2 भिन्न (Fraction)

FK4HZE

मुख्य अवधारणाएँ

- ☆ भिन्नों का गुणन
- ☆ भिन्नों का भाग

2.1 भूमिका

हमने पिछली कक्षा में भिन्न के विषय में अध्ययन किया है। इस क्रम में भिन्न क्या है? इसके प्रकार यथा : उचित भिन्न, विषय भिन्न और मिश्र भिन्न, भिन्नों की तुलना, तुल्य भिन्न, संख्या रेखा पर भिन्न संख्या का निरूपण, भिन्न संख्याओं का योग एवं घटाव के विषय पर भी अध्ययन किया है।

इस अध्याय में हम भिन्नों के गुणन एवं भाग के बारे में सीखेंगे।

2.2 पिछली कक्षा में हमने भिन्नों के विषय में क्या सीखा?

आइए एक बार फिर भिन्नों के बारे पुनः अवलोकन कर देखें कि पिछली कक्षा में हमने क्या–क्या सीखा।

भिन्न : भिन्न एक संख्या है जो संख्या रेखा पर पूर्ण के भाग को दर्शाता है। यह पूर्ण भाग एक वस्तु अथवा वस्तुओं का एक संग्रह हो सकता है।

उदाहरण : एक भिन्न जो पाँच बराबर भागों में 2 भाग को दर्शाता है। यहाँ 2 को अंश और 5 को हर कहा जाता है।

उचित भिन्न : वह भिन्न जिसमें अंश का मान हर से छोटा होता है।

उदाहरण :– $\frac{2}{3}, \frac{3}{7}, \frac{5}{6}$ आदि।

विषम भिन्न : वह भिन्न जिसमें अंश का मान हर से बड़ा होता है।

उदाहरणः– $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{6}$ आदि।

मिश्र भिन्न : पूर्ण संख्या और एक उचित भिन्न संख्या के संयोजन से बना भिन्न मिश्र भिन्न कहलाता है।

उदाहरणः– $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{6}$ आदि।

प्रयास कीजिए A

आप उचित भिन्न, विषम भिन्न और मिश्र भिन्न पर चर्चा कीजिए तथा प्रत्येक के पाँच–पाँच उदाहरण लिखिए।

तुल्य भिन्न : एक भिन्न संख्या के अंश और हर को शून्य के अलावे अन्य एक ही संख्या से गुणा अथवा भाग देने पर प्राप्त संख्या को तुल्य संख्या कहते हैं।

उदाहरण : माना $\frac{2}{3}$ एक भिन्न है। इसको शून्येतर (शून्य के अलावे) संख्या 2 से अंश और हर को गुणा करने पर एक तुल्य भिन्न प्राप्त होता है।

$\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$ यहाँ $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{3}$ का एक तुल्य भिन्न है।

इसी प्रकार $\frac{2}{3}$ के अन्य पाँच तुल्य भिन्न ज्ञात कीजिए।

समान भिन्न : वैसे दो या दो से अधिक भिन्न जिसमें समान हर हो, समान भिन्न कहा जाता है। जैसे : $\frac{2}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{9}$ आदि।

असमान भिन्न : वैसे दो या दो से अधिक भिन्न जिसमें असमान (अलग–अलग) हर हो, असमान भिन्न कहा जाता है। जैसे : $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{7}{9}$ आदि।

सरलतम रूप में भिन्न : भिन्न का वह रूप जिसमें अंश और हर में 1 के अलावे अन्य कोई उभयनिष्ठ (सार्व) गुणनखण्ड न हो।

अन्य शब्दों में, एक भिन्न सरलतम रूप में कहा जायेगा जब इसके अंश और हर का म० स० 1 हो।

अतः एक भिन्न को सरलतम रूप में करने के लिए इसके अंश और हर को उसके म० स० से भाग दिया जाता है।

उदाहरण : $\frac{16}{24}$ को सरलतम रूप में लिखिए।

हल : 16 का गुणनखण्ड = 1, 2, 4, 8, 16

24 का गुणनखण्ड = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

∴ 16 और 24 का सार्व गुणनखण्ड = 1, 2, 4, 8,

16 और 24 का महत्तम सार्व गुणनखण्ड = 8

अतः 16 और 24 का म० स० = 8

अब, $\frac{16}{24} = \frac{16 \div 8}{24 \div 8} = \frac{2}{3}$

∴ $\frac{16}{24}$ का सरलतम रूप $\frac{2}{3}$ है।

भिन्नों की तुलना : दो या दो से अधिक भिन्नों की तुलना करते समय हम इसके हरों का ल० स० ज्ञात करते है। फिर इसके अंशों के बढ़ते अथवा घटते क्रम के अनुसार भिन्न को लिखते है।

उदाहरण : कौन बड़ा $\frac{2}{3}$ या $\frac{7}{12}$?

