3 दशमलव (Decimal)

मुख्य अवधारणाएँ

- ★ दशमलव संख्याओं का गुणन
- ★ दशमलव संख्याओं का भाग

FKDE22

3.1 भूमिका

हमने पिछली कक्षाओं में दशमलव की आवधारणा, इसके प्रकार, दशमलवों की तुलना, दशमलव संख्याओं का योग एवं व्यवकलन के बारे में अध्ययन किया है।
अब इस अध्याय में हम दशमलव पर अन्य दो संक्रियाएँ गुणन एवं भाग के बारे में पढ़ेंगे।

3.2 कक्षा 6 में हमने दशमलव के बारे में क्या सीखा?

दशमलव : हमने पिछली कक्षाओं में पढ़ा है कि दशमलव, संख्या पद्धति का ही प्रसारित रूप है। हम यह भी पढ़ चुके हैं कि वे भिन्न जिसका हर 10, 100, 1000 आदि के रूप में हो, दशमलव भिन्न के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

दशमलव संख्या के दो भाग होते हैं :

(i) पूर्ण संख्या भाग (ii) दशमलव भाग

दशमलव स्थान : किसी दशमलव संख्या के दशमलव भाग में जितने अंक होते हैं, वे दशमलव स्थान कहलाते हैं।

याद रखिए–

किसी दशमलव संख्या के दशमलव भाग के अन्तिम दायीं ओर पर शून्य रखने पर संख्या के मान में कोई परिवर्तन नहीं होता है। परन्तु, यह असमान दशमलव को समान दशमलव में परिर्वतन करने के काम आते हैं।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

उदाहरण : 1.5, 13.51, 27.643 असमान दशमलव संख्याएँ है। इन संख्याओं के दाईं ओर अन्तिम भाग में 0 (शून्य) लगाने पर ये संख्याएँ क्रमशः 1.50, 13.510 और 27.6430 बन जाते हैं, जो दिये गए असमान दशमलव को समान दशमलव बनाते हैं।

प्रश्नावली – 3.1

1) निम्नलिखित को दशमलव में लिखिए।

(i) $\frac{5}{10}$ (ii)) $4 + \frac{3}{10}$ (iii) $15 + \frac{6}{10} + \frac{3}{100}$ (iv) $\frac{2}{5}$

2) निम्नलिखित को सरलतम भिन्न में लिखिए।

(i) 0.04 (ii) 2.25 (iii) 0.625 (iv) 15.80

3) कौन बड़ा है?

(i) 0.1 या 0.101 (ii) 2.25 या 2.52 (iii) 3.03 या 3.30

4) जोड़िए :

(i) 15.25, 5.2, 3.30 (ii) 17.021, 8.20, 5.003

(iii) 1.326, 0.205 (iv) 38.7, 1.327, 10.073

5) घटाएँ :

(i) 17.35 – 12.03 (ii) 503.05 – 175.53

(iii) 1.315 – 0.103 (iv) 48.2 – 0.37

6) जॉन ने ₹45.50 में एक नोटबुक, ₹15.25 में एक पेन और ₹05.75 में एक पेन्सिल खरीदा। उसने दुकानदार को ₹100 का एक नोट दिया। बताइए उसे कितने रुपये वापस मिलेंगे?

3.3 दशमलव संख्याओं का गुणन

टीना ₹5.50 प्रति किलो की दर से 3.5 किग्रा सब्जी खरीदी। टीना सब्जी वाले को कितने रुपए भुगतान करेगी?

यहाँ हम देखते हैं कि टीना को ₹ 5.50 × 3.50 देने होंगे।

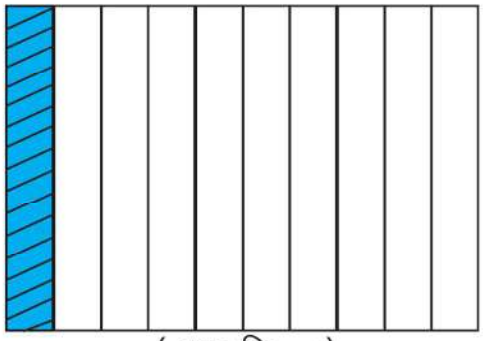
इस प्रकार कि अनेक ऐसी परिस्थितियाँ हमारे दैनिक में आते हैं जब हमें दो या दो से अधिक दशमलव संख्याओं को गुणा करना पड़ता है।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

