13 रेखा एवं कोण (Line & Angle)

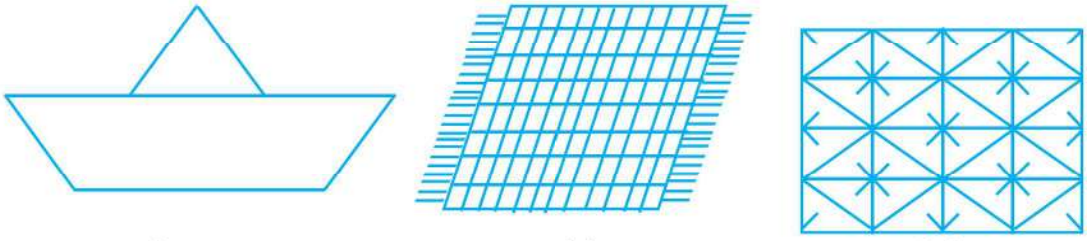
मुख्य अवधारणाएँ

- ★ पूरक कोण, सम्पूरक कोण एवं आसन्न कोण
- ★ रैखिक युग्म, तिर्यक रेखा, प्रतिच्छेदी रेखा, तिर्यक छेदी रेखा समानान्तर रेखा

FYUPVS

13.1 भूमिका :

हम किसी भी आकार के आकृतियों में विभिन्न रेखाएँ, रेखाखण्ड एवं कोणों की पहचान कर सकते हैं। दिए गए आकृतियों में विभिन्न रेखाखंडों एवं कोणों की पहचान कीजिए–



(i) (ii) (iii)

हम पाते है कि आकृति (i) , (ii) एवं (iii) में कई रेखाखण्ड एवं कोण है। इसमें से कुछ न्यून कोण, समकोण, अधिक कोण या सरल कोण हैं।

हम जानते हैं कि एक रेखाखण्ड के दो अंत बिन्दु होते हैं। यदि हम इन दो बिन्दुओं को अपनी–अपनी दिशाओं में अपरिमित रूप में बढ़ातें हैं तो हमें एक रेखा प्राप्त होती है। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि एक रेखा का कोई अंत बिन्दु नहीं होता है, परन्तु किरण का एक अंत बिन्दु (प्रारंभिक बिन्दु) होता है।

नीचे दी गई आकृतियों को देखकर हम समझ सकते हैं।



XY एक रेखाखण्ड है। X और Y रेखाखण्ड के दो अंत बिन्दु हैं।

इसे $\overline{XY}$ से दर्शाते हैं।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"



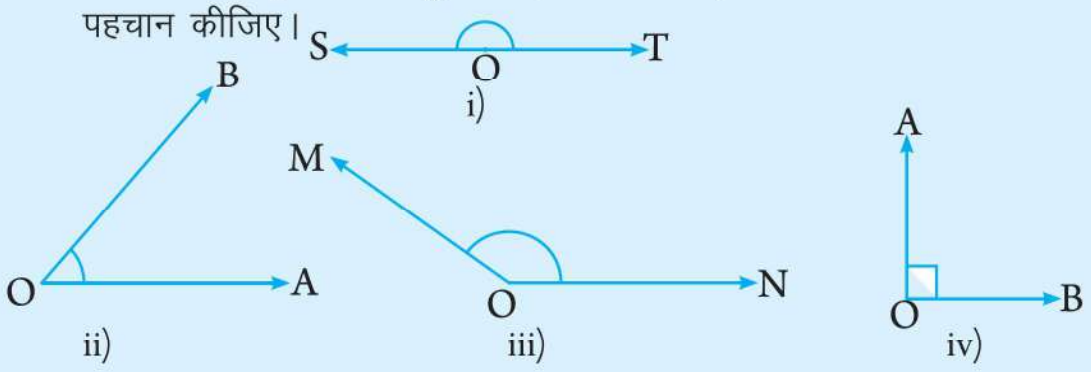
OP एक किरण है, जिसमें O किरण OP का प्रारंभिक बिन्दु है। किरण की एक छोर को अपरिमित दूरी तक बढ़ा सकते हैं। इसे $\overrightarrow{OP}$ से दर्शाते हैं।



AB एक रेखा है, जिसका कोई अंत बिन्दु नहीं होता है। इसके दोनों बिन्दुओं को अपनी–अपनी दिशा में अपरिमित दूरी तक बढ़ा सकते हैं। इसे $\overleftrightarrow{AB}$ द्वारा दर्शाते हैं। हम जानते है कि किरण या रेखाखण्डों से कोणों का निर्माण होता है। जब दो किरणें या रेखाखण्ड किसी बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है, तो कोण का निर्माण होता है। इससे न्यून कोण, अधिक कोण अथवा समकोण के रूप में वर्गीकृत किया जा सकता है।

प्रयास कीजिए A

1. निम्नांकित आकृतियों में न्यून कोण, अधिक कोण, सरल कोण अथवा समकोण की पहचान कीजिए।

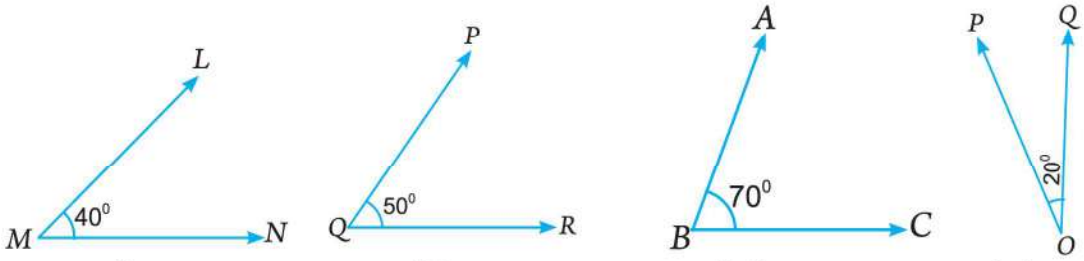


2. अपने आस–पास के दस आकृतियों को सूचीबद्ध कीजिए और उनमें पाए जाने वाले न्यून कोण, अधिक कोण, सरल कोण एवं समकोण की पहचान कीजिए।

13.2 पूरक कोण (Complementary Angles) :

यदि दो कोणों की मापों का योगफल 90^0 हो तो वे परस्पर पूरक या लंबपूरक कोण कहलाते हैं।

अतः किसी कोण के पूरक कोण की माप = 90^0 – दिए गए कोण की माप



(i) (ii) (iii) (iv)

दिये गये आकृतियों में आकृति (i) एवं (ii) तथा आकृति (iii) एवं (iv) परस्पर पूरक कोण हैं। जहाँ आकृति (i) एवं (ii) में $\angle M = 40^0$, $\angle Q = 50^0$ तथा आकृति (iii) एवं (iv) में $\angle B = 70^0$, $\angle O = 20^0$