हल : पहले 3 और 12 का ल० स० ज्ञात करते है।

2	3, 12
2	3, 6
3	3, 3
	1, 1

अतः 3 और 12 का ल० स० = 2 × 2 × 3 = 12

अब प्रत्येक भिन्न के हर को 12 में बदलिए।

$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$

हम जानते हैं 8 > 7

∴ $\frac{8}{12} > \frac{7}{12}$ या, $\frac{2}{3} > \frac{7}{12}$

क्या अब आप $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$ को आरोही और अवरोही क्रम में लिख सकते हैं?

भिन्नों का योग और घटाव :

दो या दो से अधिक भिन्न संख्या को जोड़ने के लिए उसके हर एक समान होने चाहिए। ऐसा हम हरों का ल० स० ज्ञात करके करते हैं।

उदाहरण : $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल : 3 और 4 का ल० स० $= 3 \times 4 = 12$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{(2 \times 4) + (3 \times 3)}{12}$$

$$= \frac{8 + 9}{12} = \frac{17}{12}$$

उदाहरण : अब हम $\frac{5}{12}$ एवं $\frac{3}{18}$ पर विचार करते हैं ।

हल : यहाँ हम 12 और 18 का ल० स० ज्ञात करते हैं।

2	12, 18
2	6, 9
3	3, 9
3	1, 3
	1, 1

12 और 18 का ल० स० $= 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$= 4 \times 9 = 36$

अब $\frac{5}{12} = \frac{5 \times 3}{12 \times 3} = \frac{15}{36}$, $\frac{3}{18} = \frac{3 \times 2}{18 \times 2} = \frac{6}{36}$

$\frac{15}{36}$ एवं $\frac{6}{36}$ में हर समान है।

चूँकि $15 > 6$ इसलिए $\frac{15}{36} > \frac{6}{36}$ यानि $\frac{5}{12} > \frac{3}{18}$

उदाहरण : $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{11}{12}$ को अवरोही क्रम में लिखिए।

हल : 4, 8, 10, 12 का ल० स० $= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 = 120$

2	4, 8, 10, 12
2	2, 4, 5, 6
	1, 2, 5, 3

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 30}{4 \times 30} = \frac{90}{120}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7 \times 15}{8 \times 15} = \frac{105}{120}$$

$$\frac{9}{10} = \frac{9 \times 12}{10 \times 12} = \frac{108}{120}$$

$$\frac{11}{12} = \frac{11 \times 10}{12 \times 10} = \frac{110}{120}$$

स्पष्ट है कि $\frac{110}{120} > \frac{108}{120} > \frac{105}{120} > \frac{90}{120}$

अतः $\frac{11}{12} > \frac{9}{10} > \frac{7}{8} > \frac{3}{4}$

प्रश्नावली : 2.1

1) '>', '=' , '<' चिह्नों का प्रयोग कर निम्नलिखित भिन्नों की तुलना कीजिए।

(i) $\frac{7}{8}$ और $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{12}{15}$ और $\frac{11}{16}$ (iii) $\frac{8}{9}$ और $\frac{6}{7}$

2) निम्नलिखित भिन्नों को आरोही क्रम में लिखिए।

(i) $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{8}{11}$ (ii) $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{10}{11}$

3) निम्नलिखित भिन्नों को अवरोही क्रम में लिखिए।

(i) $\frac{7}{8}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{17}{19}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{11}$ (ii) $\frac{7}{11}$, $\frac{8}{13}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{11}{13}$

4) $\frac{4}{7}$ का पाँच तुल्य भिन्न ज्ञात कीजिए।

5) जोड़िए :

(i) $\frac{3}{5} + \frac{2}{7}$ (ii) $\frac{2}{9} + 4\frac{1}{2}$ (iii) $1\frac{5}{7} + 2\frac{1}{2}$

(iv) $2\frac{1}{8} + 3\frac{1}{7} + 4\frac{1}{3}$ (v) $\frac{4}{3} + 2\frac{1}{3} + 2\frac{1}{4}$

6) घटाइए :

(i) $\frac{9}{13} - \frac{2}{7}$ (ii) $4 - \frac{1}{2}$ (iii) $9 - 4\frac{1}{4}$ (iv) $3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2}$

7) हल कीजिए :

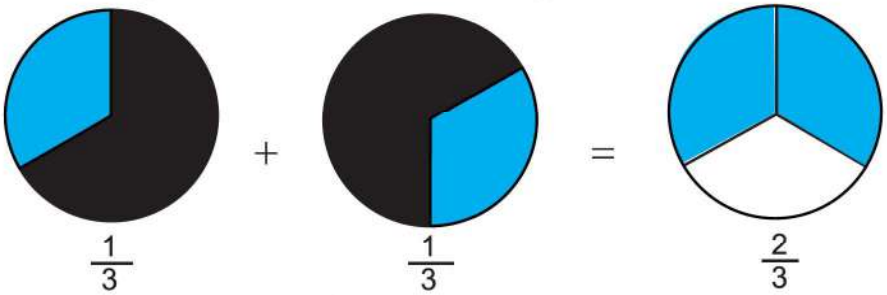
(i) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} - \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{2}{7} - \frac{3}{4} + \frac{7}{9}$

8) एक आयताकार कागज की लम्बाई $12\frac{1}{4}$ सेमी और चौड़ाई $6\frac{1}{2}$ सेमी है। कागज का परिमाप ज्ञात कीजिए।

9) एक गणित की पुस्तक का मूल्य ₹$38\frac{1}{4}$ और एक विज्ञान की पुस्तक का मूल्य ₹$38\frac{3}{4}$ है। ज्ञात कीजिए किस पुस्तक का मूल्य अधिक है और कितना ?

