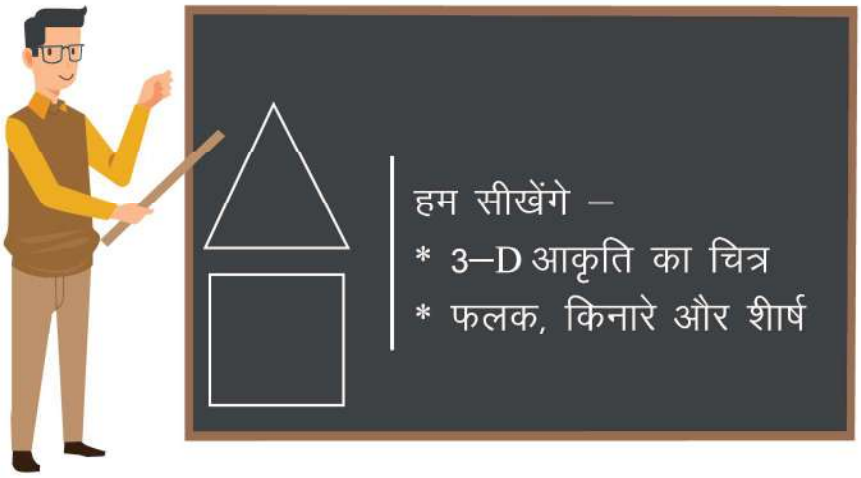
# ठोस आकारों का चित्रण
# (Three Dimensional Figures)

अध्याय
**12**

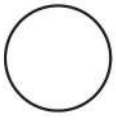


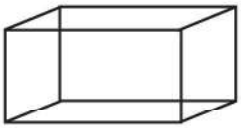
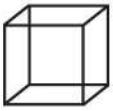
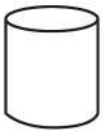
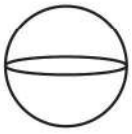

GSUVRU

## 12.1 भूमिका :–

पिछले वर्ग में हमलोगों ने समतल आकारों और **ठोस आकारों** के बारे में जाना है। समतल आकार जैसे – त्रिभुज, आयत तथा वर्ग में लम्बाई एवं चौड़ाई होते हैं। इनमें दो विमाएँ होती हैं इसलिए इन्हें हम द्विविमीय या 2–D आकृतियाँ कहते हैं। ठोस आकारों जैसे – घन, घनाभ, बेलन, शंकु, गोला आदि में लम्बाई, चौड़ाई तथा गहराई (ऊँचाई) होती है। इनमें तीन विमाएँ होती हैं इसलिए इन्हें त्रिविमीय या 3–D आकृतियाँ कहते हैं।

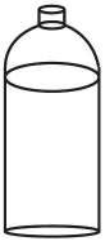
नीचे कुछ द्विविमीय एवं त्रिविमीय आकृतियाँ दी गई हैं –

| आकार | आकार का प्रकार | आकार का नाम |
|---|---|---|
| i)  | द्विविमीय<br>2D | वृत्त |
| ii)  | द्विविमीय<br>2D | त्रिभुज |

| आकार | आकार का प्रकार | आकार का नाम |
|---|---|---|
| iii)  | द्विविमीय<br>2D | आयत |
| iv)  | त्रिविमीय<br>3D | घनाभ |
| v)  | त्रिविमीय<br>3D | घन |
| vi)  | त्रिविमीय<br>3D | बेलन |
| vii)  | त्रिविमीय<br>3D | शंकु |
| viii)  | त्रिविमीय<br>3D | गोला |
| ix)  | त्रिविमीय<br>3D | अर्धगोला |

ध्यान दीजिए – हम अपने दैनिक जीवन में देखते हैं कि एक से अधिक द्विविमीय या त्रिविमीय आकारों को मिलाकर (संयोजन कर) आकृतियाँ या वस्तुएँ बनाई जाती हैं। कई बार प्रकृति में भी ऐसे आकारों का संयोजन देखने को मिलता है। जैसे कुछ चित्र नीचे दिए गए हैं।