अतः $\angle M + \angle Q = 40^0 + 50^0 = 90^0$, $\angle B + \angle O = 70^0 + 20^0 = 90^0$

समझिए

यदि दो कोण परस्पर पूरक है तो प्रत्येक कोण न्यून कोण होगा। दो न्यून कोण परस्पर पूरक नहीं भी हो सकते हैं। यदि दो न्यून कोण क्रमशः 35^0 तथा 55^0 हो तो दोनों कोण परस्पर पूरक होंगे, क्योंकि $35^0 + 55^0 = 90^0$

किन्तु यदि दो न्यून कोण क्रमशः 40^0 और 60^0 हो तब ये दोनों न्यून कोण परस्पर पूरक नहीं होंगे, क्योंकि $40^0 + 60^0 = 100^0$

चर्चा कीजिए–

i) दो अधिक कोण एक दूसरे के पूरक नहीं हो सकते हैं, क्यों?

ii) दो समकोण एक दूसरे के पूरक नहीं हो सकते हैं, क्यों?

iii) क्या एक न्यून कोण एवं एक समकोण एक दूसरे के पूरक हो सकते हैं?

iv) क्या एक न्यून कोण एवं एक अधिक कोण एक दूसरे के पूरक हो सकते हैं?

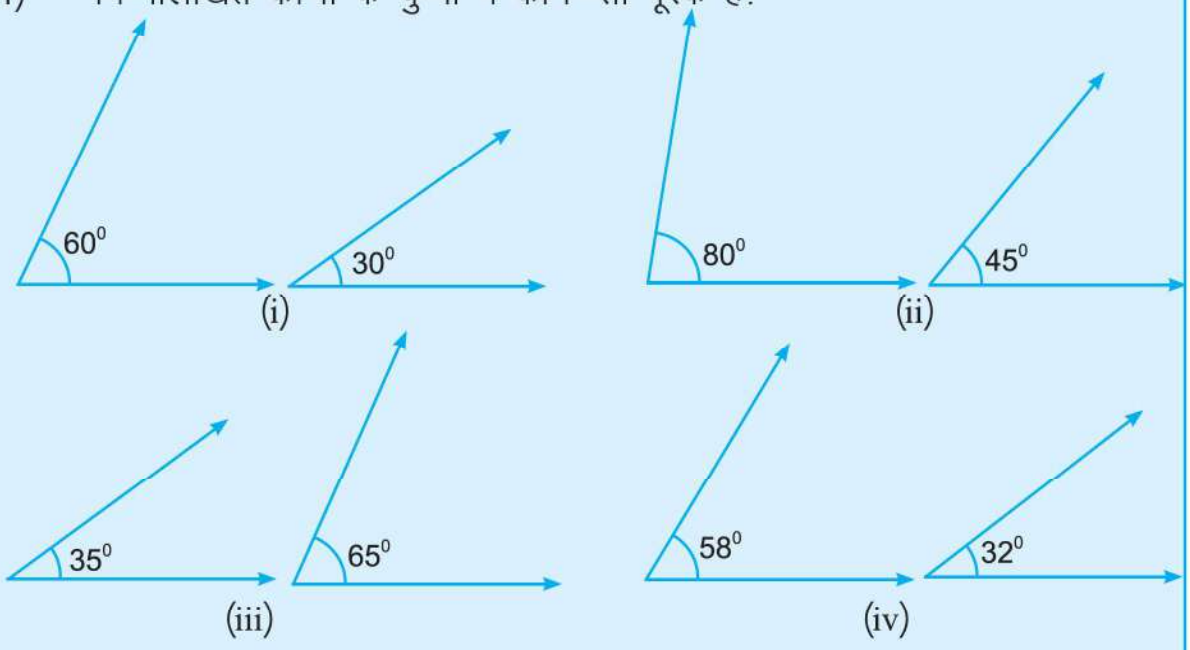
v) क्या एक समकोण एवं एक अधिक कोण एक दूसरे के पूरक हो सकते हैं?

vi) दो न्यून कोण एक दूसरे के पूरक हो सकते हैं, क्यों?

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

प्रयास कीजिए B

1) निम्नलिखित कोणों के युग्मों में कौन–सा पूरक हैं?



2) निम्नलिखित कोणों में प्रत्येक के पूरक कोण ज्ञात कीजिए।

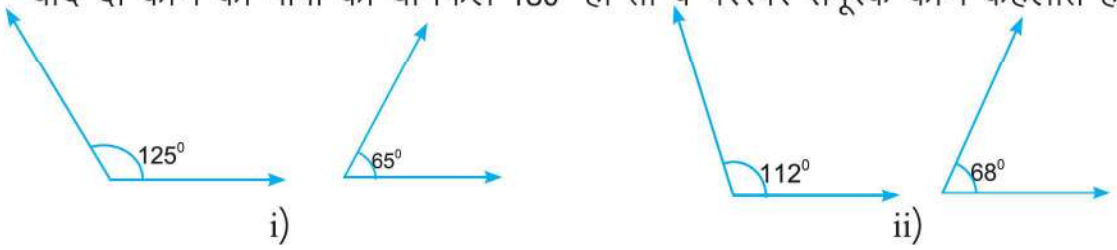
i) 45^0 ii) 40^0 iii) 35^0 iv) 55^0 v) 68^0

3) दो पूरक कोण के मापों का अंतर 15^0 है। कोणों की माप ज्ञात कीजिए।

4) क्या एक अधिक कोण और एक न्यून कोण एक दूसरे के पूरक हैं?

13.3 संपूरक कोण (Supplementary Angles) :

यदि दो कोण की मापों का योगफल 180^0 हो तो वे परस्पर संपूरक कोण कहलाते हैं।

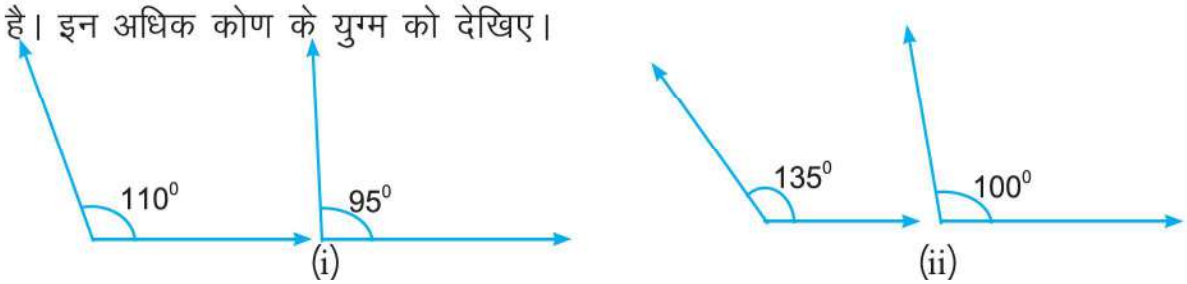


प्रत्येक युग्म में कोणों के मापों का योग 180^0 है। ऐसे दो कोण जिसके मापों का योगफल 180^0 होता है, इसे संपूरक या ऋजुपूरक कोण भी कहते है।

चर्चा कीजिए–

i) क्या दो अधिक कोण संपूरक हो सकते हैं?
ii) दो न्यून कोणों का योग संपूरक नहीं हो सकता है, क्यों?
iii) क्या एक अधिक कोण एवं एक न्यून कोण का योग संपूरक हो सकता हैं?
iv) एक समकोण एवं एक न्यून कोण का योग संपूरक नहीं हो सकता है, क्यों?