"JCERT text Book for free distribution : 2020-2021"

2.3 भिन्नों का गुणन : आइए निम्नांकित आकृतियों को देखें।



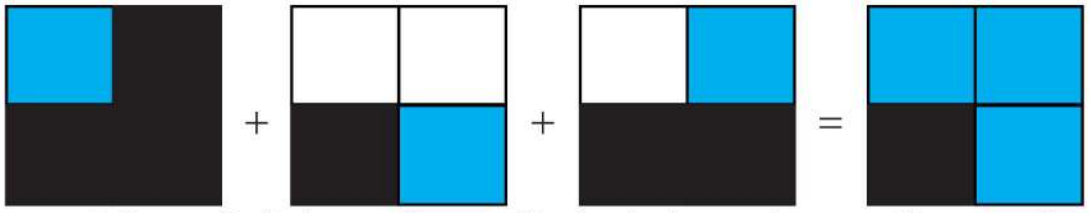
$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$

यहाँ दोनों आकृतियों का $\frac{1}{3}$ भाग छायांकित किया गया है। दोनों छायांकित भाग को मिला देने पर आकृति के कितने भाग को निरूपित करेंगे?

हम जानते हैं कि ये $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ = दो तिहाई = $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ को निरूपित करेंगे।

दो छायांकित भागों को संयोजित करने पर दो–तिहाई आकृति प्राप्त होता है। छायांकित भाग $\frac{2}{3}$ को निरूपित करता है।

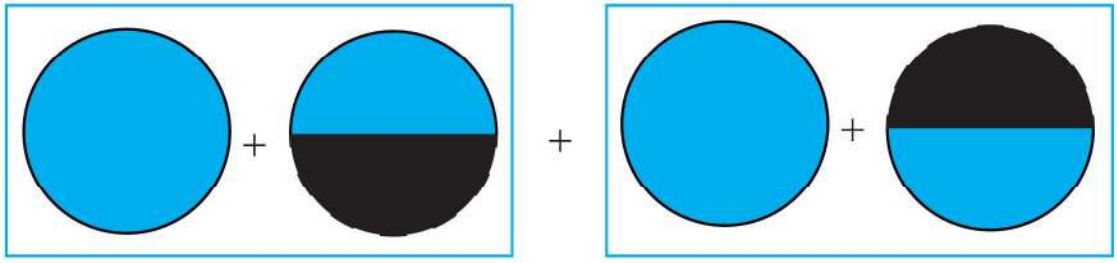
अब हम निम्नांकित आकृतियों को देखेंगे :



अब तीनों आकृतियों के छायांकित भागों को जोड़ने पर चौथा छायांकित आकृति प्राप्त होती है। अतः $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$= 3 \times \frac{1}{4}$ (तीन चौथाई) = $\frac{3}{4}$

इसी प्रकार $2 \times \frac{1}{2}$ जैसे विषम भिन्नों का भी आकृति बनाकर इसका गुणन कर सकते हैं।



चारों छायांकित आकृतियों को जोड़ने पर,

$1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 2 \times \frac{3}{2} = 3$

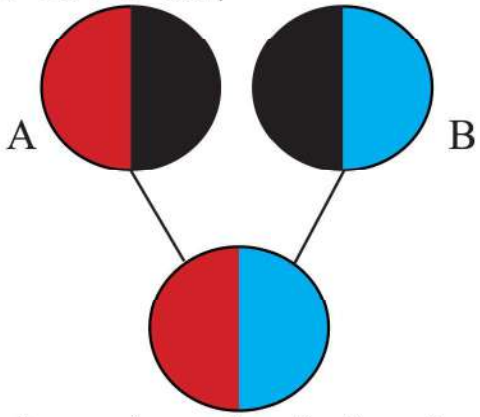
प्रयास कीजिए B

1. गुणा कीजिए –

(a) $\frac{5}{7} \times 2$ (b) $\frac{7}{3} \times 6$ (c) $\frac{3}{4} \times 16$ (d) $\frac{13}{14} \times 7$

3.2.1 भिन्न, प्रचालक 'का' के रूप में

आइए निम्नांकित चित्रों को ध्यान से देखें।



आकृति A एवं B पूरी तरह से एक जैसा है और प्रत्येक छायांकित भाग $\frac{1}{2}$ को निरूपित करता है।

दोनों छायांकित टुकड़े मिलकर 2 के $\frac{1}{2}$ भाग को निरूपित करते हैं।

अतः दो समरूप वृत्त के आधा–आधा ($\frac{1}{2}$ एवं $\frac{1}{2}$) भाग को जोड़ने पर 1 पूर्ण वृत्त प्राप्त होता है।

अर्थात्, $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

अत : 2 का $\frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

उदाहरण : महादेव के पास 15 गेंद है। सुकुमार के पास महादेव के गेंदों का $\frac{1}{3}$ है। सुकुमार के पास कितनी गेंदें हैं ?