"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"

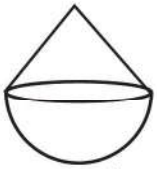


पानी की बोतल



छिला हुआ पेंसिल

शंकु तथा बेलन का संयोजन

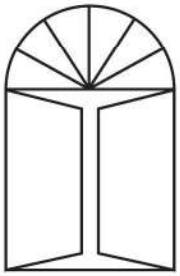


एक कटोरा
एक अर्धगोलाकार खोल



पत्र पेटी

बेलन पर अर्धगोला आरोपित



आयत पर अर्धवृत्त आरोपित

दरवाजा

**प्रयास कीजिए :**

2–D, 3–D एवं दोनों से मिलाकर पाँच–पाँच आकृतियाँ बनाइए।

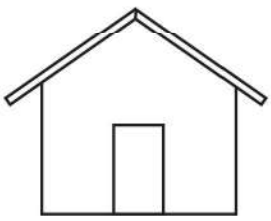
## 12.2 3-D आकारों के दृश्य

आपने कभी 3–D वस्तुओं कों विभिन्न दिशा से देखा है? (जैसे – सीधा सामने, ऊपर और बगल से) ये कैसा दिखता है? इस तरह के कुछ दृश्य नीचे दिए गए हैं –

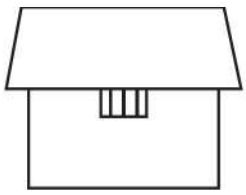
(i) घर का चित्र जो विभिन्न कोणों से देखने पर इस प्रकार दिखते हैं –



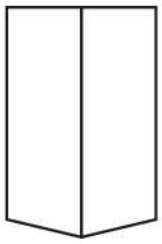
एक घर



सामने से दृश्य



पार्श्व दृश्य



ऊपर से दृश्य

"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"

(ii) एक किताब का विभिन्न कोणों से दृश्य

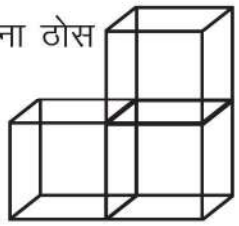

एक किताब


सामने से दृश्य

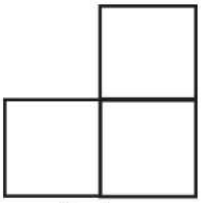

पार्श्व दृश्य


ऊपर से दृश्य

(iii) तीन घनों से बना ठोस




पार्श्व दृश्य

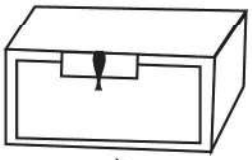

सामने से दृश्य

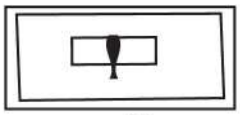

ऊपर से दृश्य

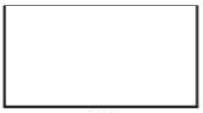
## प्रश्नावली 12.1

1. ऊपर से, सामने से एवं पार्श्व दृश्य की पहचान कीजिए।

(a) बक्सा


सामने


(i)


(ii)


(iii)

(b) तंबू


सामने

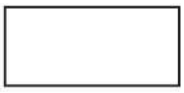

(i)

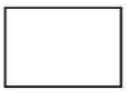

(ii)

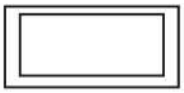

(iii)

(c) एक ईंट


सामने


(i)

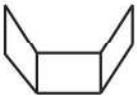

(ii)


(iii)

(d) एक बाट



सामने


(i)


(ii)

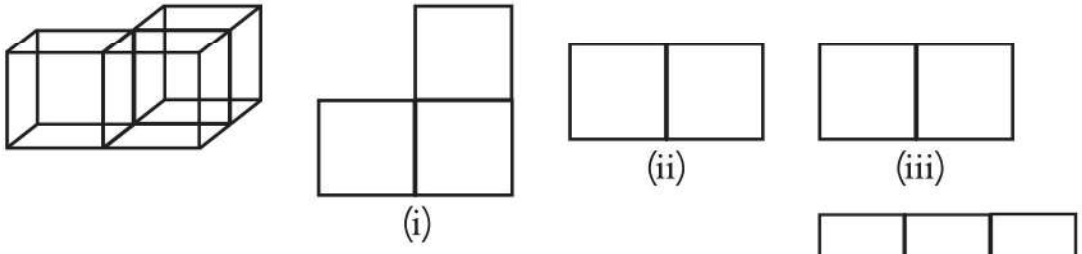


(iii)

