गुणनखंडन
(Factorisation)

अध्याय
7



$30 = 2 \times 3 \times 5$

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$5xy = 5 \times x \times y$

$x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$

$\frac{20x^2y}{10xy} = 2x$

हम सीखेंगे –
* गुणनखण्ड, अभाज्य गुणनखण्ड
* बीजीय व्यंजकों का गुणनखण्ड
* बीजीय व्यंजकों का विभाजन

GFF44P

7.1 भूमिका

प्राकृत संख्याओं का गुणनखण्ड हम पिछली कक्षा में सीख चुके हैं। हम एक प्राकृत संख्या 6 लेते हैं जिसे गुणनखण्डन के रूप में निम्न प्रकार लिखते हैं।

जैसेः– $6 = 2 \times 3 \times 1 = 6 \times 1$

इस प्रकार संख्या 6 के गुणनखण्ड 1, 2, 3 और 6 हैं। इनमें 2 और 3 दोनों अभाज्य संख्या होने के कारण संख्या 6 के अभाज्य गुणनखण्ड हैं।

7.1.1 अभाज्य गुणनखण्ड :–

जब कोई संख्या अभाज्य गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में लिखी जाती है, तो यह विधि अभाज्य गुणनखण्ड कहलाती है।

जैसेः– $15 = 3 \times 5$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

$95 = 5 \times 19$ इत्यादि

हम जानते हैं कि 6 को इस प्रकार से भी लिख सकते हैं : $6 = 1 \times 6$
इस प्रकार 1 और 6 भी 6 के गुणनखण्ड हैं।
हम देखते हैं कि 1 प्रत्येक संख्या का एक गुणनखण्ड होता है।
परन्तु, सामान्यतः जब भी हम किसी संख्या को गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में लिखेंगे तो हम 1 को गुणनखण्ड के रूप में तब तक नहीं लिखेंगे जब तक विशेष रूप से आवश्यक न हो।

इसी प्रकार, हम बीजीय व्यंजकों (Algebric Expression) को भी उनके गुणनखण्डों के गुणनफलों के रूप में व्यक्त कर सकते हैं।

"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"

7.1.2 बीजीय व्यंजकों के गुणनखण्ड :–

पिछली कक्षा में हम बीजीय व्यंजकों के पद गुणनखण्डों के गुणनफलों के रूप में देख चुके हैं।

जैसेः– $6xy + 3y$ में पद $6xy$ गुणनखण्डों $2, 3, x$ और y से बना है,

अर्थात, $6xy = 2 \times 3 \times x \times y$

आप देखेंगे कि $6xy$ के गुणनखण्ड $2, 3, x$ और y का और गुणनखंडित नहीं किया जा सकता है। अर्थात उन्हें गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है।

इस प्रकार, हम कह सकते हैं कि $6xy$ के अभाज्य गुणनखण्ड (Prime factors) $2, 3, x$ और y है।

बीजीय व्यंजकों में "अभाज्य" के स्थान पर शब्द "अखण्डनीय" (irreducible) का प्रयोग होता है।

अब एक अन्य उदाहरण को देखिए–

$15x(y + 3) = 3 \times 5 \times x \times (y + 3)$

यहाँ $15x(y + 3)$ के अखण्डनीय गुणनखण्ड $3, 5, x$ और $(y + 3)$ है।

प्रयास कीजिए : A

1. संख्या 18 और 30 अभाज्य गुणनखण्ड कीजिए।
2. निम्नलिखित बीजीय व्यंजकों का गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए:

   (i) $3x(y + 2)$ (ii) $7x^2y(x-3)$

7.2 गुणनखण्डन क्या है ?

जब हम बीजीय व्यंजकों का गुणनखंड करते हैं, तो व्यंजक हमें गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में मिलते हैं। ये गुणनखण्ड संख्याएँ,? चर या बीजीय व्यंजक हो सकते हैं।

अब $(3x + 9)$, $(5x + 10y)$, $x^2 + 2y$, $x^2 + 5x + 6$ जैसे– व्यंजकों पर विचार कीजिए।

यहाँ यह स्पष्ट नहीं कि इसके गुणनखण्ड क्या हैं? ऐसे व्यंजकों की गुणनखण्डन की कुछ विशेष विधियाँ है।

"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"