हल : हम जानते हैं कि 'का' गुणन को दर्शाता है।

∴ सुकुमार के पास महादेव के गेंदों का $\frac{1}{3}$ भाग है।

∴ 15 गेंदों का $\frac{1}{3}$ = 15 गेंद × $\frac{1}{3}$ = 5 गेंद

सुकमार के पास कुल गेंदे = 5

प्रयास कीजिए C

1. बताइए –

(i) 28 का $\frac{4}{7}$ (ii) 36 का $\frac{2}{9}$ (iii) 72 का $\frac{8}{9}$

उदाहरण : 50 बच्चों की एक कक्षा में कुल बच्चों की संख्या का $\frac{2}{5}$ गणित पढ़ना पसंद करते है, कुल संख्या का $\frac{1}{5}$ विज्ञान पढ़ना पसंद करते हैं और शेष बच्चे अंग्रेजी पढ़ना पसंद करते हैं।

(i) कितने विद्यार्थी गणित पढ़ना पसंद करते हैं?

(ii) कितने विद्यार्थी विज्ञान पढ़ना पसंद करते हैं?

(iii) कुल विद्यार्थियों की संख्या का कितना भाग अंग्रेजी पढ़ना पसंद करते हैं?

हल : (i) गणित पढ़ने वाले बच्चों की संख्या = कुल विद्यार्थियों का $\frac{2}{5}$

= 50 का $\frac{2}{5}$ = 50 × $\frac{2}{5}$ = 20 बच्चे

अतः गणित पढ़ने वाले बच्चों की संख्या = 20

(ii) विज्ञान पढ़ने वाले बच्चों की संख्या = कुल विद्यार्थियों का $\frac{1}{5}$

= 50 का $\frac{1}{5}$ = 50 × $\frac{1}{5}$ = 10 बच्चे

अत : विज्ञान पढ़ने वाले बच्चों की संख्या = 10

(iii) गणित और विज्ञान पढ़ने वाले बच्चों की संख्या

= 20 + 10 = 30 है।

∴ अंग्रेजी पढ़ने वाले बच्चों की संख्या = 50 − 30 = 20 है।

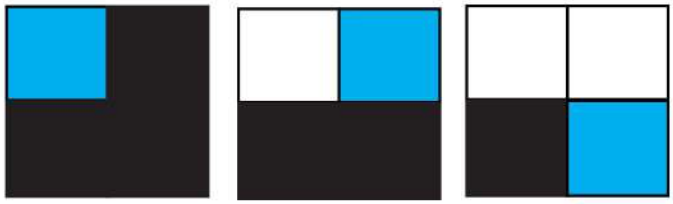
अतः वांछित भिन्न = $\frac{20}{50}$ = $\frac{2}{5}$

प्रश्नावली 2.2

1) निम्नलिखित की आकृति बनाकर दर्शाइए :–

(a) $2 \times \frac{2}{3}$ (b) $3 \times \frac{3}{4}$ (c) $4 \times \frac{1}{3}$

2) निम्नांकित आकृति के छायांकित भागों के भिन्नों को लिखकर योग कीजिए। योगफल का छायांकित आकृति भी बनाइए।

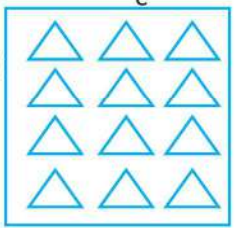
(a) 

(b) 

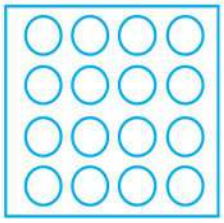
3) गुणा करके मिश्रित भिन्न में व्यक्त कीजिए ।

(i) $7 \times \frac{2}{3}$ (ii) $2 \times \frac{2}{3}$ (iii) $4 \times \frac{2}{3}$ (iv) $3 \times \frac{2}{3}$

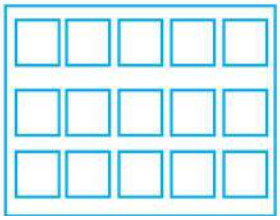
4) निम्नांकित आकृतियों में दिए गए भाग को छायांकित कीजिए ।

(i) 

$\frac{2}{3}$ भाग

(ii) 

$\frac{1}{4}$ भाग

(iii) 

$\frac{3}{5}$ भाग

5) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(a) $2\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{3}$ (b) $5\frac{1}{2}$ का $\frac{2}{5}$ (c) $3\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{2}$

(d) $3\frac{1}{6}$ का $\frac{2}{3}$ (e) $9\frac{1}{2}$ का $\frac{5}{7}$ (f) $4\frac{2}{7}$ का $\frac{2}{5}$