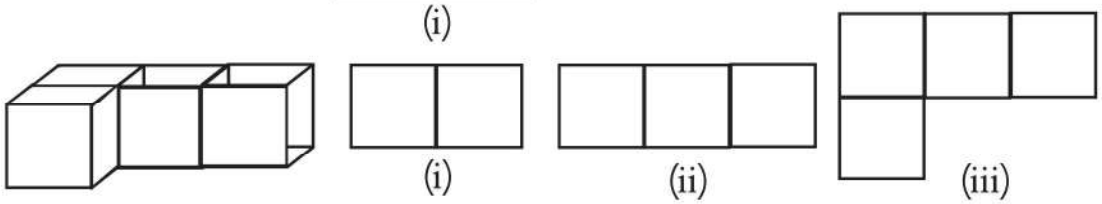
"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"

2. ऊपर से, सामने से एवं पार्श्व दृश्य की पहचान कीजिए।

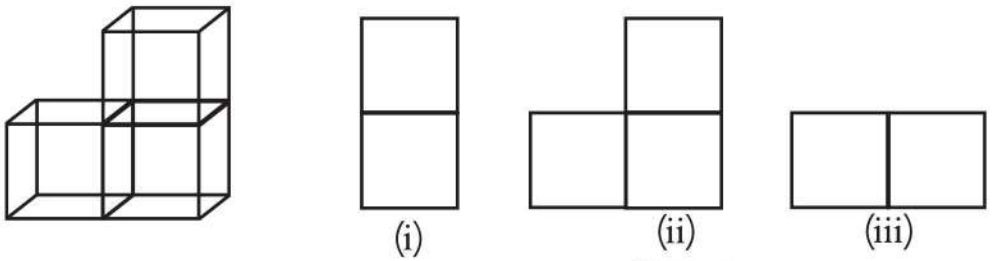
(a)



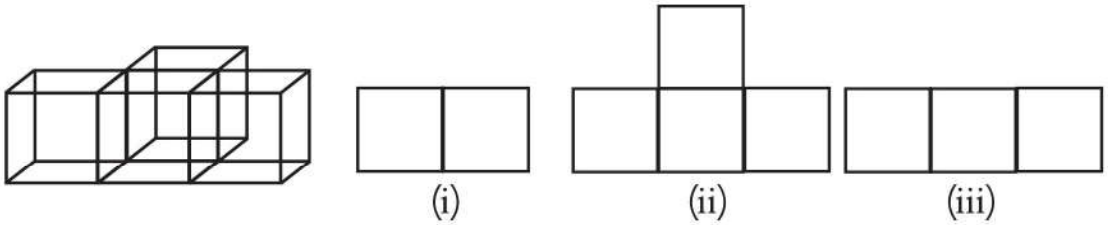

(b)




(c)




(d)



