଥ ।
- ଯାହାସବୁ ଭିତରେ ନାହାନ୍ତି କି ବାହାରେ ନାହାନ୍ତି ସେମାନେ ଖେଳପଡ଼ିଆର ସୀମା ଉପରିସ୍ଥ ।

ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

ସୀମାରେଖା ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ଅଞ୍ଚଳରେ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ସେହି ଅଞ୍ଚଳରେ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ, ସୀମାରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ସୀମାରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ । ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଓ ସୀମା ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ବାଦ୍ ଦେଲେ ଅନ୍ୟ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଆବଦ୍ଧ ଅଞ୍ଚଳର ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଟନ୍ତି ।

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ ଓ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ :



(କ) (ଖ) (ଗ) (ଘ)

◆ ଚିତ୍ର (କ), (ଖ), (ଗ) ଓ (ଘ) ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ଅଞ୍ଚଳମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଅଞ୍ଚଳ ଆବଦ୍ଧ ?

◆ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର -

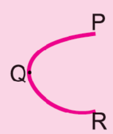
- _______ ଓ _______ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ।
- _______ ଓ _______ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ନୁହେଁ।
- _______ ଚିତ୍ରର ସୀମା ବକ୍ରରେଖୀ ।
- _______ ଚିତ୍ରର ସୀମା ସରଳରେଖୀ ।
- _______ ଚିତ୍ରରେ ଏକ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଛି ଏବଂ _______ ହେଉଛି ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ।
- _______ ଚିତ୍ରରେ ଏକ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଛି ଏବଂ _______ ହେଉଛି ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ।

◆ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

- ଚିତ୍ର (କ) ରେ ଏକ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଦର୍ଶାଇ ପାରିବ କି ?
- କେଉଁ କେଉଁ ଚିତ୍ରରେ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ବା ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଦର୍ଶାଇପାରିବ ନାହିଁ ?

ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ ଯେ, ଚିତ୍ର (ଖ) ଓ (ଘ) ରେ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଓ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଦର୍ଶାଇହେବ, କିନ୍ତୁ ଚିତ୍ର (କ) ଓ (ଗ) ରେ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଓ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଦର୍ଶାଇ ହେବନାହିଁ । କେବଳ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ରରେ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ତଥା ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଛନ୍ତି ।

ଜାଣିଛ କି ?



ମୁଁ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ନୁହେଁ, ମୋତେ ଉନ୍ମୁକ୍ତ ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ । ମୋର ଅନ୍ତସ୍ଥ ଓ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ନାହିଁ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 3.4

1. (କ) ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖୀ ସୀମା ଥିବା ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ଓ ଗୋଟିଏ ବକ୍ରରେଖୀ ସୀମା ବିଶିଷ୍ଟ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

   (ଖ) ଆଙ୍କିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଦୁଇଟି ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଓ ଦୁଇଟି ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।
   ସରଳରେଖୀ ସୀମା ବିଶିଷ୍ଟ ଚିତ୍ରର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟିକୁ K ଓ L ନାମ ଦିଅ ଏବଂ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟିକୁ M ଓ N ନାମ ଦିଅ ।
   ବକ୍ରରେଖୀ ସୀମା ବିଶିଷ୍ଟ ଚିତ୍ରର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟିକୁ P ଓ Q ନାମ ଦିଅ ଏବଂ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟିକୁ R ଓ S ନାମ ଦିଅ ।

   (ଗ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ରର ସୀମା ଉପରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନିତ କର । ସରଳରେଖୀ ଚିତ୍ରରେ ଏହି ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ Y ଏବଂ ବକ୍ରରେଖୀ ସୀମା ଥିବା ଚିତ୍ରରେ ଏହି ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ Z ।

2. ଏପରି ଏକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବା ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଦର୍ଶାଇବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

3.8. କୋଣ

3.8.1. କୋଣର ଧାରଣା

(କ) (ଖ) (ଗ) (ଘ) (ଙ)

ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର-

- ବହିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୃଷ୍ଠାର ଧାର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ । ଦୁଇଟି ଧାର ଯେଉଁଠି ମିଳିତ ହୋଇଛନ୍ତି ସେଠାରେ ଏକ କୋଣ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି ।
- ଡିଭାଇଡ଼ର ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । ତାହାର ବାହୁଦ୍ୱୟ ମିଳିତ ହୋଇଥିବା ସ୍ଥାନରେ କୋଣଟିଏ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି ।
- ଉପର ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଘଣ୍ଟାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଘଣ୍ଟା କଣ୍ଟା ଓ ମିନିଟ୍ କଣ୍ଟା କିଭଳି ରହିଛନ୍ତି ? କଣ୍ଟାଦ୍ୱୟ ଏକ କୋଣ ଗଠନ କରିଛନ୍ତି ।
- ସେହିପରି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷଠାରେ, ଏହାର ଦୁଇଧାର ମିଳିତ ହୋଇ ଏକ କୋଣ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଛି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ କହ –

(କ) ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର କଳାପଟା ଉପରେ କେତୋଟି କୋଣ ଦେଖୁଛ ?

(ଖ) ତୁମ ଶ୍ରେଣୀଗୃହ ଚଟାଣରେ କେତୋଟି କୋଣ ଅଛି ?

ଏତେଗୁଡ଼ିଏ କୋଣ ଦେଖିଲା ପରେ ଆମେ ଜାଣିଲେ, **ସାଧାରଣ ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି (ଏକ ସରଳରେଖାର ଅଂଶ ହୋଇ ନ ଥିଲେ) ଗୋଟିଏ କୋଣ ଗଠନ କରନ୍ତି ।**

✎ **ତୁମ ପରିବେଶରେ ତୁମେ କେଉଁ କେଉଁଠାରେ କୋଣ ସୃଷ୍ଟି ହେବାର ଦେଖୁଛ ଲେଖ ।**

3.8.2 କୋଣର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, ବାହୁ ଓ ନାମକରଣ –

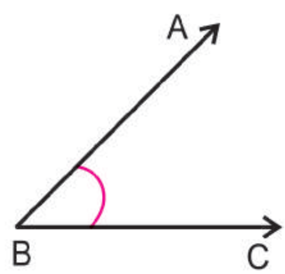
ଚିତ୍ର ଦେଖ ଓ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(i) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ରଶ୍ମିଦ୍ୱୟର ନାମ କ'ଣ ?

(ii) ରଶ୍ମିଦ୍ୱୟର ସାଧାରଣ ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ କିଏ ?

(iii) ରଶ୍ମି B A କେଉଁ ଦିଗରେ ସସୀମ ?

(iv) $\overrightarrow{BC}$ କେଉଁ ଦିଗରେ ସସୀମ ?

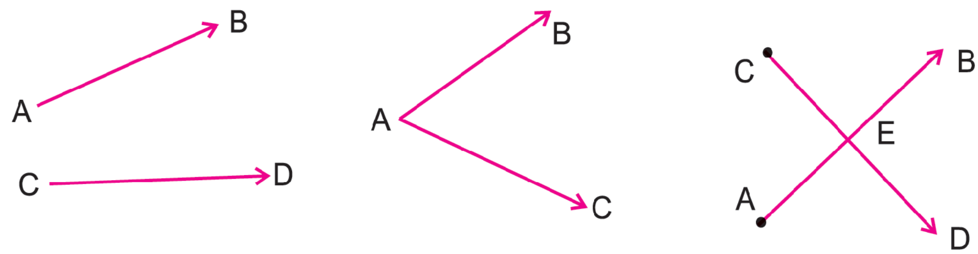


ଚିତ୍ର 3.13

ଚିତ୍ର 3.13 ରେ ଥିବା ରଶ୍ମି ଦ୍ୱୟର ମିଳନରେ ଏକ କୋଣର ଚିତ୍ର ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି । ରଶ୍ମି ଦ୍ୱୟର ସାଧାରଣ ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ B କୁ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣର **ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ** କହନ୍ତି । $\overrightarrow{BA}$ ଓ $\overrightarrow{BC}$ ରଶ୍ମିଦ୍ୱୟକୁ ଉତ୍ପନ୍ନ **କୋଣର ବାହୁ** କୁହାଯାଏ । ଏହି କୋଣକୁ ∠ABC ବା ∠CBA (କୋଣ ABC ବା CBA ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ) ।

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> '∠' ଚିହ୍ନଟି ହେଉଛି କୋଣ ଶବ୍ଦର ସାଙ୍କେତିକ ଚିହ୍ନ । କୋଣକୁ ନାମିତ କଲାବେଳେ ସର୍ବଦା ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁର ନାମ ମଝିରେ ରହେ ।
> ∠ABC କୁ ∠B ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ମାତ୍ର ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ଏକାଧିକ କୋଣ ରହିଥିଲେ ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାର ନାମକରଣ କରାଯାଏ ନାହିଁ ।

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର ତିନୋଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର-

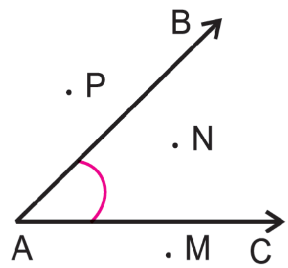


(କ) (ଖ) (ଗ)

- ଚିତ୍ର (କ) ରେ $\overrightarrow{AB}$ ଓ $\overrightarrow{CD}$ ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି ଥଲେ ମଧ୍ୟ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉନାହିଁ ।
- ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ A ହେଲା $\overrightarrow{AB}$ ଓ $\overrightarrow{AC}$ ଉଭୟ ରଶ୍ମିର ସାଧାରଣ ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ । ଏହି ରଶ୍ମି ଦ୍ୱୟ ଏକ ରେଖାର ଅଂଶ ନୁହନ୍ତି । ଏଣୁ ଏହି ରଶ୍ମି ଦ୍ୱୟ ଏକ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରନ୍ତି ।
- ଚିତ୍ର (ଗ) ରେ ଥିବା $\overrightarrow{AB}$ ଓ $\overrightarrow{CD}$ ରଶ୍ମି ଦ୍ୱୟର ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଯଥାକ୍ରମେ A ଓ C । ମାତ୍ର ଉଭୟ ରଶ୍ମିର ଏକ ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ E । $\overrightarrow{EB}$ ଓ $\overrightarrow{ED}$ ରଶ୍ମି ଦ୍ୱୟର ସାଧାରଣ ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ E ହୋଇଥିବାରୁ ∠BED ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି । ଏହି ଚିତ୍ରରେ $\overline{EC}$ ଓ $\overrightarrow{EB}$ ଉଭୟର ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ E ହେତୁ $\overline{EC}$ ଓ $\overrightarrow{EB}$ ର ମିଳନରେ କୋଣ ∠CEB ଉତ୍ପନ୍ନ । ସେହିପରି ∠AED ମଧ୍ୟ ଉତ୍ପନ୍ନ । $\overline{EC}$ ଓ $\overline{EA}$ ର ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ E ହେତୁ ସେ ଦ୍ୱୟର ମିଳନରେ ∠AEC ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଛି ବୋଲି ଧରି ନିଆଯାଏ ।

3.8.3. କୋଣର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଓ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ -

- ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ∠BAC ଦର୍ଶାଯାଇଛି । କୋଣଟି ବହିର ଏହି ପୃଷ୍ଠାର ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ।
- N ବିନ୍ଦୁଟି କୋଣର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ।
- N ବିନ୍ଦୁପରି ∠BAC ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ହେଲା ଭଳି ଆହୁରି ଅସଂଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ ଅଛନ୍ତି । ଅବଶ୍ୟ ସେମାନଙ୍କର ନାମକରଣ ହୋଇନାହିଁ ।



ଚିତ୍ର 3.14

ଏହି ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ($\angle BAC$ ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର) ସମାହାର, ଏହି ସମତଳର ଏକ ଅଂଶ ଏବଂ ସମତଳର ଉକ୍ତ ଅଂଶଟିକୁ କୋଣର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ। କୋଣର ବାହୁ ଦ୍ୱୟର ବିସ୍ତୃତି ଅସୀମ ହୋଇଥିବାରୁ $\angle BAC$ର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ମଧ୍ୟ ଅସୀମ।

- P ଏବଂ M ବିନ୍ଦୁମାନ $\angle BAC$ ର ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ। P ଓ M ବିନ୍ଦୁଭଳି $\angle BAC$ ର ଅସଂଖ୍ୟ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଛନ୍ତି।
- ଏହି ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ($\angle BAC$ର ବହିଃସ୍ଥ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁଙ୍କର) ସମାହାର, ଏହି ସମତଳର ଏକ ଅଂଶ ଏବଂ ସମତଳର ଉକ୍ତ ଅଂଶକୁ କୋଣର ବହିର୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ। $\angle BAC$ କୋଣର ବହିର୍ଦେଶ ମଧ୍ୟ ଅସୀମ।
- $\overrightarrow{AB}$ ତଥା $\overrightarrow{AC}$ ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ $\angle BAC$ ର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଅଟେ। ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ସମାହାରରେ କୋଣ ଗଠିତ। ଅର୍ଥାତ୍ $\angle BAC$ ହେଉଛି $\overrightarrow{AB}$ ଓ $\overrightarrow{AC}$ ଉପରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ସମାହାର।

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

- ଗୋଟିଏ କୋଣ ଏହାର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଓ ବହିଃସ୍ଥ ଅଂଶକୁ ପୃଥକ୍ କରେ।
- କୋଣର କୌଣସି ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଓ କୌଣସି ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ (ଯଥା - $\overline{PN}$ ବା $\overline{MN}$) $\overrightarrow{AB}$ ବା $\overrightarrow{AC}$ କୁ ଛେଦ କରିବ।

ଜାଣିଛ କି ?

କୌଣସି ସମତଳରେ ଗୋଟିଏ କୋଣ ଅଙ୍କିତ ହେଲେ ସମତଳଟି ତିନି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଯାଏ – (i) କୋଣ, (ii)କୋଣର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ, (iii) କୋଣର ବହିର୍ଦେଶ।

ତୁମେ ଗୋଟିଏ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରି ତାହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ ରଙ୍ଗଦେଇ ଚିହ୍ନାଅ। କୋଣର ଗୋଟିଏ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଓ ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁକୁ ମଧ୍ୟ ଦର୍ଶାଅ।

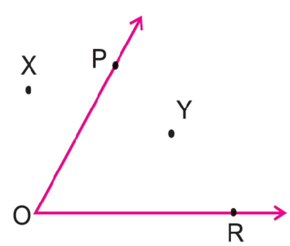
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 3.5

1. ଚିତ୍ର ଦେଖି ଖାତାରେ ଉତ୍ତର ଲେଖ।

   (କ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା କୋଣଟିର ନାମ କ'ଣ ଲେଖ।

   (ଖ) ଏହାର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ ବାହୁମାନଙ୍କର ନାମ ଲେଖ।

   (ଗ) ଏହି କୋଣର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଓ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଲେଖ।



2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ବାକ୍ୟମାନଙ୍କରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର।

   (କ) ଗୋଟିଏ କୋଣର __________ ଗୋଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ __________ ଗୋଟି ବାହୁ ଥାଏ।

   (ଖ) __________ ଚିହ୍ନଟି ହେଉଛି ଚିତ୍ରରେ ଥିବା କୋଣର ସାଙ୍କେତିକ ଚିହ୍ନ।

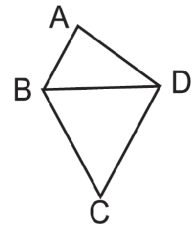
   (ଗ) ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କଲେ __________ ଗୋଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ।

3. ସ୍କେଲ୍ ଓ ପେନ୍‌ସିଲ ସାହାଯ୍ୟରେ ତୁମ ଖାତାରେ ଦୁଇଟି କୋଣ ଅଙ୍କନ କରି ସେମାନଙ୍କ ନାମ ଦିଅ ।

4. (କ) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ କେତୋଟି କୋଣ ଅଛି ?

(ଖ) କେବଳ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁକୁ ନେଇ କେଉଁ କେଉଁ କୋଣର ନାମକରଣ କରାଯାଇପାରିବ ?

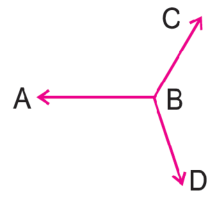
(ଗ) କେଉଁ କୋଣମାନଙ୍କର ଏକ ସାଧାରଣ ବାହୁ ଅଛି ?



3.9 କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ -

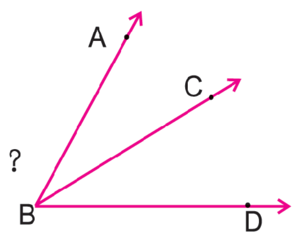
ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁବିଶିଷ୍ଟ ଏକାଧିକ କୋଣମାନଙ୍କର କେତେକ ଉଦହାରଣ ଏଠାରେ ଦିଆଯିବ । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

3.9.1. ସନ୍ନିହିତ କୋଣ -



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦେଖି ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

- ∠ABC ଓ ∠CBD ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ନାମ କ'ଣ ?
- ଏହି କୋଣଦ୍ୱୟର ସାଧାରଣ ବାହୁ କିଏ ?
- କେଉଁ ରଶ୍ମିର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ କୋଣଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଦ୍ୱୟ ଅବସ୍ଥିତ ?
- ∠ABC ଓ ∠CBD କୋଣ ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର କୌଣସି ସାଧାରଣ ଅଂଶ ଅଛି କି ?



ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ ନିମ୍ନମତେ ଭାବିଥିବ ।

ଉଭୟ କୋଣର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ B, କୋଣ ଦୁଇଟିର ସାଧାରଣ ବାହୁ ହେଉଛି $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BC}$ ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ କୋଣଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଅବସ୍ଥିତ ଓ କୋଣ ଦୁଇଟିର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର କୌଣସି ସାଧାରଣ ଅଂଶ ନାହିଁ ।

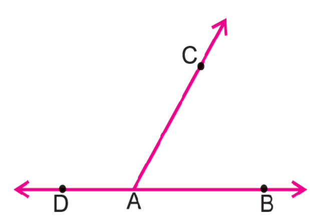
ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଥିବା ଦୁଇଟି କୋଣର ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ବାହୁ ଥିଲେ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଦ୍ୱୟର କୌଣସି ସାଧାରଣ ଅଂଶ ନ ଥିଲେ, ସେହି କୋଣଦ୍ୱୟକୁ ସନ୍ନିହିତ କୋଣ କୁହାଯାଏ । ଏଠାରେ ∠ABC ଓ ∠CBD ଦ୍ୱୟ ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ।

ତୁମେ ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରି ତାହାର ନାମକରଣ କର ।

3.9.2. ସରଳ ରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି -

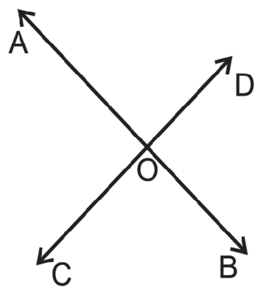
ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । ଚିତ୍ରଟିକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କର । ଲକ୍ଷ୍ୟକର -

ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ∠BAC ଓ ∠CAD କୋଣ ଦ୍ୱୟର ଅଣସାଧାରଣ ବାହୁଦ୍ୱୟ $\overrightarrow{AB}$ ଓ $\overrightarrow{AD}$ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ଅଟନ୍ତି । ଏ ପ୍ରକାର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଦ୍ୱୟକୁ **ସରଳ ରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି** ବା ସରଳ ଯୋଡ଼ି କୁହାଯାଏ ।



ତୁମ ଖାତାରେ ସରଳ ରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି ଅଙ୍କନ କର । କୋଣଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3.9.3. ପ୍ରତୀପ କୋଣ ବା ବିପରୀତ କୋଣ –



ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ତଳେଥିବା ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର କହ ।

- $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ କେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି ?
- $\angle AOD$ ର କେତୋଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଅଛି ଓ ସେ କୋଣ ଗୁଡ଼ିକର ନାମ କ'ଣ ?
- ଚିତ୍ରସ୍ଥ କେଉଁ କୋଣ $\angle AOD$ ର ସନ୍ନିହିତ ନୁହେଁ ?

ଚିତ୍ରରୁ ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଥିବ ଯେ –

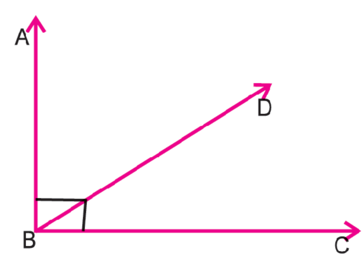
- $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ପରସ୍ପରକୁ 'O' ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି । $\angle AOD$ର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଅଛି ଓ ସେ ଦୁଇଟି ହେଲେ$\angle DOB$ ଓ $\angle AOC$ ।
- $\angle COB$, $\angle AOD$ ର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ନୁହେଁ । ଏଠାରେ $\angle AOD$ ର ପ୍ରତୀପ ବା ବିପରୀତ କୋଣ ହେଉଛି $\angle BOC$ ।

ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କଲେ ଯେଉଁ କୋଣ ଚାରୋଟି ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ, ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁ କୋଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସାଧାରଣ ବାହୁ ନ ଥାଏ (ଅର୍ଥାତ୍ ଯେଉଁ କୋଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ ନୁହନ୍ତି) ସେ କୋଣଦ୍ୱୟକୁ ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ ବା ପରସ୍ପର ବିପରୀତ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

ତୁମେ ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖା $\overleftrightarrow{XY}$ ଓ $\overleftrightarrow{PQ}$ ନିଅ, ଯେପରି ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ 'K' ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରିବେ । ତୁମେ ପାଇଥିବା ଚିତ୍ରରେ ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପ ବା ବିପରୀତ କୋଣ ଚିହ୍ନାଅ ।

3.9.4. ଅନୁପୂରକ କୋଣ –

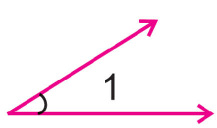
ଚିତ୍ରରେ $\angle ABC$ ଏକ ସମକୋଣ । ଏହି ଚିତ୍ର ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ସ୍ଥିର କର ।

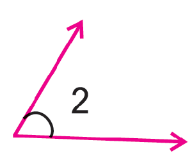


- $\angle ABC$ ବ୍ୟତୀତ ଚିତ୍ର (କ) ରେ ଦେଖୁଥିବା ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି କୋଣର ନାମ କ'ଣ ?
- $\angle ABD$ ର ପରିମାଣ + $\angle DBC$ ର ପରିମାଣ= କେତେ ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ –

$\angle ABD$ ଓ $\angle DBC$ ର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90^{0} । ସେ କୋଣଦୁଇଟିକୁ ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ କୋଣ କୁହାଯାଏ । ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା $\angle 1$ ଓ $\angle 2$ ମାପର ସମଷ୍ଟି 90° । ତେଣୁ $\angle 1$ ଓ $\angle 2$ ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ।





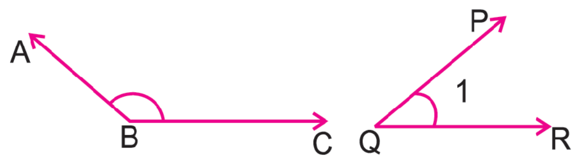
ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90^0 ହେଲେ ତନ୍ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ କୋଣ ଅନ୍ୟଟିର ଅନୁପୂରକ ହୁଏ ଅଥବା କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ।

ଜାଣିଛ କି ?

ଦୁଇଟି ଅନୁପୂରକ କୋଣ ସନ୍ନିହିତ ହୋଇପାରନ୍ତି ଅଥବା ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନରେ ଅବସ୍ଥିତ ହୋଇପାରନ୍ତି ।

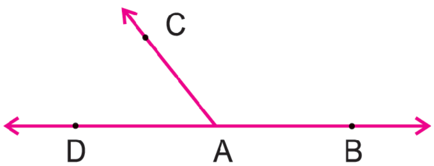
3.9.5. ପରିପୂରକ କୋଣ -

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ ।



ଚିତ୍ରରେ ଦେଖୁଥିବା କୋଣଦ୍ୱୟର ନାମ କ'ଣ ?

ଏହି କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଯେଉଁ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ହୁଏ, ସେହି କୋଣଦ୍ୱୟକୁ **ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ** କୁହାଯାଏ । ଏଠାରେ $\angle ABC$ ଓ $\angle PQR$ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । ସରଳ ଯୋଡ଼ି ଗଠନ କରୁଥିବା ଦୁଇଟି କୋଣକୁ ମାପି ଦେଖିଲେ ସେ ଦ୍ୱୟର ମାପର ସମଷ୍ଟି 180^0 ହୋଇଥିବାର ଦେଖିବ, ଏଣୁ ସେ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।



ଜାଣି ରଖ : ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହୋଇଥିବା ଦୁଇଟି କୋଣ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନରେ ଅବସ୍ଥାନ କରିପାରନ୍ତି ବା ସନ୍ନିହିତ ହୋଇପାରନ୍ତି ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 3.6

1. (କ) ନିମ୍ନଲିଖିତ ମାପବିଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କର ଅନୁପୂରକ କୋଣର ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6^0, 15^0, 29^0, 30^0, 45^0, 75^0

(ଖ) ନିମ୍ନଲିଖିତ ମାପବିଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିପୂରକ କୋଣର ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

27^0, 52^0, 70^0, 110^0, 145^0, 150^0

2. (କ) 45^0 45' ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣର ଅନୁପୂରକ ଓ ପରିପୂରକ କୋଣର ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (1^0 = 60') ।

(ଖ) 48^0 ମାପବିଶିଷ୍ଟ କୋଣର ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ?

3. ନିମ୍ନ ମାପବିଶିଷ୍ଟ ଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଯୋଡ଼ି ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ଓ କେଉଁ ଯୋଡ଼ି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(କ) 68^0, 22^0 (ଖ) 163^0, 17^0 (ଗ) 73^0, 17^0

(ଘ) 80^0, 10^0 (ଙ) 42^0, 138^0 (ଚ) 90^0, 90^0

4. ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ଅନୁପୂରକ କୋଣ ଓ ପରିପୂରକ କୋଣ ଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

5. ତୁମ ଆଖପାଖରେ ଥିବା ବସ୍ତୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ସମକୋଣରେ ରହୁଥିବା ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ତିନୋଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

6. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାଫିକ୍ ପୋଲିସ୍ ପୂର୍ବକୁ ମୁହଁ କରି ଠିଆ ହୋଇଛି । ଯଦି ସେ ତା'ର ବାମକୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ

(କ) ଏକ ସମକୋଣ (ଖ) ଦୁଇ ସମକୋଣ (ଗ) ତିନି ସମକୋଣ

(ଘ) ଚାରି ସମକୋଣ ଘୂରେ, ତେବେ ପ୍ରତି ଥର ଘୂରିବା ପରେ ତା'ର ମୁହଁ କେଉଁ ଦିଗକୁ ରହିବ ?

7. କି ପ୍ରକାର କୋଣ ସୃଷ୍ଟି ହେବ ?

(କ) ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରୁ ପୂର୍ବ ଓ ଦକ୍ଷିଣକୁ ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କଲେ ।

(ଖ) ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରୁ ଉତ୍ତର ଓ ଉତ୍ତର ପୂର୍ବକୁ ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କଲେ ।

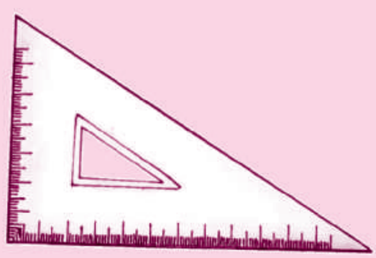
(ଗ) ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରୁ ପୂର୍ବ ଓ ଉତ୍ତରକୁ ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କଲେ ।

8. (କ) ଯେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ ତା'ର ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣର ଦୁଇଗୁଣ, ତା'ର ପରିମାଣ କେତେ ?

(ଖ) ଯେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ ତା'ର ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣର ଦୁଇଗୁଣ, ତା'ର ପରିମାଣ କେତେ ?

ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ କଥା

କେତେକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରିବା ଲାଗି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ଏହାର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ବ୍ୟବହାର ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟକୁ ପଢ଼ ।



30° ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର

45° ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର

ତୁମ ଯନ୍ତ୍ରବାକ୍ସରେ ଥିବା ଦୁଇଟିଯାକ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଗୋଟିକର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ $30^{\circ}, 90^{\circ}, 60^{\circ}$ ଓ ଅନ୍ୟଟିର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ $45^{\circ}, 90^{\circ}, 45^{\circ}$ । ପ୍ରଥମଟିର ନାମ 60°-30° ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଓ ଦ୍ୱିତୀୟଟିର ନାମ 45°- 45° ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର । ଏଗୁଡ଼ିକ ପ୍ଲାଷ୍ଟିକ୍ କିମ୍ବା ଧାତୁରେ ନିର୍ମିତ । ଏହାର ଧାରରେ ଦୂରତା ବା ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପିବା ଲାଗି ସେଣ୍ଟିମିଟର ଦାଗ ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

$30^{\circ}, 45^{\circ}, 60^{\circ}$ ଓ 90° ମାପବିଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନ ଅଙ୍କନ କରିବା ଲାଗି ଏଗୁଡ଼ିକ ଆବଶ୍ୟକ ହୋଇଥାଏ । ଦତ୍ତ ଏକ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ (ସମକୋଣ ଅଙ୍କନ କରୁଥିବା ରେଖା) ଏବଂ ଦତ୍ତ ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା ଲାଗି ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ

C6BDTX

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା

4.1. ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ :

ତୁମେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣିବା ଲାଗି ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର କରି ଶିଖିଛ । ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁ ସମୂହର ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିଥିଲେ ସେ ବସ୍ତୁସମୂହ ଦୁଇଟିରେ ଥିବା ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ମୋଟ ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ଲାଗି ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଜାଣିଛ । ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ସମୂହରୁ କିଛି ବସ୍ତୁ କାଢ଼ି ନେଇ ଗଲେ, ବଳକା ଥିବା ବସ୍ତୁର ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପାଇଁ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଶିଖିଛ । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନିଜ ସହିତ ବାରମ୍ବାର ଯୋଗ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ସମ୍ପାଦନ କରିବା ଲାଗି ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଜାଣିଛ । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରୁ ତା'ଅପେକ୍ଷା ଏକ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବାରମ୍ବାର ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଫଳାଫଳକୁ ସହଜରେ ଜାଣିବା ଲାଗି ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛ । ସଂଖ୍ୟା ଓ ତାହା ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକର ଉପଯୋଗରେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ବହୁ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିପାରୁଛ । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମ ବିକାଶ କିପରି ଘଟିଲା ତାହା ଏଠାରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

4.2. ଐତିହାସିକ ପୃଷ୍ଠଭୂମି

ଆଦିମକାଳରୁ ମଣିଷ ନିଜର ଜୀବନ ଧାରଣ କରିବା ଲାଗି ଖାଦ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିବା, ସୁରକ୍ଷିତ ଜୀବନଯାପନ କରିବା ଲାଗି ବାସସ୍ଥାନ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବା ଏବଂ ବାହ୍ୟ ଶତ୍ରୁ କବଳରୁ ନିଜକୁ ରକ୍ଷାକରିବା ଲାଗି ଗୋଷ୍ଠୀଗତ ଜୀବନ ଯାପନ କରିବା ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବାରେ ଅଭ୍ୟସ୍ତ ହୋଇଥିଲା । ପ୍ରଥମେ ସେ କେବଳ ଆଜି କଥା ହିଁ ଚିନ୍ତା କରୁଥିଲା । କ୍ରମେ ସେ ଭବିଷ୍ୟତ କଥା ଚିନ୍ତା କରିବାକୁ ଆରମ୍ଭ କଲା । ଯେତେବେଳେ ସେ ଭବିଷ୍ୟତ ଜୀବନଯାପନ ଲାଗି ପଶୁପାଳନ କରିବା, ବୃକ୍ଷରୋପଣ କରିବା କଥା ଚିନ୍ତା କଲା, ସେତେବେଳେ ସେ ପାଳନ କଲା ଏକାଧିକ ପଶୁ, ସେ ଲଗାଇଲା ଏକାଧିକ ବୃକ୍ଷ । ସେ ଯେଉଁ ପଶୁଗୁଡ଼ିକ ପାଳନ କଲା, ଯେଉଁ ଗଛଗୁଡ଼ିକୁ ଲଗାଇଲା, ସେଗୁଡ଼ିକର ହିସାବ ରଖିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ସେ ଅନୁଭବ କଲା ।

4.2.1. ହିସାବ ରଖିବା ବ୍ୟବସ୍ଥା

ତା' ଗୁହାଳରୁ ଯେଉଁ ପଶୁଗୁଡ଼ିକ ବାହାରକୁ ଗଲେ, ସେଗୁଡ଼ିକ ପୁଣି ସନ୍ଧ୍ୟାବେଳକୁ ଗୁହାଳକୁ ଫେରିଲେ କି ନାହିଁ ତା'ର ହିସାବ ରଖିବା ଲାଗି ସମ୍ଭବତଃ ପଶୁଗୁଡ଼ିକ ବାହାରକୁ ଗଲା ବେଳେ ସେ କାନ୍ଥରେ ଗୋଟିଏ ପଶୁଲାଗି ଗୋଟିଏ ଗାର ଟାଣିଲା ଓ ପଶୁଗୁଡ଼ିକ ଫେରିଲା ବେଳେ, ଗୋଟିଏ ପଶୁ ଗୁହାଳରେ ପଶିଲେ, ଗୋଟିଏ ଗାର ଲିଭାଇଲା । ଶେଷରେ ଯଦି ଦେଖିଲା, ଗୋଟିଏ ଗାର ଅଲିଭା ରହିଲା, ସେ ଜାଣିପାରିଲା ଯେ ତା'ର

ଗୋଟିଏ ପଶୁ ଫେରି ନାହିଁ । ଯଦି ସମସ୍ତ ଗାର ଲିଭିଗଲା ଓ ଗୁହାଳ ବାହାରେ ଆଉ କୌଣସି ପଶୁ ନାହିଁ, ତେବେ ସେ ଜାଣି ପାରିଲା ଯେ ତା'ର ସମସ୍ତ ପଶୁ ଫେରିଆସିଛନ୍ତି ।

କହିଲ ଦେଖି :
ତା'ର ସମସ୍ତ ଗାର ଲିଭିବା ପରେ ଗୁହାଳ ବାହାରେ ଆହୁରି ପଶୁଥିବାର ଦେଖାଗଲା, ତେବେ ସେ କ'ଣ ଜାଣିଥିବ ?

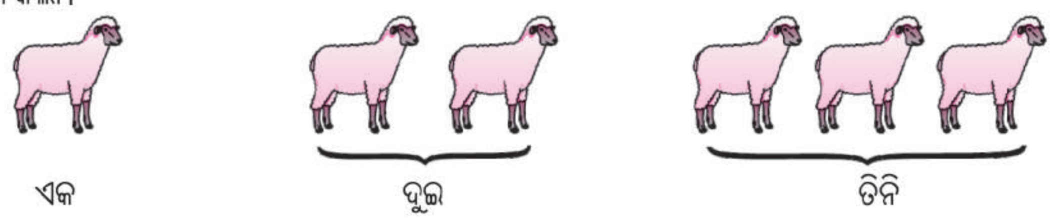
ଗାର ଟାଣିବା ଓ ଗାର ଲିଭେଇବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସରଳ କରିବା ଲାଗି ସେ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁକୁ ଗୋଟିଏ ଗାର ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନଟ କରିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସେ ଗୋଟିଏ ପଶୁ ବା ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁଲାଗି ଗୋଟିଏ କାଠି ବା ଗୋଟିଏ ଗୋଡ଼ି ବା ଶୁଖିଲା ମଞ୍ଜିର ବ୍ୟବହାର କଲା । ଏଥର ତା'ର ଯେତିକି ପଶୁ ସେତିକିଟି କାଠିର ବିଡ଼ାଟିଏ ରହିଲା । ପୁଣି ତା' ବାଡ଼ିରେ ଫଳିଥିବା ଫଳଗୁଡ଼ିକର ହିସାବ ରଖିବା ଲାଗି ଆଉ ଗୋଟିଏ କାଠି ବିଡ଼ା ରହିଲା । ଏହି ଭଳି ଯେତେ ପ୍ରକାର ପଶୁ ବା ବସ୍ତୁର ହିସାବ ରଖିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା, ସେତେ ବିଡ଼ା କାଠି ସେ ରଖିଲା । ସମୟ ଆସିଲା ଯେତେବେଳେ ତା' ପାଖରେ ଅନେକ କାଠି ବିଡ଼ା ରହିଲା । ସେତେବେଳେ ଏ କାଠିଗୁଡ଼ିକ ପୁଣି ତା' ପାଇଁ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କଲା ।

4.3 ସଂଖ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି :

କାନ୍ଥରେ ଗାର ଟାଣିବା ବା କାଠି ବିଡ଼ା ରଖିବା ବା ଗୋଡ଼ି ଥଳି ରଖିବା ବ୍ୟବସ୍ଥା ଦ୍ୱାରା ପଶୁ ବା ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ହିସାବ ରଖିବା ପାଇଁ ଏକାଧିକ କାଠି ବିଡ଼ା ବା ଗୋଡ଼ି ଥଳି ପରିବର୍ତ୍ତେ ସମସ୍ତ ବସ୍ତୁର ହିସାବ ରଖିବା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବା ଲାଗି ମଣିଷ ଚେଷ୍ଟା କଲା । ଶେଷରେ ସେ ଏହି ଆବଶ୍ୟକତା ପୂରଣ କରିବା ଲାଗି ସୃଷ୍ଟି କଲା **ସଂଖ୍ୟା** ।

ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

ଏକ, ଦୁଇ, ତିନି, ଚାରି, ପାଞ୍ଚ, ଛଅ, ସାତ, ଆଠ, ନଅ, ଦଶ .... । ଏହି ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ କହି ସେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣନା କଲା ।



ସଂଖ୍ୟା ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି

କଥାବାର୍ତ୍ତା କଲାବେଳେ ବା ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣିବା ବେଳେ ଦୁଇଟି ନଡ଼ିଆ, ପାଞ୍ଚଟି କଦଳୀ ଆଦି କୁହାଗଲା । ମାତ୍ର ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସହଜରେ ଲେଖିବା ଲାଗି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଗୋଟିଏ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା ।

ଏହି ଆବଶ୍ୟକତା ପୂରଣ କରିବା ଲାଗି ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ସଂଖ୍ୟା ସଙ୍କେତ । ଯେତେ ଅଧିକ ବସ୍ତୁ ସେତେ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ସେତେ ଅଧିକ ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି କରାଗଲା । ପୃଥିବୀ ପୃଷ୍ଠର ବିଭିନ୍ନ ଅଞ୍ଚଳରେ ଥିବା ଲୋକେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସଂକେତ ସୃଷ୍ଟି କଲେ ।

କହିଲ ଦେଖି :
ଅଧିକସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଅଧିକ ଗୁଡ଼ିଏ ସଂକେତ ସୃଷ୍ଟି ହେଲାପରେ ମଣିଷ କେଉଁ ସମସ୍ୟାର ସମ୍ମୁଖୀନ ହୋଇଥିବ ?

4.4 ସ୍ଥାନୀୟମାନ ବ୍ୟବସ୍ଥା

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସମସ୍ୟା (ଅନେକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଅନେକ ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର)ର ସମାଧାନ କଲେ ଭାରତୀୟ ପଣ୍ଡିତମାନେ । ସେମାନେ ଅଳ୍ପ କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି କଲେ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

	୧	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯
ହିନ୍ଦିରେ	१	२	३	४	५	६	७	८	९
ଇଂରାଜୀରେ	1	2	3	4	5	6	7	8	9

କେବଳ ଏହି ସଂକେତଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆହୁରି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାର ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ଲାଗି ସେମାନେ କାଠି ଗଣିବା ବେଳେ ବିଡ଼ାବାନ୍ଧି ଗଣିବା ବ୍ୟବସ୍ଥାକୁ ଅନୁସରଣ କଲେ ।

1 2 3 4 5

ଅଧିକ କାଠି ଥିଲେ ଗଣିବା ବ୍ୟବସ୍ଥା –

ଏକ ବିଡ଼ା

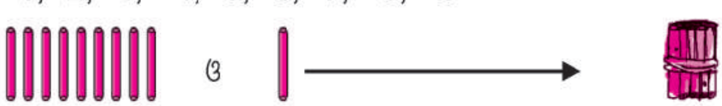
ଏକ ବିଡ଼ା ଓ ଗୋଟିଏ କାଠି

ଦୁଇ ବିଡ଼ା

ଦୁଇ ବିଡ଼ା ଓ ଗୋଟିଏ କାଠି

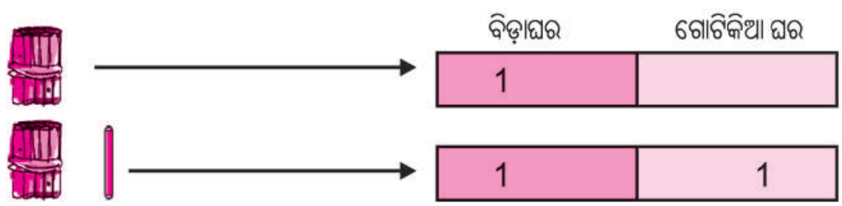
ଏହିଭଳି ଗଣିବା ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅନୁସରଣ କରି ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ଲାଗି ଘର ବା ସ୍ଥାନର କଳ୍ପନା କରାଗଲା ।

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9



(9 ଗୋଟି କାଠି) (ଗୋଟିଏ କାଠି) (ଦଶଟିର ଗୋଟିଏ ବିଡ଼ା)

ଦଶଟି କାଠିର ଗୋଟିଏ ବିଡ଼ା ଲେଖିବା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଘର ବା ସ୍ଥାନ ସୃଷ୍ଟି କରାଗଲା । ତାହା ହେଲା –



	ବିଡ଼ାଘର	ଗୋଟିକିଆ ଘର
→	1	2
→	2	
→	2	1

ଗୋଟିକିଆ ଘର ଖାଲି ଥିବାରୁ, ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ପୁଣି ସମସ୍ୟା ଦେଖା ଦେଲା । ତାହା ହେଲା –

ଦଶ →	1	
କୋଡ଼ିଏ →	2	

ଦଶ, କୋଡ଼ିଏ ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ବେଳେ ଗୋଟିକିଆ ଘର ଖାଲି ରହୁଛି । ଏଣୁ ଘର ଦୁଇଟି ନ କଲେ, ଗୋଟିକିଆ ଘର ଖାଲିଥିବା କଥା ଦେଖାଇ ହେବ ନାହିଁ । ମାତ୍ର ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଘର ନ ଦର୍ଶାଇ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ସମ୍ଭବ ହେଉଛି । ଯଥା –

ଏଗାର →	1	1	→ 11
ବାର →	1	2	→ 12

11 ଲେଖିଲେ ଦୁଇଟି ଘରର ଥିବା କଥା ଜଣା ପଡ଼ିଯାଉଛି । 12, 13, 25, 27 ...... ଆଦି ଲେଖିବା ବେଳେ ଘର ଟଣାଯାଇ ନଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ଘରର ଧାରଣା ଦେଉଛି । ମାତ୍ର ଦଶ, କୋଡ଼ିଏ, ତିରିଶ ଆଦି ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ 'ଗୋଟିକିଆ ଘର' ଯେ ଖାଲି ଅଛି ତାହା କେବଳ ଘର ଟଣା ଯାଇଥିଲେ ଜଣାପଡ଼ିବ । ଯେପରି –

	ବିଡ଼ାଘର	ଗୋଟିକିଆ ଘର	
ଦଶ →	1		ଗୋଟିକିଆ ଘରେ କିଛି ନାହିଁ
କୋଡ଼ିଏ →	2		ଗୋଟିକିଆ ଘରେ କିଛି ନାହିଁ
ତିରିଶ →	3		ଗୋଟିକିଆ ଘରେ କିଛି ନାହିଁ

ଏ ସମସ୍ୟା ମଧ୍ୟ ସମାଧାନ କଲେ ଭାରତୀୟ ପଣ୍ଡିତ ।

4.5 ଶୂନର ପରିକଳ୍ପନା

'କିଛି ନାହିଁ' କୁ ଶୂନ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଏଣୁ 'କିଛି ନାହିଁ' ବା 'ଶୂନ୍ୟ' ଲାଗି ସେମାନେ ସଙ୍କେତ '0' ସୃଷ୍ଟି କଲେ ଓ ଏହାର ନାମ ଦେଲେ '**ଶୂନ**' । ଫଳରେ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଅସୁବିଧା ଦୂର ହେଲା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଲେଖିବା –

ଦଶ →	1		→	1	0	→ 10

ଆଉ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ବେଳେ ଘର ଟାଣିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ନାହିଁ । ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନରେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର ହୋଇଥିଲେ ତାହା ଦୁଇଟି ଘର ବା ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନର ସୂଚନା ଦିଏ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନର ଏକ 'ମୂଲ୍ୟ' ବା 'ମାନ' ରହିଲା । ଏଣୁ ଏହି ବ୍ୟବସ୍ଥାକୁ **'ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ'** ବ୍ୟବସ୍ଥା କୁହାଗଲା । ଏହି ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ସଂଖ୍ୟାଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀର ପୂର୍ଣ୍ଣତା ଆଣିବା ପାଇଁ ଶୂନ (0)ର ସୃଷ୍ଟି କରାଯିବା କଥା ତୁମେ ଜାଣିସାରିଲଣି । ଏଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମ ପାଖରେ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ଲାଗି ଯେଉଁ ସଙ୍କେତଗୁଡ଼ିକ ମିଳିଲା ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

4.5.1. ଅଙ୍କ, ସଂଖ୍ୟା ଓ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଦଶଟି ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର ଦ୍ୱାରା ଯେ କୌଣସି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ସମ୍ଭବ ହେଲା । ଯେପରି –

ତିନି ଶହ ପଞ୍ଚଚାଳିଶ ଲାଗି ସଙ୍କେତ 345

ଏଠାରେ, ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 5, ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ବା ମାନ = 5 x 1 = 5 ;

ଦଶକ ସ୍ଥାନରେ 4, ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ବା ମାନ = 4 x 10 = 40 ;

ଶତକ ସ୍ଥାନରେ 3, ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ବା ମାନ = 3 x 100 = 300 ।

ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟାଟି ହେଉଛି 345 । ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ବେଳେ ଏକକ, ଦଶକ ଓ ଶତକ (ବା ଶହ) ସ୍ଥାନରେ ରହିଲେ ଯଥାକ୍ରମେ 5, 4 ଓ 3 । ଏହି 5, 4 ଓ 3 କୁ 345 ରେ ବ୍ୟବହୃତ **ଅଙ୍କ** ବୋଲି କୁହାଗଲା ।

1, 2, 3, 4,5 , 6, 7, 8, 9 ଓ 0 କୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ଗଠିତ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଅଙ୍କ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ମାତ୍ର ଆମେ ଯେତେବେଳେ କହୁ 5 ଗୋଟି କଲମ, ସେତେବେଳେ କଲମର ସଂଖ୍ୟା = 5 ।ଏଠାରେ 5 ଏକ ସଂଖ୍ୟା । ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କକୁ ନେଇ ଗଠିତ ଏବଂ ସେ ଅଙ୍କଟି ହେଉଛି 5 ।

ଜାଣିଛ କି ?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ଓ 0 କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନ କରାଗଲେ, ଏ ଗୁଡ଼ିକୁ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

4.6 ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଗଣନା କାର୍ଯ୍ୟ ଲାଗି ଉପରୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବାରୁ, ଏଗୁଡ଼ିକୁ **ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ :

- ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା କିଏ ?
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ତା' ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ବଡ଼ ?
- ଏ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହର ଶେଷ କେଉଁଠି ?

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତୋଟି ତଥ୍ୟ

- ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା 1, ସଂଖ୍ୟା 1 ପୂର୍ବରୁ ଆଉ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୋଟିଏ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି। ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ବଡ଼।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ସାନ। କିନ୍ତୁ 1 ର କୌଣସି ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ।
- ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ କୌଣସି ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ। ଯେତେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ବି ତା'ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଓ ଏହା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ବଡ଼।
- ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ଲାଗି ଦଶଟି ଅଙ୍କକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବାରୁ ଏହାକୁ **ଦଶ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ** ସଂଖ୍ୟା ବା **ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା** ବ୍ୟବସ୍ଥା ବୋଲି କୁହାଯାଏ।

4.7 ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଏହି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଅଧିକ ଉପଯୋଗର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା। ନିମ୍ନରେ କେତୋଟି ପରିସ୍ଥିତିର ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି।

ପରିସ୍ଥିତି - 1

ଘରେ ଥିଲା 5 ଟି ଲେମ୍ବୁ। ପୁଣି ଗଛରୁ ତୋଳାହେଲା 7ଟି ଲେମ୍ବୁ। ତେବେ ମୋଟ କେତେ ହେଲା ? ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରୁ ମଣିଷ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାର କରିବା କଥା ଚିନ୍ତାକଲା।

ପରିସ୍ଥିତି - 2

ଘରେ ଥିଲା 20ଟି ନଡ଼ିଆ। ସେଥିରୁ ଘରର ପର୍ବରେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହୋଇଗଲା 8ଟି ନଡ଼ିଆ। ବଳକା ନଡ଼ିଆ କେତେ ଜାଣିବା ପାଇଁ ମଣିଷ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଚିନ୍ତାକଲା।

ପରିସ୍ଥିତି - 3

ବିଲରୁ ପ୍ରତି ଥରରେ ଘରକୁ ଆସିଲା 15ଟି ଧାନ ହଳାର ଗୋଛା। ତେବେ 7 ଥରରେ ମୋଟ କେତୋଟି ଧାନ ହଳା ଘରକୁ ଆସିଲା ? ଏହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ସେ ସବୁ ଗୋଛାଯାକ ଖୋଲି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରି ଗଣିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କଥା ଚିନ୍ତାକଲା।

ପରିସ୍ଥିତି - 4

ସ୍କୁଲକୁ ଆସିଥିଲା 20ଟି ଖାତା। ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାକୁ 3 ଲେଖାଏଁ ଖାତା ଦିଆଯିବା ଆବଶ୍ୟକ। ତେବେ କେତୋଟି ପିଲା 3ଟି ଲେଖାଏଁ ଖାତା ପାଇପାରିବେ ଓ କେତୋଟି ଖାତା ବଳି ପଡ଼ିବ ?

ଗୋଟି ଗୋଟି ପିଲାଙ୍କୁ ଖାତା ବାଣ୍ଟିବା ପୂର୍ବରୁ କେତେ ପିଲା 3ଟି ଲେଖାଏଁ ଖାତା ପାଇବେ ଓ କେତୋଟି ଖାତା ବଳିପଡ଼ିବ ଜାଣିବା ପାଇଁ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା କଥା ଚିନ୍ତା କରାଗଲା।

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ସେଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ ଆଦି ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାରକୁ ସାମିଲ କରି ସୃଷ୍ଟି ହେଲା **ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା** (ସଙ୍କେତ N ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ) । ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ହେଲେ - 1, 2, 3, 4, ...

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସତ୍ୟ । ଅର୍ଥାତ -

- କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 1 । ଏହାର କୌଣସି ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୋଟିଏ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ବଡ଼ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ସାନ । ଅବଶ୍ୟ ଏହା 1 ଲାଗି ସତ୍ୟ ନୁହେଁ । କାରଣ 1ର କୌଣସି ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ।
- ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ କୌଣସି ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ । ଯେତେବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ବି ତା'ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଓ ଏହା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ବଡ଼ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.1

1. କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?
2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ବାମରେ ତା'ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଡ଼ାହାଣରେ ତା'ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

   (କ) ___ , 28, ___ (ଖ) ___, 248, ___ (ଗ) ___, 567, ___

   (ଘ) ___, 3856, ___ (ଙ) ___, 5000, ___ (ଚ) ___, 99999, ___
3. (କ) 57 ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର କେତୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

   (ଖ) 48 ଓ 216 ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

   (ଗ) 5729 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।
4. (କ) ଏକକ ଅଙ୍କ 5 ହୋଇଥିବା କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଛଅ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

   (ଖ) ଏକକ ଅଙ୍କ 7 ହୋଇଥିବା ବୃହତ୍ତମ ସାତ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

   (ଗ) ଛଅ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାତ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ (ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଇ) କେତୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

4.8 ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ସମ୍ପୃକ୍ତ ନିୟମ ।

4.8.1. ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ତା'ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଟି 1 ଅଧିକ, ଏହି ଗୁଣକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସୃଷ୍ଟି । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଦେଖ -

(ଗୋଟିଏ କାଠି ଓ ଆଉ ଗୋଟିଏ କାଠି ଏକତ୍ର)

1 + 1 = 1 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା = 2

2 + 1 = 2ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା = 3

3 + 1 = 3 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା = 4

ଜାଣିଛ କି ?

କୌଣସି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ 1 ଯୋଗକଲେ ତା'ର ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ମିଳେ ।

ଏବେ 5 + 4 ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । 5 + 4 ର ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ ପାଞ୍ଚଟି କାଠିରେ ଚାରୋଟି କାଠି ମିଶାଇବା ।

5ଟି କାଠି 4ଟି କାଠି

5 ସହ 4 କୁ ଯୋଗକରିବା ଅର୍ଥ 4ଟି ଏକକୁ ଥର ଥର କରି 5 ସହ ଏକାଠି କରିବା । ଏପରି କଲେ ଆମେ 5 + 4 = 9 ପାଇବା । ଏଣୁ 5 + 4 = 9

4.8.2. ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ନିୟମ

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମେ ଓ ତୁମର ଜଣେ ସାଙ୍ଗ ଏକାଠି ବସ । ଉଭୟ ଛଅଟି ଲେଖାଏଁ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ନିଅ ।
- ତୁମେ ତୁମ ସାଙ୍ଗପାଖରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ରୁ ଗୋଟିଏ ଆଣ । ତୁମେ ପାଖରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ରୁ ଗୋଟିଏ ନିଅ ।
- ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ଦୁଇଟିରେ ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଗ କର ଓ ଫଳାଫଳକୁ ଖାତାରେ ଲେଖ । ମନେକରାଯାଉ ତୁମ ସାଙ୍ଗପାଖରୁ ତୁମେ ଆଣିଛ 7 ଓ ତୁମ ପାଖରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ରୁ ନେଇଛ 6 । ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ ହେଲା, 7 + 6 = 13 ।
- ତୁମେ ଯେଉଁଭଳି କାମ କଲ, ତୁମେ ସାଙ୍ଗକୁ ସେହିଭଳି କାମ କରିବାକୁ କହ ।
- ତୁମ ପାଖରେ ଥିବା ସବୁ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ସରିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହିଭଳି କାମ କରି ଯୋଗଫଳକୁ ଖାତାରେ ଲେଖ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ପ୍ରତି ଯୋଡ଼ା ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି କି ?

ଏହିପରି ଦେଖାଯିବ ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା । ଏହି ନିୟମକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ କୁହାଯାଏ ।

ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) 12 + 5 (ଖ) 45 + 12

ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି କି ? ଏଥିରୁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କେଉଁ ନିୟମ ପାଳନ କରୁଥିବାର ଜଣାପଡୁଛି ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ

◆ ତୁମେ ଓ ତୁମର ଜଣେ ସାଙ୍ଗ ଏକାଠି ବସ । ଦଶଟି ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ନିଅ ।

◆ ନେଇଥିବା ଦଶଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ତୁମ ଖାତାରେ ଲେଖ । ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ସେହି କ୍ରମରେ ନେଇ ଯୋଗ କର । ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳକୁ ଖାତାରେ ଲେଖ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $8+6=14$

◆ ତୁମର ସାଙ୍ଗକୁ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିକୁ ଓଲଟା କ୍ରମରେ ଯୋଗ କରି ଯୋଗଫଳକୁ ଖାତାରେ ଲେଖିବାକୁ କୁହ । ବର୍ତ୍ତମାନ ସେ ଲେଖିବ, $6+8=14$ ।

◆ ଦୁଇ ପ୍ରକାର ଯୋଗକ୍ରିୟାର ଫଳାଫଳକୁ ତୁଳନା କର ।

◆ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ଦୁଇ ଦୁଇଟି ଲେଖାଁଏ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଏହିଭଳି କାମ କର । କ'ଣ ପାଉଛ କହ ।

ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ରହେ । ଏହାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ନିଜ ଖାତାରେ ଲେଖି ତହିଁରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(କ) 2038 + 352 = 352 + ______ (ଖ) 365 + ______ = 148 + 365

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମ ଖାତାରେ / ଶ୍ରେଣୀ ଚଟାଣରେ ତିନୋଟି କୋଠରି କର । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ କୋଠରି ଭାବେ ନାମ ଦିଅ । ଅତିକମ୍‌ରେ 10ଟି ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ନିଅ ।

ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟ :

4	5	7

- ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଠରି ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ରଖ ।
- ଏବେ ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଗ କର । ଯୋଗଫଳ କେତେ ପାଇଲ ଲେଖ । ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳରେ ତୃତୀୟ କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଅ । ଏହାକୁ ଏପରି ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ $(4+7)+5=16$ ରୂପେ ଲେଖାଯିବ ।
- ଏବେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଗ କର । ଯୋଗଫଳ କେତେ ପାଇଲ ? ଯୋଗଫଳରେ ପ୍ରଥମ କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଅ । ମୋଟ ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେଲା ? ଏହାକୁ $4+(7+5)=16$ ରୂପେ ଲେଖାଯିବ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ :

- ଏବେ ଆଉ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼କୁ ତିନୋଟି କୋଠରିରେ ରଖି ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଯେପରି କାମ କରିଥିଲ ସେହିପରି କାମ କର ।
- ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ କରିଥିବା କାମରୁ କ'ଣ ପାଉଛ ?

4, 7 ଓ 5 କୁ ମିଶାଇବା ପାଇଁ ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀରେ, 4 ଓ 7ର ଯୋଗଫଳ ସହ 5 କୁ ମିଶାଗଲା । କିନ୍ତୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ , 4 ସହ 7 ଓ 5 ର ଯୋଗଫଳକୁ ମିଶାଗଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ହେଲା 16 ।

$$(4 + 7) + 5 = 4 + (7 + 5)$$

ଏଣୁ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗକରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ ଆମେ ଜାଣିପାରିଲେ । ତିନୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଯେଉଁ ନିୟମ ଦେଖିଲେ, ତାକୁ ଯୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

4.8.3. ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ସମ୍ପୃକ୍ତ ନିୟମ

ଆସ ବିୟୋଗକ୍ରିୟାର ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

- ଗୋଟିଏ ଚକ୍‌ବାକ୍ସରେ 8 ଗୋଟି ଚକ୍ ରଖ ।
- ସେହି ବାକ୍ସରୁ 3 ଗୋଟି ଚକ୍ ନେଇଯିବା ପାଇଁ ତମର ଜଣେ ସାଙ୍ଗପିଲାକୁ କୁହ ।
- ସେ 3 ଗୋଟି ଚକ୍ ନେଇଗଲା ପରେ, ଆଉ କେତୋଟି ଚକ୍ ରହିଲା ଦେଖିବା ।

8 ଟି ଚକ୍‌ରୁ ପିଲାଟି ଗୋଟିଏ ଚକ୍ ନେଇଗଲା । ଅର୍ଥାତ୍ ଚକ୍ ସଂଖ୍ୟା 8 ରୁ 1 କମିଗଲା । 8 ରୁ 1 କମ୍ ହେଉଛି 8ର ପୂର୍ବସଂଖ୍ୟା = 7 ।

7ଟି ଚକ୍‌ରୁ ପୁଣି 1 ଗୋଟିଏ ନେଇଗଲା । ଅର୍ଥାତ୍ ଚକ୍ ସଂଖ୍ୟା 7ରୁ 1 କମିଗଲା । 7ରୁ 1 କମ୍ ହେଉଛି 7ର ପୂର୍ବସଂଖ୍ୟା = 6

ସେହିପରି ପିଲାଟି ଆଉ ଗୋଟିଏ ଚକ୍ ନେଇଗଲା ପରେ ବଳକା ଥିବା ଚକ୍ ସଂଖ୍ୟା = 6 ରୁ 1 କମ ବା 6 ର ପୂର୍ବ ସଂଖ୍ୟା = 5; ଅତଏବ 8 - 3 = 5

ସେହିପରି ଆମେ ପାଇପାରିବା –

8 - 1 = 7
8 - 2 = 6
8 - 3 = 5
8 - 4 = 4
8 - 5 = 3
8 - 6 = 2
8 - 7 = 1

ଜାଣିଛ କି ?

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରୁ ଏକ (1) ବିୟୋଗ କଲେ ତା'ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଥାଏ ।

5 - 1 = 4

ଆମ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଜଗତରେ 1 ହେଉଛି କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା । 8 - 8 = କେତେ ?

ଏହି ଫଳକୁ ଲେଖିବା ପାଇଁ ଆମ ପାଖରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ 8 ରୁ 8 ବା 8 ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ ।

ଅନ୍ୟ କଥାରେ କହିଲେ, ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ପରିସର ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରୁ ତା' ଅପେକ୍ଷା ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ବିୟୋଗ କରାଯାଇ ପାରିବ ଏବଂ ବିୟୋଗଫଳ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସମ୍ବନ୍ଧ

ତଳେ ଥିବା ଚିତ୍ରରେ ଆମେ ଦେଖୁଛୁ -

ଥିଲେ କେତେକ ପିଲା, ତହିଁରୁ ଚାଲିଗଲେ କେତେକ ପିଲା ଓ ବଳକା ରହିଲେ କେତେକ ପିଲା ।

8 - 5 = 3

3 + 5 = 8

ବଳକା ଥିବା ପିଲାଙ୍କ ସହ ଫେରି ଆସିଥିବା ପିଲା, 3 + 5 = 8

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ ,8 -5 = 3 ରୁ ମିଳିଲା 3 + 5 = 8

ଆମେ କହୁ, 8 - 5 = 3 । ଏହି ବିୟୋଗ କଥାର ଯୋଗ କଥା ହେଉଛି 3 + 5 = 8 ।

◆ ଆସ ,ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ବଡ଼ଟିରୁ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା ।

ମନେକର ଆମେ ନେଲେ 8 ଓ 10 ।

10 - 8 = 2   8 - 10 = କେତେ ?

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ ଯେ ସାନ ସଂଖ୍ୟାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ।

ଏଣୁ 8 -10 ଲାଗି ଆମ ପାଖରେ କିଛି ଉତ୍ତର ନାହିଁ ।

ଏଣୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଯେପରି କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ, ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସେପରି କ୍ରମ ବିନିମୟୀ **ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।**

5+8+3 କୁ ସରଳ କଲା ବେଳେ ଆମେ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରିଥାଉ, କାରଣ

(5+8) + 3 = 5 + (8+3) ।

ତେବେ 9 - 5 - 2 କ୍ଷେତ୍ରରେ କ'ଣ ହେଉଛି ଦେଖିବା ।

(9 - 5) - 2 = 4 - 2   9 - (5-2) = 9 -3

= 2   = 6

ଏଣୁ (9 - 5) - 2 ≠ 9 - (5-2)

ଜାଣିଛ କି ?

'ସମାନ ନୁହେଁ'କୁ '≠' ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଏ, ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 4 - 3 ≠ 0

ଏଣୁ ବିୟୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ନୁହେଁ ।**

ତେବେ 9 - 5 - 2 କୁ କିପରି ସରଳ କରିବା ?

ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି ଭାବିବା ଯେଉଁଠି 9 - 5 - 2 କୁ ସରଳ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ ।

ଚକ୍ ବାକ୍ସରେ 9 ଗୋଟି ଚକ୍ ଥିଲା । ସେଥିରୁ ସୁମନ୍ତ ତାଙ୍କ ଶ୍ରେଣୀ ଲାଗି 5ଟି ଚକ୍ ନେଲା ଏବଂ ରଶ୍ମି ତାଙ୍କ ଶ୍ରେଣୀ ଲାଗି 2 ଗୋଟି ଚକ୍ ନେଲା । କେତୋଟି ଚକ୍ ବଳକା ରହିଲା ?

ସୁମନ୍ତ 5ଟି ଚକ୍ ନେବା ପରେ, ବଳକା ରହିଲା –

$$9 - 5 = 4$$

ରଶ୍ମି 2 ଟି ଚକ୍ ନେବାପରେ, ବଳକା ରହିଲା –

$$4 - 2 = 2$$

ଏଠାରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ,

9 - 5 -2 ରେ ଥିବା ପ୍ରଥମ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରଥମେ ସମ୍ପାଦିତ ହେଲା ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ (ଅର୍ଥାତ 2 ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ) ପରେ ସମ୍ପାଦିତ ହେଲା ।

ଏଣୁ 9 - 5 -2 = (9 - 5) - 2 = 4 - 2 = 2 । ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରେ କାର୍ଯ୍ୟଟି ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇ ପାରିଥା'ନ୍ତା । ଥିଲା 9 ଟି ଚକ୍, ସୁମନ୍ତ ନେଲା 5ଟି ଓ ରଶ୍ମି ନେଲା 2ଟି, ସୁମନ୍ତ ଓ ରଶ୍ମି ଏକତ୍ର ନେଲେ (5 + 2) ଗୋଟି । 9 ଟିରୁ (5 + 2) ଗୋଟି ଚାଲିଯିବାପରେ, ବଳକା ରହିଲା 9 - (5 + 2)

$\therefore$ 9 - 5 - 2 = 9 - (5+2)
= 9 - 7 = 2

ତୁମେ ସେହିପରି 6 - 1 -2 ପାଇଁ ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ପରିସ୍ଥିତିର ଉଦାହରଣ ଦେଇ ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.2

1. ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (କ) 12 + 9 + 8 = (12 + 9) + 8 = ... + ... = ...

   (ଖ) 12 + 9 + 8 = 12 + (9 + 8) = ... + ... = ...

2. (କ) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା, ତା'ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ?

   (ଖ) ସବୁଠୁ ଛୋଟ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କେଉଁଟି ?

   (ଗ) ସବୁଠୁ ବଡ଼ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କିଏ କହିପାରିବ କି ?

   (ଘ) ଖୁବ୍ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ଭାବ । ତା'ର ଠିକ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଟି ତୁମେ ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କେତେ ବଡ଼ ?

3. 536 + 718 + 464 ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଦିଆଯାଇଛି । କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ଓ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କର ଯେପରି ଯୋଗ କ୍ରିୟାଟି ସହଜ ହେବ ।

4. ନିମ୍ନ ଯୋଗକାର୍ଯ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକୁ ସହଜ ହେବା ଭଳି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସଜାଇ ଯୋଗକର ।

(କ) 417 + 384 + 583 (ଗ) 654 + 333 + 346

(ଖ) 2536 + 1205 + 7464 (ଘ) 2062 + 353 + 1438 + 547

5. ନିମ୍ନ ବିୟୋଗ କଥାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କଥାରେ ଲେଖ ।

(କ) 9 - 5 = 4 (ଖ) 12 - 7 = 5 (ଗ) 316 - 285 = 31

6. ଗୋଟିଏ ଗ୍ରାମର ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା 1500 । ଯଦି ସେହି ଗ୍ରାମର ପୁରୁଷ ସଂଖ୍ୟା 489 ଓ ମହିଳା ସଂଖ୍ୟା 512 ହୁଏ, ତେବେ ପିଲାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

7. ଶୋଭନ୍ ପାଖରେ 52,718 ଟଙ୍କା ଥିଲା । ସେ କରଜ ଶୁଝିଲା 5000 ଟଙ୍କା ଓ 2500 ଟଙ୍କା ଦାମ୍‌ର ଗୋଟିଏ ସାଇକେଲ୍ କିଣିଲା । ତା'ପାଖରେ ବଳକା କେତେ ଟଙ୍କା ରହିଲା ?

4.8.4. ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ସମ୍ପୃକ୍ତ ନିୟମ

(କ) ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ତୁମେ ଜାଣିଛ – 5 + 5 କୁ ଲେଖାଯାଏ 5 x 2;

5 + 5 + 5 କୁ ଲେଖାଯାଏ 5 x 3;

5 + 5 + 5 + 5 କୁ ଲେଖାଯାଏ 5 x 4

ଅର୍ଥାତ୍, ଗୋଟିଏ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ବାରମ୍ବାର ଯୋଗ କରିବାକୁ ଗୁଣନ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

5 x 2 ର ଫଳ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ 5 + 5ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁ ।

ସେହିପରି 5 x 3 ର ଫଳ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ ତିନିଗୋଟି 5 କୁ ଯୋଗକରୁ । ଅର୍ଥାତ୍ 5 x 3 ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି 3 ଗୋଟି 5 ର ଯୋଗ ।

ଏଣୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ଆମେ କହୁ –

$$4 \times 7 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28$$

ଗୁଣନକୁ ଯୋଗରେ ପରିଣତ କରି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଆମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁ ଏବଂ ସେହି ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ଗୁଣନ ଖନ୍ଦାରେ ଲେଖି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମନେରଖୁ । ଆମେ ମନେରଖିଥିବା ଗୁଣନ ଖନ୍ଦାଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କରୁ ।

ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ :

(କ) ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଗୁଣନକାର୍ଯ୍ୟ କରି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5 x 7 = 8 x 6 = 12 X 9 = 14 x 12 =

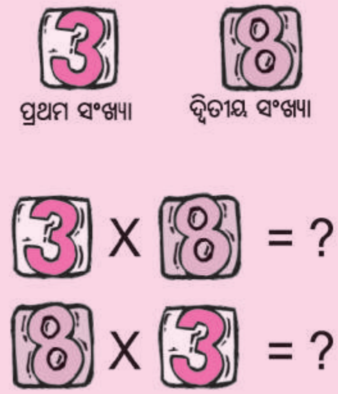
ଯେଉଁ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକ ପାଇଲ, ସେଗୁଡ଼ିକ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ –

ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ।

ଅର୍ଥାତ୍, **ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।**

(ଖ) **ନିଜେ କରି ଦେଖ**



- ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତୁମ ଖାତାରେ ଲେଖ । ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକୁ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଅନ୍ୟଟିକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଭାବେ ନାମିତ କର ।
- ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଗୁଣି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ସେହିପରି ଏବେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଗୁଣି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । କ'ଣ ପାଇଲ ?
- ଏବେ ଆଉ ଏକ ଯୋଡ଼ା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ସେହି ଭଳି କାର୍ଯ୍ୟ କର ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦେଖିବା ଯେ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ ସମାନ ହୁଏ । ଆମେ ଜାଣିଲେ, ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ ବଦଳେ ନାହିଁ ।

ଅର୍ଥାତ୍, **ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।**

(ଗ) ତଳେ ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର –

ତିନି ଗୋଟି ପାଛିଆରେ 4 ଗୋଟି ଲେଖାଏଁ ବଲ୍ ଅଛି ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 'କ', 'ଖ', 'ଗ', 'ଘ' ନାମରେ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି ।

ତଳେ ଚାରୋଟି ପାଛିଆ ରହିଛି । ଉପରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ପାଛିଆରୁ 'କ' ଚିହ୍ନିତ ବଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ଆଣି ତଳେ ଥିବା ପ୍ରଥମ ପାଛିଆରେ ରଖ ।

ଉପରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ପାଛିଆରୁ 'ଖ' ଚିହ୍ନିତ ବଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ଆଣି ତଳେ ଥିବା ଦ୍ୱିତୀୟ ପାଛିଆରେ ରଖ ।

ଉପରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ପାଛିଆରୁ 'ଗ' ଚିହ୍ନିତ ବଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ଆଣି ତଳେ ଥିବା ତୃତୀୟ ପାଛିଆରେ ଓ 'ଘ' ଚିହ୍ନିତ ବଲ୍ ଗୁଡ଼ିକୁ ଆଣି ତଳେ ଥିବା ଚତୁର୍ଥ ପାଛିଆରେ ରଖ ।

ତିନୋଟି ପାଛିଆରେ ଥିବା ମୋଟ ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 4 x 3 = 12

ତଳେ ଥିବା ଚାରୋଟି ପାଛିଆରେ ଥିବା ମୋଟ ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 3 x 4 = 12

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଛିଆରେ ଚାରୋଟି ଲେଖାଏଁ ବଲ୍ ଥାଇ, ତିନୋଟି ପାଛିଆରେ ଥିବା ମୋଟ ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା ଯେତିକି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଛିଆରେ ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ ବଲ୍ ଥାଇ, ଚାରୋଟି ପାଛିଆରେ ଥିବା ମୋଟ ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା ସେତିକି ।

4 x 3 = 3 x 4

ଏହି କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କେଉଁ ନିୟମକୁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିଲ ?