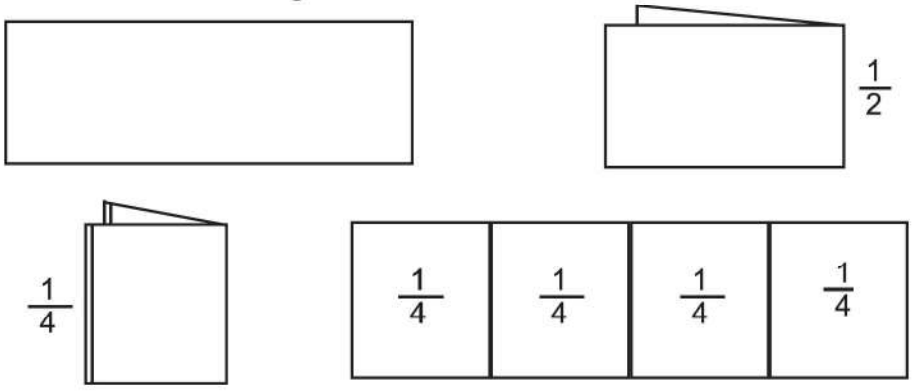
6) जयदेव और महादेव पिकनिक पर गए। उनकी माँ उन्हें 3 लीटर दूध एक बोतल में दी। महादेव ने कुल दूध का $\frac{2}{3}$ भाग एवं शेष दूध जयदेव ने पीया।

(i) महादेव ने कितना दूध पीया?

(ii) दूध की कुल मात्रा का कितना भाग जयदेव ने पीया?

2.3.2 भिन्न का भिन्न से गुणन

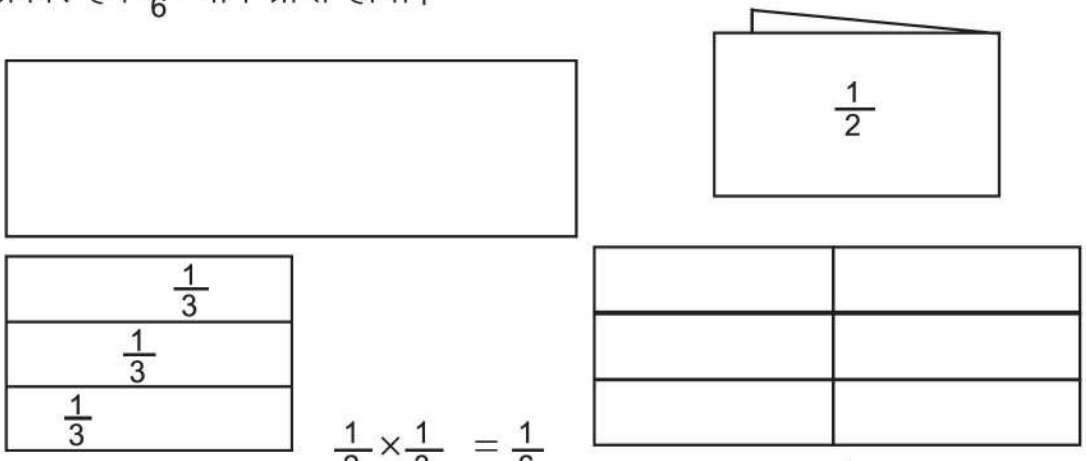
भिन्न का भिन्न से गुणन को समझने के लिए आइए एक गतिविधि करते हैं।
एक कागज का आयताकार टुकड़ा लीजिए। फिर उसे निम्न तरीके से मोड़िए।



पहले पूरे कागज को 2 भागों में मोड़ते हैं फिर उन दो भागों को भी दो भागों में मोड़ते है। ऐसा करने पर आधा का आधा मिलता है।

$\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

इसी प्रकार समान माप का एक आयताकार कागज का टुकड़ा लीजिए और उसे आधा मोड़िए। प्रत्येक आधा टुकड़ा को 3 समान भाग में विभाजित कीजिए इस प्रकार हमें $\frac{1}{6}$ भाग प्राप्त होगा।



$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

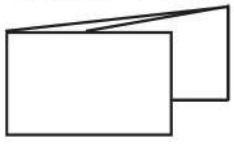
प्रत्येक भाग $\frac{1}{6}$ है।

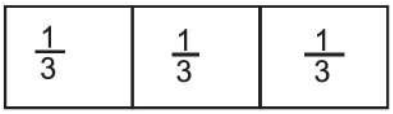
इस कागज को निम्न प्रकार से मोड़कर हम $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{3}$ भाग भी प्राप्त कर सकते हैं।

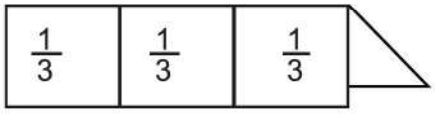
A

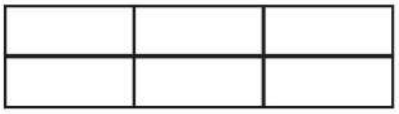


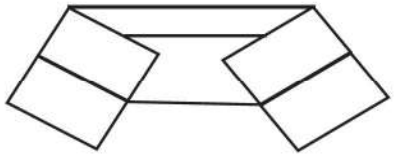
B



C 

D 

E 

F 

प्रत्येक भाग $\frac{1}{6}$ है।

$$\frac{1}{3} \text{ का } \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

अब हम पाते हैं कि भिन्नों का गुणन $= \frac{\text{अंशों का गुणनफल}}{\text{हरों का गुणनफल}}$