7.2.1 सार्व गुणनखण्डों की विधि

$3x + 9$ का गुणनखण्ड कीजिए।

$3x = 3 \times x$

$9 = 3 \times 3$

अतः $3x + 9 = (3 \times x) + (3 \times 3)$

ध्यान दीजिए यहाँ गुणनखण्ड 3 दोनों पदों में उभयनिष्ठ (सार्व) है।

$= 3 \times (x + 3)$ (बंटन नियम से)

अतः $3x + 9 = 3 \times (x + 3) = 3(x + 3)$

इस प्रकार, 3 और $(x + 3)$, $(3x + 9)$ के गुणनखण्ड है और ये अखण्डनीय है।

आइए अब हम और एक उदाहरण देखें:

$5a^2b + 10ab^2$

यहाँ $5a^2b = 5 \times a \times a \times b$

और $10ab^2 = 5 \times 2 \times a \times b \times b$

इन दोनों पद $5a^2b$ और $10ab^2$ में 5, a और b सार्व गुणनखण्ड है।

अतः $5a^2b + 10ab^2$

$= (5 \times a \times a \times b) + (5 \times 2 \times a \times b \times b)$

$= 5 \times a \times b [\, a + 2 \times b \,]$

$= 5ab\,(a + 2b)$

प्रयास कीजिए : B

गुणनखण्ड कीजिए:

(i) $10x + 25xy$ (ii) $12x^2y + 15xy^2$ (iii) $8p - 24q$ (iv) $ab + a^2b + ab^2$

7.2.2 पदों के पुनः समूहन द्वारा गुणनखण्डन

कुछ बीजीय व्यंजक ऐसे होते हैं जिसमें सभी व्यंजकों में सार्व पद नहीं होते हैं। आइए ऐसे एक बीजीय व्यंजक पर चर्चा करें।

$3xy + 3y + 5x + 5$

आप देखेंगे $3xy$, $3y$, $5x$ और 5 में ऐसे एक भी पद नहीं है जो सभी में हो।

अतः हम ऐसे पदों को एक साथ समूहित करेंगे जिनमें कम–से–कम एक सार्व पद हो।

"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"

$$(3xy + 3y) + (5x + 5) = ?$$
$$(3xy + 3y) = (3 \times x \times y) + (3 \times y)$$
$$= 3 \times x \times y + 3 \times y \times 1$$
$$= 3 \times y (x + 1)$$
$$(5x + 5) = (5 \times x) + (5 \times 1)$$
$$= 5(x + 1)$$

अतः $3xy + 3y + 5x + 5 = 3y(x+1) + 5(x+1)$

"यहाँ 1 को गुणनखण्ड के रूप में लिखने की आवश्यकता है।

फिर इस प्रकार के पुनः समूहन कर गुणनखण्डन करने पर हम देखते हैं कि $(x + 1)$, गुणनखण्डन किये गए पदों $(3xy + 3y)$ और $(5x + 5)$ में सार्व पद के रूप प्राप्त होते हैं।

अतः $3xy + 3y + 5x + 5 = (3y + 5) \times (x + 1)$

ध्यान दीजिए अब ये गुणनखण्ड अखण्डनीय है। गुणनखण्डन की यह विधि एक से अधिक तरीके से किया जा सकता है।

आइए देखें,

$$3xy + 5x + 3y + 5 = 3 \times x \times y + 5 \times x + 3 \times y + 5$$
$$= x \times (3y + 5) + 1 \times (3y + 5)$$
$$= (x + 1)(3y + 5)$$

ऐसा करने पर हमने देखा परिणाम वही है केवल क्रम में भिन्नता दिखाई दे रही है।

प्रयास कीजिए : C

गुणनखण्ड कीजिए:

(i) $25ab + 25b$ (ii) $ab(x^2 - y^2) + a(x + y)$

(iii) $1 + a + ac + a^2c$ (iv) $xy - pq + qy - px$

प्रश्नावली–7.1

1. निम्नलिखित दिए हुए पदों में सार्व गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए:

(i) $5x, 15$ (ii) $3x, 6x^2, 9x^3$ (iii) $2pq, 4q, 6pqr$ (iv) $8x^2y, -32xy^2$

2. निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखण्ड कीजिए:

(i) $3x - 36$ (ii) $-5a^2 + 25ab$ (iii) $9x - 27xy$ (iv) $21x^2y^3 + 27x^3y^2$

(v) $ab^2 + a^2b + ab$ (vi) $19x^2y^2 + 38x^3y^2z$ (vii) $p^2qr + q^2rp + r^2pq$ (viii) $t + 3t^3$

3. गुणनखण्ड कीजिए:

(i) $x^2 - ax - bx + ab$ (ii) $6ab - b^2 + 12ac - 2bc$ (iii) $ar + br + at + bt$

(iv) $ab^2 - bc^2 - ab + c^2$ (v) $y^2 - xy(1 - x) - x^3$ (vi) $x^3 - 3x^2 + x - 3$

"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"

7.2.3 सर्वसमिकाओं के प्रयोग द्वारा गुणनखण्डनः

हम जानते हैं कि $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ————I

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ————II

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ————III

$(x+b)(x-b) = x^2+(a+b)x+ab$ ----------IV

आइए अब उपर्युक्त सर्वसमिकाओं के प्रयोग से हम बीजीय व्यंजकों का गुणनखण्डन करेंगे।

उदाहरण 1 :– $x^2 + 6x + 9$ का गुणनखण्डन ज्ञात कीजिए।

हलः– दिए गए व्यंजक में तीन पद हैं। तीसरा पद पूर्ण वर्ग है। मध्य पद का चिह्न धनात्मक है। अतः यहाँ II एवं III सर्वसमिका का प्रयोग नहीं किया जा सकता है। अब दिए गए व्यंजक को $a^2 + 2ab + b^2$ के साथ तुलना करने पर,

$$a^2 + 2ab + b^2 = x^2 + 6x + 9$$
$$= (x^2) + 2(x)(3) + (3)^2$$

क्योंकि $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

तुलना करने पर,

$$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

$\therefore$ वांछित गुणनखंड $= (x+3)(x+3)$

उदाहरण 2 :– $9y^2 - 12y + 4$ का गुणनखण्डन ज्ञात कीजिए।

हलः– सर्वसमिका II के साथ तुलना करने पर,

(a^2) $9y^2 = (3y)^2$

(b^2) $4 = (2)^2$

$(2ab)$ $12y = 2 \times (3y) \times 2$

$\therefore$ $9y^2 - 12y + 4 = (3y)^2 - 2 \times (3y) \times 2 + (2)^2$

$= (3y-2)^2$

अतः वांछित गुणनखण्ड $= (3y-2)(3y-2)$

उदाहरण 3 :– $16m^2 - 25$ का गुणनखण्डन ज्ञात कीजिए।

हलः– यहाँ दो पद हैं, दोनों ही पद पूर्ण वर्ग है तथा दूसरा पद ऋणात्मक भी है। यहाँ सर्वसमिका III का प्रयोग करने पर,

$$16m^2 - 25 = (4m)^2 - (5)^2$$
$$= (4m-5)(4m+5)$$

अतः वांछित गुणनखण्ड $= (4m-5)(4m+5)$

उदाहरण 4 :– $a^2b^2 - 6abc + 9c^2$ का गुणनखण्डन ज्ञात कीजिए।

हल:– दिए गए व्यंजक में तीन पद है और प्रथम एवं तृतीय पद पूर्ण वर्ग होने के साथ–साथ मध्य पद ऋणात्मक भी है।

अतः दिए गए व्यंजक को सर्वसमिका II के साथ तुलना करने पर

$$a^2b^2 - 6abc + 9c^2 = (ab)^2 - 2(ab)(3c) + (3c)^2$$
$$= (ab - 3c)(ab - 3c)$$

उदाहरण 5 :– $x^4 - 625$ का गुणनखण्ड कीजिए।

हल:– यहाँ देखते हैं कि ,

$$x^4 = (x^2)^2 \; ; \; 625 = (25)^2$$

सर्वसमिका III का प्रयोग करने पर,

$$x^4 - 625 = (x^2)^2 - (25)^2$$
$$= (x^2 - 25)(x^2 + 25)$$

अब $x^2 + 25$ का आगे गुणनखण्ड नहीं किया जा सकता है; परन्तु $(x^2 - 25)$ का सर्वसमिका III के प्रयोग से,

$$x^2 - 25 = (x^2) - (5)^2$$
$$= (x - 5)(x + 5)$$

अतः $x^4 - 625 = (x - 5)(x + 5)(x^2 + 25)$

7.2.4 $(x+a)(x+b)= x^2 + (a+b)x + ab$ के रूप का गुणनखण्ड:

कुछ व्यंजक जो $(a+b)^2$ या $(a - b)^2$ के प्रकार के नहीं होते हैं अर्थात यह पूर्ण वर्ग नहीं हैं।