आइए, अब हम दो दशमलव संख्याओं को गुणा करना सीखेंगे।
दशमलव संख्याओं के गुणन को निम्न प्रकार से समझने का प्रयास करते है।
आइए 0.1 × 0.1 का मान ज्ञात करते हैं।

अब $0.1 = \frac{1}{10}$

$\frac{1}{10}$, 10 समान भागों में से एक भाग को निरूपित करती है।(आकृति : 1)


(आकृति : 1)

$$0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01$$

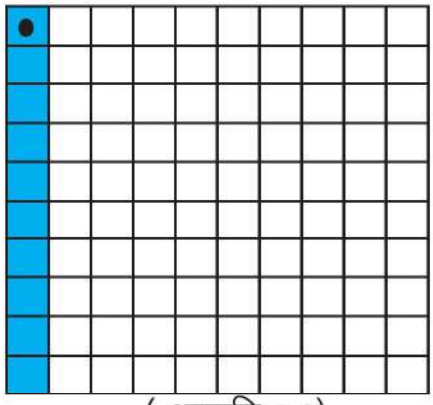
हम जानते हैं कि

$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ का अर्थ है, $\frac{1}{10}$ का $\frac{1}{10}$

$\frac{1}{10}$ वें भाग को 10 बराबर भागों में बाँटिए और इनमें से एक भाग को लीजिए।

इस प्रकार हम आकृति 2 में देखते हैं कि $\frac{1}{10}$ वें भाग को 10 बराबर भागों का एक भाग बिन्दी द्वारा चिह्नित किया गया है। जो 0.1 × 0.1 को निरूपित करता है।

आकृति : 2 में, 100 छोटे–छोटे वर्ग हैं। यहाँ बिन्दी (●) उन 100 भागों में से एक को निरूपित करता है। वास्तव में यह बिन्दु ही 0.1 × 0.1 = 0.01 को निरूपित करता है।


(आकृति : 2)

ध्यान दीजिए, 0.1 गुणनफल में दो बार है।

0.1 में दशमलव बिन्दु के दाईं ओर एक अंक है तथा 0.01 में दशमलव बिन्दु के दाईं ओर दो अंक हैं।

इस प्रकार हमने देखा कि जब किसी दो दशमलव संख्या के दामलव बिन्दु के दाईं ओर क्रमशः एक–एक अंक हो तो ऐसे दो दशमलवों को आपस में गुणा करने पर प्राप्त गुणनफल में दशमलव संख्या के दशमलव बिन्दु के दाईं ओर दो अंक मिलते हैं।

अतः **0.1 × 0.1 = 0.01**

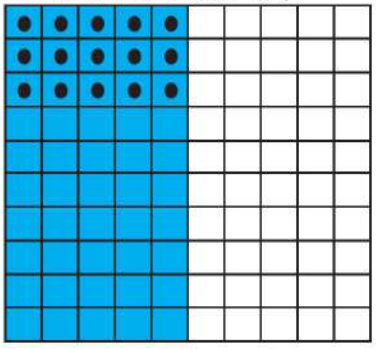
आइए, अब हम 0.3 × 0.5 का मान ज्ञात करते हैं।

यहाँ $0.3 \times 0.5 = \frac{3}{10} \times \frac{5}{10}$

जैसा कि पिछले उदाहरण में हमने देखा।

वैसा ही अब हम इसे वर्ग में अंकित कर गुणनफल प्राप्त करेंगे।

इस वर्ग को 10 समान भागों में बाँटकर इसमें 5 भागों को रंगते हैं। फिर इन 5 समान भागों में से प्रत्येक भाग को 10 समान भागों में बाँटते हैं और प्रत्येक में से 3 भाग लेते हैं।



(आकृति : 3)

इस प्रकार हम $\frac{3}{10} \times \frac{5}{10}$ प्राप्त करते हैं।

बिन्दी (●) द्वारा चिह्नित वर्ग, $\frac{3}{10} \times \frac{5}{10}$

अर्थात 0.3 × 0.5 को निरूपित करता है।(आकृति:3)

क्योंकि 100 में से कुल 15 (पन्द्रह) बिन्दी द्वारा चिह्नित वर्ग है। अतः $\frac{15}{100} = 0.15$ को निरूपित करता है।