ऊपर के दोनों क्रियाकलाप से हमने देखा कि

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

उदाहरण : निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) $\frac{1}{2}$ का $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{3}{7}$ का $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{7}{3}$ का $\frac{3}{5}$

हल : (i) $\frac{1}{2}$ का $\frac{3}{4}$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{8}$$

(ii) $\frac{3}{7}$ का $\frac{1}{4}$

$$= \frac{3}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{3 \times 1}{7 \times 4} = \frac{3}{28}$$

(iii) $\frac{7}{3}$ का $\frac{3}{5}$

$$= \frac{7}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{7 \times 3}{3 \times 5} = \frac{7}{5}$$

उदाहरण : एक मोटर बाइक 1 लीटर पेट्रोल में 30 किमी दौड़ती है। $3\frac{1}{5}$ लीटर पेट्रोल में यह बाइक कुल कितनी दूरी तय करेगी?

हल : बाइक द्वारा 1 लीटर पेट्रोल में तय की गई दूरी = 30 किमी

इसलिए $3\frac{1}{5}$ लीटर पेट्रोल में बाइक द्वारा तय की गई दूरी

$= 30$ किमी का $3\frac{1}{5}$ लीटर

$= 30 \times \frac{16}{5} = 96$ किमी

2.3.3 गुणनफल का मान : कब बड़ा ? कब छोटा ?

हम जानते हैं कि दो पूर्ण संख्याओं का गुणनफल उन दोनों संख्याओं में से प्रत्येक से बड़ा होता है।

उदाहरण : 2 और 5 दो पूर्ण संख्या है ।

$2 \times 5 = 10$

यहाँ $10 > 2,\ 10 > 5$

परन्तु क्या होता है जब हम दो भिन्न संख्या को गुणा करते हैं, आइए जानें

स्थिति : I जब दो उचित भिन्न संख्या को गुणा करते हैं।

उदाहरण : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$

यहाँ $\frac{1}{6} < \frac{1}{2}$, $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$

हमने देखा कि जब दो उचित भिन्नों को गुणा किया जाता है तो गुणनफल दोनों भिन्नों से कम होता है अर्थात दो उचित भिन्नों के गुणनफल का मान दोनों भिन्नों में से प्रत्येक से छोटा होता है।

स्थिति : II जब दो विषम भिन्न संख्या को गुणा करते हैं।

उदाहरण : $\frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{4 \times 3}{3 \times 2} = 2$

यहाँ $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} < 2, \qquad \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} < 2$

हमने देखा कि जब दो विषम भिन्नों को गुणा किया जाता है तो गुणनफल दोनों भिन्नों से अधिक होता है। अर्थात दो विषम भिन्नों के गुणनफल का मान दोनों भिन्नों में से प्रत्येक से बड़ा होता है।

स्थिति : III जब हम एक उचित और एक विषम भिन्न को गुणा करते हैं।

उदाहरण : $\frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{3 \times 3}{4 \times 2} = \frac{9}{8}$

यहाँ $\frac{9}{8} < \frac{3}{2}$ और $\frac{9}{8} > \frac{3}{4}$ है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि प्राप्त गुणनफल, गुणन में उपयोग किए गए विषम भिन्न से कम और उचित भिन्न से अधिक होता है।

प्रयास कीजिए D

1. कौन बड़ा है?

(a) $\frac{1}{2}$ का $\frac{4}{5}$ अथवा $\frac{3}{2}$ का $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{4}{3}$ का $\frac{2}{3}$ अथवा $\frac{7}{4}$ का $\frac{2}{5}$

प्रश्नावली 2.3

1) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) $\frac{1}{2}$ का $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{3}{5}$ का $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{4}{5}$ का $\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{3}{2}$ का $\frac{1}{2}$

(v) $\frac{4}{3}$ का $\frac{1}{5}$ (vi) $\frac{7}{5}$ का $\frac{4}{5}$ (vii) $\frac{3}{4}$ का $\frac{2}{9}$ (viii) $\frac{1}{2}$ का $\frac{6}{7}$

2) सरल कीजिए

(i) $\frac{3}{5} \times \frac{13}{15} \times \frac{17}{9}$ (ii) $\frac{14}{25} \times \frac{7}{21} \times \frac{1}{30}$ (iii) $\frac{2}{13} \times \frac{12}{7} \times \frac{49}{30}$

3) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) एक रुपए का $\frac{3}{4}$ (ii) 1 किग्रा का $\frac{2}{5}$

(iii) 1 वर्ष का $\frac{1}{3}$ (iv) 1 दिन का $\frac{3}{8}$

(v) 1 घंटे का $\frac{2}{3}$ (vi) 1 लिटर का $\frac{4}{25}$

4) कौन बड़ा?