हम जानते हैं कि 90^0 से अधिक एवं 180^0 से कम वाले कोणों को अधिक कोण कहते है। इन अधिक कोण के युग्म को देखिए।

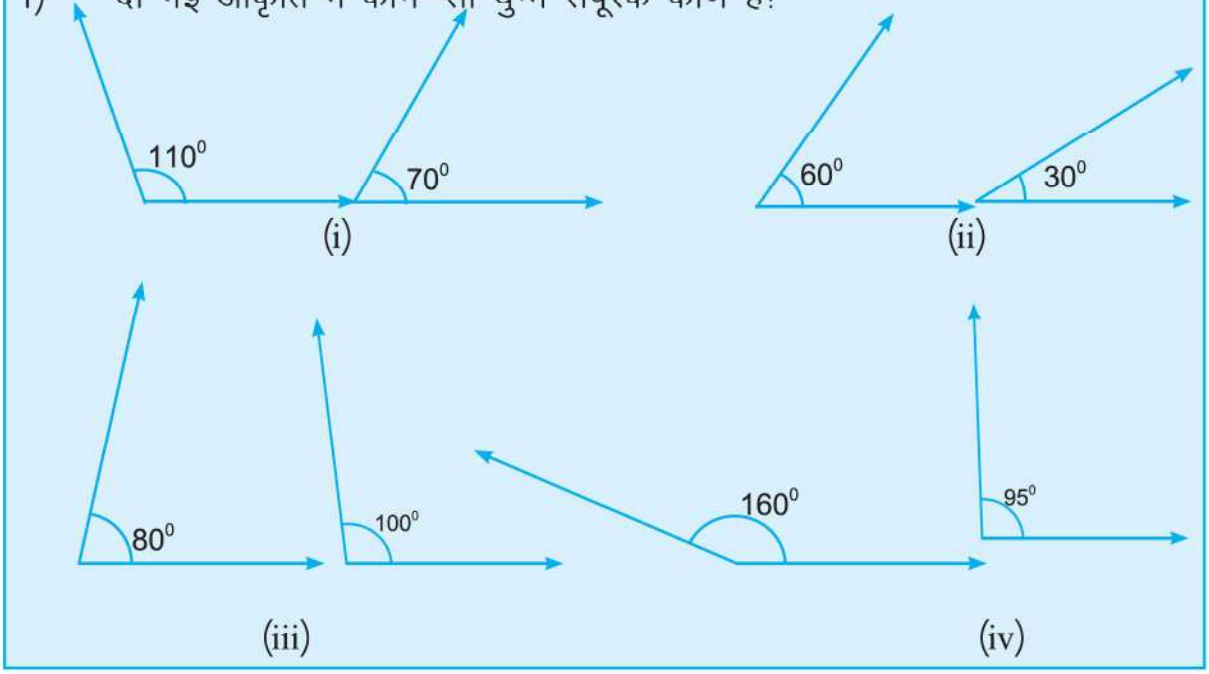


अधिक कोण के युग्म आकृति (i) एवं (ii) में योगफल 180^0 से अधिक हैं। स्पष्ट है कि अधिक कोणों का योग कभी भी संपूरक नहीं हो सकता हैं। अतः

⇒ एक अधिक कोण का संपूरक एक न्यून कोण हो सकता है।
⇒ दो न्यून कोण संपूरक नहीं हो सकते हैं।
⇒ दो समकोण एक दूसरे के संपूरक होते हैं।

प्रयास कीजिए C

1) दी गई आकृति में कौन–सा युग्म संपूरक कोण हैं?



2) निम्नलिखित कोणों का संपूरक कोण ज्ञात कीजिए।

i) 132^0 ii) 88^0 iii) 75^0 iv) 145^0 v) 158^0

3) दो संपूरक कोणों में बड़े कोण का माप छोटे कोण के माप से 52^0 अधिक है। कोणों के माप ज्ञात कीजिए।

4) दो संपूरक कोणों में छोटे कोण की माप बड़े कोण के माप से 38^0 कम है। कोणों के माप ज्ञात कीजिए ।

13.4 आसन्न कोण (Adjacent Angles) :

निम्नलिखित आकृतियों को देखिए–



जब हम एक पुस्तक को खोलते है तो विभिन्न पृष्ठों से बनने वाले कोण एक दूसरे के आसन्न कोण हैं।



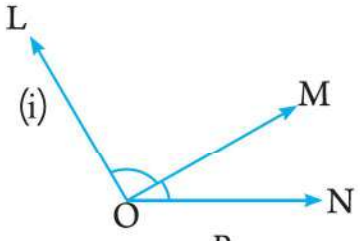
पहिया के चित्र में प्रत्येक संलग्न कोण एक दूसरे के आसन्न कोण हैं।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि दो कोण आसन्न कोण होंगे यदि–

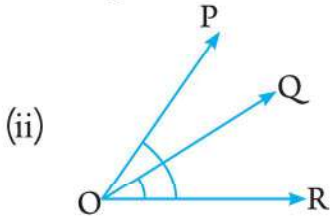
i) दोनों कोणों का शीर्ष बिन्दु एक हो ।

ii) दोनों कोणों की एक भुजा उभयनिष्ठ हो।

iii) जो भुजाएँ उभयनिष्ठ नहीं हैं, वे भुजाएँ उभयनिष्ठ भुजा के बाईं एवं दाईं ओर होते हैं।



आकृति (i) को देखिए। ∠NOM और ∠MOL में OM उभयनिष्ठ भुजा है। दोनों कोण के शीर्ष बिन्दु O है। अतः ∠NOM और ∠MOL आसन्न कोण है।



आकृति (ii) को देखिए। ∠ROQ और ∠ROP में दोनों कोण के शीर्ष बिन्दु O है एवं भुजा OR उभयनिष्ठ है। किंतु अन्य भुजाएँ OQ एवं OP उभयनिठ भुजा के एक ही ओर हैं। इस कारण ∠ROQ और ∠ROP आसन्न कोण नहीं है।

प्रयास कीजिए D

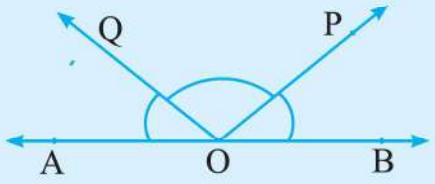
1) दी गई आकृति में क्या निम्नलिखित कोण आसन्न कोण हैं ?