जैसे $x^2 + 5x + 6$, y^2-12y+32, m^2-4m+12 इत्यादी

स्पष्ट रूप से इस प्रकार के व्यंजक ,$(a^2 - b^2)$रूप से भिन्न हैं।

परंतु यह $x^2 + (a+b)\,x + ab$ के प्रकार के प्रतीत होते है।

सर्वसमिका IV के साथ तुलना करने पर

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

उदाहरण 5 :– $x^2 + 5x + 6$ के गुणनखण्ड कीजिए।

हल:– इस व्यंजक का सर्वसमिका $x^2 + (a+b)\,x + ab$ के साथ तुलना करने पर,

$$a+b = 5, \; ab = 6$$

इसका अर्थ यह हुआ कि 6, a और b का गुणनखण्ड है और इन दोनों को जोड़ने पर योगफल 5 है।

यहाँ, $2 + 3 = 5$, $2 \times 3 = 6$ $\Rightarrow a = 2, b=3$

$\therefore \quad x^2 + 5x + 6 = x^2 + (2 + 3)\, x + 3 \times 2$

$= (x + 2)(x + 3)$

अतः वांछित गुणनखण्ड $= (x + 2)(x + 3)$

उदाहरण 6 :– $p^2 - 10p + 25$ के गुणनखण्ड प्राप्त कीजिए।

हलः– यहाँ $ab = 25$, $a+b = -10$

स्पष्टतः $(-5)\times(-5) = 25$, $(-5) + (-5) = -10$

$p^2 - 10p + 25 = p^2 - 5p - 5p + 25$

$= p(p-5) - 5(p-5)$

$= (p-5)\ \ (p-5)$

$= (p-5)^2$

$\therefore$ अभिष्ठ गुणनखण्ड $= (p-5)(p-5)$

उदाहरण 7 :– $m^2 + m - 56$ के गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए।

हलः– यहाँ हमें दो ऐसी संख्या चाहिए जिसको गुणा करने पर –56 और जोड़ने अथवा घटाने पर 1 आये। स्पष्टतः वैसे दो संख्याएँ 8 एवं (–7) हैं।

$\therefore \quad m^2 + m - 56 = m^2 + 8m - 7m - 56$

$= m(m+ 8) - 7\ (m+ 8)$

$= (m+ 8)(m- 7)$

अतः $m^2 + m - 56 = (m+ 8)(m- 7)$;

उदाहरण 8 :– $7x^2 - 19x - 6$ के गुणनखण्ड प्राप्त कीजिए।

हलः– यहाँ, दिए गए व्यंजक में,

$7 \times 6 = 42$

अब, 42 को ऐसे दो गुणनखण्डों में बाँटना है ताकि उन दोनों को जोड़ने अथवा घटाने पर – 19 आये।

$42 = 1\times42 = 2\times21 = 3\times14 = 6\times7$ $\qquad (-21 + 2 = -19)$

यहाँ, 2 में 21 घटाने पर –19 प्राप्त होता है।

अतः $7x^2 - 19x - 6 = 7x^2 - 21x + 2x - 6$ $\qquad (-21 \times 2 = -42)$

$= 7x(x-3) + 2(x-3)$

$= (x-3)(7x + 2)$

अतः $(x-3)(7x + 2)$ वांछित गुणनखण्ड है।

प्रश्नावली–7.2

1. निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखण्ड कीजिए:

(i) $a^2 + 14a + 49$ (ii) $r^2 - 10r + 21$ (iii) $p^2 - 17p - 38$ (iv) $4x^2 + 12x + 9$

(v) $9x^2 + 30x + 25$ (vi) $4x^4 + 12x^3 + 9x^2$ (vii) $x^2 + 4x - 77$ (viii) $\frac{x^2}{4} - 2x + 4$

2. गुणनखण्ड कीजिए:

(i) $x^2 - 9$ (ii) $4x^2 - 25y^2$ (iii) $3a^2b^3 - 27a^4b$ (iv) $ay^2 - ax^2$

(v) $25ax^2 - 25a$ (vi) $\frac{x^2}{a} - \frac{r^2}{25}$ (vii) $x^4 - 1$ (viii) $a^4 - (a-b)^4$ (ix) $\frac{x^2}{25} - 625$

3. निम्नलिखित व्यंजकों का गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए:

(i) $\frac{x^2}{4} - 2x + 4$ (ii) $p^2y^2 - 2py + 1$ (iii) $a^2x^3 + 2abx^2 + b^2x$