(i) $\frac{1}{2}$ का $\frac{5}{7}$ अथवा $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{3}$ का $\frac{3}{7}$ अथवा $\frac{4}{7}$ का $\frac{1}{2}$

(5) सीता एक घंटे में एक पुस्तक का $\frac{1}{3}$ भाग पढ़ती है। $2\frac{1}{4}$ घंटे में वह पुस्तक का कितना भाग पढ़ लेगी ?

(6) शीतल अपने बगीचे में 6 छोटे पौधों को एक पंक्ति में लगाती है। दो क्रमागत छोटे पौधों के बीच की दूरी $\frac{2}{3}$ मीटर है। प्रथम एवं अंतिम पौधे के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

(7) लतिका एक घंटे में $6\frac{1}{2}$ किमी पैदल चल सकती है। वह $2\frac{1}{3}$ घंटे में कितनी दूरी तय करेगी?

(8) एक वर्ग की प्रत्येक भुजा $2\frac{2}{3}$ मीटर लम्बा है। इस वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

2.4 भिन्नों का भाग :

हमने अब तक पूर्ण संख्याओं को पूर्ण संख्या से भाग देना सीख चुके हैं।

जैसे कि $4 \div 2 = 2$

आइए अब हम दो भिन्नों का भाग ज्ञात करना सीखेंगें।

माना कि हम $\frac{2}{3}$ मी लम्बा एक कपड़े को $\frac{1}{6}$ मी लम्बा कपड़ों में काटना चाहते हैं जिससे कि हमें $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6}$ टुकड़े प्राप्त हों।

आइए अब हम इसे एक क्रियाकलाप द्वारा समझे एवं $\frac{2}{3}$ को $\frac{1}{6}$ विभाजित करना सीखें।

1. एक आयत खींचिए और उसे तीन बराबर भागों में विभाजित कीजिए।

आकृति : 1

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

2. पुनः प्रत्येक छोटे आयताकार भाग को दो बराबर भागों में विभाजित कीजिए जिससे 6 छोटे बराबर भाग प्राप्त हो जाएँ।

आकृति : 2

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

अब आइए देखें :

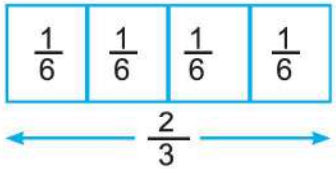
(i) आकृति : 1 में आयत का प्रत्येक भाग $\frac{1}{3}$ निरूपित करता है।

अत : भिन्न $\frac{2}{3}$ उसके दो बराबर भागों से निरूपित होता है।

आकृति : 3

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

आकृति : 4



(ii) आकृति : 2 में आयत का प्रत्येक भाग $\frac{1}{6}$ निरूपित करता है।

(iii) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6}$ का अर्थ कि $\frac{2}{3}$ में कितना $\frac{1}{6}$ भाग है।

(iv) $\frac{2}{3}$ में चार $\frac{1}{6}$ भाग है। (आकृति : 4)

अतः $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = 4$

इस प्रकार हमने देखा कि $\frac{2}{3}$ मीटर कपड़े को $\frac{1}{6}$ मीटर लम्बे कपड़ों में काटने पर हमें 4 टुकड़े प्राप्त होंगे। यह एक उचित भिन्न को उचित भिन्न से भाग करने का उदाहरण है।

2.4.1 भिन्न का व्युत्क्रम

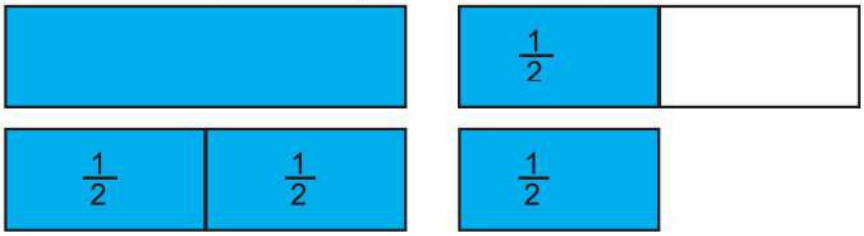
जब किसी भिन्न $\frac{1}{2}$ के अंश 1 एवं हर 2 को परस्पर बदल देते हैं तो प्राप्त भिन्न $\frac{2}{1}$ अपने मूल भिन्न का व्युत्क्रम कहलाता है।