(i) $\angle AOQ$ एवं $\angle QOP$

(ii) $\angle BOP$ एवं $\angle AOQ$

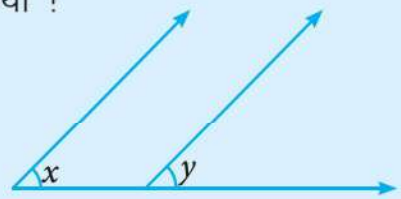
(iii) $\angle BOP$ एवं $\angle BOQ$

(iv) $\angle BOP$ एवं $\angle QOP$

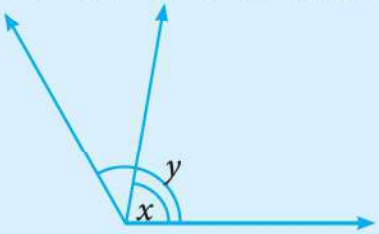


2) संलग्न आकृति में क्या $\angle x$ एवं $\angle y$ आसन्न कोण हैं ? यदि नहीं हैं तो बताइए क्यों ?

(i)



(ii)



सोचिए और चर्चा कीजिए –

i) क्या दो आसन्न कोण संपूरक हो सकते हैं?

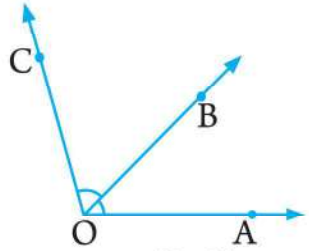
ii) क्या दो आसन्न कोण पूरक हो सकते हैं?

iii) दो अधिक कोण आसन्न कोण नहीं हो सकते है, क्यों?

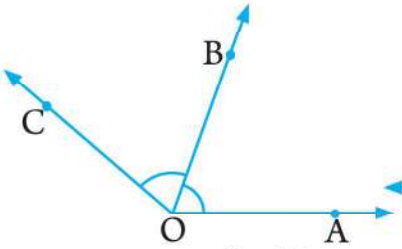
iv) एक न्यून कोण, अधिक कोण का आसन्न कोण हो सकता है, क्यों?

13.5 रैखिक युग्म (Linear Pair)

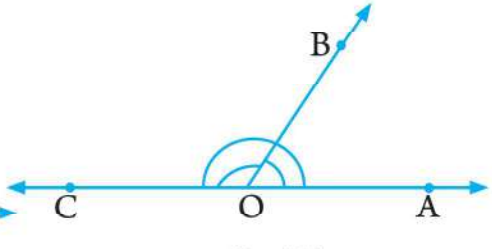
नीचे दी गई आकृति एक आसन्न कोण को प्रदर्शित करता है।



आकृति (i)



आकृति (ii)



आकृति (iii)

आकृति (i), (ii) और (iii) में प्रत्येक आसन्न कोण का शीर्ष बिन्दु O है तथा उभयनिष्ठ भुजा OB है। अन्य भुजाओं की स्थिति भिन्न है। केवल आकृति (iii) जो भुजाएँ उभयनिष्ठ नहीं हैं, विपरीत दिशा में है।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि आकृति (i) और (ii) रैखिक युग्म नहीं है। जबकि आकृति (iii) एक रैखिक युग्म है।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

अतः एक रैखिक युग्म **(linear pair)** ऐसे आसन्न कोणों का युग्म होता है जिनकी वे भुजाएँ जो उभयनिष्ठ नहीं हैं, विपरीत दिशा में होते हैं।

सोचिए और चर्चा कीजिए –

क्या दो न्यून कोण एक रैखिक युग्म बना सकते हैं ?

क्या दो अधिक कोण एक रैखिक युग्म बना सकते हैं ?

क्या दो समकोण एक रैखिक युग्म बना सकते है ?

उदाहरण : निम्नांकित माप के कोणों के पूरक कोणों की माप कितने अंश की है ?

(i) 63^0 (ii) 82^0 (iii) 48^0 (iv) 59^0

हल : (i) 63^0 को की पूरक कोण (लम्बपूरक कोण) की माप $= 90^0 - 63^0 = 27^0$

(ii) 82^0 कोण की पूरक कोण $= 90^0 - 82^0 = 8^0$

(iii) 48^0 कोण की पूरक कोण $= 90^0 - 48^0 = 42^0$

(iv) 59^0 कोण की पूरक कोण $= 90^0 - 59^0 = 31^0$

उदाहरण : निम्नलिखित कोणों में से प्रत्येक का संपूरक कोण ज्ञात कीजिए

(i) 110^0 (ii) 85^0 (iii) 153^0 (iv) 135^0

हल : (i) 110^0 कोण की संपूरक कोण की माप $= 180^0 - 110^0 = 70^0$

(ii) 85^0 कोण की संपूरक कोण $= 180^0 - 85^0 = 95^0$

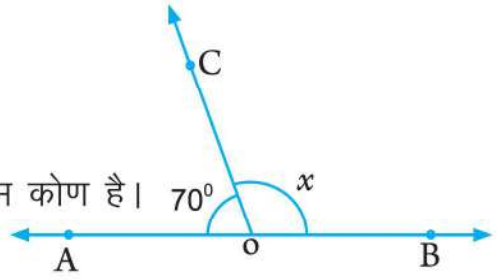
(iii) 153^0 कोण की संपूरक कोण $= 180^0 - 153^0 = 27^0$

(iv) 135 कोण की संपूरक कोण $= 180^0 - 135^0 = 45^0$

उदाहरण : संलग्न आकृति में AB एक सरल रेखा है।

यदि $\angle AOC = 70^0$ और $\angle BOC = x^0$

हैं तो (x) का मान ज्ञात कीजिए।



हल : चुँकि $\angle AOC$ और $\angle BOC$ रेखीय युग्म कोण है।

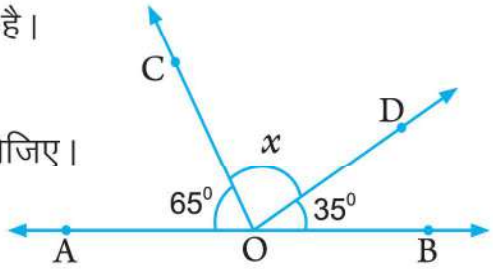
अतः $\angle AOC + \angle BOC = 180^0$

या $70^0 + x = 180^0$

चुँकि $x = 180^0 - 70^0 = 110^0$

उदाहरण : संलग्न आकृति में AB एक सरल रेखा है।

यदि $\angle AOC=65^0$, $\angle BOD=35^0$ और $\angle COD= x$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