(ଘ) କଥାଟିଏ ଶୁଣ-

ରାଜାଙ୍କର ଭଣ୍ଡାର ଘରୁ ଗୋଟିଏ ପେଡ଼ି ଚୋରି ହୋଇଗଲା । ଭଣ୍ଡାରରକ୍ଷକ ରାଜାଙ୍କୁ ଚୋରି ହୋଇଥିବା ଖବର ଦେଲେ ଏବଂ ଚୋରି ହୋଇଥିବା ପେଡ଼ିରେ ଥିବା ସୁନା ମୋହରର ହିସାବ ଦେଲେ -

ଭଣ୍ଡାରରକ୍ଷକ କହିଲେ -

ପେଡ଼ିଟିରେ ଥିଲା 5 ଟି ଥାକ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥାକରେ ଥିଲା 4ଟି ଫରୁଆ ଓ ପ୍ରତି ଫରୁଆରେ ଥିଲା 3ଟି ସୁନା ମୋହର ।

ମନ୍ତ୍ରୀ ହିସାବ କଲେ -

ଗୋଟିଏ ଫରୁଆର ଥିବା ମୋହର ସଂଖ୍ୟା = 3

ଏଣୁ 4ଟି ଫରୁଆରେ ଥିବା ମୋହର ସଂଖ୍ୟା = 3 x 4 = 12

∴ ଗୋଟିଏ ଥାକରେ ଥିବା ମୋହର ସଂଖ୍ୟା = 12

ସେହିପରି 5ଟି ଥାକରେ ଥିବା ମୋହର ସଂଖ୍ୟା = 12 x 5 = 60

ବା, ଏହି ହିସାବକୁ ଆମେ ଲେଖିବା : (3 x 4) x 5 = 12 x 5 = 60

ରାଜା ନିଜେ ହିସାବ କଲେ -

ଗୋଟିଏ ଥାକରେ ଥିବା ଫରୁଆ ସଂଖ୍ୟା = 4

ଏଣୁ 5 ଟି ଥାକରେ ଥିବା ଫରୁଆ ସଂଖ୍ୟା = 4 x 5 =20

ଗୋଟିଏ ଫରୁଆରେ ଥିବା ମୋହର ସଂଖ୍ୟା = 3

∴ 20ଟି ଫରୁଆରେ ଥିବା ମୋଟ ମୋହର ସଂଖ୍ୟା = 3 x 20 = 60

ବା, ଏହି ହିସାବକୁ ଆମେ ଲେଖିବା ; (4 x 5) x 3 = 20 x 3 = 60

ରାଜା ଓ ମନ୍ତ୍ରୀଙ୍କ ହିସାବରୁ ମିଳିଥିବା ଚୋରିଯାଇଥିବା ମୋହରର ସଂଖ୍ୟାରେ କିଛି ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦେଖୁଛ କି ?

ମାତ୍ର ଦୁହିଁଙ୍କର କାର୍ଯ୍ୟଧାରା ଭିନ୍ନ । କାର୍ଯ୍ୟଧାରା ଭିନ୍ନ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ଉତ୍ତର ସମାନ ।

ଏଥିରୁ ଜାଣିଲେ -

(3 x 4) x 5 = 3 x (4 x 5)

ତୁମେ ନିଜେ କର -

(3 x 4) x 5 = ?

3 x (4 x 5) = ?

(3 x 5) x 4 = ?

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମାନ ଗୁଣଫଳ ମିଳିଥିବାର ଦେଖିବା । ତିନି ପ୍ରକାର ଗୁଣନର ଗୁଣଫଳକୁ ଦେଖି କ'ଣ ଜାଣିଲ ? ଏଥିରୁ ଜାଣିଲେ, ତିନୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, ପ୍ରଥମେ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟିକୁ ଗୁଣନ କରିବା ଓ ଗୁଣଫଳ ସହ ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରିବା ।

ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଏହି ନିୟମକୁ **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

ସହଯୋଗୀ ନିୟମ

ତିନୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, ସେ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରଥମେ ଗୁଣନ କରି ଗୁଣଫଳକୁ ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୁଣନ କରିବା ।

(ଢ) ନିଜେ କରି ଦେଖ

'ମୁଁ ଲୁଚିଗଲି ତୁମ ଭିତରେ'

- ତୁମେ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଭାବ ।
- ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କର ।
- ନିଜେ ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଓ 1 କୁ ଗୁଣନ କଲା ପରେ ମିଳିଥିବା ଗୁଣଫଳକୁ କଳାପଟାରେ ଲେଖ ।
- ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ସହ 1 କୁ ଗୁଣନ କଲ, ସେ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୁଣଫଳକୁ ଦେଖ ଏବଂ ତାଙ୍କ ଭିତରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ଲେଖ । କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲ ?
- ଆଉ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ସେଥିରେ 1 ଗୁଣି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । କ'ଣ ଦେଖୁଛ ?

ଗୁଣନର ଅଭେଦ ନିୟମ

ଯେ କୌଣସି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା x 1 = 1 x ସେହି ସଂଖ୍ୟା = ସେହି ସଂଖ୍ୟା

ଜାଣିଛ କି ?

1 ହେଉଛି ଗୁଣନାତ୍ମକ ଅଭେଦ ।

4.7.5. ଗୁଣନ ଓ ଯୋଗ ସମ୍ପୃକ୍ତ ନିୟମ

ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତି : ପୂଜା ଓ ରିପୁନ୍ ଉଭୟଙ୍କର ଆଜି ଜନ୍ମଦିନ । ପୂଜାର ବୟସ ହେଲା 12 ଓ ରିପୁନ୍‌ର ବୟସ ହେଲା 8 । ସେମାନଙ୍କୁ ଚକୋଲେଟ୍ ଦିଆଯିବ । ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ତା' ବୟସର 4 ଗୁଣ ସଂଖ୍ୟକ ଚକୋଲେଟ୍ ଦିଆଯିବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କେତୋଟି ଲେଖାଏଁ ଚକୋଲେଟ୍ ପାଇବେ ?

ମୋଟରେ ସେମାନଙ୍କୁ କେତେଗୋଟି ଚକୋଲେଟ୍ ଦିଆଯିବ ?

ଉତ୍ତର - ପୂଜା ପାଇବା ଚକୋଲେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା = 12 x 4 = 48

ରିପୁନ୍ ପାଇବା ଚକୋଲେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା = 8 x 4 = 32

∴ ଉଭୟଙ୍କୁ ଦିଆଯାଉଥିବା ମୋଟ ଚକୋଲେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା = 48 + 32 = 80

ଏହି ହିସାବକୁ ନିମ୍ନମତେ ମଧ୍ୟ କରାଯାଇ ପାରେ -

ସେମାନଙ୍କୁ ଦିଆଯାଉଥିବା ମୋଟ ଚକୋଲେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା= (12 + 8) x 4

= 20 x 4 = 80

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, 12 x 4 + 8 x4 = (12+8) x 4

ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତି :

ଜଣେ କର୍ମଚାରୀ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ଲାଗି 20 ଟଙ୍କା ଓ ଚା' ଖାଇବା ପାଇଁ 5 ଟଙ୍କା ପାଆନ୍ତି । ସେ ଚାରିଦିନ ଲାଗି ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ଓ ଚା' ଖାଇବା ପାଇଁ ମୋଟ କେତେ ଟଙ୍କା ପାଇବେ ?

ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର ହିସାବ :

ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ଓ ଚା' ଖାଇବା ଲାଗି ତାଙ୍କର

1 ଦିନର ପ୍ରାପ୍ୟ = (20 + 5) ଟଙ୍କା

ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ଓ ଚା' ଖାଇବା ଲାଗି ତାଙ୍କର

4 ଦିନର ପ୍ରାପ୍ୟ = (20+5)x4 ଟଙ୍କା

= 25 x 4 ଟଙ୍କା = 100ଟଙ୍କା

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାର ହିସାବ :

ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ପାଇଁ 4 ଦିନର ପ୍ରାପ୍ୟ = 20 x 4 ଟଙ୍କା

ଚା' ଖାଇବା ଲାଗି 4 ଦିନର ପ୍ରାପ୍ୟ = 5 x 4 ଟଙ୍କା

4 ଦିନ ଲାଗି ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ଓ ଚା' ଖାଇବା ବାବଦକୁ

ମୋଟ ପ୍ରାପ୍ୟ = 20 x 4ଟ. + 5 x 4ଟ.

= 80 ଟ. + 20ଟ. = 100 ଟଙ୍କା

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ - (20 + 5) x 4 = 20 x4 + 5 x 4

ଏପରି ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତି ତୁମେ ଲେଖ । ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଲେ ସାଥି ପିଲା ବା ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସାହାଯ୍ୟ ନିଅ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ :

ତିନୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟର ଯୋଗଫଳକୁ ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୁଣନ କଲେ ଯେଉଁ ଫଳ ମିଳିବ, ପ୍ରଥମକୁ ତୃତୀୟ ସହ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟକୁ ତୃତୀୟ ସହ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ଗୁଣନ କରି ଗୁଣଫଳ ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଗ କଲେ ମଧ୍ୟ ସମାନ ଫଳ ମିଳିବ ।

ଗୁଣନ ଓ ଯୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମକୁ **ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ସେହିପରି ବିୟୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ମଧ୍ୟ ରହିଛି । ଏହାର ଉଦାହରଣ ହେଉଛି –

(8 - 5) x 4 = 8 x 4 - 5 x 4

ଏହାର ସତ୍ୟତା ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.3

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତି ପାଖରେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ ।

(କ) 5 x 8 = 8 x 5

(ଖ) ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ।

(ଗ) (8 x 5) x 3 = 8 x (5 x 3) = (8 x 3) x 5

(ଘ) 5 x 1 = 1 x 5 = 5, 12 x1 = 1 x 12 = 12, 308 x 1 = 1 x 308 = 308

(ଙ) (7 + 5) x 3 = 7 x 3 + 5 x 3

(ଚ) (12 - 4) x 5 = 12 x 5 - 4 x 5

2. ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟି ଦେଖ । ସେହି ଅନୁଯାୟୀ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କର ।

ଉଦାହରଣ : $37 \times 14 = (30 + 7) \times 14$

$= 30 \times 14 + 7 \times 14$

$= 420 + 98$

$= 518$

(କ) 118×12 (ଖ) 98×16 (ଗ) 206×18 (ଘ) 512×28

3. (କ) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନାତ୍ମକ ଅଭେଦ କୁହାଯାଏ ?

(ଖ) କେଉଁ ନିୟମ ଆମକୁ ତିନିଗୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ?

(ଗ) $12 \times 7 \times 5$ ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଲାଗି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଉପଯୁକ୍ତ କ୍ରମରେ ନେଇ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କର ।

4. ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ସରଳ କର –

(କ) $(15 + 5) \times 6$ (ଖ) $(12 + 7) \times 5$ (ଗ) $4 \times (8 + 6)$

(ଘ) $(15 + 12) \times 4$ (ଙ) $8 \times (17 - 9)$ (ଚ) $(324 - 220) \times 5$

5. ଉପଯୁକ୍ତ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରି ସରଳ କର –

(କ) $398 \times 7 + 398 \times 3$

(ଖ) $8265 \times 163 + 8265 \times 37$

(ଗ) $15625 \times 15625 - 15625 \times 5625$

(ଘ) $887 \times 10 \times 461 - 361 \times 8870$

6. ଜଣେ ଦୋକାନୀ ଗୋଟିଏ ସପ୍ତାହରେ 9785 ଟଙ୍କା ଦାମ୍‌ର 115 ଗୋଟି ଟେଲିଭିଜନ ବିକ୍ରୟ କଲେ । ତେବେ ମୋଟ ବିକ୍ରିଦାମ ବାବଦକୁ ସେ କେତେ ଟଙ୍କା ପାଇଲେ ?

7. ଜଣେ ବ୍ୟବସାୟୀ ପ୍ରତି ରିକ୍ସାରେ ତିନି ବସ୍ତା ଚାଉଳ ଓ 8 ବସ୍ତା ଡାଲି ବୋଝେଇ କରି ହାଟକୁ ପଠାନ୍ତି । ଗୋଟିଏ ହାଟ ପାଳିରେ ସେ 8ଟି ରିକ୍ସା ବୋଝେଇ କରି ଚାଉଳ ଓ ଡାଲି ହାଟକୁ ପଠାଇଲେ । ତେବେ ସେହି ହାଟ ପାଳିରେ ସେ ମୋଟ କେତେ ବସ୍ତା ଜିନିଷ ହାଟକୁ ପଠାଇଲେ ?

4.8.6. ହରଣ (ବା ଭାଗ) ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ଏହା ସମ୍ପୃକ୍ତ ନିୟମ :

ଆସ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା – ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପତାକା ଉତ୍ତୋଳନ କରିବା ଲାଗି 8ମି. ଲମ୍ବର ଦଉଡ଼ା ଖଣ୍ଡେ ଦରକାର । ଅଫିସ୍‌ରେ ବଡ଼ ଦଉଡ଼ାଟିଏ ଅଛି । ସେଇଟି 42ମି. ଲମ୍ବ ।

ରମେଶ୍ କହିଲା, 'ଅଫିସ୍‌ରେ ଥିବା ବଡ଼ ଦଉଡ଼ାରୁ 8ମି. ଲମ୍ବର ଦଉଡ଼ା ଖଣ୍ଡେ କାଟି ଆଣିବା ।'

ରିହାନ୍ କହିଲା, 'ବଡ଼ ଦଉଡ଼ାରୁ 8ମି. ଲମ୍ବର ଯେତେଖଣ୍ଡ ଦଉଡ଼ା ମିଳି ପାରିବ ସେତେଖଣ୍ଡ କାଟି ରଖି ଦେଲେ, ଯେତେବେଳେ ଦରକାର ସେଥିରୁ ଖଣ୍ଡେ ଆଣି ପତାକା ଟଙ୍ଗାଇବା କାମ ହୋଇପାରିବ ।'

8ମି. ଲମ୍ବର ଦଉଡ଼ା କଟା କାର୍ଯ୍ୟ ଆରମ୍ଭ ହେଲା । ସୀମା କିନ୍ତୁ କାଗଜ କଲମ ଧରି ହିସାବ କରିବାକୁ ଲାଗିଲା –

ବଡ଼ ଦଉଡ଼ାର ଲମ୍ବ 42 ମି. ।

- 8 ମି. ଲମ୍ବର ଦଉଡ଼ା ଖଣ୍ଡେ କଟାଗଲା ।
  ବଳକା ରହିଲା କେତେ ?
- ଆଉ ଖଣ୍ଡେ 8ମି. ଲମ୍ବର ଦଉଡ଼ା କଟାଗଲା ।
  ବଳକା ରହିଲା କେତେ ?
- ପୁଣି ଖଣ୍ଡେ କଟାହେଲା ।
  ବଳକା ରହିଲା କେତେ ?
- ପୁଣି ଖଣ୍ଡେ କଟାହେଲା ।
  ବଳକା ରହିଲା କେତେ ?
- ପୁଣି ଖଣ୍ଡେ କଟାହେଲା ।
  ବଳକା ରହିଲା କେତେ ?

42 ମି.
– 8 ମି. (ଖଣ୍ଡେ)
34 ମି.
– 8 ମି. (ଦୁଇ ଖଣ୍ଡ)
26 ମି.
– 8 ମି. (ତିନି ଖଣ୍ଡ)
18 ମି.
– 8ମି. (ଚାରି ଖଣ୍ଡ
10 ମି.
– 8 ମି. (ପାଞ୍ଚ ଖଣ୍ଡ)
2 ମି.

ଦଉଡ଼ା କଟା କାର୍ଯ୍ୟ ସରିବା ପୂର୍ବରୁ ସୀମା ତା' ହିସାବକୁ ଦେଖି କହିଲା– '8ମି. ଲମ୍ବର 5ଖଣ୍ଡ ଦଉଡ଼ା ମଳିଥିବ ଓ ଖଣ୍ଡେ 2ମି. ଲମ୍ବର ଛୋଟ ଦଉଡ଼ା ବଳକା ଥିବ ।'

ବର୍ତ୍ତମାନ ସମସ୍ତେ ଦେଖିଲେ ପତାକା ଟଙ୍ଗାଯାଇପାରିବା ଭଳି 5ଖଣ୍ଡ ଦଉଡ଼ା ମିଳିଲା ଏବଂ 2ମି. ଲମ୍ବର ଛୋଟ ଦଉଡ଼ା ଖଣ୍ଡେ ବଳିଲା । ସୌମେନ୍, ସୀମାର ହିସାବକୁ ଦେଖୁଥିଲା । ଶେଷରେ ସେ ଚକ୍ ଖଣ୍ଡେ ନେଇ କଳାପଟା ଉପରେ ହିସାବ କଲା ।

5 ଖଣ୍ଡ ଦଉଡ଼ା ମିଳିଲା
8 | 42
  | -40
2 ମି. ଦଉଡ଼ା ବଳିଲା

ହିସାବ କରିସାରି କହିଲା – 'କାଟିବା ଆଗରୁ ଆମେ ଜାଣି ପାରିଥା'ନ୍ତେ କେତେଖଣ୍ଡ ପତାକା-ଟଙ୍ଗା ଦଉଡ଼ି ମିଳିବ ଆଉ କେତେ ବଳିବ !'

ଆମେ ଦେଖିଲେ –

42 ରୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ 8 କୁ ବାରମ୍ବାର ବିୟୋଗ କରି ଯାହା ଜଣା ପଡ଼ିଲା, 42 କୁ 8 ଦ୍ୱାରା ହରଣ କରି ମଧ୍ୟ ତାହା ଜଣାପଡ଼ିଲା ।

ଜଗଦୀଶ୍ କହିଲା – 'ଯେଉଁ 2 ମି. ଲମ୍ବ ଦଉଡ଼ା ଖଣ୍ଡ ବଳିଲା, ସେଥିରେ କ'ଣ ବା କାମ ହେବ ? ଆମେ ଯଦି ଦଉଡ଼ାଟିକୁ ସମାନ ପାଞ୍ଚଖଣ୍ଡ କରି କାଟିଦେଇଥା'ନ୍ତେ, ତେବେ ଆଦୌ ଦଉଡ଼ା ନଷ୍ଟ ହୋଇ ନଥା'ନ୍ତା।'

ରିହାନ୍ ପଚାରିଲା, 'ତାହା କିପରି କରିଥା'ନ୍ତେ ?'

ଜଗଦୀଶ୍ କ'ଣ କଲା ଆସ ଦେଖିବା – ତା'ର ଗୋଟିଏ ସାଥି ପିଲା ଶରତକୁ କିଛି ଦୂରରେ ଛିଡ଼ା କରାଇଲା ଏବଂ ଦଉଡ଼ାଟିକୁ ପାଞ୍ଚ ପରସ୍ତ ହେବା ଭଳି ନିଜ ହାତ ଓ ଶରତର ହାତରେ ଗୁଡ଼ାଇଲା। ତା'ପରେ ଉଭୟ ହାତ ପାଖରେ ଦଉଡ଼ାର ଭାଙ୍ଗ ସ୍ଥାନରେ କାଟିଦେବାକୁ କହିଲା।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦଉଡ଼ାଟି ପାଞ୍ଚ ସମାନ ଖଣ୍ଡରେ କଟା ହୋଇଗଲା।

ଜଗଦୀଶ୍ କହିଲା – 'ଦେଖ, ଏଥିରେ ଦଉଡ଼ା ଆଦୌ ନଷ୍ଟ ହେଲା ନାହିଁ।'

ସୀମା ପଚାରିଲା – 'ପ୍ରତି ଖଣ୍ଡର ଲମ୍ବ କେତେ ? '

ମପାଯାଇ ଦେଖାଗଲା ଯେ ପ୍ରତି ଖଣ୍ଡର ଲମ୍ବ ହେଲା 8ମି. 40ସେ.ମି.।

ସୌମେନ୍ କହିଲା, ମାପ ନ କରି କିପରି ପ୍ରତିଖଣ୍ଡର ଲମ୍ବ ଜାଣି ପାରିବା ଦେଖ –

ଦଉଡ଼ାର ମୋଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ 42 ମି.ବା 4200 ସେ.ମି. । ଏହାକୁ ପାଞ୍ଚ ସମାନ ଖଣ୍ଡରେ କଟାଗଲା।

ଏଣୁ ପ୍ରତି ଖଣ୍ଡର ଲମ୍ବ = $\frac{4200}{5}$ ସେ.ମି.

= 840 ସେ.ମି. ବା 8 ମି. 40 ସେ.ମି.

ରିହାନ୍ କରିଥିବା କାର୍ଯ୍ୟରେ ଦେଖାଗଲା – **ହରଣ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଗୋଟିଏ ସାନ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ବିୟୋଗ।**

ଜଗଦୀଶର କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଦେଖାଗଲା – **ହରଣ ହେଉଛି ଗୁଣନର ବିପରୀତ କାର୍ଯ୍ୟ** ଅର୍ଥାତ୍ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର 5 ଗୁଣ 42 ତାହା ସ୍ଥିର କରିବା ହେଲା ହରଣ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର ହରଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବଳକା ବା ଭାଗଶେଷ ରହିପାରେ। ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାର ହରଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗଶେଷ ରହିପାରିବ ନାହିଁ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର ହରଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ,

42 ହେଉଛି ଭାଜ୍ୟ	(ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଏକ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ କ୍ରମିକ ଭାବେ ବିୟୋଗ କରାଗଲା)
8 ହେଉଛି ଭାଜକ	(ଯାହାକୁ 42 ରୁ ବାରମ୍ବାର ବିୟୋଗ କରାଗଲା)
5 ହେଉଛି ଭାଗଫଳ	(42 ରୁ ସର୍ବାଧିକ ଯେତେ ଥର 8କୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇ ପାରିଲା)
2 ହେଉଛି ଭାଗଶେଷ	(42 ରୁ 8କୁ 5ଥର ବିୟୋଗ କଲା ପରେ ଯାହା ବଳିଲା)

ହରଣ କଲା ବେଳେ, ଆମେ ଦେଖିଲେ : $42 - 8 \times 5 = 2$

ଭାଜ୍ୟ – ଭାଜକ x ଭାଗଫଳ = ଭାଗଶେଷ ଅଥବା ଭାଜ୍ୟ = (ଭାଜକ x ଭାଗଫଳ) + ଭାଗଶେଷ

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାର ହରଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ –

42 ହେଉଛି ଲବ ବା ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା

5 ହେଉଛି ହର ବା ଭାଗସଂଖ୍ୟା ।

$\frac{42}{5}$ ମି. ବା 8ମି. 40 ସେ.ମି. ହେଉଛି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ x ଭାଗସଂଖ୍ୟା = ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା

ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ ଭଗ୍ନାଂଶ ହୋଇପାରେ । ଏଣୁ ଏ ପ୍ରକାର ହରଣ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ନୁହେଁ ।

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ପରିସରରେ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ ତଥ୍ୟ

- ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ପରିସରରେ ହରଣ ହେଉଛି ଏକ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଏକ ସାନ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ବିୟୋଗ ।
- ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି ଭାଜ୍ୟ, ବାରମ୍ବାର ବିୟୋଗ କରାଯାଇଥିବା ସାନ ସଂଖ୍ୟାଟି ଭାଜକ, ସର୍ବାଧିକ ଯେତେ ଥର ବିୟୋଗ କରାଯାଇପାରେ ତାହା ହେଉଛି ଭାଗଫଳ ଓ ବଳକା ରହିବା ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ଭାଗଶେଷ ।
- ଭାଗଶେଷ ସର୍ବଦା ଭାଜକ ଠାରୁ ସାନ ।

4.8.7. ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ

(କ) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭାଜ୍ୟତା

ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନେବା ଯାହା 5 ଠାରୁ ବଡ଼ ହୋଇଥିବ । ମନେକରାଯାଉ ଆମେ ନେଲେ 15. ଏହାକୁ 2, 3 ଓ 5 ଦ୍ୱାରା ପୃଥକ ପୃଥକ ଭାବରେ ଭାଗ କରିବା ।

$$2\overline{)\,15\,}(7 \quad 15 - 14 = 1 \qquad 3\overline{)\,15\,}(5 \quad 15 - 15 = 0 \qquad 5\overline{)\,15\,}(3 \quad 15 - 15 = 0$$

ଆମେ ଦେଖିଲେ – 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲା ବେଳେ 1 ଭାଗଶେଷ ରହିଲା, ମାତ୍ର 3 ବା 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲା ବେଳେ ଶୂନ ଭାଗଶେଷ ରହିଲା ବା କିଛି ଭାଗଶେଷ ରହିଲା ନାହିଁ ।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ କହୁ – 15, 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ, ମାତ୍ର 3 ଓ 5 ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ –

ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ତା'ଠାରୁ ଏକ ସାନ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସର୍ବଦା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ । ଅର୍ଥାତ୍ କେତେକ ଭାଗକ୍ରିୟା ଶେଷରେ କିଛି ଭାଗଶେଷ ବଳେ, ଅନ୍ୟ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ କୌଣସି ଭାଗଶେଷ ବଳେ ନାହିଁ ।

(ଖ) ଗୋଟିଏ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ହରଣ :

5ଟି ଚକ୍ ଥିବା ବାକ୍ସରୁ 5ଟି ଚକ୍ ନେଇଗଲା ପରେ ଆଉ ଚକ୍ ବଳିବ ନାହିଁ ।

ଏଣୁ 5 ରୁ 5 ଏକଥର ମାତ୍ର ବିୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଫଳରେ ଆମେ ଜାଣିଲେ $5 \div 5 = 1$ ଏବଂ ଭାଗଶେଷ ନାହିଁ ।

ସେହିପରି $18 \div 18 = 1$

$637 \div 637 = 1$

ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ 1 ।

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ,
> ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ÷ ସେହି ସଂଖ୍ୟା = 1
> ଏଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନିଜଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

(ଗ) ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ହରଣ :

8 ଟି ଚକ୍‌ଥିବା ବାକ୍ସରୁ ଥରକେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚକ୍ ନେଲେ, 8 ଥର ନେବାପରେ ସମସ୍ତ ଚକ୍ ସରିଯିବ । ଏଣୁ $8 \div 1 = 8$

ସେହିପରି $32 \div 1 = 32$

$642 \div 1 = 642$

କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ,
> ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ÷ 1 = ସେହି ସଂଖ୍ୟା

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.4

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗକ୍ରିୟା କରି ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ ଭାଗକ୍ରିୟା ଠିକ୍ ଅଛି କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କର ।

   (କ) $7772 \div 58$　　(ଘ) $6906 \div 35$

   (ଖ) $6324 \div 245$　　(ଙ) $12345 \div 975$

   (ଗ) $16025 \div 1000$　　(ଚ) $5436 \div 300$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଭାଗକ୍ରିୟା ଠିକ୍ ଅଛି କି ନାହିଁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନ ସୂତ୍ରର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ –
> ଭାଜ୍ୟ = ଭାଜକ x ଭାଗଫଳ + ଭାଗଶେଷ
> ଏହାକୁ ୟୁକ୍ଲିଡ଼ୀୟ ପଦ୍ଧତି କୁହାଯାଏ ।

2. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର –

   (କ) $104 \div 104 =$ ....　　(ଖ) $305 \div$ .... $= 305$

3. ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ଓ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାଟି ବିଭାଜ୍ୟ ତାହା ଲେଖ ।

   (କ) 306 [2, 3, 4, 5, 6]　　(ଖ) 1701 [6, 7, 8, 9]　　(ଗ) 3564 [7, 8, 9, 11]

4. ଛ' ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା 74 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ?

5. ଚାରି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କେଉଁ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା 48 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ?

6. କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ 24 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ 18 ଭାଗଫଳ ପଡ଼ି 9 ଭାଗଶେଷ ରହିବ ?

7. ଜଣେ କୃଷକଙ୍କ ପାଖରେ 700 ଚାରା ଗଛ ଥିଲା । ସେ ପ୍ରତି ଧାଡ଼ିରେ 32ଟି ଲେଖାଏଁ ଚାରା ଗଛ ଲଗାଇଲେ । ତାଙ୍କ ପାଖରେ କେତୋଟି ଚାରାଗଛ ବଳିଥିବ ?

8. ଏକ ପ୍ରେକ୍ଷାଳୟରେ ପ୍ରତି ଧାଡ଼ିରେ 36 ଟି ଲେଖାଏଁ ଚଉକି ରଖାଯାଇଥିଲା । ତେବେ ଅତିକମ୍‌ରେ କେତୋଟି ଧାଡ଼ିରେ 600 ଦର୍ଶକ ବସି ପାରିବେ ଏବଂ କେତୋଟି ଚଉକି ବଳିବ ?

9. (କ) 1325 ରୁ ଅତିକମ୍‌ରେ କେତେ ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗ ଫଳ 36 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ?

(ଖ) 1325 ସହ ଅତିକମ୍‌ରେ କେତେ ଯୋଗକଲେ ତାହା 42 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ?

10. (କ) 102 କୁ 12 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ଏବଂ ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ ଲେଖ । 102 କୁ 12 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ, ଭାଗଫଳ = ... ଭାଗଶେଷ = ...

(ଖ) 102 କୁ 8 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ଏବଂ ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟ ସ୍ଥାନରେ ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ ଲେଖ । 102 କୁ 8 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ .... ଓ ଭାଗଶେଷ .... ।

11. ପ୍ରଶ୍ନ ନଂ 10 ରେ ଦେଖିଲେ, 102 ଭାଜ୍ୟ ହୋଇଥିବା ବେଳେ –

ଭାଜକ 12 ହେଲେ ଭାଗଫଳ 8 ;

ଭାଜକ 8 ହେଲେ ଭାଗଫଳ 12 ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗଶେଷ 6 ।

ବର୍ତ୍ତମାନ 106 କୁ 12 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରି ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

106 କୁ ପୂର୍ବ ଭାଗଫଳ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ କେତେ ହେଉଛି ସ୍ଥିରକର ।

ପ୍ରଶ୍ନ 10 ରେ ଦେଖିଥିଲେ, ଭାଜକ 12 ବେଳେ ଭାଗଫଳ 8 ଏବଂ ଭାଜକ 8 ହେଲେ ଭାଗଫଳ 12 ।

ମାତ୍ର ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ଭାଗକ୍ରିୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଭାଜକ 12 ହେଲେ ଭାଗଫଳ ଯେତେ ପାଇଲ, ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭାଜକ ନେଇ ଭାଗକ୍ରିୟା କଲାବେଳେ ଭାଗଫଳ 12 ହେଲା କି ? କାହିଁକି ହେଲା ନାହିଁ ?

12. ଯଦି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ 15 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ କୌଣସି ଭାଗଶେଷ ନ ରହେ, ତେବେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ମଧ୍ୟ କୌଣସି ଭାଗଶେଷ ରହିବ ନାହିଁ ?

4.9 ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ସମ୍ପ୍ରସାରଣ

ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସାହାଯ୍ୟରେ କେବଳ ଦଶଗୋଟି ଅଙ୍କକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସମସ୍ତ ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ କଥା ଯେତେବେଳେ ଚିନ୍ତା କରାଗଲା, ସେତେବେଳେ 'କିଛି ନାହିଁ' ପରିସ୍ଥିତିକୁ ସଂଖ୍ୟାରୂପ ଦେବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡିଲା ଏବଂ ସେଥିଯୋଗୁ ଶୂନ (0)ର ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ଓ ଏହାକୁ ଏକ ଅଙ୍କରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା ।

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ 'ଯାହା ଥିଲା, ସବୁ ସରିଗଲା', ଏହା ଏକ ସାଧାରଣ ପରିସ୍ଥିତି । ଅର୍ଥାତ୍ 3 - 3, 5 - 5, 215 - 215 ଆଦି ବିୟୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗଫଳ ଦର୍ଶାଇବା ଲାଗି ଶୂନର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି । ଏଣୁ ଶୂନ (0) କୁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାସମୂହ ଭିତରେ ମଧ୍ୟ ସାମିଲ୍ କରିବାର ଚିନ୍ତା କରାଗଲାଣି । ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାସମୂହ ସହ ଶୂନ (0) କୁ ସାମିଲ କରି ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାସମୂହ ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ତାହା ହେଲା **ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାସମୂହ ।**

> **ଜାଣିରଖ**
> 0, 1, 2, 3, 4, 5 .... ଏହି ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ହେଲା ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ (ଏହାକୁ କେତେକ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ବୋଲି କହିଥାନ୍ତି) । ଏହି ସଂଖ୍ୟା ସମୂହକୁ N^* ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଉଛି ।

4.9.1. ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ ଆଦି ପ୍ରକ୍ରିୟା

(କ) କୌଣସି ବସ୍ତୁ ନ ଥିବା ଅବସ୍ଥା ଅନ୍ୟ କଥାରେ 'କିଛି ନାହିଁ' ର ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ଶୂନ (0) ।

ଏଣୁ 5 + 0 = 5 + କିଛି ନାହିଁ

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ 5 ହିଁ ହେବ ।

ସେହିପରି, 7 + 0 = 7, 285 + 0 = 285

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ –

ଯେକୌଣସି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନ (0)କୁ ଯୋଗକଲେ, ଯୋଗଫଳ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ।

ଏଣୁ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଭେଦ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

(ଖ) ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକ୍ଷେତ୍ରରେ ଅଭେଦ ନିୟମ :

ଯେ କୌଣସି ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନ (0) ଯୋଗ କଲେ ବା ଶୂନ (0) ସହ ଯେ କୌଣସି ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କଲେ, ଯୋଗଫଳ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ହେବ । ଏହି କାରଣରୁ 0କୁ ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ କୁହାଯାଏ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ 0 କୁ ସାମିଲ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଅଭେଦ ନିୟମ ସ୍ଥାନ ପାଇ ନ ଥିଲା କିମ୍ବା ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ମଧ୍ୟ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ ନ ଥିଲା ।

ଆମେ ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିପାରିବା ଯେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଯେଉଁ ଯେଉଁ ନିୟମ ପାଳନ କରିଥିଲେ, ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସେ ସମସ୍ତ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

4.9.2. ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ନିୟମ

(କ) ନିମ୍ନସ୍ଥ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ –

3 - 3 = 0, 5 - 5 = 0, 238 - 238 = 0

ଆମେ ଦେଖିଲେ –

ଯେ କୌଣସି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗଫଳ ଶୂନ (0) ହୁଏ ।

ଯେତେବେଳେ ଗୋଟିଏ ଚକ୍‌ବାକ୍ସରେ କୌଣସି ଚକ୍ ନଥାଏ ସେଥିରୁ ଚକ୍‌ଟିଏ ଆଣିବାକୁ ଗଲେ, କେବଳ ଖାଲି ହାତରେ ଫେରି ଆସିବା । ଅର୍ଥାତ୍ ଆମେ ଖାଲି ଥିବା ବାକ୍ସରୁ 'କିଛି ନାହିଁ' ଟିଏ ଆଣିଲେ । ତା'ପରେ ବି ଖାଲିବାକ୍ସ, ଖାଲି ବାକ୍ସ ହୋଇ ରହିଲା ।

ଏଣୁ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଗୋଟିଏ ନିୟମ ହେଲା –

ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗକଲେ ବିୟୋଗଫଳ ଶୂନ (0) ହେବ ।

(ଖ) ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି ଦେଖିବା –

ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଚକ୍‌ଥିବା ବାକ୍ସରୁ ମୁଁ ଆଦୌ ଚକ୍ ନେଲି ନାହିଁ । ତେବେ ବାକ୍ସରେ କେତେଟି ଚକ୍ ରହିଲା ?

ନିଶ୍ଚୟ, ବାକ୍ସରେ ଆଗରୁ ଥିବା ଚକ୍‌ଯାକ ସବୁ ରହିଲା ।

ଏଣୁ 5 - 0 = 5

ସେହିପରି, 9 - 0 = 9

83 - 0 =83

ବିୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଉ ଗୋଟିଏ ନିୟମ ଜାଣିଲେ –

ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା - 0 = ସେହି ସଂଖ୍ୟା

(ଗ) ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମ

ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି ଦେଖିବା –

କିପରି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ଯୋଗକୁ ଗୁଣନ କଥାରେ ପରିଣତ କରାଯାଏ, ତାହା ଆମେ ଜାଣିଛୁ

ତେଣୁ – 0 + 0 + 0 + 0 = 0 x 4

ମାତ୍ର – 0 + 0 + 0 + 0 = 0

ଅତଏବ 0 x 4 = 0

4 x 0 ର ଅର୍ଥ 0 ଗୋଟି 4 ର ଯୋଗ, ଆଦୌ 4 ନ ନେଇ ଯୋଗ କରିବା । ତେଣୁ ଆମେ ପାଇବା '0'

ଏଣୁ 4 x 0 = 0

∴ ଆମେ ଦେଖିଲେ, 0 x 4 = 4 x 0 = 0

ସେହିପରି, 0 x 3 = 3 x 0 = 0

> **ଜାଣିରଖ**
>
> ଯେ କୌଣସି ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ (0) ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ (0) ହୋଇଥାଏ ।

ଫଳରେ ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମଟି ପାଇଲେ,

0 x ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା = ସେହି ସଂଖ୍ୟା x 0 = 0

(ଘ) ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ହରଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମ :

- ଆସ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା । ଆଦୌ ଚକ୍ ନ ଥିବା ଚକ୍‌ବାକ୍ସରୁ 3 ଖଣ୍ଡି ଚକ୍ ସର୍ବାଧିକ କେତେ ଥର ନେଇ ପାରିବ ?

ଆଦୌ ନେଇ ପାରିବା ନାହିଁ, ଅର୍ଥାତ୍ 0 ଥର ନେଇ ପାରିବା ।

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

$0 \div 3 = 0$

ସେହିପରି, $0 \div 4 = 0$

$0 \div 8 = 0$

$0 \div 115 = 0$

ହରଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମ : ଶୂନ (0) ÷ ଶୂନ୍ୟ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା = 0

- ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିସ୍ଥିତି ଦେଖିବା ।
12ଟି କଲମରୁ ଥରକେ 4ଟି ଲେଖାଏଁ ନେଲେ, କେତେ ଥରରେ ସବୁ କଲମକୁ ନିଆଯାଇ ପାରିବ ? ଏହା ଜାଣିବା ପାଇଁ 12 କୁ 4 ଦ୍ୱାରା ହରଣ କରାଯିବ, ଅର୍ଥାତ୍ 12 ରୁ 4କୁ କେତେଥର ନିଆଯାଇ ପାରିବ ଆମେ ଜାଣିବା ଦରକାର ।

12	
- 4	ଏକ ଥର ନିଆଗଲା
8	
- 4	ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର ନିଆଗଲା
4	
- 4	ତୃତୀୟ ଥର ନିଆଗଲା
0	

ଆମେ ଦେଖିଲୁ, 12 ରୁ 4 କୁ 3 ଥର ନିଆଯାଇ ପାରିଲା । ଏଣୁ ଆମେ କହୁ $12 \div 4 = 3$

ସେହିପରି , $3 \div 0 =$ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା

ଏଠାରେ $3 \div 0 =$ କେତେ ଜାଣିବା ପାଇଁ 3 ରୁ 0କୁ ବାରମ୍ବାର ବିୟୋଗ କରିବା, 0କୁ ଯେତେଥର ବିୟୋଗ କରାଯାଇପାରିଲା ତାହା ହିଁ ହେଉଛି ଭାଗଫଳ ।

3	
-0	ଏକ ଥର ନିଆଗଲା
3	
-0	ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର ନିଆଗଲା
3	

ଏଠାରେ 3 ରୁ 0 କୁ 2 ଥର ନିଆଯାଇ ପାରିଛି । ମାତ୍ର ପୁଣି 3 ବଳକା ରହିଛି ।

ଆହୁରି ଯେତେଥର ଚାହିଁ ସେତେଥର 0 କୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ । ଏଣୁ 3 ରୁ 0କୁ କେତେ ଥର ବିୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ, ତାହା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବରେ କୁହାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ ।

ସେହି କାରଣରୁ $3 \div 0$ ଲାଗି କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାଗଫଳ ନାହିଁ ।

ହରଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅନ୍ୟ ଏକ ନିୟମ : ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ 0 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ନିରର୍ଥକ ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ-

(କ) 0×46 (ଖ) 46×0 (ଗ) $0 \div 46$ (ଘ) $46 \div 0$

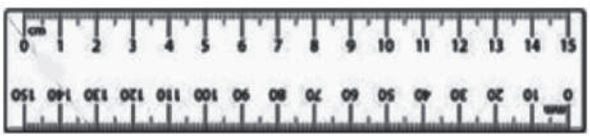
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.5

1. ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ଅଙ୍କ ଦଶଟି ମଧ୍ୟରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଅଙ୍କଟି କିଏ ?
2. ଦୁଇ ଅୟୁତ ପାଞ୍ଚ ଲେଖିବା ବେଳେ କେଉଁ କେଉଁ ଭିନ୍ନ ଅଙ୍କ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ?
3. 1 ଠାରୁ 100 ଲେଖିବା ବେଳେ କେତେଥର 0 ଲେଖିବା ଦରକାର ପଡ଼େ ?
4. ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ସହ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ, ଯୋଗଫଳ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ?
5. ଏଭଳି ଏକ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ ଦେଖାଅ, ଯେଉଁଠି ବିୟୋଗ ଫଳ 0 ।
6. (କ) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହୁଏ । ଏହାର ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

   (ଖ) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହୁଏ । ଏହାର ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।
7. ଏପରି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଯାହାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ ମଧ୍ୟ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ । ତେବେ ସେ ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?

4.10. ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ

ତୁମେ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ମାପଚୁପ କରିଥାଅ । କେତେକ ଛୋଟ ସ୍କେଲ୍ ଅଛି ଯାହା ଉପରେ ଶୂନ (0) ଠାରୁ 15 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଇଛି ।



ବଡ଼ ସ୍କେଲ୍ ଉପରେ 0 ଠାରୁ 30 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଥାଏ । ଦରଜି ଗୋଟିଏ ଫିତା ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମ ପୋଷାକ ତିଆରି କରିବା ଲାଗି ମାପଚୁପ କରେ । ଲୁଗା ଦୋକାନୀ ଗୋଟିଏ ଲୁହାର ବାଡ଼ି (ମିଟର ବାଡ଼ି) ବ୍ୟବହାର କରେ । ସେଥିରେ 0 ରୁ 100 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଥାଏ ।

ତୁମେ ବଡ଼ ରାସ୍ତାରେ ଗଲାବେଳେ ରାସ୍ତା କଡ଼ରେ ଖୁଣ୍ଟିମାନ ପୋତାଯାଇ ତା'ଉପରେ କିଲୋମିଟର ସଂଖ୍ୟାମାନ ଲେଖାଯାଇ ଥିବାର ଦେଖିଥିବ । ରାସ୍ତାଟି ଯେଉଁଠୁ ଆରମ୍ଭ ସେଠାରେ ଥିବା ଖୁଣ୍ଟିରେ ଶୂନ (0) ଲେଖାଯାଇ ଥାଏ । ତା'ପର ଖୁଣ୍ଟିରେ 1, ତା'ପର ଖୁଣ୍ଟିରେ 2, ଏହିଭଳି ରାସ୍ତାଟି ଯେଉଁସ୍ଥାନରେ ଶେଷ ହୋଇଛି ସେଠାରେ ଥିବା ଖୁଣ୍ଟିରେ ଯଦି 425 ଲେଖାଯାଇଥାଏ, ତେବେ ରାସ୍ତା ଆରମ୍ଭ ସ୍ଥାନରୁ ରାସ୍ତାର ଶେଷ ସ୍ଥାନ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା 425 କି.ମି. ବା ରାସ୍ତାଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 425 କି.ମି. ।

ମିଟର ବାଡ଼ିରେ ଲେଖାହୋଇଥିବା ସେ.ମି. ସଂଖ୍ୟା, ରାସ୍ତା କଡ଼ରେ ଲେଖାଯାଇଥିବା କି.ମି. ସଂଖ୍ୟା ଦେଖି, ବାସ୍ତବ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ରେଖା ସହିତ ସଂଖ୍ୟାର ସମ୍ପର୍କ ବିଷୟରେ ଆମର ଧାରଣା ହେଉଛି ।

ଏଣୁ ଆମେ ମଧ୍ୟ ଏକ ରେଖା ସହ ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରିପାରିଲେ, ସଂଖ୍ୟାର ଉପଯୋଗିତାକୁ ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ କରି ଦେଇ ପାରିବା ।

ରେଖା ବା ସରଳ ରେଖାର ବିସ୍ତୃତି ଉଭୟ ଦିଗରେ ଅସୀମ, କିନ୍ତୁ ଆମେ ଜାଣିଥିବା ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ଗୋଟିଏ ଦିଗରେ ସସୀମ । କାରଣ 0 (ଶୂନ) ଠାରୁ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାର ସନ୍ଧାନ ଆମ ପାଖରେ ନାହିଁ । ଏଣୁ ଶୂନ (0) ହେଉଛି ଆମେ ଜାଣିଥିବା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହର ସସୀମ ପ୍ରାନ୍ତ । ମାତ୍ର ଅନ୍ୟ ଦିଗରେ ସଂଖ୍ୟାର ବୃଦ୍ଧି ଅସୀମ । ଏଣୁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ଗୋଟିଏ ଦିଗରେ ସସୀମ ହୋଇଥିବା ବେଳେ ଅନ୍ୟ ଦିଗରେ ଅସୀମ । ଆମେ ଜାଣିଛୁ, ଏକ ରଶ୍ମି ଗୋଟିଏ ଦିଗରେ ସସୀମ ଓ ଅନ୍ୟ ଦିଗରେ ଅସୀମ ।

ଜାଣିଛ କି ?

ସରଳ ରେଖା ଉଭୟ ଦିଗରେ ଅସୀମ

ରଶ୍ମି ଗୋଟିଏ ଦିଗରେ ସସୀମ, ଅନ୍ୟଦିଗରେ ଅସୀମ

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ସହିତ ଏକ ରଶ୍ମିର ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ଥିବା ଭଳି ଜଣାପଡୁଛି ।

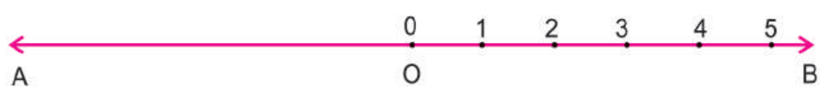
ତେବେ ଏକ ରଶ୍ମି ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ରେଖାର ଏକ ଅଂଶ । ଏଣୁ ଆମେ ଏକ ରେଖା ନେଇ ତା'ର ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ରଶ୍ମି ଉପରେ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାର ଚେଷ୍ଟା କରିବା, ଠିକ୍ ଯେପରି ଗୋଟିଏ ରାସ୍ତା ଉପରେ 0,1, 2, ... ଆଦି କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟି ଲଗାଯାଇଥାଏ ।

ତୁମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ସ୍କେଲ୍ ବା ଦୋକାନୀ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ମିଟର ବାଡ଼ି ଉପରେ ପ୍ରତି ଏକ ସେ.ମି. ବ୍ୟବଧାନରେ 1, 2, 3 ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନ ଥାଏ । ରାସ୍ତା ଉପରେ 1 କି.ମି. ବ୍ୟବଧାନରେ କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟିମାନ ଲଗାଯାଇଥାଏ ।

ଏଣୁ ଆମେ ମଧ୍ୟ ଏକ ରେଖା ଉପରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାକୁ ଏକକ-ଦୂରତା ନେଇ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନ ମାନ ଦେବା । ଏହି ଏକକ ଦୂରତା କେତେ ନିଆଯିବ ତାହା ଆମ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ।

4.10.1. ରେଖା ଉପରେ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ ପ୍ରଣାଳୀ

ଗୋଟିଏ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ତା'ଉପରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଏବଂ ଏହାର ନାମକରଣ କରିବା O । ବର୍ତ୍ତମାନ 'O' ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ଥିବା ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି ଆମେ ପାଇଲେ । ଡ଼ାହାଣକୁ ଥିବା ରଶ୍ମି $\overrightarrow{OA}$ ଏବଂ ବାମକୁ ଥିବା ରଶ୍ମି $\overrightarrow{OB}$ ।



$\overrightarrow{OA}$ ଉପରେ ଯେ କୌଣସି ଦୂରତା ବ୍ୟବଧାନରେ O ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କରିବା (ଏହି ଦୂରତା ହେବ ଏକକ-ଦୂରତା) । ରଶ୍ମିଟି A ଦିଗରେ ଅସୀମ ଭାବରେ ଲମ୍ବିଛି । ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରରେ ଆମେ

ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ବିନ୍ଦୁ (ଚିତ୍ରରେ O କୁ ମିଶାଇ 6 ଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ) ଦେଖୁଥିଲେ ହେଁ ପ୍ରକୃତରେ ରଶ୍ମିଟି ଉପରେ ଅସଂଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ ରହିଛି। ବର୍ତ୍ତମାନ O ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଡ଼ାହାଣକୁ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ ଆମେ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ 0,1, 2, 3 ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା, ବର୍ତ୍ତମାନ $\overleftrightarrow{AB}$ ରେଖାକୁ ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ବୋଲି କହିବା।

କହିଲ ଦେଖି :

'ସଂଖ୍ୟା ରଶ୍ମି' ନ କହି 'ସଂଖ୍ୟା ରେଖା' ବୋଲି କାହିଁକି କହିବା ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମ ଖାତାରେ ସରଳରେଖାଟିଏ ଅଙ୍କନ କର।
- ଏହାର ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁକୁ O ନାମରେ ନାମିତ କର।
- O ବିନ୍ଦୁର ବାମରେ ରେଖା ଉପରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ତା'ର ନାମ B ଦିଅ ଏବଂ O ବିନ୍ଦୁର ଡ଼ାହାଣରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ତା'ର ନାମ ଦିଅ A।
- O ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି $\overrightarrow{OA}$ ଉପରେ ସମାନ ବ୍ୟବଧାନରେ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି, ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କର ଏବଂ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ପାଖରେ ବାମରୁ ଡାହାଣ କ୍ରମରେ 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ।
- ମନେରଖ, ପ୍ରତି ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବ୍ୟବଧାନ ହେଉଛି ଏକ ଏକକ।
- ସେହି ସଂଖ୍ୟା ରେଖାକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ।

(କ) ଶୂନ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କେତେ ଏକକ ଦୂରରେ 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଅବସ୍ଥିତ ?

(ଖ) 3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ 3 ଏକକ ଦୂରରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

3 + 3 = କେତେ ?

(ଗ) 8 ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ 2 ଏକକ ବାମରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଏବଂ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ପୁଣି 3 ଏକକ ବାମକୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

(ଘ) 2 ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 3 ଏକକ ଡାହାଣକୁ ଯାଅ ଓ ତା'ପରେ ଆଉ 4 ଏକକ ଡ଼ାହାଣକୁ ଯାଅ। କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିଲ ?

2 + 3 + 4 = କେତେ ?

କହିଲ ଦେଖି :

(କ) ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଯୋଗ କରିବା ଲାଗି କେଉଁ ଆଡ଼କୁ ଯିବାକୁ ପଡୁଛି ?

(ଖ) ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ବିୟୋଗ କରିବା ପାଇଁ କେଉଁ ଆଡ଼କୁ ଯିବାକୁ ପଡୁଛି ?

ପଞ୍ଚମ ଅଧ୍ୟାୟ

C6K9VK

ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା

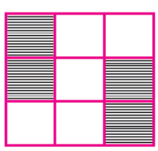
5.1. ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

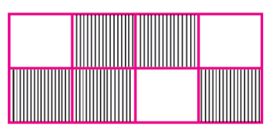
ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ଏକ ଅଂଶର ପରିମାଣକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସୃଷ୍ଟି କରାଯାଇଥିଲା । ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବାରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟିକୁ ଲବ ଓ କେଉଁଟିକୁ ହର କୁହାଯାଏ ତାହା ଆମେ ଚିହ୍ନଟ କରି ଜାଣିଛୁ । ଗୋଟିଏ ବା ଗୋଟିଏରୁ ଅଧିକ ପୂର୍ଣ୍ଣବସ୍ତୁ ସହ ଅନ୍ୟ ଏକ ବସ୍ତୁର ଗୋଟିଏ ଅଂଶକୁ ଏକାଠି କରି ତା'ର ପରିମାଣକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବାକୁ ହେଲେ, ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼େ ତାକୁ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ବା ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ଏହା ମଧ୍ୟ ଆମେ ଜାଣିଛୁ । ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ମଧ୍ୟ ଚିହ୍ନଟ କରି ଜାଣିଛୁ ।

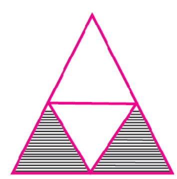
ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଯାହା ସବୁ ଜାଣିଥିଲେ, ତା' ଉପରେ ଆଧାରିତ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଲେଖିବା :

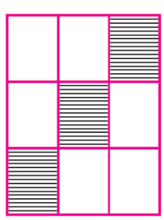
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.1

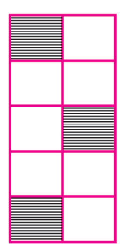
1. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚିତ୍ରର ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରି ପରପୃଷ୍ଠାରେ ଥିବା ସାରଣୀ ଭଳି ସାରଣୀଟିଏ ନିଜ ଖାତାରେ କରି ସେଇଟିକୁ ପୂରଣ କର ।

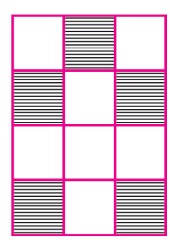

(କ)


(ଖ)


(ଗ)

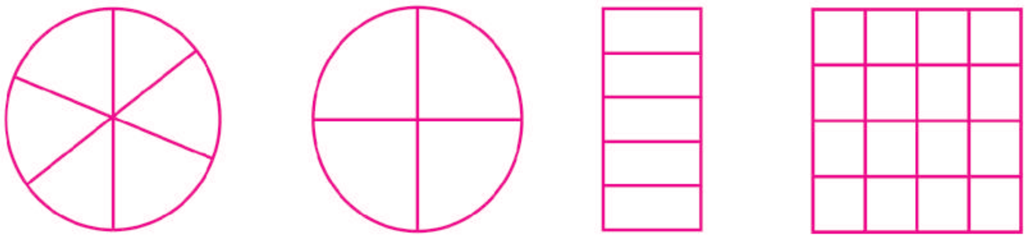

(ଘ)


(ଙ)


(ଚ)

ଚିତ୍ରର କ୍ରମ	(କ)	(ଖ)	(ଗ)	(ଘ)	(ଙ)	(ଚ)
ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା						
ଲବ						
ହର						

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ର ଭଳି ଚିତ୍ରଟିଏ ତୁମ ଖାତାରେ ଅଙ୍କନ କର । ଚିତ୍ର ତଳେ ଲେଖାଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ଚିତ୍ରର ଅଂଶକୁ ଚିତ୍ରିତ କର ।



$\frac{5}{6}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{5}{16}$

5.2. କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଏକ ପ୍ରକାର ବସ୍ତୁର ସମୂହର ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା

ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ଏକ ଅଂଶର ପରିମାଣକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଲାଗି ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର କରିବା କଥା ଆମେ ଜାଣିଛୁ । ବର୍ତ୍ତମାନ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଏକ ପ୍ରକାର ବସ୍ତୁର ସମୂହରୁ କିଛି ବସ୍ତୁ ନେଇ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସମଗ୍ର ସମୂହର ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଲାଗି କିପରି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ଆସ ଦେଖିବା ।

ତୁମ ବିଦ୍ୟାଳୟର 10ଜଣ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 5ଜଣ ଖେଳ ପଡ଼ିଆରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଖେଳାଉଛନ୍ତି । ଅବଶିଷ୍ଟ ଶିକ୍ଷକ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ଅଛନ୍ତି । ତେବେ ସମସ୍ତ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର କେତେ ଅଂଶ ଖେଳପଡ଼ିଆରେ ଅଛନ୍ତି ଆସ ଦେଖିବା ।

ଖେଳପଡ଼ିଆରେ ଥିବା ଶିକ୍ଷକ	
ଶ୍ରେଣୀ ଗୃହରେ ଥିବା ଶିକ୍ଷକ	

ଆମେ ଉପର ଚିତ୍ରରେ ଦେଖୁଛୁ –

ଯେତିକି ଜଣ ଶିକ୍ଷକ ଖେଳପଡ଼ିଆରେ ଅଛନ୍ତି, ସେତିକି ଜଣ ଶିକ୍ଷକ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ଅଛନ୍ତି ।

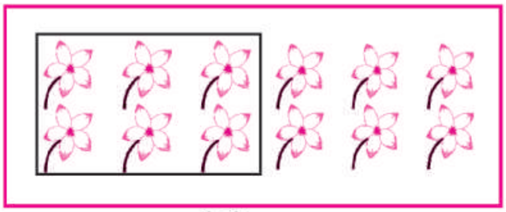
ଏଣୁ ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କର ଅଧା ଅଛନ୍ତି ଖେଳ ପଡ଼ିଆରେ, 10 ଜଣ ମଧ୍ୟରୁ 5 ଜଣକୁ ଆମେ କହୁ $\frac{5}{10}$ ।

10 ଜଣ ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗକଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗରେ ଥିବା ଶିକ୍ଷକ ସଂଖ୍ୟା $= 10 \div 2 = 5$

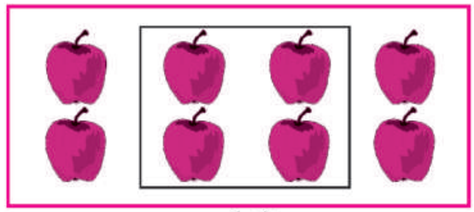
ଏଣୁ 10 ଜଣ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 5 ଜଣ ହେଉଛନ୍ତି 10ର ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗରୁ ଏକ ଭାଗ ।

ଏଣୁ ଆମେ କହୁ, 10 ରୁ 5 ହେଉଛି 2 ସମାନ ଭାଗରୁ 1 ଭାଗ । ଏଣୁ 10 ରୁ 5 ହେଉଛି $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ।

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ନିଜେ ଖାତାରେ ଲେଖ ଓ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ସେଥିରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଉପଯୁକ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।



(କ)



(ଖ)

ଚିତ୍ର - (କ) ରେ ଛୋଟ ଘରେ ଥିବା ଫୁଲଗୁଡ଼ିକ ବଡ଼ଘରେ ଥିବା ଫୁଲ ସମୂହର ______ ସମାନ ଭାଗରୁ ______ ଭାଗ । ଏଣୁ ଛୋଟ ଘରେ ଥିବା 6ଟି ଫୁଲ ସମଗ୍ର ଫୁଲ ସମୂହର ______ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ।

ଚିତ୍ର - (ଖ) ରେ ଛୋଟଘରେ ଥିବା ଫଳଗୁଡ଼ିକ ବଡ଼ ଘରେ ଥିବା ଫଳ ସମୂହର ______ ସମାନ ଭାଗରୁ ______ ଭାଗ । ଏଣୁ ଏହି 4 ଟି ଫଳ 8 ଟି ଫଳର ______ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଜାଣିଲେ -

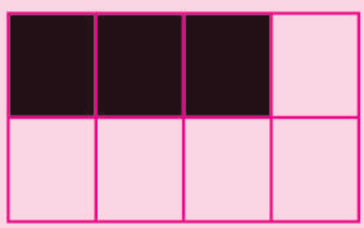
ଏକ ପ୍ରକାର ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ସମୂହରୁ କେତେକ ବସ୍ତୁକୁ ନେଲେ, ଏହା ମୂଳ ସମୂହର ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ ।

ଜାଣିରଖ

- ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ଏକ ଅଂଶକୁ ସେହି ବସ୍ତୁର ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ସେହି ଅଂଶର ପରିମାଣକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।
- ଏକ ପ୍ରକାର ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ସମୂହରୁ କେତେକ ବସ୍ତୁକୁ ନେଲେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ମୂଳ ସମୂହର ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

କାର୍ଯ୍ୟ -1



- ଆୟତାକୃତିର କାଗଜ ଖଣ୍ଡେ ନେଇ ତାକୁ ସମାନ ଆଠ ଭାଙ୍ଗ କର ।
- ମିଳିଥିବା ଆଠଟି ଭାଗ ମଧ୍ୟରୁ ତିନୋଟି ଭାଗକୁ କଳା କରିଦିଅ ।
- କାଗଜ ଖଣ୍ଡିକର କଳା ହୋଇଥିବା ଅଂଶଟି କେତେ ଭଗ୍ନାଂଶ କୁହ ।

କାର୍ଯ୍ୟ -2

- ସମାନ ଆକାରର 10 ଖଣ୍ଡି କାଠି ସଂଗ୍ରହ କର । ସେହି କାଠିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ନେଇ ଏକାଠି ବାନ୍ଧି ଦିଅ ।
- ମୋଟରେ କେତୋଟି ବିଡ଼ା ବନ୍ଧା ହୋଇଥିବାର ଦେଖିଲ ?

ପୂର୍ବ ପୃଷ୍ଠାରେ ଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ-2କୁ ଦେଖି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

ମୋଟ ପାଞ୍ଚଟି ବିଡ଼ା ମଧ୍ୟରୁ ତିନୋଟି ବିଡ଼ା ନେଇ ତୁମ ବନ୍ଧୁଙ୍କୁ ଦିଅ ।

- ବନ୍ଧା ଯାଇଥିବା _______ ଗୋଟି ସମାନ ବିଡ଼ାରୁ ତୁମ ବନ୍ଧୁକୁ_______ ଗୋଟି ବିଡ଼ା ଦିଆଯାଇଛି ।
- ଏଣୁ ତୁମ ବନ୍ଧୁ ପାଇଥିବା କାଠି ଗୁଡ଼ିକ ମୂଳ କାଠି ସମୂହର _______ ସମାନ ଭାଗରୁ_______ ଭାଗ ।
- ଫଳରେ ମୂଳ କାଠି ସମୂହର _______ ଭଗ୍ନାଂଶ କାଠି ତୁମ ବନ୍ଧୁ ପାଇଛନ୍ତି ।
- ତୁମ ବନ୍ଧୁ ପାଇଥିବା 3 ଗୋଟି ବିଡ଼ାରେ ଅଛି _______ ଗୋଟି କାଠି ।
- ଏଣୁ ତୁମ ବନ୍ଧୁ ପାଇଛନ୍ତି 10 ଗୋଟି କାଠିରୁ_______ ଗୋଟି କାଠି ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର– ତୁମ ବନ୍ଧୁ ପାଇଥିବା କାଠି ଗୁଡ଼ିକ, ମୂଳ ସମୂହର 10 ଗୋଟି କାଠି ମଧ୍ୟରୁ 6 ଗୋଟି କାଠି । ତେଣୁ ତୁମ ବନ୍ଧୁ ପାଇଥିବା କାଠିଗୁଡ଼ିକ ମୂଳ ସମୂହର $\frac{6}{10}$ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ ମୂଳ ସମୂହର $\frac{6}{10}$ ଯେତେ $\frac{3}{5}$ ମଧ୍ୟ ସେତେ ।

ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର –

(କ) 5 ଗୋଟି କଲମରୁ 3ଟି କଲମ ହେବ _______ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ।

(ଖ) 7 ଗୋଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ରୁ 4ଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ହେବ _______ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ।

(ଗ) 9 ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 5 ଜଣ ପିଲା ହେବେ _______ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ।

5.3 ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା

ନିମ୍ନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ –

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}$

ଏଠାରେ ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଲବ 1, ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ $\frac{1}{2}$ ଓ $\frac{1}{5}$।

ଏହିପରି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ –

ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ 1, ତାକୁ **ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ ।

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଆମେ କେତେକ ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖିପାରିବା । ଯଥା $\frac{2}{3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$

ଉଦାହରଣ – 1 ନିମ୍ନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖ ।

(କ) $\frac{5}{8}$ (ଖ) $\frac{7}{10}$

ସମାଧାନ :

(କ) $\frac{5}{8}=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$

(ଖ) $\frac{7}{10}=\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}$

ଉଦାହରଣ -2

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ କେତୋଟି ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ?

(କ) $\frac{4}{9}$ (ଖ) $\frac{5}{12}$

ସମାଧାନ :

(କ) $\frac{4}{9}$ କୁ 4 ଗୋଟି ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖାଯାଇ ପାରେ (କାରଣ 4 ଗୋଟି $\frac{1}{9}$ ର ସମଷ୍ଟି $=\frac{4}{9}$)

(ଖ) $\frac{5}{12}$ କୁ 5 ଗୋଟି ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖାଯାଇ ପାରେ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.2

1. ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡିକୁ ନିଜ ଖାତାରେ ଲେଖ ଓ ସେଥିରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

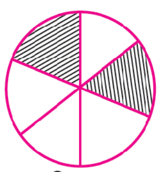
(କ) 3 କୁ ଲବ ଓ 5 କୁ ହର ରୂପେ ନେଇ ଗଠିତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟି ______ ।

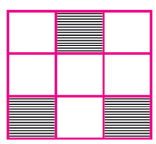
(ଖ) $\frac{2}{5}$ ର ହର, ଲବ ଠାରୁ ______ ଅଧିକ ।

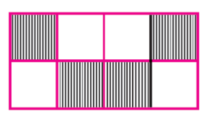
(ଗ) $\frac{3}{8}$ ର ଅର୍ଥ, ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ______ ସମାନ ଭାଗରୁ ______ ଭାଗ । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ $\frac{3}{8}$ ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି, ଏକ ପ୍ରକାର ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ଏକ ସମୂହର ______ ସମାନଭାଗରୁ ______ ଭାଗ ।

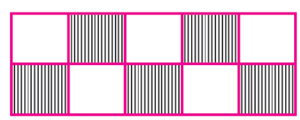
2. $\frac{3}{5}, \frac{7}{4}, \frac{4}{3}, \frac{5}{9}, \frac{9}{10}$ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ଅଲଗା ଅଲଗା କରି ଲେଖ ।

3. ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରର ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶ ପୂରାଚିତ୍ରର କେତେ ଭଗ୍ନାଂଶ ତାହା ଲେଖ ।


ଚିତ୍ର (କ)


ଚିତ୍ର (ଖ)


ଚିତ୍ର (ଗ)


ଚିତ୍ର (ଘ)

4. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉପଯୁକ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

(କ) 5 ଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ରୁ 2ଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଭଙ୍ଗା ।

(ଖ) 8 ଗୋଟି ଫୁଲରୁ 3ଟି ଫୁଲ ଶୁଖିଲା ।

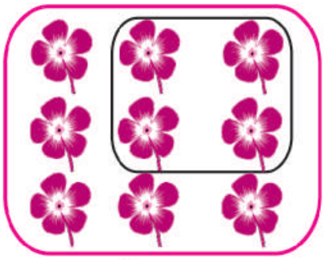
(ଗ) ଗୋଟିଏ ପଲରେ ଥିବା 12ଟି ଛେଳି ମଧ୍ୟରେ 7ଟି ଛେଳି କଳା ।

5. (କ) 1, 2, 3, 4 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ବ୍ୟବହାର କରି ଗଠନ କରାଯାଇ ପାରୁଥିବା ସମସ୍ତ ପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

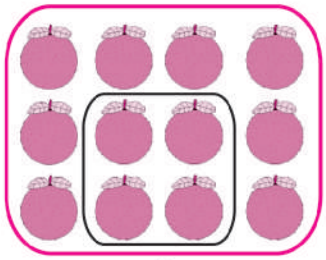
(ଖ) 7, 8, 9, 10 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖାଯାଇ ପାରୁଥିବା ସମସ୍ତ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର ।

(ଗ) 4, 5, 6, 7, 8, 9 ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏପରି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାମାନ ଲେଖ ଯାହାର ଲବ ହର ଅପେକ୍ଷା (i) 2 କମ୍ (ii) 3 ଅଧିକ।

6. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛବିରେ ଥିବା ବସ୍ତୁମାନଙ୍କ ଭିତରୁ ଛୋଟ କୋଠରି ଭିତରେ ଥିବା ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ କେତେ ଭଗ୍ନାଂଶ ?



ଛବି (କ)



ଛବି (ଖ)

7. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର।

(କ) $\frac{3}{5}$ (ଖ) $\frac{7}{8}$ (ଗ) $\frac{3}{10}$

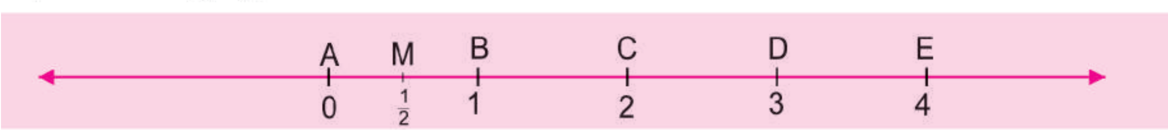
5.4. ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ ନିରୂପଣ

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସହ ତୁମେ ଆଗରୁ ପରିଚିତ। ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ ତୁମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ 0, 1, 2, 3 ଆଦି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦର୍ଶାଇଥିଲ।

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ତୁମେ ଆଗରୁ ଯାହା ଜାଣିଛ –

- ସଂଖ୍ୟାରେଖା ହେଉଛି ଏକ ସରଳ ରେଖା।
- ଏହି ରେଖା ଉପରେ ସମାନ ଦୂରତାରେ ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଥାଏ।
- ପାଖାପାଖି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ାବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସରଳରେଖା ଅଂଶକୁ ଗୋଟିଏ ଏକକ ରୂପେ ନିଆଯାଏ।
- ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ଉପରେ ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ସିଧା ରାସ୍ତା କଡ଼ରେ ଥିବା କିଲୋମିଟର ଖୁଣ୍ଟି ଭଳି। ପାଖାପାଖି ଥିବା ଦୁଇଟି କିଲୋମିଟର ଖୁଣ୍ଟି ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେଉଛି 1 କି.ମି.। ସେହିପରି ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ପାଖାପାଖି ଥିବା ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା ହେଉଛି ଏକ ଏକକ।

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର –



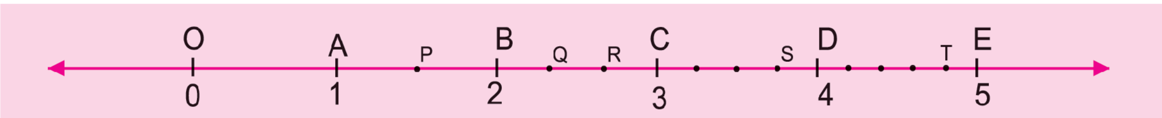
ଏହି ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ଉପରେ $\frac{1}{2}$ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦର୍ଶାଇବା। $\frac{1}{2}$ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦର୍ଶାଇବା ଲକ୍ଷ୍ୟରେ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଏକକ ଦୂରତାକୁ ଅର୍ଥାତ୍ ପାଖାପାଖି ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତାକୁ 2 ସେ.ମି. ବା 4 ସେ.ମି.ଭଳି 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉଥିବା ମାପ ନେବ (ଏହାର କାରଣ ପରେ ଜାଣିପାରିବ)।

ଉପରିସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ M ବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର AB ଅଂଶକୁ ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ କରୁଛି । ଏଣୁ AM = $\frac{1}{2}$ ଏକକ । ସେଥିଯୋଗୁ M ବିନ୍ଦୁ $\frac{1}{2}$ ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଅଟେ ।

5.4.1. ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଅନ୍ୟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା

$\frac{1}{3}$ କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ସୂଚାଇବା ଲାଗି, ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ 3 ସେ.ମି. ନେବା । 0 ଓ 1 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଏକକ ଅଂଶକୁ 3 ସମାନ ଭାଗ କରିବା । ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ବିଭାଜକ ବିନ୍ଦୁ ମିଳିବ ସେଥିରୁ ପ୍ରଥମଟି ସୂଚାଇବ $\frac{1}{3}$ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟଟି ସୂଚାଇବ $\frac{2}{3}$ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।



- ଉପରିସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ 0, 1, 2, 3, 4, 5 ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଯଥାକ୍ରମେ O, A, B, C, D, E ନାମରେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି ।
- A ଠାରୁ B ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଂଶକୁ 2 ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇ, ବିଭାଜକ ବିନ୍ଦୁକୁ P ନାମ ଦିଆଯାଇଛି ।
- B ଠାରୁ C ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଂଶକୁ 3 ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇ ବିଭାଜକ ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟିକୁ Q ଓ R ନାମ ଦିଆଯାଇଛି ।
- C ଠାରୁ D ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଂଶକୁ 4 ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇ ବିଭାଜକ ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ତୃତୀୟ ବିନ୍ଦୁକୁ S ନାମ ଦିଆଯାଇଛି ।
- D ଠାରୁ E ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଂଶକୁ 5 ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇ ବିଭାଜକ ବିନ୍ଦୁ ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଚତୁର୍ଥ ବିନ୍ଦୁକୁ T ନାମ ଦିଆଯାଇଛି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର -

O ଠାରୁ P ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଂଶର ମାପ

= OA + AP

= 1 ଏକକ + 1 ଏକକର $\frac{1}{2}$ ଅଂଶ

= $1+\frac{1}{2}$

= $1\frac{1}{2}$ [$1+\frac{1}{2}$ କୁ ଆମେ ଲେଖୁ $1\frac{1}{2}$]

ଏଣୁ P ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା = $1\frac{1}{2}$

O ଠାରୁ Q ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଂଶର ମାପ

= OB + BQ

= 2 ଏକକ + 1 ଏକକର $\frac{1}{3}$ ଅଂଶ

= $2+\frac{1}{3}$

= $2\frac{1}{3}$

ଏଣୁ Q ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା = $2\frac{1}{3}$

କହିଲ ଦେଖି :

ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ $\frac{3}{4}$ କୁ କିପରି ସୂଚାଇବ ?