(iv) $a^2+2ab+b^2-4$ (v) $x^3 + x^2 + x + 1$ (vi) $9x^2 + 2xy + \frac{y^2}{9}$

(vii) $2x^3 + 24x^2 + 72x$ (viii) $9x^2 - (3y+z)^2$

7.3 बीजीय व्यंजकों का विभाजन :–

हम बीजीय व्यंजकों का जोड़, घटाव, और गुणा सीख चुके हैं। इस अनुच्छेद में हम बीजीय व्यंजकों का आपस में विभाजन पर चर्चा करेंगे। हम जानते हैं कि विभाजन (Division), गुणन (Multiplication) का प्रतिलोम संक्रिया है। जैसे :

$5 \times 6 = 30$ से $30 \div 6 = 5$ तथा $30 \div 5 = 6$ प्राप्त होता है।

इसका उपयोग हम बीजीय व्यंजकों के आपस में विभाजन करने में करेंगे।

जैसे : $3x \times 2x = 6x^2 \Rightarrow 6x^2 \div 3x = 2x$ तथा $6x^2 \div 2x = 3x$

और $25x^2 \times 3x = 75x^3 \Rightarrow 75x^3 \div 3x = 25x^2$ तथा $75x^3 \div 25x^2 = 3x$

7.3.1 एक पदी व्यंजक का एक पदी व्यंजक से विभाजन

पहली विधि: हम $8x^3 \div 2x$ पर विचार करते हैं।

$8x^3$ और $2x$ को निम्न प्रकार अखंडनीय गुणनखंडन करते हैं।

$2x = 2 \times x$, $8x^3 = 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x$

$8x^3$ के गुणनखंड को $2x$ के रूप में पुनः निम्नानुसार व्यवस्थित करते हैं।

$8x^3 = (2 \times x) \times 2 \times 2 \times x \times x = 2x \times 4x^2$

इस प्रकार, $8x^3 \div 2x = (2x \times 4x^2) \div 2x = 4x^2$

दूसरी विधि : $8x^3 \div 2x = \frac{8x^3}{2x} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x}{2 \times x}$

$= 2 \times 2 \times x \times x = 4x^2$

उदाहरण 9: हल कीजिए

(i) $-32x^4 \div 8x^2$ (ii) $9xy^2z \div 3xy$

हल : (i) $-32x^4 \div 8x^2$

$$-32x^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x \times x \times x$$
$$8x^2 = 2 \times 2 \times 2 \times x \times x$$

अतः $-32x^4 \div 8x^2 = \frac{-32x^4}{8x^2} = \frac{-2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x \times x \times x}{2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x}$

$$= -2 \times 2 \times x \times x = -4x^2$$

(ii) $9xy^2z \div 3xy$

$9xy^2z = 3 \times 3 \times x \times y \times y \times z$, $3xy = 3 \times x \times y$

अतः $9xy^2z \div 3xy = \frac{9xy^2z}{3xy} = \frac{3 \times 3 \times x \times y \times y \times z}{3 \times x \times y} = 3yz$

प्रयास कीजिए : D

(i) $36a^2b^2c \div 4abc$ (i) $112pq^2r^3 \div 14pqr$

7.3.2 एक बहुपद का एकपद से विभाजन

एक त्रिपद (trinomial) $6x^3 + 4x^2 + 2x$ का एकपद $2x$ से विभाजन पर विचार करें।

पहली विधिः– हम बहुपद के प्रत्येक पद को गुणनखंण्ड के रूप में लिखते हैं। फिर $2x$ को उसका एक सार्व गुणनखंड के रूप में प्राप्त करते हैं।

$$6x^3 + 4x^2 + 2x = 2 \times 3 \times x \times x \times x + 2 \times 2 \times x \times x + 2 \times x$$
$$= 3 \times (2 \times x) \times x \times x + 2 \times (2 \times x) \times x + (2 \times x)$$
$$= (2x)(3 \times x \times x + 2 \times x + 1)$$
$$= (2x)(3x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore (6x^3 + 4x^2 + 2x) \div 2x = \frac{6x^3 + 4x^2 + 2x}{2x} = \frac{(2x)(3x^2 + 2x + 1)}{2x}$$
$$= (3x^2 + 2x + 1)$$

"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"