हल : दी गयी आकृति में $\angle BOD$ और $\angle DOA$ रेखीय युग्म कोण है।

चुँकि $\angle BOD+\angle DOA= 180^0$ लेकिन $\angle DOA=\angle COD+\angle AOC$

क्यों $\angle AOC+\angle COD+\angle BOD=180^0$

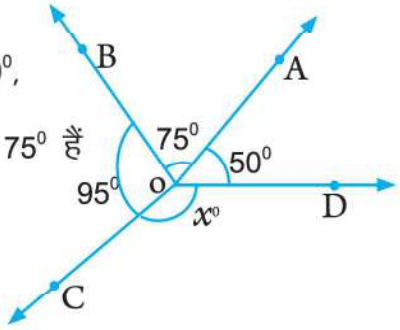
या $65^0+ x^0+35^0 = 180^0$

या $x + (65^0+35^0) = 180^0$

या $x + 100^0=180^0$

$x = 180^0-100^0 = 80^0$

उदाहरण : संलग्न आकृति में किरणें OA, OB, OC और OD इस प्रकार है कि $\angle AOD = 50^0$, $\angle BOC = 95^0$, $\angle COD = x$ और $\angle AOB = 75^0$ हैं तो x का मान ज्ञात कीजिए।



हल : दी गयी आकृति में एक बिन्दु के चारों ओर एक या अधिक किरणों से जितने कोण बनते हैं उनके मापों का योगफल 360^0 होता है।

अतः $\angle AOD + \angle BOC + \angle COD + \angle AOB = 360^0$

या $50 + 95^0 + x + 75^0 = 360^0$

या $x + (50 + 95^0 + 75^0) = 360^0$

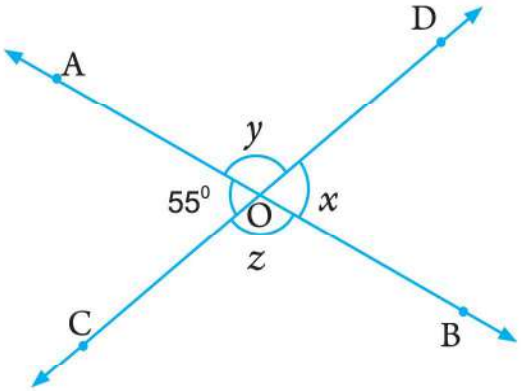
या $x + 220^0 = 360^0$

$\therefore$ $x = 360^0 - 220^0 = 140^0$

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

उदाहरण : दिए गए आकृति में कोण x, y एवं z के मान ज्ञात कीजिए।

हल : आकृति में $\angle AOC$ तथा $\angle AOD$ रेखीय युग्म कोण हैं



अतः $\angle AOC + \angle AOD = 180^0$

या $55^0 + y = 180^0$

$y = 180^0 - 55^0 = 125^0$

$\angle AOD = \angle COB$ (शीर्षाभिमुख कोण है)

$\therefore \quad y = z = 125^0$

तथा $\angle BOD = \angle AOC$ (शीर्षाभिमुख कोण है)

$\therefore \quad x = 55^0$

अतः $x = 55^0$, $y = 125^0$ तथा $z = 125^0$

प्रश्नावली : 13.1

1) निम्नलिखित कोणों में से प्रत्येक का पूरक ज्ञात कीजिए।

(i) 45^0 (ii) 25^0 (iii) 65^0 (iv) 32^0

(v) 75^0 (vi) 15^0 (vii) 40^0 (viii) 50^0

2) निम्नलिखित कोणों में से प्रत्येक का संपूरक ज्ञात कीजिए।

(i) 105^0 (ii) 85^0 (iii) 150^0 (iv) 135^0

(v) 90^0 (vi) 65^0 (vii) 115^0 (viii) 165^0

3) कोणों के निम्नलिखित युग्मों में से पूरक एवं संपूरक युग्मों को पृथक कीजिए।

(i) 25^0, 65^0 (ii) 101^0, 79^0 (iii) 114^0, 66^0 (iv) 51^0, 39^0

4) ऐसा कोण ज्ञात कीजिए जो अपने पूरक के समान हो।

5) ऐसा कोण ज्ञात कीजिए जो अपने संपूरक के समान हो।

6) क्या दो ऐसे कोण संपूरक हो सकते हैं यदि उनमें से दोनों

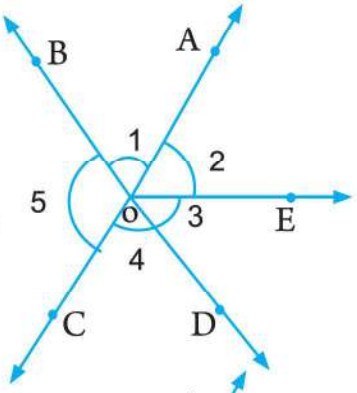
(i) न्यूनकोण है? (ii) अधिक कोण है ? (iii) समकोण है ?

7) 90^0 कोण के ऋजुपूरक (संपूरक) कोण की माप लिखिए।

8) यदि किसी कोण की माप 45^0 से अधिक हो, किन्तु 90^0 से कम हो तो क्या उसका पूरक कोण

(i) 45^0 से अधिक (ii) 45^0 के बराबर (iii) 45^0 से कम होगा

9) संलग्न आकृति में



(i) क्या $\angle 1$, $\angle 2$ का आसन्न है ?

(ii) क्या $\angle AOC$, $\angle AOE$ का आसन्न है ?

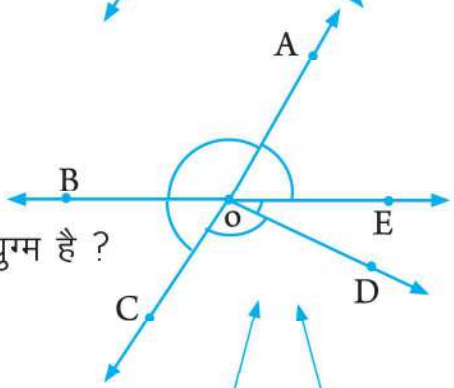
(iii) क्या $\angle COE$ एवं $\angle EOD$ रैखिक युग्म बनाते हैं ?

(iv) क्या $\angle BOD$ एवं $\angle DOA$ संपूरक हैं ?

(v) क्या $\angle 1$ का उर्ध्वाधर सम्मुख कोण $\angle 4$ हैं ?

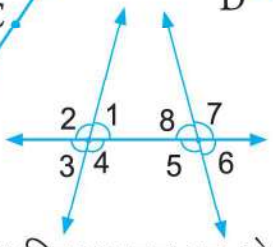
(vi) $\angle 5$ का उर्ध्वाधर सम्मुख कोण क्या हैं ?