O ଠାରୁ R ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଂଶର ମାପ

$= OB + BR$

$= 2$ଏକକ $+ 1$ ଏକକର $\frac{2}{3}$ ଅଂଶ

$= 2 + \frac{2}{3}$

$= 2\frac{2}{3}$

ଏଣୁ R ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା $= 2\frac{2}{3}$

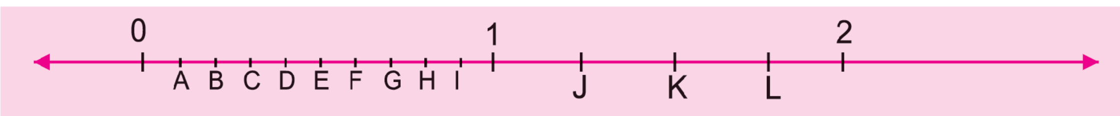
କହିଲ ଦେଖି :

S ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ବିନ୍ଦୁ ଓ T ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ବିନ୍ଦୁ କେଉଁ କେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଉଛି ?

ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ସ୍ଥାପନ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଜାଣିଲେ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.3

1.



ଉପରିସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ 0 ଓ 1 କୁ ସୂଚାଉଥିବା ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ଅଂଶକୁ ସମାନ ଦଶ ଭାଗରେ ଏବଂ 1 ଓ 2 କୁ ସୂଚାଉଥିବା ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ଅଂଶକୁ ଚାରିଗୋଟି ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ କରାଯାଇଛି । ବିଭାଜକ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ A, B, C ଆଦି ନାମ ଦିଆଯାଇଛି । କେଉଁ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱାରା କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚିତ ତାହା ନିମ୍ନରେ ଲେଖ ।

(କ) A ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା __________ ।
(ଖ) C ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା __________ ।
(ଗ) E ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା __________ ।
(ଘ) G ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା __________ ।
(ଙ) I ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା __________ ।
(ଚ) K ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା __________ ।
(ଛ) B ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା __________ ।
(ଜ) D ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା __________ ।
(ଝ) F ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା __________ ।
(ଞ) H ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା __________ ।
(ଟ) J ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା __________ ।
(ଠ) L ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା __________ ।

2. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ସ୍ଥାପନ କର ।

(କ) $\frac{3}{4}$ (ଖ) $1\frac{1}{3}$ (ଗ) $2\frac{1}{4}$ (ଘ) $3\frac{1}{3}$ (ଙ) $4\frac{1}{2}$

3. (କ) ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରିସ୍ଥ କେଉଁ ଦୁଇଟି ପାଖାପାଖି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସମସ୍ତ ପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଅବସ୍ଥିତ ?

(ଖ) ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରିସ୍ଥ କେଉଁ ଦୁଇଟି ପାଖାପାଖି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ $2\frac{1}{5}$ ଅବସ୍ଥିତ ?

4. (କ) $\frac{15}{4}$ କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦର୍ଶାଇବା ଲାଗି ପ୍ରଥମେ କ'ଣ କରିବାକୁ ହେବ ?

(ଖ) କେଉଁ ଦୁଇଟି ପାଖାପାଖି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ $\frac{15}{4}$ ଅବସ୍ଥିତ ?

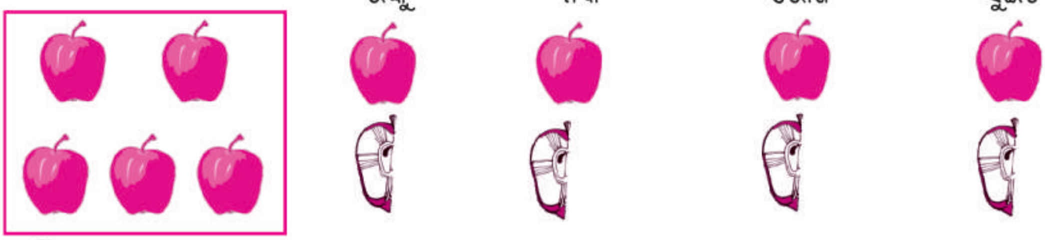
(ଗ) ଉକ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ଅଂଶକୁ କେତେ ସମାନ ଭାଗ କରିବାକୁ ହେବ ?

(ଘ) $\frac{15}{4}$ କୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ଏହାକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦର୍ଶାଅ ।

5.5. ବସ୍ତୁ ମାଧ୍ୟମରେ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା

ରିଙ୍କୁ, ନିକି, ରୋଜି ଏବଂ ସୁଇଟି ସ୍କୁଲ୍‌ରେ ନିଜ ନିଜ ଟିଫିନ୍ ଖାଇସାରିବା ପରେ ସେମାନଙ୍କ ପାଖରେ ଥିବା ପାଞ୍ଚଗୋଟି ସେଓ ବାଣ୍ଟିଖାଇବା ପାଇଁ ଚାହିଁଲେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରଶ୍ନ ଉଠୁଛି ଯେ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ସେଓକୁ କିପରି ଚାରି ଜଣ ବାଣ୍ଟିଖାଇବେ ।

ନିକି କହିଲା - 'ଚାଲ, ପ୍ରଥମେ ପ୍ରତ୍ୟେକେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସେଓ ବାଣ୍ଟିନେବା ଏବଂ ଅବଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସେଓର ଏକ ଚଉଠ ଲେଖାଏଁ ମଧ ବାଣ୍ଟି ନେବା ।'



ରୋଜି କହିଲା - 'ତାହା ତ ଠିକ୍ ଅଛି । କିନ୍ତୁ ଆସ ପ୍ରଥମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସେଓକୁ ଚାରି ଚଉଠ ଲେଖାଏଁ କରିବା ଏବଂ ପ୍ରତି ସେଓରୁ ଚାରି ଚଉଠରୁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଚଉଠ ଆମେ ବାଣ୍ଟି ନେବା ।'

ସୁଇଟି କହିଲା - 'ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର ବଣ୍ଟନ ବେଳେ, ପ୍ରତ୍ୟେକର ଭାଗ ଥିଲା 1 ସେଓ ଓ 1 ଚଉଠ ସେଓ

= 4 ଚଉଠ + 1 ଚଉଠ = 5 ଚଉଠ ।'

ଏଣୁ ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କର ଭାଗପଡ଼ିଲା ଗୋଟିଏ ପୂରା ସେଓ ଓ ଏକ ଚଉଠ ସେଓ ବା 5 ଚଉଠ ସେଓ ବା $1\frac{1}{4}$

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ

$$1\frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

ରିଙ୍କୁ କହିଲା, ' $5 \div 4$ କୁ ମଧ୍ୟ $\frac{5}{4}$ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ ।'

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ : $5 \div 4 = \frac{5}{4}$ ବା $1\frac{1}{4}$

ଆମେ ଜାଣିଥିଲୁ $5 \div 4$ = ଭାଗଫଳ 1 ଓ ଭାଗଶେଷ 1

ବର୍ତ୍ତମାନ ପାଇଲେ, $5 \div 4 = 1\frac{1}{4}$

> ଲକ୍ଷ୍ୟକର– ଭାଗକ୍ରିୟା ସାହାଯ୍ୟରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଯାଇ ପାରିବ ।
>
> $$4 \overline{)\,5\,}\;(1 \quad \begin{array}{r} 5 \\ -4 \\ \hline 1 \end{array}$$
>
> ଏଣୁ $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

ଉଦାହରଣ -1 ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର ।

(କ) $\frac{15}{4}$ (ଖ) $\frac{27}{8}$

ସମାଧାନ : (କ) $15 \div 4$ = ଭାଗଫଳ 3, ଭାଗଶେଷ 3 $\therefore \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

ଅଥବା

$$4 \,\Big|\, \begin{array}{r} 3 \\ \hline 15 \\ -12 \\ \hline 3 \end{array}$$ 3 ଭାଗଶେଷ

$\therefore \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

(ଖ)

$$8 \,\Big|\, \begin{array}{r} 3 \\ \hline 27 \\ -24 \\ \hline 3 \end{array}$$ 3 ଭାଗଶେଷ

$\therefore \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$

ଉଦାହରଣ - 2 $3\frac{2}{5}$ କୁ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର ।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ

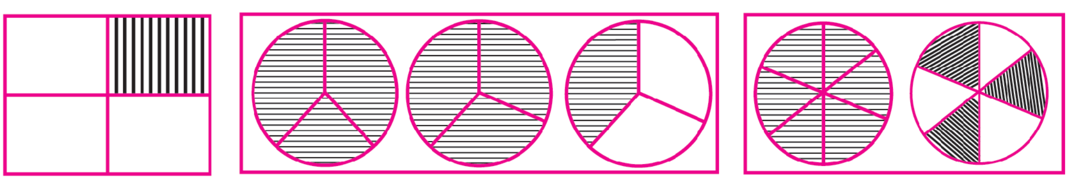
$$3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = \frac{3x5}{5} + \frac{2}{5}$$
$$= \frac{15}{5} + \frac{2}{5} = \frac{17}{5}$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ

$$3\frac{2}{5} = \frac{3x5+2}{5} = \frac{17}{5}$$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.4

1. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ର ପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ବା ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟା ସୂଚାଉଛି ଲେଖ ।



2. ନିମ୍ନ ମିଶ୍ରସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର ।

(କ) $3\frac{2}{3}$ (ଖ) $2\frac{2}{3}$ (ଗ) $1\frac{5}{8}$

3. ନିମ୍ନ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ମିଶ୍ରସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

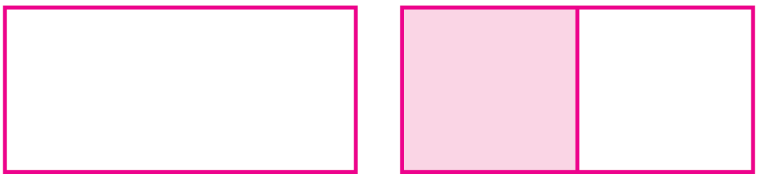
(କ) $\frac{18}{7}$ (ଖ) $\frac{20}{9}$ (ଗ) $\frac{23}{8}$

4. ନିମ୍ନ ଭାଗକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକର ଭାଗଫଳକୁ ମିଶ୍ରସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $19 \div 5$ (ଖ) $24 \div 7$ (ଗ) $34 \div 13$

5.6 ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା

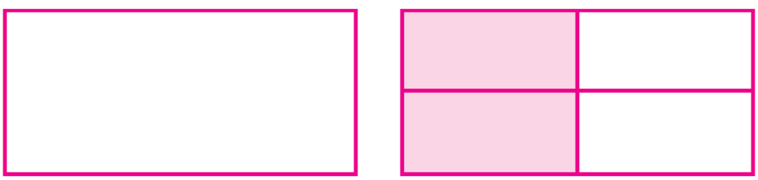
ରଘୁ ଆୟତାକୃତିର ଖଣ୍ଡେ କାଗଜକୁ ନେଇ ସମାନ ଦୁଇ ଭାଗ କରି ଭାଙ୍ଗି ଦେଲା ଓ କାଗଜ ଖଣ୍ଡ ଉପରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗରୁ ଗୋଟିଏ ଭାଗକୁ ରଙ୍ଗ କରି ଦେଲା ।



ତା'ପାଖରେ ବସିଥିବା ଯଦୁକୁ ପଚାରିଲା, 'ରଙ୍ଗ ଭାଗଟି ପୁରା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର କେତେ ଅଂଶ ?'

ଯଦୁ କହିଲା, 'ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗରୁ 1 ଭାଗ, ଏଣୁ ରଙ୍ଗ ଭାଗଟି ପୂରା କଗଜର $\frac{1}{2}$ ।'

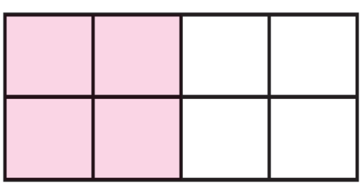
ପାଖରେ ଥିଲା ରିନା । ସେ ଉକ୍ତ କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ସମାନ ଚାରି ଭାଗ କଲା । ତା'ପରେ ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିଲା କାଗଜକୁ ଖୋଲି ଦେଲା ।



ଖୋଲାଯାଇଥିବା କାଗଜଟିକୁ ଦେଖାଇ ଯଦୁକୁ ପଚାରିଲା । ପୁରା କାଗଜର କେତେ ଅଂଶ ରଙ୍ଗ ହୋଇଛି କହିଲୁ । ଯଦୁ କହିଲା 4 ସମାନ ଭାଗରୁ 2 ଭାଗ । ଯଦୁ ପୁଣି କହିଲା, ତା' ହେଲେ ତ ପୁରା କାଗଜର ରଙ୍ଗ ହୋଇଥିବା ଅଂଶ ହେଉଛି $\frac{2}{4}$ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ସମସ୍ତେ କହିଲେ, $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$

କୁନି ଏ ସବୁ ଦେଖୁଥିଲା । ସେ ରିନା ଚାରି ଭାଙ୍ଗ କରିଥିବା କାଗଜକୁ ନେଇ ଆଉ ସମାନ ଦୁଇଭାଗ କରି ଭାଙ୍ଗି ଦେଲା ।



କାଗଜ ଖଣ୍ଡିକୁ ଖୋଲି ସମସ୍ତଙ୍କୁ ଦେଖାଇଲା । ସମସ୍ତେ ଦେଖିଲେ, ରଙ୍ଗ ଅଂଶ ପୁରା କାଗଜର $\frac{4}{8}$ ।

ଏଣୁ ସମସ୍ତେ ଜାଣିଲେ : $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{4}{8}$

ଆସ, ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ, $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{1\text{x}2}{2\text{x}2}$

ଏବଂ $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}=\frac{1\text{x}4}{2\text{x}4}$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ସେହିପରି $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}=\frac{1\text{x}3}{2\text{x}3}$

ଏଠାରେ $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ .... ଇତ୍ୟାଦି ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

ଜାଣିରଖ

ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ନିରୂପଣ କରିବାକୁ ହେଲେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହର ଉଭୟକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିବାକୁ ହୁଏ। ଏ ପ୍ରଣାଳୀ ଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସହ ଅସଂଖ୍ୟ ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ପାଇପାରିବା ।

ସେହିପରି $\frac{1}{3}$ ର ଚାରିଗୋଟି ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

ଅନ୍ୟପ୍ରକାରରେ - $\frac{4}{8}=\frac{4\div 4}{8\div 4}=\frac{1}{2}$,

$\frac{2}{4}=\frac{2\div 2}{4\div 2}=\frac{1}{2}$

ଅତଏବ $\frac{4}{8}, \frac{2}{4}, \frac{1}{2}$ ଆଦି ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

ଜାଣିରଖ

ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ପାଇବାକୁ ହେଲେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହର ଉଭୟକୁ ସମାନ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବାକୁ ହୋଇଥାଏ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର:- ଯଦି ଲବ ଓ ହର ଉଭୟ କୌଣସି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୋଇଥା'ନ୍ତି, ତେବେ ଆମେ ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବା । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସୀମିତ ସଂଖ୍ୟକ ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : $\frac{12}{15}$ ର ଏକ ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା = $\frac{12\div 3}{15\div 3}=\frac{4}{5}$

$\frac{9}{15}$ ର ଏକ ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କରିପାରିବ କି ଯାହାର ହର 5 ହେବ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.5

1. ନିମ୍ନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ପାଞ୍ଚଟି ଲେଖାଏଁ ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (କ) $\frac{2}{3}$ (ଖ) $\frac{1}{3}$ (ଗ) $\frac{2}{3}$ (ଘ) $\frac{5}{9}$

2. $\frac{2}{5}$ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଏକ ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କର, ଯାହାର ଲବ 6 ହେବ ।
3. $\frac{15}{27}$ ର ଏକ ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କର, ଯାହାର ହର 9 ହେବ ।
4. $\frac{2}{7}$ ର ଏକ ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କର, ଯାହାର ହର 63 ହେବ ।
5. $\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{3}{4}$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲାଗି 12 ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

6. $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{6}$ ଓ $\frac{7}{12}$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲାଗି 24 ହରବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

7. $\frac{3}{8}$ ର ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ବେଳେ 15,24 ଓ 32 ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟିକୁ ହର ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ ? କାରଣ କ'ଣ ?

5.7 ସଦୃଶ ଏବଂ ଅସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ କୋଠରିରୁ ଦୁଇ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କର ।

1	2	3
4	5	6
	7	

ତୁମେ ତିଆରି କରିଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ସମାନ ହର ଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଅଲଗା କରି ଲେଖ ।

ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

$\frac{7}{19}$ ଏବଂ $\frac{7}{25}$ ସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି କି ? କାହିଁକି ?

ଦତ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ହର ଅସମାନ ହେତୁ ଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ **ଅସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ

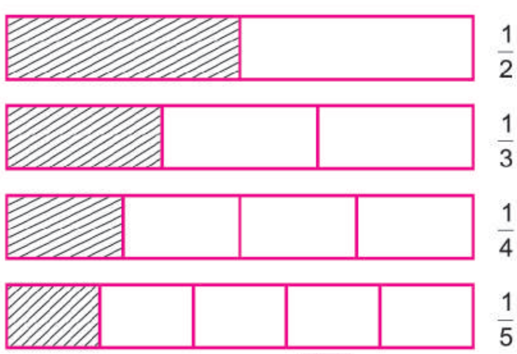
- ପାଞ୍ଚଟି ସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।
- ପାଞ୍ଚଟି ଅସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।
- $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{7}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}$ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଅଲଗା କରି ଲେଖ ।

5.8. ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ତୁଳନା :

ଫରିଦା ଏବଂ ଅମିନ୍‌ଙ୍କ ପ୍ଲେଟ୍‌ରେ ଯଥାକ୍ରମେ $2\frac{1}{2}$ ଏବଂ $3\frac{1}{4}$ ରୁଟି ଅଛି । ତେବେ କାହା ପାଖରେ ଅଧିକ ରୁଟି ଅଛି ? ଫରିଦା ପାଖରେ ଦୁଇଟି ରୋଟି ଏବଂ ଗୋଟିଏ ରୋଟିର ଅଧା ଥିବା ସ୍ଥଳେ ଅମିନ୍ ପାଖରେ ତିନୋଟି ରୁଟିରୁ ଅଧିକ ରୁଟି ରହିଛି ।

$\therefore 3\frac{1}{4} > 2\frac{1}{2}$, ତେଣୁ ଅମିନ୍ ପାଖରେ ଅଧିକ ରୁଟି ଅଛି ।

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ ।



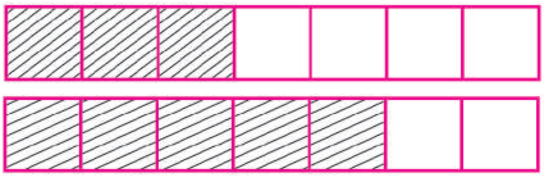
ଚିତ୍ରର ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶ ମୂଳ ଚିତ୍ରରୁ 'ଭଗ୍ନାଂଶ' ରୂପେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଚାରୋଟି ଯାକ ମୂଳ ଚିତ୍ର ସମାନ ।

ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବଡ଼ରୁ ସାନ କ୍ରମରେ ସଜାଅ ।

5.8.1. ସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧରେ ତୁଳନା

ଆସ, $\frac{3}{7}$ ଓ $\frac{5}{7}$ ମଧରେ ତୁଳନା କରିବା ।

ନିମ୍ନରେ ଦୁଇଟି ସମାନ ଆକୃତି (ଆୟତାକୃତି) ବିଶିଷ୍ଟ ସମାନ ସମାନ ଚିତ୍ର ନିଆଯାଇଛି ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ସମାନ 7 ଭାଗ କରାଯାଇଛି । ପ୍ରଥମଟିରେ 3ଟି ଭାଗକୁ ଚିତ୍ରିତ କରାଯାଇ $\frac{3}{7}$ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।



$\frac{3}{7}$

$\frac{5}{7}$

କହିଲ ଦେଖି :
ଦୁଇଟି ସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟିକୁ କିପରି ଚିହ୍ନିବା ?

ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ରର ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶ ପ୍ରଥମଚିତ୍ରର ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶ ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ : $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ $\frac{2}{5}$ ଓ $\frac{4}{5}$ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କର ।
- ସମାନ ଆକାରର ଦୁଇ ଖଣ୍ଡ କାଗଜ ନିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଆଠ ଭାଙ୍ଗକରି $\frac{3}{8}$ ଓ $\frac{7}{8}$ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କର ।

5.8.2. ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା

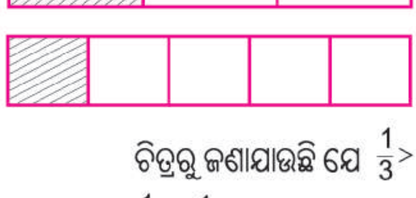
ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛୁ, ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ 1 ସେହି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକକ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

(କ) $\frac{1}{3}$ ଓ $\frac{1}{5}$ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରିବା ।

ନିମ୍ନରେ ଦୁଇଟି ସମାନ ସମାନ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଚିତ୍ର ରହିଛି । ଗୋଟିକୁ 3 ସମାନ ଭାଗ ଓ ଅନ୍ୟଟିକୁ 5 ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇଛି ।

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{5}$



ଚିତ୍ରରୁ ଜଣାଯାଉଛି ଯେ $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$

ଚିତ୍ରର ସାହାଯ୍ୟ ନ ନେଇ ଆମେ $\frac{1}{3}$ ଓ $\frac{1}{5}$ ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ ସାନ ବାଛି ପାରିବା କି ?

ଆସ ଦେଖିବା -

ଗୋଟିଏ ସେଓକୁ ତିନି ସମାନ ଭାଗ କରାଗଲା ।

ପ୍ରଥମ ସେଓ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ଅନ୍ୟ ଏକ ସେଓକୁ ପାଞ୍ଚ ସମାନ ଭାଗ କରାଗଲା ।

କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ଛୋଟ ହେବ ଓ କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ବଡ଼ ହେବ ?

ନିଶ୍ଚୟ ସେଓଟି ଯେତେ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଭାଗ ହେବ, ଭାଗଗୁଡ଼ିକ ସେତେ ଛୋଟ ଛୋଟ ହେବ ।

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ $\frac{1}{5} < \frac{1}{3}$

ସେହିପରି $\frac{1}{5} < \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$

ଜାଣିରଖ

ଦୁଇଟି ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯେଉଁଟିର ହର ବଡ଼ ସେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟି ଅନ୍ୟଟିଠାରୁ ଛୋଟ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ, $\frac{1}{5} < \frac{1}{3}$

ଏଣୁ ଦୁଇଟି $\frac{1}{5}$ < ଦୁଇଟି $\frac{1}{3}$, ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$

ପୁନଶ୍ଚ ଜାଣିଲେ, ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ ସମାନ ହୋଇଥିଲେ, ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର ବଡ଼, ସେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟି ଅନ୍ୟଟି ଅପେକ୍ଷା ସାନ ।

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସମାଧାନରୁ ଆମେ ଜାଣିପାରିବା ଯେ, ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା (ସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା) ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ, ଅନ୍ୟର ଲବ ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ସେହି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟି ଅନ୍ୟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।

ଅର୍ଥାତ୍ ଦୁଇଟି ସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବୃହତ୍ତର ଲବ ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟି ଅନ୍ୟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.6

1. ନିମ୍ନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କର ।

   (କ) $\frac{7}{10}, \frac{8}{10}$ (ଖ) $\frac{11}{26}, \frac{15}{26}$ (ଗ) $\frac{12}{105}, \frac{8}{105}$

2. ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

   (କ) $\frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{8}$ (ଖ) $\frac{12}{17}, \frac{5}{17}, \frac{10}{17}$

3. ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

   (କ) $\frac{1}{5}, \frac{11}{5}, \frac{3}{5}$ (ଖ) $\frac{4}{13}, \frac{1}{13}, \frac{15}{13}$

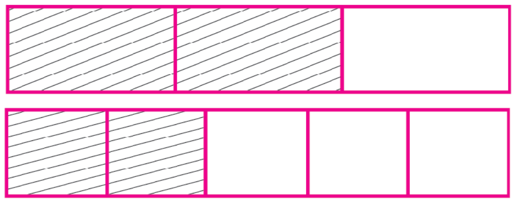
5.8.3. ଅସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା

ଆମେ ପୂର୍ବ ଅନୁଚ୍ଛେଦମାନଙ୍କରୁ ଜାଣିଛୁ, ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ହର ଭିନ୍ନ, ସେହି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଅସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

(କ) ନିମ୍ନରେ ଦୁଇଟି ସମାନ ସମାନ ଆୟତଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଯାଇ, ଗୋଟିକର $\frac{2}{3}$ ଓ ଅନ୍ୟଟି $\frac{2}{5}$ ଅଂଶକୁ ରେଖାଙ୍କିତ କରାଯାଇଛି ।

$\frac{2}{3}$

$\frac{2}{5}$



ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ଚିତ୍ରରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$

ତୁମେ ଜାଣିଲ, ସମାନ ଲବଥିବା ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଟି, ବୃହତ୍ତର ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।

(ଖ) ଭିନ୍ନ ଲବ ଏବଂ ଭିନ୍ନ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଅସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା

ବର୍ତ୍ତମାନ $\frac{2}{3}$ ଏବଂ $\frac{3}{4}$ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରିବା । ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରିବା ଜାଣିଛୁ । ଅର୍ଥାତ୍ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରିବା ଜାଣିଛୁ । ଯଦି $\frac{2}{3}$ ଏବଂ $\frac{3}{4}$ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରିପାରିବା ତେବେ ତୁଳନା କରିବା ସହଜସାଧ୍ୟ ହେବ । ଅପରପକ୍ଷରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ସମଲବ ବିଶିଷ୍ଟ କରିପାରିଲେ, ପରିସ୍ଥିତି -1 ରେ ବର୍ଣ୍ଣିତ ତୁଳନା ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରି ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟକୁ ମଧ୍ୟ ତୁଳନା କରିପାରିବା ।

ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ କରି ତୁଳନା କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ

ଆସ, $\frac{2}{3}$ ଏବଂ $\frac{3}{4}$ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ ତୁଳନା କରିବା । ଏଥିପାଇଁ ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ନିରୂପଣ ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରି ଉଭୟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}=\frac{10}{15}=\frac{12}{18}=\frac{14}{21}=\frac{16}{24}=\frac{18}{27}=\ldots\ldots\ldots$$

ସେହିପରି $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{15}{20}=\frac{18}{24}=\frac{21}{28}=\ldots\ldots\ldots$

ବର୍ତ୍ତମାନ $\frac{2}{3}$ ଏବଂ $\frac{3}{4}$ ର ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । ଉଭୟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲାଗି 12 ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ହେଲେ $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$ ଏବଂ $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$

$\frac{9}{12}>\frac{8}{12}$ ତେଣୁ $\frac{3}{4}>\frac{2}{3}$ ହେବ ।

$\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{3}{4}$ ର ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ତାଲିକାରୁ ଆଉ କୌଣସି ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମିଳୁଛି କି ?

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ ଦେଖିପାରିବ ଯେ $\frac{2}{3}=\frac{16}{24}$ ଓ $\frac{3}{4}=\frac{18}{24}$

ଜାଣିଛ କି ?

ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଅନେକ ଯୋଡା ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ପାଇ ପାରିବା ଏବଂ ଯେ କୌଣସି ଯୋଡ଼ାକୁ ନେଇ ଆମେ ତୁଳନା କରିପାରିବା ।

ଉଦାହରଣ - 3 : $\frac{4}{5}$ ଏବଂ $\frac{5}{6}$ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁଟି ବଡ଼ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ ପାଇଁ ସୂଚନା :

- $\frac{4}{5}$ ର ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ଥିର କର ।
- $\frac{5}{6}$ ର ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ଥିର କର ।
- $\frac{4}{5}$ ଓ $\frac{5}{6}$ ର ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ନିଅ ।

ସମାଧାନ

$\frac{4}{5}=\frac{8}{10}=\frac{12}{15}=\frac{16}{20}=\frac{20}{25}=\frac{24}{30}=$..........

$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\frac{20}{24}=\frac{25}{30}=$...........

$\frac{4}{5}$ ଓ $\frac{5}{6}$ ର ସମ ହରବିଶିଷ୍ଟ ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{24}{30}$ ଏବଂ $\frac{25}{30}$

ମାତ୍ର $\frac{25}{30}>\frac{24}{30}$ ତେଣୁ $\frac{5}{6}>\frac{4}{5}$

- ଉପର ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(କ) $\frac{4}{5}$ ଓ $\frac{5}{6}$ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ଲାଗି ବଛାଯାଇଥିବା ସମ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ହର କେତେ ?

(ଖ) ବଛାଯାଇଥିବା ସମ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର ସହ ମୂଳ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ହର ଦୁଇଟିର କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ?

ଅର୍ଥାତ୍ 30 ସହ 5 ଓ 6 ର କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ?

ଆମେ ଜାଣିଲେ, ଦତ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ଲାଗି ପାଇଥିବା ସମ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ସାଧାରଣ ହର 30, ଦତ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ (ଅର୍ଥାତ୍ 5 x 6) ସହ ସମାନ । ଲକ୍ଷ୍ୟକର- 30, 5 ଓ 6ର ଲଘିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ହେବ ।

ତେଣୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ ତୁଳନା କରିବା ସମୟରେ ପ୍ରଥମେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ ସମ ହର ବିଶିଷ୍ଟ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ସମ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ସାଧାରଣ ହରଟି ଦତ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ହର ମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ସହ ସମାନ ହେବ, ଅର୍ଥାତ୍ ହର ଦ୍ୱୟର ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ - 4 : $\frac{5}{6}$ ଏବଂ $\frac{8}{15}$ ମଧ୍ୟରେ ବୃହତ୍ତର ସଂଖ୍ୟାଟି ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ।

$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\frac{20}{24}=\frac{25}{30}=\frac{30}{36}=$..........

$\frac{8}{15}=\frac{16}{30}=\frac{24}{45}=$...........

ତାଲିକା ଦୁଇଟିରେ ଥିବା ସମ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ହେଲେ -

$\frac{5}{6}=\frac{25}{30}$ $\frac{8}{15}=\frac{16}{30}$

ଯେହେତୁ $25>16$ ତେଣୁ $\frac{25}{30}>\frac{16}{30}$

$\therefore \frac{5}{6}>\frac{3}{15}$

କହିଲ ଦେଖି :

ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର କେତୋଟି ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଥାଏ ?

ଜାଣିଛ କି ?

ଆମେ ଦତ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ହର ଦୁଇଟିର ଲ.ସା.ଗୁ.କୁ ସମ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ଲାଗି ସାଧାରଣ ହର ରୂପେ ବାଛିବା ।

ବିକଳ୍ପ ସମାଧାନ :

ଦତ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ହେଲେ $\frac{5}{6}$ ଓ $\frac{8}{15}$, ହର ଦ୍ୱୟର ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

$6 = 2 \times 3$

$15 = 3 \times 5$

ହର ଦ୍ୱୟର ଲ.ସା.ଗୁ = $2 \times 3 \times 5 = 30$

$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5}$ [∴ 6 ର 5 ଗୁଣ 30]

$= \frac{25}{30}$

$\frac{8}{15} = \frac{8 \times 2}{15 \times 2}$ [15 ର 2 ଗୁଣ 30]

$= \frac{16}{30}$

ମାତ୍ର $25 > 16$ $\therefore \frac{5}{6} > \frac{8}{15}$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.7

1. ନିମ୍ନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ତୁଳନା କର ।

   (କ) $\frac{1}{5}$ ଓ $\frac{1}{6}$ (ଖ) $\frac{1}{12}$ ଓ $\frac{1}{15}$

2. ନିମ୍ନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁଟି ବଡ଼ ?

   (କ) $\frac{3}{8}$ ଓ $\frac{5}{8}$ (ଖ) $\frac{7}{15}$ ଓ $\frac{8}{15}$

3. ନିମ୍ନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଖାଲି କୋଠରିରେ >, < ଓ = ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଚିହ୍ନ ବସାଅ ।

   (କ) $\frac{5}{12}$ ☐ $\frac{5}{9}$ (ଗ) $\frac{3}{7}$ ☐ $\frac{4}{7}$

   (ଖ) $\frac{4}{9}$ ☐ $\frac{8}{18}$ (ଘ) $\frac{8}{11}$ ☐ $\frac{8}{13}$

4. (କ) ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

   $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}$

   (ଖ) ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

   $\frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{7}{12}$

5. ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କର ।

   (କ) $\frac{3}{8}$ ଓ $\frac{5}{12}$ (ଖ) $\frac{7}{15}$ ଓ $\frac{4}{9}$

5.9. ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ସଦୃଶ ଏବଂ ଅସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ଏବଂ ବିୟୋଗ ସମ୍ପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିସାରିଛୁ । ପୂର୍ବ ପାଠକୁ ମନେପକାଇବା ପାଇଁ ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ -1: $\frac{5}{7}$ ଓ $\frac{3}{7}$ ର ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କରିବା ।

ସମାଧାନ : $\frac{5}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5+3}{7}=\frac{8}{7}$

ସେହିପରି $\frac{7}{12}+\frac{3}{12}=\frac{7+3}{12}=\frac{10}{12}$ କିମ୍ବା $\frac{5}{6}$ ।

> **ମିଶାଣରେ ବ୍ୟବହୃତ ପ୍ରଣାଳୀ**
>
> ଯୋଗଫଳ = $\frac{\text{ଲବମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ}}{\text{ସାଧାରଣ ହର}}$

ଉଦାହରଣ - 2 : $\frac{1}{3}$ ଓ $\frac{1}{2}$ ର ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କରିବା ।

ସମାଧାନ : (ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ)

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1\times2}{3\times2}+\frac{1\times3}{2\times3}$$

$$=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{2+3}{6}=\frac{5}{6}$$

> **ମିଶାଣରେ ବ୍ୟବହୃତ ପ୍ରଣାଳୀ**
>
> ପ୍ରଥମେ ଦତ୍ତ ଅସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଯାଏ । ପରେ ପୂର୍ବ ବର୍ଣ୍ଣିତ ସୂତ୍ର କୁ ନେଇ ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କରାଯାଏ ।

(ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ)

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1\times2+1\times3}{6}$$

$$=\frac{2+3}{6}=\frac{5}{6}$$

> **ମିଶାଣରେ ବ୍ୟବହୃତ ପ୍ରଣାଳୀ**
>
> ଯୋଗଫଳ = $\frac{\text{ପ୍ରଥମ ଲବ X ଦ୍ୱିତୀୟହର + ଦ୍ୱିତୀୟଲବ X ପ୍ରଥମହର}}{\text{ପ୍ରଥମ ହର X ଦ୍ୱିତୀୟ ହର}}$

ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଯୋଗକରିବାର ବିଭିନ୍ନ ଉଦାହରଣ ଦେଖିଲ । ଦୁଇରୁ ଅଧିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ ଯୋଗ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିପାରେ । ସେଭଳି ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ- 3 : $\frac{2}{3},\frac{1}{4}$ ଓ $\frac{5}{6}$ ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

> **ସମାଧାନ ସୂଚନା :** ଏଠାରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସାଧାରଣ ହର କେତେ ହେବ କହିଲ ?
>
> ତୁମେ କରିଥିବା ଯୋଗକାର୍ଯ୍ୟରୁ ଜାଣିଛ –
>
> ସାଧାରଣ ହର = ଦତ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକର ହରର ଗୁଣଫଳ
>
> $= 3\times4\times6 = 72$
>
> ଅଥବା ସାଧାରଣ ହର = ଦତ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକର ଲ.ସା.ଗୁ
>
> = 3, 4 ଓ 6 ର ଲ.ସା.ଗୁ
>
> = 12

ସମାଧାନ :

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=\frac{2\times4}{3\times4}+\frac{1\times3}{4\times3}+\frac{5\times2}{6\times2}$$

$$=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}+\frac{10}{12}$$

$$=\frac{8+3+10}{12}$$

$$=\frac{21}{12}=1\frac{9}{12}=1\frac{3}{4}$$

[$\frac{9}{12}$ ର ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାର = $\frac{3}{4}$]

ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

1\. (କ) $\frac{5}{2}+\frac{3}{7}$ (ଖ) $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}$ (ଗ) $\frac{6}{7}+\frac{5}{7}$

(ଘ) $\frac{1}{4}+\frac{5}{7}$ (ଙ) $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$ (ଚ) $\frac{7}{8}+\frac{5}{9}$

5.10. ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ବିୟୋଗ

ସଦୃଶ ଏବଂ ଅସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗ ଭଳି ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କିପରି ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଏ ତାହା ଆମେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଶିଖିଛୁ । ଆସ, ମନେ ପକାଇବା ପାଇଁ କେତେକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ - 1 : $\frac{3}{4}$ ରୁ $\frac{1}{2}$ ବିୟୋଗ କରିବା ।

ସମାଧାନ : $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{3}{4}-\frac{1 \times 2}{2 \times 2}$

$=\frac{3}{4}-\frac{2}{4}$

$=\frac{3-2}{4}=\frac{1}{4}$

> **ବିୟୋଗ କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ**
>
> ପ୍ରଥମେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ବିୟୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କରାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ - 2 : $\frac{1}{5}$ ରେ କେତେ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ $\frac{1}{2}$ ହେବ ?

ସମାଧାନ :

ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସଂଖ୍ୟା = $\frac{1}{2}-\frac{1}{5}$

$=\frac{1 \times (10 \div 2)-1 \times (10 \div 5)}{2 \times 5}$

$=\frac{1 \times 5 - 1 \times 2}{2 \times 5}$

$=\frac{5-2}{10}=\frac{3}{10}$

> **ବିୟୋଗ କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ**
>
> ଉକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ପାଇଁ ପ୍ରଥମେ ଉକ୍ତଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରିବାକୁ ପଡ଼େ ।

ବିୟୋଗ କରାଯାଉଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ଉପରୋକ୍ତ ସମାଧାନ କରାଯାଇଛି । ଲକ୍ଷ୍ୟରଖ ଯେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ହରର ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହରକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଥିବା ଲ.ସା.ଗୁ. ବିଶିଷ୍ଟ ସମହର ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଇଥାଏ ।

ବିୟୋଗ କର -

(କ) $\frac{5}{6}$ ରୁ $\frac{3}{4}$ (ଖ) $\frac{5}{7}$ ରୁ $\frac{1}{3}$

(ଗ) $\frac{8}{15}-\frac{2}{5}$ (ଘ) $\frac{5}{12}-\frac{1}{7}$

5.11. ମିଶ୍ର ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ବା ବିୟୋଗ

ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ତା'ପରେ ଯୋଗ ବା ବିୟୋଗ କରିବା।

ଉଦାହରଣ - 1

$\frac{3}{4}$ ଓ $1\frac{2}{3}$ ର ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କର।

ସମାଧାନ :

$1\frac{2}{3}$ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନାଂଶରେ ପରିଣତ କରିବା।

$$1\frac{2}{3} = \frac{1 \times 3 + 2}{3} = \frac{5}{3}$$

ଯୋଗଫଳ = $\frac{3}{4} + 1\frac{2}{3} = \frac{3}{4} + \frac{5}{3}$

$$= \frac{3 \times 3 + 5 \times 4}{12}$$

$$= \frac{9 + 20}{12} = \frac{29}{12} = 2\frac{5}{12}$$

ଉଦାହରଣ - 2 :

$2\frac{2}{5}$ ଓ $1\frac{3}{4}$ ର ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କରିବା।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ :

$2\frac{2}{5} = \frac{12}{5}$ ଏବଂ $1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$

ଯୋଗଫଳ = $2\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4}$

$$= \frac{12}{5} + \frac{7}{4}$$

$$= \frac{12 \times 4 + 7 \times 5}{20}$$

$$= \frac{48 + 35}{20}$$

$$= \frac{83}{20} = 4\frac{3}{20}$$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

$$2\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4}$$

$$= 2 + \frac{2}{5} + 1 + \frac{3}{4}$$

$$= (2 + 1) + \frac{2}{5} + \frac{3}{4}$$

$$= 3 + \frac{2 \times 4 + 3 \times 5}{20}$$

$$= 3 + \frac{8 + 15}{20} = 3 + \frac{23}{20} = 3 + 1\frac{3}{20}$$

$$= 3 + 1 + \frac{3}{20} = 4 + \frac{3}{20} = 4\frac{3}{20}$$

ଉଭୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଉଛି । ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ ଠାରୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ କିପରି ଭିନ୍ନ ଲେଖ ।

$2\frac{1}{3}$ ଓ $2\frac{2}{3}$ ର ଯୋଗଫଳ ଉଭୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉଦାହରଣ - 3 :

$1\frac{1}{3}$ ରୁ $1\frac{1}{4}$ ବିୟୋଗ କରି ବିୟୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କର।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ :

$1\frac{1}{3}-1\frac{1}{4}$

$=\frac{4}{3}-\frac{5}{4}$ (ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଗଲା)

$=\frac{4\times4-5\times3}{3\times4}$

$=\frac{16-15}{12}$

$=\frac{1}{12}$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

$1\frac{1}{3}-1\frac{1}{4}$

$=(1+\frac{1}{3})-(1+\frac{1}{4})$

$=1+\frac{1}{3}-1-\frac{1}{4}$

$=(1-1)+(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})$

$=0+\frac{1\times4-1\times3}{12}=0+\frac{4-3}{12}=\frac{1}{12}$

ଉଦାହରଣ - 4

1 ରୁ $\frac{3}{4}$ ବିୟୋଗ କର।

ସମାଧାନ :

$1-\frac{3}{4}=\frac{1}{1}-\frac{3}{4}$ [1କୁ $\frac{1}{1}$ ରୂପେ ଲେଖିବା]

$=\frac{1\times4-3\times1}{4}$

$=\frac{4-3}{4}$

$=\frac{1}{4}$

ଜାଣିଛ କି ?

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ବିୟୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗ ବା ବିୟୋଗ ପାଇଁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାଥିଲେ ତାକୁ ନିମ୍ନ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯିବ।

$1=\frac{1}{1}$, $2=\frac{2}{1}$, $3=\frac{3}{1}$, $8=\frac{8}{1}$ ଇତ୍ୟାଦି।

ତୁମ ଖାତାରେ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଯୋଗ - ବିୟୋଗ କୋଠରି ତିଆରି କରି ଖାଲି ଘର ପୂରଣ କର ।

(କ) (+ →, − ↓)

$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	

(ଖ) (+ →, − ↓)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 5.୪

ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

1. $\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{1}{3}$

2. $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$

3. $\frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{5}{9}$

4. $1\frac{2}{5}+2\frac{1}{5}$

5. $2\frac{1}{7}+3\frac{2}{7}$

6. $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$

7. $\frac{3}{8}+\frac{5}{16}$

8. $\frac{5}{8}+\frac{5}{12}$

9. $\frac{4}{9}+\frac{5}{12}$

10. $1\frac{3}{8}+2\frac{5}{12}$

11. $1\frac{2}{5}+2\frac{3}{10}+3\frac{1}{2}$

12. $1\frac{1}{10}+2\frac{1}{15}+3\frac{1}{6}$

ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. $\frac{3}{8}-\frac{1}{8}$

14. $\frac{7}{12}-\frac{5}{12}$

15. $\frac{2}{3}-\frac{5}{12}$

16. $\frac{7}{18}-\frac{2}{9}$

17. $\frac{5}{12}-\frac{1}{6}$

18. $1\frac{2}{3}-\frac{5}{6}$

19. $2\frac{3}{8}-1\frac{1}{4}$

20. $3\frac{5}{12}-2\frac{3}{8}$

21. $3\frac{7}{10}-2\frac{8}{15}$

22. $2-1\frac{3}{5}$

23. $3-2\frac{7}{8}$

24. $2-1\frac{5}{12}$

25. ଦୋକାନରୁ ସରିତା $\frac{2}{5}$ ମିଟର ଲମ୍ବର ଓ ଲଳିତା $\frac{3}{4}$ ମିଟର ଲମ୍ବର ରିବନ କିଣିଲେ । ଉଭୟ ମୋଟ କେତେ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ରିବନ କିଣିଲେ ?

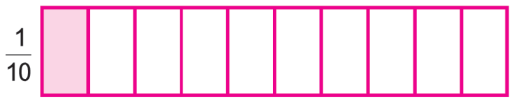
26. ବିଦ୍ୟାଳୟ ହତା ଚାରିପାଖରେ ଥରେ ଚାଲି ଆସିବାକୁ ନିଲୁ $2\frac{1}{5}$ ମିନିଟ୍ ସମୟ ନିଏ । ସେତିକି ବାଟ ଚାଲିବା ପାଇଁ ଜିତୁ $\frac{7}{4}$ ମିନିଟ୍ ସମୟ ନିଏ । ଦୁଇଜଣଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କିଏ କମ୍ ସମୟ ନିଏ ଓ କେତେ କମ୍ ସମୟ ନିଏ ?

ଷଷ୍ଠ ଅଧ୍ୟାୟ

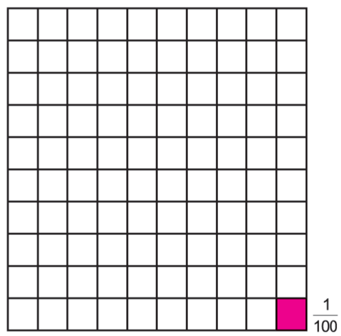
ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

6.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

10 ସମାନ ଭାଗରୁ ଏକ ଭାଗ $=\frac{1}{10}=0.1$



100 ସମାନ ଭାଗରୁ ଏକ ଭାଗ $=\frac{1}{100}=0.01$



ଏଠାରେ $\frac{1}{10}$ କୁ ଏକ ଦଶାଂଶ ଏବଂ $\frac{1}{100}$ କୁ ଏକ ଶତାଂଶ କହିଥାଉ ।

ସେହିପରି $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{100}$ କୁ ଯଥାକ୍ରମେ 2 ଦଶାଂଶ ଏବଂ 3 ଶତାଂଶ କହିବା ।

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କଲେ ପାଇବା-

$\frac{2}{10}=0.2$ ଏବଂ $\frac{3}{100}=0.03$

ପ୍ରକାଶ ଥାଉକି $\frac{2}{10}$ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଏବଂ 0.2 ଉକ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ରୂପ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀଟିର ଖାଲିସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{27}{10}$	$1\frac{1}{10}$	$2\frac{1}{100}$	$15\frac{3}{10}$
ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା						

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ 'ଏକ ଦଶାଂଶ', 'ଏକ ଶତାଂଶ', ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା ସରିଥିଲେ ମଧ୍ୟ ତା'ର ପୁନଃ ଆଲୋଚନା ଏଠାରେ ଆବଶ୍ୟକ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ରବି ଓ ଶରତର ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 7 ସେ.ମି. 2ମି.ମି. ଏବଂ 8 ସେ.ମି. 3 ମି.ମି. । ଉକ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ସେ.ମି.ରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବ କି ? ଉକ୍ତ ସମାଧାନ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସୋପାନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

1ସେ.ମି. = _______ ମି.ମି

1 ମି.ମି. = _______ ସେ.ମି.

ରବିର ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 7 ସେ.ମି. 2 ମି.ମି. = _____. ସେ.ମି.

ଶରତର ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 8ସେ.ମି 3 ମି.ମି.= _____ ସେ.ମି.

ଜାଣିଛ କି ?

1 ମି.ମି. = $\frac{1}{10}$ ସେ.ମି.

2 ମି.ମି. = $\frac{2}{10}$ ସେ.ମି.

ରବିର ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 7ସେ.ମି. 2 ମି.ମି.

$= 7\frac{2}{10}$ ସେ.ମି. = 7.2 ସେ.ମି.

ସେହିପରି ଶରତର ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 8 ସେ.ମି. 3ମି.ମି.

$= 8\frac{3}{10}$ ସେ.ମି. = 8.3 ସେ.ମି.

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କର ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ ।

2.35 ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା, ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 2 ଅଛି, ଦଶାଂଶ ସ୍ଥାନରେ 3 ଅଛି ଓ ଶତାଂଶ ସ୍ଥାନରେ 5 ଅଛି ।

2.35 ର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 2 ଅଛି, ତେଣୁ 2 ର ମୂଲ୍ୟ 2 ଏକ ବା 2

ଦଶାଂଶ ସ୍ଥାନରେ 3 ଅଛି, ତେଣୁ 3ର ମୂଲ୍ୟ 3 ଦଶାଂଶ ବା $\frac{3}{10}$

ଶତାଂଶ ସ୍ଥାନରେ 5 ଅଛି, ତେଣୁ 5ର ମୂଲ୍ୟ 5 ଶତାଂଶ ବା $\frac{5}{100}$

ଜାଣିଛ କି ?

2.35 କୁ ଦୁଇ ଦଶମିକ ତିନି ପାଞ୍ଚ ଭାବେ ପଢ଼ାଯାଏ ।

2.35 କୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ ଲେଖିଲେ –

$$2.35 = 2 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100}$$

ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସାରଣୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲେଖିବା ।

2.35କୁ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସାରଣୀ ବ୍ୟବହାର କରି କିପରି ଲେଖାଯିବ ? ଲକ୍ଷ୍ୟ କର –

ଏକକ	ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ
2	3	5

ତୁମେ 24.57କୁ ଉଭୟ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ ଓ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସାରଣୀ ବ୍ୟବହାର କରିଲେଖ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 6.1

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଡ଼ିକୁ ଦଶମିକରେ ଲେଖ ।

ଶତକ 100	ଦଶକ 10	ଏକକ 1	ଦଶାଂଶ $\frac{1}{10}$
2	3	4	5
	1	5	7
1	0	0	3
		3	7

2. ଖାଲିସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

(କ) 23 ସେ.ମି. 5 ମି.ମି. = ________ ସେ.ମି.   (ଖ) 55 ମି.ମି. = ________ ସେ.ମି.

2. ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ଖାଲିସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର।

ସଂଖ୍ୟାର ବିସ୍ତାରିତ ରୂପ	ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା	ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା
2 ଏକ 3 ଦଶାଂଶ	$2\frac{3}{10}$	2.3
3 ଦଶ 5ଏକ 7 ଦଶାଂଶ		
7 ଏକ 5 ଦଶାଂଶ		
	$8\frac{3}{10}$	
		2.3
	$15\frac{2}{7}$	
		2.3

ମନେରଖ : ଏକ ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ।

ଉଦାହରଣ -1 ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଅନୁଯାୟୀ ବିସ୍ତୃତ (ବିସ୍ତାରିତ) ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖ।

(କ) 20.5 (ଖ) 31.57

ସମାଧାନ :

ସଂଖ୍ୟା	ଦଶ(10)	ଏକ(1)	ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ
20.5	2	0	5	
31.57	3	1	5	7

ଉଦାହରଣ-2

ନିମ୍ନରେ ବିସ୍ତୃତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର।

(କ) ତିନି ଏକ ଏବଂ ପାଞ୍ଚ ଦଶାଂଶ

(ଖ) ଦୁଇ ଦଶ ଚାରି ଏକ ଛଅ ଦଶାଂଶ

ସମାଧାନ :

(ଗ) ତିନି ଏକ ଏବଂ ପାଞ୍ଚ ଦଶାଂଶ

$= 3+\frac{5}{10}=3.5$

(ଘ) ଦୁଇ ଦଶ ଚାରି ଏକ ଛଅ ଦଶାଂଶ

$= 20+4+\frac{6}{10}=24.6$

କହିଲ ଦେଖି :

ଦୁଇ ଦଶ ଛଅ ଦଶାଂଶକୁ ଦଶମିକରେ ଲେଖିଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

6.2. ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ

ଆମେ ଜାଣିଲେ କିପରି 10, 100 କିମ୍ବା 1000 ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରିବାକୁ ହୁଏ ।

ଆସ ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର 10 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଯଥା 2, 5 ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ଉକ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ କିପରି ପରିଣତ କରିବାକୁ ହୁଏ ଏକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ବୁଝିବା ।

କ) $\frac{11}{5}=\frac{22}{10}$ (10 ହର ବିଶିଷ୍ଟ ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଗଲା)

$=2\frac{2}{10}$ (ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଗଲା)

$=2+\frac{2}{10}=2.2$

ଜାଣିଛ କି ?

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ୟଏକ ରୂପ । ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର 10 ବା 100 ବା 1000 ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ ତାହାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ ।

ଖ) $\frac{105}{2}=\frac{105\times5}{2\times5}=\frac{525}{10}$ (10 ହର ବିଶିଷ୍ଟ ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଗଲା)

$=52\frac{5}{10}=52+\frac{5}{10}$

$=50+2+\frac{5}{10}=52.5$

ନିମ୍ନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

$\frac{3}{2}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{17}{5}$

6.2.1. ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶିତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ

10, 2 ଓ 5 ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ କିପରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ଆମେ ଜାଣିଲେ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ କିପରି ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଯାଇପାରିବ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

କ) $1.2=1+\frac{2}{10}=1\frac{2}{10}=\frac{12}{10}$

ଖ) 13.57

$\frac{2}{3}$ ଭଳି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା, $\frac{3}{100}$ ଭଳି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

13.57 କୁ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସାରଣୀରେ ଲେଖିବା

ଦଶ(10)	ଏକ(1)	ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ
1	3	5	7

ଏଠାରେ ଦଶକ ସ୍ଥାନରେ 1 ଅଛି ତେଣୁ 1ର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ହେଉଛି ଏକ ଦଶ ବା 10

ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 3 ଅଛି, ତେଣୁ 3ର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ହେଉଛି ତିନି ଏକ ବା 3

ଦଶାଂଶ ସ୍ଥାନରେ 5 ଅଛି, ତେଣୁ 5ର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ହେଉଛି ପାଞ୍ଚ ଦଶାଂଶ ବା $\frac{5}{10}$

ଶତାଂଶ ସ୍ଥାନରେ 7 ଅଛି, ତେଣୁ 7ର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ହେଉଛି ସାତ ଶତାଂଶ ବା $\frac{7}{100}$

ଏହାକୁ ଏପରି ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ –

$$13.57 = 10 + 3 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100}$$

$$= 13 + \frac{57}{100} = 13\frac{57}{100} = \frac{1357}{100}$$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 6.2

1. ନିମ୍ନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $\frac{7}{10}$ (ଖ) $\frac{7}{100}$ (ଗ) $\frac{11}{100}$ (ଘ) $\frac{135}{100}$

(ଙ) $\frac{27}{5}$ (ଚ) $\frac{16}{5}$ (ଛ) $\frac{35}{2}$

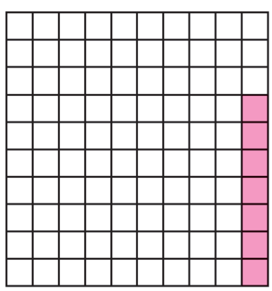
2. ନିମ୍ନ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) 12.3 (ଖ) 17.53 (ଗ)) 8.23 (ଘ) 31.7

6.3. ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ତୁଳନା

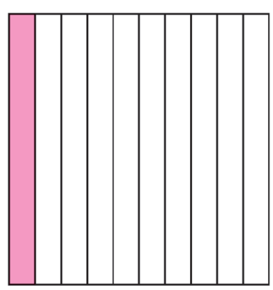
ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ କହିପାରିବ କି 0.07 ଓ 0.1 ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ବଡ଼ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ?

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।



$0.07 = \frac{7}{100}$

- 0.07 କୁ ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।
- 0.1 କୁ ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର ।
- ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହରକୁ ସମହରରେ ପରିଣତ କଲେ କ'ଣ ହେବ ?
- ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଲବ ଦ୍ୱୟକୁ ଲେଖ ।
- ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କଲେ କେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟି ବୃହତ୍ତର ହେବ ?



$0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦତ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତରମାନଙ୍କୁ ଏକାଠି ଲେଖି ସମାଧାନ କରିବା

$$0.07 = \frac{7}{100} \text{ ଏବଂ } 0.1 = \frac{1}{10}$$

0.07 ଏବଂ 0.1 ର ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କଲେ ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{7}{100}$ ଏବଂ $\frac{10}{100}$ ହେବ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିଲେ $\frac{10}{100} > \frac{7}{100}$ ହେବ

ଅର୍ଥାତ 0.1 > 0.07 ହେବ।

ଜାଣିଛ କି ?

0.1 > 0 . 07 କୁ 0.07 < 0 . 1 ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ। ସେହିପରି 0.1 > 0 . 01> 0.001 କୁ 0.001 < 0 . 01 < 0.1 ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 6.3

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦୁଇଟିଯାକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଅ ଓ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଚିହ୍ନାଅ।

   (କ) 0.47 ଓ 0.3 (ଖ) 0.5 ଓ 0.05 (ଗ) 1.5 ଓ 0.68

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଥିବା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ବଡ଼ ?

   (କ) 0.93 ଏବଂ 0.093 (ଖ) 1.1 ଏବଂ 1.01

   (ଗ) 0.83 ଏବଂ 0.038 (ଘ) 1.5 ଏବଂ 1.50

   (ଙ) 0.099 ଏବଂ 0.19

3. ତୁମ ମନରୁ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ନିଅ ଓ ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ବାଛ। ତୁମେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ କିପରି ଚିହ୍ନଟ କଲେ ଲେଖ।

6.4. ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର

6.4.1. ଟଙ୍କା ପଇସା ହିସାବରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

ଆମେ ଜାଣିଛେ 100 ପଇସାରେ ଏକ ଟଙ୍କା ହୁଏ

ଅତଏବ 1 ପଇସା = $\frac{1}{100}$ ଟଙ୍କା = 0.01 ଟଙ୍କା

ତେଣୁ 65 ପଇସା = $\frac{65}{100}$ ଟଙ୍କା = 0.65 ଟଙ୍କା

ଏବଂ 5 ପଇସା = $\frac{5}{100}$ ଟଙ୍କା = 0.05 ଟଙ୍କା

ବର୍ତ୍ତମାନ କହିପାରିବ କି 207 ପଇସା = କେତେ ଟଙ୍କା ?

207 ପଇସା = 2 ଟଙ୍କା 7 ପଇସା = 2.07 ଟଙ୍କା।

ଜାଣିଛ କି ?

ଏକ ପଇସାକୁ ଟଙ୍କାରେ ପ୍ରକାଶକଲେ . 01 ଟଙ୍କା ହେବ, କିନ୍ତୁ 10 ପଇସାକୁ ଟଙ୍କାରେ 0.10ଟଙ୍କା ଲେଖାଯାଏ। ତେଣୁ 0.10 ବା 0.1 > 0.01

ଉତ୍ତର ଲେଖ – ଟଙ୍କାରେ ପରିଣତ କର।

(a) 2 ଟଙ୍କା 5 ପଇସା (b) 2 ଟଙ୍କା 50 ପଇସା

(c) 20 ଟଙ୍କା 17 ପଇସା (d) 21 ଟଙ୍କା 75 ପଇସା

6.4.2. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା :

ଆମେ ଜାଣିଛୁ, 100 ସେ.ମି. = 1 ମିଟର

1 ସେ.ମି. = $\frac{1}{100}$ ମିଟର = 0.01 ମିଟର

ତେଣୁ 56 ସେ.ମି. = $\frac{56}{100}$ ମିଟର = 0.56 ମିଟର

ବର୍ତ୍ତମାନ କହିପାରିବ କି, 156 ସେ.ମି.= କେତେ ମିଟର ?

156 ସେ.ମି. = 100 ସେ.ମି. + 56 ସେ.ମି.

= 1ମି.+ $\frac{56}{100}$ ମିଟର

= 1.56 ମିଟର

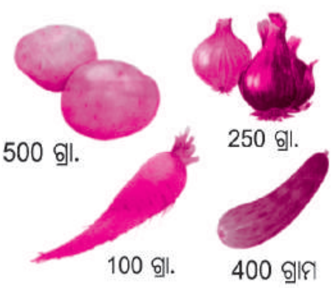
ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର

(କ) 4 ମି.ମି. କୁ ସେ.ମି.ରେ ପ୍ରକାଶ କର । (ଖ) 7 ସେ.ମି. 5 ମି.ମି.କୁ ସେ.ମି.ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(ଗ) 52 ମିଟରକୁ କି.ମି.ରେ ପ୍ରକାଶ କର । (ଘ) 152 ମିଟରକୁ କି.ମି.ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

6.4.3. ଓଜନ ମାପରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

ସୁବ୍ରତ ବଜାରରୁ 500 ଗ୍ରା. ଆଳୁ, 250 ଗ୍ରା. ପିଆଜ, 400 ଗ୍ରାମ କାକୁଡି ଓ 100 ଗ୍ରା. ଗାଜର ଆଣିଲା । ସେ ମୋଟ କେତେ ଓଜନର ପରିବା ଆଣିଲା ?



ଆସ, ମୋଟ ଓଜନ ଜାଣିବା ପାଇଁ ସେ ଆଣିଥିବା ପରିବା ଓଜନକୁ ମିଶାଇବା

500 ଗ୍ରା. + 250 ଗ୍ରା. + 400 ଗ୍ରା. + 100 ଗ୍ରା. = 1250 ଗ୍ରା.

ଆମେ ଜାଣିଛୁ, 1 କି.ଗ୍ରା. = 1000 ଗ୍ରା.

ବା 1000 ଗ୍ରା. = 1 କି.ଗ୍ରା

ତେଣୁ 1250 ଗ୍ରା. = 1000 ଗ୍ରା. + 250 ଗ୍ରା.

= 1 କି.ଗ୍ରା. + $\frac{250}{1000}$ କି.ଗ୍ରା.

= 1 କି.ଗ୍ରା. + 0.250 କି.ଗ୍ରା. = 1.250 କି.ଗ୍ରା.

ଅର୍ଥାତ୍ ସେ ମୋଟ 1.250 କି.ଗ୍ରା. ଓଜନର ପରିବା ଆଣିଲା ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ, 1000 ଗ୍ରାମ୍ = 1 କି.ଗ୍ରା.

1 ଗ୍ରାମ୍ = $\frac{1}{1000}$ କି.ଗ୍ରା. = 0.001 କି.ଗ୍ରା.

18 ଗ୍ରାମ୍ $= \frac{18}{1000}$ କି.ଗ୍ରା. = 0.018 କି.ଗ୍ରା.

2350 ଗ୍ରାମ୍ $= \frac{2350}{1000}$ କି.ଗ୍ରା. $= \left(2 + \frac{350}{1000}\right)$ କି.ଗ୍ରା.

= 2 କି.ଗ୍ରା.+ 0.350 କି.ଗ୍ରା. = 2.350 କି.ଗ୍ରା.

ବର୍ତ୍ତମାନ କହିପାରିବ କି, 2 କି.ଗ୍ରା. 9 ଗ୍ରାମ୍ କେତେ କି.ଗ୍ରା. ସହ ସମାନ ?

2 କି.ଗ୍ରା. 9 ଗ୍ରାମ୍ = 2 କି.ଗ୍ରା. $+ \frac{9}{1000}$ କି.ଗ୍ରା.

$= \left(2 + \frac{9}{1000}\right)$ କି.ଗ୍ରା.

= 2.009 କି.ଗ୍ରା.

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର ।

(କ) 456 ଗ୍ରାମ୍‌କୁ କି.ଗ୍ରା.ରେ ପରିଣତ କର ।

(କ) 2015 ଗ୍ରାମ୍‌କୁ କି.ଗ୍ରା.ରେ ପରିଣତ କର ।

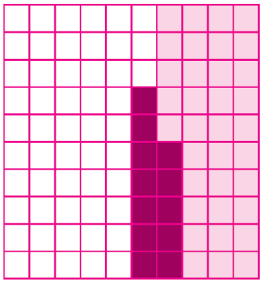
(କ) 3 କି.ଗ୍ରା. 25 ଗ୍ରାମ୍‌କୁ କି.ଗ୍ରା.ରେ ପରିଣତ କର ।

6.5 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ -1 0.35 ଓ 0.12 ର ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କରିବା ।

ସମାଧାନ : ଆସ 100 ଟି ଘର ଥିବା ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର ତିଆରି କରିବା ।



- ଏହି ଚିତ୍ରରେ ଦଶମିକ 0.35 କୁ ଗୋଟିଏ ରଙ୍ଗରେ ସୂଚାଇବା ।
  0.35 ଅର୍ଥ $\frac{35}{100}$ ବା 100 ଭାଗରୁ 35 ଭାଗ
- ଏବେ ସେହିପରି 0.12 କୁ ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ରଙ୍ଗରେ ସୂଚାଇବା ।
- ଚିତ୍ର ଦେଖି କହ, ମୋଟ କେତୋଟି ଘରକୁ ରଙ୍ଗ ଦିଆଯାଇଛି ।
- ଲକ୍ଷ୍ୟକର, 100ଟି ଘର ମଧ୍ୟରୁ 47 ଘରକୁ ରଙ୍ଗ ଦିଆଯାଇଛି । ଅର୍ଥାତ, ସଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ଏହାକୁ $\frac{47}{100}$ ଲେଖାଯିବ ଓ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ 0.47 ଲେଖାଯିବ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଦେଖ, ଏଠାରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଅନୁଯାୟୀ ତଳକୁ ତଳ ଲେଖାଯାଇଛି ।

ସଂଖ୍ୟା	ଏକ	ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ
0.35 →	0	3	5
0.12 →	0	1	2
ଯୋଗଫଳ →	0	4	7

0.35 ରେ 3ର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ 3 ଦଶାଂଶ ଓ 5ର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ 5 ଶତାଂଶ ।

ସେହିପରି 0.12ରେ 1ର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ 1 ଦଶାଂଶ ଓ 2ର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ 2 ଶତାଂଶ ।

$\therefore \quad 0.35 + 0.12 = 0.47$

ଉଦାହରଣ - 2 ବର୍ତ୍ତମାନ 0.63 ଓ 1.581 ର ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କରିପାରିବ କି ?

ସମାଧାନ :

ସଂଖ୍ୟା	ଏକ	ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ	ସହସ୍ରାଂଶ
0.63 ⟶	0	6	3	0
1.581 ⟶	1	5	8	1
ଯୋଗଫଳ ⟶	2	2	1	1

ଜାଣିଛ କି ?

0.63 କୁ ମଧ୍ୟ 0.630 ଲେଖାଯାଏ । ଉଭୟର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ । କାରଣ କ'ଣ ?

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଯୋଗଫଳ 0.63 + 1.581 = 2.211

ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

ଯେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରିବାକୁ କୁହାଯାଏ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରଥମେ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଅନୁଯାୟୀ ତଳକୁ ତଳ ଲେଖାଯାଏ । ତା ପରେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଭଳି ଯୋଗ କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ - 3

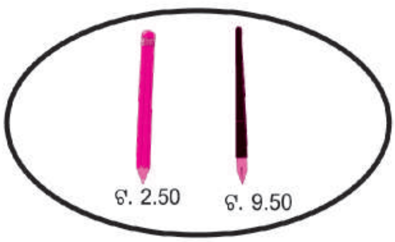
ମିହିର ଗୋଟିଏ ପେନ୍ସିଲ୍ ଓ କଲମକୁ ଯଥାକ୍ରମେ 2.50 ଟଙ୍କା ଏବଂ 9.50 ଟଙ୍କାରେ କିଣିଲା । ତେବେ ସେ ସମୁଦାୟ କେତେ ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ କରିଥିଲା ?

ସମାଧାନ : କଲମର ଦାମ୍ = ଟ. 9.50

ପେନ୍ସିଲ୍‌ର ଦାମ = ଟ. 2.50

ସମୁଦାୟ ଟଙ୍କା = ଟ. 9.50 + ଟ. 2.50

= 12.00 ଟଙ୍କା



ଉଦାହରଣ - 4

ସାମ୍‌ସନ୍ 5 କି.ମି. 52 ମିଟର ବସ୍‌ରେ ଏବଂ 2 କି.ମି. 265 ମିଟର କାର୍‌ରେ ଯାଇ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିଲା । ସେ ସମୁଦାୟ କେତେ କିଲୋମିଟର ବାଟ ଅତିକ୍ରମ କଲା ?

ସମାଧାନ : ବସ୍‌ରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ବାଟ = 5 କି.ମି. 52 ମି

= 5.052 କି.ମି.

କାର୍‌ରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ବାଟ = 2 କି.ମି. 265 ମି.

= 2.265 କି.ମି.

ମୋଟ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ବାଟ = (5.052 + 2.265) କି.ମି.

= 7.317 କି.ମି.

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 6.4

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (କ) 8.5 + 0.03

   (ଖ) 15 + 12.5 + 0.523

   (ଗ) 0.75 + 10.531 + 3.7

2. ମମତାର ଜନ୍ମଦିନରେ ତାକୁ ବାପା ଟ. 15.50 ଓ ମା' ଟ. 23.75 ଦେଲେ । ଉଭୟ ବାପା ଓ ମା' ମିଶି ମମତାକୁ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେଲେ ?

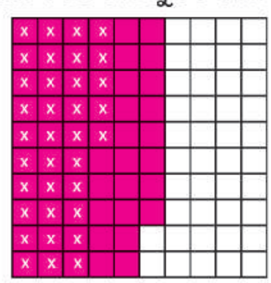
3. ଅକମଲ ପ୍ରତିଦିନ ସକାଳେ 2 କି.ମି. 35 ମି. ଓ ସଂଧ୍ୟାବେଳେ 1 କି.ମି. 7 ମି. ବାଟ ଚାଲନ୍ତି । ତେବେ ସେ ଦିନକୁ ମୋଟ କେତେ ବାଟ ଚାଲନ୍ତି ?

4. ସଞ୍ଜୟ ସରକାରୀ ଖାଉଟି ଦୋକାନରୁ 5 କି.ଗ୍ରା 400 ଗ୍ରା. ଚାଉଳ, 2 କି.ଗ୍ରା 50 ଗ୍ରା. ଚିନି ଓ 10 କି.ଗ୍ରା 750 ଗ୍ରା. ଗହମ କିଣିଲେ । ସେ ମୋଟ କେତେ ଓଜନର ଜିନିଷ କିଣିଲେ ?

6.6. ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ :

0. 58 ରୁ 0.35 କୁ ବିୟୋଗ କରି ବିୟୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

- ଆସ ପ୍ରଥମେ 0.58କୁ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଇବା । 0.58କୁ ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କଲେ $\frac{58}{100}$ ହେବ । ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି 100 ଭାଗରୁ 58 ଭାଗ । ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଏହାକୁ ରଙ୍ଗକରି ସୂଚାଯାଇଛି ।
- ଏବେ ସେଥିରୁ 0.35କୁ ବିୟୋଗ କରିବା । 0.35 ବା, $\frac{35}{100}$ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି 100 ଭାଗରୁ 35 ଭାଗ ।
- ପୂର୍ବରୁ ରଙ୍ଗ ହୋଇଥିବା 58ଟି ଘରରୁ 35ଟି ଘରକୁ (x) ଛକି ଦିଆଯାଇଛି । ବଳକା ରଙ୍ଗଥିବା ଘର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?