आइए इसे हम निम्न प्रकार से समझने का प्रयास करते है।

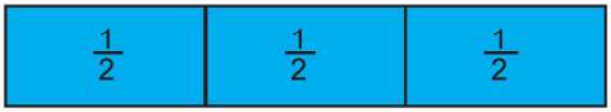
⇨ एक कागज की पट्टी लीजिए।



⇨ समान माप की एक और पट्टी लीजिए इसे मोड़कर दो बराबर भाग में बाँटिए।

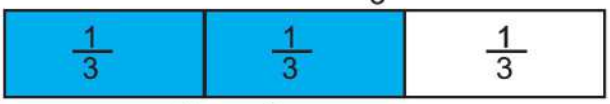


अब ऊपर के दोनों चित्रों को जोड़ने पर निम्न प्रकार की एक आकृति बनेगी।



$1\frac{1}{2}$ या $\frac{3}{2}$

इसी कागज की पट्टी का $\frac{2}{3}$ भाग को छायांकित भाग इस प्रकार है।



अतः $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$

इसी प्रकार आप एक कागज का $\frac{2}{3}$ भाग लीजिए और उसका $\frac{3}{2}$ भाग ज्ञात कीजिए। ऐसा करने पर हम पाते हैं कि प्राप्त परिणाम $\frac{3}{2}$ का $\frac{2}{3}$ के बराबर होता है।

अर्थात्, $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$

अतः ऐसी शून्येतर (शून्य के अलावे) संख्याएँ जिनका परस्पर गुणनफल 1 है, एक दूसरे के व्युत्क्रम होती है।

इस प्रकार, $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$, $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$

$7 \times \frac{1}{7} = 1$, $2 \times \frac{1}{2} = 1$

अब तक हमने क्या सीखा? आइए देखें :–

⇨ एक उचित भिन्न का व्युत्क्रम एक विषम भिन्न होता है।

⇨ एक विषम भिन्न का व्युत्क्रम एक उचित भिन्न होता है।

इसलिए अब कह सकते है कि –

$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1} = 2$ ($\frac{1}{2}$ का व्युत्क्रम $\frac{2}{1}$)

$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$ ($\frac{1}{4}$ का व्युत्क्रम $\frac{4}{1}$)

इस प्रकार किसी पूर्ण संख्या को एक भिन्न से भाग करने के लिए उस पूर्ण संख्या को उस भिन्न के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं।

2.4.2 पूर्ण संख्या से भिन्न का विभाजन :

जैसे : $\frac{3}{5} \div 6$ का मान ज्ञात कीजिए।

हम जानते हैं कि $\frac{3}{5} \div 6 = \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{10}$

⇨ मिश्रित भिन्नों को पूर्ण संख्या से भाग करते समय मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में परिवर्तित कीजिए।

अर्थात्, $3\frac{3}{5} \div 9 = \frac{18}{5} \div 9 = \frac{18}{5} \times \frac{1}{9} = \frac{2}{5}$

प्रयास कीजिए E

ज्ञात कीजिए –

(i) $9 \div 4\frac{1}{3}$ (ii) $5 \div 5\frac{2}{5}$ (iii) $9 \div \frac{3}{7}$ (iv) $6 \div \frac{4}{9}$

2.4.3 एक भिन्न का दूसरे भिन्न से विभाजन :

पूर्व के गतिविधियों में हमने एक भिन्न का दूसरे भिन्न से भाग करना सीख चुके हैं। अब हम $\frac{1}{2} \div \frac{7}{4}$ का मान ज्ञात करते हैं।

$$\frac{1}{2} \div \frac{7}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} \qquad \left(\frac{7}{4} \text{का व्युत्क्रम } \frac{4}{7}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$$

प्रश्नावली – 2.4

1) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) $15 \div \frac{1}{3}$ (ii) $21 \div \frac{7}{9}$ (iii) $18 \div \frac{2}{3}$ (iv) $24 \div \frac{3}{13}$

(v) $25 \div \frac{1}{3}$ (vi) $5 \div 2\frac{1}{3}$ (vii) $3 \div 3\frac{1}{3}$ (viii) $7 \div 2\frac{1}{3}$

2) निम्नलिखित भिन्नों में से प्रत्येक का व्युक्रम ज्ञात कीजिए। व्युक्रम को उचित भिन्न, विषम भिन्न एवं पूर्ण संख्या के रूप में वर्गीकृत कीजिए।

(i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{6}{7}$ (iii) $\frac{7}{9}$ (iv) $\frac{1}{6}$ (v) $\frac{18}{7}$

(vi) $\frac{12}{5}$ (vii) $\frac{3}{2}$ (viii) $\frac{13}{4}$ (ix) $\frac{15}{4}$ (x) $\frac{1}{7}$

3) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) $\frac{7}{5} \div 14$ (ii) $\frac{6}{14} \div 21$ (iii) $4\frac{1}{2} \div 36$ (iv) $\frac{22}{28} \div 4$

(v) $5\frac{1}{3} \div 4$ (vi) $\frac{9}{14} \div 12$ (vii) $8\frac{3}{4} \div 105$ (viii) $11\frac{3}{13} \div 14$

4) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) $\frac{3}{5} \div \frac{5}{6}$ (ii) $\frac{4}{9} \div \frac{16}{36}$ (iii) $2\frac{1}{5} \div \frac{2}{22}$ (iv) $3\frac{2}{5} \div \frac{4}{17}$

(v) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$ (vi) $\frac{16}{25} \div \frac{4}{5}$ (vii) $2\frac{1}{5} \div \frac{10}{15}$ (viii) $\frac{4}{7} \div \frac{2}{5}$