10) दी गयी आकृति में कोणों के कौन से युग्म



(i) उर्ध्वाधर सम्मुख कोण हैं ? (ii) रैखिक युग्म है ?

11) दी गयी आकृति में



(i) प्रत्येक रेखीय युग्म का नाम लिखिए।

(ii) शीर्षाभिमुख कोण के प्रत्येक जोड़े का नाम लिखिए।

12) रेखीय युग्म में से एक कोण अधिक कोण है, तो दूसरा कोण किस प्रकार का होगा?

13) क्या दो कोण संपूरक होंगे? यदि उनमें से दोनों

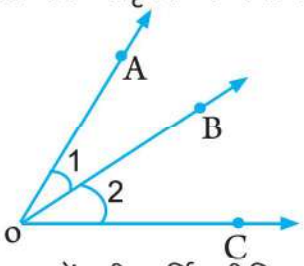
(i) अधिक कोण हो (ii) समकोण हो (iii) न्यूनकोण हो

14) क्या दो न्यून कोण कभी एक रेखीय युग्म बना सकते हैं?

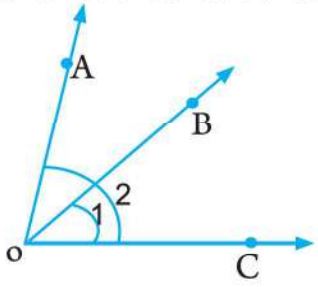
"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

15) निम्नलिखित आकृति में क्या $\angle 1$, $\angle 2$ का आसन्न कोण है? कारण लिखिए।

(i)



(ii)



16) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए –

(i) यदि दो कोण पूरक है, तो उनके मापों का योग.....है।

(ii) यदि दो कोण संपूरक है तो उनके मापों का योग.....है।

(iii) रैखिक युग्म बनाने वाले दो कोण..... होते हैं।

(iv) यदि दो आसन्न कोण संपूरक हैं तो वे .....बनाते हैं।

(v) यदि दो रेखाएँ एक दूसरे को एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है तो उर्ध्वाधर सम्मुख कोण हमेशा ..... होते हैं।

(vi) यदि दो रेखाएँ एक दूसरे को एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है और यदि उर्ध्वाधर सम्मुख कोणों का एक युग्म न्यून कोण है, तो उर्ध्वाधर सम्मुख कोणों का युग्म.....है।

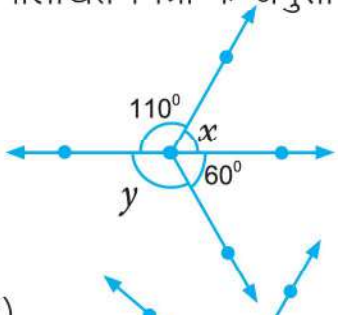
17) किसी कोण के लंबपूरक कोण तथा संपूरक कोण का अनुपात 2 : 5 है, तो वह कोण ज्ञात कीजिए।

संकेत यदि कोण x हो तो, $\frac{90-x}{180-x} = \frac{2}{5}$

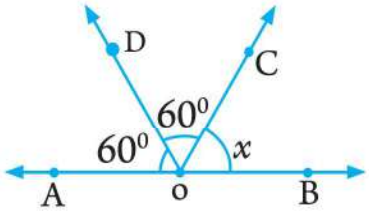
18) दो लंबपूरक कोणों का अंतर 15^0 है। कोण की माप ज्ञात कीजिए।

19) निम्नलिखित चित्रों के अनुसार x का मान ज्ञात कीजिए।

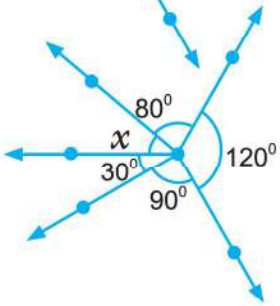
(i)



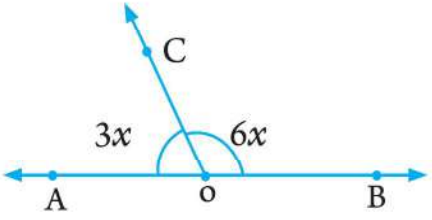
(ii)



(iii)



(iv)



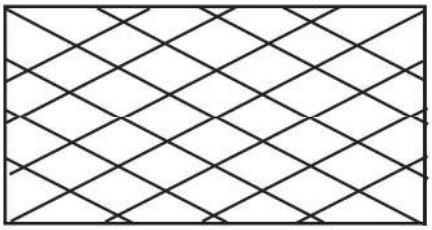
13.6 रेखा युग्म (Pair of lines)

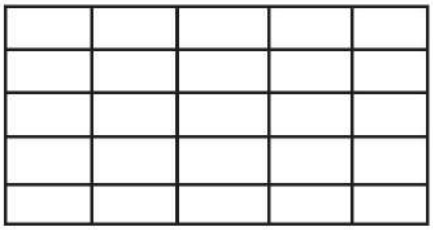
13.6.1 प्रतिच्छेदी रेखा :

अंग्रेजी के बड़े अक्षर को ध्यान से देखिए : (L X Y और T)



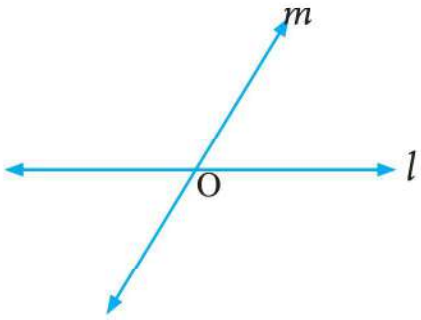
हम देखते हैं कि ये सभी अंग्रेजी के अक्षर दो सरल रेखा से बनी है, जो एक बिन्दु पर एक दूसरे को प्रतिच्छेद करती है।





इस प्रकार कक्षा में स्टैण्ड पर रखा श्यामपट्ट, खिड़की का जालीदार ग्रील आदि में प्रतिच्छेदी रेखाओं के उदाहरण पाते हैं।

दी गयी आकृति में दो रेखाएँ l और m एक दूसरे को प्रतिच्छेद कर रही है, इनमें एक बिन्दु उभयनिष्ठ है। यह उभयनिष्ठ बिंदु इसका प्रतिच्छेदी बिंदु कहलाता है।