- ବଳକା ଥିବା 23ଟି ରଙ୍ଗିନ୍ ଘରକୁ ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ $\frac{23}{100}$ ହେବ, ଏହାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ 0.23 ଲେଖାଯାଏ ।

ଆସ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିକୁ ତଳକୁ ତଳ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ସାରଣୀରେ ଲେଖିବା, ନିମ୍ନ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସାରଣୀକୁ ଦେଖ ।

ସଂଖ୍ୟା	ଏକ	ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ
0.58 →	0	5	8
0.35 →	0	3	5
ବିୟୋଗଫଳ →	0	2	3

∴ 0.58 - 0.35 = 0.23 ।

ଉଦାହରଣ - 2 : 3.5 ରୁ 1.74 ବିୟୋଗ କର ।

ସଂଖ୍ୟା	ଏକ	ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ
3.5 →	3	5	0
1.74 →	1	7	4
ବିୟୋଗଫଳ →	1	7	6

3.5 - 1.74 = 1.76

ଉଦାହରଣ - 3

ରାମ ପାଖରେ 7.75 ଟଙ୍କା ଥିଲା । ସେଥିରୁ 5.25 ଟଙ୍କାର ଚକୋଲେଟ୍ କିଣିଲା । ତା'ପରେ ଅବଶିଷ୍ଟ କେତେ ଟଙ୍କା ରହିଲା ?

ସମାଧାନ : ରାମ ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କା = ଟ.7.75

ଚକୋଲେଟ୍ କିଣିବା ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ = ଟ.5.25

ଅବଶିଷ୍ଟ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ = ଟ.7.75 - ଟ. 5.25

= ଟ. 2.50

ଉଦାହରଣ - 4

ନିହାର 5 କି.ଗ୍ରା. 200 ଗ୍ରାମ୍ ଓଜନର ଏକ ତରଭୁଜ କିଣି ସେଥିରୁ 2 କି.ଗ୍ରା. 750 ଗ୍ରାମ୍ ତରଭୁଜ ପଡୋଶୀଙ୍କୁ ଦେଇଥିଲେ, ଅବଶିଷ୍ଟ କେତେ ଓଜନର ତରଭୁଜ ନିହାର ପାଖରେ ରହିଲା ?

କିଣାଯାଇଥିବା ତରଭୁଜର ଓଜନ = 5.200 କି.ଗ୍ରା.

ପଡୋଶୀଙ୍କୁ ଦେଇଥିବା ତରଭୁଜ ଖଣ୍ଡର ଓଜନ = 2.750 କି.ଗ୍ରା.

ପାଖରେ ରହିଥିବା ତରଭୁଜ ଖଣ୍ଡର ଓଜନ = 5.200 କି.ଗ୍ରା. - 2.750 କି.ଗ୍ରା.

= 2.450 କି.ଗ୍ରା.

∴ ନିହାର ପାଖରେ ରହିଥିବା ତରଭୁଜ ଖଣ୍ଡର ଓଜନ 2.450 କି.ଗ୍ରା. ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 6.5

1. ବିୟୋଗ କର

(କ) ଟ. 18.50 ରୁ ଟ 5.75

(ଖ) 105.58 ମି. ରୁ 97.65ମି.

(ଗ) 6.725 କି.ଗ୍ରା. କୁ 9.950 କି.ଗ୍ରା.ରୁ

2. କବିତା ଟ. 33.65 ମୂଲ୍ୟର ଗୋଟିଏ ବହି କିଣି ଦୋକାନୀକୁ 50 ଟଙ୍କା ଦେଲେ । ଦୋକାନୀ କବିତାକୁ କେତେ ଫେରାଇବ ?

3. ଟିନା ପାଖରେ 10 ମି. 5 ସେ.ମି.ର ଗୋଟିଏ କପଡ଼ା ଥିଲା । ସେଥିରୁ ସେ 4ମି. 50ସେ.ମି. କପଡ଼ାର ଗୋଟିଏ ବେଡ୍‌ସିଟ୍ ତିଆରି କଲେ । ତାଙ୍କ ପାଖରେ ଆଉ କେତେ ପରିମାଣର କପଡ଼ା ବଳିଲା ?

4. ଗୋଟିଏ ଦିନରେ ଓଡ଼ିଶାର ଛଅଟି ସହରର ତାପମାତ୍ରାକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ସହର	ତାପମାତ୍ରା
ଭୁବନେଶ୍ୱର	$39.8^{0}C$
ସମ୍ବଲପୁର	$45.6^{0}C$
ମାଲକାନାଗିରି	$48.1^{0}C$
ଟିଟିଲାଗଡ଼	$48.4^{0}C$
କେନ୍ଦୁଝର	$35.6^{0}C$
ପୁରୀ	$34.4^{0}C$

- କେଉଁ ସହରର ତାପମାତ୍ରା ସର୍ବାଧିକ ଓ କେଉଁ ସହରର ସର୍ବନିମ୍ନ ?
- ଭୁବନେଶ୍ୱରର ତାପମାତ୍ରା ପୁରୀର ତାପମାତ୍ରା ଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ?
- ମାଲକାନାଗିରିର ତାପମାତ୍ରା କେନ୍ଦୁଝରର ତାପମାତ୍ରାଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ?
- ଟିଟିଲାଗଡ଼ର ତାପମାତ୍ରା ମାଲକାନାଗିରିର ତାପମାତ୍ରାଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ?

ତୁମେ ଏହିଭଳି କେତେକ ପ୍ରଶ୍ନ ତିଆରି କର ଓ ତୁମର ସାଙ୍ଗକୁ ତା'ର ଉତ୍ତର କରିବା ପାଇଁ କୁହ ।

ସପ୍ତମ ଅଧ୍ୟାୟ

C741YV

ବ୍ୟାବସାୟିକ ଗଣିତ

7.1 ଅନୁପାତ

7.1.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ :

ଘରେ ମା' କିପରି ଚା' ପ୍ରସ୍ତୁତ କରନ୍ତି ତାହା ତୁମେ ସମସ୍ତେ ଜାଣିଥିବ। ପାଣି, କ୍ଷୀର, ଚିନି ଓ ଚା' ପକାଇ ଚା' ତିଆରି କରାଯାଏ । କେଉଁଦିନ ଚା' ବହୁତ ଭଲ ହୋଇଥାଏ ତ କେଉଁଦିନ ଚା' ଭଲ ଲାଗେନାହିଁ। କାରଣ, ଯେତିକି ପରିମାଣର ଯେଉଁ ଜିନିଷ ମିଶିବା କଥା ତାହା ମିଶି ନ ଥାଏ। ସେହିପରି ଭୋଜିଭାତରେ କ୍ଷୀରି ତିଆରି ପାଇଁ ଚାଉଳ, ଅମୁଲ ଆଦି ଠିକ୍ ଭାଗମାପରେ ପଡିଲେ କ୍ଷୀରି ଭଲ ଲାଗେ । ତେଣୁ କିଏ କେତେ ଭାଗରେ ମିଶିବ ତାହା ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହିଭଳି ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ କେତେକ ଘଟଣା ଘଟେ, ଯେଉଁ ଘଟଣାରେ ଆମକୁ ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁକୁ ତୁଳନା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ପଡେ । ତୁମେ ଏହିପରି କେତୋଟିର ଉଦାହରଣ ଦିଅ।

7.1.2 ଦୁଇଟି ମାପ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ପୁଅ ଓ ଝିଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କର ।
- ଶ୍ରେଣୀକୋଠରିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କର ।
- କଳାପଟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କର ।
- ଦୁଇଜଣ ପିଲାଙ୍କର ଓଜନ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କର ।

❖ ଅନେକ ସମୟରେ ଦୁଇଟି ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରିବାକୁ ପଡିଥାଏ ।

ତୁଳନା କରିବାର ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ

ଦୁଇଟି ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟକରି, ଗୋଟିଏ ଅନ୍ୟଠାରୁ କେତେ ବେଶି ବା କେତେ କମ୍ ଜାଣି ହୁଏ। ଦୁଇଟି ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ବେଶି-କମ୍ ସମ୍ପର୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ଉକ୍ତ ପରିମାଣ ଦୁଇଟିକୁ ତୁଳନା କରାଯାଏ ।

21ମି. - 7ମି = 14ମି.

21ମି. ଦୀର୍ଘ କପଡାଟି 7ମି. ଦୀର୍ଘ କପଡ଼ାଠାରୁ 14ମି. ଅଧିକ ବୋଲି କୁହାଯାଏ।

ଏହା ହେଲା ବିୟୋଗକ୍ରିୟା ମାଧ୍ୟମରେ ତୁଳନା।

ତୁଳନା କରିବାର ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ

ଦୁଇଟି ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରୁ ଅଧିକ ଥିବା ପରିମାଣକୁ କମ୍ ଥିବା ପରିମାଣ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି, ପ୍ରଥମଟି ଦ୍ୱିତୀୟର କେତେ ଗୁଣ (ବା ଦ୍ୱିତୀୟଟି ପ୍ରଥମର କେତେ ଅଂଶ) ଜାଣିହୁଏ। କେତେ ଗୁଣ ବା କେତେ ଅଂଶ ସମ୍ପର୍କ ଦ୍ୱାରା ପରିମାଣ ଦୁଇଟିକୁ ତୁଳନା କରାଯାଏ।

21ମି. ÷ 7ମି. = 3

21ମି. ଦୀର୍ଘ କପଡ଼ାଟି 7ମି. ଦୀର୍ଘ କପଡାର 3 ଗୁଣ ବୋଲି କୁହାଯାଏ।

ଏହା ହେଲା ଭାଗକ୍ରିୟା ମାଧ୍ୟମରେ ତୁଳନା।

7.1.3 ଦୁଇଟି ମାପ ମଧ୍ୟରେ ଅନୁପାତ

ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇ ପ୍ରକାର ତୁଳନା ମଧ୍ଯରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଅର୍ଥାତ୍ ଭାଗକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ତୁଳନା ପଦ୍ଧତିରେ ତୁଳନାର ଫଳାଫଳକୁ କିପରି ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ, ତାହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

(କ) ତୁମର ଓ ତୁମ ସାଙ୍ଗର ଓଜନ ଯଥାକ୍ରମେ 32କି.ଗ୍ରା. ଓ 30 କି.ଗ୍ରା ।

ତେବେ, ତୁମର ଓଜନ ଓ ତୁମ ସାଙ୍ଗର ଓଜନର ଅନୁପାତ 32 ÷ 30 ବା $\frac{32}{30} = \frac{16}{15}$ ବା 16:15

16:15 କୁ 16 ଅନୁପାତ 15 ବୋଲି ପଢାଯାଏ ।

(ଖ) ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ 15ଜଣ ବାଳକ ଓ 18 ଜଣ ବାଳିକା ପଢ଼ନ୍ତି । ତେବେ, ବାଳକ ଓ ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ ହେଉଛି $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$ ବା 5 : 6, ଏହାକୁ 5 ଅନୁପାତ 6 ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣ ଦୁଇଟିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ–

- **ଅନୁପାତକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ':' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ ।**
- **ଅନୁପାତରେ ଦୁଇଟି ପଦଥାଏ । ଅନୁପାତର ଥିବା ପ୍ରଥମ ପଦକୁ 'ପୂର୍ବପଦ' ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦକୁ 'ପରପଦ' ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।**
- **ଏକ ଅନୁପାତ, ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଗଠିତ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଅଟେ । ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ୟ ରୂପ ହେଉଛି ଅନୁପାତ ।**

ଦୁଇଟି ମାପ ତୁଳନା କରିବା ବେଳେ ଗୋଟିଏ ମାପ ଅନ୍ୟ ମାପର କେତେ ଭାଗ ବା କେତେ ଅଂଶ ଆମେ ତାହା କହିଥାଉ । ମାପ ଦୁଇଟି ସମଜାତୀୟ ହୋଇଥିଲେ, ଅନୁପାତରେ କିଛି ଏକକ ରହିବ ନାହିଁ ।

ସମଜାତୀୟ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରି ଲେଖ ।

20 ଲିଟର, 72 ଗ୍ରାମ୍, 30 ଟଙ୍କା, 40 ଘଣ୍ଟା

80 ପଇସା, 120 ଡେସିଗ୍ରାମ୍, 100 ମି.ଲି., 108 ମିନିଟ୍

ସମଜାତୀୟ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କଲାବେଳେ, ସେମାନଙ୍କୁ ଗୋଟିଏ ମାପ ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ୍, ଦୁଇଟି ଓଜନ ମାପର ତୁଳନା କଲାବେଳେ, ଉଭୟକୁ କି.ଗ୍ରା.ରେ ବା ଉଭୟକୁ ଗ୍ରାମ୍‌ରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ଭିନ୍ନ ମାପର ମଧ୍ୟ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ତୁଳନା କରାଯାଏ । ଯଥା ଦୂରତା ଓ ସମୟର ଅନୁପାତ ନିଆ ଯାଇ ବେଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

ଦତ୍ତ ମାପଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କର (ଅନୁପାତରେ ପ୍ରକାଶ କର) ।

ଯେପରି: 120 କି.ଗ୍ରା. ଓ 40 କି.ଗ୍ରା. ର ଅନୁପାତ = 120 : 40 = 3 : 1

(କ) 108 ମି. ଓ 72 ମି.

(ଖ) 30 ଘଣ୍ଟା ଓ 80 ଘଣ୍ଟା

(ଗ) 72 ଲି. ଓ 100 ଲି.

✍ **ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଯୋଡ଼ାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଅନୁପାତ ଲେଖ ଓ ତାକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପରିଣତ କର ।**

(କ) 33 ଓ 55

(ଖ) 125 ଓ 175

(ଗ) 108 ଓ 60

(ଘ) 27 ଓ 108

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ଦୁଇଟି ମାପ ମଧ୍ୟରେ ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ଦ୍ୱିତୀୟଟି ଶୂନ (0) ହୋଇ ନ ଥିବା ଉଚିତ ।

ଆସ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : 1

ଗୋବିନ୍ଦ ପାଖରେ 50 ପଇସା ଅଛି ଓ ହରି ପାଖରେ 2 ଟଙ୍କା ଅଛି । ଗୋବିନ୍ଦ ଓ ହରି ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କାପଇସାର ଅନୁପାତ କେତେ ?

ସମାଧାନ :

ଗୋବିନ୍ଦ ପାଖରେ ଅଛି 50 ପଇସା, ହରି ପାଖରେ ଅଛି 2 ଟଙ୍କା ବା 200 ପଇସା ।

$$\frac{\text{ଗୋବିନ୍ଦର ପଇସା}}{\text{ହରିର ପଇସା}} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$$

ଗୋବିନ୍ଦର ପଇସା : ହରିର ପଇସା = 1 : 4

∴ ଗୋବିନ୍ଦ ଓ ହରି ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କାପଇସାର ଅନୁପାତ ହେଉଛି 1 : 4 ।

ଉଦାହରଣ-2

ସୀତା ଓ ଗୀତା ପାଖରେ ଥିବା କୋଳି ମିଶି 60 । ସୀତା ପାଖରେ ଥିବା କୋଳି ଓ ଗୀତା ପାଖରେ ଥିବା କୋଳିର ଅନୁପାତ 8 : 7 ହେଲେ, କାହା ପାଖରେ କେତୋଟି କୋଳି ଅଛି ?

ସମାଧାନ :

ସୀତା

ସୀତା ପାଖରେ ଥିବା କୋଳି ସଂଖ୍ୟା = 8 ଗୁଣ

ଗୀତା ପାଖରେ ଥିବା କୋଳି ସଂଖ୍ୟା = 7ଗୁଣ

ସୀତା + ଗୀତା ପାଖରେ ଥିବା କୋଳି ସଂଖ୍ୟା = 8 ଗୁଣ +7 ଗୁଣ = 15 ଗୁଣ

ମୋଟ 15 ଗୁଣକୁ 60ଟି କୋଳି

1 ଗୁଣକୁ 60 ÷ 15 = 4 ଟି କୋଳି

ତେଣୁ ସୀତା ପାଖରେ ଥିବା କୋଳି ସଂଖ୍ୟା = 8 X 4 = 32

ଗୀତା ପାଖରେ ଥିବା କୋଳି ସଂଖ୍ୟା = 7 X 4 = 28

∴ ସୀତା ପାଖରେ 32 ଟି କୋଳି ଓ ଗୀତା ପାଖରେ 28ଟି କୋଳି ଅଛି ।

ଗୀତା

ଆଉ ଏକ ପ୍ରଣାଳୀ :

ସୀତା ଓ ଗୀତାର କୋଳିର ଅନୁପାତ = 8:7

ଯଦି ସୀତାର କୋଳି ସଂଖ୍ୟା 8 ହୁଏ, ତେବେ ଗୀତାର କୋଳି ସଂଖ୍ୟା 7 ହେବ ।

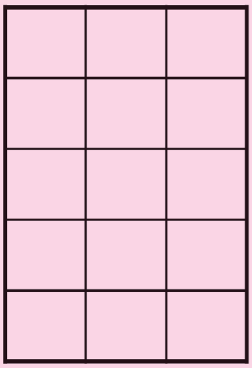
ମୋଟ କୋଳିସଂଖ୍ୟା ହେବ 8 + 7 = 15

ମୋଟ କୋଳି ସଂଖ୍ୟା 15 ବେଳେ, ସୀତାର କୋଳି ସଂଖ୍ୟା 8

ମୋଟ କୋଳି ସଂଖ୍ୟା 1 ବେଳେ, ସୀତାର କୋଳି ସଂଖ୍ୟା = $\frac{8}{15}$

ମୋଟ କୋଳି ସଂଖ୍ୟା 60 ବେଳେ, ସୀତାର କୋଳିସଂଖ୍ୟା = $\frac{8}{15} \times 60 = 8 \times 4 = 32$

ଗୀତାର କୋଳି ସଂଖ୍ୟା = 60 – 32 = 28



ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର ଭଳି ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର ତୁମ ଖାତାରେ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାର $\frac{4}{5}$ ଅଂଶରେ (*) ଚିହ୍ନ ଦିଅ । କେତୋଟି କୋଠରିରେ(*) ଚିହ୍ନ ଦେଇ ଏବେ(*) ଚିହ୍ନ ଦିଆଯାଇଥିବା କୋଠରି ମଧ୍ୟରୁ $\frac{2}{3}$ ଅଂଶକୁ ରଂଗ ଦିଅ । କେତୋଟି କୋଠରିରେ ରଂଗ ଦେଲେ ? ଉଭୟ ରଂଗ ଦିଆଯାଇଥିବା ଓ (*) ଚିହ୍ନ ଥିବା କୋଠରି ସଂଖ୍ୟା କେତେ ? ଏହା ମୋଟ କୋଠରି ସଂଖ୍ୟାର କେତେ ଅଂଶ ? ପାଇଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଆମେ $\frac{4}{5}$ ର $\frac{2}{3}$ ବା $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ ଭାବେ ଲେଖିପାରିବା ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 7.1

1. **ଦତ୍ତ ମାପଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।**

 (କ) 600 ଗ୍ରାମ୍ ଓ 20 ଗ୍ରାମ୍ (ଖ) 500 ଗ୍ରାମ୍ ଓ 2 କି.ଗ୍ରା

 (ଗ) 25 ପଇସା ଓ 1 ଟଙ୍କା (ଘ) 20 ମିନିଟ୍ ଓ 5 ଘଣ୍ଟା

 (ଙ) 15 ମିଟର ଓ 90 ସେ.ମି.

2. ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା 40 ଓ ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା 25 ହେଲେ,

 (କ) ବାଳକ ଓ ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ କେତେ ?

 (ଖ) ବାଳିକା ଓ ବାଳକ ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ କେତେ ?

 (ଗ) ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ସମୁଦାୟ ପିଲା ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ କେତେ ?

 (ଘ) ଆଉ 15 ଜଣ ବାଳକ ଶ୍ରେଣୀରେ ନାମ ଲେଖାଇଲା ପରେ ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ କେତେ ହେବ ?

3. ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଶିକ୍ଷକ ସଂଖ୍ୟା 28 ଓ ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା 1176 । ସେ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଶିକ୍ଷକ ଓ ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ କେତେ ?

4. ହରି 5 ଘଣ୍ଟାରେ 17 କି.ମି. ବାଟ ଯାଏ ଓ ରାମ 3 ଘଣ୍ଟାରେ 34 କି.ମି. ବାଟ ଯାଏ । ସେମାନଙ୍କ ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗର ଅନୁପାତ କେତେ ?

5. ରାମ ଓ ଶ୍ୟାମର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗର ଅନୁପାତ 3 : 5 । ରାମ 5 ଘଣ୍ଟାରେ $22\frac{1}{2}$ କି.ମି. ବାଟ ଯାଏ । ଶ୍ୟାମର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗ କେତେ ?

6. ସକିଲା ଗୋଟିଏ ସପ୍ତାହରେ 1008 ଟଙ୍କା ବ୍ୟୟ କରେ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ 216 ଟଙ୍କା ଆୟ କରେ । ତା'ର ଦୈନିକ ଆୟ ଓ ବ୍ୟୟର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7.2 ସମାନୁପାତ

7.2.1. ଅନୁପାତ ଓ ସମାନୁପାତ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର

5 ଟି କଲମର ଦାମ୍ 45 ଟଙ୍କା ଓ 8 ଟି ଖାତାର ଦାମ୍ 72 ଟଙ୍କା ।

45 ଟଙ୍କା

କଲମ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଖାତା ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଅନୁପାତ = 5 : 8

କଲମର ଦାମ୍ ଓ ଖାତାର ଦାମ୍ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଅନୁପାତ = 45 : 72 ବା 5 : 8

($\frac{45}{72} = \frac{5}{8}$ ହେତୁ ଅନୁପାତଟି ହେଲା 5 : 8)

ଆମେ ଦେଖିଲେ, କଲମ ଓ ଖାତାର ଅନୁପାତ = ସେମାନଙ୍କର ଦାମ୍‌ର ଅନୁପାତ

ଅର୍ଥାତ୍ 5 : 8 = 45 : 72

72 ଟଙ୍କା

ଏହାକୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ମତେ ମଧ୍ୟ ଲେଖୁ 5 : 8 : : 45 : 72 ।

ଆମେ କହୁ 5, 8, 45 ଓ 72 ସମାନୁପାତୀ

ଦୁଇଟି ଅନୁପାତ ମଝିରେ ଥିବା ସମାନ (=) ଚିହ୍ନକୁ **'::'** ରୂପେ ଲେଖା ଯାଏ ।

ଏହିପରି ଦୁଇଟି ଅନୁପାତର ସମାନତାକୁ ଗୋଟିଏ ସମାନୁପାତ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ ସହ ସମାନ ହେଲେ, ଚାରୋଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସମାନୁପାତରେ ଅଛନ୍ତି ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

- **'::'** ଚିହ୍ନକୁ ସମାନୁପାତର ଚିହ୍ନ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।
- **'::'** ଚିହ୍ନକୁ ପଢ଼ିବାବେଳେ 'ସମାନ' ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

ଉପରେ ଆଲୋଚିତ ସମାନୁପାତକୁ ଆମେ 5 : 8 = 45 : 72 ଅଥବା 5 : 8 : : 45 : 72 ରୂପେ ଲେଖିପାରୁ ।

7.2.2. ସମାନୁପାତ ସମ୍ପୃକ୍ତ କେତେକ ପଦ :

ଏକ ସମାନୁପାତରେ ଥିବା ପ୍ରଥମ ଅନୁପାତର 'ପୂର୍ବପଦ' ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଅନୁପାତର 'ପରପଦ'କୁ ସମାନୁପାତର **'ପ୍ରାନ୍ତପଦ'** କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି, ପ୍ରଥମ ଅନୁପାତର 'ପରପଦ' ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଅନୁପାତର 'ପୂର୍ବପଦ'କୁ ସମାନୁପାତର **'ମଧ୍ୟପଦ'** ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ପୁନଶ୍ଚ ଦ୍ୱିତୀୟ ଅନୁପାତର 'ପରପଦ'କୁ **ଚତୁର୍ଥ ସମାନୁପାତୀ** କୁହାଯାଏ ।

5:8 = 45 : 72 ସମାନୁପାତରେ 5 ଓ 72 ପ୍ରାନ୍ତପଦ ଏବଂ 8 ଓ 45 ମଧ୍ୟପଦ ଅଟନ୍ତି ।

ଉପରୋକ୍ତ ସମାନୁପାତରେ ଚତୁର୍ଥ ସମାନୁପାତୀ ହେଉଛି 72 ।

ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ଅନୁପାତ ସହ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଅନୁପାତଟି ଏକ ସମାନୁପାତ ଗଠନ କରେ ତାକୁ ବାଛ ଓ ଡାହାଣ ପଟେ ଥିବା ଖାଲି ଘରେ ଲେଖ । ପ୍ରଥମ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ଅନ୍ୟ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

କ)	1 : 2, 3 : 4, 8 : 20, 8 : 16	1 : 2 : : 8 : 16
ଖ)	3 : 4, 4 : 3, 30 : 40, 36 : 60	
ଗ)	8 : 11, 16 : 22, 24 : 13, 11 : 18	
ଘ)	10 : 21, 20 : 63, 30 : 63, 40 : 88	
ଙ)	5 : 9, 20 : 18, 20 : 36, 15 : 36	

7.2.3. ଏକ ସମାନୁପାତର ପ୍ରାନ୍ତ ପଦ ଓ ମଧ୍ୟପଦ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ :

5 : 6 : : 60 : 72 (60 : 72 କୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ରୂପେ ନେଇ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପରିଣତ କଲେ $\frac{5}{6}$ ପାଇବା)

ଏହି ସମାନୁପାତରେ 5 ଓ 72 ପ୍ରାନ୍ତପଦ ଏବଂ 6 ଓ 60 ମଧ୍ୟପଦ ।

ଆସ ଦେଖିବା, ଏଠାରେ ପ୍ରାନ୍ତପଦ ଓ ମଧ୍ୟପଦ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସଂପର୍କ ଅଛି ?

ପ୍ରାନ୍ତପଦ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ = 5 x 72 = 360

ମଧ୍ୟପଦ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ = 6 x 60 = 360

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ନିମ୍ନ ସମାନୁପାତରେ ପ୍ରାନ୍ତପଦ ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ ଓ ମଧ୍ୟପଦ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସଂପର୍କ ଅଛି ?

- 1 : 2 : : 8 : 16
- 3 : 4 : : 54 : 72
- 5 : 9 : : 15 : 27

କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ଲେଖ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ପ୍ରାନ୍ତପଦ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ = ମଧ୍ୟପଦ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ

ଆସ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା

ଉଦାହରଣ - 1 : 10, 20 , 30, 60 ସଂଖ୍ୟା ଚାରୋଟି ସମାନୁପାତୀ ଅଟନ୍ତି କି ?

ସମାଧାନ : 10 ଓ 20 ର ଅନୁପାତ = 10 : 20 = $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

30 ଓ 60 ର ଅନୁପାତ = 30 : 60 = $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$

ଏଣୁ 10 : 20 = 30 : 60

∴ 10, 20, 30, 60 ସମାନୁପାତୀ ଅଟନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ - 2 : 4, 7, 8, 14 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସମାନୁପାତୀ ଅଟନ୍ତି କି ?

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସମାଧାନ

4 ଓ 7ର ଅନୁପାତ = 4 : 7= $\frac{4}{7}$

8 ଓ 14ର ଅନୁପାତ = 8 : 14 = $\frac{8}{14} = \frac{4}{7}$

ଏଣୁ 4 : 7= 8 : 14

4, 7, 8, 14 ସମାନୁପାତୀ ଅଟନ୍ତି ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସମାଧାନ

ପ୍ରାନ୍ତପଦ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ 4 x 14 = 56

ମଧ୍ୟପଦ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ 7 x 8 = 56

ପ୍ରାନ୍ତପଦ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ = ମଧ୍ୟପଦ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ

ଏଣୁ 4 : 7 : : 8 : 14

4, 7, 8, 14 ସମାନୁପାତୀ ଅଟନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ - 3 : 190 : 76 :: 10 : 4 ସମାନୁପାତଟି ଠିକ ବା ଭୁଲ ପରୀକ୍ଷା କର ।

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମ ଅନୁପାତ = 190 : 76 = $\frac{190}{76} = \frac{10}{4}$

ପ୍ରଥମ ଅନୁପାତ = ଦ୍ୱିତୀୟ ଅନୁପାତ ।

∴ ଏଣୁ ଦତ୍ତ ସମାନୁପାତଟି ଠିକ୍ ।

ଉଦାହରଣ - 4 : ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ ବାଳକ ଓ ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ 2:3 । ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା 21 ହେଲେ, ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ସମାଧାନ :

ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା : ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା = 2:3

ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା 2 ହେଲେ, ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା 3

ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା 3 ହେଲେ, ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା 2

ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା 1 ହେଲେ, ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା $\frac{2}{3}$

ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା 21 ହେଲେ, ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା $\frac{2}{3} \times 21 = 14$

∴ ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା = 14

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 7.2

1. **କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଋରୋଟି ସମାନୁପାତୀ ?**

   କ) 10, 15, 20, 30   ଖ) 15, 20,3, 5

   ଗ) 35, 30, 105, 120   ଘ) 18, 20, 90, 4

   ଙ) 54, 72, 81, 108   ଚ) 15, 18, 10, 20

2. ଯେଉଁ ସମାନୁପାତଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ତୁମ ଖାତାରେ ଲେଖ।

   (a) 16 : 36 :: 12 : 27   (b) 12 : 18 :: 28 : 42

   (c) 21 : 6 :: 35 : 14   (d) 8 : 9 :: 24 : 27

   (e) 15 : 18 :: 10 : 15   (f) 5.2 : 3.9 :: 4 : 3

3. ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛ।

   (a) 99 କି.ଗ୍ରା : 45 କି.ଗ୍ରା. :: 44 ଟଙ୍କା : 20 ଟଙ୍କା

   (b) 32 ମି.: 64 ମି. :: 6 ସେକେଣ୍ଡ : 12 ସେକେଣ୍ଡ

   (c) 40 ଜଣ ଲୋକ : 200 ଜଣ ଲୋକ = 15 ଲିଟର : 75 ଲିଟର

   (d) 45 କି.ମି. : 60 କି.ମି. = 12 ଘଣ୍ଟା : 15 ଘଣ୍ଟା

4. ହରି ଓ ରାମ ପାଖରେ ଥିବା କୋଳିର ଅନୁପାତ 4:5। ଦୁହିଙ୍କ କୋଳି ସଂଖ୍ୟା ମିଶି 63 ହେଲେ, କାହା ପାଖରେ କେତୋଟି କୋଳି ଅଛି ?

7.3. ଶତକଡ଼ା

7.3.1. ଶତକଡ଼ାର ଧାରଣା

ଗୋଟିଏ ପିଲା ତିନୋଟି ବିଷୟର ପରୀକ୍ଷାରେ ଯେଉଁ ନମ୍ବର ପାଇଛି, ତାହା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି।

ସାହିତ୍ୟ — **80 ରୁ 48**   **ଗଣିତ** — **60 ରୁ 42**   **ବିଜ୍ଞାନ** — **50 ରୁ 40**

ତେବେ ସେ କେଉଁ ବିଷୟରେ ସବୁଠୁ ଭଲ କରିଛି ?

ସାହିତ୍ୟରେ ତା'ର ସବୁଠୁ ବେଶି ନମ୍ବର ଅଛି। କହିପାରିବା କି, ତା'ର ସାହିତ୍ୟରେ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ବିଷୟ ତୁଳନାରେ ଭଲ ହୋଇଛି ? ଯଦି ତିନୋଟିଯାକ ବିଷୟରେ ସମାନ ମୋଟ ନମ୍ବର ଥାଆନ୍ତା, ତା'ହେଲେ ତା'ର ଯେଉଁ ବିଷୟରେ ଅଧିକ ନମ୍ବର ଅଛି, ସେହି ବିଷୟରେ ତା'ର ସବୁଠୁ ଭଲ ହୋଇଛି ବୋଲି କୁହାଯାଇ ପାରନ୍ତା। ଆସ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟର ମୋଟ ନମ୍ବରକୁ 100 ନେଇ, ସେ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର କେତେ, ତାହା ହିସାବ କରିବା।

ସାହିତ୍ୟ
ମୋଟ ନମ୍ବର 80 ରୁ ତା'ର ନମ୍ବର ହେଉଛି 48
ମୋଟ ନମ୍ବର 1 ରୁ ତା'ର ନମ୍ବର ହେବ $\frac{48}{80}=\frac{6}{10}$
ମୋଟ ନମ୍ବର 100ରୁ ତା'ର ନମ୍ବର ହେବ $\frac{6}{10}\times100=60$

ଗଣିତ
ମୋଟ ନମ୍ବର 60ରୁ ତା'ର ନମ୍ବର ହେଉଛି 42
ମୋଟ ନମ୍ବର 1 ରୁ ତା'ର ନମ୍ବର ହେବ $\frac{42}{60}=\frac{7}{10}$
ମୋଟ ନମ୍ବର 100ରୁ ତା'ର ନମ୍ବର ହେବ $\frac{7}{10}\times100=70$

ବିଜ୍ଞାନ
ମୋଟ ନମ୍ବର 50ରୁ ତା'ର ନମ୍ବର ହେଉଛି 40
ମୋଟ ନମ୍ବର 1 ରୁ ତା'ର ନମ୍ବର ହେବ $\frac{40}{50}=\frac{4}{5}$
ମୋଟ ନମ୍ବର 100ରୁ ତା'ର ନମ୍ବର ହେବ $\frac{4}{5}\times100=80$

କହିଲ ଦେଖି :
କେଉଁ ବିଷୟରେ ପିଲାଟି ଭଲ କରିଛି ?

ବିଭିନ୍ନ ବିଷୟରେ ପିଲାଟି ପାଇଥିବା ନମ୍ବର ହେଲା-

ସାହିତ୍ୟରେ 100 ରୁ 60 । ଏହାକୁ ଆମେ କହୁ ଶତକଡ଼ା 60 ।

ଗଣିତରେ 100ରୁ 70 । ଏହାକୁ ଆମେ କହୁ ଶତକଡ଼ା 70 ।

ସେହିପରି ବିଜ୍ଞାନରେ ସେ ପାଇଛି ଶତକଡ଼ା 80 ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖାଗଲା, ତା'ର ସବୁଠୁ ଭଲ ନମ୍ବର ରହିଛି ବିଜ୍ଞାନରେ ।

ଆମେ ଯାହା ଜାଣିବା :

- **'ଶତକଡ଼ା' ଅର୍ଥ 'ଶହେରୁ' । ଶତକଡ଼ାର ସଙ୍କେତ % ।**
- **'ଶହେରୁ 80', ଏହି କଥାକୁ ଆମେ କହୁ 'ଶତକଡ଼ା 80' ଓ ଆମେ ଲେଖୁ 80% ।**
- **'ଶତକଡ଼ା' ମଧ୍ୟ ଏକପ୍ରକାର ତୁଳନା ।**

7.3.2. ଶତକଡ଼ାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା, ଅନୁପାତ ଓ ଦଶମିକରେ ପ୍ରକାଶ :

(a) ଶତକଡ଼ାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

75% ର ଅର୍ଥ 100 ରୁ 75 । ଏଠାରେ 75 କୁ 100 ସହ ତୁଳନା କରାଯାଇଛି । ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମାଧ୍ୟମରେ 75 କୁ 100 ସହ ତୁଳନା କଲେ ଆମେ ଲେଖୁ $\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$

$\therefore 75\%=\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$ $\quad 34\%=\frac{34}{100}=\frac{17}{50}$ $\quad 70\%=\frac{70}{100}=\frac{7}{10}$

ସେହିପରି,

$15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ $17\% = \frac{17}{100}$

$38\% = \frac{38}{100} = \frac{19}{50}$

ଜାଣିଛ କି ?

ଶତକଡ଼ା ମଧ୍ୟ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଯାହାର ହର ହେଉଛି 100 ।

$19\% = \frac{19}{100}$

ନିମ୍ନ ଶତକଡ଼ାଗୁଡ଼ିକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର :

(କ) 25% (ଖ) 20% (ଗ) 7 % (ଘ) 150 %

(b) ଶତକଡ଼ାକୁ ଅନୁପାତରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା

$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 3:4$ [କାରଣ $\frac{3}{4}$ କୁ 3:4 ଲେଖିବା କଥା ତୁମେ ଜାଣିଛ ।]

ନିମ୍ନ ଶତକଡ଼ାଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁପାତରେ ପରିଣତ କର:

(କ) 40% (ଖ) 45% (ଗ) 125 % (ଘ) 75 %

ଶତକଡ଼ାକୁ ପ୍ରଥମେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ଲେଖିବା, ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ଲେଖିବା ଏବଂ ତା'ପରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନୁପାତରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

(C) ଶତକଡ଼ାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା

ନିମ୍ନରେ କେତେକ ଶତକଡ଼ାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର -

$2\% = \frac{2}{100} = 0.02$ $70\% = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0.7$

$5\% = \frac{5}{100} = 0.05$ $175\% = \frac{175}{100} = 1.75$

ଶତକଡ଼ାକୁ 100 ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଯାଇ ପରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ଶତକଡ଼ାଗୁଡ଼ିକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର-

(a) 25% (b) 20% (c) 10% (d) 5% (e) 28%

ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

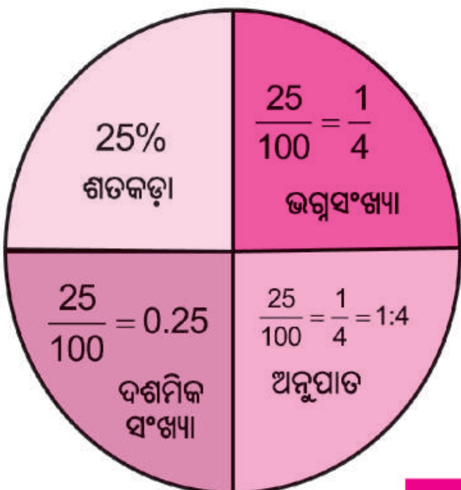
- ଶତକଡ଼ାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରିବାକୁ ହେଲେ, ଶତକଡ଼ା ଚିହ୍ନ (%)କୁ ଉଠାଇ ଦିଆଯାଏ ଏବଂ ରହିଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ 100 ରେ ଭାଗ କରାଯାଏ । ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

◆ ଶତକଡ଼ାକୁ ଅନୁପାତରେ ପରିଣତ କରିବାକୁ ହେଲେ, ଶତକଡ଼ା ଚିହ୍ନ (%)କୁ ଉଠାଇ ଦିଆଯାଏ ଏବଂ ରହିଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ 100ରେ ଭାଗ କରି ଲଘିଷ୍ଠ କରାଯାଏ। ପ୍ରକାଶିତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନୁପାତରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ।

◆ ଶତକଡ଼ାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରିବାକୁ ହେଲେ, ଶତକଡ଼ା ଚିହ୍ନ(%)କୁ ଉଠାଇ ଦିଆଯାଏ ଏବଂ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ବାମକୁ ଦୁଇସ୍ଥାନ ଘୁଞ୍ଚାଇ ଦିଆଯାଏ। ମିଳିଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ଡାହାଣରୁ ଗଣି ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ ପରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବସାଇଦିଆଯାଏ। ଏକଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ଶତକଡ଼ା ସଂଖ୍ୟାଥିଲେ, ଶତକଡା ଚିହ୍ନ ଉଠାଇ ଦେବାପରେ କେବଳ ଏକଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ରହିବ। ତା'ର ବାମକୁ 0 ଲେଖି 0ର ବାମକୁ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବସାଇବାକୁ ହେବ। ଯେପରି ତଳେ କରାଯାଇଛି –

8% ⟶	8 ⟶	08 ⟶	.08
	ଶତକଡ଼ା ଚିହ୍ନ ଉଠାଇ ଦିଆଗଲା	8 ର ବାମକୁ 0 ଲେଖାଗଲା	ଶୂନର ବାମକୁ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବସାଇଦିଆଗଲା

ଚିତ୍ରଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, 25% କୁ ବିଭିନ୍ନ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି।



ନିଜେ କରି ଦେଖ

ପାଖ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଯାଇଥିବା ଭଳି 35% ଓ 75% କୁ ବିଭିନ୍ନ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 7.3

1. **ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର।**

   8%, 25%, 80%

2. ଅନୁପାତରେ ପରିଣତ କର।

   15%, 19%, 49%

3. ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର।

   3%, 7%, 26%, 123%, 200%

4. ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ଖାଲିଘର ଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର :

ଶତକଡ଼ା ସଂଖ୍ୟା	ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା	ଅନୁପାତ	ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା
4%			
38%			
25%			
100%			
320%			

7.4 ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା, ଅନୁପାତ ଓ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା:

ଶତକଡ଼ାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା, ଅନୁପାତ ଓ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଆମେ ଶିଖିସାରିଲୁଣି। ବର୍ତ୍ତମାନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା, ଅନୁପାତ ଓ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପରିଣତ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଜାଣିବା।

7.4.1. ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା :

ଆସ $\frac{3}{4}$ କୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା।

ଦତ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହରକୁ ବଦଳାଇ 100 କରିଦେଲେ ଆମେ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପରିଣତ କରି ପାରିବା।

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times25}{4\times25}=\frac{75}{100}=75\%$$

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ଆମେ ଦେଖିବା

$\frac{3}{4}$ ର ଶତକଡ଼ା ମୂଲ୍ୟ $\left(\frac{3}{4}\times 100\right)\% = 75\ \%$

> **କହିଲ ଦେଖି :**
> $\frac{3}{4}$ ଓ $\frac{4}{5}$ ରେ ବଡ଼ କିଏ ?
> (ଉଭୟକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରି କହ)

◆ $\frac{5}{7}$ କୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ କେତେ ହେବ ?

$\frac{5}{7}$ ର ଶତକଡ଼ା ମୂଲ୍ୟ $=\left(\frac{5}{7}\times 100\right)\% = 71\frac{3}{7}\ \%$

ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ଦତ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ 100 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଏହାର ଶତକଡ଼ା ମୂଲ୍ୟ ମିଳିଥାଏ।

7.4.2. ଅନୁପାତକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା :

ଆସ 2:5 କୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା। $2:5=\frac{2}{5}=\left(\frac{2}{5}\times 100\right)\% = \frac{200}{5}\% = 40\%$

15:20 କୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ, $15:20=\frac{15}{20}=\left(\frac{15}{20}\times 100\right)\% = \frac{1500}{20} = 75\%$ ହେବ।

7.4.3. ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ :

ଆସ, 0.25, 1.37 ଓ 1.5 କୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

(କ) $0{:}25 = \frac{25}{100} = \left(\frac{25}{100} \times 100\right)\% = 25\%$ ଅର୍ଥାତ୍, 0.25ର ଶତକଡ଼ା ମୂଲ୍ୟ = 25%

(ଖ) $1{:}37 = \frac{137}{100} = \left(\frac{137}{100} \times 100\right)\% = 137\%$ ଅର୍ଥାତ୍,1.37ର ଶତକଡ଼ା ମୂଲ୍ୟ = 137%

(ଗ) $1{:}5 = \frac{15}{10} = \frac{150}{100} = \left(\frac{150}{100} \times 100\right)\% = 150\%$

ଆମେ ଜାଣିଲେ : **ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଦୁଇସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇ ଦେଲେ, ଶତକଡ଼ା ମୂଲ୍ୟ ମିଳି ଯାଉଛି ।**

ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $\frac{7}{20}, \frac{3}{5}, 2\frac{3}{2}, \frac{7}{9}$

(ଖ) 3:4, 6:8, 11:12, 7: 18, 5:7

(ଗ) 0.2, 0.19, 0.123, 5.87, 2.05

7.5. ଶତକଡ଼ାର ପ୍ରୟୋଗ :

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ - 1 5ମି. 60 ସେ.ମି. ର 25 % କେତେ ?

ସମାଧାନ : 5ମି. 60 ସେ.ମି.ର 25%

=(5ମି. 60 ସେ.ମି.) $\times \frac{25}{100}$

=560 ସେ.ମି. $\times \frac{1}{4}$

=140 ସେ.ମି.

=1ମି. 40 ସେ.ମି.

∴ 5ମି. 60 ସେ.ମି.ର 25% ହେଉଛି 1ମି. 40 ସେ.ମି.

ଉଦାହରଣ - 2 ରାମ ଗଣିତରେ 80 ରୁ 48 ନମ୍ବର ପାଇଥିଲା, ସେ ଶତକଡ଼ା କେତେ ନମ୍ବର ରଖିଲା ?

ସମାଧାନ : ରାମ ପାଇଛି 80 ନମ୍ବରରୁ 48 ନମ୍ବର

ରାମର ଶତକଡ଼ା ନମ୍ବର $= \left(\frac{48}{80} \times 100\right)\%$ (ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପରିଣତ କରିବା ପାଇଁ ଏହାକୁ 100 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଯାଏ)

$= \left(\frac{3}{5} \times 100\right)\%$

$= 60\%$

∴ ରାମ ଗଣିତରେ 60% ନମ୍ବର ରଖିଥିଲା ।

ଉଦାହରଣ - 3

ଗୋବିନ୍ଦ ବାବୁଙ୍କ ମାସିକ ଆୟ ଟ. 6000.00 । ସେ ନିଜ ଆୟର 20% ସଞ୍ଚୟ କରନ୍ତି । ତାଙ୍କର ମାସିକ ବ୍ୟୟର ପରିମାଣ କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଗୋବିନ୍ଦ ବାବୁଙ୍କ ସଞ୍ଚୟ ପରିମାଣ = ଟ. 6000.00 ର 20%

$= ଟ.\ 6000.00 \times \frac{20}{100}$

= ଟ. 1200.00

ବ୍ୟୟର ପରିମାଣ = ଟ. 6000.00– ଟ.1200.00

= ଟ.4800.00

∴ ଗୋବିନ୍ଦ ବାବୁଙ୍କ ମାସିକ ବ୍ୟୟର ପରିମାଣ ଟ. 4800.00 ।

ଜାଣିଛ କି ?
ଆୟ – ବ୍ୟୟ = ସଞ୍ଚୟ
ଆୟ – ସଞ୍ଚୟ = ବ୍ୟୟ
ବ୍ୟୟ + ସଞ୍ଚୟ = ଆୟ

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 7.4

1. ବିଭିନ୍ନ ବିଷୟରେ ରଖିଥିବା ନମ୍ବରକୁ ସେ ବିଷୟରେ ଥିବା ମୋଟ ନମ୍ବରର ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ମୋଟ ନମ୍ବର	100	100	200	200	500	600	800
ରଖିଥିବା ନମ୍ବର	64	32	64	124	230	486	336
ଶତକଡ଼ା ନମ୍ବର							

2. ଛଅ ଗୋଟି ଗ୍ରାମର ମୋଟ ଲୋକସଂଖ୍ୟା ଓ ସାକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି । ସେ ସାକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ଲେଖ ।

ମୋଟ ଲୋକସଂଖ୍ୟା	1000	3000	2500	1500	1200	3200
ସାକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା	590	1800	1600	1175	960	1856
ଶତକଡ଼ା ସାକ୍ଷର						

3. ଗୋଟିଏ ସାର୍ଟର ଦାମ୍ 350ଟଙ୍କା ଲେଖାଯାଇଛି । ଦୋକାନୀ 20% ରିହାତି ଦେଲା । ସାର୍ଟଟିର ପ୍ରକୃତ ବିକ୍ରି ଦାମ୍ କେତେ ?

ଜାଣିଛ କି ?
ଦୋକାନୀ ବିକ୍ରିକରୁଥିବା ବସ୍ତୁର ଲେଖାଥିବା ଦାମକୁ ବେଳେ ବେଳେ କିଛି କମାଇ ଦିଏ । କମାଇ ଦେବା ପରିମାଣକୁ 'ରିହାତି' କୁହାଯାଏ ।
ରିହାତି 10% ଅର୍ଥ ଏହା ଲିଖିତ ମୂଲ୍ୟର 10% ।

4. ଏକ ସହର ପାଖରୁ ରାମର ଘର 120 କି.ମି. ଦୂର । ସେ ବସ୍‌ରେ 36 କି.ମି. ଆସିଲେ । ତାହା ସମୁଦାୟ ଦୂରତାର ଶତକଡ଼ା କେତେ ?

5. ମିତା ବାର୍ଷିକ ପରୀକ୍ଷାରେ 600 ନମ୍ବରରୁ 500 ନମ୍ବର ରଖିଲା ଓ ଗୀତା 500 ନମ୍ବରରୁ 415 ନମ୍ବର ରଖିଲା । କାହାର ଶତକଡ଼ା ନମ୍ବର ଅଧିକ ଓ କେତେ ଅଧିକ ?

7.6. ହାରାହାରି

ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

(କ) ତୁମକୁ ତୁମ ମା' ପ୍ରଥମ ଦିନ 5ଟି ଲଡ୍ଡୁ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ 3ଟି ଲଡ୍ଡୁ ଖାଇବାକୁ ଦେଲେ ।

- ତୁମକୁ ମୋଟ କେତୋଟି ଲଡ୍ଡୁ ଦେଲେ ?
- କେତେ ଦିନରେ ସେତକ ଲଡ୍ଡୁ ଖାଇବାକୁ ଦେଲେ ?
- ତୁମକୁ ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ତୁମ ମା' ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ଲଡ୍ଡୁ ଦେଇଥାନ୍ତେ, ତେବେ ସେତକ ଲଡ୍ଡୁକୁ ତୁମକୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ କେତୋଟି ଲେଖାଏଁ ଦେଇଥାନ୍ତେ ?

ଏବେ କହ, ତୁମ ମା' ତୁମକୁ ଦୁଇ ଦିନରେ ମୋଟ କେତୋଟି ଲଡ୍ଡୁ ଦେଇଥିଲେ ? ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ଲଡ୍ଡୁ ଦେଇଥାନ୍ତେ, ତେବେ ଦିନକୁ କେତୋଟି ଲେଖାଏଁ ଦେଲେ, 2 ଦିନରେ ମୋଟରେ 8ଟି ଲଡ୍ଡୁ ଦେବେ ?

ନିଶ୍ଚୟ ତୁମେ କହିବ $8 \div 2 = 4$ ଟି ଲେଖାଏଁ ଲଡ୍ଡୁ ।

(ଖ) ଜଣେ ଦୋକାନୀ 5 ଦିନରେ ବିକ୍ରି କରିଥିବା ପଙ୍ଖାସଂଖ୍ୟା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା ।

ପ୍ରଥମ ଦିନ | ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ | ତୃତୀୟ ଦିନ | ଚତୁର୍ଥ ଦିନ | ପଞ୍ଚମ ଦିନ

- ମୋଟ କେତୋଟି ପଙ୍ଖା ବିକ୍ରି ହୋଇଛି ? **ଉତ୍ତର :** $4 + 5 + 3 + 6 + 2 = 20$
- ମୋଟ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ? **ଉତ୍ତର :** 5 ଦିନ
- ଯଦି ଦୋକାନୀଟି ସେହି ପାଞ୍ଚ ଦିନରେ ଦୈନିକ ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ପଙ୍ଖା ବିକ୍ରି କରିଥା'ନ୍ତେ, ତେବେ ପ୍ରତିଦିନ ସେ କେତୋଟି ପଙ୍ଖା ବିକ୍ରି କରିଥାନ୍ତେ ?

ଉଦାହରଣ (କ) ରେ, ଦୈନିକ ସମାନ ସଂଖ୍ୟାରେ ଦିଆଯାଉଥିବା ଲଡ୍ଡୁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୈନିକ **ହାରାହାରି** ଲଡ୍ଡୁ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ (ଖ) ରେ, ଦୈନିକ ସମାନ ସଂଖ୍ୟାରେ ବିକ୍ରି କରାଯାଉଥିବା ପଙ୍ଖା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୈନିକ (ଦିନ ପ୍ରତି) **ହାରାହାରି** ପଙ୍ଖା ବିକ୍ରି ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ :

$$\text{ଏକାଧିକ ରାଶିର ହାରାହାରି ମୂଲ୍ୟ} = \frac{\text{ରାଶିମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ}}{\text{ରାଶିସଂଖ୍ୟା}}$$

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ – 1

ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ, ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ, ତୃତୀୟ, ଚତୁର୍ଥ, ପଞ୍ଚମ, ଷଷ୍ଠ ଓ ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଯଥାକ୍ରମେ 25, 32, 48, 38, 45, 56 ଓ 36 ପିଲା ନାମ ଲେଖାଇଥିଲେ । ଶ୍ରେଣୀ ପ୍ରତି ହାରାହାରି କେତେ ପିଲା ନାମ ଲେଖାଇଥିଲେ ?

ସମାଧାନ :

$$\text{ହାରାହାରି ସଂଖ୍ୟା} = \frac{\text{ସମସ୍ତ ଶ୍ରେଣୀରେ ନାମ ଲେଖାଇଥିବା ପିଲା ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ଶ୍ରେଣୀ ସଂଖ୍ୟା}}$$

$$= \frac{25+32+48+38+45+56+36}{7}$$

$$= \frac{280}{7}$$

$$= 40$$

∴ ଶ୍ରେଣୀ ପ୍ରତି ହାରାହାରି 40 ଜଣ ପିଲା ନାମ ଲେଖାଯାଇଥିଲେ ।

ଉଦାହରଣ – 2

ତୁମର ତିନି ଜଣ ସାଙ୍ଗଙ୍କର ଗଣିତରେ ହାରାହାରି ନମ୍ବର 80 ହେଲେ, ସେମାନେ ସମୁଦାୟ କେତେ ନମ୍ବର ରଖିଥିଲେ ?

ସମାଧାନ : ତିନି ଜଣ ସାଙ୍ଗଙ୍କର ହାରାହାରି ନମ୍ବର 80

ଆମେ ଜାଣିଛୁ,

$$\text{ହାରାହାରି ନମ୍ବର} = \frac{\text{ମୋଟ ନମ୍ବର}}{\text{ପିଲା ସଂଖ୍ୟା}}$$

ବା, $80 = \frac{\text{ମୋଟ ନମ୍ବର}}{3}$

ବା ମୋଟ ନମ୍ବର = 80 x 3 = 240

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ରାଶିମାନଙ୍କର ମୋଟ ମୂଲ୍ୟକୁ ରାଶିମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ, ହାରାହାରି ମୂଲ୍ୟ ମିଳେ । ଏଣୁ ଏହି ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ–
>
> **ଭାଜ୍ୟ** = ମୋଟ ମୂଲ୍ୟ, **ଭାଜକ** = ରାଶିମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଓ **ଭାଗଫଳ** = ହାରାହାରି ମୂଲ୍ୟ ।
>
> ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, ଭାଜ୍ୟ = ଭାଜକ x ଭାଗଫଳ
>
> ଏଣୁ, ମୋଟ ମୂଲ୍ୟ = ହାରାହାରି ମୂଲ୍ୟ x ରାଶିସଂଖ୍ୟା

∴ ତିନିଜଣ ସାଙ୍ଗ ଗଣିତରେ ମୋଟ 240 ନମ୍ବର ରଖିଥିଲେ ।

ଉଦାହରଣ – 3

ଗୋବିନ୍ଦ, ହରି,ଶ୍ୟାମ ଓ ରାମର ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 124 ସେ.ମି, 128 ସେ.ମି.,123 ସେ.ମି. ଓ 121 ସେ.ମି. ହେଲେ, ପିଲା ପ୍ରତି ହାରାହାରି ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ପିଲାମାନଙ୍କର ମୋଟ ଉଚ୍ଚତା=124 ସେ.ମି.+128 ସେ.ମି.+123 ସେ.ମି.+121 ସେ.ମି.= 496 ସେ.ମି.

$$ପିଲାପ୍ରତି\ ହାରାହାରି\ ଉଚ୍ଚତା = \frac{ପିଲାମାନଙ୍କର\ ମୋଟ\ ଉଚ୍ଚତା}{ପିଲା\ ସଂଖ୍ୟା}$$

$$= \frac{496}{4}$$

$$= 124 \text{ ସେ.ମି.}$$

∴ ପିଲାପ୍ରତି ହାରାହାରି ଉଚ୍ଚତା 124 ସେ.ମି. ଅଟେ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

(କ) ◆ ତୁମର ଓଜନ ଓ ତୁମର ତିନିଜଣ ସାଙ୍ଗଙ୍କର ଓଜନ ମାପି ସ୍ଥିର କର ।

◆ ଚାରି ଜଣଙ୍କର ମୋଟ ଓଜନ ବାହାର କର ।

◆ ଜଣ ପ୍ରତି ହାରାହାରି ଓଜନ କେତେ ସ୍ଥିର କର ।

(ଖ) ତୁମର ନିତିଦିନିଆ ଜୀବନର ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ହାରାହାରି ଧାରଣାର ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବ । ଏହାର ପାଞ୍ଚଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 7.5

1. 35, 48, 31 ଓ 22 ର ହାରାହାରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. ଖଲିଲ୍ ବାବୁ ତାଙ୍କର ଥିବା ତିନିଗୋଟି ସାଇକେଲ୍ ଲାଗି ତିନୋଟି ସିଟ୍‌କଭର୍ କିଣିଲେ । ଗୋଟିକର ଦାମ 28 ଟଙ୍କା, ଆଉ ଗୋଟିକର ଦାମ୍ 24 ଟଙ୍କା ଓ ଅନ୍ୟଟିର ଦାମ୍ 23 ଟଙ୍କା । ତେବେ ସେ କିଣିଥିବା ସିଟ୍‌କଭର ଗୁଡ଼ିକର ଗୋଟା ପ୍ରତି ହାରାହାରି ଦାମ୍ କେତେ ?

4. ଜଣେ କ୍ରିକେଟ୍ ଖେଳାଳି ପାଞ୍ଚଟି ଏକଦିବସୀୟ ଖେଳରେ 45, 30, 102, 113 ଓ 70 ରନ୍ କରିଥିଲେ । ତେବେ ସେ ଖେଳ ପ୍ରତି ହାରାହାରି କେତେ ରନ୍ କରିଥିଲେ ?

5. ଛଅଟି ପିଲାଥିବା ଗୋଟିଏ ଦଳରେ ପିଲା ପ୍ରତି ହାରାହାରି ବୟସ 10 ବର୍ଷ ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କର ମୋଟ ବୟସ କେତେ ?

6. ବାରଟି ଥଳିରେ ଥିବା ମୋଟ ଚିନିର ଓଜନ 111କି. 600ଗ୍ରାମ୍ ହେଲେ, ଥଳି ପ୍ରତି ଚିନିର ହାରାହାରି ଓଜନ କେତେ ?

7. ସାତ ଖଣ୍ଡ ବହିର ମୋଟ ଦାମ୍ 310 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଅନ୍ୟ ତିନି ଖଣ୍ଡ ବହିର ଖଣ୍ଡ ପ୍ରତି ହାରାହାରି ଦାମ୍ 68 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ଉକ୍ତ ଦଶଟିଯାକ ବହିର ଖଣ୍ଡ ପ୍ରତି ହାରାହାରି ଦାମ୍ ସ୍ଥିର କର ।

ଅଷ୍ଟମ ଅଧ୍ୟାୟ

ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା

8.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ବସ୍ତୁକୁ ଗଣିବା ଲାଗି ମଣିଷ ବିଭିନ୍ନ ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି କଲା । ଏହାଦ୍ୱାରା କାଠି, ଗୋଡ଼ି ବା ମଞ୍ଜି ସାହାଯ୍ୟରେ ତା'ର କେତୋଟି ପଶୁ ବା ତା'ର କେତୋଟି ଗଛ ବା ତା' ପରିବାରରେ କେତେଜଣ ଲୋକ ସେସବୁ ହିସାବ କରିବାର ସମସ୍ୟା ଦୂର ହେଲା ।

ଯେତେ ବସ୍ତୁ ସେତେ ସଂଖ୍ୟା । ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କଲା । ଅନେକଗୁଡ଼ିଏ ସଙ୍କେତ ମନେ ରଖିବା କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ ହେଲା । ସେଥିରୁ ରକ୍ଷା ପାଇବା ପାଇଁ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଓ ଶୂନ ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ।

ତା'ପରେ ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ, ହରଣ ଆଦି ପ୍ରକ୍ରିୟା ସୃଷ୍ଟି ହେଲା । ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ ଦ୍ୱାରା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ବା ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ମଣିଷର ଅତି ଆପଣାର ହୋଇଗଲା ।

8.2 ଦୁଇଟି ଦିଗରେ ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ବିସ୍ତାର

କେତେକ ପରିସ୍ଥିତି ଉପୁଜିଲା, ଯେଉଁଠି ମଣିଷ ଦେଖିଲା, ଶୂନକୁ ବାଦ ଦେଲେ ଯେଉଁ ଅବଶିଷ୍ଟ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ରହିଲେ ସେଗୁଡ଼ିକ ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥା ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ । ଏଭଳି କେତେକ ପରିସ୍ଥିତିର ସୂଚନା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତି

ଶାଳପଡ଼ା, ହାତିବନ୍ଧା ଓ ଟୁକୁଣା ନାମକ ତିନୋଟି ସ୍ଥାନକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ସଳଖ ରାସ୍ତାଟିଏ ଅଛି । ଏହି ରାସ୍ତାକୁ ମାପିବା ପାଇଁ ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିଥାଉ । ପରପୃଷ୍ଠା ମାନଙ୍କରେ ଥିବା ଚିତ୍ର 8.1, 8.2 ଓ 8.3 କୁ ଦେଖ ।

ଯଥା : (i) ଶାଳପଡ଼ା ଠାରୁ ହାତିବନ୍ଧା ଦେଇ ଟୁକୁଣା କୁ ଯାଇଥିବା ରାସ୍ତା,

ବା (ii) ଟୁକୁଣା ଠାରୁ ହାତିବନ୍ଧା ଦେଇ ଶାଳପଡ଼ା କୁ ଯାଇଥିବା ରାସ୍ତା,

ବା (iii) ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଶାଳପଡ଼ା ଆଡକୁ ଓ ଟୁକୁଣା ଆଡ଼କୁ ଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ରାସ୍ତା ।

ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବାକୁ ହେଲେ –

(i) କ୍ଷେତ୍ରରେ ରାସ୍ତାର ଆରମ୍ଭ ଶାଳପଡ଼ା କୁ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକ କି.ମି. ଦୂରତାରେ କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟମାନ ବସାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ ।

ଏହା ଫଳରେ ଆମେ କହୁ –

ଶାଳପଡ଼ା ଠାରୁ 4 କି.ମି. ଦୂରରେ ହାତିବନ୍ଧା ଅବସ୍ଥିତ ।

ଶାଳପଡ଼ା ଠାରୁ 9 କି.ମି. ଦୂରରେ ଟୁକୁଣା ଅବସ୍ଥିତ ।

(ii) କ୍ଷେତ୍ରରେ ରାସ୍ତାର ଆରମ୍ଭ ଟୁକୁଣା କୁ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକ କି.ମି. ଦୂରତାରେ କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟମାନ ବସାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 1, 2, 3 ..... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ ।

ଏହା ଫଳରେ ଆମେ କହୁ –

ଟୁକୁଣା ଠାରୁ 5 କି.ମି. ଦୂରରେ ହାତିବନ୍ଧା ଅବସ୍ଥିତ ।

ଟୁକୁଣା ଠାରୁ 9 କି.ମି. ଦୂରରେ ଶାଳପଡ଼ା ଅବସ୍ଥିତ ।

ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ 4 କି.ମି. ଦୂରରେ ଶାଳପଡ଼ା ଅବସ୍ଥିତ ।

(iii) କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଆମେ ରାସ୍ତାର ଆରମ୍ଭ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରେ ବୋଲି ଧରି ନେଇଛୁ । ଏଣୁ ହାତିବନ୍ଧା କୁ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକ କି.ମି. ଦୂରତାରେ ଶାଳପଡ଼ା ଆଡ଼କୁ କି.ମି.ଖୁଣ୍ଟମାନ ବସାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ 1, 2, 3 ..... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । ପୁନଶ୍ଚ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଟୁକୁଣା ଆଡ଼କୁ 1 କି.ମି. ଦୂରତାରେ କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟମାନ ବସାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 1, 2, 3...... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ ।

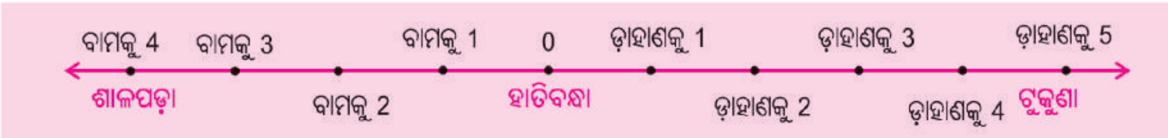
ଏହା ଫଳରେ ଆମେ କହୁ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ 5 କି.ମି. ଦୂରରେ ଟୁକୁଣା ଅବସ୍ଥିତ ।

ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ବାମକୁ 4 କି.ମି. ଦୂରରେ ଶାଳପଡ଼ା ଅବସ୍ଥିତ ।

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ, ରାସ୍ତା ଉପରେ 1 ଚିହ୍ନିତ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ, 2 ଚିହ୍ନିତ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ, 3 ଚିହ୍ନିତ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ଆଦି ରହିଥିବାର ଦେଖାଯାଉଛି । ଅବଶ୍ୟ ଗୋଟିଏ 1 ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ ରହିଛି ତ ଅନ୍ୟ 1 ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ବାମକୁ ରହିଛି ।

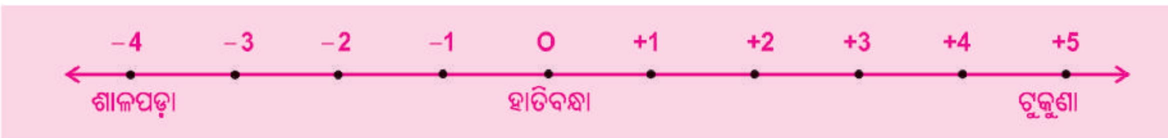
ଏଣୁ ଦୁଇଟି 1 ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ତାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥାଗତ ପାର୍ଥକ୍ୟ ରହିଛି ।

ଏହି ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ନିମ୍ନ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କରିପାରୁ ।



ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିଲେ ଯେ ଗୋଟିଏ 1 ହେଉଛି 'ଡ଼ାହାଣକୁ' ଓ ଅନ୍ୟ 1 ହେଉଛି 'ବାମକୁ' । ଏହିପରି ଗୋଟିଏ 2 ହେଉଛି ଡ଼ାହାଣକୁ ଏବଂ ଅନ୍ୟ 2 ହେଉଛି ବାମକୁ ।

ଏହି ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ କରିବା ଲାଗି ମଣିଷ 'ଡ଼ାହାଣ' ଲାଗି '+' ଚିହ୍ନ ଓ ବାମ ଲାଗି '–' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରିବା କଥା ଚିନ୍ତା କଲା । ଫଳରେ ଉପରୋକ୍ତ ରାସ୍ତାର କି.ମି. ସୂଚକ ଖୁଣ୍ଟିମାନେ ନିମ୍ନମତେ ସୂଚିତ ହେଲେ –

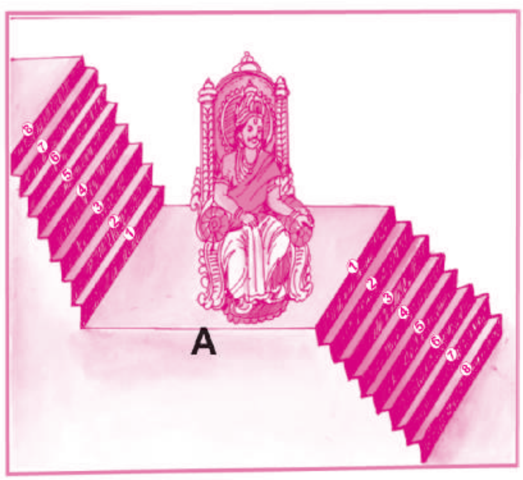


ଏଠାରେ, 'ହାତିବନ୍ଧା' ଠାରେ ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଦିଗକୁ ଲମ୍ବିଥିବା ରାସ୍ତାର ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିବାରୁ ତାକୁ 'ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ' ବା 'ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ' ଆଖ୍ୟା ଦିଆଗଲା ଏବଂ ଏହାର ନାମ କରଣ ଲାଗି O (ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର) ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା ।

ଏହି ଆଲୋଚନା ଶୁଣି ସାରିଲା ପରେ ଶରତ କହିଲା, ''ମୁଁ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି କହିବି'' । ତା'ପରେ ସେ ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିଟି କହିଲା ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତି

ଜଣେ ରାଜା ତାଙ୍କର ଧନରତ୍ନକୁ ସୁରକ୍ଷିତ କରିବା ଲାଗି ଭୂମି ତଳକୁ ଗୋଟିଏ ଘର କରିଥା'ନ୍ତି । ଭୂମି ଉପରେ ଥିବା ଘର ଚଟାଣରୁ ଛାତ ଉପରକୁ ଯିବା ପାଇଁ ଶିଡ଼ିଟିଏ କରାଯାଇଥାଏ ଏବଂ ଭୂମି ତଳେ ଥିବା ଚଟାଣକୁ ଯିବାପାଇଁ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଶିଡ଼ି ରହିଥାଏ ।

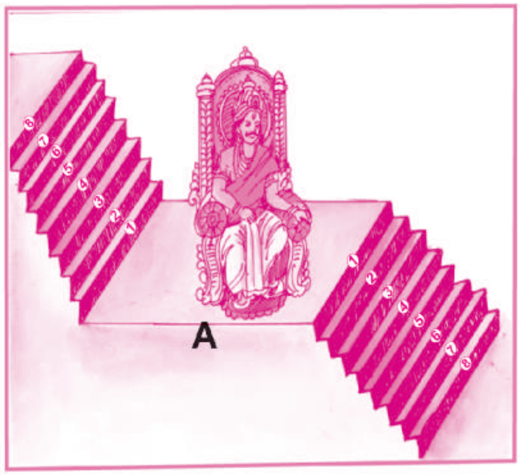


ଉଭୟ ଶିଡ଼ିର ଆରମ୍ଭ A ନାମକ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ ।

A ଠାରୁ ଉପର ପାହାଚଗୁଡ଼ିକୁ 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଏବଂ A ଠାରୁ ତଳ ଆଡ଼କୁ ଥିବା ପାହାଚଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ 1, 2,3 ..... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଥିଲା । ଏଣୁ 'ତଳକୁ 3 ନମ୍ବର ପାହାଚ' ବା 'ଉପରକୁ 3 ନମ୍ବର ପାହାଚ ବୋଲି ନ କହିଲେ କେଉଁ 3 ନମ୍ବର ପାହାଚ ତାହା ଜଣାପଡୁ ନଥିଲା ।

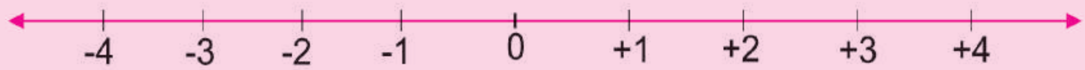
ଏହି ସମସ୍ୟାକୁ ଦୂର କରିବା ଲାଗି ମନ୍ତ୍ରୀ କହିଲେ -

ଯେଉଁଠି ପାହାଚ ଆରମ୍ଭ ସେ ସ୍ଥାନକୁ ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଉ ଏବଂ ଉପର ଆଡ଼କୁ ଥିବା ପାହାଚ ଗୁଡ଼ିକୁ +1, +2, +3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଓ ତଳକୁ ଥିବା ପାହାଚ ଗୁଡ଼ିକୁ -1, -2, -3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଉ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟିକୁ ନୂଆ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅନୁଯାୟୀ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।



8.3 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ବ୍ୟବସ୍ଥା

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥାକୁ ସୂଚଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଲାଗି +1, +2, +3 ..... ଓ -1, -2, -3...... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନ ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯେଉଁଠାରେ ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥା ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା ଗଣନାର ଆରମ୍ଭ, ତାକୁ **ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ** ବୋଲି କୁହାଗଲା ଏବଂ ଏହାକୁ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଗଲା ।



ଆମେ ପାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ହେଲା – { ......, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, ...}

ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ** ନାମ ଦିଆଗଲା । ଏବଂ ଏହି ସଂଖ୍ୟାସମୂହ ସୂଚାଇବା ଲାଗି ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର 'Z' ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ -1,-2,-3..... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ **ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା** ବୋଲି ନାମିତ କରାଗଲା ଏବଂ +1, +2, +3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା** ରୂପେ ନାମିତ କରାଗଲା ।

'ଧନାତ୍ମକ ଓ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା' ନାମକରଣ କାହିଁକି ?