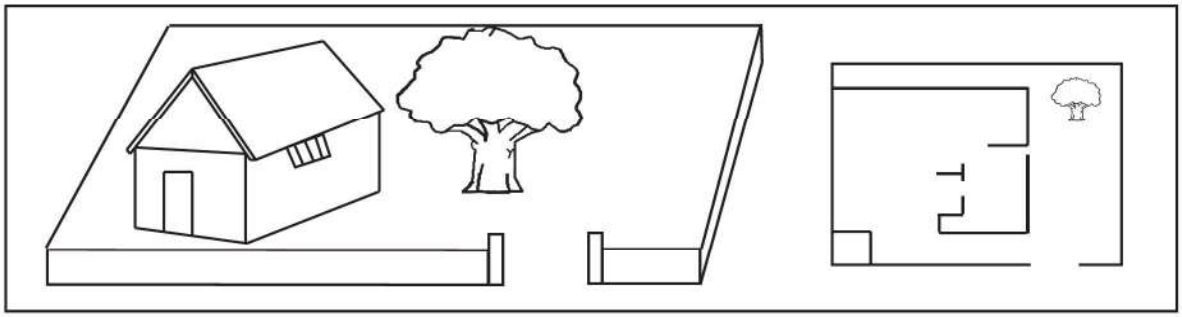

## 12.3 अपने आसपास के स्थान का प्रति चित्रण

हमलोग पिछली कक्षाओं से ही मानचित्रों (maps) के साथ कार्य करते आ रहे हैं। हमने घरों, सड़कों, नदियों, पर्वत ,रेललाईन, व्यापारिक संस्थान, स्कूल, कल–कारखाने, विभिन्न प्रकार के मार्गों आदि को मानचित्रों में खींचा हैं। क्या आपने ध्यान दिया है कि चित्र खींचने और मानचित्र खींचने में क्या अंतर है? आइए हम इसे जानने का प्रयास करते हैं।

जब हम कोई चित्र खींचते हैं तो हम उसकी स्पष्ट दिखाई देने वाली जानकारियों का वास्तविक चित्रण करते हैं। चित्र खींचते समय अलग–अलग व्यक्ति अपनी सोच और देखने के स्थान के अनुसार चित्र बनाते हैं। इस कारण एक चित्र में दिए विवरण दूसरे से भिन्न हो सकते हैं।

मानचित्र किसी एक वस्तु का किसी अन्य वस्तु के संदर्भ में केवल स्थान दर्शाता है। परन्तु मानचित्र में अलग–अलग व्यक्ति के द्वारा दिया गया विवरण में अंतर नहीं होता है।

"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"



मानचित्र खींचते समय हम बहुत से संकेतों का प्रयोग करते हैं। संकेत हम स्वयं भी बना सकते हैं।

मानचित्र खींचते समय हमें निम्न बातों का ध्यान रखना चाहिए।

(1) मानचित्र में दिखाई गई दूरियाँ वास्तविक दूरियों के समानुपातिक होती हैं। यह एक उपयुक्त पैमाना बनाकर करते हैं। एक निश्चित वास्तविक दूरी को 1 mm (1मिमी) या 1 cm(1सेंमी) मानकर पैमाना तैयार किया जाता है। जैसे –

| एक निश्चित वास्तविक दूरी | मानचित्र के पैमाना पर |
|---|---|
| 10 km | 1 mm या 1 cm |
| 1 km | |
| 500 m | 1 mm या 1 cm |
| 200 m | |

यह पैमाना एक मानचित्र में नहीं बदलता है। परंतु दूसरे मानचित्र में यह पैमाना बदल भी सकता है। इस प्रकार प्रत्येक मानचित्र में एक पैमाना संबद्ध होता है जो एक दिए मानचित्र के लिए स्थिर (fixed) होता है। यह वास्तवकि दूरियों को कागज पर समानुपातिक रूप से छोटा (कम) कर देता है।

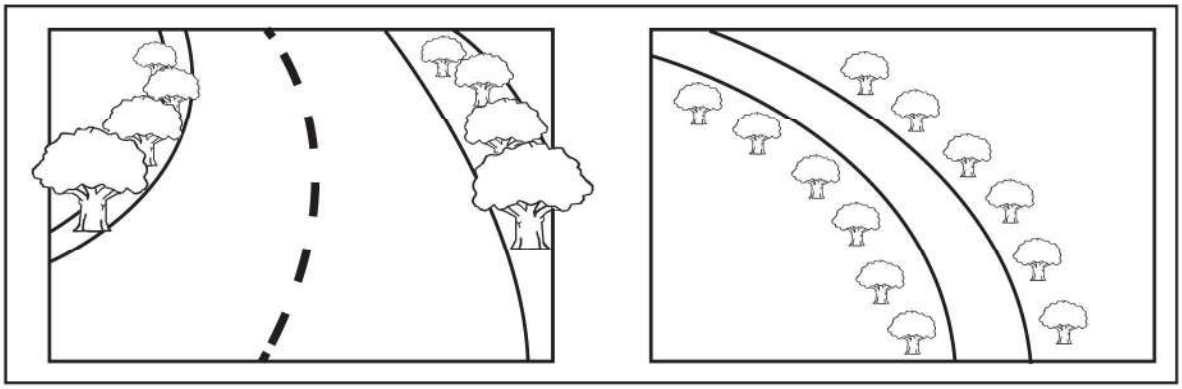
(2) मानचित्र एक विशेष वस्तु / स्थान की अन्य वस्तुओं / स्थानों के संदर्भों में स्थिति दर्शाता है।