अतः आकृति में रेखा l और m एक दूसरे को O बिंदु पर प्रतिच्छेद कर रही है।

प्रयास कीजिए E

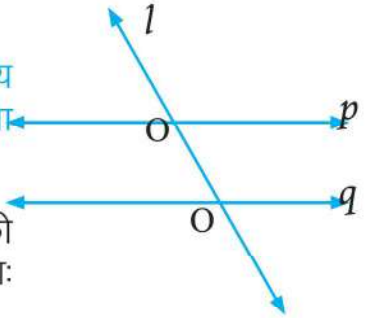
1. अपने आस–पास के परिवेश से ऐसे उदाहरण ज्ञात कीजिए जहाँ रेखाएँ समकोण पर प्रतिच्छेद करती है।
2. यदि दो रेखाएँ एक–दूसरे को प्रतिच्छेद करती है तो क्या वे हमेशा एक–दूसरे को समकोण पर प्रतिच्छेद करती है?
3. समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर प्रतिच्छेदी रेखाओं द्वारा बनी कोणों का माप ज्ञात कीजिए।
4. एक समचतुर्भुज, वर्ग, आयत खींचिए और उनके प्रतिच्छेदी रेखाओं को दिखाइए।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

13.6.2 तिर्यकछेदी रेखा (Transversal Line)

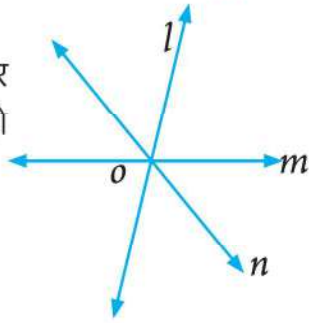
दो या दो से अधिक सड़कों को परस्पर एक–दूसरे को पार करते हुए देखते हैं अथवा रेल की पटरियों को परस्पर पार करते हुए देखते हैं। इनसे तिर्यक छेदी रेखा (Transversal Line) का अनुभव होता है।

इस प्रकार दो या दो से अधिक रेखाओं को कोई अन्य रेखा भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करती है, तिर्यक छेदी रेखा कहलाती है।



दिए गए आकृति में रेखा l, अन्य दो रेखाएँ p और q की तिर्यक छेदी रेखा है, जो p और q को भिन्न बिंदुओं क्रमशः 'O' और 'O' पर प्रतिच्छेद करती है।

आकृति में m, रेखाएँ l तथा n को एक ही बिंदु O पर प्रतिच्छेद कर रही है। अतः m, रेखा l तथा n की तिर्यक छेदी रेखा नहीं है।

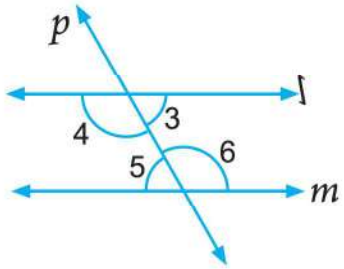
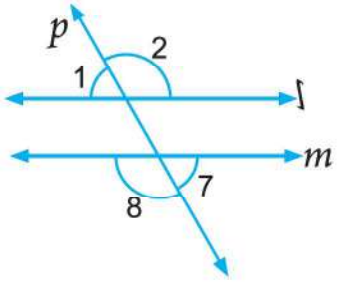
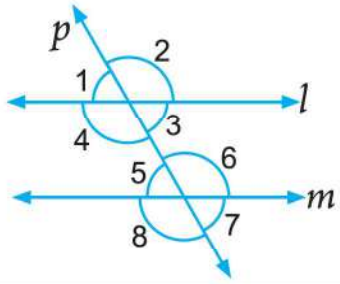
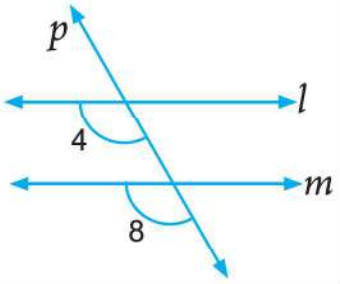
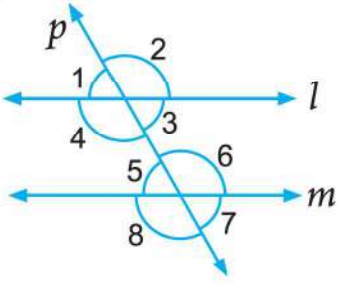
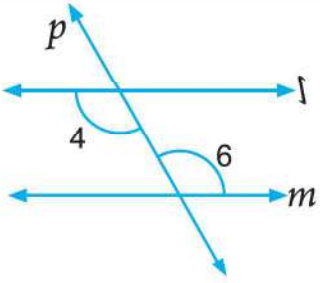
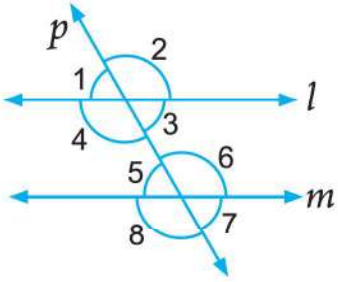


प्रयास कीजिए F

1. अपने परिवेश में कुछ तिर्यक छेदी रेखाएँ ढूँढ़ने का प्रयास कीजिए।
2. यदि एक रेखा, तीन अन्य रेखाओं की तिर्यक छेदी रेखा है तो बताइए कितने प्रतिच्छेदन बिंदु है?
3. यदि दो रेखाएँ दी हुई है, तो इन रेखाओं के लिए आप कितनी तिर्यक छेदी रेखाएँ खींच सकते हैं?

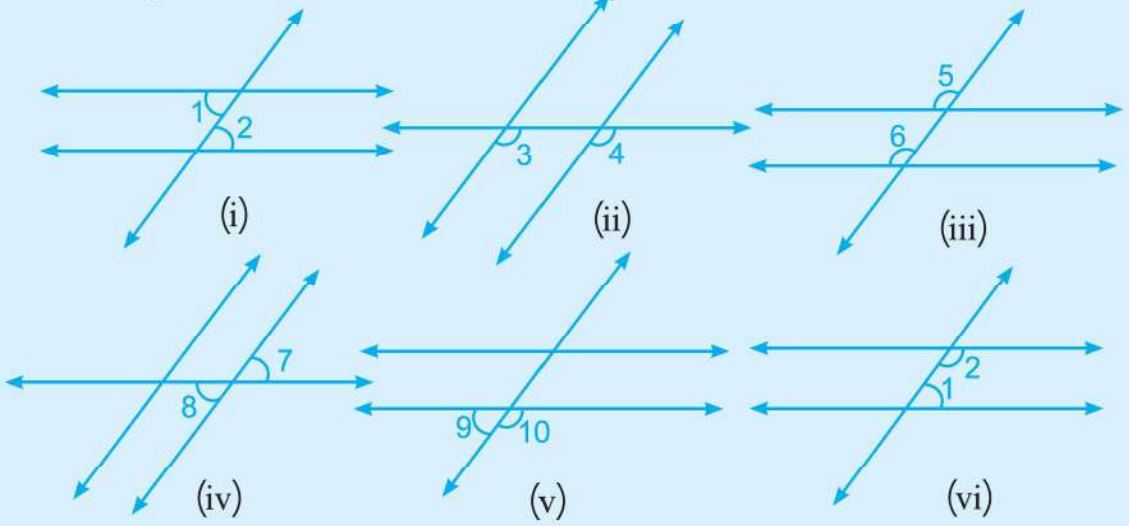
13.6.3 तिर्यक छेदी रेखा द्वारा निर्मित कोण :