ଆମ ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କା ପଇସା ଓ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସମ୍ପତ୍ତିକୁ ଆମେ ଆମର ଧନ ବୋଲି କହୁ । ମାତ୍ର ଆମେ ଯଦି କରଜ କରିଥାଉ, ତେବେ ଆମ ଧନରୁ ଆବଶ୍ୟକ ମତେ କିଛି ଆମ କରଜ ଦାତାକୁ ଦେଇ ଆମର କରଜ ଶୁଝୁ । ଏଣୁ କରଜ ବା ଋଣ ହେଉଛି ଧନର ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥା । କାରଣ ଧନ ଆମର ସମ୍ପତ୍ତିକୁ ବଢ଼ାଏ ଏବଂ ଋଣ ଆମର ସମ୍ପତ୍ତିକୁ କମାଏ ।

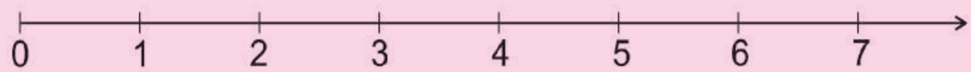
ଏହି କାରଣରୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ +1, +2, +3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ -1, -2, -3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ନାମକରଣ କରାଯାଇଛି ।

ନିମ୍ନରେ ଜଣେ ଦୋକାନୀର କେତେକ ଜିନିଷର ବିକ୍ରିକୁ ଲାଭ ଓ କ୍ଷତିରେ ସୂଚାଯାଇଛି । ଲାଭ ଓ କ୍ଷତି ହେଉଛି ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥା । ଲାଭକୁ '+' ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଉଥିବା ବେଳେ 'କ୍ଷତି' କୁ '-' ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଇଥାଏ । କେତେକ ପରିସ୍ଥିତିର ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି, ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ -

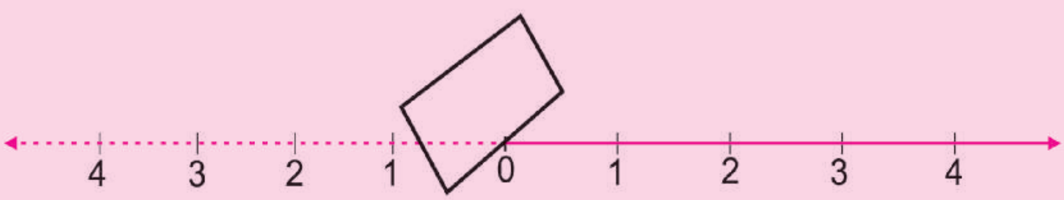
ଜିନିଷର ନାମ	ଲାଭ	କ୍ଷତି	ଉପଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ସୂଚାଇବା
ସୋରିଷତେଲ	150 ଟଙ୍କା		
ଚାଉଳ		250ଟଙ୍କା	
ଗୋଲମରିଚ	225 ଟଙ୍କା		
ଗହମ	200ଟଙ୍କା		
ଆଳୁ		50 ଟଙ୍କା	

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଧଳା କାଗଜ ପୃଷ୍ଠା ଉପରେ ଗୋଟିଏ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କରି ତା'ଉପରେ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖାଅ । (ନିମ୍ନଚିତ୍ର ପରି) ।



- ଗୋଟିଏ ଦର୍ପଣ-କାଚ ଆଣି ତା'ର ଗୋଟିଏ ଧାରକୁ କାଗଜ ଉପରେ ଲଗାଇ ରଖ, ଯେପରି ଦର୍ପଣ ପୃଷ୍ଠଟି କାଗଜ ସହ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ରହିବ ଏବଂ କାଗଜକୁ ଲାଗି ରହିଥିବା ଦର୍ପଣର ଧାରଟି କାଗଜରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେଖା ପ୍ରତି ମଧ୍ୟ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ରହିବ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଦର୍ପଣର ଧାରଟି ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (0) କୁ ଲଗାଇ ରଖ ଯେପରି ଏହାର ପ୍ରତିଫଳନ ପାଖଟି ରଶ୍ମି ଉପରିସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା ଆଡକୁ ରହିବ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତି ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର ଭଳି ଦେଖାଯିବ ।

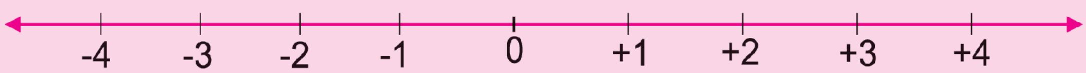


- ତୁମେ ଦର୍ପଣକୁ ଚାହିଁଲେ ତୁମ ଆଙ୍କିଥିବା ରଶ୍ମି ଓ ଏହା ଉପରିସ୍ଥ 1, 2, 3 ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ପଣରେ ଦେଖାଯିବ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକ 0 ଠାରୁ ବାମକୁ କ୍ରମଶଃ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବା ପରି ଦେଖାଯିବ ।
- ଦର୍ପଣର ପଛ ଆଡ଼କୁ ଦେଖାଯାଉଥିବା 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ -1, -2, -3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇପାରେ ।

ଏହି କାମଟିରୁ ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର –

- ତୁମେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ରଶ୍ମି ଓ ଦର୍ପଣରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ପ୍ରତିବିମ୍ବ (ରଶ୍ମିର ପ୍ରତିବିମ୍ବ) ଏକତ୍ର ଗୋଟିଏ ରେଖା ସୃଷ୍ଟି କରିବ ଏବଂ ଏହି ରେଖା ଉପରେ ଥିବା 0(ଶୂନ) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଡ଼ାହାଣକୁ 1, 2, 3 .... ଆଦି ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ରହିବ ଓ ବାମକୁ ଉକ୍ତସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିବିମ୍ବ ସଂଖ୍ୟା 1, 2, 3 ...... ଆଦି ରହିବ।
- ଦର୍ପଣଟି ଉଠାଇ ନେଇ ଓ ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ରଶ୍ମିଟିକୁ ବାମକୁ ବଢ଼ାଇଲେ କ'ଣ ହେବ ?

  ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କିତ ରଶ୍ମିରେ ଯୋଡ଼ିଥିବା ଅଂଶଟିକୁ ମୂଳରଶ୍ମିର ବିପରୀତ ରଶ୍ମିରୂପେ ରହିବ। ଉଭୟ ରଶ୍ମି ଏକତ୍ର ଏକ ସରଳରେଖା ସୃଷ୍ଟି କରିବେ। ମୂଳରଶ୍ମିର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ହିଁ ତୁମେ ଦର୍ପଣରେ ଦେଖିଥିବା ପ୍ରତିବିମ୍ବ-ରଶ୍ମି। ଏହା ଉପରେ ପୂର୍ବରୁ ନେଇଥିବା କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ବ୍ୟବଧାନ ନେଇ ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 0 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଠିକ୍ ବାମରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁରୁ ଆରମ୍ଭ କରି -1, -2, -3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ନାମିତ କର। ତୁମେ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଟି ପାଇବ।



ଅବଶ୍ୟ ଏହି ଚିତ୍ରରେ 0 (ଶୂନ) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଡ଼ାହାଣକୁ ଥିବା ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ପାଖରେ ଆଗରୁ 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଇଥିଲା। ବର୍ତ୍ତମାନ ସେହିଗୁଡ଼ିକ ସହ '+' ଚିହ୍ନ ଲେଖ। ଫଳରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ +1, +2, +3........ ରେ ପରିଣତ ହେବ। (ଅବଶ୍ୟ +1 ଓ 1 ମଧ୍ୟରେ ସଂଖ୍ୟାଗତ ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ)।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ମଧ୍ୟରେ +1 ଓ -1 **ପରସ୍ପର ବିପରୀତ**। ଏହି ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିକୁ ଆମେ (+1, -1) ରୂପେ ଲେଖୁ। ସେହିପରି ଅନ୍ୟ ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ି ମାନ ହେଲେ (+2, -2), (+3, -3), (+4, -4) ଇତ୍ୟାଦି।

+5 ର ବିପରୀତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି - 5

-5 ର ବିପରୀତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି + 5

ଜାଣିଛ କି ?

0 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ସେ ନିଜେ। ଅର୍ଥାତ୍ 0 = – 0

ଯେଉଁଠି ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି ସହ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ହୋଇଥାଏ, ସେଠାରେ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଓ ଏହାର ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସମ୍ପୃକ୍ତ କରାଯାଏ। ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତିର କେତେକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି।

ଦୂରତା ମାପ କ୍ଷେତ୍ରରେ : ବାମ – ଡ଼ାହାଣ, ତଳ-ଉପର, ଆଗ-ପଛ, ଉଚ୍ଚତା-ଗଭୀରତା ଆଦି ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି। ସାଧାରଣତଃ –

'ଡ଼ାହାଣ' ଲାଗି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ 'ବାମ' ଲାଗି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା,

'ଉପର' ଲାଗି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ 'ତଳ' ଲାଗି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା,

'ଉଚ୍ଚତା' ଲାଗି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ 'ଗଭୀରତା' ଲାଗି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ।

ଏହି ଆଲୋଚନା ଶୁଣିବା ପରେ, ରମନ୍ ପଚାରିଲା – **"+4 ଓ -7 କୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କହିବା କି ?"**

ରମନ୍ ପଚାରିଥିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆସ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା କାମଟିକୁ କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଉପରିସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

  ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ 3 ଏକକ ଯାଅ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଲ ?

  ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରୁ ବାମକୁ 3 ଏକକ ଯାଅ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଲ ?

- ଶୂନ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ପାଖରେ ସମାନ ସମାନ ଦୂରତାରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ଏଣୁ, +3 ଓ -3 ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ।

  ଯେହେତୁ +4 ଓ -7 ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି 0 ଠାରୁ ସମାନ ସମାନ ଦୂରତାରେ ନାହାଁନ୍ତି, ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯିବ କି ?

ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଉ ଗୋଟିଏ କାମ କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମେ ଓ ତୁମ ସାଙ୍ଗ ଏକାଠି ବସ ।
- ତୁମ ପାଖରେ -1, -2, -3, ..., - 8 ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ରଖ । ତୁମ ପାଖରେ କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ ରହିଲା ?
- ସେହିପରି ତୁମ ସାଙ୍ଗକୁ +1, +2, +3, ..., + 8 ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ଦିଅ ।
- ତୁମେ -1 କାର୍ଡ଼କୁ ଦେଖାଇଲେ ତୁମ ସାଙ୍ଗକୁ -1 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡଟିକୁ ଦେଖାଇବାକୁ କହ । ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ ଦୁଇଟିକୁ ଏକାଠି ରଖ ।
- ସେହିପରି ତୁମ ସାଙ୍ଗ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ ଦେଖାଇଲେ ତୁମେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡଟିକୁ ଦେଖାଅ । ଏହିଭଳି ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ ସରିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ କର ।
- ଏହିପରି ଭାବେ ଖେଳି ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାଯୋଡ଼ି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8.3.1 ରଣାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ (–) ର ଅର୍ଥ

ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଲାଗି (–) ଚିହ୍ନର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା । ଆମ ପାଇଁ 5 - 3 ର ଅର୍ଥ ଥିଲା 5 ରୁ 3 ବିୟୋଗ କରିବା । ମାତ୍ର '-3' ଲାଗି କୌଣସି ଅର୍ଥ ଆମ ପାଖରେ ନ ଥିଲା, ଯେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ କେବଳ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପରିଚିତ ଥିଲେ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ୍ '–' ଚିହ୍ନର ଅନ୍ୟ ଏକ ଅର୍ଥ ଆମେ ପାଇଲେ । ଏହା ହେଲା **'ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି'** ସୂଚକ ଚିହ୍ନ ।

ଅର୍ଥାତ୍, + 5 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା – 5

+ 5 ଓ – 5 ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା, ଏଣୁ –

5 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା = + 5 ବା, – (– 5) = + 5

ସେହିପରି, – (– 7) = +7

8.4 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼-ସାନ କ୍ରମ

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଦର୍ଶାଇବା ବେଳେ ଆମେ ଦେଖିଥିଲେ –

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ବୃହତ୍ତର ସଂଖ୍ୟାଟି ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଡାହାଣକୁ ରହେ ଏବଂ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ସଂଖ୍ୟାଟି ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ବାମକୁ ରହେ ।

ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଦେଖାଇବା ବେଳେ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର କ୍ରମ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସେହି ନିୟମ ଅନୁସରଣ କରିବା । ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ –

0 ଅପେକ୍ଷା -1 ସାନ,

-1 ଅପେକ୍ଷା - 2 ସାନ,

-2 ଅପେକ୍ଷା -3 ସାନ,

-8 ଅପେକ୍ଷା -9 ସାନ,

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଦୁଇଟି କଥାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର –

-8 ଅପେକ୍ଷା 9 ବଡ଼ (ଏହା ଆମେ ଜାଣୁ)

-8 ଅପେକ୍ଷା - 9 ସାନ (ବର୍ତ୍ତମାନ ଜାଣିଲେ)

ଶ୍ରେଣୀରେ ଏ ସମସ୍ତ ଆଲୋଚନା ଶୁଣି ରମେଶ ପଚାରିଲା – ଏଭଳି ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି କ'ଣ ଅଛି ଯେଉଁଠି -9 ଅପେକ୍ଷା - 8 ବଡ଼ ବୋଲି ଜଣା ପଡ଼ିବ ? ସୀମା ଉତ୍ତର ଦେଲା –

ଆମେ ତ ଜାଣିଛୁ, ଲାଭ ପରିମାଣକୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ଓ କ୍ଷତି ପରିମାଣକୁ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ସମସ୍ତେ କହିଲେ 'ହଁ' । ରହିମ ଓ ଶଙ୍କର ପ୍ରତ୍ୟେକ 5000 ଟଙ୍କା ଲେଖାଏଁ ମୂଳଧନ ନେଇ ବ୍ୟବସାୟ କରିଥିଲେ ।

ଗୋଟିଏ ସପ୍ତାହ ଶେଷରେ ଦେଖାଗଲା –

ରହିମ 200 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଛି ଏବଂ

ଶଙ୍କର 50 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଛି ।

ତେବେ କହ, ବର୍ତ୍ତମାନ କାହାର ମୂଳ ଜମା କେତେ ଅଛି ?

ରହିମର ବର୍ତ୍ତମାନ ମୂଳଜମା = 5000 ଟ. - 200ଟ.

= 4800 ଟଙ୍କା

ଶଙ୍କରର ବର୍ତ୍ତମାନ ମୂଳଜମା = 5000 ଟ. - 50ଟ.

= 4950 ଟ.

ତେବେ 200ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଥିବା ବ୍ୟବସାୟୀର ଜମା ଅଧିକ, ନାଁ 50 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଥିବା ବ୍ୟବସାୟୀର ଜମା ଅଧିକ ?

ଏଣୁ କ୍ଷତି 200 (ବା-200) ଅପେକ୍ଷା କ୍ଷତି 50 (-50) ବଡ଼ । -50 > - 200

କ୍ଷୁଦ୍ରତର ଚିହ୍ନ (<) ବ୍ୟବହାର କରି ବର୍ତ୍ତମାନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର କ୍ରମ ହେବ -

1 < 2
0 < 1
(ଆମେ ଜାଣିଥିଲେ)

-1 < 0
-2 < -1
-3 < -2
-12 < -11
(ବର୍ତ୍ତମାନ ଜାଣିଲେ)

ନିମ୍ନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର କ୍ରମ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ନିମ୍ନ କଥାମାନ ଜାଣିଲେ

- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା 0 (ଶୂନ) ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା, ଯେ କୌଣସି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ।
- 0 (ଶୂନ), ପ୍ରତ୍ୟେକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ।
- 9 > 7 ଓ -9 < -7, 5 > -3 ଓ -5 < 3, -7 < -4 ଓ 7>4

  ଅର୍ଥାତ୍ ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯେଉଁ ପ୍ରକାର ଅସମତା (ବଡ଼ ବା ସାନ)ଥାଏ, ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ପୂର୍ବ ଅସମତାର ବିପରୀତ ଅସମତା ଥାଏ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବ୍ୟବଧାନ ହେଉଛି 1,

  ଯେପରି 6 - 5 = 1 (ଆମେ ଜାଣିଛେ)

  ସେପରି -2 - (-3) = 1

  -3 - (-4) = 1 ଇତ୍ୟାଦି
- ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ଉପରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା, ବାମକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ ବଡ଼ । ଫଳରେ ବାମକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଡାହାଣକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ ୪.1

1. ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିମାନଙ୍କର ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି ଲେଖ।

(କ) ଜନସଂଖ୍ୟା ବୃଦ୍ଧି (ଖ) ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଟଙ୍କା ଜମା କରିବା

(ଗ) ବ୍ୟୟ କରିବା (ଘ) ଉତ୍ତରକୁ ଯିବା

(ଙ) ତାପମାତ୍ରା ହ୍ରାସ (ଚ) 500 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ

2. '+' ବା '–' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ।

(କ) 400 ଟଙ୍କା ଲାଭ (ଖ) ଡାହାଣକୁ 4 କି.ମି.

(ଗ) ବ୍ୟାଙ୍କରୁ 300 ଟଙ୍କା ଉଠାଣ (ଘ) 5 ଗୋଲ୍‌ରେ ହାରିବା

(ଙ) ଭୂପୃଷ୍ଠ ଠାରୁ 200ମି. ଉଚ୍ଚ (ଚ) 2,00,000 ଟଙ୍କା ଆୟ।

3. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାଯୋଡ଼ି ଚିହ୍ନଟ କର।

(2, -3), (-5, 5), (-7, -8), (-1, 0), (-11, +11), (17, -17)

4. ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦିବସରେ ଭାରତର ଛଅଟି ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରାକୁ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି।

ସ୍ଥାନ	ତାପମାତ୍ରା
ସିଆଚୀନ	0°C ରୁ 10°C କମ୍
ଭୁବନେଶ୍ୱର	0°C ରୁ 22°C ଅଧିକ
ସିମଳା	0°C ରୁ 3°C କମ୍
ଦାରିଙ୍ଗିବାଡ଼ି	0°C ରୁ 1°C କମ୍
କୋରାପୁଟ	0°C ରୁ ୪°C ଅଧିକ
ଲଦାଖ	0°C ରୁ ୪°C କମ୍

(କ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରାକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର।

(ଖ) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରାକୁ ସେଥିରେ ସୂଚାଅ।

(ଗ) କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ ଓ କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ସବୁଠାରୁ କମ୍ ?

5. ନିମ୍ନରେ ଥିବା କ୍ରମଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ କ୍ରମକୁ ଚିହ୍ନାଅ।

$3 < 4$, $-7 > -8$, $-9 > +5$, $-3 < 0$, $-8 < +2$, $+1 > -300$, $-0 < 0$

6. ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ।

(କ) 7 (ଖ) -9 (ଗ) -10 (ଘ) 0 (ଙ) 17

7. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ଲେଖ।

(କ) 2 ଓ 8 (ଖ) -3 ଓ -7

(ଗ) -5 ଓ +2 (ଘ) -1 ଓ +1

(ଙ) -7 ଓ 0

8. ଖାଲି ଘରେ **>, <** ଓ **=** ଚିହ୍ନମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନ ବସାଅ, ଯେପରି କ୍ରମ ଠିକ୍ ରହିବ।

(କ) 2 ☐ - 5 (ଖ) -7 ☐ 3 (ଗ) 0 ☐ - 4

(ଘ) 0 ☐ - 0 (ଙ) -0 ☐ - 3 (ଚ) - 3 ☐ - 7

9. ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତିକୁ ବାଛି ତୁମ ଖାତାରେ ଲେଖ।

(କ) କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 0। (ଖ) - 225 ଅପେକ୍ଷା - 80 ସାନ।

(ଗ) - 444 ଅପେକ୍ଷା 0 ସାନ। (ଘ) -2 < 0 < 7

(ଙ) - 0 = 0 (ଚ) ଶୂନ (0)ଧନାତ୍ମକ ବା ଋଣାତ୍ମକ ନୁହେଁ।

10. (କ) ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ସଜାଅ।

5, 0, -11, 14, -20, 25, - 4

(ଖ) ବଡ଼ରୁ ସାନକ୍ରମରେ ସଜାଅ।

- 8, 2, 5, -6, 0, 15, -111

11. ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଦେଖି, ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ।

(କ) + 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ 3 ଏକକ ଦୂର ଗଲେ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ?

(ଖ) + 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ବାମକୁ 3 ଏକକ ଦୂର ଗଲେ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ?

(ଗ) + 7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ କେତେ ଏକକ ଦୂରରେ - 4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ରହିଛି ?

(ଘ) - 7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଯେତିକି ଦୂରରେ - 4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ରହିଛି, -7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ବାମକୁ ପାଖକୁ ସେତିକି ଦୂରରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ରହିଛି ?

12. ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ

(କ) -3 ଓ - 8 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ କେତେ ?

(ଖ) -2 ଓ + 3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?

8.5 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ।

8.5.1 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ :

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହ ତୁମେମାନେ ପରିଚିତ ।

+ 5 ଓ 5 ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ । ଏଣୁ 5 + 3 ଏବଂ (+5) + (+3) ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ । ତେଣୁ ତୁମେ କହିପାରିବ : (+5) + (+3) = + 8

ତେବେ ଏହି ଯୋଗଫଳ କିପରି ପାଇଥିଲ ଆସ ମନେ ପକାଇବା ।

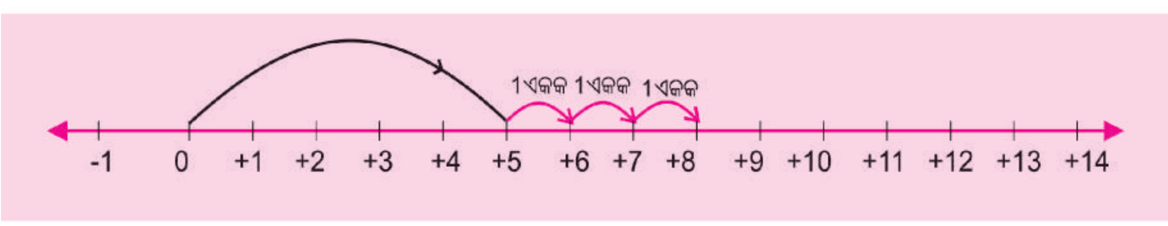
ତିନୋଟି ଫୁଲରୁ ଗୋଟିଏ ଆଣି 5ଟି ଫୁଲ ସହ ମିଶାଇଲେ -

ଦୁଇଟି ଫୁଲରୁ ଗୋଟିଏ ଆଣି 6ଟି ଫୁଲ ସହ ମିଶାଇଲେ -

ଶେଷ ଗୋଟିକ ଆଣି 7ଟି ଫୁଲ ସହ ମିଶାଇଲେ -

ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ଅନୁଯାୟୀ 3 ରୁ 1,1 ଓ ଆଉ 1 ଆଣି 5 ସହ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକାଠି କରି ପାଇଲେ 8 ।

ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ନିମ୍ନମତେ କରାଯାଇପାରିବ ।



ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟି ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବ ।

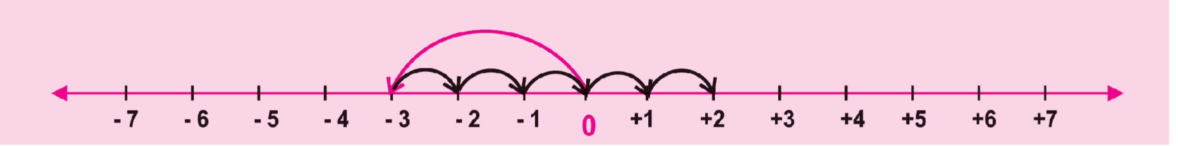
(+5) ଓ (+3) ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଲାଗି ଶୂନ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ 5 ଘର ଡ଼ାହାଣକୁ ଯାଇ +5 ବିନ୍ଦୁ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବା ପରେ, ଗଣିଗଣି 3 ବା 3 ଏକକ ଘର ଡ଼ାହାଣକୁ ଗଲେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ପହଞ୍ଚିଲେ + 8 ପାଖରେ ।

ଏଣୁ ଜାଣିଲେ, (+5) + (+3) = +8

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ନିମ୍ନ ଯୋଗ କ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ସମ୍ପାଦନ କରିବା ।

(କ) (-3) + (+5) = ?

ଯୋଗ କ୍ରିୟାର ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା -3 ହେତୁ ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁରୁ -3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯାଇ -3 ବିନ୍ଦୁ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିଲେ ।



+5 ଯୋଗ କରିବା କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଲାଗି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଘର ନେଇ ପାଞ୍ଚ ଘର (ବା ଏକକ) ଗଣି ଡାହାଣକୁ ଯିବା । ଆମେ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିଲେ ତାହା ହେଲା +2 ।

ଏଣୁ (-3) + (+5) = +2

କହିଲ ଦେଖି :
ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି - 4 ରେ +6 ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେବ ?

8.5.2. ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ :

ଆମେ ଜାଣିଛୁ, 'ଲାଭ'କୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଓ 'କ୍ଷତି'କୁ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ କଥା ଦ୍ୱାରା ସହଜରେ ଏହାକୁ ବୁଝିପାରିବା । ତାହା ହେଲା – ଲାଭ କମିଯାଏ ଯଦି କ୍ଷତି ଅଧିକ ହୁଏ । ଏହି କଥା ଲାଗି ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା –

ଗୋବିନ୍ଦ ଆଳୁ ବିକି 10 ଟଙ୍କା ଲାଭ କଲା ଓ ପିଆଜ ବିକି 4ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କଲା ।

ତେବେ ତା'ର ମୋଟ ଲାଭ ହେଲା = 10ଟ. – 4ଟ. = 6ଟ.

ତା'ପର ଦିନ ତା'ର ଆଳୁ ବିକ୍ରିରୁ ଲାଭ କଲା 10ଟ. କିନ୍ତୁ ପିଆଜ ବିକ୍ରିରୁ କ୍ଷତି ହେଲା 5 ଟଙ୍କା, ଅର୍ଥାତ୍ ତା'ର କ୍ଷତି 1ଟଙ୍କା ଅଧିକ ହେଲା ।

ମୋଟ ଲାଭ ହେଲା = 10ଟ. – 5ଟ. = 5ଟ.

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିଲେ,

ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ ତା'ର କ୍ଷତି 1ଟଙ୍କା ବଢ଼ିଯିବାରୁ (4ଟ. ପରିବର୍ତ୍ତେ 5ଟ. କ୍ଷତି ହେବାରୁ) ତା'ର ମୋଟ ଲାଭ 1ଟ. କମିଗଲା (6ଟ. ପରିବର୍ତ୍ତେ 5ଟ. ଲାଭ ହେଲା) । ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, କ୍ଷତି ଯେତିକି ବଢ଼େ, ଲାଭ ସେତିକି କମେ ।

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ? **- 3 ଯୋଗ କରିବା ଯାହା +3 ବିୟୋଗ କରିବା ତାହା ।**

ଏଣୁ (-5) + (-3) = -5 - (+3)

ଆମେ 7 ରୁ 3 କିପରି ବିୟୋଗ କରୁ ?

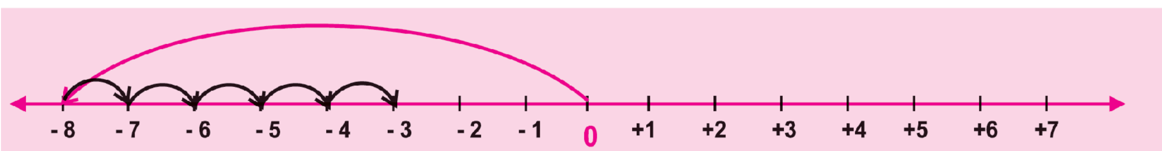
$$\begin{aligned} 7-3 &= (7-1)-2 \\ &= (6-1)-1 \\ &= 5-1 = 4 \end{aligned}$$

ଅର୍ଥାତ୍ 7ରୁ ଥର ଥର କରି 3 ଗୋଟି 1 କମାଇ ଆମେ 7ରୁ 3 ବିୟୋଗ କରିଥାଉ । 1 କମାଇବା ଅର୍ଥ ସେହିସଂଖ୍ୟା ପାଇବା, ଯେଉଁଟି ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ପୂର୍ବ ସଂଖ୍ୟାର ବାମ ପାଖରେ ଥାଏ । ଏଣୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲା ବେଳେ ଆମେ ବାମକୁ ଯାଉ ।

(କ) $(-5) + (-3) = -5 - (+3)$

ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁରୁ - 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବାପରେ, +3 ବିୟୋଗ କରିବା ଲାଗି 3 ଘର (ଏକକ) ବାମକୁ ଗଲେ । $-5 + (-3) = -5 - (+3) = -8$

(ଖ) $(-8) + (+5) =$?



ଆମେ ଦେଖିଲେ : $-8 + (+5) = -3$

(ଗ) $(+7) - (+3) =$?

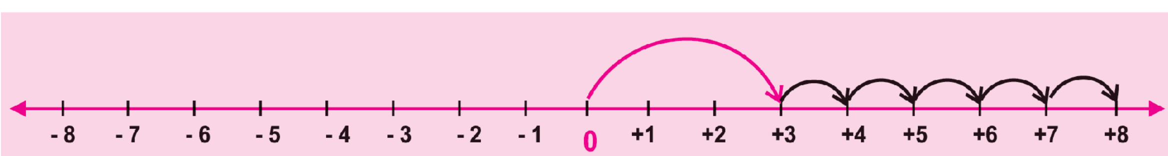
ଆମେ ତ' ଜାଣିଲୁଣି +3 ବିୟୋଗ କରିବା ଲାଗି 3 ଏକକ ବାମକୁ ଯିବାକୁ ହେବ ।

$(+7) - (+3) = +4$

(ଘ) $(+3) - (-5) =$?

-5 ବିୟୋଗ କରିବା ଅର୍ଥ ହେଉଛି - 5ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା +5 କୁ ଯୋଗ କରିବା ।

$(+3) - (-5) = (+3) + (+5)$



ଏଣୁ, $(+3) - (-5) = (+3) + (+5) = +8$

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ ଜାଣିବା କଥା

- ଯୋଗ ବା ବିୟୋଗ କଲାବେଳେ ଆମେ ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରୁ ।
- ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗକଲା ବେଳେ ଆମେ ଡ଼ାହାଣକୁ ଯାଉ ।
- ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲାବେଳେ ଆମେ ବାମକୁ ଯାଉ ।
- ଯେଉଁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କରିବାକୁ ଥାଏ, ଗୋଟି ଗୋଟି କରି ସେତିକି ଘର (ଏକକ) ଗଣି ଆମେ ଡାହାଣକୁ ଯାଉ ।
- ଯେଉଁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବାକୁ ଥାଏ, ଗୋଟି ଗୋଟି କରି ସେତିକି ଘର ଗଣି ଆମେ ବାମକୁ ଯାଉ ।
- **ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବା ପାଇଁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ବିୟୋଗ କରିବା ।** ଏଣୁ ଯେଉଁଠି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କରିବାକୁ ଥାଏ, ସେଠାରେ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବାକୁ ହୁଏ ।

  ଯଥା : (+5) + (-7) = (+5) - (+7)
- **ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବା ପାଇଁ, ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବାକୁ ହୁଏ ।**

  ଯଥା : (+3) - (-5) = (+3) + (+5)

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.2

1. ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ସେଥିରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନ ଚିହ୍ନଟ କର । ସେହି ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

   (କ) -3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା କେତେ ଏକକ ?

   (ଖ) -7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଓ - 4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?

   (ଗ) + 7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଓ + 4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?

2. ସଂଖ୍ୟା ରେଖାଟିଏ ଅଙ୍କନ କରି ସେଥିରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ସେହି ସଂଖ୍ୟା ରେଖାକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

   (କ) -2 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରୁ 4 ଏକକ ବାମକୁ ଆସିଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ?

   (ଖ) +4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 7 ଏକକ ବାମକୁ ଆସିଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ?

   (ଗ) -5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରୁ 4 ଏକକ ଡ଼ାହାଣକୁ ଆସିଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ?

   (ଘ) -2 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 5 ଏକକ ଡ଼ାହାଣକୁ ଗଲେ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ?

3. ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗକର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ ସମାଧାନ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ସାହାଯ୍ୟ ନିଅ ।

(କ) (+3) + (+2)　　(ଖ) (-2) + (+5)　　(ଗ) (+8) + (-3)

(ଘ) (-7) + (+4)　　(ଙ) (-3) + (-4)　　(ଚ) (+5) + (0)

4. ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ ଲାଗି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ବିୟୋଗ କର ।

(କ) (+5) - (+3)　　(ଖ) (+7) - (-4)　　(ଗ) (+5) - (+8)

(ଘ) (+4) - (-7)　　(ଙ) (-4) - (+3)　　(ଚ) (-6) - (-5)

8.6 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ

(କ) ଆମେ ଯେଉଁ ଯୋଗ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ସମ୍ପାଦନ କରିଛୁ, ସେଥିରୁ ଦେଖିଛୁ -

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଏଣୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

(ଖ) ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟି ସହ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ମିଶାଅ । ଏବେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଅ । ଉଭୟ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଲା କି ?
- ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇ ସେହିଭଳି କାମଟିକୁ କର । ଦୁଇଟି ଯାକ ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?
- ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଇ ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେଲା ଲେଖ । ଏବେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକରି ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଉଭୟ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଉଛି କି ?
- ଉପରେ କରିଥିବା ତିନୋଟି କାମରୁ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଯୋଗକଲେ ମଧ୍ୟ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହୁଏ । ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

କହିଲ ଦେଖି :
ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ?

(ଗ) { (+2) + (-3)} + (+6) = (-1) + (+6) = +5

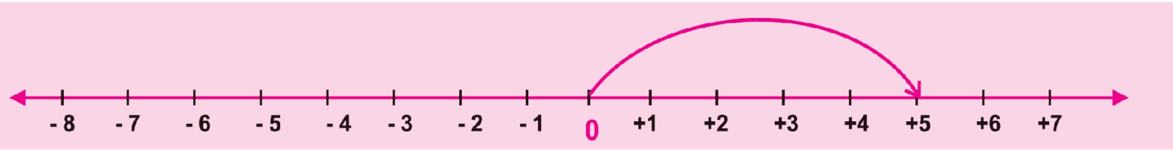
ପୁନଶ୍ଚ (+2) + {(-3) + (+6)} = (+2) + (+3) = +5

ଆମେ ଦେଖିଲେ- ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟର ଯୋଗଫଳକୁ ତୃତୀୟ ସହ ଯୋଗକଲେ ଯେଉଁଫଳ ମିଳେ, ପ୍ରଥମକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟର ଯୋଗଫଳ ସହ ଯୋଗକଲେ, ସେହି ଯୋଗଫଳ ମିଳେ।

ଅର୍ଥାତ୍ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** ପାଳନ କରେ।

(ଘ) ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନ (0) କୁ ଯୋଗ କରିବା।

(+5) + (0) = ?



+ 5 ରେ ଶୂନ (0) ଯୋଗ କଲାବେଳେ, ପ୍ରଥମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ + 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଯିବାକୁ ପଡ଼ିବ। ଶୂନ ମିଶାଯିବା ଅର୍ଥ ଆଉ ଆଗକୁ (ଡାହାଣକୁ) ଯିବାନାହିଁ । ତେଣୁ, + 5 ରେ ଶୂନ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ + 5 ହେବ।

(+5) + (0) = +5

ସେହିପରି (0) + (+5) = +5

ଏଣୁ (+5) + 0 = 0 + (+5) = +5

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ଶୂନ (0) ହେଉଛି ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ।

ଅର୍ଥାତ୍ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଭେଦ ନିୟମ ପାଳନ କରେ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା + 0 = 0 + ସେହି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା = ସେହି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

(ଙ) **ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ**

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ କେତେ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା।

- (+4) + (-4) = କେତେ ?
- (-7) + (+7) = କେତେ ?
- (+ 8) + (- 8) = କେତେ ?

ଉପରୋକ୍ତ ତିନୋଟି ଯୋଗଫଳରୁ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ହେଉଛି ଶୂନ (0)।

ଏହାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର **ବିଲୋମ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ।

8.7 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ପରମମାନ

ସଂଖ୍ୟାରେଖାର 0 (ଶୂନ) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ +3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବାକୁ ହେଲେ କେତେ ଏକକ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ହେବ ? ଉତ୍ତର ହେବ : 3 ଏକକ ।

ପୁନଶ୍ଚ 0(ଶୂନ) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ - 3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବାକୁ ହେଲେ, କେତେ ଏକକ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ହେବ ? ଉତ୍ତର ହେବ : 3 ଏକକ ।

ଅବଶ୍ୟ +3 ସୂଚାଏ ଯେ ଏହା 0 ଠାରୁ 3 ଏକକ ଡ଼ାହାଣରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ -3 ସୂଚାଏ ଯେ ଏହା 0 ଠାରୁ 3 ଏକକ ବାମକୁ ଅବସ୍ଥିତ । ଏଠାରେ '+' ଚିହ୍ନ 'ଡ଼ାହାଣ' ଦିଗର ସୂଚକ ଏବଂ '-' ଚିହ୍ନ 'ବାମ' ଦିଗର ସୂଚକ ।

ମାତ୍ର ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟା +3 ଓ -3 ର ଏକ ସାଧାରଣ ଗୁଣ ହେଉଛି ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୂନ (0) ଠାରୁ 3 ଏକକ ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, +3 ଓ -3 ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା 3 ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ । 3କୁ +3 ଓ -3 ପ୍ରତ୍ୟେକର ପରମମାନ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ସଙ୍କେତରେ –

-3 ର ପରମମାନକୁ |-3| ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ଏବଂ |-3| = 3

ସେହିପରି +3 ର ପରମ ମାନକୁ |+3| ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

|+3| = 3, |+2| = 2, |-2| = 2, |-15| = 15, |+15| = 15

ଜାଣିଛ କି ?

- 'ପରମମାନ' ଅର୍ଥ ପରିମାଣ ସୂଚକ ମାନ ।
- 0ର ପରମମାନ ହେଉଛି 0 ।
  କାରଣ ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛୁ 0 = -0
  ଏଣୁ |0| = |-0| = 0

✎ **-12, +6, -1394 ଓ +1579 ର ପରମ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।**

8.8 ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବ୍ୟବହାର ନ କରି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ

(କ) ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ

ଆମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିଛୁ । ବର୍ତ୍ତମାନ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବିନା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ।

ସଂଖ୍ୟାର ବିଶ୍ଳେଷଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟା ଲାଗି ପ୍ରଥମେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର **ବିଶ୍ଳେଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା** ସହ ପରିଚିତ ହେବା । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ଅର୍ଥ ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

ଯେପରି + 5 = (+4) + (+1) , ସେହିପରି ଆମେ ପାଇବା + 5 = (+3) + (+2)
= (+2) + (+3)
= (+1) + (+4)

ଏହା ହେଉଛି +5 ର ବିଭିନ୍ନ ବିଶ୍ଳେଷଣ । ଅର୍ଥାତ + 5 କୁ ଯେତେ ପ୍ରକାରେ ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖିବା ସମ୍ଭବ, ଏଠାରେ ତାହା କରାଯାଇଛି ।

✎ **+8 କୁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ରାଶିର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖ ।**

ଆମେ ଜାଣିପାରିବା ଯେ, 1ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ଓ ଆଉ 1 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ହେଲେ ମୋଟ କ୍ଷତି ହେବ 2 ଟଙ୍କା ।

ଅନ୍ୟ କଥାରେ : $(-1)+(-1)=-2$

2 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ସହ ଆଉ 1 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ହେଲେ, ମୋଟ କ୍ଷତି ହେବ 3 ଟଙ୍କା । ଅର୍ଥାତ୍, $(-2)+(-1)=-3$

ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ -

$$-3 = (-2)+(-1)$$
$$= (-1)+(-2)$$

ସେହିପରି, $-5 = (-4)+(-1)$

$$= (-3)+(-2)$$
$$= (-2)+(-3)$$
$$= (-1)+(-4)$$

ଏହା ହେଲା -5 ର ବିଶ୍ଳେଷଣ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ବିଶ୍ଳେଷଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ- 1 $(-3)+(+5)=?$

$(-3)+(+5)=(-3)+(+3)+(+2)$ [+5 କୁ (+3) + (+2) ରୂପେ ନିଆଯାଇଛି]

$=0+(+2)$ [ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା (-3) ଓ (+3)ର ଯୋଗଫଳ 0 ହେତୁ]

$=+2$ [ଅଭେଦନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ $0+(+2)=+2$]

ଅବଶ୍ୟ ଲେଖିପାରିଥାଆନ୍ତେ $(-3)+(+5)=(+5)+(-3)$

$$=5-3=2$$

ଉଦାହରଣ- 2 $(-8)+(+6)=?$

$$(-8)+(+6) = (-2)+(-6)+(+6)$$
$$= (-2)+\{(-6)+(+6)\}$$
$$= (-2)+0$$
$$= -2$$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ଓ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କଲାବେଳେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟିର ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯିବ ? ଏହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଦୁଇଟି ଯାକ ସଂଖ୍ୟାର ପରମ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ । ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ପରମ ମାନ ଅଧିକ, ସେଇଟିର ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯିବ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : ଉଦାହରଣ (1) ରେ + 5 ର ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯାଇଥିଲା, ମାତ୍ର ପ୍ରଶ୍ନ (2) ରେ -8 ର ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଗଲା ।

(ଖ) ସଂଖ୍ୟାର ବିଶ୍ଳେଷଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା ଅର୍ଥ ଏହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ବା ଏହାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବା ।

ଅର୍ଥାତ୍

(i) +5 - (-3) = + 5 + (+3)

(ii) -3 - (+5) = -3 + (-5)

ଏହିପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଏକ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ପରିଣତ କରିହେବ । ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ପରିଣତ କରିବାପରେ ଯୋଗ ପ୍ରଣାଳୀରେ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ହେବ ।

(iii) (-5) - (+3) = (-5) + (-3)
= (-5) + (-1) + (-2)
= (-6) + (-1) + (-1)
= (-7) + (-1)
= -8

(iv) (-3) - (-5) = (-3) + (+5)
= (-3) + (+3) + (+2)
= 0 + (+2)
= +2

ଜାଣିଛ କି ?

- +3 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି -3 ।
- -5 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି +5 ।
- କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ତାହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀର ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି 0 ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.3

1. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ -

(କ) (+5) ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, (-6) ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

(+5) + (-6) = (-1), ଏଠାରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲା ।

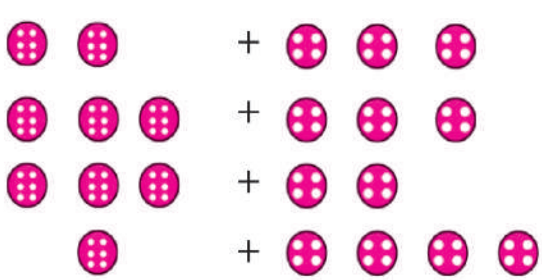
ଏଥିରୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କେଉଁ ନିୟମ ପାଳନ କରୁଥିବାର ଜଣାପଡିଲା ?

(ଖ) ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଭେଦ ନିୟମ ପାଳନ କରେ- ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଇ ବୁଝାଅ ।

(ଗ) ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ଏହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତୁମେ ନେଇଥିବା ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତାହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀର ସମଷ୍ଟି କେତେ ହେବ ସ୍ଥିର କର ।

2. ଏହା (+1)କୁ ସୂଚାଏ, ସେହିପରି ଏହା (-1)କୁ ସୂଚାଏ

ତେବେ ନିମ୍ନ ଯୋଗଫଳଗୁଡିକୁ ସ୍ଥିର କର-



= ______ + ______ = ______

= ______ + ______ = ______

= ______ + ______ = ______

= ______ + ______ = ______

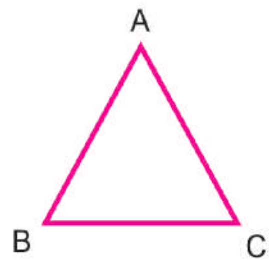
ନବମ ଅଧ୍ୟାୟ

C7LT36

ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକୃତି

9.1. ତ୍ରିଭୁଜ

9.1.1. ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ



A, B, C ଏକ ରେଖାରେ ନ ଥିବା ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ହୁଅନ୍ତୁ । $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ର ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁ ବା ଭୁଜ, ତିନିଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ ତିନୋଟି କୋଣ ଥାଏ ।

ଆମେ ମଧ୍ୟ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ ବିଷୟରେ ଜାଣିଛୁ । ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ ତ୍ରିଭୁଜକୁ ତିନି ଶ୍ରେଣୀରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା (କ) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (ଖ) ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (ଗ) ବିଷମ ବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ

ସେହିପରି କୋଣ ପରିମାଣ ଅନୁସାରେ ତ୍ରିଭୁଜକୁ ତିନି ଶ୍ରେଣୀରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା-

(କ) ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ (ଖ) ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ (ଗ) ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- କିଛି ଦିଆସିଲି କାଠି ନିଅ । ଦିଆସିଲି କାଠିଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତି ତିଆରି କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।
- ତୁମେ ବିଭିନ୍ନ ଥରରେ ନିମ୍ନସଂଖ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠି ନିଅ ।

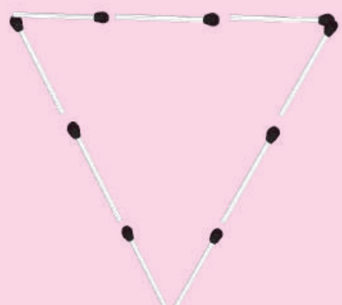
  ତିନୋଟି କାଠି

  ଚାରୋଟି କାଠି

  ପାଞ୍ଚଟି କାଠି

  ଛଅଟି କାଠି

  (ମନେରଖ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ତୁମେ ନେଇଥିବା ସମସ୍ତ ଦିଆସିଲି କାଠିକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ)



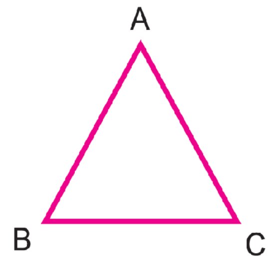
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ତିଆରି କରିଥିବା ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକର ନାମକରଣ କର । ଯଦି ତୁମେ ତ୍ରିଭୁଜ ତିଆରି କରିପାରୁ ନାହଁ ତାହାର କାରଣ ଚିନ୍ତା କର ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CB}$ ର ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ 'B' । 'B' ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ।

B ବିନ୍ଦୁଠାରେ ଥିବା କୋଣ $\angle ABC$ କୁ $\angle B$ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

ଏଠାରେ $\angle B$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ ହେଉଛି $\overline{AC}$ ।

$\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ 'b' କୁହାଯାଏ ।



ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନ ମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

କ) $\angle A$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ କିଏ ?

ଖ) କେଉଁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ 'a' ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ ?

ଗ) $\overline{BC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ କିପରି ନାମିତ କରାଯିବ ?

ଘ) $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ର ଛେଦରେ ଗଠିତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁର ନାମ କ'ଣ ?

ଜାଣିରଖ !

$\overline{BC}$ ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଦ୍ୱୟ $\angle ABC$ ଓ $\angle ACB$

$\overline{AC}$ ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଦ୍ୱୟ $\angle BAC$ ଓ $\angle ACB$

$\overline{AB}$ ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟ $\angle ABC$ ଓ $\angle BAC$

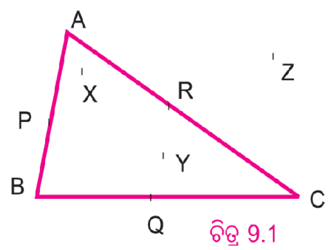
$\overline{BA}$ ଓ $\overline{CA}$ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ହେଉଛି $\angle BAC$ ।

ସେହିପରି, $\overline{AB}$ ଓ $\overline{BC}$ ର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ $\angle ABC$ ।

$\overline{BC}$ ଓ $\overline{AC}$ ର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ନାମ କହ ।

9.1.2. ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦ୍ଦେଶ

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ABC ତ୍ରିଭୁଜକୁ ଦେଖ ଓ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

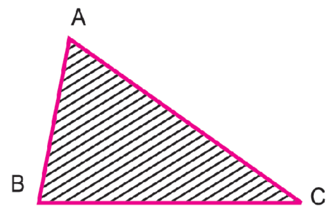


ଚିତ୍ର 9.1

- Δ ABC ______, ______ ଓ ______ ରେଖାଖଣ୍ଡ ତ୍ରୟର ସମାହାର ।
- P ବିନ୍ଦୁଟି ________ ବାହୁ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ।
- Q ବିନ୍ଦୁଟି ________ ବାହୁ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ।
- R ବିନ୍ଦୁଟି ________ ବାହୁ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ।
- A,B,C ବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟତୀତ ଚିତ୍ରରେ ________, ________ ଓ ________ ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟି ଅବସ୍ଥିତ ।

ଚିତ୍ର 9.1 ରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ- X, Y ଓ Z ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟ ତ୍ରିଭୁଜ ଉପରେ (ଅର୍ଥାତ୍ ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣସି ବାହୁ ଉପରେ) ଅବସ୍ଥିତ ନୁହନ୍ତି । ତେବେ ସେଗୁଡ଼ିକ କେଉଁଠି ଅବସ୍ଥିତ ?

ନିଶ୍ଚୟ ତୁମେ ଭାବିଥିବ ଯେ, X ଓ Y ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ଭିତରେ ଅବସ୍ଥିତ । X ଓ Y ଭଳି ବହୁ ବିନ୍ଦୁ ଅଛନ୍ତି ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ଭିତରେ ଅବସ୍ଥିତ । ସେହି ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁକୁ ନେଇ ଗଠିତ ଅଞ୍ଚଳକୁ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର **ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।



ଚିତ୍ର 9.2

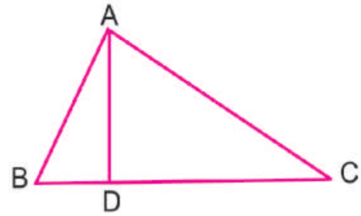
ଚିତ୍ର 9.2 ରେ ଚିତ୍ରିତ ଅଞ୍ଚଳ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶ । ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଚିତ୍ର 9.1ରେ Z ବିନ୍ଦୁଟି ତ୍ରିଭୁଜ ABCର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ ନାହିଁ କିମ୍ବା ତ୍ରିଭୁଜ ଉପରେ ନାହିଁ । ଏହା ତ୍ରିଭୁଜର **ବହିର୍ଦ୍ଦେଶରେ** ଅବସ୍ଥିତ ।

ତ୍ରିଭୁଜ ABC ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ ବାଦ୍ ଦେଇ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଅଂଶକୁ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ବହିର୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.1

1. Δ ABC ର ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର । ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ P ବିନ୍ଦୁ ଓ ଏହାର ବହିର୍ଦେଶରେ Q ବିନ୍ଦୁଟି ଚିହ୍ନିତ କର । A ବିନ୍ଦୁଟି Δ ABC ଅନ୍ତର୍ଦେଶ କିମ୍ବା ବହିର୍ଦେଶରେ ଅବସ୍ଥିତ କି ?

2. କ) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ତିନୋଟି ତ୍ରିଭୁଜର ନାମ ଲେଖ ।
   ଖ) ଏହି ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସାତଟି କୋଣର ନାମ ଲେଖ ।
   ଗ) ଛଅଟି ରେଖାଖଣ୍ଡର ନାମ ଲେଖ ।
   ଘ) କେଉଁ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜରେ $\angle$B ହେଉଛି ସାଧାରଣ କୋଣ ?

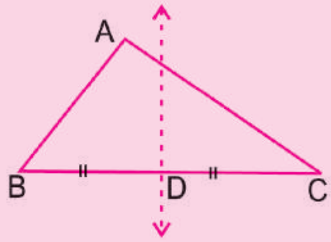


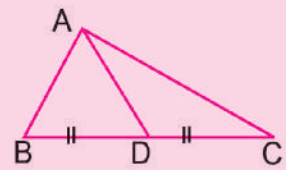
9.1.3. ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମା

କାଗଜକୁ ଭାଙ୍ଗି ଦତ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ପାଇବାର ଉପାୟ ଆମେ ଜାଣିଛୁ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଖଣ୍ଡେ କାଗଜରୁ Δ ABC ଅକାରରେ କାଟି ନିଅ । (ଚିତ୍ର ଦେଖ) ।
- କାଗଜକୁ ଭାଙ୍ଗି $\overline{BC}$ ବାହୁର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଚିହ୍ନିତ କର ।
- ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜର ଭାଙ୍ଗ, $\overline{BC}$ ବାହୁକୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରେ ତାହାର ନାମ 'D' ଦିଅ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ A ବିନ୍ଦୁ ଓ D ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗକଲେ ଆମେ $\overline{AD}$ ପାଇବା, ଏହି $\overline{AD}$ କୁ ତ୍ରିଭୁଜର **ମଧ୍ୟମା** କୁହାଯାଏ ।





Δ ABC ରେ ବାହୁ $\overline{BC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ D । $\overline{BC}$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A । ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AD}$ କୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ମଧ୍ୟମା କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି, $\overline{AC}$ ବାହୁର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ E ଓ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ B କୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{BE}$ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ଅନ୍ୟ ଏକ ମଧ୍ୟମା ।

ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁକୁ ତାର ବିପରୀତ ବାହୁର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁସହ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ **ମଧ୍ୟମା** କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ ହେବା ସମ୍ଭବ ।

ଜାଣିଛ କି ?

- ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ସର୍ବମୋଟ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟମା ରହିଛି ।
- ଏକ ମଧ୍ୟମାର ଦୁଇ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁକୁ ଛାଡ଼ି ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ରହିଛନ୍ତି ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.2

1. ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମାଟିଏ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣଭାବରେ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ ରହିଥାଏ କି ? ନିଜର ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ଦର୍ଶାଅ ।

2. ଚିତ୍ରଟିଏ ଅଙ୍କନ କରି ଦେଖାଅ ।

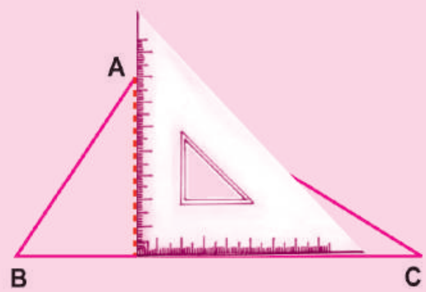
   (କ) Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି AB=AC (ଯେ କୌଣସି ମାପ ନିଅ ।) । $\overline{AD}$ ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ କର । ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ∠ADB ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

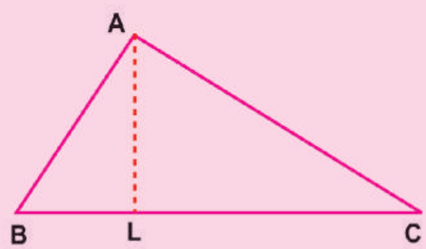
   (ଖ) AB = AC ନେଇ ଅନ୍ୟ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । $\overline{BE}$ ଓ $\overline{CF}$ ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ କର । ଅଙ୍କିତ ମଧ୍ୟମା ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପରେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

9.1.4. ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼ରେ ଏକ Δ ABC ତିଆରି କର ।
- ତାକୁ ଏକ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ଲମ୍ବଭାବରେ ଧରି ରଖ ଯେପରି $\overline{BC}$ ଧାର ଟେବୁଲ ସହ ଲାଗିରିହବ ।
- ତ୍ରିଭୁଜଟିର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଟେବୁଲ୍ ଉପରୁ କେତେ ଉଚ୍ଚତାରେ ରହିଛି, ଏକ ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପି କହ ।
- ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ରୁ ଭୂମି $\overline{BC}$ ର ସର୍ବନିମ୍ନ ଦୂରତା ବା ଲମ୍ବ ଦୂରତାକୁ ତ୍ରିଭୁଜର **ଉଚ୍ଚତା** କୁହାଯାଏ ।
- ଏକ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଏହି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ମାପ । ଏହି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେଉଛି ତ୍ରିଭୁଜର A ଶୀର୍ଷରୁ $\overline{BC}$ ଭୂମି ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚତା । $\overline{AL}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଉଚ୍ଚତା ।



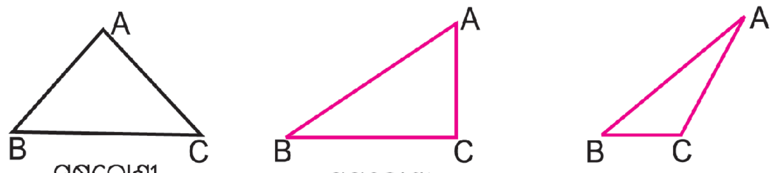


କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଭାବରେ ଅଙ୍କିତ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଉକ୍ତ ବାହୁପ୍ରତି **ଉଚ୍ଚତା** କୁହାଯାଏ ଓ ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ କୁହାଯାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉଚ୍ଚତା ଥାଏ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.3

1. ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର କେତୋଟି ଉଚ୍ଚତା ଥାଏ ?

2. (କ) ପରପୃଷ୍ଠାରେ ଥିବା ଚିତ୍ର 9.3ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ତିନୋଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଓ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ବ୍ୟବହାର କରି ଉକ୍ତ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ A ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ତା'ର ନାମଦିଅ $\overline{AD}$ ।



ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ (i) | ସମକୋଣୀ (ii) | ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ (iii)

(ଖ) ସମକୋଣୀ Δ ABC ରେ D ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥିତି କେଉଁଠି ହେବାର ଦେଖୁଛ ?

(ଗ) ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ A ବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ହେଲା କି ?

(ସୂଚନା : $\overleftrightarrow{BC}$ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ଓ ତା'ପରେ $\overline{AD}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।)

3. ପ୍ରଶ୍ନ ନଂ. 2ରେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(କ) କେଉଁ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ଭିନ୍ନ ଅବଶିଷ୍ଟାଂଶ Δ ABCର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ରହିଲା ?

(ଖ) କେଉଁ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ A ଭିନ୍ନ ଅବଶିଷ୍ଟାଂଶ Δ ABCର ବହିର୍ଦେଶରେ ରହିଲା ?

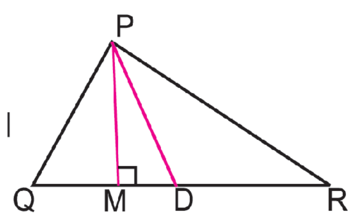
(ଗ) କେଉଁ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ Δ ABC ର ଗୋଟିଏ ବାହୁ ସହ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବେ ମିଳିଗଲା ?

4. କେଉଁ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଉଚ୍ଚତା, ସେହି ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ?

5. କେଉଁ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜରେ ଗୋଟିଏ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ଓ ମଧ୍ୟମା ଅଭିନ୍ନ ?

6. Δ PQR ରେ D ହେଉଛି $\overline{QR}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ।

$\angle$PMR ର ପରିମାଣ 90^0 ହେଲେ,



(କ) $\overline{PM}$, ତ୍ରିଭୁଜର ______ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ______ ବାହୁପ୍ରତି ______ ।

(ଖ) $\overline{PD}$, ତ୍ରିଭୁଜର ______ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ______ ବାହୁପ୍ରତି ______ ।

(ଗ) $\overline{QM}$ ଓ $\overline{MR}$ ର ମାପ ସମାନ କି ?

7. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକୁ ଦର୍ଶାଇ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

(କ) Δ ABC ର, $\overline{BE}$ ମଧ୍ୟମା ।

(ଖ) Δ PQR ରେ, ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ P ରୁ $\overline{QR}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{PM}$ ଓ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ Q ରୁ $\overline{PR}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{QN}$ ।

(ଗ) Δ XYZ ରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ Y ରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର Y ବିନ୍ଦୁ ଭିନ୍ନ ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶ ତ୍ରିଭୁଜର ବହିର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

(ଘ) Δ PQR ରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ P ରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{PM}$ ଏବଂ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ R ରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{RN}$ ଏବଂ $\overline{PM} = \overline{RN}$

ତୁମ ପାଇଁ କିଛି କାର୍ଯ୍ୟ :

କାଗଜରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜର ଆକୃତି (ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ) ଅଙ୍କନ କର ଓ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଓ ମଧ୍ୟମା ଦର୍ଶାଅ । ଉଚ୍ଚତା ଓ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ସେଥିରେ ଥିବା ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ତୁମ ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହିତ ଆଲୋଚନା କର ।

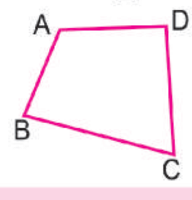
9.2 ଚତୁର୍ଭୁଜ

9.2.1. ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଆମେମାନେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ବିଷୟରେ ଜାଣିଛୁ । ଏହା ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ । ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ, ତିନୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ର । ମାତ୍ର ଏଠାରେ ଆମେ ଚାରୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଏକ ଚିତ୍ର ବିଷୟରେ ଜାଣିବା ।

ତୁମ ଖାତାରେ ଚାରୋଟି ବିନ୍ଦୁ A, B, C ଓ D ଏପରି ନିଅ, ଯେପରି ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ତିନୋଟି ଏକ ରେଖାରେ ନଥିବେ । ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଗୁଡ଼ିକ ଅଙ୍କନ କର । ତୁମେ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର ପାଇଲ ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । ଏହା ଚାରୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମାହାରରେ ଗଠିତ ଏକ ଚିତ୍ର । ଏହି ନୂତନ ପ୍ରକାର ଚିତ୍ରର ନାମ **ଚତୁର୍ଭୁଜ** ।

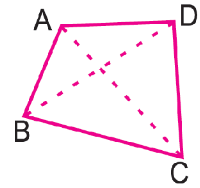


ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଦୁଇଟି କାଠି ନିଅ । ସେ କାଠି ଦ୍ୱୟର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡକୁ ଯୋଡ଼ି ରଖ ଓ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ମୁଣ୍ଡକୁ ପରସ୍ପରଠାରୁ ଦୂରେଇ ରହିବେ, ଯେପରିକି କାଠି ଦ୍ୱୟ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ରହିବେ ନାହିଁ ।

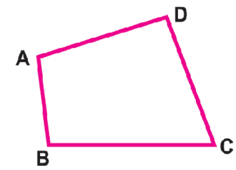
- ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି କାଠି ନେଇ ସେ ଦୁଇଟିର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡକୁ ଆଗରୁ ରଖିଥିବା କାଠି ଦୁଇଟିର ପାଖାପାଖି ନଥିବା ମୁଣ୍ଡସହ ଲଗାଇ ରଖ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ କାଠି ଦୁଇଟିର ଅନ୍ୟମୁଣ୍ଡ ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଡ଼ିରଖ । ପାଖାପାଖି (ଅର୍ଥାତ୍ ମୁଣ୍ଡକୁ ମୁଣ୍ଡ ଲାଗିଥିବା) କାଠି ଦୁଇଟି ଯେପରି ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାରେ ନ ରହେ, ସେଥିପ୍ରତି ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ଚିତ୍ରଟି ଡିଆସିଲ୍‌କାଠିଗୁଡ଼ିକଦ୍ୱାରା ଗଠିତ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କାଠି ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡର ସ୍ଥୁଳ ଅବସ୍ଥା । ଏହି ଆକୃତି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ସୂଚାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କାଠି ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବାହୁକୁ ସୂଚାଏ ।



ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରୋଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, ଚାରୋଟି ବାହୁ ଓ ଚାରୋଟି କୋଣ ରହିଛି । ଦୁଇ ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **କର୍ଣ୍ଣ** କୁହାଯାଏ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ ।

ଉପର ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେ ଏକ ସମତଳ (କାଗଜପୃଷ୍ଠା ବା କଳାପଟା) ଉପରେ ଚାରୋଟି ବିନ୍ଦୁ A, B, C, D ଅବସ୍ଥିତ ଥିଲେ ଓ ସେ ବିନ୍ଦୁ ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ତିନୋଟି ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ନ ଥିଲେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ରକୁ ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।



ଯେ କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରୋଟି ବାହୁ ବା ଭୁଜ, ଚାରୋଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ ଚାରୋଟି କୋଣ ଥାଏ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ନାମ କ'ଣ ?

- ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଯେଉଁ ବାହୁ ଦୁଇଟିର ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ, ସେ ବାହୁ ଦ୍ୱୟକୁ **ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ** କୁହାଯାଏ । $\overline{AB}$ ଓ $\overline{BC}$ ଏକ ଯୋଡ଼ା ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରି ଯୋଡ଼ା ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ ଥାଏ ।

ଉପର ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଚାରି ଯୋଡ଼ା ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁର ନାମ ଲେଖ ।

- ଯେଉଁ ବାହୁ ଦୁଇଟିର କୌଣସି ସାଧାରଣ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ନ ଥାଏ, ସେ ବାହୁ ଦୁଇଟିକୁ **ବିପରୀତ ବାହୁ** କୁହାଯାଏ । $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ଏକ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ଥାଏ ।

ଉପର ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁର ନାମ ଲେଖ ।

- କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୁଇ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁକୁ ଉକ୍ତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକ ଯୋଡା **କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ** କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ କ୍ରମିକ ନୁହନ୍ତି, ସେ ଦୁଇଟିକୁ **ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ** କୁହାଯାଏ । A ଓ B ଏକ ଯୋଡ଼ା କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, A ଓ C ଏକ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ।

ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ କ୍ରମିକ ଓ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ବିପରୀତ, ତାହା ଚିତ୍ରରୁ ବାଛି ଲେଖ ।

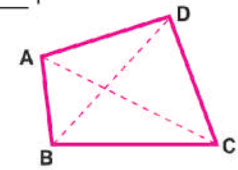
- କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ଥିବା କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ **କ୍ରମିକ କୋଣ** ଏବଂ ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ଥିବା କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ **ବିପରୀତ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ।

ଉପର ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ରମିକ କୋଣ ଓ ବିପରୀତ କୋଣର ନାମ ଲେଖ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.4

1. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନକରି ତାହାର ନାମ PQRS ଦିଅ । ଏହାର ସମସ୍ତ ବାହୁ, କୋଣ, ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ କର୍ଣ୍ଣର ନାମ ଲେଖ ।

2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ।



କ) ∠B ର ବିପରୀତ କୋଣ ________ ଓ ∠A ର ବିପରୀତ କୋଣ ________ ।

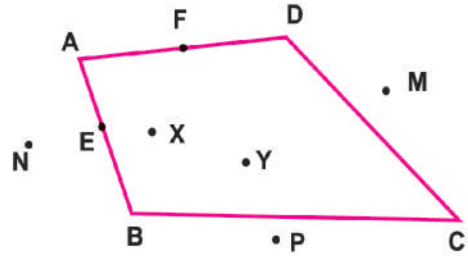
ଖ) $\overline{DA}$ ବାହୁର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଦୁଇଟି ହେଲେ ________ ଓ ________ ।

ଗ) ଚତୁର୍ଭୁଜଟିରେ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ________ ଗୋଟି ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଥାଏ।

ଘ) B ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁର ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି ________ ।

ଙ) ________ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ________ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ଅଧିକ।

9.2.2. ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ଉତ୍ତର ଦିଅ।

କ) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ?

ଖ) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ?

ଗ) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ?

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ X, Y ବିନ୍ଦୁ ଭଳି ଅସଂଖ୍ୟ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଛନ୍ତି। ସେହି ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ସମାହାରରେ ଗଠିତ ଅଞ୍ଚଳକୁ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ। ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁର ସମାହାରରେ ଗଠିତ ଅଞ୍ଚଳକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **ଅନ୍ତର୍ଦେଶ** କୁହାଯାଏ।

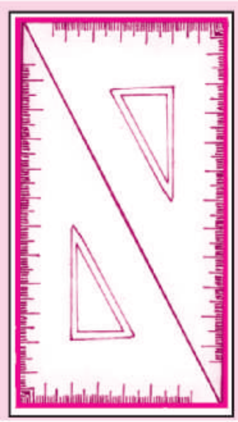
କାଗଜପୃଷ୍ଠା (ସମତଳ)ର ଯେଉଁ ଅଞ୍ଚଳ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହାରେ ଥାଏ ତାକୁ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିର୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ। ଚତୁର୍ଭୁଜଟିର ଚାରି ବାହୁ ହେଉଛନ୍ତି ତାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସୀମାରେଖା। ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ ବାଦ୍‌ଦେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଧାରଣ କରୁଥିବା ସମତଳର ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଞ୍ଚଳକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **ବର୍ହିଦେଶ** କୁହାଯାଏ। ତେଣୁ ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ସୀମିତ ଅଞ୍ଚଳ ହୋଇଥିଲା ବେଳେ ବହିର୍ଦେଶ ଅସୀମ।

ଜାଣିଛ କି ?

କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ ଏକତ୍ର ନେଲେ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ର ଗଠିତ ହୁଏ।

9.2.3. କେତେକ ବିଶେଷ ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ

ନିଜେ କରି ଦେଖ



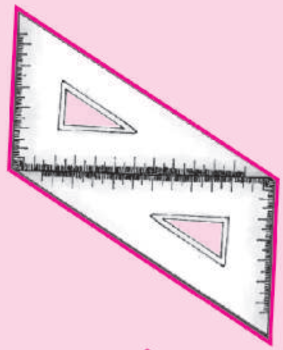
- ତୁମ ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସରେ ଦୁଇଟି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଅଛି। ଗୋଟିକୁ 60°-30° ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଓ ଅନ୍ୟଟିକୁ 45°-45° ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର କୁହାଯାଏ।
- ତୁମର ଓ ତୁମ ବନ୍ଧୁଙ୍କ 30° ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଦ୍ୱୟକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲା ଭଳି ଯୋଡ଼ି ରଖ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ କହ, ଉତ୍ପନ୍ନ ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ?

ଉତ୍ପନ୍ନ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କି ପ୍ରକାର ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ?