(3) विभिन्न वस्तुओं / स्थानों को दर्शाने के लिए उपयुक्त संकेतों का प्रयोग किया जाता है।

(4) मानचित्र में कोई भी संदर्भ या परिप्रेक्ष्य नहीं होता है। इसका अर्थ यह हुआ कि मानचित्र पर सभी चित्र, संकेत आदि समान होते हैं। जैसे – अगर पेड़ दिखाना है तो सभी स्थान पर एक समान होंगे घटते या बढ़ते क्रम में नहीं।

जैसा नीचे के चित्र में दिखाया गया है।

"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"

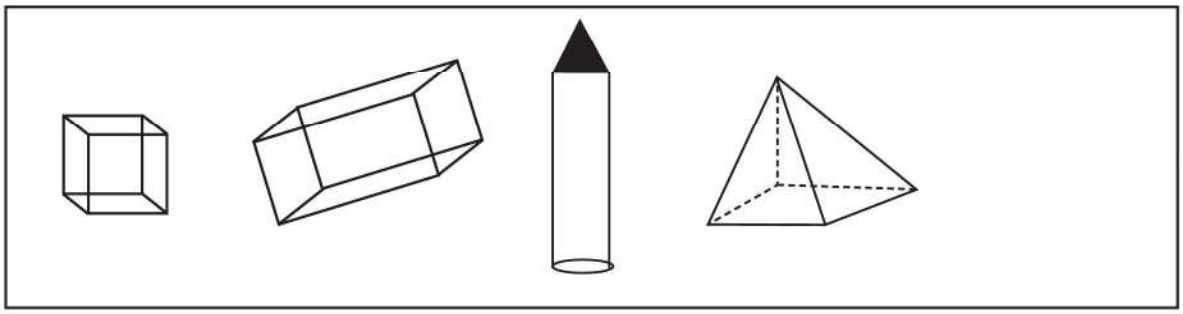


## प्रश्नावली 12.2

1. अपने विद्यालय भवन का मानचित्र खींचिए।
2. अपने विद्यालय के खेल मैदान का मानचित्र खींचिए।
3. अपने विद्यालय के बगीचे का मानचित्र खींचिए।
4. अपने मित्र को मार्गदर्शन के लिए एक रोड मैप तैयार कीजिए जिससे वह आसानी से आपके घर पहुँच सके।