इस प्रकार,

$$\frac{3}{10} \times \frac{5}{10} = 0.3 \times 0.5 = 0.15$$

अब हम 2.4 × 2.5 ज्ञात करते है।

24 एवं 25 को गुणा कीजिए। अर्थात 24 × 25 = 600। यहाँ 2.4 और 2.5 दोनों में दशमलव बिन्दु के दाई ओर एक–एक अंक है। इसलिए 600 में सबसे दाई ओर से 1+1= 2 अंक गिन लीजिए और बाईं ओर चलिए। इस प्रकार 2.4 × 2.5 = 6.00 होता है।

इसी प्रकार, 3.5 × 3.6, 4.2 × 5.6, 6.5 × 9.3 का मान ज्ञात कीजिए।

प्रयास कीजिए A

(i) 2.5 × 4 (ii) 3.5 × 6.2 (iii) 1.45 × 2.5 (iv) 12.24 × 3.5

उदाहरण : एक वर्ग की भुजा 2.9 सेमी है, इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि वर्ग की सभी भुजाएँ समान होती हैं।

∵ वर्ग की प्रत्येक भुजा की माप = 2.9 सेमी

∴ वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

= 2.9 सेमी × 2.9 सेमी = 8.41 वर्ग सेमी

उदाहरण : एक आयत की लम्बाई 6.2 सेमी और इसकी चौड़ाई 5.4 सेमी है। आयत की परिमाप क्या है?

हल : आयत की लम्बाई = 6.2 सेमी, आयत की चौड़ाई = 5.4 सेमी

∴ आयत का परिमाप = 2 (लम्बाई + चौड़ाई)

= 2 (6.2 + 5.4) सेमी

= 2 × 11.6 सेमी = 23.2 सेमी

3.3.1 दशमलव संख्याओं का 10,100 और 1000 से गुणन

अब तक हमने देखा $2.5 = \frac{25}{10}$

$1.14 = \frac{114}{100}$ और $15.652 = \frac{15652}{1000}$

अर्थात दशमलव बिन्दु की स्थिति पर निर्भर करता है कि किस दशमलव संख्या का हर 10, 100 अथवा 1000 होगा।

आइए, देखते है कि क्या होता है जब किसी दशमलव संख्या को 10, 100 अथवा 1000 से गुणा करते हैं?

(i) $1.25 \times 10 = \frac{125}{100} \times 10 = 12.5$

(ii) $1.25 \times 100 = \frac{125}{100} \times 100 = 125$

(iii) $1.25 \times 1000 = \frac{125}{100} \times 1000 = 1250$

निष्कर्ष : जब किसी दशमलव संख्या को 10, 100 अथवा 1000 से गुणा किया जाता है तो गुणनफल के अंक वही होते हैं जो अंक दशमलव संख्या में होते है परन्तु गुणनफल में दशमलव बिन्दु दाईं ओर उतने ही स्थानों से विस्थापित होता है जितने 1 के अतिरिक्त शून्य होते हैं।

प्रयास कीजिए B

(i) 3.65 × 10 (ii) 3.65 × 100 (iii) 3.65 × 1000

3.3.2 दशमलव संख्या का एक पूर्ण संख्या से गुणन।

दशमलव संख्या को जब एक पूर्ण संख्या से गुणा करते है तब निम्न दो बातों पर ध्यान दीजिए।

(i) दशमलव संख्या को बिना दशमलव बिन्दु के पूर्ण संख्या से गुणा कीजिए।

(ii) प्राप्त गुणनफल में उतने ही स्थान पर दशमलव बिन्दु दीजिए जितने कि दशमलव संख्या पर था।

उदाहरण : 2.25 × 12

हल : चरण 1: 225 × 12 = 2700

चरण 2: 2.25 × 12 = 27.00

प्रयास कीजिए C

(i) 6.65 × 7 (ii) 5.75 × 15 (iii) 1.20 × 8 (iv) 15.25 × 25

3.3.3 दशमलव संख्या का दशमलव संख्या से गुणन।

दशमलव संख्या का दशमलव संख्या से गुणा करते समय निम्न बातों पर ध्यान दीजिए।

(i) दशमलव संख्याओं को बिना दशमलव बिन्दु के पूर्ण संख्या की तरह लिख कर गुणा कीजिए।

(ii) प्राप्त गुणनफल के उतने ही स्थान पर दशमलव बिन्दु स्थापित कीजिए जितना दिए गए कुल दशमलव संख्याओं में दाईं से बाईं ओर दशमलव बिन्दुओं की संख्या है।