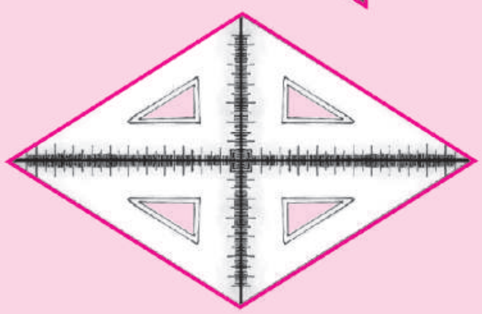
ଏ ପ୍ରକାର ଚିତ୍ରକୁ ଆୟତଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ । ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, **ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0, ତାହାକୁ ଆୟତଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ ।**

ନିଜେ କରି ଦେଖ

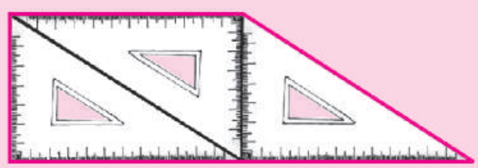
- 45^0- 45^0 ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଦୁଇଟିକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲା ପରି ଯୋଡ଼ି କରି ରଖିଲେ, ଆମେ ଏକ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇବା । ଏହି ଆକୃତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ ଦେଖିବା ଯେ, ଏହି ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ଓ ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ । ଏହି ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ବର୍ଗଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ ।



- ଏବେ ତୁମେ ଦୁଇଟି 60^0- 30^0 ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲା ଭଳି ଯୋଡ଼ି ରଖ । ତୁମେ ଏଥର ଆଉ ଏକ ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଚିତ୍ର ପାଇବ । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ଓ ସମାନ । ଏପରି ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ ।



- ଚାରୋଟି 60^0- 30^0 ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲା ପରି ଯୋଡ଼ି ରଖିଲେ ତାହା ଏକ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର ଆକୃତି ଗଠନ କରିବ । ଏହି ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ଓ ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ । ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ରମ୍ବସ୍ କୁହାଯାଏ ।



- ତିନୋଟି 60^0-30^0 ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲା ଭଳି ଯୋଡ଼ି ରଖ । ଏହା ଏକ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର ଆକୃତି ଗଠନ କରିବ । ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ କୁହାଯାଏ । ଏହାର ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ।

9.2.4. ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର ଯେଉଁ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଆଗରୁ ଦିଆଯାଇଛି, ସେହି ଚିତ୍ରରୁ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ତୁମ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପ । ସାରଣୀରେ ଖାଲିଥିବା ଘରେ 'ଠିକ୍' ବା 'ଭୁଲ୍' ଲେଖ ।

ଚତୁର୍ଭୁଜର ନାମ	ବିପରୀତ କୋଣ ମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ	ଚାରୋଟି ଯାକ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ
ଆୟତଚିତ୍ର		
ବର୍ଗଚିତ୍ର		
ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର		
ରମ୍ବସ୍		
ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍		

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ ଦେଖିଥିବ ଯେ, **ଆୟତଚିତ୍ର ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ସମସ୍ତ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ 90°। ଆୟତଚିତ୍ର, ବର୍ଗଚିତ୍ର, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଓ ରମ୍ବସ୍ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ।**

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.5

1. ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାରଣୀକୁ ପୂରଣ କର, ଯେପରି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧରେ 'ହଁ 'ବା 'ନାହିଁ' ପୂରଣ କରାଯାଇଛି ।

ଚତୁର୍ଭୁଜ	ବିପରୀତ ବାହୁ		ସମସ୍ତବାହୁ	ବିପରୀତ କୋଣ	କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ	
	ସମାନ୍ତର	ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ	ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ	ସମାନ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ	ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ	ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ
ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର	ହଁ	ହଁ	ନାହିଁ	ହଁ	ନାହିଁ	ନାହିଁ
ଆୟତଚିତ୍ର						
ବର୍ଗଚିତ୍ର						
ରମ୍ବସ୍						
ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍						

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତିର ତଳେ ଥିବା ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ତଥ୍ୟ ବାଛି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର।

   କ) ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର............. ସମାନ ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ରମ୍ବସ୍ ହୁଏ।

   [କୋଣର ପରିମାଣ , ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ , କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ]

ଖ) ଏକ ________ ର କୋଣମାନ ସମକୋଣ ହେଲେ, ଚିତ୍ରଟି ଆୟତଚିତ୍ର ହେବ ।

[ବର୍ଗ ଚିତ୍ର, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ରମ୍ବସ୍]

ଗ) ଏକ ଆୟତଚିତ୍ରର ________ ସମାନ ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ ।

[ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ , ସମସ୍ତ କୋଣର ପରିମାଣ]

ଘ) କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ________ ହେବ ।

[ରମ୍ବସ୍, ବର୍ଗଚିତ୍ର. ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍]

ଙ) କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ________ ହେବ ।

[ବର୍ଗ ଚିତ୍ର, ଆୟତ ଚିତ୍ର, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର]

ଚ) ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{AB}$ ସମାନ୍ତର $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ ସମାନ୍ତର $\overline{BC}$ ଏବଂ $\angle ABC$ ର ପରିମାଣ 90^0 ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ ________ ହେବ ।

[ରମ୍ବସ୍ , ଆୟତଚିତ୍ର , ବର୍ଗଚିତ୍ର]

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ ଠିକ୍ ଚିହ୍ନ ( ) ଓ ଭୁଲ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ ଛକି ଚିହ୍ନ (X) ବସାଅ ।

କ) ଆୟତଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ଏକ ସମକୋଣ ।

ଖ) ଆୟତଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

ଗ) ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

ଘ) ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

ଙ) ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

ଚ) ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ।

କହିଲ ଦେଖି :

ବର୍ଗଚିତ୍ରକୁ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାରର ଆୟତ ଚିତ୍ର କହିବା କି ? କାରଣ କ'ଣ ?

4. ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ ବାହୁ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ସମସ୍ତ କୋଣ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ଆମେ ତାକୁ ସୁଷମ ଚତୁର୍ଭୁଜ କହୁ । ତେବେ ସୁଷମ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି କିଏ ଲେଖ ।

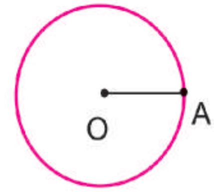
9.3 ବୃତ୍ତ

ପୂର୍ବଶ୍ରେଣୀରେ ତୁମ୍ଭେମାନେ ମୁକ୍ତ ହସ୍ତରେ ଏବଂ କମ୍ପାସ୍ ଦ୍ୱାରା କିପରି ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ ତାହା ଜାଣିଛ । ଏହି ପାଠରେ ଆମ୍ଭେମାନେ ବୃତ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ବିଶେଷ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବା ।

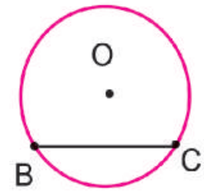
9.3.1. ବୃତ୍ତ ଓ ବୃତ୍ତ ସମ୍ପୃକ୍ତ କେତେକ ଶବ୍ଦ

ତୁମ ଖାତାର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠାରେ ବିନ୍ଦୁଟିଏ ନିଅ । ସେହି ବିନ୍ଦୁରେ କମ୍ପାସ୍‌ର କଣ୍ଟାମୁନକୁ ରଖି ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର । ବିନ୍ଦୁଟିର ନାମ 'O' ଦିଅ । ଏହି 'O' ବିନ୍ଦୁକୁ ଅଙ୍କିତ ବୃତ୍ତର **କେନ୍ଦ୍ର** କୁହାଯାଏ । ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ A ନିଅ ।

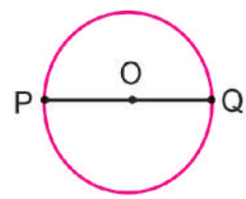
ସ୍କେଲ ସାହାଯ୍ୟରେ $\overline{OA}$ ଅଙ୍କନ କର। $\overline{OA}$ କୁ ବୃତ୍ତର ଗୋଟିଏ **ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ** କୁହାଯାଏ। **ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ଓ ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କୁହାଯାଏ।** ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏକ ଦୈର୍ଘ୍ୟମାପକୁ ସୂଚାଏ।



ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ B ଓ C ନିଅ। $\overline{BC}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର। ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{BC}$ କୁ ବୃତ୍ତର ଏକ **ଜ୍ୟା** କୁହାଯାଏ। ଅର୍ଥାତ୍, ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ବୃତ୍ତର **ଜ୍ୟା** କୁହାଯାଏ।



ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ P ଓ Q ଏପରି ନିଅ, ଯେପରି $\overline{PQ}$ ଜ୍ୟା ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର 'O' କୁ ଧାରଣ କରିଯିବ। $\overline{PQ}$ କୁ ବୃତ୍ତର ଏକ **ବ୍ୟାସ** କୁହାଯାଏ। ଅର୍ଥାତ୍ **କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଜ୍ୟାକୁ ବୃତ୍ତର ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାସ କୁହାଯାଏ।** ଚିତ୍ରରେ ଏହି ବ୍ୟାସ ହେଉଛି ବୃତ୍ତର ବୃହତ୍ତମ ଜ୍ୟା।ବୃତ୍ତର ଯେ କୌଣସି ବ୍ୟାସର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ କୁହାଯାଏ। ଏଣୁ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଏକ ଦୈର୍ଘ୍ୟମାପକୁ ସୂଚାଏ।



ନିଜେ କରି ଦେଖ

- 3ସେ.ମି., 4ସେ.ମି. ଓ 5ସେ.ମି. ପରିମାଣ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ଅଲଗା ଅଲଗା ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର (କମ୍ପାସ ସାହାଯ୍ୟରେ)। ସେଗୁଡିକୁ ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ ବୃତ୍ତ ଭାବେ ନାମିତ କର।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୃତ୍ତରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ବ୍ୟାସ ଅଙ୍କନ କର।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୃତ୍ତରେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ବ୍ୟାସକୁ ମାପି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ସ୍ଥିର କର।

ଆମେ ଜାଣିଲେ, **ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ = 2 x ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ**

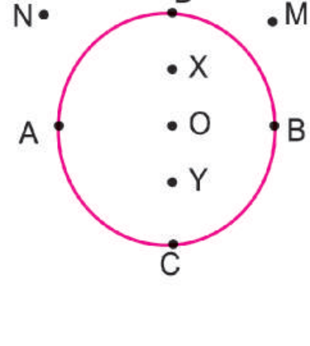
ଯଦି କୌଣସି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 3.5 ସେ.ମି. ହୁଏ,

ତେବେ ଏହାର ବ୍ୟାସ = 3.5 x 2 = 7 ସେ.ମି. ହେବ।

କହିଲ ଦେଖି :
ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଜଣାଥିଲେ ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କିପରି ବାହାରିବ ?

9.3.2. ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦ୍ଦେଶ

ଚିତ୍ର ଦେଖି ଉତ୍ତର ଦିଅ।



(କ) C,D,A ଓ _____ ବିନ୍ଦୁ ଗୁଡ଼ିକ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ।

(ଖ) M ଓ _____ ବୃତ୍ତର ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଟନ୍ତି।

(ଗ) X,O ଓ _____ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଟନ୍ତି।

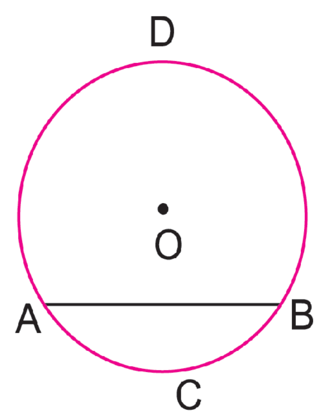
ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସମାହାରରେ ବୃତ୍ତର **ଅନ୍ତର୍ଦେଶ** ଗଠିତ। ଏହା ବୃତ୍ତଦ୍ୱାରା ସୀମାବଦ୍ଧ ଅଞ୍ଚଳକୁ ସୂଚାଏ। ଏହା ଏକ ସୀମିତ ଅଞ୍ଚଳ। ବୃତ୍ତ ଓ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏକତ୍ର ବୃତ୍ତାକୃତିରର କ୍ଷେତ୍ର ଗଠନ କରେ। ବୃତ୍ତର ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସମାହାରରେ ବୃତ୍ତର **ବହିର୍ଦେଶ** ଗଠିତ। ଏହା ଅସୀମ ଭାବେ ବିସ୍ତୃତ।

ଜାଣିରଖ

ଯେଉଁ ସମତଳରେ ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କିତ, ସେହି ସମତଳଟି ବୃତ୍ତ, ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବୃତ୍ତର ବହିର୍ଦେଶ ଏପରି ତିନୋଟି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଥାଏ।

9.3.3 ବୃତ୍ତର ଚାପ

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଥିବା ବୃତ୍ତର $\overline{AB}$ ଏକ ଜ୍ୟା। A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟତୀତ ବୃତ୍ତ ଉପରେ 'C' ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ନିଅ। ବୃତ୍ତର ACB ଅଂଶକୁ ବୃତ୍ତର ଏକ **ଚାପ** କୁହାଯାଏ। ଏହାକୁ $\widehat{ACB}$ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ। $\overline{AB}$ ଜ୍ୟାର ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ C ବିନ୍ଦୁ ଅଛି ତା'ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ D ନିଅ। $\widehat{ADB}$ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚାପ ଅଟେ। $\widehat{ACB}$ ଓ $\widehat{ADB}$ ଚାପଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର **ବିପରୀତ ଚାପ**। ଚିତ୍ରରେ $\widehat{ACB}$ ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ ଓ $\widehat{ADB}$ ଏକ ବୃହତ୍ ଚାପ। $\widehat{ACB}$ ଓ $\widehat{ADB}$ ଚାପଦ୍ୱୟର A ଓ B ଦୁଇଟି ସାଧାରଣ **ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ**। ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ବୃତ୍ତକୁ A C B ବା CBD ବା BCD ନାମ ଦିଆଯାଏ। ଅର୍ଥାତ୍ ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱାରା ବୃତ୍ତର ନାମକରଣ କରାଯାଏ।



ଉତ୍ତର ଲେଖ

(କ) $\widehat{DAC}$, $\widehat{DBC}$,_______ ଓ _______ ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚାପ।

(ଖ) $\widehat{DBC}$ ଚାପର _______ ଓ _______ ଦୁଇଟି ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ।

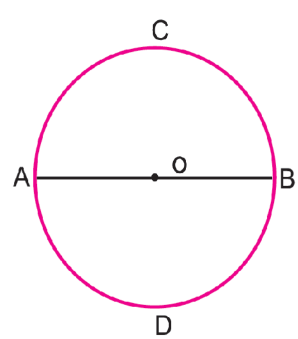
(ଗ) $\widehat{ADB}$ ଚାପ ଓ _______ ଚାପର ସଂଯୋଗରେ ସମୁଦାୟ ବୃତ୍ତଟି ଗଠିତ ହୁଏ।

(ଘ) $\widehat{ACB}$ ଚାପର A ବିନ୍ଦୁ ଓ _______ ବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଚାପର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ।

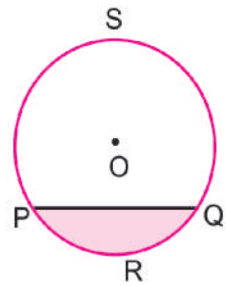
ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ

ବୃତ୍ତର ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାସ ବୃତ୍ତକୁ ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରେ, ଉକ୍ତ ଅଂଶଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶକୁ **ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ** କୁହାଯାଏ।

$\overline{AB}$ ବୃତ୍ତର ଏକ ବ୍ୟାସ। $\widehat{ACB}$ ଓ $\widehat{ADB}$ ଦୁଇଟି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ। ଅର୍ଥାତ୍ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ବୃତ୍ତକୁ ଦୁଇଟି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତରେ ପରିଣତ କରେ। ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚାପର ଏକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଥାଏ। ଏଠାରେ, $\widehat{ACB}$ ଓ $\widehat{ADB}$ ଚାପଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ। $\widehat{ACB}$ ଓ $\widehat{ADB}$ ଚାପ ଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ସମୁଦାୟ ABC ବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ସମାନ। ସମୁଦାୟ ବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ବୃତ୍ତର **ପରିଧି** କୁହାଯାଏ।

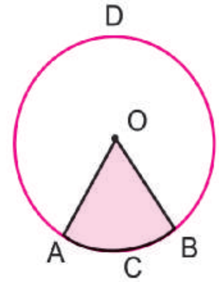


ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଜ୍ୟା $\overline{PQ}$ ଓ ଚାପ $\widehat{PRQ}$ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ରକୁ ଏକ **ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ** କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି $\overline{PQ}$ ଜ୍ୟା ଓ $\widehat{PSQ}$ ଚାପ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ର ହେଉଛି ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ । **ଏଣୁ କୌଣସି ବୃତ୍ତର ଏକ ଚାପ ଓ ଏହା ସହିତ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଜ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ରକୁ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତର ଏକ ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ କୁହାଯାଏ ।**

ବୃତ୍ତକଳା



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overline{OA}$ ଓ $\overline{OB}$ ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ । A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱାରା $\widehat{ACB}$ ଓ $\widehat{ADB}$ ଦୁଇଟି ଚାପ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି । $\widehat{ACB}$ ଚାପ, $\overline{OA}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ $\overline{OB}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ରକୁ ଏକ **ବୃତ୍ତକଳା** କୁହାଯାଏ । $\angle AOB$ ହେଉଛି ଏହାର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣ । ସେହିପରି $\widehat{ADB}$ ଚାପ, $\overline{OA}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $\overline{OB}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତକଳା ।

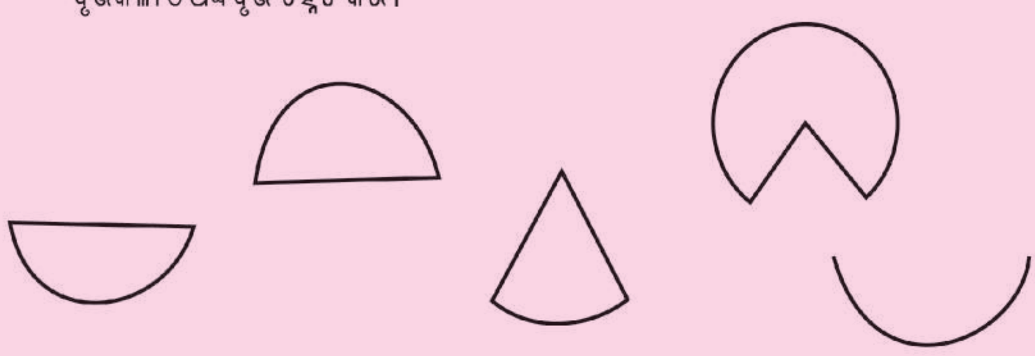
ଏକ ଚାପ ଓ ତାହାର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧଦ୍ୱୟ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ରକୁ ଏକ ବୃତ୍ତକଳା କୁହାଯାଏ ।

ବୃତ୍ତଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର

ତ୍ରିଭୁଜଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର ପରି ବୃତ୍ତ ଏବଂ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏକତ୍ର **ବୃତ୍ତାକୃତି କ୍ଷେତ୍ର** ଗଠନ କରେ । ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର ପରି କାଗଜରେ ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ଦ୍ୱାରା ବିଭିନ୍ନ ଚିତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ, ବୃତ୍ତକଳା ଓ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ଚିହ୍ନଟ କର ।



ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.6

1. C କୁ କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁ ନେଇ 4.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର। P, Q, R ବିନ୍ଦୁକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରି P ବିନ୍ଦୁ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ, 'Q' ବିନ୍ଦୁ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଓ 'R' ବିନ୍ଦୁ ବୃତ୍ତର ବହିର୍ଦେଶରେ ରହିବ।

3. 'O' କୁ କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ନେଇ 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର । ଗୋଟିଏ ଜ୍ୟା ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ତା'ର ନାମ ଦିଅ $\overline{AB}$। ଉତ୍ପନ୍ନ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ 'X' ଚିହ୍ନଟ କର।

4. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ପାଖରେ ଠିକ୍ ଚିହ୍ନ (✓) ଓ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ପାଖରେ ଛକି ଚିହ୍ନ(X) ଦିଅ।

   କ) ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏକ ଜ୍ୟା ଅଟେ।

   ଖ) ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାସ ଏକ ଜ୍ୟା ଅଟେ।

   ଗ) ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଜ୍ୟା କେନ୍ଦ୍ରରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡିତ ହୁଏ ।

   ଘ) ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଜ୍ୟା ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଯାହାର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

   ଙ) ଏକ ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାସର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର।

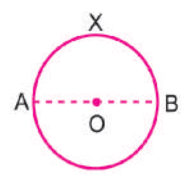
5. 'O' କୁ କେନ୍ଦ୍ର ରୂପେ ନେଇ 3.7 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର। ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ବୃତ୍ତକଳା ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ 72^0।

6. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର। (<,>, = ଚିହ୍ନମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନ କୁ ବ୍ୟବହାର କରି)

   କ) ଏକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁ O, ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ 'P' ଓ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁ 'Q'। ଏଠାରେ OP ________ OQ

   ଖ) ଏକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁ O, ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ 'P' ଓ ବୃତ୍ତର ବହିର୍ଦେଶରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ 'R'। ଏଠାରେ, OP ________ QR

   ଗ) $\overset{\frown}{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ________ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ।



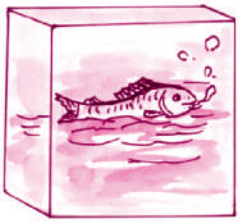
9.4. ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ଆକୃତିର ପଦାର୍ଥ

ତୁମେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଦେଖୁଥିବା କେତେକ ପଦାର୍ଥର ଆକୃତି ସମ୍ପର୍କରେ ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି।

ବାକ୍ସଟିଏ ବା ଇଟାଟିଏ ତୁମେ ଦେଖିଛ। ଏହା ବାମରୁ ଡାହାଣକୁ ବିସ୍ତୃତ, ତଳୁ ଉପରକୁ ବିସ୍ତୃତ ଏବଂ ସାମନା ପାଖରୁ ପଛ ଆଡ଼କୁ ବିସ୍ତୃତ। ଅନ୍ୟ ଯେଉଁ ସବୁ ବସ୍ତୁର ଚିତ୍ର ଦିଆଯାଇଛି, ବାକ୍ସଟିଏ ପରି ସେଗୁଡ଼ିକର ବାମ-ଡାହାଣ, ଉପର-ତଳ ଓ ଆଗ-ପଛ ବିସ୍ତୃତି ରହିଛି। ଏଥି ଯୋଗୁ ଏଗୁଡିକୁ **ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ବସ୍ତୁ** ବା **ଘନ ବସ୍ତୁ** କୁହାଯାଏ।

9.4.1. ଆୟତଘନ

ଘନ ପଦାର୍ଥକୁ ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି, ଯଥା – ସମତଳ ପୃଷ୍ଠ ବିଶିଷ୍ଟ ଘନ ଓ ବକ୍ରତଳ ପୃଷ୍ଠ ବିଶିଷ୍ଟ ଘନ। କାଠବାକ୍ସ, ଦିଆସିଲି ବାକ୍ସ, ବହି, ଆଲମିରା, ଲୁଡୁଗୋଟି ଆଦି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠ ବିଶିଷ୍ଟ ଘନ। ଉପରୋକ୍ତ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ **ଆୟତଘନ** କୁହାଯାଏ।



ଏଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଅଛି। ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର କେତେକ ଅଂଶ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି।

କ) ପାର୍ଶ୍ୱ

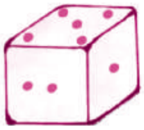
ଏକ ଆୟତଘନର ଛଅଟି ଆୟତଚିତ୍ର ଆକୃତିର **ପାର୍ଶ୍ୱ** ଥାଏ। ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକ ଏକ ପ୍ରକାରର ଏବଂ ସମାନ ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ।

ଖ) ଧାର

ଚିତ୍ରଦେଖ। ଦୁଇଟି ପାଖର ମିଳନ ସ୍ଥାନକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର। ଏହାକୁ ଆୟତଘନର ଏକ ଧାର କୁହାଯାଏ। ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରର ଆକୃତି ରେଖାଖଣ୍ଡ ସଦୃଶ। ଏକ ଆୟତଘନର **12ଟି ଧାର** ଥାଏ।

ଗ) ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ

ବାକ୍ସର ଚିତ୍ରର ଉପର ପାଖକୁ ଦେଖ। ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ (ବା କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ)କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଦେଖିବ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ବାକ୍ସର ତିନୋଟି ଧାର ମିଳିତ ହୋଇଛନ୍ତି। ଏହି **ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ**କୁ ଆୟତଘନର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ। ଏହିପରି ଏକ ଆୟତଘନର **8** ଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଥାଏ।



ଲୁଡୁଗୋଟିର ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର। ଚିତ୍ରଟି ଏକ ଆୟତଘନ ଯାହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ସମାନ। ଏହା ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ଆୟତଘନ। ତେଣୁ ଏଭଳି ଆୟତଘନକୁ ଏକ ସମଘନ କୁହାଯାଏ । ଆୟତଘନ ଭଳି ଏହାର ଛଅଟି ପୃଷ୍ଠ, 12ଟି ଧାର ଓ 8ଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଥାଏ। ଏହାର ପୃଷ୍ଠଗୁଡ଼ିକ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ।

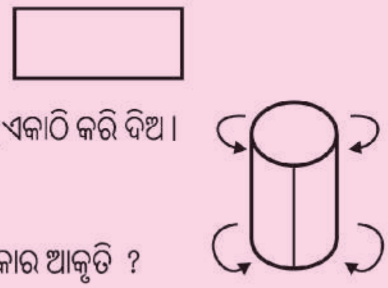
ଯେଉଁ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ପରସ୍ପର ସମାନ, ତାହା ହେଉଛି ଏକ **ସମଘନ**।

9.4.2. ସିଲିଣ୍ଡର

ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର। ନଳାକୃତି ପାଇପ୍, ଗ୍ୟାସ ସିଲିଣ୍ଡର ଓ ତେଲଟିଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ସିଲିଣ୍ଡର** ଆକୃତିର।

ସିଲିଣ୍ଡରରେ ଗୋଟିଏ ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠ ଓ ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପୃଷ୍ଠ ଥାଏ । ସିଲିଣ୍ଡରର ଦୁଇ ମୁଣ୍ଡରେ ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଧାର ଥାଏ । ସିଲିଣ୍ଡରର କୌଣସି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ନ ଥାଏ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ



- ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଆକୃତିର ଖଣ୍ଡେ କାଗଜପଟି ନିଅ ।
- ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଯାଇଥିବା ଭଳି କାଗଜପଟିକୁ ମୋଡ଼ି ଦୁଇମୁଣ୍ଡକୁ ଏକାଠି କରି ଦିଅ ।
- ଦୁଇ ମୁଣ୍ଡକୁ ଏକ ପିନ୍‌କଣ୍ଟା ବା ଅଠା ଲଗାଇ ଯୋଡ଼ି ଦିଅ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ କାଗଜର ଯେଉଁ ଆକୃତିଟି ପ୍ରସ୍ତୁତ ହେଲା ତାହା କି' ପ୍ରକାର ଆକୃତି ?

9.4.3. ଗୋଲକ

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ବଲ୍‌ର ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏହି ପ୍ରକାର ଆକୃତିକୁ **ଗୋଲକ** କୁହାଯାଏ । ଏହାର ଗୋଟିଏ ବକ୍ର ପାର୍ଶ୍ୱତଳ ଥାଏ । ଗୋଲକର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ବା ଧାର ନ ଥାଏ ।

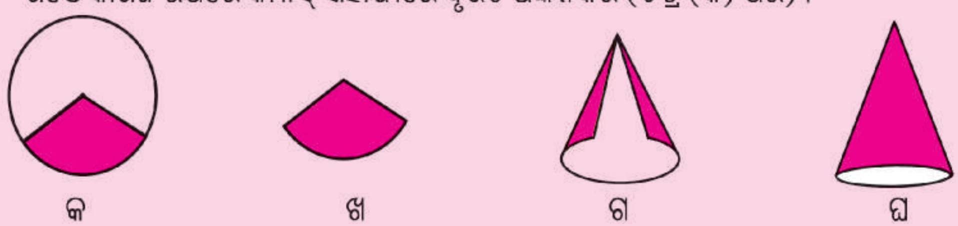
9.4.4. କୋନ୍

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟି ଏକ **କୋନ୍** ଅଟେ । ଏହାର ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପାର୍ଶ୍ୱ (ଭୂମି) ଥାଏ ଓ ଗୋଟିଏ ବକ୍ରପୃଷ୍ଠ ଥାଏ । ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଧାର ଥାଏ । ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । ଧାନ, ମୁଗ ଆଦି ଶସ୍ୟ ଅଥବା କିଛି ଶୁଖିଲା ବାଲିକୁ ଗଦା କରି ଦେଲେ ତାହା ସ୍ୱତଃ କୋନ୍ ଆକୃତି ଗଠନ କରେ, ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ତୁମର ପରିବେଶରେ କେଉଁ କେଉଁ ଠାରେ କୋନ୍ ଆକୃତିର ଘନବସ୍ତୁ ଦେଖୁଛ ଲେଖ ।

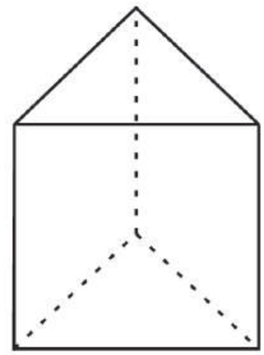
ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ଉପରେ କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନକର (ଚିତ୍ର (କ) ପରି) ।



- ସେହି ବୃତ୍ତରେ ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କର (ଚିତ୍ର (ଖ) ପରି) ଏବଂ ସେହି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କଡ଼େ କଡ଼େ କଇଁଚିରେ କାଟିଦିଅ । ଚିତ୍ର (ଖ) ଭଳି ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକଳା ପାଇବ ।
- ବୃତ୍ତକଳାକୁ ଧୀରେ ଧୀରେ ମୋଡ଼ ଯେପରି ସଳଖ ଧାର ଦୁଇଟି ପାଖାପାଖି ହେବେ (ଚିତ୍ର (ଗ) ପରି) ଓ ପରସ୍ପର ସହ ମିଶିଯିବେ (ଚିତ୍ର (ଘ) ଭଳି) ।
- ଦୁଇଟିଯାକ ଧାରକୁ ଅଠା ଲଗାଇ ଯୋଡ଼ିଦିଅ । କିପରି ଆକୃତିଟିଏ ପାଇଲ ଦେଖ ।

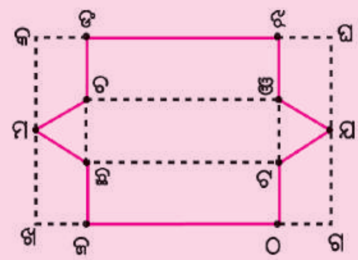
9.4.5. ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏହା ଏକ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଚିତ୍ର । ଏହାର ଦୁଇଟି ପୃଷ୍ଠର ଆକୃତି ତ୍ରିଭୁଜ ଭଳି । ତେଣୁ ଏହାକୁ **ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍** କୁହାଯାଏ । ତ୍ରିଭୁଜ ପରି ଆକୃତି ଥିବା ପୃଷ୍ଠ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁଟି ତଳକୁ ରହିଥିବାର ଦେଖୁଛ, ସେଇଟିକୁ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ବା ଆଧାର କୁହାଯାଏ । ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଦୁଇଟିଯାକ ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତିର ପୃଷ୍ଠ ସମ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ । ଅନ୍ୟ ପୃଷ୍ଠଗୁଡ଼ିକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ । ଏହାର ତିନୋଟି ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପୃଷ୍ଠ ରହିଛି ।

ଏକ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର 6 ଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, 3 ଟି ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପୃଷ୍ଠ, 2ଟି ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପୃଷ୍ଠ ଭୂମି ଓ 9 ଟି ଧାର ଥାଏ ।

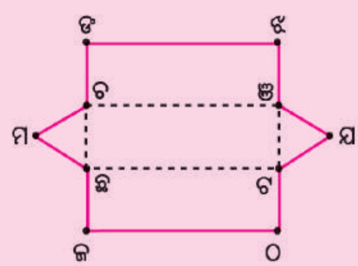
ନିଜେ କରି ଦେଖ



(A)

- ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । କଖଗଘ ଭଳି ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପଟି କାଗଜ ଖଣ୍ଡେ ନିଅ ।
- କଖ ମୁଣ୍ଡରୁ ଓ ଗଘ ମୁଣ୍ଡରୁ ସମାନ ଦୂରତାରେ ଙଜ ଓ ଝଠ ସରଳରେଖା ଖଣ୍ଡ ଟାଣ । ଙଜ ଓ ଝଠ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦୁଇଟିକୁ ସମାନ ତିନି ଭାଗ କର । କଖ ଧାର ଉପରେ 'ମ' ବିନ୍ଦୁ ଓ ଗଘ ଧାର ଉପରେ 'ଯ' ବିନ୍ଦୁ ଏପରି ଚିହ୍ନଟ କର, ଯେପରି

  ମଚ = ମଛ = ଚଛ = ଞଟ = ଞଯ = ଟଯ ହେବ ।



(B)

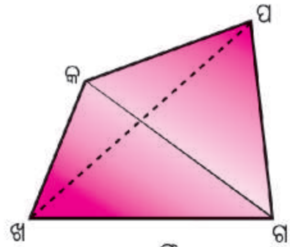
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଙଚ ଓ ଚମ ଗାରରେ କାଟି ଦିଅ ; ମଛ, ଛଜ ଗାରରେ କାଟି ଦିଅ । ଝଞ ଓ ଞଯ ଗାରରେ କାଟି ଦିଅ ଏବଂ ଠଟ ଓ ଟଯ ଗାରରେ କାଟି ଦିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଚିତ୍ର (B)ରେ ଥିବା ଆକୃତିର କାଗଜ ଖଣ୍ଡେ ମିଳିବ ।
- ତା'ପରେ ଚଞ ଓ ଛଟ ଗାର ପାଖରେ କାଗଜକୁ ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ, ଯେପରି ଙଝ ଓ ଜଠ ଧାର ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସହ ଲାଗି ଯିବ । ସେ ଧାର ଦୁଇଟିକୁ ଅଠା ଦେଇ ଯୋଡ଼ିଦିଅ ।

(C)

- ତା'ପରେ ମଚଛ ଅଂଶକୁ ଚଛ ଗାର ପାଖରେ ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ ଏବଂ ଞଟଯ ଅଂଶକୁ ଞଟ ଗାର ପାଖରେ ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ ।
- ଚିତ୍ର (C) ଭଳି ଆକୃତିଟିଏ ପାଇବ । କି' ପ୍ରକାର ଆକୃତିଟିଏ ପାଇଲ

9.4.6. ପିରାମିଡ୍

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟି ଏକ ପିରାମିଡ୍ । ଏହାର ଭୂମି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ । ତେଣୁ ଏହାକୁ **ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍** କୁହାଯାଏ । ଏହାକୁ ମଧ୍ୟ **ଟେଟ୍ରାହେଡ୍ରନ୍** କୁହାଯାଏ କଖଗ ପୃଷ୍ଠକୁ ଏହି ପିରାମିଡ୍‌ର ଭୂମି କୁହାଯାଏ ।

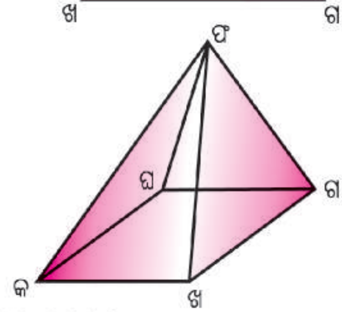


ଚିତ୍ର ଦେଖି କୁହ ।

କ) ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍‌ର ପୃଷ୍ଠସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ଖ) ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍‌ର ଧାର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ଗ) ଏହାର ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏହା ଏକ **ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍** । ଏହାର ଭୂମି ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର । କଖଗଘ ପୃଷ୍ଠକୁ ଏହି ପିରାମିଡ୍‌ର ଭୂମି କୁହାଯାଏ । ଏଥିରେ **5** ଟି ପୃଷ୍ଠ, **8** ଟି ଧାର ଓ ଗୋଟିଏ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ ।

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଏକ ସାରଣୀ ତିଆରି କରି ଖାଲିଘରେ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

ଆକୃତିର ନାମ	ପୃଷ୍ଠ ସଂଖ୍ୟା	ଧାର ସଂଖ୍ୟା	ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା
ଆୟତଘନ			
ସମଘନ			
ସିଲିଣ୍ଡର୍			
ଗୋଲକ			
କୋନ୍			
ପ୍ରିଜିମ୍			

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.7

1. ପ୍ରତ୍ୟେକରୁ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

   ଆୟତଘନ, ସମଘନ, ଗୋଲକ, ପ୍ରିଜିମ୍, ସିଲିଣ୍ଡର୍, କୋନ୍

2. କେଉଁ ପ୍ରକାର ଆକୃତି ଲେଖ ।

   (କ) ତୁମର ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସ　(ଖ) ଗୋଟିଏ ଇଟା

   (ଗ) ଦିଆସିଲି ବାକ୍ସ　(ଘ) ଗୋଟିଏ ରୁଲ୍ ବାଡ଼ି

   (ଙ) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟି　(ଚ) କ୍ରିକେଟ୍ ବଲ୍

ଦଶମ ଅଧ୍ୟାୟ

C7VP4T

ବୀଜଗଣିତ ସହିତ ପରିଚିତି

10.1 ବୀଜଗଣିତର ସ୍ୱରୂପ

ଆମେ ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ଗଣିତ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଛୁ। ସଂଖ୍ୟା ଗଠନର ମୂଳପିଣ୍ଡ ହେଉଛି ଅଙ୍କ। ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାର ଦ୍ୱାରା ସଂଖ୍ୟାକୁ କିପରି ଆମ କାର୍ଯ୍ୟରେ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ତାହା ଶିଖିଛୁ।

ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସଙ୍କେତକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କିପରି ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇପାରେ ତାହା ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଶିଖିବା। a, b, c .... ଆଦି ଅକ୍ଷରକୁ ଆମେ ସଂଖ୍ୟାର ସଙ୍କେତ ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରିବା। ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସଙ୍କେତକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଷୟ ବସ୍ତୁକୁ **ବୀଜଗଣିତ** କୁହାଯାଏ।

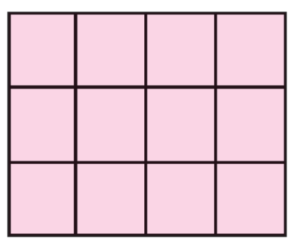
10.1.1 ବୀଜଗଣିତ କ'ଣ ?

ଆମେ ଜାଣୁ,	$5 + 5 = 5 \times 2 = 2 \times 5$
	$3 + 3 = 3 \times 2 = 2 \times 3$
ସେହିପରି,	$a + a = a \times 2 = 2 \times a$

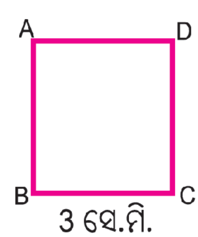
	$3(4+5) = 3 \times 4 + 3 \times 5$
	$2(6+4) = 2 \times 6 + 2 \times 4$
ସେହିପରି,	$a(b + c) = a \times b + a \times c$

- ଏକ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ଏକକ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 3 ଏକକ ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (4 x 3) ବର୍ଗ ଏକକ।

  ସେହିପରି, ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ p ଏକକ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ q ଏକକ ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (p x q) ବର୍ଗ ଏକକ



ଉଦାହରଣ - 1



(କ) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର, ଯାହାର ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3 ସେ.ମି.

ଏହାର ପରିସୀମା = AB+BC+CD+DA = (3 + 3 + 3 + 3) ସେ.ମି.

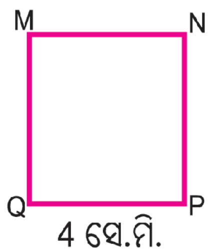
= (4 x 3) ସେ.ମି. = 12 ସେ.ମି.

(ଖ) ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ହେଲେ,

MNPQ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = MN + NP + PQ + QM

= (4 + 4 + 4 + 4) ସେ.ମି.

= (4 x 4) ସେ.ମି. = 16 ସେ.ମି. ,



(ଗ) ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଯାହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି., ତା'ର ପରିସୀମା = (6 + 6 + 6 + 6) ସେ.ମି.

= (4 x 6) ସେ.ମି. = 24 ସେ.ମି.

ଆଲୋଚିତ ତିନୋଟି ଉଦାହରଣରୁ ପାଇଥିବା ଫଳାଫଳକୁ ସାରଣୀରେ ଲେଖିବା ।

ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ	ପରିସୀମା
3 ସେ.ମି.	12 ସେ.ମି.
4 ସେ.ମି.	16 ସେ.ମି.
6 ସେ. ମି.	24 ସେ.ମି.

ଲକ୍ଷ୍ୟକର

ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିସୀମା, ତା'ର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର 4 ଗୁଣ ।

ଅର୍ଥାତ, ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = 4 x ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।

ଯଦି ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ସେ.ମି. ହୋଇଥାଏ ଏବଂ ପରିସୀମାକୁ P ସେ.ମି. ବୋଲି ନିଆଯାଏ, ତେବେ **P = 4 x a** ସେ.ମି. ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

ଏହି ଉକ୍ତିଟି ଏକ ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଏହାର ପରିସୀମା ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ।

- ବର୍ତ୍ତମାନ a = 3 ନେଲେ, ପରିସୀମା P = 4 x a ସେ.ମି.

  = 4 x 3 = 12 ସେ.ମି. ହେବ ।

- ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁ a= 4 ନେଲେ, ପରିସୀମା P = 4 x a

  = 4 x 4

  = 16 ସେ.ମି.

ଏଣୁ ଉପରିସ୍ଥ ଉକ୍ତି P = 4 x a ମାଧ୍ୟମରେ ଏକ ଗାଣିତିକ ନିୟମକୁ **ସାଧାରଣ ଭାବରେ** ବା **ବ୍ୟାପକ ଭାବରେ** ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି ।

ସଂଖ୍ୟା ଗଣିତର ସାଧାରଣ ବା ବ୍ୟାପକ ପରିପ୍ରକାଶ ଧାରାକୁ ହିଁ ବୀଜଗଣିତ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

10.2. ଚଳରାଶି

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଆଲୋଚନାରେ ଆମେ ଦେଖିଥିଲେ ଯେ P= 4 x a

ଏହି ଉକ୍ତିରେ 'a' ଓ 'P' ଉଭୟର ମାନ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ । ଅର୍ଥାତ୍ 'a' ଲାଗି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମାନ ନେଲେ, ତଦନୁଯାୟୀ 'P' ଲାଗି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମାନ ମିଳିବ । ଏଣୁ ଆମେ କହିଥିଲେ, 'a' ଓ 'P' ଉଭୟେ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ।

ଯେଉଁ ସଙ୍କେତଗୁଡ଼ିକ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 'ଚଳ ରାଶି' ବା 'ଚଳ' କୁହାଯାଏ ।

ଏଠାରେ **'a'** ଓ 'P' ଉଭୟେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ଚଳରାଶି** ବା ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ଚଳ** ।

ସେହିପରି ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଉଦାହରଣ - 2

ଜଣେ ଲୋକ ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 30 କି.ମି. ବେଗରେ ସ୍କୁଟର ଚଳାଇଲେ, ସେ 4 ଘଣ୍ଟାରେ କେତେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବେ ?

ଲୋକଟି 1 ଘଣ୍ଟାରେ 30 କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରନ୍ତି ।

4 ଘଣ୍ଟାରେ ସେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା = 30 କି.ମି. x 4 = 120 କି.ମି.

ଏଥିରୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା = 30 କି.ମି. ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି x 4 ଘଣ୍ଟା

ଅନ୍ୟ କଥାରେ, **ଅତିକ୍ରାନ୍ତ ଦୂରତା = ବେଗ x ସମୟ**

ବେଗ ଲାଗି **'s'**, ସମୟ ଲାଗି **'t'** ଓ ଦୂରତା ଲାଗି **'d'** ସଙ୍କେତକୁ ବ୍ୟବହାର କଲେ, ଉପରିସ୍ଥ ଉକ୍ତି ବା ସମ୍ପର୍କକୁ ଆମେ କିପରି ଲେଖିପାରିବା ?

$$d = s \times t$$

ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କର ସାଧାରଣ ବା ବ୍ୟାପକ ରୂପ । ଏଠାରେ 's', 't' ଓ 'd' ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚଳ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣରେ ଆମେ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସୂତ୍ର ପାଇଲେ ।

P (ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା) = 4 x a (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)

d (ଦୂରତା) = s (ବେଗ) x t (ସମୟ)

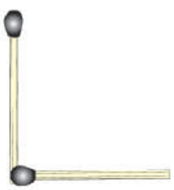
ଆସ, ଚଳରାଶିକୁ ବୁଝିବା

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ଚଳ ରାଶିର କୌଣସି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ନଥାଏ । ଉକ୍ତ ରାଶି ଲାଗି 1, 2, 3, 4 ଆଦି ଯେ କୌଣସି ମାନ ଦିଆଯାଇପାରେ । ଚଳ ରାଶିକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଯେକୌଣସି ଅକ୍ଷର ଯଥା m, n, l, p, q, r .... ଇତ୍ୟାଦି ନିଆଯାଇ ପାରେ ।

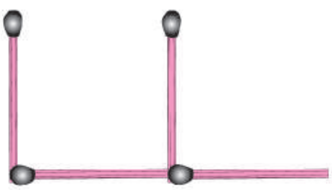
ଉଦାହରଣ - 3

ଅମିନା ଓ ସରିତା ଗୋଟିଏ ଧାରାରେ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଜାଇ 'L' ଆକୃତି ଗଠନ କରିବାକୁ ଲାଗିଲେ । 'L' ଆକୃତି ଗଢ଼ିବା ପାଇଁ ଦୁଇଟି ଦିଆସିଲି କାଠିର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା ।

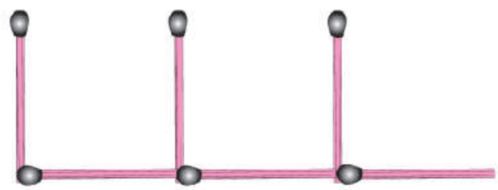
ପ୍ରଥମେ ଅମିନା ଦୁଇଟି କାଠି ବ୍ୟବହାର କରି ଗୋଟିଏ 'L' ଆକୃତି ଗଠନ କଲା । (ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର)



ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର



ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର



ତୃତୀୟ ଚିତ୍ର

ସେହିପରି ସରିତା ଆଉ ଦୁଇଟି କାଠି ନେଇ ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ 'L' ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର ସହ ଯୋଡ଼ି ରଖିଲା (ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର)

ପରେ ସରିତାର ଏକ ସାଙ୍ଗ ଆପୁ ପୁନଶ୍ଚ ଆଉ ଦୁଇଟି କାଠି ନେଇ ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର ସହ 'L' ଟିଏ ଯୋଡ଼ିଲା (ତୃତୀୟ ଚିତ୍ର)

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ କହିପାରିବ କି, ସାତଟି 'L' ଚିତ୍ର ଗଠନ କରିବା ପାଇଁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଦରକାର ହେବ ?

ଅମିନା, ସରିତା ଓ ଆପୁ ମିଶି ଦୁଇ ଦୁଇଟି କାଠି ନେଇ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ 'L' ଚିତ୍ର ଗଢ଼ିବାକୁ ଲାଗିଲେ । ଆସ, ଗୋଟିଏ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ତହିଁରେ ଗଠନ କରିଥିବା 'L' ସଂଖ୍ୟା ଓ ସେଥିରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିବା ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା ପୂରଣ କରିବା ।

'L' ସଂଖ୍ୟା	1	2	3	4	5	6	7			
ବ୍ୟବହୃତ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା	2	4	6	8	10	12	14			

- ଉପର ସାରଣୀରୁ 'L' ସଂଖ୍ୟା ଓ ତାହା ତିଆରି ହେବାପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ କାଠି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସଂପର୍କ ଥିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଯଦି ବ୍ୟବହୃତ କାଠି ସଂଖ୍ୟାକୁ S ଏବଂ ପ୍ରସ୍ତୁତ L ସଂଖ୍ୟାକୁ n ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ତେବେ ଏହି ସଂପର୍କକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିର ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ ?

ତୁମେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ S = 2n ଉକ୍ତିଟି ପାଇବ ।

'n' ର ମାନ ଲାଗି 1,2,3,4....... ଆଦି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ

ଯେ କୌଣସିକୁ ନେଇ 'S' ର ମାନ ଅନୁରୂପ ଭାବେ ସ୍ଥିର କରିପାରିବ ।

କହିଲ ଦେଖି :
50 ଟି L ସୃଷ୍ଟି ପାଇଁ କେତେ ସଂଖ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠି ଦରକାର ହେବ ?

ଏଠାରେ n ର କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ନାହିଁ କିମ୍ବା S ର ମଧ୍ୟ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ନାହିଁ । n ଲାଗି ଯେ କୌଣସି ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ନିଆଯାଇପାରେ ଓ ତଦନୁଯାୟୀ S ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରେ । ଏଣୁ ଏଠାରେ 'n' ଓ 'S' ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶି ବା ଚଳ ।

ଏବେ ଆମେ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କରେ କୁହାଯାଇଥିବା ସମ୍ପର୍କକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା :

ଉଦାହରଣ - 1	P = 4 x a	[4 x a କୁ 4a ଲେଖାଯାଏ]
ଉଦାହରଣ - 2	d = s x t	[s x t କୁ st ଲେଖାଯାଏ]
ଉଦାହରଣ - 3	S = 2 x n	[2 x n କୁ 2n ଲେଖାଯାଏ]

ଏଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସୂତ୍ର କୁହାଯାଏ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉଦାହରଣରେ ଥିବା ଚଳ ରାଶିକୁ ଏକ ସଂଖ୍ୟାସହ ଗୁଣନ କରାଯାଇଛି, ଯଥା- 4 x a ।

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଲେଖ -

(କ) ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ସେ.ମି. ହେଲେ, P = 4 x a ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ଉକ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ଖ) ଜଣେ ସାଇକେଲ ଚାଳକ ମିନିଟ୍ ପ୍ରତି 220 ମିଟର ସାଇକେଲ୍ ଚଳାଇ ପାରନ୍ତି । ତେବେ 8 ମିନିଟ୍ ସମୟରେ କେତେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିପାରିବେ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ଏକ ସୂତ୍ର ଗଠନ କର, ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟକ ଚିତ୍ର ସୃଷ୍ଟିପାଇଁ କେତେ ସଂଖ୍ୟକ କାଠି ଦରକାର ସ୍ଥିର କରିହେବ । (ଚିତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି 'n' ଓ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି 's' ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କର ।)
- ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର ଗଠନ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ଏକ ସୂତ୍ର ଗଠନ କର, ଯାହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟକ ଚିତ୍ର ଗଠନ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ ?

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ କେତେକ ଉଦାହରଣରେ ଚଳ ରାଶିଟି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୁଣି ହୋଇ ରହିଛି । ଯଥା : - 4 x a, 2 x n ଇତ୍ୟାଦି । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହା ବ୍ୟତୀତ, ଅନ୍ୟ ଏକ ଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି କୁ ନେଇ 'ଚଳ ରାଶି' କୁ ବୁଝିବା ।

ଉଦାହରଣ - 4

ସରିତା କହିଲା, ଅମିନା ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କା ଠାରୁ ତା' ପାଖରେ ଅଧିକ 10 ଟଙ୍କା ଅଛି ।

ଅର୍ଥାତ ଅମିନା ପାଖରେ ଯଦି 5 ଟଙ୍କା ଥାଏ, ତେବେ ସରିତା ପାଖରେ 15 ଟଙ୍କା ରହିଥିବ ।

ସେହିପରି ଅମିନା ପାଖରେ ଯଦି 20 ଟଙ୍କା ରହିଥାଏ, ତେବେ ସରିତା ପାଖରେ କେତେଟଙ୍କା ରହିବ ?

ପ୍ରକୃତରେ ଅମିନା ପାଖରେ କେତେ ଟଙ୍କା ରହିଛି ଆମେ ଜାଣିନାହୁଁ । ଯଦି ଅମିନା ପାଖରେ 'x' ଟଙ୍କା ଅଛି ବୋଲି ଧରିନେବା, ତେବେ ସରିତା ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ ହେବ '$x + 10$' ।

ଏଠାରେ 'x' ଏକ ଚଳରାଶି । 'x' ର ମାନ 1, 2, 3...... ଆଦି ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ।

ଏଠାରେ '$x + 10$' ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯେଉଁଥିରେ 'x' ଏକ ଚଳ ରାଶି ।

'$x + 10$' କୁ କିପରି ପଢାଯିବ ?

ଜାଣିଛ କି ?

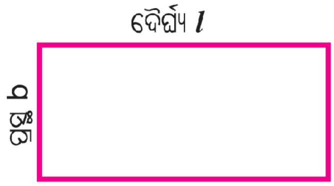
- '$x + 10$' ଅଧିକ ସରଳୀକୃତ ଅବସ୍ଥାକୁ ଆସି ପାରିବ ନାହିଁ । ଯଦି 'x' ର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ଥାଏ, ତେବେ ଉକ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ ଲାଗି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ମିଳିବ ।
- '$x + 10$' ଓ $10 \times x$ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ । କାରଣ x ସହ 10 ମିଶିଲେ $x + 10$ ହୁଏ, କିନ୍ତୁ x କୁ 10 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ $10 \times x$ ବା $10x$ ହେବ ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ -

କୌଣସି ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା, ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ 35 ଅଧିକ । ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ଯଦି 'x' (ଚଳରାଶି) ହୁଏ, ତେବେ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ହେବ ?

- ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ଯଦି ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା 75 ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଛାତ୍ରୀସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10.3. ସାଧାରଣ ସୂତ୍ର ଗଠନ କରିବାରେ ଚଳ ରାଶିର ବ୍ୟବହାର



(କ) ଜ୍ୟାମିତି :

ଆୟତଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = 2 x ଦୈର୍ଘ୍ୟ + 2 x ପ୍ରସ୍ଥ

ଯଦି ପରିସୀମା ଲାଗି P , ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଲାଗି ଯଥାକ୍ରମେ l ଓ b ନିଆଯାଏ, ତେବେ ସାଧାରଣ ସୂତ୍ରଟି କ'ଣ ହେବ ?

$P = 2l + 2b$

ଏଠାରେ l, b ଓ P ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶି, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ସାଧାରଣ ସୂତ୍ର ଲିଖନ ସମ୍ଭବ ହେଲା ।

(ଖ) ପାଟୀ ଗଣିତ

- ତୁମ୍ଭେମାନେ ପୂର୍ବରୁ ଯୋଗର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ସଂପର୍କରେ ଜାଣିଛ ।

ଏହି ଧର୍ମ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସତ୍ୟ, ଅର୍ଥାତ୍ 8 + 12 = 12 + 8, 25 + 27 = 27 + 25 ଇତ୍ୟାଦି ।

ଉକ୍ତ ଧର୍ମକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାକୁ ହେଲେ, ଦୁଇଟି ଚଳରାଶି a ଓ b ର ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ହେବ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଉକ୍ତ ସାଧାରଣ ଧର୍ମଟି ହେଲା ।

$$a + b = b + a$$

ଯେଉଁଠି a ଓ b ଯେ କୌଣସି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା । ସୂତ୍ରଟିକୁ ଏହିଭଳି ଲେଖିବା ଦ୍ୱାରା ଏହା ଯେ ସମସ୍ତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ା ଲାଗି ସତ୍ୟ ତାହା ସୂଚିତ ହୋଇ ପାରିଲା ।

- ସେହିପରି ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମକୁ a x b = b x a ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।
- ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ଜାଣିଛ, ତଳେ ଏହାର ଏକ ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି -

$3 \times (4 \times 5) = (3 \times 4) \times 5 = 4 \times (3 \times 5)$,

ଏଠାରେ 3 ପାଇଁ a , 4 ପାଇଁ b ଓ 5 ପାଇଁ c ବ୍ୟବହାର କରି ସହଯୋଗୀ ନିୟମକୁ ନିମ୍ନ ଭାବେ ଲେଖିପାରିବା ।

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c = b \times (a \times c)$$

- a + b = b + a ଏବଂ a x b = b x a ନିୟମଦ୍ୱୟକୁ ସାଧାରଣ ଓ ବ୍ୟାପକ ଅର୍ଥରେ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଲାଗି ଚଳରାଶି 'l' ନେଇ ଏହାର ପରିସୀମାକୁ ଚଳରାଶି 'l' ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର ।
- ଗୋଟିଏ ସୁଷମ ଷଡଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଲାଗି ଚଳରାଶି 'l' ନେଇ ଏହାର ପରିସୀମାକୁ 'l' ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ବୀଜଗଣିତର ଇତିହାସ

ଆମ ଭାରତବର୍ଷର ପଣ୍ଡିତ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ (ତାଙ୍କର ଜନ୍ମ 598 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ) **'ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ'** ନାମକ ପୁସ୍ତକ ରଚନା କରିଥିଲେ । ଏହାକୁ ପୃଥିବୀର ପ୍ରଥମ ବୀଜଗଣିତ ପୁସ୍ତକ ବୋଲି କୁହାଯାଇପାରେ । ଏହି ପୁସ୍ତକରେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଲାଗି ଅଜ୍ଞାତ ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିଲା ।

ବହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ପୂର୍ବରୁ ମଧ୍ୟ ଭାରତୀୟ ପଣ୍ଡିତମାନେ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ । ସେମାନେ ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ 'ବର୍ଣ୍ଣ' ବା 'ବୀଜ' ବ୍ୟବହାର କରି ଗାଣିତିକ ତଥ୍ୟମାନ ପ୍ରକାଶ କରିଥିଲେ ।

ଉଜୟିନୀର 'କାଙ୍କ' ନାମକ ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି, ପଣ୍ଡିତ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ପୁସ୍ତକଟିକୁ ଆରବ ଦେଶର ବାଗଦାଦ୍‌ର ରାଜାଙ୍କୁ ଭେଟି ଦେଇଥିଲେ ।

ଏହାପରେ ବାଗଦାଦ୍‌ର ଆରବୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞ ମହମ୍ମଦ ଇବନ୍ ଆଲଖୋୱାରିଜ୍ମି **'ଆଲ୍‌ଜେବାର୍ ଉଅଲ୍ ଆଲ୍‌ମୁଗାବାଲାଃ'** ନାମକ ଗୋଟିଏ ଗଣିତ ପୁସ୍ତକ ରଚନା କରିଥିଲେ । ସେଥିରେ ସେ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଅକ୍ଷର ସଙ୍କେତ ବା ବୀଜର ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ । ଉପରୋକ୍ତ ନାମରୁ Algebra ଶବ୍ଦର ଉତ୍ପତ୍ତି ହୋଇଛି । ବୀଜର ବ୍ୟବହାରରେ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିକୁ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଉଥିବାରୁ ଏହି ବିଷୟର ନାମକରଣ ହୋଇଛି ବୀଜଗଣିତ ।

ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ୟୁରୋପୀୟମାନେ ଆରବୀୟମାନଙ୍କ ଠାରୁ ବୀଜଗଣିତ ଶିକ୍ଷା କଲେ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10.1

1. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ, ତା'ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଦୁଇ ଗୁଣ । ବ୍ୟାସ ପାଇଁ d ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପାଇଁ r ନେଇ ସୂତ୍ରଟି ଲେଖ ।

   ଉତ୍ତରଟି ହେଲା,

   ବ୍ୟାସ = 2 x ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ

   $\therefore d = 2 \times r$

   ଏଠାରେ ଚଳଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ?

2. ବୀଜ ବା ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରକାଶ କର । କେଉଁଥିପାଇଁ କେଉଁ ବୀଜ ବ୍ୟବହାର କଲ ଲେଖ ।

(କ) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ତା'ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ତିନିଗୁଣ ।

(ଖ) ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲା ସଂଖ୍ୟା, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ ବସିଥିବା ପିଲାସଂଖ୍ୟା ଓ ଧାଡ଼ିସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

(ଗ) ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନାକାର କୋଠରିର ଘନଫଳ ତା'ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଗୁଣଫଳ ସହିତ ସମାନ ।

10.4. ବୀଜଗଣିତରେ ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ଯେପରି ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା କରାଯାଏ, ଠିକ୍ ସେହିପରି ବୀଜ ଓ ସଂଖ୍ୟା ଉଭୟକୁ ନେଇ ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ କରାଯାଇଥାଏ । ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକର ସମସ୍ତ ଧର୍ମ ଓ ନିୟମ ବୀଜଗାଣିତିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ସତ୍ୟ ହୁଏ ।

10.4.1 ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

3 ଓ 2 ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲା ବେଳେ $3 + 2 = 5$ ବୋଲି ଲେଖୁ । କିନ୍ତୁ $a + 5$ ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

ଯଦି a ର ମାନ 4 ହୁଏ, ତେବେ a ଓ 5 ର ଯୋଗଫଳ $a + 5 = 4 + 5 = 9$ ହେବ ।

ଯଦି a ର ମାନ 6 ହୁଏ, ତେବେ a ଓ 5 ର ଯୋଗଫଳ $a + 5 = 6 + 5 = 11$ ହେବ ।

ତେଣୁ a ର ମାନ କେତେ ଜାଣିଲେ a ଓ 5 ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରେ ।

ଯଦି a ର ମାନ ଜଣା ନ ଥାଏ, ତେବେ a ଓ 5 ର ଯୋଗଫଳ $a + 5$ ର ଅର୍ଥ ହେଲା ''a ଠାରୁ 5 ଅଧିକ'' । ସେହିପରି ''a ଠାରୁ b ଅଧିକ''କୁ $a + b$ ଲେଖାଯାଏ ।

ସେହିପରି '(a + b) ଠାରୁ c ଅଧିକ' କୁ କିପରି ଲେଖାଯିବ କହ ।

ଯେପରି ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ସହ 0 କୁ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ,

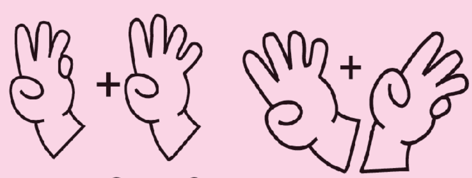
$3 + 0 = 3$, $7 + 0 = 7$, ସେହିପରି $a + 0 = a$ ।

ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ଲେଖାଯିବ ?

- a ଓ 4 ର ଯୋଗଫଳ
- 5 ଅପେକ୍ଷା x ଅଧିକ
- x ଠାରୁ y ଅଧିକ
- $(x + y)$ ଠାରୁ 6 ଅଧିକ

ଜାଣିଛ କି ?

ଆମେ ଜାଣିଛୁ $3 + 4 = 4 + 3$ ଏହାକୁ ଯୋଗର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ କୁହାଯାଏ ।



ଯଦି a ଓ b ଦୁଇଟି ଚଳରାଶି ହୁଏ, ତେବେ $a + b = b + a$

10.4.2 ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

6 ରୁ 4 ବିୟୋଗ କଲାବେଳେ ଆମେ $6 - 4 = 2$ ଲେଖୁ । ବିୟୋଗ ଫଳ 2 ହୁଏ ।

କିନ୍ତୁ x ରୁ 4 ବିୟୋଗ କରି ବିୟୋଗ ଫଳକୁ ଆମେ x - 4 ଲେଖିବା ।

x ର ମାନ ଜାଣିଲେ ଆମେ x - 4 କେତେ ହେବ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା । କିନ୍ତୁ x ର ମାନ ଦିଆଯାଇ ନ ଥିଲେ "x ବିୟୋଗ 4" ପାଇଁ x - 4 ଲେଖାଯାଏ । x - 4 ର ଅର୍ଥ "x ଠାରୁ 4 ଊଣା ବା କମ୍'' ।

> **କହିଲ ଦେଖି :**
> a - b ଓ b - a ସମାନ ହେବ କି ? କାହିଁକି ?

ସେହିପରି a ରୁ b ବିୟୋଗ କଲେ, ବିୟୋଗ ଫଳକୁ a - b ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ ।

(a - b)-c ଲେଖିଲେ ଜଣାଯାଏ ଯେ a ରୁ b ବିୟୋଗ କରି, ବିୟୋଗ ଫଳରୁ ପୁଣି c ବିୟୋଗ କରାହୋଇଛି ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10.2

1. ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।
   (କ) 10 ଠାରୁ t ଊଣା
   (ଖ) m ଓ n ର ଅନ୍ତର ଫଳ (m > n)
   (ଗ) z ଅପେକ୍ଷା w କମ୍
   (ଘ) p ଠାରୁ q ଅଧିକ ଓ ତା'ଠାରୁ r ଅଧିକ
   (ଙ) b ଠାରୁ 3 ଊଣା ଓ ତା'ଠାରୁ c ଅଧିକ
   (ଚ) m ଠାରୁ l କମ୍ ଓ ତା'ଠାରୁ k ବେଶି
   (ଛ) x ଅପେକ୍ଷା y ଊଣା ଓ ତା'ଠାରୁ z କମ୍ ।

2. ବାବୁ ପାଖରେ m ଟଙ୍କା ଅଛି । ବେବି ପାଖରେ ତା' ଅପେକ୍ଷା 10 ଟଙ୍କା ଅଧିକ ଅଛି । ତେବେ ବେବି ପାଖରେ କେତେ ଟଙ୍କା ଅଛି ?
   m = 7 ହେଲେ, ବେବି ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ କେତେ ?
3. ସୀତାର ବୟସ 15 ବର୍ଷ । ଗୀତା ତା'ଠାରୁ y ବର୍ଷ ବଡ଼ ।
   ରୀତାର ବୟସ, ସେ ଦୁହିଁଙ୍କ ମୋଟ ବୟସ ଅପେକ୍ଷା z ବର୍ଷ କମ୍ ।
   ତେବେ ରୀତାର ବୟସ ଲାଗି ପରିପ୍ରକାଶଟି ଲେଖ ।
   y ର ମାନ 5 ଓ z ର ମାନ 2 ହେଲେ, ରୀତାର ବୟସ କେତେ ହେବ ?

10.4.3 ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ତୁମେ ଜାଣ, ଗୁଣନ ହେଉଛି କ୍ରମିକ ଯୋଗକ୍ରିୟା । 3 +3+3+3 ବା 4 ଟି 3 ର ଯୋଗଫଳ = 4 x 3

ସେହିପରି, a+a+a+a ବା 4 ଟି a ର ଯୋଗଫଳ = 4 x a ।

କିନ୍ତୁ ''4 x a'' ଲେଖିଲେ ଗୁଣନ ଚିହ୍ନ ବୀଜ 'x' ସହିତ ଭ୍ରମ ହେବାର ସମ୍ଭାବନା ଥିବାରୁ "4 x a" କୁ 4a ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ ।

ଠିକ୍ ସେହିପରି - b + b + b + b = 4b

c + c + c = 3c

$x + x + x + x + x = 5x$

ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କ୍ରିୟାରେ ଯେପରି ବୀଜର ମାନ ଜାଣିଲେ ଯୋଗଫଳ ବା ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହୁଏ, ସେହିପରି ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ବୀଜର ମାନ ଜାଣିଲେ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ଯଥା :- a = 5 ହେଲେ, 4a = 4 x 5 = 20

y = 2 ହେଲେ, 11y = 11 x 2 = 22

p = 10 ହେଲେ, 8p = 8 x 10 = 80

ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୋଟିଏ ବୀଜର ଗୁଣଫଳ କିପରି ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ତାହା ଆମେ ଆଲୋଚନା କଲେ । ଗୁଣ୍ୟ ଓ ଗୁଣକ ଉଭୟ ବୀଜ ହୋଇଥିଲେ ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ କିପରି ପ୍ରକାଶ କରାଯିବ ?

x ଓ y ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ?

x ଓ y ର ଗୁଣଫଳକୁ xy ବା yx ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ ।

xy ରେ ଉଭୟ x ଓ y ହେଉଛନ୍ତି xy ର ଉତ୍ପାଦକ ବା ଗୁଣନୀୟକ ।

x ଓ y ର ଗୁଣଫଳକୁ xy ବା yx ରୂପରେ ଲେଖାଯାଉଥିଲେ ହେଁ

a ଓ 4 ର ଗୁଣଫଳକୁ କେବଳ 4a ରୂପରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଜାଣିଛ କି ?

4a କୁ a4 ରୂପରେ ଲେଖିବାର ଚଳଣି ନାହିଁ । ସେହିପରି 1x x କୁ 1x ବୋଲି ଲେଖିବା ପ୍ରଚଳିତ ନୁହେଁ । ତାହାକୁ ଖାଲି x ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ । x କହିଲେ 1x ହିଁ ବୁଝାଯାଏ ।

10.4.4. ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଭାଗକ୍ରିୟା, ଗୁଣନର ବିପରୀତ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଟେ ।

ଯେହେତୁ 6 = 2 x 3, ବିପରୀତ ଭାବରେ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା, 6 ÷ 2 = 3 ଓ 6 ÷ 3 = 2

ସେହିପରି 2 x x = 2x କୁ ବିପରୀତ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବା 2x ÷ 2 = x ଏବଂ 2x ÷ x = 2

$xy \div x = y$ ଏବଂ $xy \div y = x$

ଆମେ 2 ÷ 3 କୁ $\frac{2}{3}$ ବୋଲି ଲେଖୁ ଓ ''2 ବିଭକ୍ତ 3'' ବୋଲି ପଢୁ । ସେହିପରି a ÷ 3 କୁ ମଧ୍ୟ $\frac{a}{3}$ ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ । $\frac{a}{3}$ କୁ "a ବିଭକ୍ତ 3" ବା ''a ର ଏକ ତୃତୀୟାଂଶ'' ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ । ତେଣୁ $\frac{x}{4}$ କୁ x ର ଏକ ଚତୁର୍ଥାଂଶ, $\frac{b}{9}$ କୁ b ର ଏକ ନବମାଂଶ ଓ $\frac{2}{3}$a କୁ a ର ଦୁଇ ତୃତୀୟାଂଶ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ସେହିପରି x ÷ y କୁ $\frac{x}{y}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ଏବଂ ''x ବିଭକ୍ତ y'' ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

10.4.5. ଚାରି ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନ :

ଉଦାହରଣ - 1

ତୁମ ପାଖରେ m ଟଙ୍କା ଅଛି । ତୁମ ଭାଇଙ୍କ ପାଖରେ ତା'ର 5 ଗୁଣଠାରୁ n ଟଙ୍କା ଅଧିକ ଅଛି । ତେବେ ତୁମ ଭାଇଙ୍କ ପାଖରେ କେତେ ଟଙ୍କା ଅଛି ? ସେଥିରୁ ସେ p ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ କରିଦେଲେ ତାଙ୍କ ପାଖରେ ଆଉ କେତେ ଟଙ୍କା ବଳକା ରହିବ ?

ସମାଧାନ - ତୁମ ପାଖରେ m ଟଙ୍କା ଅଛି ।

ତା'ର 5 ଗୁଣ = m x 5 ଟଙ୍କା = 5m ଟଙ୍କା ।

ତୁମ ଭାଇଙ୍କ ପାଖରେ ତା'ଠାରୁ n ଟଙ୍କା ଅଧିକ ଅଛି ।

ତେବେ ଭାଇଙ୍କ ପାଖରେ (5m + n) ଟଙ୍କା ଅଛି ।

ସେଥିରୁ ସେ p ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ କରିଦେଲେ,

ତାଙ୍କ ପାଖରେ ବଳକା ରହିବ (5m + n - p) ଟଙ୍କା ।

ଉଦାହରଣ -2

ସଂକ୍ଷେପରେ ପ୍ରକାଶ କର, a ର ତିନି-ପଞ୍ଚମାଂଶଠାରୁ b ର ଦୁଇ ତୃତୀୟାଂଶ ଊଣା ।

ସମାଧାନ -

a ର ତିନି-ପଞ୍ଚମାଂଶ $= \frac{3a}{5}$

b ର ଦୁଇ-ତୃତୀୟାଂଶ $= \frac{2b}{3}$

a ର ତିନି-ପଞ୍ଚମାଂଶଠାରୁ b ର ଦୁଇ-ତୃତୀୟାଂଶ ଊଣା $= \frac{3a}{5} - \frac{2b}{3}$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10. 3

1. ବୀଜ ଜରିଆରେ ପ୍ରକାଶ କର । କେଉଁଥି ପାଇଁ କି ବୀଜ ବ୍ୟବହାର କଲ ଲେଖ ।

   (କ) ଗୋଟିଏ ଜିନିଷର ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ ତା'ର କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ ଓ ଲାଭର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

   (ଖ) ଗୋଟିଏ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ତା'ର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଦୁଇ ଗୁଣ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଦୁଇ ଗୁଣର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

   (ଗ) ଏକ ଆୟତ ଘନର ଘନଫଳ ତା'ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଗୁଣଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ । ସୂତ୍ରଟି ଲେଖ । ଏହି ସୂତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ 4 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ, 3 ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ଓ 2 ମି. ଉଚ୍ଚତାବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତ ଘନର ଘନଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

2. ବୀଜ ଓ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (କ) b ର ଦୁଇ ଗୁଣଠାରୁ c ର ପାଞ୍ଚ ଗୁଣ ଅଧିକ ହୋଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି କେତେ ?

   (ଖ) x ର ତିନି ଗୁଣଠାରୁ p ର ଏକ-ଚତୁର୍ଥାଂଶ ଊଣା ହୋଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି କେତେ ?

   (ଗ) p ର ପାଞ୍ଚ-ଷଷ୍ଠାଂଶ ଅପେକ୍ଷା 7 ବେଶି ହୋଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି କେତେ ?

(ଘ) m ଓ n ର ଯୋଗଫଳଠାରୁ z ର ତିନି ଗୁଣ କମ୍ ହୋଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି କେତେ ?

(ଙ) b ଓ 4 ର ଭାଗଫଳଠାରୁ c ର ତିନି ଚତୁର୍ଥାଂଶ କମ୍ ହୋଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି କେତେ ?