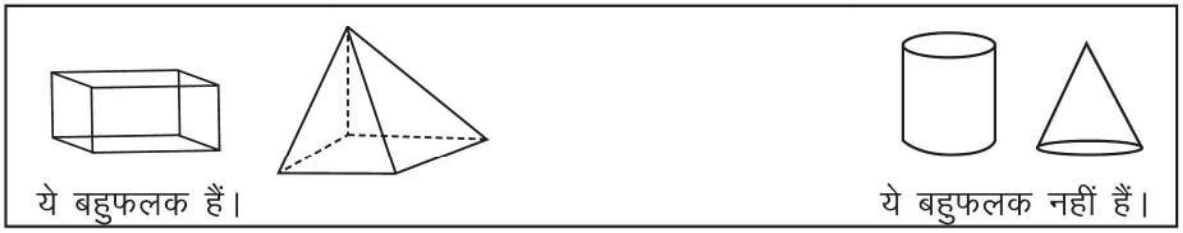
### 12.4 फलक, किनारे और शीर्ष

नीचे दिए गए ठोस आकृतियों को देख कर समझिए –



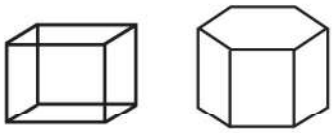
ऊपर में दिए गए प्रत्येक ठोस बहुभुजीय क्षेत्रों (polygonal regions) से मिलकर बना है, जिसे उसका फलक (faces) कहते हैं। ये फलक किनारों या कोरों (edges) में मिलते हैं, जो रेखाखंड हैं तथा ये किनारे शीर्षों में मिलते हैं, जो बिन्दु हैं। ऐसे ठोसों को बहुफलक या बहुफलकी (polyhedra) कहते हैं।

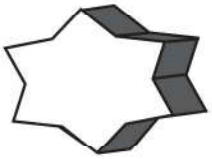
"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"



ये बहुफलक हैं। ये बहुफलक नहीं हैं।

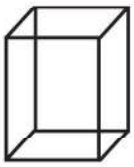
**उत्तल बहुफलक** : हम उत्तल (convex) बहुभुज की अवधारणा के बारे में जानते हैं। जिसकी उदाहरण निम्न हैं–

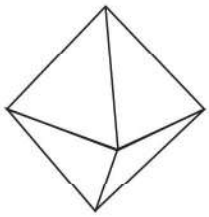




ये उत्तल बहुफलक हैं। ये उत्तल बहुफलक नहीं हैं।

**सम बहुफलक** : यदि बहुफलक के सभी फलक सर्वांगसम सम बहुभुजों (regular polygons) से बने हों तथा प्रत्येक शीर्ष पर मिलने वाले फलकों की संख्या समान हो, उसे सम बहुफलक (regular polyhedron) कहते हैं।

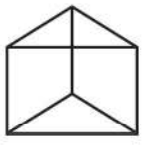




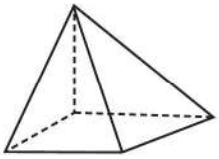
यह एक सम बहुफलक है यह एक सम बहुफलक नहीं है

**प्रिज्म (Prism) :**

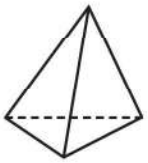
यदि बहुफलक का आधार (base) और ऊपरी सिरा (top) सर्वांगसम बहुभुज हों तथा उसके अन्य फलक, अर्थात पार्श्व फलक (lateral faces) समांतर चतुर्भुजों के आकार के हों, उसे प्रिज्म कहते हैं।



पिरामिड (pyramids) – वह बहुफलक जिसका आधार एक बहुभुज होता है तथा इसके पार्श्व फलक एक शीर्ष वाले त्रिभुज होते हैं, पिरामिड कहलाता है। (यदि आप एक बहुभुज के सभी कोनों या शीर्ष को एक ऐसे बिंदु से मिला दें जो उसके तल (plane) में न हो, तो आपको पिरामिड का एक मॉडल (model) प्राप्त हो जाएगा।



एक प्रिज्म या पिरामिड को उसके आधार के अनुसार नामांकित किया जाता है। इस प्रकार, एक षट्भुजीय (hexagonal) प्रिज्म का आधार एक षट्भुज होता है तथा एक त्रिभुजाकार पिरामिड का आधार एक त्रिभुज होता है। तब, एक आयताकार प्रिज्म का आधार आयत और एक वर्गाकार पिरामिड का आधार वर्ग होता है।



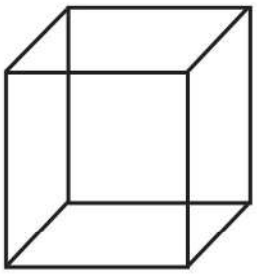
**ऑयलर सूत्र (Euler's Formula)** यदि F = फलकों (faccs) की संख्या
E = किनारों (edges) की संख्या
तथा V = शीर्ष (vertices) की संख्या
सूत्र, **F + V = E + 2, अर्थात F + V - E = 2**