उदाहरण : 2.65 × 1.7

हल : 2.65 × 1.7

चरण 1 : 265 × 17 = 4505

चरण 2 : अतः 2.65 × 1.7 = 4.505

दिए गए दशमलव संख्याओं में दशमलव स्थानों की कुल संख्या = 2 + 1 = 3
अतः गुणनफल में तीन स्थान के पहले दशमलव होगा।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

प्रयास कीजिए D

(i) 2.6 × 3.5 (ii) 7.5 × 1.75 (iii) 3.76 × 1.2 (iv) 4.85 × 0.15

प्रश्नावली : 3.2

1) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) 0.5 × 4 (ii) 7 × 2.5 (iii) 3.5 × 4 (iv) 6.5 × 4

(v) 10.5 × 6 (vi) 3.7 × 7 (vii) 105.4 × 8 (viii) 65.02 × 9

2) एक आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई 6.5 सेमी और चौड़ाई 4.2 सेमी है।

3) एक वर्ग का परिमाप ज्ञात कीजिए जिसकी एक भुजा की माप 3.6 सेमी है।

4) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) 5.7×10 (ii) 12.5×100 (iii) 6.5×100 (iv) 17.5×10

(v) 4.6×100 (vi) 0.03×10 (vii)15.03×100 (viii) 0.8×100

5) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) 3.9 × 0.3 (ii) 4.6 × 1.5 (iii) 11.5 × 0.25 (iv) 100.01×0.1

(v) 101.01 × 1.1 (vi) 1.2 × 2.1 (vii) 5.6 × 2.5 (viii) 25.03× 100

6) एक कार प्रति लीटर पेट्रोल में 15.50 किमी दूरी तय करती है। 12.5 ली पेट्रोल में यह कार कितनी दूरी तय करेगी?

7) एक मीटर कपड़ा का मूल्य ₹25.50 है। 12.75 मीटर कपड़े का मूल्य ज्ञात कीजिए?

3.4 दशमलव संख्याओं की भाग :

हमारे दैनिक जीवन में कई ऐसी परिस्थितियाँ आती हैं जब हमें दो दशमलव संख्याओं को भाग करने की आवश्यकता पड़ती है।

जैसे :– एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल 150 वर्ग मी है जबकि उसकी लम्बाई 15 मी है। हमें इसकी चौड़ाई ज्ञात करनी है।

3.4.1 दशमलव संख्या की 10, 100 और 1000 से भाग

किसी दशमलव संख्या को 10, 100 और 1000 से गुणन करने के निम्नलिखित नियम पर ध्यान दीजिए।

नियम : I किसी दशमलव संख्या को 10 से भाग दिया जाता है तब दशमलव संख्या से एक स्थान बाईं ओर विस्थापित हो जाती है।

जैसे : $\frac{121.5}{10} = 12.15$

नियम–II किसी दशमलव संख्या को 100 से भाग दिया जाता है तब दशमलव संख्या से दो स्थान बाईं ओर विस्थापित हो जाती है।

जैसे : $\frac{121.5}{100} = 1.215$

नियम–III किसी दशमलव संख्या को 1000 से भाग दिया जाता है तब दशमलव संख्या से तीन स्थान बाईं ओर विस्थापित हो जाती है।

जैसे : $\frac{121.5}{1000} = 0.1215$

प्रयास कीजिए E

ज्ञात कीजिए–

(i) $\frac{12.75}{10}$ (ii) $\frac{12.75}{100}$ (iii) $\frac{12.75}{1000}$ (iv) $\frac{1.285}{1000}$

3.4.2 दशमलव संख्या की एक पूर्ण संख्या से भाग

(हर में 10 एवं 10 के गुणज को छोड़कर)

दशमलव संख्या की एक पूर्ण संख्या से विभाजन को समझने के लिए एक उदाहरण पर ध्यान दिजिए।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

उदाहरण : $\frac{12.25}{15}$

हल : $\frac{12.25}{15}$

यहाँ भाजक का पूर्ण संख्या भाज्य से छोटा है। इसलिए भागफल के इकाई स्थान पर 0 लिखिए। फिर दशमलव बिन्दु लिखिए। आप देखेंगे भाजक का दशमलव बिन्दु भागफल स्थान पर विस्थापित हो जाता है। अब आगे साधारण रूप से भाग करते हुए आगे बढ़िए।