3. ବୀଜ ମାଧ୍ୟମରେ ଲିଖିତ ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ଭାଷାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $3x + 2y$ (ଖ) $2a - 7$ (ଗ) $2p + 3q - r$ (ଗ) $\frac{3c}{5} + d$

4. ଗୋଟିଏ ଆୟତ ଚିତ୍ର ଆକୃତିର ଚଟାଣର ପ୍ରସ୍ଥ b ମିଟର ଓ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରସ୍ଥର ଦୁଇ ଗୁଣ । ତେବେ ତା'ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ? ସେହି ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି 8 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥବିଶିଷ୍ଟ ଚଟାଣର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

ଚିନୁ ଓ ମିନୁ ଗୋଟିଏ ଖେଳ ଖେଳିଲେ ।

- ସେମାନେ ଗୋଟିଏ ଚଳ x ଓ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 3 ନେଇ ପରିପ୍ରକାଶ (ଯେତୋଟି ସମ୍ଭବ) ତିଆରି କରିବାକୁ ଚିନ୍ତା କଲେ । ଖେଳର ନିୟମ ହେଲା ଚାରି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତିଥର କେବଳ ଗୋଟିକର ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ନିଶ୍ଚିତ ରୂପେ x ରହିବ ।

  ତୁମେ ସେମାନଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିପାରିବ କି ?

  ଚିନୁ ଚିନ୍ତାକଲା $(x + 3)$, ମିନୁ ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ $(x - 3)$ କହିଲା ।

  ଚିନୁ ପୁଣି କହିଲା $3x$, ମିନୁ କହିଲା $\frac{x}{3}$

  ଏହିଭଳି କେବଳ ଚାରୋଟି ପରିପ୍ରକାଶ ସମ୍ଭବ କି ?

- ଏହାପରେ ସେମାନେ x ,3 ଓ 5 କୁ ନେଇ ଖେଳିଲେ । ଏଥର ନିୟମ କରାଗଲା ଯେ, ପ୍ରତିଥର ସେମାନେ ମିଶାଣ ଓ ଫେଡାଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ କିମ୍ବା ଗୁଣନ ଓ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏକୁ ନେବେ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ନିଶ୍ଚିତ ରୂପେ x ରହିବ, ଯଥା- $x+5$, $3x+5$ ଇତ୍ୟାଦି ।

  ଏହି ନିୟମରେ ଆଉ କେତୋଟି ପରିପ୍ରକାଶ ସମ୍ଭବ ଲେଖ ।

10.5. ବୀଜମାନଙ୍କର ଘାତ

ତୁମେ ଜାଣ $3 \times 3 = 3^2$ ଓ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ । 3^2 କୁ ''3 ର ବର୍ଗ '' ବା ''3 ର ଦ୍ୱିତୀୟ ଘାତ'' ଏବଂ 4^3 କୁ ''4 ର ତୃତୀୟ ଘାତ'' କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି,

$a \times a = a^2$

$a \times a \times a = a^3$

$a \times a \times a \times a = a^4$

$a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^8$

$a \times a \times a \times$ .... (20 ଥର) $= a^{20}$

ଜାଣିରଖ

a^2, a^3, a^4 , ଆଦିକୁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଘାତାନ୍ୱିତ ବୀଜ କୁହାଯାଏ ।

a^2 ରେ a କୁ ଆଧାର ଓ 2 କୁ ଘାତାଙ୍କ ବା ସୂଚକ

a^3 ରେ a କୁ ଆଧାର ଓ 3 କୁ ଘାତାଙ୍କ ବା ସୂଚକ

ଏବଂ a^{20} ରେ a କୁ ଆଧାର ଓ 20 କୁ ଘାତାଙ୍କ ବା ସୂଚକ କହନ୍ତି ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର

- x^a ରେ x ହେଉଛି ଆଧାର ଏବଂ a ହେଉଛି ଘାତାଙ୍କ ବା ସୂଚକ ।
- $a^1 = a$, କୌଣସି ବୀଜର ଘାତ 1 ହୋଇଥିଲେ ସେହି 1 ଟିକୁ ଲେଖାଯାଏ ନାହିଁ ।

ଉଦାହରଣ - 1

କେଉଁଟି ଆଧାର ଓ କେଉଁଟି ଘାତାଙ୍କ ଲେଖ ।

(କ) y^7 (ଖ) $2x^3$ (ଗ) $\frac{3}{5}b^m$

ସମାଧାନ :

(କ) y^7 ରେ ଆଧାର y ଓ ଘାତାଙ୍କ 7

(ଖ) $2x^3$ ରେ ଆଧାର x ଓ ଘାତାଙ୍କ 3

(ଗ) $\frac{3}{5}b^m$ ରେ ଆଧାର b ଓ ଘାତାଙ୍କ m

> **କହିଲ ଦେଖି :**
>
> ଆଧାର a ଓ ଘାତାଙ୍କ 8 ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତାନ୍ୱିତ ବୀଜଟି କେତେ ?

ଉଦାହରଣ - 2

ଘାତାନ୍ୱିତ ବୀଜରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $x \times x \times x \times z \times z$

(ଖ) $7 \times a \times a \times a \times a \times p \times p \times p \times q \times q$

(ଗ) $4 \times m \times m \times$ .... 15 ଥର $\times n \times n \times$ ..... a ଥର

ସମାଧାନ :

(କ) ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $x \times x \times x = x^3$

ଏବଂ $z \times z = z^2$

$\therefore x \times x \times x \times z \times z = x^3 \times z^2 = x^3z^2$

(ଖ) ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $a \times a \times a \times a = a^4$

$p \times p \times p = p^3$

ଏବଂ $q \times q = q^2$

$\therefore 7 \times a \times a \times a \times a \times p \times p \times p \times q \times q = 7 \times a^4 \times p^3 \times q^2 = 7a^4p^3q^2$

(ଗ) ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $m \times m \times$ ....15 ଥର $= m^{15}$

ଏବଂ $n \times n \times$ ...... a ଥର $= n^a$

$\therefore 4 \times m \times m \times$ ..... 15 ଥର $\times n \times n \times$ ...... a ଥର

$= 4 \times m^{15} \times n^a = 4m^{15}n^a$

> **କହିଲ ଦେଖି :**
>
> x^3z^2 ଓ z^2x^3 ସମାନ କି ? କାରଣ କହ ।

ଉଦାହରଣ - 3

ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କ ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $3x^4$ (ଖ) $7a^8$ (ଗ) $5p^2q^3$

ସମାଧାନ :

(କ) $3x^4 = 3 \times x \times x \times x \times x$

(ଖ) $7a^8 = 7 \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a$

(ଗ) $5p^2q^3 = 5 \times p \times p \times q \times q \times q$

ଉଦାହରଣ - 4

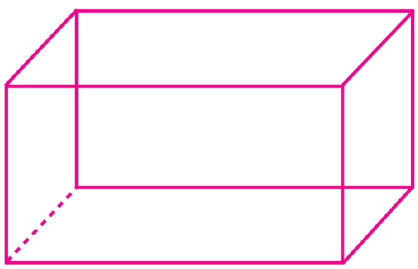
ଆୟତଘନର ଘନଫଳ ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଗୁଣଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ । ଯେଉଁ ଆୟତଘନର ପ୍ରସ୍ଥ x ସେ.ମି., ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରସ୍ଥର 3 ଗୁଣ ଓ ଉଚ୍ଚତା ପ୍ରସ୍ଥର ଅଧା ତାର ଘନଫଳ କେତେ ?

ସମାଧାନ :

ଦତ୍ତ ଆୟତଘନର ପ୍ରସ୍ଥ = x ସେ.ମି.

ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $3 \times$ ପ୍ରସ୍ଥ = $3 \times x$ ସେ.ମି. = $3x$ ସେ.ମି.

ଉଚ୍ଚତା = $\frac{1}{2} \times$ ପ୍ରସ୍ଥ = $\frac{1}{2} \times x$ ସେ.ମି. = $\frac{x}{2}$ ସେ.ମି.



$\therefore$ ତା'ର ଘନଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ $\times$ ପ୍ରସ୍ଥ $\times$ ଉଚ୍ଚତା

= $(3x \times x \times \frac{x}{2})$ ଘନ ସେ.ମି.

= $\frac{3x^3}{2}$ ଘନ ସେ.ମି.

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10. 4

1. ଶୂନ୍ୟ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

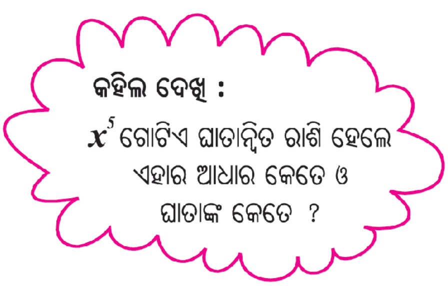
(କ) x^4 ରେ ଆଧାର _____ ଓ ଘାତାଙ୍କ _____ ।

(ଖ) $3y^{10}$ ରେ ଆଧାର _____ ଓ ଘାତାଙ୍କ _____ ।

(ଗ) m^n ରେ ଆଧାର _____ ଓ ଘାତାଙ୍କ _____ ।

(ଘ) $\frac{2}{5}p^4q^3$ ରେ ଆଧାର _____ ଓ ଘାତାଙ୍କ _____

ଏବଂ ଆଧାର _____ ର ଘାତାଙ୍କ _____ ।



2. ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କ ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $8a^3$ (ଖ) a^5x^3 (ଗ) $9xy^3$ (ଘ) $25a^2x^4y^2$

3. ଘାତାନ୍ୱିତ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $x \times x \times x \times x$

(ଖ) $a \times a \times a \times b \times b \times b$

(ଗ) $p \times p \times p \times$...... 10 ଥର

(ଘ) $20 \times (m \times m \times$...... 7 ଥର) x $(n \times n \times$..... 25 ଥର)

(ଙ) $32 \times (x \times x$ x........ 5 ଥର) $\times (y \times y \times$.....8 ଥର) $\times z$

4. $4a^3$ ଓ $3a^4$ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦର୍ଶାଅ ।

5. ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ପ୍ରକାର କୀଟଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା x । ସପ୍ତାହକ ପରେ ସେମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା y ଗୁଣ ହୋଇଯାଏ । ସେହି ହାରରେ ସେମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ବୃଦ୍ଧି ପାଇଲେ, ତିନି ସପ୍ତାହ ଶେଷବେଳକୁ କୀଟଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ହେବ ?

10.6 . ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଓ ତା'ର ପଦ

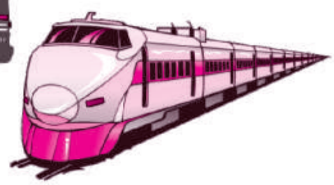
ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାମାନେ ନିଜ ବିଦ୍ୟାଳୟରୁ ବାହାରି ଦିଲ୍ଲୀ ପରିଭ୍ରମଣରେ ଗଲେ । ସେମାନେ 4 କି.ମି. ଚାଲିଲେ; 3y କି.ମି. ବସ୍‌ରେ ଓ $2x$ କି.ମି. ରେଳଗାଡ଼ିରେ ଗଲେ । ସେମାନଙ୍କୁ ମୋଟ କେତେ ବାଟ ଯାତ୍ରା କରିବାକୁ ପଡ଼ିଲା ?

ଚାଲିବା ବାଟ = 4 କି. ମି.

ବସ୍‌ରେ ଯିବା ବାଟ = 3y କି. ମି.

ରେଳଗାଡ଼ିରେ ଯିବା ବାଟ = $2x$ କି.ମି.

ମୋଟ ବାଟ = $(4 + 3y + 2x)$ କି.ମି.



ଏଠାରେ $4 + 3y + 2x$ କୁ ଗୋଟିଏ **ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

4, 3y, $2x$ ଏ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ସେହି ରାଶିର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ପଦ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଏଣୁ $4 + 3y + 2x$ ଏକ ରାଶି । ଏଥିରେ ତିନୋଟି ପଦ ଅଛି ।

$3a + b$ ଏକ ରାଶି । ଏଥିରେ ଦୁଇଟି ପଦ ଅଛି ।

c ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ରାଶି । ଏଥିରେ ଗୋଟିଏ ପଦ ଅଛି । ଏହାକୁ ଏକପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରୁ ଏକପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି , ଦୁଇପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି ଓ ବହୁପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର :

ଏକପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି	ଦୁଇପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି	ବହୁପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି
a	a + b	a + b + c
$4x$	$4 + 3x$	$4 + 3x + 7y$
3m	3m + p	3m + p - q

✍ ତୁମେ ସେହିପରି ଏକପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି, ଦୁଇପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି, ବହୁପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିର ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଓ ତା'ର ପଦ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତୋଟି ଜାଣିବା କଥା

- ଗୋଟିଏ ରାଶିରେ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ପଦ ରହିପାରେ । ଏହି ପଦଟି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା (ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟା) ବା ଏକ ବୀଜ ହୋଇପାରେ । 1, 2, 3, 4 ଇତ୍ୟାଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟା । କାରଣ ଏମାନଙ୍କର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ।
- ଗୋଟିଏ ରାଶିରେ ଏକାଧିକ ପଦ ଥିଲେ ସେଗୁଡ଼ିକ କେବଳ '+' ବା '–' ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ପରସ୍ପରଠାରୁ ବିଚ୍ଛିନ୍ନ ହୋଇପାରନ୍ତି ।
- ଗୋଟିଏ ରାଶି କେବଳ ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଗଠିତ ହୋଇପାରେ ।
- ଗୋଟିଏ ରାଶି କେବଳ ବୀଜମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଠିତ ହୋଇପାରେ ।
- ଗୋଟିଏ ରାଶି ଉଭୟ ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ବୀଜମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଠିତ ହୋଇପାରେ ।
- 3, a, a^2, $\frac{a}{2}$ (ବା a ÷ 2), ab (ବା a **x** b), $\frac{1}{a}$ (ବା 1 ÷ a) ଆଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ରାଶି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ଅଟନ୍ତି । a **x** b ବା a ÷ 2 କୁ ଦୁଇଟି ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ନାହିଁ ।
- ପଦ ସଂଖ୍ୟା ଦୃଷ୍ଟିରୁ ରାଶିମାନଙ୍କୁ ଏକପଦୀ ରାଶି, ଦ୍ୱିପଦୀ ରାଶି, ତ୍ରିପଦୀ ରାଶି, ଚତୁଷ୍ପଦୀ ରାଶି ଆଦି ନାମରେ ନାମିତ କରାଯାଏ ।
- a-b ରେ a ହେଉଛି ପ୍ରଥମ ପଦ ଓ -b ହେଉଛି ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ । ଅର୍ଥାତ୍ ପଦ ସହିତ ତା'ର ଚିହ୍ନ (+ ବା -) କୁ ନିଆଯାଏ । a+ c ରେ ପ୍ରଥମ ପଦ a ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ +c ବା c କୁହାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ପଦର ଚିହ୍ନ + ଥିଲେ + ଚିହ୍ନ ଛାଡ଼ି ପଦକୁ କୁହାଯାଇ ପାରେ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10. 5

1. କେଉଁ ଉକ୍ତିଟି ଠିକ୍ ଓ କେଉଁଟି ଭୁଲ୍ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଲେଖ ।

(କ) a x b + c ରେ
- a x b ଗୋଟିଏ ପଦ [ ]
- b ଗୋଟିଏ ପଦ [ ]
- c ଗୋଟିଏ ପଦ [ ]
- a x b + c ଗୋଟିଏ ପଦ [ ]

(ଖ) a ÷ b - p ରେ
- a ÷ b ଗୋଟିଏ ପଦ [ ]
- b - p ଗୋଟିଏ ପଦ [ ]
- a ଗୋଟିଏ ପଦ ଓ -p ଅନ୍ୟ ପଦ [ ]
- a ÷ b ଗୋଟିଏ ପଦ ଓ -p ଅନ୍ୟ ପଦ [ ]
- a ÷ b ପ୍ରଥମ ପଦ ଓ p ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ [ ]

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ରାଶିର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ପୃଥକ୍ କରି ଲେଖ ।

(କ) p + q
(ଖ) p + q ÷ r
(ଗ) - p + r
(ଘ) a ÷ x **x** b - c x d ÷ y
(ଙ) p x b + c
(ଚ) $a^2b + 2xy - bc^2$

10.7. ପଦର ସହଗ

- ଆମେ 2ab ପଦଟି କଥା ବିଚାର କରିବା ।

  2ab = 2 x a x b

  2ab ପଦରେ

  2, ab ର ସହଗ [2ab = 2 x ab]

  a, 2b ର ସହଗ [କାରଣ 2ab = a x 2b]

  b, 2a ର ସହଗ [କାରଣ 2ab = b x 2a]

  2a, b ର ସହଗ [କାରଣ 2ab = 2a x b]

  2b, a ର ସହଗ [କାରଣ 2ab = 2b x a]

- ସେହିପରି, $-8xy$ ପଦଟିରେ $-8y, x$ ର ସହଗ

  $-8, xy$ ର ସହଗ

  $-8x, y$ ର ସହଗ

ଅନେକ ସମୟରେ ପଦଟିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ଉତ୍ପାଦକଟିକୁ ପଦର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ବା ସହଗ ବୋଲି ଧରାଯାଏ । ଏହି ଦୃଷ୍ଟିରୁ 2ab ପଦର ସହଗ 2 ଏବଂ $-8xy$ ପଦର ସହଗ –8 ବୋଲି କୁହାଯାଇଥାଏ ।

ଜାଣିଛ କି ?

କୌଣସି ପଦର ସହଗ ଯଦି 1ବା –1ହୋଇଥାଏ, ତେବେ 1କୁ ପଦ ସାଙ୍ଗରେ ଲେଖାଯାଏ ନାହିଁ । ଯଥା, 1aକୁ a ଭାବରେ ଓ–1b କୁ –b ଭାବରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଗୋଟିଏ ପଦକୁ ଦୁଇଟି ଉତ୍ପାଦକର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କଲେ, ଗୋଟିକୁ ଅନ୍ୟଟିର ସହଗ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ – 1

$8x^4y - 7x^3yz + \frac{4}{3}x^2yz^2 - 5xyz$

ଏହି ରାଶିରେ ଥିବା $\frac{4}{3}x^2yz^2$ ପଦଟିର ସହଗ କେତେ ?

ପୁଣି $\frac{4}{3}x^2yz^2$ ପଦରେ x^2 ର ସହଗ କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଆମେ ଜାଣୁ $\frac{4}{3}x^2yz^2$ ପଦର ସହଗ $\frac{4}{3}$ । (ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ଉତ୍ପାଦକ)

$\frac{4}{3}x^2yz^2$ ପଦରେ x^2 ର ସହଗ $\frac{4}{3}yz^2$ । କାରଣ $\frac{4}{3}x^2yz^2$ କୁ $\frac{4}{3}yz^2 x x^2$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

✍ $3x - y + 5b$ ରେ ଥିବା ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପଦମାନଙ୍କର ସହଗ ଲେଖ ।

10.8 ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦ

ବୀଜଗଣିତରେ ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦ ଚିହ୍ନିବା ଅତି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ତଳ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖ –

(କ) 2a, 5a, $\frac{2}{7}$a ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଏକପ୍ରକାର ବୀଜ ଅଛି ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରେ ଘାତ 1 ଅଟେ । ଏପରି ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ ପଦ କୁହାଯାଏ ।

(ଖ) $xy,\ 10xy,\ \frac{5}{11}xy$ ଏ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ, କାରଣ ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଏକା ପ୍ରକାରର ବୀଜ x ଓ y ଅଛି। x ଓ y, ପ୍ରତ୍ୟେକର ଘାତ ସବୁ ପଦରେ 1 ଅଟେ।

(ଗ) $3a^2b,\ \frac{2}{3}a^2b,\ a^2b$ ଏ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ, କାରଣ ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଏକା ପ୍ରକାରର ବୀଜ a ଓ b ଅଛି। ସବୁ ପଦରେ a ର ଘାତ 2 ଓ b ର ଘାତ 1 ଅଟେ।

ପଦମାନଙ୍କରେ ଦୁଇ ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ବୀଜ ଥାଇ ସେମାନଙ୍କର କ୍ରମ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ସେଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି।

(କ) $ab,\ -3ba,\ \frac{1}{5}ba$ ସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି।

(ଖ) $2pqr,\ 15qrp, \frac{5}{3}rpq$ ସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି।

(ଗ) $x^2yz,\ 3yzx^2,\ -5yx^2z$ ସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି।

ଜାଣିରଖ

ଯେଉଁ ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଏକା ପ୍ରକାରର ବୀଜ ବା ଏକା ବୀଜର ଏକା ଘାତ ରହିଥାଏ, ସେହି ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ ପଦ କହନ୍ତି। ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ହୋଇପାରେ।

। ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର।

ଅସଦୃଶ ପଦ	କାରଣ
$x,\ 2a,\ \frac{3}{5}p,\ -4m$	ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଏକା ପ୍ରକାର ବୀଜ ନାହାନ୍ତି
ab, bc, ca	ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଏକା ପ୍ରକାର ବୀଜ ନାହାନ୍ତି
xyz. 2axy, 5ayz	ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଏକା ପ୍ରକାର ବୀଜ ନାହାନ୍ତି
x^2, x^3, x^4	ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଏକା ପ୍ରକାର ବୀଜ ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ସେମାନଙ୍କର ଘାତଙ୍କ ଭିନ୍ନ

ଯେଉଁ ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ବୀଜ ବା ଏକା ବୀଜର ବିଭିନ୍ନ ଘାତ ଥାଏ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଅସଦୃଶ ପଦ କୁହାଯାଏ।

ଆସ, ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦ ଚିହ୍ନିବା ପାଇଁ କେତେକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରିବା।

ଉଦାହରଣ -1

ନିମ୍ନ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିଟିରେ ଥିବା ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛି ପ୍ରତ୍ୟେକର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଲେଖ।

$2x - xy + 3yx + 8x - 3x + xyz$

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିଟିରେ

$2x,\ 8x,\ -3x$ ସଦୃଶ ପଦ, ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଯଥାକ୍ରମେ 2, 8 ଓ -3।

ପୁଣି $-xy,\ 3yx$ ସଦୃଶ ପଦ। ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଯଥାକ୍ରମେ -1 ଓ 3।

ଏହି ରାଶିଟିରେ $2x,\ -xy$ ଅସଦୃଶ ଏବଂ xyz ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ପଦ ସହିତ ଅସଦୃଶ।

ଉଦାହରଣ -2 : ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିଟିର ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର କରି ସଜାଇ ଲେଖ ।

$$a + 2b - ab - \frac{1}{2}a + 3ba + 5a - b$$

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିଟିରେ

$a, -\frac{1}{2}a, 5a$ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ

$2b, -b$ ପଦ ଦ୍ୱୟ ସଦୃଶ

ଏବଂ $-ab, 3ba$ ପଦ ଦ୍ୱୟ ସଦୃଶ

ଜାଣିଛ କି ?

ab ଓ ba ପଦଦ୍ୱୟ ସଦୃଶ ।

abc, bca ଓ cab ପଦ ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ସଦୃଶ ।

ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର କରି ସଜାଇ ଲେଖିଲେ, ରାଶିଟି ହେବ $a + 5a - \frac{1}{2}a + 2b - b - ab + 3ba$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10. 6

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପଦଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଲେଖ ।

   $3y, \quad \frac{5}{7}p, \quad -4ab, \quad y^2, \quad -abc, \quad 23x^3y^2$

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପଦମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ସହଗ ଲେଖ ।

   (କ) $ab - 2bc + 7ca$ (ଖ) $x - \frac{xy}{3} + \frac{3yz}{4}$

3. କାରଣ ସହ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ପଦ ସଦୃଶ ବା ଅସଦୃଶ ଲେଖ ।

   (କ) $3x, 7x$ (ଖ) $5y, 5z$ (ଗ) $2ab, \frac{2}{3}ba$

   (ଘ) $6pq, 6q$ (ଙ) $\frac{1}{2}a^3, a^3$

4. ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ରାଶିକୁ ସଜାଇ ଲେଖ ।

   (କ) $a-3b-4a+2b+7a$

   (ଖ) $5p + 2pq - 4p + 7qr - 3pq + 5rq - \frac{1}{2}qp$

   (ଗ) $xyz - xy + yz + zxy - 35yzx - 3zy$

10.9 ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

ଗୋଟିଏ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିରେ ଏକ ବା ଏକାଧିକ ବୀଜ ରହିଥାଏ । ତେଣୁ ରାଶିଟିର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ବା ମୂଲ୍ୟ ପାଇବାକୁ ହେଲେ, ସେଥିରେ ବ୍ୟବହୃତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୀଜର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ । ତା'ପରେ ରାଶିଟିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୀଜ ବଦଳରେ ସେହି ବୀଜର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥାପନ କଲେ ରାଶିଟି କେବଳ ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଠିତ ହୁଏ । ଏହି ରାଶିଟିକୁ ସରଳ କରିଦେଲେ ତା'ର ମାନ ମିଳିଯାଏ ।

ବୀଜଗୁଡ଼ିକ ବଦଳରେ ସେମାନଙ୍କ ସ୍ଥାନରେ ତାଙ୍କର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥାପନ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀକୁ **ବିସ୍ଥାପନ ପ୍ରଣାଳୀ** ବା କେବଳ **ବିସ୍ଥାପନ** କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ -1

$x = 4,\ y = 2,\ z = 5$ ହେଲେ ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) $2x + 5y - 3z$ (b) $x^2 - 3xy + z^2$

ସମାଧାନ :

(କ) $2x + 5y - 3z$

$= 2\times4 + 5\times2 - 3\times5$ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୀଜର ମାନ ବସାଇ)

$= 8 + 10 - 15$

$= 18 - 15 = 3$

(ଖ) $x^2 - 3xy + z^2$

$= 4^2 - 3\times4\times2 + 5^2$ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୀଜର ମାନ ବସାଇ)

$= 16 - 24 + 25$

$= 16 + 25 - 24$ (ଏକା ଚିହ୍ନ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରି)

$= 41 - 24 = 17$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10. 7

1. $a = 3$ ଓ $b = 5$ ହେଲେ ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $2a + b$ (ii) $2b - 3a$ (iii) $1 + ab$ (iv) $\frac{a + 3b}{6}$

2. $x = 8,\ y = 3$ ଓ $z = 4$ ହେଲେ ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିରୂପଣ କର ।

(i) $x + 2y + 3z$ (ii) $2x + 3y - 5z$ (iv) $7z - 4y - 2x$

3. $x = 2$ ଓ $y = 3$

ଜଣେ ପିଲାକୁ xy ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ କୁହାଗଲା ।

ସେ xy ର ମାନ 23 ଲେଖିଲା । ସେ ଠିକ୍ କରି ଲେଖିଥିଲା କି ? କାହିଁକି ?

4. $a = 4,\ b = 3$ ଓ $c = 5$

$2a + 3b + 6c$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଯାଇ ଗୀତା $24 + 33 + 45$ ଲେଖିଲା । ତାର ଉତ୍ତର ଠିକ୍ କି ? କାରଣ ଲେଖ ।

ଏକାଦଶ ଅଧ୍ୟାୟ

ପରିମିତି

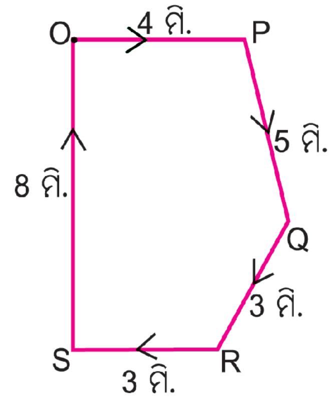
C85K6G

11.1. ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ :

ଚାଷକାମ ହେଉଥିବା ଜମି ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ବେଳେ ସାଧାରଣତଃ ଏହାର ଚାଷ ହେଉଥିବା ଅଞ୍ଚଳ ଓ ଏହାର ସୀମା (ହିଡ଼) ବିଷୟ ଆମ ମନକୁ ଆସିଥାଏ । ଚାଷ ଉପଯୋଗୀ ଅଞ୍ଚଳକୁ ହିଡ଼ ଘେରି ରହିଥାଏ । ଚାଷ ଉପଯୋଗୀ ଅଞ୍ଚଳ ଓ ଏହାର ହିଡ଼କୁ ଏକତ୍ର ଗୋଟିଏ କ୍ଷେତ୍ର କୁହାଯାଏ । ଅବଶ୍ୟ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରର ହିଡ଼ର କିଛି ପ୍ରସ୍ଥ ଅଛି । ମାତ୍ର ଆମେ ଜ୍ୟାମିତିରେ ଯେଉଁ କ୍ଷେତ୍ର ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରୁ ତା'ର ସୀମା ନିରୂପକ ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରସ୍ଥ ନଥାଏ । ସେହି ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟିକୁ କ୍ଷେତ୍ରର **ପରିସୀମା** କୁହାଯାଏ । ସୀମାରେଖା ଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ଅଞ୍ଚଳର ପରିମାଣକୁ ସମ୍ପୃକ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରର **କ୍ଷେତ୍ରଫଳ** କୁହାଯାଏ । ଏହା ତୁମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛ ।

11.2. ପରିସୀମା ଓ ଏହାର ଏକ ବାସ୍ତବ ଉଦାହରଣ :

ଜଣେ ଚାଷୀ ତାଙ୍କ ଜମିର ଚାରିପଟେ ବାଡ଼ ବୁଜିବାକୁ ବାହାରିଲେ । ସେ ପ୍ରଥମେ O ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି P ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ, P ଠାରୁ Q ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ, Q ରୁ R ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ, R ଠାରୁ S ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଓ S ଠାରୁ O ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ବାଡ଼ ବୁଜିଲେ । ସେ ବୁଜିଥିବା ବାଡ଼ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?



ସେହି ଚାଷ ଜମିର O ବିନ୍ଦୁରୁ ଆରମ୍ଭ କରି P, Q, R ଓ S ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ପୁଣିଥରେ 'O' ବିନ୍ଦୁରେ ପହଞ୍ଚିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଚାଲିଲେ, ଯେତେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ହେବ, ତାହା ହେଉଛି ସେହି ଜମିର ପରିସୀମା ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ଏକ ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ହେଉଛି ଏହାର ସୀମା ନିରୂପକ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ।

ଆମେ ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ପରିସୀମାର ଧାରଣାକୁ ବହୁଳ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରୁ । ନିମ୍ନରେ ସେଥିରୁ କେତୋଟିର ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି ।

- ବିଦ୍ୟାଳୟ ହତାର ଚାରିପାଖେ ପାଚେରୀ ତିଆରି କରିବା ।
- କୌଣସି ଏକ ସ୍ଥାନର ଚାରିପଟେ ତାରଜାଲି ଲଗାଇବା ।
- ଗୋଟିଏ ଫଟୋକୁ ବନ୍ଧାଇବା ପାଇଁ ତା'ର ଚାରିପାଖର ମାପ ନେଇ କାଠ ଠିକ୍ କରିବା ।

✍ **ସେହିପରି ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଲେଖ, ଯେଉଁଥିରେ ପରିସୀମା ସଂପର୍କରେ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ହେଉଥିବ ।**

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- 3 ସେ.ମି., 4 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି., ଓ 6 ସେ.ମି. ମାପର ଚାରୋଟି ସିଧା କାଠି ନିଅ ।
- ସାଇକେଲରେ ବ୍ୟବହାର ଭାଲବ୍ ଟ୍ୟୁବ୍‌କୁ ବ୍ୟବହାର କରି କାଠିଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଆକୃତି ତିଆରି କର ।
- ଏବେ ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ଶୀର୍ଷଠାରେ ଥିବା ଟ୍ୟୁବ୍‌କୁ ଖୋଲି ଦିଅ ଓ କାଠିଗୁଡ଼ିକ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର ଭଳି ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାରେ ସଜାଡ଼ି ରଖ ।

- ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ବ୍ୟବହାର କରିଥିବା ଚାରିଖଣ୍ଡ କାଠିକୁ ଯୋଡି ଦେବାରୁ ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଆକୃତି ମିଳିଲା । ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେଉଛି ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହୋଇଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ପରିସୀମା ।

11.2.1. ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସୂତ୍ର :

(କ) ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା –

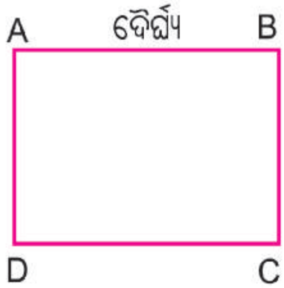
ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର ABCD ର ପରିସୀମା = AB + BC + CD + DA

= ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ + ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ

= ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ + ପ୍ରସ୍ଥ

= 2 x ଦୈର୍ଘ୍ୟ + 2 x ପ୍ରସ୍ଥ

= 2 x (ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ)

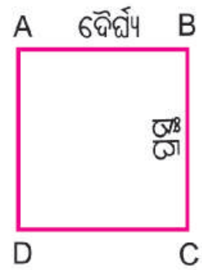


(ଖ) ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା –

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ABCD ର ପରିସୀମା = AB + BC + CD + DA

= ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ଦୈର୍ଘ୍ୟ

= 4 x ଦୈର୍ଘ୍ୟ

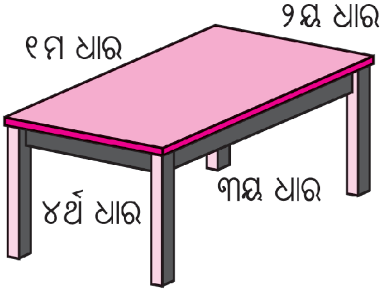


ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = 2 x (ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ)
ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = 4 x (ଦୈର୍ଘ୍ୟ)

କହିଲ ଦେଖି : ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା କିପରି ବାହାରିବ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 11.1

1 ତୁମ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଡ଼ିଥିବା ଟେବୁଲର ଉପରି ଭାଗର ଚାରୋଟିଯାକ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ଓ ତୁମେ ପାଇଥିବା ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଲେଖ ।



ପ୍ରଥମ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ______ ସେ.ମି.

ଦ୍ୱିତୀୟ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ______ ସେ.ମି.

ତୃତୀୟ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ______ ସେ.ମି.

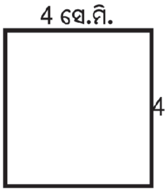
ଚତୁର୍ଥ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ______ ସେ.ମି.

ଏହାର ଚାରୋଟି ଧାରର ସମଷ୍ଟି = ______ ସେ.ମି.+ ____ସେ.ମି.+ ____ସେ.ମି.+ ____ସେ.ମି.

ଟେବୁଲ ଉପରିଭାଗର ପରିସୀମା କେତେ ?

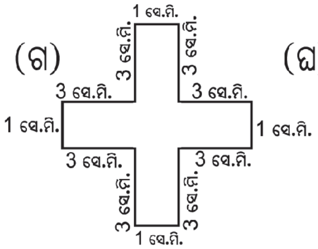
2. ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର ମାନଙ୍କର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ)

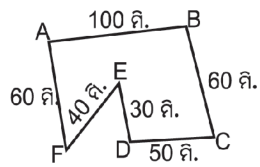


(ଖ)

(ଗ)



(ଘ)



3. ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପାର୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 50 ମିଟର ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 35 ମିଟର । ଜଣେ ଖେଳାଳି ଏହି ପାର୍କର ଚାରିପାଖରେ 10 ଥର ଦଉଡ଼ିଲେ, ସେ ମୋଟ କେତେ ବାଟ ଦୌଡ଼ିବେ ?

4. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଜମିର ଚାରୋଟିଯାକ ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 15 ମିଟର, 12 ମିଟର, 17 ମିଟର ଓ 11 ମିଟର । ଏହାର ଚାରିପଟେ ବାଡ଼ବୁଜିବା ପାଇଁ ମିଟର ପିଛା 6 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

5. 3 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଟେବୁଲର ଉପରିଭାଗର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ 3ମି. ଓ 1ମି. 50 ସେ.ମି. । ଏହାର ଚାରିଧାରରେ ସରୁ ରଂଗୀନ ଝାଲେରି ଲଗାଯିବ । କେତେ ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ରଂଗୀନ ଝାଲେରି ଆବଶ୍ୟକ ?

6. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଟେବୁଲର ପରିସୀମା ହେଉଛି 3ମି. 20ସେ.ମି. । ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

ଜାଣିଛ କି ?

ବର୍ଗଚିତ୍ରର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

7. ନିମ୍ନୋକ୍ତ କେଉଁ କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିସୀମା ବାହାର କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିବ ?

(କ) ଗୋଟିଏ ଚାଷ ଜମିର ଚାଷ କରାଯାଉଥିବା ସ୍ଥାନର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

(ଖ) ଗୋଟିଏ ଖେଳପଡ଼ିଆର ଚାରିପଟେ ସାଇକେଲରେ ବୁଲିଆସିବା ।

(ଗ) ଗୋଟିଏ କୋଠରିର ଚଟାଣରେ ମାର୍ବଲ ବିଛାଇବା ।

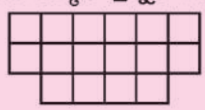
(ଘ) ଗୋଟିଏ ଫଟୋକୁ ବନ୍ଧାଇବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ପଡୁଥିବା କାଠର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜାଣିବା ।

8. ଯଦି 30 ମିଟର ଦୀର୍ଘ ସରୁ ଲୁହା ତାର ଖଣ୍ଡେ ଆଣି ତାକୁ ଆବଶ୍ୟକ ମତେ ବଙ୍କାଇ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଆକୃତି ତିଆରି କରାଯାଏ, ତେବେ ସେହି ଆକୃତିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

(କ) ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ■ (ଖ) ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ⬢ (ଗ) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ▲

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମେ ଖଣ୍ଡିଏ ମୋଟା କାଗଜ ନିଅ ।
- ଏଥିରୁ 1 ସେ.ମି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 1 ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ 16 ଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ତିଆରି କର ।
- 16 ଟି ଯାକ ଖଣ୍ଡକୁ ପାଖକୁପାଖ ଲଗାଇ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଆକୃତି ପ୍ରସ୍ତୁତ କର, ଯେପରି ସେମାନଙ୍କ ମଝିରେ କୌଣସି ଫାଙ୍କ ନ ରହେ । ଯେପରି -



- ଯେଉଁ ଆକୃତି ସବୁ ତିଆରି କଲ, ସେମାନଙ୍କର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ତୁମ ଖାତାରେ ଆକୃତିଗୁଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରର ଡ଼ାହାଣ ପଟେ ତା'ର ପରିସୀମାକୁ ଲେଖ ।

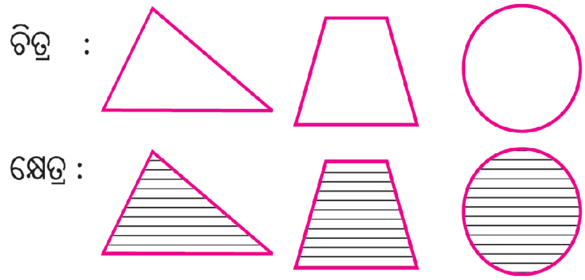
ତୁମ ପାଇଁ କିଛି କାର୍ଯ୍ୟ - 1

ତୁମେ ଘରିପଟେ ଦେଖୁଥିବା ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଜିନିଷମାନଙ୍କର ଏକ ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଗୋଟିଏ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ଓ ସେ ସାରଣୀଟିକୁ ଶ୍ରେଣୀରେ ଅନ୍ୟମାନଙ୍କୁ ଦେଖାଅ ।

11.3 କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

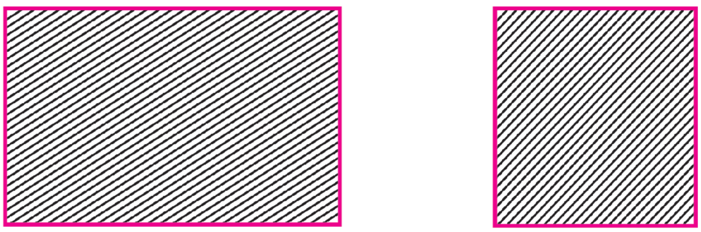
ପର ପୃଷ୍ଠାରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ର ଦ୍ୱାରା ଏହି ପୃଷ୍ଠାର କିଛି ଅଂଶ ଆବଦ୍ଧ ହୋଇଛି । ଚିତ୍ର ଓ ଏହା ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ଅଞ୍ଚଳର ସମାହାରକୁ କ୍ଷେତ୍ର କୁହାଯାଏ । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରର ପରିମାଣକୁ ଉକ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନରେ ଚିତ୍ର ଓ ସମ୍ପୃକ୍ତ କ୍ଷେତ୍ର ଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ।



> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> କୌଣସି ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିମାଣକୁ ସେହି କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କୁହାଯାଏ।

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର ଦୁଇଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର। ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ରେଖାଙ୍କନ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି।



ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର **ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର**

ଗୋଟିଏ ଚଷଜମିରେ ଚଷ କରାଯାଉଥିବା ଅଞ୍ଚଳରେ ପରିମାଣ ହେଉଛି ସେ ଜମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ। ଚରିକାନ୍ଥ ଦ୍ୱାରା ସୀମାବଦ୍ଧ ଗୋଟିଏ ଚଟାଣର ପରିମାଣ ହେଉଛି ଚଟାଣର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।

କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ବର୍ଗ.ସେମି, ବର୍ଗ ମି : ଆଦି ମାପ ଏକକ ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପ କରାଯାଏ।

ତୁମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଯେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିମାନଙ୍କରେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମାପିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ, ସେହିଭଳି ତିନୋଟି ପରିସ୍ଥିତିର ଉଦାହରଣ ଦିଅ।

11.3.1 କେତେକ ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

(କ) ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ତୁମେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କିପରି କରାଯାଏ ତାହା ଜାଣିଛ।କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ହିସାବ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ସୂତ୍ରରୂପେ ଲେଖିବା-

- **ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ) ବର୍ଗ ଏକକ।**

  ଦୈର୍ଘ୍ୟ = (କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ÷ ପ୍ରସ୍ଥ) ଏକକ

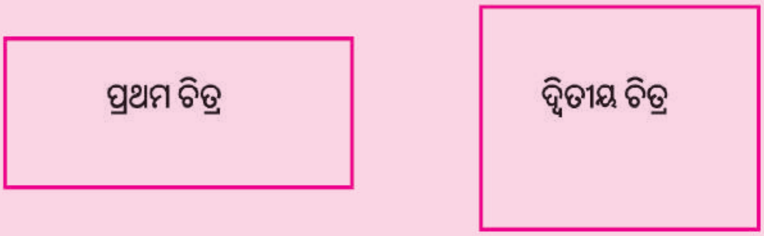
  ପ୍ରସ୍ଥ = (କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ÷ ଦୈର୍ଘ୍ୟ) ଏକକ

- **ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2 ବର୍ଗ ଏକକ**

  ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ବର୍ଗମୂଳ

ନିଜେ କରି ଦେଖ

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ଦୁଇଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । କାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଅଧିକ ଆସ ତାହା ଦେଖିବା ।



- ମୋଟା କାଗଜକୁ କାଟି 1ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ତିଆରି କର (ପ୍ରାୟ 30 ଟି ।)
- ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ରର ସୀମା ଭିତରେ ସେହି ଖଣ୍ଡ ଗୁଡ଼ିକୁ ସଜାଡ଼, ଯେପରି ଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ଧାରକୁ ଧାର ଲାଗି ରହିବ ।
- ସେହିପରି ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର ଉପରେ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ ଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକୁ ପୂର୍ବପରି ସଜାଇ ରଖ ।
- କେଉଁ ଚିତ୍ର ଉପରେ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ କାଗଜଖଣ୍ଡ ରହିଲା ?
- କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଅଧିକ ବୋଲି ଜାଣିଲ ?

ଉଦାହରଣ -1

ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି. ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 6 ସେ.ମି. । ତା'ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

ସମାଧାନ :

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 8 ସେ.ମି

ପ୍ରସ୍ଥ = 6 ସେ.ମି

ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ)ବର୍ଗ ଏକକ

= 8 x 6 ବର୍ଗ ସେ.ମି

= 48 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

∴ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 48 ବର୍ଗସେ.ମି. ।

ଜାଣିଛ କି ?

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସେ.ମି. ଏକକ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ସେ.ମି. ଏକକରେ ଥିଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କରାଥାଏ ।

ତଳ ସାରଣୀରେ ଥିବା ଖାଲି ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

କ୍ରମିକ ନମ୍ବର	ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ	ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରସ୍ଥ	ପରିସୀମା	କ୍ଷେତ୍ରଫଳ
1	5 ସେ.ମି	4 ସେ.ମି		
2		7 ସେ.ମି	30 ସେ.ମି	
3	7 ସେ.ମି.			28 ବର୍ଗ ସେ.ମି
4	12 ସେ.ମି		42 ସେ.ମି	

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଖଣ୍ଡିଏ ଗ୍ରାଫ କାଗଜ ନିଅ (ସାଧା କାଗଜରେ ଗ୍ରାଫ କାଗଜ ତିଆରି କରାଯାଇପାରିବ) ।
- ମୋଟା କାଗଜ କାଟି ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ତିଆରି କର ।
- ତୁମେ ତିଆରି କରିଥିବା ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରଟିକୁ ଗ୍ରାଫ କାଗଜ ଉପରେ ରଖ ଯେପରି ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକଧାର ଗ୍ରାଫକାଗଜର କୌଣସି ଗାର ସହ ଲାଗିରହିବ ।
- ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରରେ ଧାର ଚାରିପଟେ ଗାର ପକାଅ । ଗ୍ରାଫ କାଗଜ ଉପରେ ତୁମେ ବର୍ଗଚିତ୍ରଟିଏ ପାଇବ ।
- ଗ୍ରାଫ କାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କାଯାଇଥିବା ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ସୀମା ମଧ୍ୟରେ ଗ୍ରାଫ କାଗଜର କେତୋଟି ଏକ ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗ ରହିଛି ତାହା ଗଣି ଦେଖ ।
- ଏକ ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ସଂଖ୍ୟା (ଯାହା ଗଣି ପାଇଛ) ଜାଣିଲେ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ ଖଣ୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ - 2

ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି. । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

ସମାଧାନ :

ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 6 ସେ.ମି

ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (ବାହୁରଦୈର୍ଘ୍ୟ x ବାହୁରଦୈର୍ଘ୍ୟ) ବର୍ଗସେ.ମି.

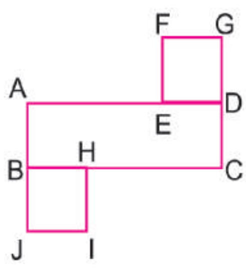
= 6 x 6 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

= 36 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

କହିଲ ଦେଖି :
6×6 କୁ 6^2 ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ଓ '6 ର ବର୍ଗ' ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ତୁମେ 8 ଓ 10 ର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପାରିବ କି ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 11.2

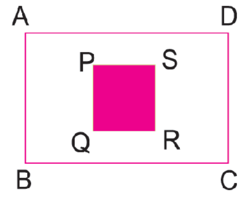
1. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7 ସେ.ମି. । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?
2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ଏବଂ EDGF ଓ BJIH ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ।
   AD = 20 ସେ.ମି., AB = 9 ସେ.ମି., ED = 7 ସେ.ମି. ଓ BJ = 8 ସେ.ମି. ହେଲେ,
   ସମଗ୍ର କ୍ଷେତ୍ରର ପରସୀମା ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



3. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 64 ବର୍ଗ.ମି. । ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

(ସୂଚନା : ଏଠାରେ 64କୁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରି 64କୁ ଦୁଇଟି ସମାନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରିବ । ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ହେବ 64 ର ବର୍ଗମୂଳ ।)

4. ABCD ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ବଗିଚାକୁ ସୂଚାଉଛି । ଏହି ଜମିରେ ଖୋଳାଯାଇଥିବା ଏକ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପୋଖରୀର ଚିତ୍ର ହେଉଛି PQRS ।



AB = 40 ମି., AD = 50 ମି. ଓ PQ = 22 ମି. ହେଲେ,

ବଗିଚା ଭିତରେ ଥିବା ବଳକା ଜମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

5. ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଜମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 30 ମିଟର ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 28 ମିଟର । ଏକ ବର୍ଗମିଟର ଜମିର ଦାମ୍ 275 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ସେହି ଜମିକୁ ବିକ୍ରି କରି ଜମି ମାଲିକ କେତେ ଟଙ୍କା ପାଇବେ ?

6. ଗୋଟିଏ ଟେବୁଲର ଉପରିଭାଗ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ । ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1ମିଟର 20ସେ.ମି., ଏହାର ଉପରିଭାଗର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

7. ତଳେ ତିନୋଟି ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଦିଆଯାଇଛି ।

(କ) 9ମି. ଓ 6ମି. (ଖ) 17ମି. ଓ 3 ମି. (ଗ) 15ମି. ଓ 4ମି.

- କେଉଁ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସର୍ବାଧିକ ?
- କେଉଁ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ସର୍ବାଧିକ ?

8. ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 36 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 9 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ କେତେ ?

ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନକୁ ଭଲଭାବେ ପଢ଼ ଓ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ –

9 ସେ.ମି.

- ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାର୍ଡ଼ ବୋର୍ଡ଼ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?
- ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?
- କୌଣସି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜଣାଥିଲେ ତା'ର ପ୍ରସ୍ଥ କିପରି ବାହାରେ ?
- ଏଠାରେ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼ର ପ୍ରସ୍ଥ କେତେ ହେବ ?

9. 16 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 12 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ କୋଠରିର ଚଟାଣରେ ଟାଇଲ ବିଛାଗଲା । ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ ଲାଗି କେତୋଟି 2 ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଟାଇଲ ଦରକାର ହେବ ?

10. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଜମିର ପରିସୀମା ହେଉଛି 124 ମିଟର । ଏହି ଜମିକୁ ଚାଷ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରତି ବର୍ଗମିଟରକୁ 4ଟଙ୍କା ହିସାବରେ ମୋଟ କେତେ ଟଙ୍କା ଦରକାର ?

11. 12 ମିଟର ଦୀର୍ଘ ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଜମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 120 ବର୍ଗମିଟର। ଏହାର ଚାରିପାଖରେ ବାଡ଼ଦେବାପାଇଁ 1ମିଟରକୁ ଯଦି 10ଟଙ୍କା ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼େ, ତେବେ ଜମିଟିର ଚାରିପାଖକୁ ବାଡ଼ଦେବା ପାଇଁ ମୋଟ କେତେ ଟଙ୍କା ଦରକାର ହେବ ?

12. 20ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ତାରଟିଏ ନେଇ ତାକୁ ବଙ୍କାଇ ବିଭିନ୍ନ ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିଣତ କରାଯିବ (ଯେପରି ପ୍ରତ୍ୟେକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ମାପ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟକ ସେ.ମି. ହେବ)। ତାରଟିକୁ କେତୋଟି ଭିନ୍ନ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିଣତ କରିବା ସମ୍ଭବ ? ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେତୋଟି ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ହେବ ? ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିସୀମା ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

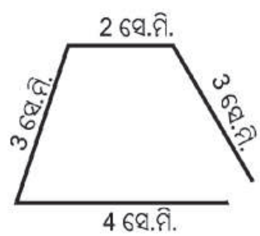
ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

କାଗଜ କାଟି ପ୍ରଥମେ ତିନୋଟି ଆୟତ ଚିତ୍ର ତିଆରି କର, ଯେଉଁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ତଳେ ଦିଆଯାଇଛି- 4 ସେ.ମି. ଓ 3 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି ଓ 2 ସେ.ମି., 4 ସେ.ମି. ଓ 2 ସେ.ମି.। ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଅଠାରେ ଯୋଡ଼ି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆକୃତିର କ୍ଷେତ୍ରମାନ ତିଆରି କର ଓ ସେହି କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

11.4 ପରିସୀମା ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଭୁଲ୍ ଧାରଣାର ଆଲୋଚନା

ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ବର୍ଗାକୃତି ବଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର ପରିସୀମା ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ୟାମାନଙ୍କର ସମାଧାନ କରିବା ସମୟରେ ବେଳେବେଳେ ଆମେ ସନ୍ଦେହରେ ପଡ଼ିଥାଉ। ଏଠାରେ ତା'ର ଏକ ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି। ଲକ୍ଷ୍ୟକର - ପରିସୀମା କହିବା ବେଳେ କୌଣସି ଆବଦ୍ଧଚିତ୍ରର ପରିସୀମାକୁ ହିଁ ବୁଝାଯାଏ, କିନ୍ତୁ ବେଳେବେଳେ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ନ ନେଇ ତାର ବାହୁମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପରିସୀମା ବାହାରିଲା ବୋଲି ଆମେ କହିଥାଉ। ପ୍ରକୃତରେ ଏଭଳି ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ନ ଥାଏ।

ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର



ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର

ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ରଟି ହେଉଛି ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର। ଏହାର ଚାରୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2ସେ.ମି., 3ସେ.ମି., 4ସେ.ମି. ଓ 3 ସେ.ମି.।

ଏହି ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ହେଉଛି = 2 ସେ.ମି. + 3 ସେ.ମି. + 4 ସେ.ମି. + 3 ସେ.ମି = 12 ସେ.ମି.

ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ରଟି ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ନୁହେଁ। ତେଣୁ ଏହାର ପରିସୀମା ଶବ୍ଦର କିଛି ଅର୍ଥ ନାହିଁ।

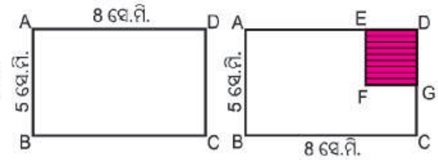
ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣ

ABCD ଏକ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ ଖଣ୍ଡ । ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି. ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 5 ସେ.ମି. । ଏହାର D କଣରୁ 2 ସେ.ମି. ବାହୁଥିବା ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜଖଣ୍ଡ କାଟି ନିଆଗଲା । ବଳକା ଅଂଶର ପରିସୀମା କେତେ ?

ବଳକା କାଗଜର ପରିସୀମା = ମୂଳ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା – କାଟିନିଆଯାଇଥିବା ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା

= 2(8+5) ସେ.ମି. - 4 x 2 ସେ.ମି.

= 26 ସେ.ମି - 8 ସେ.ମି. = 18 ସେ.ମି



କିନ୍ତୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ହେଉଛି -

ମାତ୍ର CG = CD - DG = 5 ସେ.ମି - 2 ସେ.ମି. = 3 ସେ.ମି.,

AE = AD - DE = 8 - 2 = 6 ସେ.ମି

ଏଣୁ ବଳକା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ପରିସୀମା = AB + BC + CG + GF + FE + EA

= 5 + 8 + 3 + 2 + 2 + 6 = 26 ସେ.ମି.

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 11.3

ନିମ୍ନରେ କେତେକ ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇଛି । ସେହି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ କେତେକ ପିଲା ଯେପରି ସମାଧାନ କରିଛନ୍ତି, ତାହା ଲେଖାଯାଇଛି । ସେହି ସମାଧାନରେ କ'ଣ ଭୁଲ୍ ଅଛି ଚିହ୍ନାଅ । ଏପରି ଭୁଲ୍ କରିବାର କାରଣ କ'ଣ ଲେଖ ।

1. ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ବଗିଚାର ଚିତ୍ର ଆଙ୍କି ତାହାର ପରିସୀମାକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

ରଂଜିତା ଚିତ୍ରରେ କିପରି ରଙ୍ଗ ଦେଇ ପରିସୀମାକୁ ଚିହ୍ନାଇଲା ତାହା ତଳେ ଦେଖାଇ ଦିଆଯାଇଛି ।

2. ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ରୁମାଲର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ସେ.ମି. ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 18 ସେ.ମି । ଏହାର ପରିସୀମା କେତେ ?

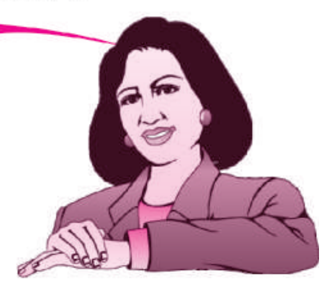
ଏହାର ପରିସୀମା = 24 ସେ.ମି. + 18 ସେ.ମି. = 42 ସେ.ମି.

3. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3 ମିଟର । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ହେବ ?

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ବାହୁ X ବାହୁ

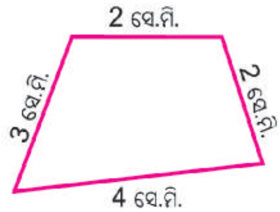
= 3 ମିଟର x 3 ମିଟର

= 9 ମିଟର



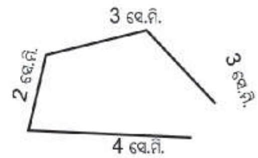
3. **ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା କେତେ ହେବ ?**

ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ	=	2 ସେ.ମି.
ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ	=	3 ସେ.ମି.
ପରିସୀମା	=	ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଯୋଗଫଳର ଦୁଇ ଗୁଣ
	=	(2 ସେ.ମି. + 3 ସେ.ମି.) x 2
	=	5 ସେ.ମି. x 2 = 10 ସେ.ମି.



4. **ଥରେ ମଧୁମିତା କହିଲା - ମୁଁ ମୋ ଖାତାରେ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିଛି ଓ ତାର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଛି ।**

ପରିସୀମା = 2 ସେ.ମି. + 3 ସେ.ମି. + 3 ସେ.ମି. + 4 ସେ.ମି. = 12 ସେ.ମି.



5. **ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1 ମିଟର ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 80 ସେ.ମି. । ଏହାର ପରିସୀମା କେତେ ହେବ ?**

ରାଧିକା ପ୍ରଶ୍ନଟିର ସମାଧାନ ନିମ୍ନ ମତେ କଲା ।

ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 1 ମିଟର, ପ୍ରସ୍ଥ = 80 ସେ.ମି.

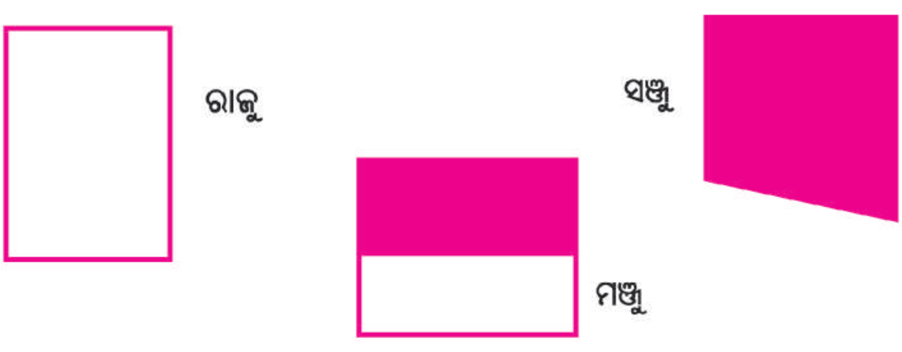
ପରିସୀମା = 2 x (ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ)

= 2 x (1 ମିଟର + 80 ସେ.ମି)

= 2 x 81 ମିଟର

= 162 ମିଟର

6. **ଗୋଟିଏ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର ଚିତ୍ର ଆଙ୍କି ତାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ଲାଲ ରଂଗରେ ସୁରଇବା ପାଇଁ ତିନି ଜଣ ପିଲାଙ୍କୁ କୁହାଗଲା । ସେମାନେ କିପରି ଦେଖାଇଛନ୍ତି ଆସ ଦେଖିବା ।**



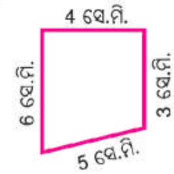
7. **ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କି ତା'ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।**

ରମେଶ କିପରି ଚିତ୍ର ଆଙ୍କି ତା'ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଥିଲା ଦେଖ ।

ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 4 ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ = 2ସେ.ମି

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 4 ସେ.ମି. x 2 ସେ.ମି. = 8 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

8. **ତଳେ ଗୋଟିଏ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ଦେଖାଯାଇଛି । ଏହାର ପରିସୀମା କେତେ ହେବ ?**



ଏହି କ୍ଷେତ୍ରର **ପରିସୀମା** = 4 x 3 x 6 x 5 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

= 360 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

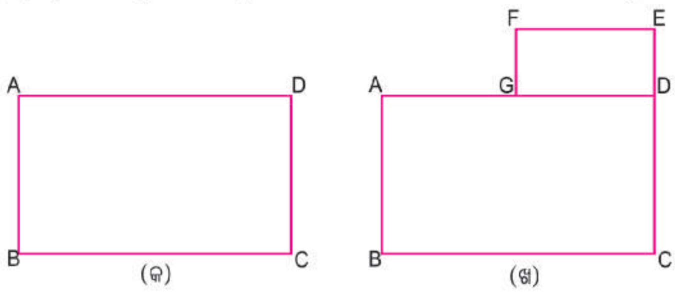
9. **ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1 ମିଟର ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 40 ସେ.ମି. । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?**

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ

= 1 ମିଟର x 40 ସେ.ମି.

= 40 ବର୍ଗମିଟର

10. **12 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ଓ 8ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ ଆୟତଚିତ୍ର ABCD ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିଲା (ଚିତ୍ର-କ) । ତା' ସହିତ ଲଗାଇ 6 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ଓ 3 ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ଅନ୍ୟ ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଗଲା (ଚିତ୍ର-ଖ) । (ଚିତ୍ର ଖ) ରେ ଥିବା କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା କେତେ ?** ଭାବନା ନିମ୍ନ ମତେ ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କଲା ।



ABCD ର ପରିସୀମା = 2 (ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ) = 2(12 + 8) ସେ.ମି.

= 2 x 20 ସେ.ମି. = 40 ସେ.ମି.

DEFG ର ପରିସୀମା = 2 (ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ) = 2(6 + 3) ସେ.ମି.

= 2 x 9 ସେ.ମି. = 18 ସେ.ମି.

ସମଗ୍ର କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = ABCD ର ପରିସୀମା + DEFG ର ପରିସୀମା

ଦ୍ୱାଦଶ ଅଧ୍ୟାୟ

C8EG84

ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନା ଓ ସଂରଚନା

12.1. ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ତଥ୍ୟର ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ଏହି ତଥ୍ୟ ସବୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯିବାର ତୁମେ ଜାଣିଛ । ଦୈନିକ ଖବରକାଗଜ, ଦୂରଦର୍ଶନରେ ମଧ୍ୟ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ତଥ୍ୟକୁ ଚିତ୍ରଲେଖ, ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ତଥା ସାରଣୀରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯାଇଥାଏ । ଏହାର ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି, ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

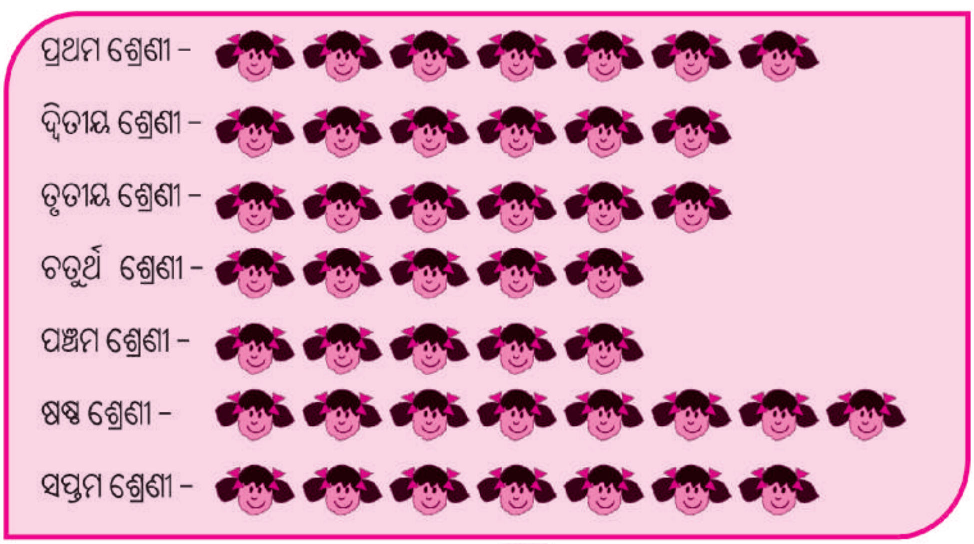
ଉଦାହରଣ -1

ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ବିଭିନ୍ନ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢୁଥିବା ପିଲାସଂଖ୍ୟାକୁ ତଳ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ସେହି ତଥ୍ୟକୁ ଚିତ୍ରଲେଖରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ପ୍ରଥମ ଶ୍ରେଣୀ	ଦ୍ୱିତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ	ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ	ଚତୁର୍ଥ ଶ୍ରେଣୀ	ପଞ୍ଚମ ଶ୍ରେଣୀ	ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ	ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ
35	30	30	25	25	40	35

ସମାଧାନ

ଯଦି 5 ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ପାଇଁ ଚିତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ, ତେବେ ବିଦ୍ୟାଳୟର ବିଭିନ୍ନ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାସଂଖ୍ୟାକୁ ଚିତ୍ରଲେଖରେ ଏହିଭଳି ପ୍ରକାଶ କରାଯିବ ।



ଗୋଟିଏ ଦୋକାନୀ ପାଞ୍ଚଦିନରେ ଯଥାକ୍ରମେ **12, 16, 14, 18** ଓ **10**ଟି ଗୁଡ଼ି ବିକ୍ରିକଲେ । ଯଦି ଦୁଇଟି ଗୁଡ଼ି ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ବିକ୍ରି କରିଥିବା ଗୁଡ଼ିସଂଖ୍ୟାକୁ ଚିତ୍ରଲେଖରେ ଓ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖରେ କିପରି ସୂଚାଯିବ ।

12.2. ତଥ୍ୟ

20 ଓଭର ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ରିକେଟ ମ୍ୟାଚର ଗୋଟିଏ ଦଳର ରନ ବୋର୍ଡ଼କୁ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ତାହାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ବ୍ୟାଟିଂ ବିବରଣୀ **ପୁରୁଣିଆଁ ଦଳ**

ବ୍ୟାଟସ୍‌ମ୍ୟାନଙ୍କ ନାମ	ଖେଳିଥିବା ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା	ସଂଗୃହୀତ ରନ୍	ଚୌକା ସଂଖ୍ୟା	ଛକା ସଂଖ୍ୟା
ଧବଳ	24	30	2	2
ବିଭୁତି	35	21	3	0
ହରପ୍ରସାଦ	28	27	3	1
ସଞ୍ଜୟ	3	2	0	0
ସତ୍ୟପ୍ରକାଶ*	12	24	2	2
ଉମେଶ*	18	17	2	0
ଅତିରିକ୍ତ ରନ **2**		ମୋଟ - **123 (4 ଉଇକେଟରେ)**		

ବୋଲିଂ ବିବରଣୀ **ମହାଦେବବସ୍ତ ଦଳ**

ବୋଲରଙ୍କ ନାମ	ଓଭର	ମେଡ଼େନ ଓଭର	ରନ	ଉଇକେଟ
ଜତିନ୍	4	0	22	1
ସୁଲେମାନ	4	0	31	0
ଇକ୍‌ବାଲ	4	1	16	2
ମହେଶ	4	0	29	0
ଚନ୍ଦନ	4	0	25	1

କ୍ରିକେଟ ଖେଳରେ କେଉଁ ଦଳ ଜିତିଲା ବା ହାରିଲା ଜାଣିବା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ନୁହେଁ । ବରଂ, ସ୍କୋର ବୋର୍ଡ଼କୁ ଦେଖି ସେଥିରୁ ମ୍ୟାଚ ସଂପର୍କରେ ଅନେକ ତଥ୍ୟ ହାସଲ କରିହୁଏ । କିଏ ବେଶୀ ରନ ସଂଗ୍ରହ କରିଛି, କିଏ ଅଧିକ ବଲ ଖେଳିଛି, କିଏ ଅଧିକ ଉଇକେଟ ଅକ୍ତିଆର କରିଛି ଇତ୍ୟାଦି ।

ଉପରୋକ୍ତ ବ୍ୟାଟିଂ ଓ ବୋଲିଂ ବିବରଣୀ ଦେଖି ତୁମେ ସେଥିରୁ କି'କି ତଥ୍ୟ ପାଉଛ ଲେଖ ।

ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ସେହିପରି ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ସାରଣୀରୁ ସଂଖ୍ୟା, ଚିତ୍ର ଓ ନାମ ସଂପର୍କରେ ଧାରଣା ପାଇଥାଉ ।

ତଥ୍ୟ ହେଉଛି କେତେକ ସଂଗୃହିତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସମାହାର ଯେଉଁଥିରୁ ଆମେ କୌଣସି ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ପର୍କରେ ସୂଚନା ପାଇଥାଉ ।

ଉଦାହରଣ - 2

ବାର୍ଷିକ ପରୀକ୍ଷା କଥା ଚୁନିକୁ ପଚାରିବାରୁ, ଚୁନି ତା ନିଜ ନମ୍ବର ସହିତ ଚିକୁର ନମ୍ବରକୁ ମଧ୍ୟ କହିଲା ।

ଚୁନି ପାଇଥିବା ନମ୍ବର	
ଗଣିତ -	85
ସାହିତ୍ୟ -	65
ବିଜ୍ଞାନ -	75
ଇଂରାଜୀ -	84
ଭୂଗୋଳ -	42
ଇତିହାସ -	38

ଚିକୁ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର	
ଗଣିତ -	97
ସାହିତ୍ୟ -	75
ବିଜ୍ଞାନ -	75
ଇଂରାଜୀ -	91
ଭୂଗୋଳ -	40
ଇତିହାସ -	27

ଦୁଇ ଜଣଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କିଏ ଅଧିକ ନମ୍ବର ପାଇଛି ଓ କେତେ ଅଧିକ ନମ୍ବର ପାଇଛି ? ଏହି ଭଳି ଅନେକ ତଥ୍ୟ ଏହି ସାରଣୀରୁ ମିଳିଥାଏ । ସେହି ଭଳି, ଆମେ ଫୋନ ନମ୍ବର, ଗାଡ଼ି ନମ୍ବର ଓ ଅନେକ ଲୋକଙ୍କ ନାମ ମନେ ରଖିଥାଉ । ବେଳେ ବେଳେ ଆମେ ସବୁ ତଥ୍ୟକୁ ଅନେକ ଦିନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ମନେ ରଖିପାରୁନଥିବାରୁ ଅନେକ ଅସୁବିଧା ହୋଇଥାଏ ।

✍ ତଥ୍ୟକୁ ମନେରଖି ନ ପାରି ତୁମେ କେବେ ଅସୁବିଧାର ସମ୍ମୁଖୀନ ହୋଇଛ କି ? ଏହିଭଳି ପରିସ୍ଥିତିର ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

12.3. ତଥ୍ୟ ଓ ଏହାର ବିଶ୍ଳେଷଣ

ଗୋପବନ୍ଧୁ ଉଚ୍ଚ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ୬ଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ ପିଲାମାନେ ବାର୍ଷିକ ପରୀକ୍ଷାର ଗଣିତରେ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିବରଣୀ ତଳ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

	ନାମ	ନମ୍ବର		ନାମ	ନମ୍ବର
1	ସଂଗ୍ରାମ ସେନାପତି	95	6	ଅସିତ ଅଗ୍ରୱାଲା	59
2	ନିର୍ମଳା ବେହେରା	75	7	ସାଇନା ପ୍ରଧାନ	90
3	ରଣବୀର କାପୁର	97	8	ୱାସିମ୍ ଆକ୍ରମ	55
4	ବନିତା ମହାନ୍ତି	98	9	ମମତା ଖରା	60
5	ସୟଦ ଅଲ୍ଲୀ	65	10	ମଦନ ଗୋରାନା	49

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ –

(କ) କେତେଜଣ ପିଲା ଗଣିତରେ ୨0ରୁ ଅଧିକ ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି ?

(ଖ) କେତେଜଣ ପିଲା ଗଣିତରେ 60ରୁ କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି ?

(ଗ) ଯେଉଁ ପିଲାମାନେ 90ରୁ ଅଧିକ ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି, ଅଧିକ ନମ୍ବର ରଖିବା ପାଇଁ ସେମାନେ କ'ଣ କରିଥିବେ ବୋଲି ଭାବୁଛ ?

(ଘ) 60ରୁ କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଥିବା ପିଲାମାନେ କେଉଁ କାରଣରୁ କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି ବୋଲି ତୁମେ ଭାବୁଛ ?