दूसरी विधिः– निरस्तीकरण की विधि का प्रयोग करते हुए विभाजन

$$(6x^3 + 4x^2 + 2x) \div 2x = \frac{6x^3 + 4x^2 + 2x}{2x}$$

$$= \frac{6x^3}{2x} + \frac{4x^2}{2x} + \frac{2x}{2x}$$

$$= \frac{6 \times x \times x \times x}{2 \times x} + \frac{4 \times x \times x}{2 \times x} + \frac{2 \times x}{2 \times x}$$

$$= (3 \times x \times x) + (2 \times x) + 1$$

$$= 3x^2 + 2x + 1$$

निरस्तीकरण विधि : अंश में बहुपद के प्रत्येक पद को हर के एकपद से भाग देते हैं।

प्रयास कीजिए : E

उपरोक्त दोनों विधियों का प्रयोग करते हुए नीचे दिए गए प्रश्नों को हल कीजिएः–

(i) $(x^3y^3 + x^2y^3 - xy^4 + xy) \div xy$ (ii) $(-qrxy + pryz - rxyz) \div (-xyz)$

7.4 बहुपद का बहुपद से विभाजन

$(8a^2 + 24a) \div (a + 3)$ पर विचार करते है।

$$(8a^2 + 24a) = (2 \times 2 \times 2 \times a \times a) + (2 \times 2 \times 2 \times 3 \times a)$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times a\,(a + 3)$$

$$\therefore (8a^2 + 24a) \div (a + 3) = \frac{(8a^2 + 24a)}{(a + 3)} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times a\,(a + 3)}{(a + 3)}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times a = 8a$$

उदाहरण : 10 $(x^3 + x^2 - 132x)$ को $x(x - 11)$ से भाग दीजिए।

हल : $(x^3 + x^2 - 132x)$ का गुणनखण्ड करने पर,

$$(x^3 + x^2 - 132x) = (x \times x \times x) + (x \times x) - (11 \times 12 \times x)$$

$$= x\{(x \times x) + (x) - (11 \times 12)\}$$

$$= x\{(x^2) + (x) - (11 \times 12)\} = x\{x^2 + x - 132\}$$

$$= x\{x^2 + 12x - 11x - 132\}$$
$$= x\{(x^2 + 12x) - (11x + 132)\}$$
$$= x\{x(x + 12) - 11(x + 12)\}$$
$$= x\{(x - 11)(x + 12)\} = x(x - 11)(x + 12)$$

$$\therefore (x^3 + x^2 - 132x) \div x(x - 11) = \frac{(x^3 + x^2 - 132x)}{x(x - 11)}$$
$$= \frac{x(x - 11)(x + 12)}{x(x - 11)} = (x + 12)$$

उदाहरण : 11 $(3x^4 - 1875)$ को $(3x^2 - 75)$ से भाग दीजिए

हल : $(3x^4 - 1875) \div (3x^2 - 75) = \frac{(3x^4 - 1875)}{(3x^2 - 75)} = \frac{3(x^4 - 625)}{3(x^2 - 25)}$

$$= \frac{(x^2)^2 - (25)^2}{(x^2 - 25)} = \frac{(x^2 - 25)(x^2 + 25)}{(x^2 - 25)} = x^2 + 25$$

प्रश्नावली 7.3

1) निम्नलिखित को विभाजन कीजिए

(i) $91y^3 \div 13y$ (ii) $144x^4 \div (-12x^2)$ (iii) $28\,p^2q \div 7\,pq$

(iv) $225x^3y^2z^3 \div 15x^2y$ (v) $108m^3n^2 \div 12mn$ (vi) $(-57a^2b) \div 19ab$

2) निम्नलिखित को विभाजन कीजिए

(i) $(3a^2b - 6ab) \div 3ab$ (ii) $(5x^3 - 15x^2 + 25x) \div 5x$ (iii) $(4z^3 + 6z^2 - z)(\div -2z)$

(iv) $(3x^3y + 2x^2y + 15xy) \div 3xy$ (v) $(3w^5 + 12w^4 - 6w^2) \div 3w^2$

3) निम्नलिखित को विभाजन कीजिए

(i) $(3a - 9) \div 3$ (ii) $(14x - 21y) \div (2x - 3y)$

(iii) $121x^2y^2(2z - 12) \div 11xy(z - 6)$ (iv) $144mn(2m - 6)(7n - 28) \div 12(m - 3)(n - 4)$

4) निम्नलिखित का हल कीजिए

(i) $(ax^2 - ay^2) \div (ax + ay)$ (ii) $(x^4 - y^4) \div (x^2 - y^2)$

(iii) $\{(a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 + 2ac + c^2)\} \div (2a + b + c)$

(iv) $\{ax^2 + (b + ac)x + bc\} \div (x + c)$