**उदाहरण :** घन में F = फलकों (Faces) की संख्या = 6
E = किनारों (Edges) की संख्या = 12

एवं V = शीर्ष बिन्दुओं (Vertices) की संख्या = 8 है।

F + V - E = 6 +8 - 12 = 14-12 = 2

इस तरह हम पाते हैं कि उपर्युक्त सूत्र सही है।



**आप जानते हैः**

| | त्रिविमीय आकृतियाँ | फलकें (Face) | किनारें (edges) | शीर्ष (Vertices) |
|---|---|---|---|---|
| 1. | घन | 6 | 12 | 8 |
| 2. | घनाभ | 6 | 12 | 8 |
| 3. | चतुष्फलक (टेट्राहेड्रेन) | 4 | 6 | 4 |
| 4. | त्रिभुजाकार पिरामिड | 4 | 6 | 4 |
| 5. | आयत/वर्ग आधार पिरामिड | 5 | 8 | 5 |
| 6. | त्रिभुजाकार प्रिज्म | 5 | 9 | 6 |
| 7. | आयत/ वर्ग आधार प्रिज्म | 6 | 12 | 8 |

"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"

## प्रश्नावली 12.3

1. निम्नलिखित आकारों के लिए आइलर सूत्र को सत्यापित करें।

   (i) घनाभ (ii) त्रिभुजाकार प्रिज्म (iii) वर्ग आधार वाला पिरामिड (iv) वर्ग आधार वाला प्रिज्म

2. ऑयलर सूत्र का प्रयोग करते हुए, अज्ञात संख्या को निकालिए–

| | | | |
|---|---|---|---|
| फलक | 12 | ...x... | 4 |
| शीर्ष | ...y... | 7 | 4 |
| किनारा | 30 | 9 | ...z... |

3. क्या किसी बहुफलक के फलक नीचे दिए अनुसार हो सकते हैं?

   (i) 3 त्रिभुज (ii) 4 त्रिभुज (iii) 1 वर्ग एवं 4 त्रिभुज

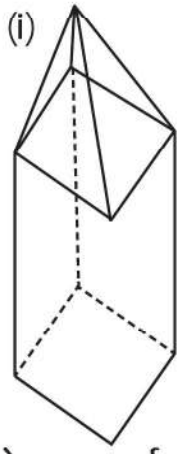
4. किसी ठोस आकृति में कम से कम कितने सतह होते हैं? ठोस का नाम बताइए।

5. क्या ऐसा बहुफलक संभव है जिसके फलकों की संख्या कुछ भी हो सकता हो?

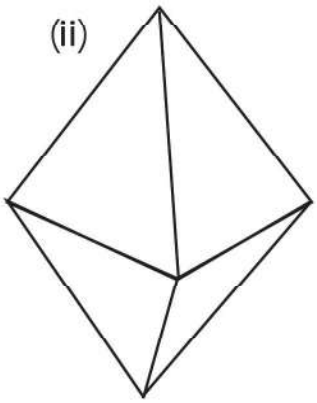
6. क्या एक वर्ग प्रिज्म घन हो सकता है?

7. निम्नलिखित बहुफलक से ऑयलर सूत्र सत्यापित कीजिए।

(i)



(ii)



**परियोजना कार्य** :–

(1) मोटे गत्ते को काट कर (i) बेलन (ii) शंकु (iii) घन एवं (iv) घनाभ त्रिविमीय आकार का बनाए एवं अपने कक्षा में प्रदर्शित करें।

2. घर से विद्यालय आने का रास्ता का नजरी नक्शा (नदी, पहाड़ आदि) सहित बनाए।

3. चार्ट पेपर पर विभिन्न त्रिविमीय आकार की आकृति जैसे शंकु, घनाभ आदि का चित्र बनाकर ऑयलर सूत्र को शीर्ष, फलक एवं किनारे को दर्शाते हुए सत्यापित करें।

"JCERT Text Book for free distribution : 2019-2020"