ପ୍ରଶ୍ନ (ଗ) ଓ (ଘ) ରେ ତୁମେ ଯେଉଁ ଉତ୍ତର ଲେଖିଛ ତାହା କେତେଦୂର ଠିକ୍ ଜାଣିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । ଏହି ସାରଣୀରେ ପିଲାମାନେ ଗଣିତ ବହି ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କେଉଁସବୁ ବହି ପଢୁଥିଲେ ଓ ଘରେ କେତେ ସମୟ ଗଣିତ ପଢୁଥିଲେ ତା'ର ବିବରଣୀ ଦିଆଯାଇଛି ।

କ୍ର.ନଂ	ପିଲାଙ୍କ ନାମ	ପାଇଥିବା ନମ୍ବର	ପଢୁଥିବା ବହି	ଘରେ ପଢ଼ା ସମୟ (ଘଣ୍ଟାରେ)	
				ସକାଳେ	ସଂଧ୍ୟାରେ
1	ସଂଗ୍ରାମ ସେନାପତି	95	ଟେଷ୍ଟ ପେପର, ଗଣିତ ବିଚିତ୍ରା	2	1
2	ନିର୍ମଳା ବେହେରା	75	ପ୍ରଶ୍ନ ବ୍ୟାଙ୍କ	1	1
3	ରଣବୀର କାପୁର	97	ଟେଷ୍ଟ ପେପର, ଗଣିତ ବିଚିତ୍ରା , ପ୍ରଶ୍ନ ବ୍ୟାଙ୍କ	2	$1\frac{1}{2}$
4	ବନିତା ମହାନ୍ତି	98	ଟେଷ୍ଟ ପେପର, ପ୍ରଶ୍ନ ବ୍ୟାଙ୍କ	2	1
5	ସୟଦ ଅଲ୍ଲୀ	65	—	1	-
6	ଅସିତ ଅଗ୍ରୱାଲା	59	—	1	-
7	ସାଇନା ପ୍ରଧାନ	90	ଟେଷ୍ଟ ପେପର, ଗଣିତ ବିଚିତ୍ରା	2	1
8	ୱାସିମ୍ ଆକ୍ରମ	55	—	-	1
9	ମମତା ଖରା	60	—	1	-
10	ମଦନ ଗୋରାନା	49	—	1	-

ଏହି ସାରଣୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ –

(କ) ଯେଉଁ ମାନେ ଗଣିତରେ 90ରୁ ଅଧିକ ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି, ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କିଏ ଦୈନିକ କେତେ ସମୟ ଗଣିତ ପଢ଼ନ୍ତି ?

(ଖ) ଗଣିତରେ 90 ରୁ ଅଧିକ ନମ୍ବର ରଖିଥିବା ପିଲାମାନେ ଅନ୍ୟ କେଉଁ କେଉଁ ବହି ପଢୁଥିଲେ ?

(ଗ) ଯେଉଁମାନେ ଗଣିତରେ 60 ରୁ କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି, ସେମାନେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୈନିକ କେତେ ସମୟ ଲେଖାଏଁ ଗଣିତ ପଢ଼ନ୍ତି ?

(ଘ) ଯେଉଁମାନେ ଗଣିତରେ 60 ରୁ କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଛନ୍ତି ସେମାନେ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସବୁ ବହି ପଢୁଥିଲେ ?

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

ଏହି ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତରେ ଅଧିକ ନମ୍ବର ରଖୁଥିବା ପିଲାମାନେ ଘରେ ଦୈନିକ ଅଧିକ ସମୟ ଗଣିତ ପଢ଼ାରେ ବିନିଯୋଗ କରୁଥିଲେ ଓ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ବହି ସବୁ ପଢୁଥିଲେ ।

ଏ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟ ସାରଣୀରେ ଥିବାରୁ ଆମେ ସହଜରେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିପାରିଲେ । ଏଣୁ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ ପୂର୍ବରୁ ଏହାର ବ୍ୟବହାରକୁ ବିଚାର କରି ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିବା ଫଳରେ, ସମସ୍ୟାର ସାମ୍ଭାବ୍ୟ ସମାଧାନଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟାସତ୍ୟ ପରୀକ୍ଷଣ ସହଜ ହୋଇଥାଏ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିସ୍ଥିତିଟିକୁ ପଢ଼ :

ବିଦ୍ୟାଧରପୁର ଗାଁ'ର ଅଧା ପୁରୁଷ କୃଷିକାର୍ଯ୍ୟ କରନ୍ତି । ଆଉ ଅଧେରୁ କିଛି କମ୍ ପୁରୁଷ ଦିନ ମଜୁରିଆ ଓ ବାକି ପୁରୁଷ ଚାକିରି କରନ୍ତି । କିନ୍ତୁ ଅଳ୍ପ ମହିଳା ସରକାରୀ ଚାକିରି କରନ୍ତି, କିଛି ମହିଳା ଦିନ ମଜୁରୀ କାମ କରନ୍ତି, ଆଉ କିଛି ଘର କାମ ସହିତ ବଡ଼ି, ପାମ୍ପଡ଼ ତିଆରି କାର୍ଯ୍ୟକରି କିଛି ଅର୍ଥ ଉପାର୍ଜନ କରନ୍ତି । ଆଉ କେତେକ ମହିଳା ଜଙ୍ଗଲରୁ ଶୁଖିଲାକାଠ ବା ପତ୍ର ସଂଗ୍ରହ କରି ବିକ୍ରି କରନ୍ତି । କିଛି ମହିଳା ମଧ୍ୟ ଅନ୍ୟମାନଙ୍କ ଘରେ କାମ କରି ରୋଜଗାର କରନ୍ତି ।

ଦିନେ ସେହି ଗାଁ'ର ସୀମାଦେବୀ ସମସ୍ତ ମହିଳାମାନଙ୍କୁ ଡାକି ଏକ ସଭାର ଆୟୋଜନ କଲେ ଓ ସଭାରେ ଏକ ବାଳିକା ବିଦ୍ୟାଳୟ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତାବ ଦେଲେ । ସମସ୍ତେ ଏଥିରେ ଖୁସି ହେଲେ । ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଇଁ ଅର୍ଥ ସଂଗ୍ରହ କରିବାକୁ ସମସ୍ତେ ରାଜି ହେଲେ । ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କର କାମ ଅନୁଯାୟୀ କିଛି ପରିମାଣର ଅର୍ଥ ଦେବା ପାଇଁ ନିଷ୍ପତ୍ତି ଗ୍ରହଣ କରାଗଲା ।

- ଏଥିପାଇଁ ସୀମାଦେବୀ ଗାଁ ମହିଳାମାନଙ୍କର ନାମ, କାମ ଓ ସେମାନଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ତଥ୍ୟ ପାଇବା ପାଇଁ କିଭଳି ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିବେ ? ତୁମେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିବା ସାରଣୀକୁ ତୁମ ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସାରଣୀ ସହ ତୁଳନା କର ।

ଜାଣିଛ କି ?

ଆମ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଅନେକଗୁଡ଼ିଏ ଘଟଣା ଘଟିଥାଏ ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଆମ ପାଇଁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ଏହି ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜରୁରି ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରଥମେ ଲିପିବଦ୍ଧ ଓ ପରେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଆମର ଅନେକ ସୁବିଧା ହୋଇଥାଏ ।

12.4. ତଥ୍ୟର ଲିପିବଦ୍ଧ କରଣ -

ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ସ୍ୱାଧୀନତା ଦିବସ ପାଳନ ପାଇଁ ପ୍ରଧାନ ଶିକ୍ଷକ ବୈଠକ ଡକାଇଲେ । ସ୍ୱାଧୀନତା ଦିବସ ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ କାମ କରିବା ପାଇଁ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଦାୟିତ୍ୱ ଦିଆଗଲା ।

ପ୍ରଥମେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇ କାମଗୁଡ଼ିକ ସ୍ଥିର କରାଗଲା । ଯଥା - ବିଦ୍ୟାଳୟ ହତା ସଫେଇ, ପ୍ରଭାତଫେରି ପରିଚାଳନା, କ୍ରୀଡ଼ା ପ୍ରତିଯୋଗିତା, ମିଷ୍ଟାନ୍ନବଣ୍ଟନ । କେଉଁପିଲା କେଉଁ କାମ କରିବ, ତାହା ତଳ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଅଲିଭା	—	ପ୍ରଭାତଫେରି	ଅର୍ପିତା	—	ସଫେଇ	ଶେଷଦେବ	—	କ୍ରୀଡ଼ା
ଆକୁଳ	—	ସଫେଇ	ଜୀବନ	—	ସଫେଇ	ଅମିତା	—	ମିଷ୍ଟାନ୍ନବଣ୍ଟନ
ଇନା	—	କ୍ରୀଡ଼ା	ଝାନସୀ	—	ପ୍ରଭାତଫେରି	ଅଖତର	—	ପ୍ରଭାତଫେରି
ଉର୍ମିଳା	—	ସଫେଇ	ଅଶୋକ	—	ସଫେଇ	ଘୁଙ୍ଗୁର	—	ମିଷ୍ଟାନ୍ନବଣ୍ଟନ
କମଳ	—	ମିଷ୍ଟାନ୍ନବଣ୍ଟନ	ଶେଫାଳି	—	ପ୍ରଭାତଫେରି	ଚର୍ଚ୍ଚା	—	କ୍ରୀଡ଼ା
ଐଶ୍ୱର୍ଯ୍ୟ	—	ସଫେଇ	ଆପ୍ରିଦ୍	—	ସଫେଇ	ଗଗନ	—	କ୍ରୀଡ଼ା
ମାନିନୀ	—	କ୍ରୀଡ଼ା	ମାରିଆ	—	ସଫେଇ	ବାଇନ	—	କ୍ରୀଡ଼ା

ଶିକ୍ଷକ ପଚାରିଲେ- ''କେଉଁ ଦାୟିତ୍ୱରେ କେତେ ଜଣ ପିଲା ରହିଲେ ?''

- ପମି ତାଲିକା ପଢ଼ି ହିସାବ କରି କହିଲା –

କ୍ରୀଡ଼ା ପ୍ରତିଯୋଗିତା	6
ମିଷ୍ଟାନ୍ନବଣ୍ଟନ	3
ପ୍ରଭାତଫେରି ପରିଚାଳନା	4
ସଫେଇ	8

ପ୍ରତ୍ୟେକ କାମର ପିଲା ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପାଇଁ ପମି ୩ଥର ଗଣି ପିଲାସଂଖ୍ୟା କହିଲା ।

- ସାରଳା ଚଟାଣରେ 4 ଗୋଟି ଘର କାଟି ଦେଲା ଓ ସେଥିରେ କାମଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖିଲା ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ କାମ ଘରେ ସେହି କାମ ପାଇଁ ନିଯୁକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଗୋଡ଼ି ରଖିଲା ।

ପ୍ରଭାତଫେରି ମିଷ୍ଟାନ୍ନବଣ୍ଟନ କ୍ରୀଡ଼ା ପ୍ରତିଯୋଗିତା ସଫେଇ

ଶିକ୍ଷକ ପଚାରିବାରୁ ସାରଳା କେବଳ ପ୍ରତି କାମ ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଘରେ ଥିବା ଗୋଡ଼ିକୁ ଗଣି ସଂଗେ ସଂଗେ କାମ ଅନୁଯାୟୀ ପିଲାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା କହିପାରିଲା, ଆଉ ତାଲିକାରୁ ଖୋଜିବା ଭଳି ଡେରି ହେଲାନାହିଁ ।

- ମାରିଆ ହଠାତ୍ ଠିଆ ହୋଇ କହିଲା – 'ମୁଁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଉପାୟରେ ଏହା ଜାଣିପାରିଲି ।' ସେ ତିଆରି କରିଥିବା ସାରଣୀଟିକୁ ସମସ୍ତଙ୍କୁ ଦେଖାଇଲା ।

ସଫେଇକାମ	✔ ✔ ✔ ✔ ✔ ✔ ✔ ✔	8
ପ୍ରଭାତଫେରି	✔ ✔ ✔ ✔	4
କ୍ରୀଡ଼ା ପ୍ରତିଯୋଗିତା	✔ ✔ ✔ ✔ ✔ ✔	6
ମିଷ୍ଟାନ୍ନ ବଣ୍ଟନ	✔ ✔ ✔	3

ମାରିଆ ତିଆରି କରିଥିବା ସାରଣୀକୁ ତୁମେ ବୁଝି ପାରୁଛ କି ?

ଏହି ସାରଣୀରେ ଥିବା ✔ ଚିହ୍ନ କାହାକୁ ସୂଚାଉଛି ?

ଚାରିଜଣ ପିଲାଙ୍କୁ ପ୍ରଭାତଫେରି କାର୍ଯ୍ୟର ଦାୟିତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଥିଲା । ତେଣୁ, ପ୍ରଭାତଫେରିର ଡ଼ାହାଣପଟେ ଚାରୋଟି ✔ ଚିହ୍ନ ଦିଆଯାଇଛି ।

କହିଲ ଦେଖି :

ପମି, ସାରଳା ଓ ମାରିଆ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ତଥ୍ୟକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କଲେ, କାହାର ଉପାୟ ତୁମକୁ ଭଲ ଲାଗୁଛି ଓ କାହିଁକି ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାମାନଙ୍କର ନାମ ତାଲିକା ତିଆରି କର ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କର ଅଭିଭାବକ କେଉଁ କାର୍ଯ୍ୟ କରି ଅର୍ଥ ଉପାର୍ଜନ କରନ୍ତି ତାହା ବୁଝ ।
- ଗୋଟିଏ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ତାହାକୁ ଦେଖାଅ ।

ଆସ, ଆଉ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତିର ଆଲୋଚନା କରିବା –

ଶିକ୍ଷକ ମିତାକୁ କହିଲେ –

ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାମାନେ ସକାଳୁ କ'ଣ କ'ଣ ଖାଆନ୍ତି, ତା'ର ଏକ ତାଲିକା କର –

❖ ମିତା କିପରି ତାହାକୁ ସାରଣୀରେ ଦେଖାଇଲା ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଖାଦ୍ୟର ନାମ	ପିଲା ସଂଖ୍ୟା
ଭାତ	I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I
ଜଳଖିଆ	I I I I I I I I I I I I I I I I
ଫଳ	I I I I I I

ସେ ଖାଦ୍ୟ ପଦାର୍ଥର ନାମ ତଳକୁ ତଳ ଲେଖି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖାଦ୍ୟ ପଦାର୍ଥର ଡାହାଣ ପାଖରେ ଚିହ୍ନ ଦେଲା । ଜଣେ ପିଲା ପାଇଁ (।) ଚିହ୍ନ ଦେଇ ଦେଖାଇଲା ।

ଏହି ସାରଣୀକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ –

- କେତେ ଜଣ ପିଲା ସକାଳୁ ଭାତ ଖାଇ ଆସିଛନ୍ତି ?
- କେତେ ଜଣ ପିଲା ସକାଳୁ ଜଳଖିଆ ଖାଇ ଆସିଛନ୍ତି ?
- କେତେ ଜଣ ପିଲା ସକାଳୁ ଫଳ ଖାଇ ଆସିଛନ୍ତି ?

❖ ମିତାର ସାରଣୀକୁ ଦେଖି ଜିତୁ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରେ ସଜେଇଲା, ତାହାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଖାଦ୍ୟର ନାମ	ଚିହ୍ନ	ପିଲା ସଂଖ୍ୟା
ଭାତ	(I I I I I I I I I I) (I I I I I I I I I I) I I I	23
ଜଳଖିଆ	(I I I I I I I I I I) I I I I I I	16
ଫଳ	I I I I I I	6

ଜିତୁ ଦଶଟି ଲେଖାଏଁ (।) ଚିହ୍ନରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ମୁଣ୍ଡୁଳି ବୁଲେଇଲା ।

ମିତା ଓ ଜିତୁ ର ସଜାଇବା ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟରୁ କାହାର ପ୍ରଣାଳୀ ତୁମକୁ ଭଲ ଲାଗୁଛି ଓ କାହିଁକି ?

❖ ଦିଲ୍ଲିପ୍ ଏହାକୁ ଅଧିକ ସରଳ କରିବାକୁ ଯାଇ ପ୍ରତି 5ଟି (|) ଚିହ୍ନରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ମୁଣ୍ଡୁଳା ବୁଲାଇଲା।

ଖାଦ୍ୟର ନାମ	ଚିହ୍ନ	ପିଲା ସଂଖ୍ୟା
ଭାତ	(||||) (||||) (||||) (||||) |||	23
ଜଳଖିଆ	(||||) (||||) (||||) |	16
ଫଳ	(||||) |	6

❖ ଦିଲ୍ଲିପ୍‌ର ସାରଣୀ ଦେଖି ଶିକ୍ଷକ କହିଲେ, ପ୍ରତି ମୁଣ୍ଡୁଳା ଭିତରେ ଥିବା ପାଞ୍ଚଟି (|) ଚିହ୍ନକୁ 𝍸 ଏହିଭଳି ଭାବେ ଲେଖିଲେ ହିସାବ କରିବାକୁ ସୁବିଧା ହେବ। ଏଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି **ଟାଲି ଚିହ୍ନ**। ତେଣୁ 𝍸 ||| କୁ ପାଞ୍ଚ ଯୁକ୍ତ ତିନି ଅର୍ଥାତ୍ ଆଠ ବୋଲି ଗଣାଯାଏ। ସେହିପରି 𝍸 𝍸 କୁ ଦଶ ଭାବେ ଗଣାଯାଏ।

ଏହାପରେ, ସାରଣୀଟି ନିମ୍ନ ଭଳି ଦେଖାଯିବ ।

ଖାଦ୍ୟର ନାମ	ଚିହ୍ନ	ପିଲା ସଂଖ୍ୟା
ଭାତ	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	23
ଜଳଖିଆ	𝍸 𝍸 𝍸 |	16
ଫଳ	𝍸 |	6

କହିଲ ଦେଖି :

ଶିକ୍ଷକ ବତାଇଥିବା ପ୍ରଣାଳୀରେ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲେ କି'କି' ସୁବିଧା ହେବ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 12.1

1. ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ ପିଲାମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ତଳ କୋଠରିରେ ସେ.ମି.ରେ ଦିଆଯାଇଛି।

120	135	125	120	145	125	135
125	120	135	145	120	135	145
135	145	120	135	125	135	125
145	120	145	120	135	145	145
145	135	125	120	135	125	135

- ଉପର ତଥ୍ୟକୁ ନେଇ ଟାଲି ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର।
- କେତେ ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ପିଲା ଶ୍ରେଣୀରେ ସର୍ବାଧିକ ?
- କେତେ ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ପିଲା ଶ୍ରେଣୀରେ ସବୁଠାରୁ କମ୍ ?

2. ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାଙ୍କ ଭାଇଭଉଣୀ ସଂଖ୍ୟା (ନିଜକୁ ବାଦ୍ ଦେଇ) ପଚାରି ବୁଝ । ଏହାକୁ ନେଇ ଟାଲି ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ସାରଣୀ ତୁମ ଖାତାରେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ଭାଇଭଉଣୀ ଥିବା ପିଲା	**ଟାଲି ଚିହ୍ନ**	**ସଂଖ୍ୟା**
ଆଦୌ ଭାଇଭଉଣୀ ନ ଥିବା ପିଲା		
1 ଜଣ ଭାଇଭଉଣୀ		
2 ଜଣ ଭାଇଭଉଣୀ		
3 ଜଣ ଭାଇଭଉଣୀ		
4 ଜଣ ଭାଇଭଉଣୀ		
4 ଜଣରୁ ଅଧିକ ଭାଇଭଉଣୀ		

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଲେଖ –

- କେତେ ଜଣ ପିଲାଙ୍କର ଆଦୌ ଭାଇଭଉଣୀ ନାହାନ୍ତି ?
- କେତେ ଜଣ ପିଲାଙ୍କର 4ରୁ ଅଧିକ ଭାଇଭଉଣୀ ଅଛନ୍ତି ?
- ସେହିପରି ତୁମେ ଏହି ସାରଣୀ ଦେଖି ସେଥିରୁ କେତୋଟି ପ୍ରଶ୍ନ ତିଆରି କର ଓ ତୁମ ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କୁ ଦେଖାଅ ।

3. ଅର୍ଚ୍ଚିତା ବିଦ୍ୟାଳୟ ଆଗରେ ଛିଡ଼ା ହୋଇ ବିଦ୍ୟାଳୟର ସାଧାରଣ ସଭାକୁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପୋଷାକ ପିନ୍ଧି ଆସିଥିବା ପୁରୁଷ ଅଭିଭାବକଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କର ପୋଷାକ ଅନୁଯାୟୀ ଗଣି ସାରଣୀଟି ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଛି ।

ପୋଷାକ ପ୍ରକାର	**ଟାଲି ଚିହ୍ନ**	**ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା**
ଲୁଙ୍ଗି ଓ ସାର୍ଟ ପିନ୍ଧିଥିବା ଲୋକ	卌 卌 |	
ଧୋତି ଗାମୁଛା ପିନ୍ଧିଥିବା ଲୋକ	卌 卌 卌 |||	
ଧୋତି କମିଜ ପିନ୍ଧିଥିବା ଲୋକ	卌 卌 卌 卌	
ପ୍ୟାଣ୍ଟ ସାର୍ଟ ପିନ୍ଧିଥିବା ଲୋକ	卌 卌 卌 卌 卌 |	

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଲେଖ –

- କେଉଁ ପ୍ରକାର ପୋଷାକ ପିନ୍ଧି କେତେ ଲୋକ ଆସିଥିଲେ ?
- ଅଧିକ ପୁରୁଷ ଲୋକ କେଉଁ ପ୍ରକାର ପୋଷାକ ପିନ୍ଧିଥିଲେ ?
- ମୋଟ କେତେଜଣ ଅଭିଭାବକ ବିଦ୍ୟାଳୟକୁ ଆସିଥିଲେ ?
- ପ୍ୟାଣ୍ଟ ସାର୍ଟ ପିନ୍ଧିଥିବା ଅଭିଭାବକ ସଂଖ୍ୟା ଲୁଙ୍ଗି ଓ ସାର୍ଟ ପିନ୍ଧିଥିବା ଅଭିଭାବକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ?
- ଏହିଭଳି କେତେଗୁଡ଼ିଏ ପ୍ରଶ୍ନ ତିଆରି କର ଓ ତୁମ ସାଙ୍ଗଙ୍କୁ ପଚାର ।

12.5. ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାରେ ମଜା

- ପ୍ରଥମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ନିଅ ।
- ସେହି ଦୁଇଟିକୁ ମିଶାଅ । ଯୋଗଫଳ କେତେ ପାଇଲ ?

ପ୍ରଥମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ହେଲେ 1 ଓ 3 । 1 ଓ 3 ର ଯୋଗଫଳ ହେଉଛି 4 ।

$1 + 3 = 4 = 2 \times 2$

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ।

ଜାଣିଛ କି ?

$2 \times 2 = 4$

$3 \times 3 = 9$

$4 \times 4 = 16$

4 , 9, 16,......... ଭଳି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ ସଂଖ୍ୟାଟି ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ।

ଏବେ ପ୍ରଥମ ତିନୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ସେମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ? ଏହା କାହାର ବର୍ଗ ?

$1 + 3 + 5 = 9 = 3 \times 3$

ଏହିପରି ପରବର୍ତ୍ତୀ ଧାଡିମାନଙ୍କରେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାନେଇ ତୁମେ କ'ଣ ପାଉଛ ଦେଖ ।

$1 + 3 = 4 = 2 \times 2$

$1 + 3 + 5 = 9 = 3 \times 3$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4 \times 4$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = __ = __ \times __$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = __ = __ \times __$

ତୁମେ ଏହିପରି କେତେ ଆଗକୁ ଯାଇ ପାରିବ ଯାଅ ।

12.6. ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ମଜା

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛୁଯେ 1, 4, 9, 16,...... ଭଳି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ।

ଆସ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

■ ଚିହ୍ନ ଏକ ଏକକକୁ ସୂଚାଏ, ତେଣୁ ସଂଖ୍ୟା 1 କୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ■ ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ

ସେହିପରି, ସଂଖ୍ୟା 2କୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ■ ■ ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ ।

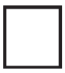
ସଂଖ୍ୟା 3କୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ତିନୋଟି ଏକ ଏକକ ■ ଆବଶ୍ୟକ । ଏହାକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଦର୍ଶାଯାଇ ପାରିବ ।

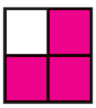
• ସେହିପରି 4 କୁ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

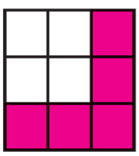
ତୁମେ ସେହିଭଳି 5, 6 , 7, 8 ଓ 9 କୁ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

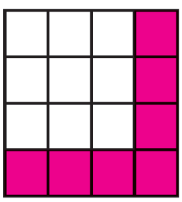
ଲକ୍ଷ୍ୟକର, 4 ଓ 9 ଭଳି ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବର୍ଗଚିତ୍ରରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ । କିନ୍ତୁ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବର୍ଗଚିତ୍ରରେ ପ୍ରକାଶ କରି ହେଉନାହିଁ ।

କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ବର୍ଗକୁ ବର୍ଗ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରକାଶକୁ ଦେଖ-

$(1)^2 =$  $= \mathbf{0} + \mathbf{1} = 1$

$(2)^2 =$  $= \mathbf{1} + \mathbf{3} = 4$

$(3)^2 =$  $= \mathbf{4} + \mathbf{5} = 9$

$(4)^2 =$  $= \mathbf{9} + \mathbf{7} = 16$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟିରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି ।

ଏହି କ୍ରମରେ $(5)^2$ ଓ $(6)^2$ କୁ ବର୍ଗଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଇ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟିରେ ପ୍ରକାଶ କର :

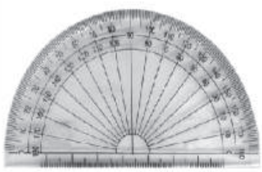
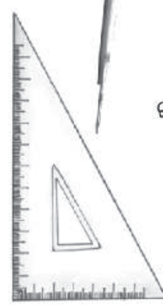
ତ୍ରୟୋଦଶ ଅଧ୍ୟାୟ

C8NC9R

ଜ୍ୟାମିତିକ ଅଙ୍କନ

13.1. ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ତୁମ ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସରେ ଥିବା ସବୁ ଯନ୍ତ୍ରମାନଙ୍କର ନାମ ଜାଣିଛ । ଆସ, ସେଗୁଡ଼ିକର କେତେକ ବ୍ୟବହାର ସଂପର୍କରେ ଜାଣିବା :

	ଯନ୍ତ୍ରର ନାମ	ବ୍ୟବହାର	
ସ୍କେଲ୍	ସ୍କେଲ୍	• ସରଳରେଖା ଓ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ • ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ • ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାପର ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ	କମ୍ପାସ୍
 ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର	ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର	• ଦତ୍ତ କୋଣର ମାପ ଜାଣିବା • ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ ଅଙ୍କନ	 ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍
ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍	ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍	• ରେଖାଖଣ୍ଡ ଉପରିସ୍ଥ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରିବା	ଡିଭାଇଡର
	କମ୍ପାସ୍	• ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ • ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାପର ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ	

କହିଲ ଦେଖି :
ଡିଭାଇଡରକୁ କେଉଁ କେଉଁ କାମରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ?

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ତୁମେ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାପର ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରିବା ଶିଖିଛ । କମ୍ପାସ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ରେଖାଖଣ୍ଡ କିପରି ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ, ଆସ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ -1

କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି 5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର।

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

ପ୍ରଥମେ ଗୋଟିଏ ସରଳ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

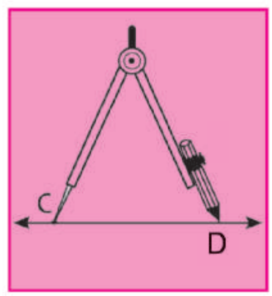
ଏହି ସରଳରେଖା ଉପରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର, ତାହାର ନାମ C ଦିଅ।

ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

ଗୋଟିଏ ସ୍କେଲ୍ ନିଅ। ସ୍କେଲର '0' ଚିହ୍ନ ଉପରେ କମ୍ପାସର କଣ୍ଟାମୁନ ରଖି କମ୍ପାସ୍ ଖୋଲି ପେନ୍ସିଲ୍‌ର ମୁନକୁ 5 ଉପରେ ରଖ।

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ :

ଏବେ କମ୍ପାସଟିକୁ ସ୍କେଲ ଉପରୁ ଉଠାଇଆଣ। ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଆଙ୍କିଥିବା ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ 'C' ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ କମ୍ପାସ୍‌ର କଣ୍ଟାମୁନକୁ ରଖ। ପେନ୍ସିଲ୍‌ର ମୁନଟି ସରଳରେଖାର ଯେଉଁଠାରେ ରହିଲା। ତାହାର ନାମ 'D' ଦିଅ। ଏବେ $\overline{CD}$ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈଘ୍ୟ ହେଉଛି 5 ସେ.ମି.।



ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 13.1

1. କେବଳ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରି 4. 2 ସେ.ମି. ଓ 6 ସେ.ମି ମାପର ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର।

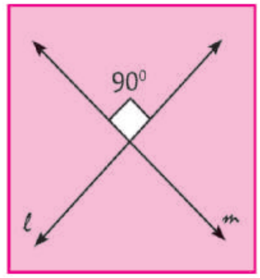
2. ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି 6.8 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର।

3. ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି 8 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର। ସେହି $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡରୁ 4.5 ସେ.ମି ଦୈର୍ଘ୍ୟର $\overline{AC}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ କାଟିଦିଅ। $\overline{BC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ହେଉଛି ମାପ।

4. କେବଳ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି 5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରିବା ବେଳେ କେଉଁ କେଉଁ ସୋପାନ ଦେଇ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବ ଲେଖ।

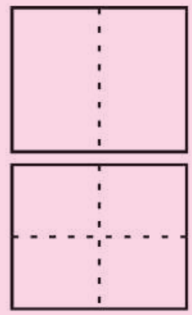
13.2. ଲମ୍ବ ଓ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ

ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ କେତେବେଳେ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବେ ?



ଯଦି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କଲେ ଛେଦବିନ୍ଦୁଠାରେ 90^0 ର କୋଣ ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ । ତେବେ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ । ଏହି ଚିତ୍ରରେ l ଓ m ସରଳ ରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

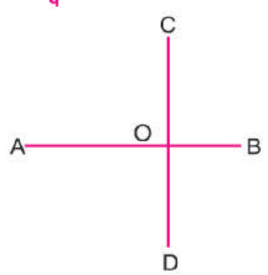
ନିଜେ କରି ଦେଖ



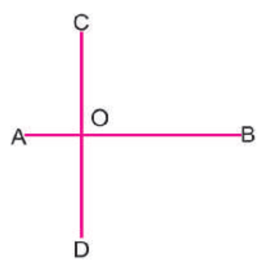
- ଗୋଟିଏ କାଗଜ ଖଣ୍ଡ ନିଅ ।
- ଏହାକୁ ପ୍ରଥମେ ଦୁଇ ଭାଙ୍ଗ କରି ଭାଙ୍ଗିଦିଅ ଓ ଚାପି ଦାଗ ଦିଅ ।
- ଏହାର ଠିକ୍ ମଝିରେ ଅନ୍ୟ ଦିଗରୁ ଭାଙ୍ଗ ଯେପରି ପ୍ରଥମ ଭାଗ ଦାଗର ଉଭୟ ଅଂଶ ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଯାଏ ଓ ଚାପି ଦାଗ ଦିଅ ।
- ଏବେ କାଗଜଟିକୁ ଖୋଲି ଦିଅ ।
- କାଗଜରେ ହୋଇଥିବା ଦାଗ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

ତୁମ ନିକଟ ପରିବେଶରେ କେଉଁ କେଉଁଠାରେ ଲମ୍ବ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ଲେଖ ।

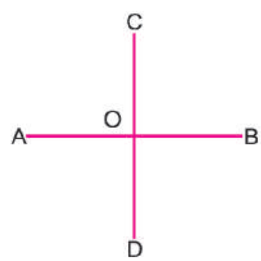
13.2.1. ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ



ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର



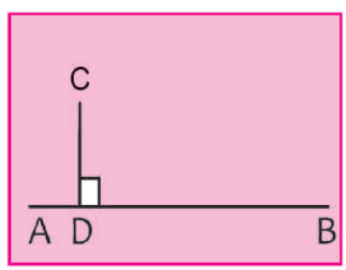
ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର



ତୃତୀୟ ଚିତ୍ର

ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର ତିନୋଟିକୁ ଦେଖ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । $\overline{AB}$ ଉପରେ $\overline{CD}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ ହେବା ଦ୍ୱାରା 'O' ବିନ୍ଦୁ $\overline{AB}$ କୁ $\overline{AO}$ ଓ $\overline{OB}$ ଭାବେ ଦୁଇ ଖଣ୍ଡରେ ଭାଗ କରୁଛି । ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ରରେ $\overline{AO}$ ଓ $\overline{OB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ନୁହେଁ (ମାପି ଦେଖ) । କିନ୍ତୁ, ତୃତୀୟ ଚିତ୍ରରେ $\overline{AO}$ ଓ $\overline{OB}$ ର ମାପ ସମାନ । ତୃତୀୟ ଚିତ୍ରରେ $\overline{CD}$ ହେଉଛି $\overline{AB}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ । ଆସ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ କିପରି ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ ଶିଖିବା ।

13.2.2. ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ



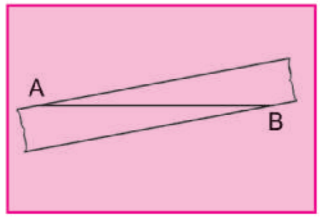
ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଏଠାରେ $\overline{AB}$ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ । $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଉପରେ D ଏକ ବିନ୍ଦୁ । D ବିନ୍ଦୁଠାରେ $\angle CDB$ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି । $\angle CDB$ ର ମାପ 90^0, ଏଠାରେ $\overline{CD}$ ହେଉଛି $\overline{AB}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ । ଏହାକୁ ଏପରି ଲେଖାଯାଏ $\overline{CD} \perp \overline{AB}$

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

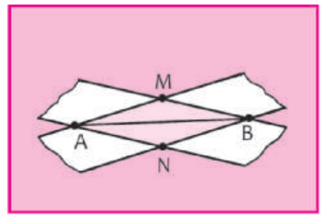
$\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :



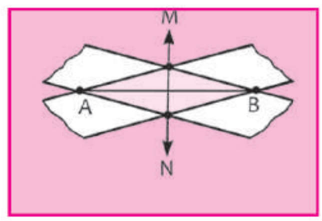
ଏକ ସ୍ୱଚ୍ଛ ଆୟତାକୃତି ଟେପ୍‌କୁ ଏପରି ପକାଅ, ଯେପରି ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୁଇ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ଟେପ୍‌ର ଦୁଇ ଧାରକୁ ଛୁଇଁବ (ଟେପ୍ ବଦଳରେ ତେଲ କାଗଜ ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା) ।

ତୃତୀୟ ସୋପାନ :



ଆଉ ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ଟେପ୍ ନିଅ । ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ ଭଳି ଟେପ୍‌ଟିକୁ ଏପରି ରଖ ଯେପରି A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ଟେପ୍‌ର ଧାରକୁ ଛୁଇଁବ ଓ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଯାଇଥିବା ଭଳି ଟେପ୍ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପରକୁ M ଓ N ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବେ ।

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ :



$\overline{MN}$ ଅଙ୍କନ କର । $\overline{AB}$ ଓ $\overline{MN}$ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି ତାର ନାମ 'P' ଦିଅ । P ବିନ୍ଦୁଠାରେ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଚାରୋଟିଯାକ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର । $\overline{AP}$ ଓ $\overline{BP}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । କ'ଣ ପାଇଲ ?

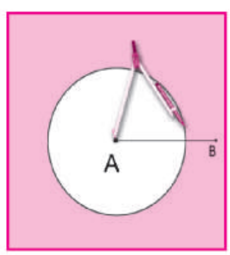
ଏଠାରେ $\overline{MN}$, $\overline{AB}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ।

13.2.3. ସ୍କେଲ ଓ କମ୍ପାସ ବ୍ୟବହାର କରି ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

ଯେ କୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର ।

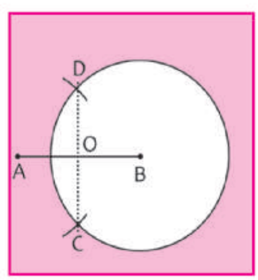
ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :



A କୁ କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁ ଓ $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅଧାରୁ ଅଧିକ ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।

ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

ପୂର୍ବ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ ନ କରି B ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ ଆଉ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର । ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କା ଯାଇଥିବା ବୃତ୍ତକୁ ଏହା C ଓ D ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।



ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ :

$\overline{CD}$ ଅଙ୍କନ କର । ଏହା $\overline{AB}$ କୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ । O ବିନ୍ଦୁ $\overline{AB}$ କୁ ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରୁଛି କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ । O ବିନ୍ଦୁଠାରେ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର । $\overline{CD}$ କୁ $\overline{AB}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ କହିବା କି ? କାହିଁକି ?

> **ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ**
>
> $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅଧାରୁ କମ ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ ସୋପାନରେ କୁହାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ କର । କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 13.2

1. 7.6 ସେ.ମି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।
2. 8.4 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରି ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ C ନାମ ଦିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BC}$ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କର । ରେଖାଖଣ୍ଡଟି କେତୋଟି ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଖଣ୍ଡରେ ପରିଣତ ହେଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖଣ୍ଡର ମାପ କେତେ ହେଉଛି ମାପି ଦେଖ ।
3. (କ) 4 ସେ. ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର । ସେହି ବୃତ୍ତରେ ଏକ ଜ୍ୟା ଅଙ୍କନ କର । ଏହି ଜ୍ୟାର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ଏହା ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଉଛି କି ?

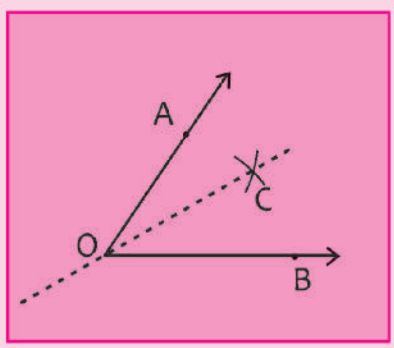
   (ଖ) ଯେ କୌଣସି ମାପବିଶିଷ୍ଟ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାର ଗୋଟିଏ ଜ୍ୟା ଅଙ୍କନ କରି ତା'ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ଏହି ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଛି କି ?

13.3 ଦତ୍ତ କୋଣର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ

କାଗଜ ଭାଙ୍ଗି, ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଯେ କୌଣସି କୋଣର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପାରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

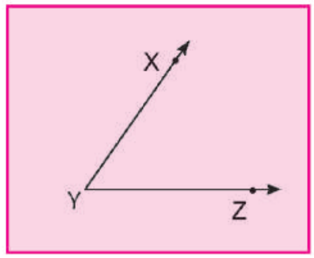
- ଗୋଟିଏ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ ପୃଷ୍ଠା ନିଅ ।
- ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ସେଥିରେ 'O' ନାମକ ବିନ୍ଦୁଟିଏ ଚିହ୍ନିତ କର ।
- 'O' କୁ ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ, ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି $\overrightarrow{OA}$ ଓ $\overrightarrow{OB}$ ଅଙ୍କନ କର ।
- 'O' ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ କାଗଜଟିକୁ ଭାଙ୍ଗ ଯେପରି $\overrightarrow{OA}$ ଓ $\overrightarrow{OB}$ ପରସ୍ପର ଉପରେ ରହିବେ ।
- କାଗଜଟିକୁ ଭାଙ୍ଗ ସ୍ଥାନରେ ଉପିଦିଅ ଓ ତା'ର ନାମ $\overrightarrow{OC}$ ରଖ ।
- ଏବେ ଦେଖ $\angle AOC$ ଓ $\angle BOC$ ର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଉଛି କି ? ଅର୍ଥାତ୍, $\overrightarrow{OC}$ ହେଉଛି $\angle AOB$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ।



ପାର୍ଶ୍ୱର ଚିତ୍ରରେ ∠Y କୁ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

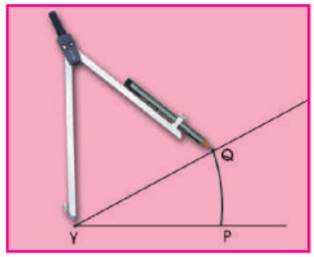
ଏବେ କହ, ∠Y ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ ସନ୍ନିହିତ ବାହୁ ଦ୍ୱୟର ନାମ କ'ଣ ?

ଆସ, ଏବେ ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି କୋଣର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଅଙ୍କନ କରିବା ।



ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

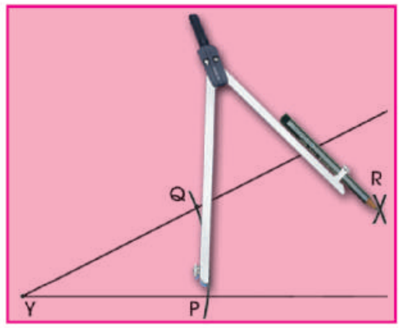
Y ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯାହା Y ର ଦୁଇ ସନ୍ନିହିତ ରଶ୍ମିକୁ ଛେଦ କରିବ । ଏହି ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟର ନାମ P ଓ Q ଦିଅ ।



ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

ଏବେ P କୁ କେନ୍ଦ୍ରନେଇ ∠Y ର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର । (ମନେରଖ - ଏହି ଚାପର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $\overline{PQ}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅଧାରୁ ଅଧିକ ହେଉଥିବ) ।

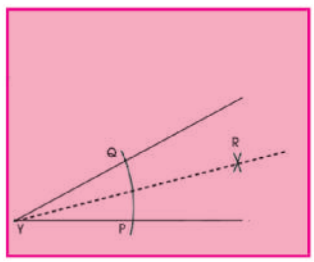
ସେହିପରି Q କୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ ∠Y ର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଆଉ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନରେ ଅଙ୍କିତ ଚାପକୁ ଏହା ଛେଦ କରିବ ।



ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ R ଦିଅ । Y ଓ R କୁ ଯୋଗକର ।

(ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ: $\overline{YR}$ ହେଉଛି ∠Y ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ।)



ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ

P ଓ Q ବିନ୍ଦୁରୁ Y ର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଚାପ ଅଙ୍କନ କଲାବେଳେ ଉଭୟ ଥର ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ନେବାକୁ ହୁଏ । ଅଲଗା ଅଲଗା ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ନେଲେ କୋଣର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ପାଉଛ କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 13.3

1. ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ 50^0 ମାପର ଏକ କୋଣ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଅଙ୍କନ କର ।
2. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଅଙ୍କନ କର ।
3. 80^0 ପରିମାଣର ଏକ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରି ତାହାକୁ ଚାରି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କର ।

13.4 କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ କୋଣ ଅଙ୍କନ

ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରିବା ଆମେ ଆଗରୁ ଶିଖିଛୁ ।

ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି 60° ପରିମାଣର କୋଣ ଅଙ୍କନ କରିବାର ସୋପାନ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

13.4.1 କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ 60° ପରିମାଣର କୋଣ ଅଙ୍କନ

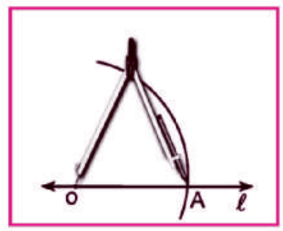
ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଟାଣ । ତା'ର ନାମ '*l*' ଦିଅ ।

'*l*' ସରଳରେଖା ଉପରେ 'O' ବିନ୍ଦୁକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

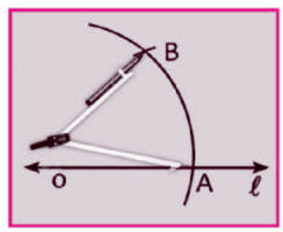
ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

କମ୍ପାସ୍‌ର କଣ୍ଟାମୁନକୁ 'O' ଉପରେ ରଖ । ଯେ କୌଣସି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନକର, ଯାହା '*l*' ସରଳରେଖାକୁ 'A' ବିନ୍ଦୁରେ ଛୁଇଁବ ।



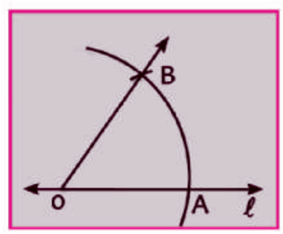
ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

ଏବେ କମ୍ପାସ୍‌ର କଣ୍ଟାମୁନକୁ 'A ' ଉପରେ ରଖି ପୂର୍ବ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯାହା A ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କାଯାଇଥିବା ଚାପକୁ 'B' ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ।



ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ :

O ଓ B ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗକର । ତୁମେ ∠AOB ପାଇବ, ଯାହାର ମାପ ହେଉଛି 60° । ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପି ଦେଖ ।



ଜାଣିଛ କି ?

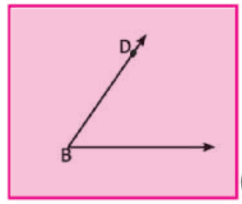
ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନରେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ଚାପ ଓ ତୃତୀୟ ସୋପାନରେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ଚାପ ଉଭୟର ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ରହିବ ।

13.4.2. 120° ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ ଅଙ୍କନ

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, 120° ହେଉଛି 60° ର ଦୁଇଗୁଣ । ତେଣୁ ଗୋଟିଏ 60° ମାପର କୋଣ ଅଙ୍କନ କରି ତା ସହିତ ଆଉ ଗୋଟିଏ 60° ମାପର କୋଣ ଅଙ୍କନ କଲେ, ଦୁଇଟି ଯାକ କୋଣ ମିଶି 120° ମାପର କୋଣ ହେବ ।

- ପ୍ରଥମେ 60° ମାପର କୋଣ ଅଙ୍କନ କର । ଯେପରି ଚିତ୍ର (କ)ରେ ∠CBD 60° ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ।

• ବର୍ତ୍ତମାନ $\overrightarrow{BD}$ ଉପରେ B ବିନ୍ଦୁରେ ଆଉ ଗୋଟିଏ 60^0 ପରିମାଣର କୋଣ ଅଙ୍କନ କଲେ ତୁମେ 120^0 ମାପର କୋଣଟିଏ ପାଇବ ।

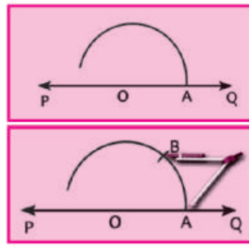


(କ)

ଆସ ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଅଙ୍କନ କରିବା ।

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

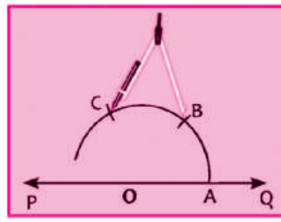
$\overleftrightarrow{PQ}$ ଅଙ୍କନ କର, ଏହା ଉପରେ O ବିନ୍ଦୁ ନିଅ । O ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ଯେକୌଣସି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର । ତାହା $\overleftrightarrow{PQ}$ କୁ A ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ । A କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ପୂର୍ବ ପରିମିତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି ଏହା ପ୍ରଥମ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଏହି ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ B ଦିଅ ।



(ଖ)

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

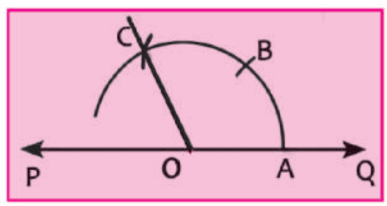
ପୁଣି B କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ପୂର୍ବ ପରିମାଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯାହା ପ୍ରଥମ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଏହି ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ C ଦିଅ ।



(ଗ)

ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

C ଓ O କୁ ଯୋଗକରି $\overrightarrow{OC}$ ଅଙ୍କନ କର । ∠COA ର ପରିମାଣ ହେଉଛି 120^0 । (ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ)



(ଘ)

✍ **150^0 ପରିମାଣର କୋଣ କିପରି ଅଙ୍କନ କରିବ ?**

13.4.3. 90^0 ପରିମାଣର କୋଣ ଅଙ୍କନ

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : $\overrightarrow{BY}$ ରଶ୍ମି ଟାଣ (ଚିତ୍ର - ଙ) ।

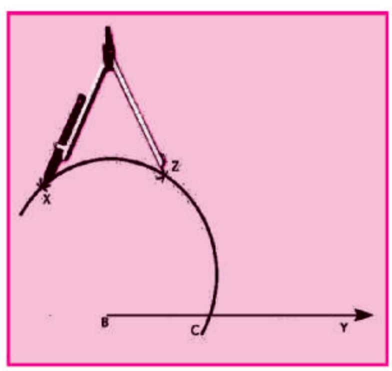
(ଙ)

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

B କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ସୁବିଧାଜନକ ପରିମାଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ରଶ୍ମିର ଉପର ପାଖରେ ଗୋଟିଏ ଦୀର୍ଘ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି ତାହା $\overrightarrow{BY}$ କୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ C ।

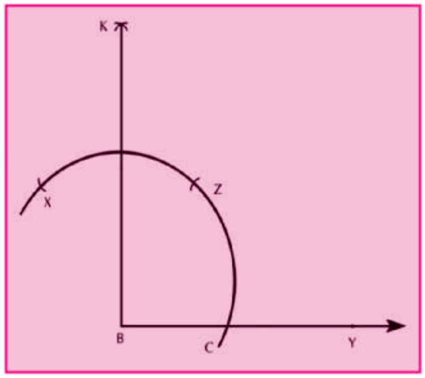
ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

ଏହାପରେ C ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ପୂର୍ବ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଆଉ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତାହା ପ୍ରଥମ ଚାପକୁ ଛେଦ କରୁ । ଏହି ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ 'Z' ଦିଅ ।



Z ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ଓ ପୂର୍ବ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହା ଦୀର୍ଘ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ X ।

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ :



ଏବେ Z ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଓ ପୂର୍ବ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନକର ।

X ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଓ ପୂର୍ବ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ଏହା ପୂର୍ବ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ K ।

ପଞ୍ଚମ ସୋପାନ :

ବର୍ତ୍ତମାନ $\overrightarrow{KB}$ ଅଙ୍କନକରାଯାଉ, $\angle KBY$ ର ମାପ ହେଉଛି **90°** ।

$\angle KBY$ ର ପରିମାଣ **90°** କି ନାହିଁ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପି ଦେଖ ।

କହିଲ ଦେଖି :

$\angle KBY$ ର ପରିମାଣ **90°** କି ନାହିଁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଯନ୍ତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 13.4

1. ତଳେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଲେଖାଯାଇଛି । କେବଳ ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ କେଉଁ ମାପର କୋଣ ଅଙ୍କନ ହୋଇପାରିବ ବାଛି ଲେଖ ।

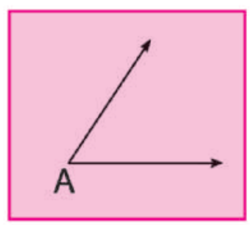
   60°, 35°, 40°, 90°, 30°, 110°, 45°, 20°, 15°, 75°, 100°, 150°

2. (କ) ସ୍କେଲ ଓ କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ 60° ଓ 120° ପରିମାଣର କୋଣ ଅଙ୍କନ କର ।

   (ଖ) 60° ପରିମାଣର କୋଣ କିପରି ଅଙ୍କନ କଲ, ତା'ର ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

3. ସ୍କେଲ୍ ଓ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି 90° ପରିମାଣର ଗୋଟିଏ କୋଣ ଅଙ୍କନ କର । କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଏହାକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କର ।

13.5 କୌଣସି କୋଣର ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ କୋଣ ଅଙ୍କନ : (ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ)



ମନେକରାଯାଉ ଗୋଟିଏ କୋଣ ଦିଆଯାଇଛି (ଯାହାର ପରିମାଣ ଆମକୁ ଜଣାନାହିଁ) । ସେହି କୋଣର ସମ ପରିମାଣର ଗୋଟିଏ କୋଣ ଆଙ୍କିବା । କିପରି ଅଙ୍କନ କରାଯିବ ?

ଚିତ୍ରରେ $\angle A$ ଦିଆଯାଇଛି, ଯାହାର ପରିମାଣ ଜଣାନାହିଁ ।

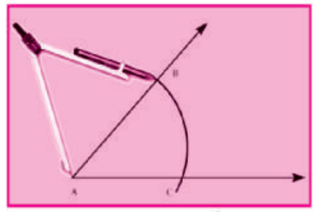
ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

ଗୋଟିଏ ସରଳ ରେଖା l ଅଙ୍କନ କରିବା । l ସରଳ ରେଖା ଉପରେ O ବିନ୍ଦୁ ନେବା । O ବିନ୍ଦୁରେ $\angle A$ ର ସମ ପରିମାଣର କୋଣ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

୧ମ ସୋପାନ - ଅଙ୍କନ

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

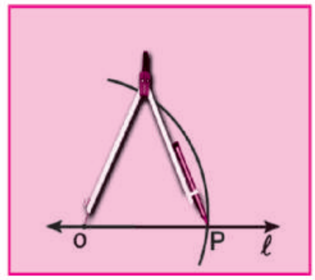
ଏବେ ∠A ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରିବା ଯାହା ∠A ର ଦୁଇ ବାହୁକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ନାମ ଦିଅ B ଓ C ।



୨ୟ ସୋପାନ ଚିତ୍ର

ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

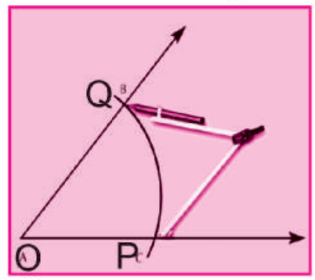
କମ୍ପାସ୍‌କୁ ସେହିଭଳି ରଖି (ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ନ କରି) O କୁ କେନ୍ଦ୍ର ଭାବେ ନେଇ ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହା l କୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ P ।



୩ୟ ସୋପାନ ଚିତ୍ର

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ :

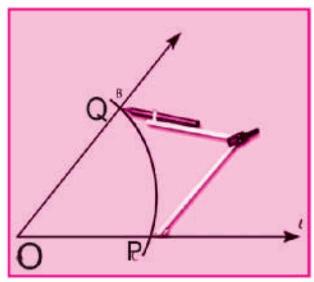
ଏବେ କମ୍ପାସ୍‌ର କଣ୍ଟାମୁନ ଓ ପେନସିଲ୍‌ର ମୁନକୁ ଏପରି ରଖ, ଯେପରି କଣ୍ଟାମୁନ B ଓ ପେନସିଲ୍‌ର ମୁନ C ଉପରେ ରହିବ ।



୪ର୍ଥ ସୋପାନ ଚିତ୍ର

ପଞ୍ଚମ ସୋପାନ :

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନରେ କମ୍ପାସ୍‌ର କଣ୍ଟାମୁନ ଓ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ମୁନ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତାକୁ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରଖ । ବର୍ତ୍ତମାନ P ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି ଏହା ୩ୟ ସୋପାନରେ ଅଙ୍କିତ ହୋଇଥିବା ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ Q ।



୫ମ ସୋପାନ ଚିତ୍ର

ଷଷ୍ଠ ସୋପାନ :

$\overrightarrow{OQ}$ ଅଙ୍କନ କର । ଏବେ ∠POQ ର ପରିମାଣ ∠BAC ର ପରିମାଣ ସହ ସମାନ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଖଣ୍ଡିଏ ଧଳା କାଗଜ ନେଇ ତା ଉପରେ ଗୋଟିଏ କୋଣ ଅଙ୍କନ କର ।
- ଆଉ ଖଣ୍ଡିଏ ତେଲବୋଳା କାଗଜ ନେଇ ତାହାକୁ ସେହି କୋଣ ଉପରେ ପକାଅ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ ଆଙ୍କିଥିବା କୋଣଟି ତେଲବୋଳା କାଗଜରେ ଦେଖାଯିବ ।
- ଏବେ ତୁମେ ଆଙ୍କିଥିବା କୋଣକୁ ତେଲବୋଳା କାଗଜ ଉପରେ ଆଙ୍କ । (ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି)
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଧଳା କାଗଜ ଓ ତେଲବୋଳା କାଗଜ ଉପରେ ସମାନ ପରିମାଣର କୋଣ ପାଇଲ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 13.5

1. (କ) ତୁମ ଖାତାରେ ଗୋଟିଏ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ଓ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ତିଆରି କର । କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ସେହି କୋଣ ଦୁଇଟିର ସମ ପରିମାଣର କୋଣ ଅଙ୍କନ କର ।

   (ଖ) ଏବେ ତୁମେ ପାଇଥିବା କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କର ।

2. କାଗଜ କାଟି ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ତିଆରି କର । ଏହାର ନାମ ABC ଦିଅ । ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟିଯାକ କୋଣର ସମ ପରିମାଣର କୋଣ ଅଲଗା ଅଲଗା କରି ତୁମ ଖାତାରେ ଅଙ୍କନ କର ।

13.6. କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ଦତ୍ତ ରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବରେଖା ଅଙ୍କନ :

ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ବ୍ୟବହାର କରି (କ) ଏକ ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ ଉକ୍ତ ରେଖାପ୍ରତି (ଖ) ଏକ ରେଖାବହିଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ ରେଖାପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରି ଶିଖିଛ । ବର୍ତ୍ତମାନ ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ସେହି ଦୁଇଟି କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଉପାୟ ଜାଣିବ ।

13.6.1 ରେଖାଖଣ୍ଡ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁଦେଇ ଲମ୍ବରେଖା ଅଙ୍କନ :

(କ) କାଗଜ ଭଙ୍ଗା କାମ :

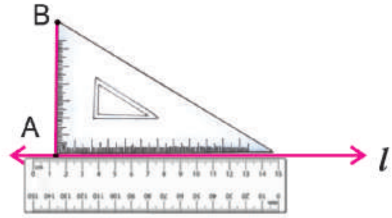
ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଖଣ୍ଡିଏ ଧଳା କାଗଜ (ତେଲ କାଗଜ) ନିଅ ।
- ଏହା ଉପରେ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଆଙ୍କ । ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡର ନାମ 'l' ଦିଅ ।
- l ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ A ନିଅ ।
- ଏବେ 'A' ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ କାଗଜଟିକୁ ଭାଙ୍ଗିଦିଅ ଯେପରି ଭାଙ୍ଗର ଦୁଇପଟେ ଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଅଂଶ ପରସ୍ପର ଉପରେ ରହିବେ ।
- ଏବେ କାଗଜଟିକୁ ଖୋଲିଦିଅ ।
- କାଗଜରେ ପଡ଼ିଥିବା ଭାଙ୍ଗ ହେଉଛି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଉପରେ ଲମ୍ବରେଖା ।
- ଏହା ଲମ୍ବରେଖା କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

(ଖ) ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ବ୍ୟବହାର କରି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ :

- ଆସ, ଏବେ ସ୍କେଲ୍ ଓ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ସାହାଯ୍ୟରେ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ରେଖାଖଣ୍ଡ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରିବା ।
- ଏହି କାମ ପାଇଁ ଖଣ୍ଡିଏ ଧଳା କାଗଜ, ସ୍କେଲ୍ ଓ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଓ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଯୋଗାଡ଼ କର ।
- ପ୍ରଥମେ ଧଳାକାଗଜ ଉପରେ l ନାମକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ଏହା ଉପରେ 'A' ବିନ୍ଦୁ ନିଅ ।

- ଗୋଟିଏ ସ୍କେଲ୍‌ର ଧାର l କୁ ଲଗାଇ ଜୋରରେ ଚପି ଧର ।
- ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ସ୍କେଲ୍‌ର ଧାର ସହିତ ଲଗାଇ ରଖ, ଯେପରି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ଗୋଟିଏ ଧାର ସ୍କେଲ୍ ସହିତ ଲାଗି ରହିବ ।

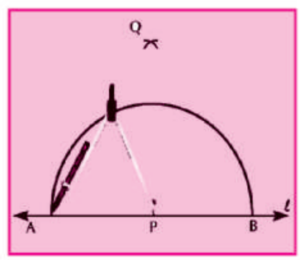


- ଏବେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ସ୍କେଲ୍ ଧାର ସହ ଲଗାଇ ଏପରି ରଖ, ଯେପରି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରର ସମକୋଣ ଥିବା ଶୀର୍ଷ A ବିନ୍ଦୁଠାରେ ରହିବ ।
- ଏବେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ଭଲ ଭାବରେ ଚପି ଧରି 'A' ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ, ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରର ସ୍କେଲ୍‌ଧାରକୁ ଲାଗି ନ ଥିବା ଧାରକୁ ଲଗାଇ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କରି ତା'ର ନାମ ଦିଅ $\overrightarrow{AB}$ ।
- $\overleftrightarrow{AB}$ ହେଉଛି ଆବଶ୍ୟକ ଲମ୍ବରେଖା ।

(ଗ) ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁଠାରେ ରେଖାଖଣ୍ଡ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ :

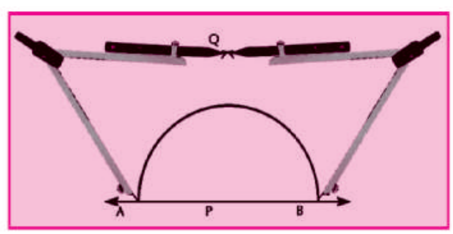
ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

'l' ସରଳ ରେଖା ଉପରେ 'P' ବିନ୍ଦୁ ନିଅ ।



ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

'P' କୁ କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ ଭାବେ ନେଇ ଯେକୌଣସି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର । ଯେପରି ତାହା 'l' କୁ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟର ନାମ A ଓ B ଦିଅ ।

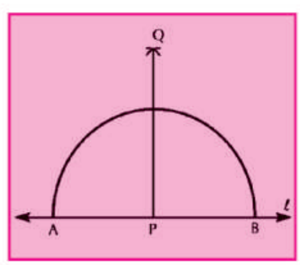


ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

ଏବେ A ଓ B କୁ କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ ନେଇ ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଦୁଇଟି ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ 'Q' ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବେ ।

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ :

ଏବେ P ଓ Q କୁ ଯୋଗକରି $\overleftrightarrow{PQ}$ ଅଙ୍କନ କର । $\overleftrightarrow{PQ}$ ହେଉଛି ଆବଶ୍ୟକ ଲମ୍ବରେଖା ।



13.6.2 ସରଳରେଖା ବାହାରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁରୁ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ

(କ) କାଗଜ ଭଙ୍ଗା କାମ :

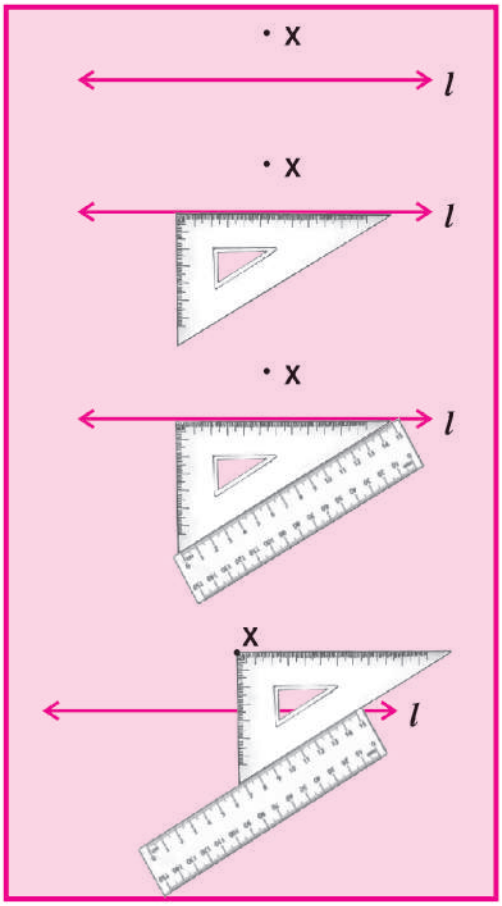
ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଖଣ୍ଡିଏ ଧଳା କାଗଜ ନିଅ । ଏଥିରେ ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର, ତାହାର ନାମ '*l*' ଦିଅ ।
- ସରଳରେଖା ବାହାରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ 'X' ନିଅ ।
- ଏବେ କାଗଜଟିକୁ 'X' ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଏପରି ଭାଙ୍ଗ, ଯେପରି ଭାଙ୍ଗର ଦୁଇପାଖରେ ଥିବା ସରଳରେଖାର ଅଂଶ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଯିବ ।
- ଯେଉଁଠାରେ କାଗଜଟିକୁ ଭାଙ୍ଗିଲ ସେଠାରେ ଚପିଦିଅ ।
- ଏବେ କାଗଜଟିକୁ ଖୋଲିଦିଅ ।
- ଏବେ କାଗଜରେ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ଭାଙ୍ଗର ଦାଗଟି '*l*' ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

(ଖ) ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ବ୍ୟବହାର କରି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ

ଏବେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଓ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ସରଳରେଖା ବାହାରେ ଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ସରଳ ରେଖା ପ୍ରତି କିପରି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ ଜାଣିବା-

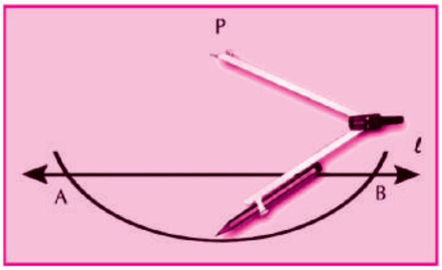
- *l* ନାମକ ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ଏହାର ବାହାରେ X ନାମକ ବିନ୍ଦୁଟିଏ ନିଅ ।
- *l* ଉପରେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଏପରି ଭାବେ ରଖ, ଯେପରି ଏହାର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ଗୋଟିଏ ଧାର *l* କୁ ଲାଗିରହିବ । ଅନ୍ୟ ଧାରଟି *l* ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବ ।
- ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ସମକୋଣର ବିପରୀତ ଧାରକୁ ଲଗାଇ ସ୍କେଲ୍‌କୁ ରଖ ।
- ସ୍କେଲ୍‌ଟିକୁ ସ୍ଥିର ରଖି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ସ୍କେଲ୍‌ର ଧାରରେ ଏପରି ଭାବରେ ଚଳାଇ ନିଅ, ଯେପରି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରର *l* ରେଖା ସହ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ଥିବା ଧାର 'X' ବିନ୍ଦୁକୁ ଛୁଇଁବ ।
- ଏବେ 'X' ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରର ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଧାରକୁ ଲଗାଇ ଏକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବ, ଏହି ରେଖା ଯେଉଁଠି *l* କୁ ଛେଦ କରିବ ତା'ର ନାମ ଦିଅ Y ।



(ଗ) ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ସରଳରେଖା ବାହାରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁରୁ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ

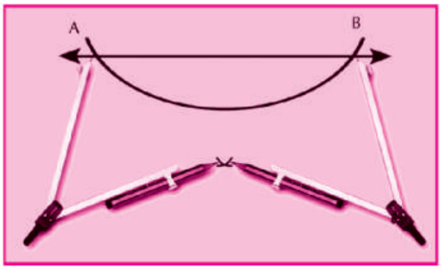
ପ୍ରଥମ ସୋପାନ :

'l' ନାମକ ସରଳରେଖା ନିଅ । P ବିନ୍ଦୁ ନିଅ, ଯାହା *'l'* ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ହୋଇ ନ ଥିବ ।



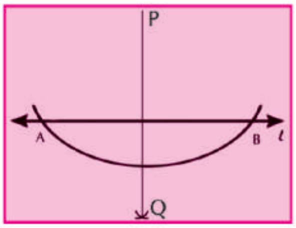
ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

'P' କୁ କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ ଭାବେ ନେଇ ଏପରି ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହା l କୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ A ଓ B ।



ତୃତୀୟ ସୋପାନ :

ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନ ବଦଳାଇ A ଓ B ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରଭାବେ ନେଇ ଦୁଇଟି ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି ଚାପ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ Q ।



ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ :

ଏବେ $\overleftrightarrow{PQ}$ ଅଙ୍କନ କର । $\overleftrightarrow{PQ} \perp l$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 13.6

1. $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାର ଉପରେ X ନାମକ ବିନ୍ଦୁ ନିଅ । X ବିନ୍ଦୁଠାରେ $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର (କେବଳ କମ୍ପାସ୍ ଓ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କର) ।
2. $\overline{XY}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାର ଉପରେ ନ ଥିବା A ବିନ୍ଦୁ ନିଅ । A ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{XY}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରିବାର ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।
3. $\overline{PQ}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର । ଏହା ଉପରେ S ବିନ୍ଦୁ ନିଅ । S ବିନ୍ଦୁଠାରେ $\overline{PQ}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ଏବେ $\overline{PS}$ ଓ $\overline{QS}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ।
4. 9 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାର ନାମ $\overline{AB}$ ଦିଅ । $\overline{AB}$ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ନ ଥିବା S ବିନ୍ଦୁ ନେଇ S ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{AB}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।

ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ (କ)
51 (A) ଧାରା : ମୌଳିକ କର୍ତ୍ତବ୍ୟ

ଭାରତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ନାଗରିକର ନିମ୍ନଲିଖିତ କର୍ତ୍ତବ୍ୟ ହେବ–

(କ) ସମ୍ବିଧାନ ମାନି ଚଳିବା ଓ ଏହାର ଆଦର୍ଶ ଏବଂ ଜାତୀୟ ପତାକା, ଜାତୀୟ ସଙ୍ଗୀତ ଓ ଅନୁଷ୍ଠାନମାନଙ୍କୁ ସମ୍ମାନ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିବା;

(ଖ) ଯେଉଁସବୁ ମହନୀୟ ଆଦର୍ଶ ଆମ ଜାତୀୟ ସ୍ୱାଧୀନତା ସଂଗ୍ରାମକୁ ଅନୁପ୍ରାଣିତ କରିଥିଲା, ତାହାକୁ ସ୍ମରଣ ଓ ଅନୁସରଣ କରିବା;

(ଗ) ଭାରତର ସାର୍ବଭୌମ, ଏକତା ଓ ସଂହତିର ସୁରକ୍ଷା କରିବା;

(ଘ) ଦେଶର ପ୍ରତିରକ୍ଷା କରିବା ଓ ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଲେ ଜାତୀୟ ସେବା ପ୍ରଦାନ କରିବା;

(ଙ) ଧର୍ମନୈତିକ, ଭାଷାଗତ, ଆଞ୍ଚଳିକ କିମ୍ବା ଗୋଷ୍ଠୀଗତ ଭିନ୍ନତାକୁ ଅତିକ୍ରମ କରି ଭାରତର ସବୁ ଅଧିବାସୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସହମତିତା ଓ ଭ୍ରାତୃଭାବ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କରିବା ଏବଂ ନାରୀମାନଙ୍କର ସମ୍ମାନରେ ଆଞ୍ଚ ଆସିବା ଭଳି କାର୍ଯ୍ୟରୁ ନିବୃତ୍ତ ରହିବା;

(ଚ) ଆମର ବିବିଧ ସଂସ୍କୃତିର ମୂଲ୍ୟବାନ ଐତିହ୍ୟକୁ ଯଥାର୍ଥ ମୂଲ୍ୟ ଦେବା ଓ ସାଇତି ରଖିବା;

(ଛ) ଅରଣ୍ୟ, ହ୍ରଦ, ନଦୀ, ପଶୁପକ୍ଷୀ ସମ୍ବଳିତ ପ୍ରାକୃତିକ ପରିବେଷ୍ଟନୀର ସୁରକ୍ଷା ଏବଂ ଉନ୍ନତି କରିବା ଓ ଜୀବମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ସଦୟ ହେବା;

(ଜ) ବୈଜ୍ଞାନିକ ମୂଲ୍ୟବୋଧ, ମାନବିକତା ଓ ଅନୁସନ୍ଧିତ୍ସା ତଥା ସଂସ୍କାର ମନୋଭାବ ଧାରଣ କରିବା;

(ଝ) ସର୍ବସାଧାରଣ ସମ୍ପତ୍ତିର ସୁରକ୍ଷା କରିବା ଓ ହିଂସା ତ୍ୟାଗ କରିବା;

(ଞ) ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଓ ସମଷ୍ଟିଗତ ଉତ୍କର୍ଷ ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଯାହା ଫଳରେ ଦେଶ ସର୍ବଦା ଉଚ୍ଚତର ଚେଷ୍ଟା ଓ କୃତିତ୍ୱ ଦିଗରେ ଆଗେଇ ଯିବ ।

(ଟ) ମାତା ପିତା ହୁଅନ୍ତୁ ବା ଅଭିଭାବକ, ସେ ତାଙ୍କର ଛଅ ବର୍ଷରୁ ଚଉଦ ବର୍ଷ ବୟସ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସନ୍ତାନ ବା ପ୍ରତିପାଳିତଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷାଲାଭର ସୁଯୋଗ ଯୋଗାଇଦେବେ ।