ध्यान रखिए शेषफल के रूप मे शून्य के अलावे अन्य संख्या भी हो सकते हैं ।

प्रयास कीजिए F

(i) 6.40 ÷ 6 (ii) 3.78 ÷ 7 (iii) 0.32 ÷ 4 (iv) 1.525 ÷ 5

3.4.3 दशमलव संख्या की एक दशमलव संख्या से भाग ।

उदाहरण : $\frac{1.25}{0.5}$ अर्थात 1.25 ÷ 0.5 का मान ज्ञात कीजिए।

हल : $1.25 \div 0.5 = \frac{125}{100} \div \frac{05}{10} = \frac{125}{100} \times \frac{10}{5} = \frac{25}{10} = 2.5$

हम देखते हैं कि 1.25 के दाईं ओर दो अंक है। इसको 100 से भाग करने पर इसे पूर्ण संख्या में परिवर्तित किया जा सकता है। इसी प्रकार 0.5 के दाईं ओर एक अंक है। इसको 10 से भाग करने पर यह पूर्ण संख्या में परिवर्तित होता है।

उदाहरण : श्रीमति जैन ₹1194.80 में 14.5 लीटर रिफाईन तेल खरीदती है। प्रति लीटर रिफाईन तेल का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : ∵ 14.5 लीटर रिफाईन तेल का मूल्य = ₹1194.80

∴ 1 लीटर रिफाईन तेल का मूल्य $= ₹\frac{1194.80}{14.5} = ₹\frac{119480 \times 10}{145 \times 100} = ₹82.40$

अतः 1 लीटर रिफाईन तेल का मूल्य ₹ 82.40

उदाहरण : शम्मा 50 मीटर कपड़े को 1.25 मीटर के छोटे–छोटे टुकड़े में काटती है। उसके पास कुल कितने छोटे–छोटे टुकड़े हुए?

हल : शम्मा के पास कुल कपडे = 50 मीटर

एक छोटे टुकड़े की माप = 1.25 मीटर

$$\therefore \text{कुल छोटे टुकड़े} = \frac{50 \text{ मीटर}}{1.25 \text{ मीटर}} = \frac{50 \times 100}{1.25} = 40 \text{ टुकड़े}$$

प्रश्नावली – 3.3

1) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) $0.5 \div 2$ (ii) $0.7 \div 7$ (iii) $1.56 \div 6$ (iv) $3.25 \div 4$

(v) $3.68 \div 8$ (vi) $7.29 \div 9$ (vii) $651.4 \div 5$ (viii) $14.25 \div 2$

2) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) $4.5 \div 10$ (ii) $1.69 \div 10$ (iii) $2.07 \div 10$ (iv) $123.13 \div 10$

(v) $462.3 \div 10$ (vi) $1023.12 \div 10$ (vii) $22.1 \div 10$ (viii) $55.1 \div 10$

3) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) $25.3 \div 100$ (ii) $1.73 \div 100$ (iii) $301.03 \div 100$ (iv) $1.03 \div 100$

(v) $125.63 \div 100$ (vi) $3.94 \div 100$ (vii) $128.9 \div 100$ (viii) $26.3 \div 100$

4) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) $2.05 \div 1000$ (ii) $1.46 \div 1000$ (iii) $44.65 \div 1000$ (iv) $84.1 \div 1000$

(v) $76.3 \div 1000$ (vi) $106.03 \div 1000$ (vii) $10.5 \div 1000$ (viii) $0.7 \div 1000$

5) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) $15 \div 0.2$ (ii) $1.65 \div 0.3$ (iii) $20.84 \div 4.2$ (iv) $0.3 \div 0.1$

(v) $4.64 \div 0.4$ (vi) $7.75 \div 0.25$ (vii) $1.74 \div 1.5$ (viii) $15 \div 0.5$

6) एक समबहुभुज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई 4.5 सेमी है। समबहुभुज की परिमाप 13.5 सेमी है। इस समबहुभुज में कितनी भुजाएँ हैं?

7) दो दशमलव संख्या का गुणनफल 1.8576 है। यदि उनमें से एक दशमलव संख्या 0.54 है। दूसरी दशमलव संख्या ज्ञात कीजिए।

8) गेहूँ के कुछ बोरों का कुल वजन 1743 किग्रा है। प्रत्येक बोरे का वजन 49.8 किग्रा है। कुल बोरों की संख्या ज्ञात कीजिए।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"