संलग्न आकृति में हम देखते हैं कि रेखा l और m को एक तिर्यक छेदी रेखा p द्वारा काटी गई है। इस प्रकार कुल आठ कोण बनतें हैं, जिसे विशिष्ट नामों से जाना जाता है।

कोण का नाम	कोण	आकृति
अंत: कोण Interior Angles	$\angle 3, \angle 4$ $\angle 5, \angle 6$	
बाह्य कोण Exterior Angles	$\angle 1, \angle 2$ $\angle 7, \angle 8$	
संगत कोणों के युग्म Coresponding Angles	$\angle 1, \angle 5$ $\angle 2, \angle 6$ $\angle 3, \angle 7$ $\angle 4, \angle 8$	 
एकान्तर अंत: कोणों के युग्म Alternative Interior Angles	$\angle 3, \angle 5$ $\angle 4, \angle 6$	 
शीर्षाभिमुख कोण Vertically Opposite Angles	$\angle 1, \angle 3$ $\angle 2, \angle 4$ $\angle 5, \angle 7$ $\angle 6, \angle 8$	

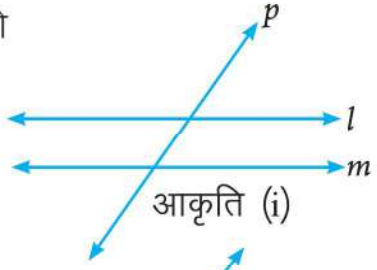
प्रयास कीजिए G

दिए गए आकृतियों में अंकित किये गये कोण–युग्म का नाम लिखिए–



13.6.4 समान्तर रेखाओं की तिर्यक छेदी रेखा (Transversal to Parallel Lines) :

दो रेखाओं को यदि कोई तिर्यक छेदी रेखा काटती है तो विभिन्न प्रकार के कोण– युग्म प्राप्त होते हैं। यदि दो समान्तर रेखाओं को कोई तिर्यक छेदी काटती है तो बहुत ही रोचक एवं विशिष्ट प्रकार की गुणधर्म की प्राप्ति होती है।

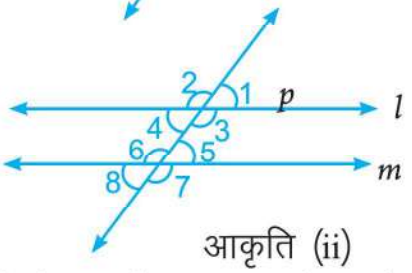


आकृति (i)

आकृति **(ii)** को दर्शाया गया $l \| m$ दो समान्तर रेखा को p तिर्यक छेदी रेखा काटती है तो

$\angle 1 = \angle 5,\ \angle 2 = \angle 6,\ \angle 4 = \angle 8,\ \angle 3 = \angle 7$

परिणाम प्राप्त होता है।



आकृति (ii)

अतः हम कह सकते है कि यदि कोई तिर्यक छेदी रेखा दो समान्तर रेखाओं को काटती है तो संगत कोण–युग्म बराबर होता हैं।

इसी प्रकार,

$\angle 4 = \angle 5,\ \angle 3 = \angle 6$ एकान्तर कोण बराबर हैं।

दो समान्तर रेखा को एक तिर्यक छेदी रेखा काटती है तो एकान्तर कोण–युग्म बराबर होता है।

$\angle 3 + \angle 5 = 180^{o}$, $\angle 4 + \angle 5 = 180^{o}$

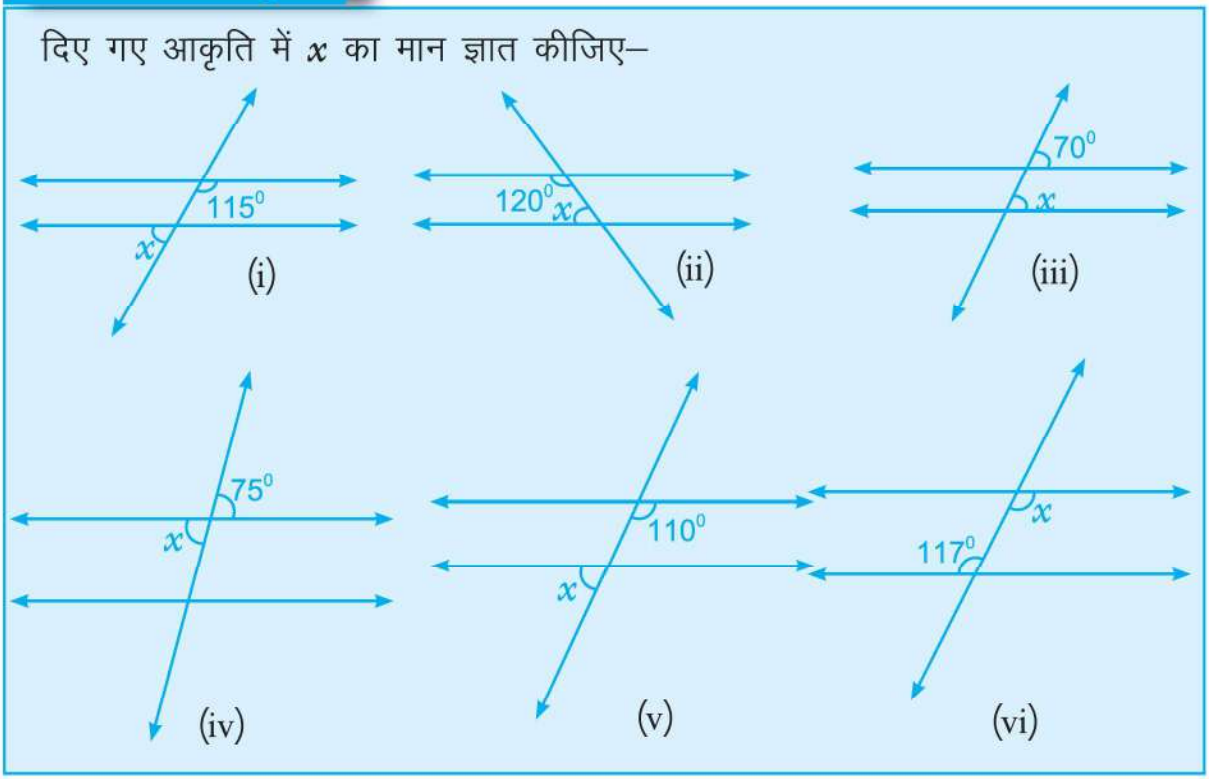
अतः कोणों को जोड़ने से 180^{0} प्राप्त होता है।

यदि दो समान्तर रेखा को एक तिर्यक छेदी रेखा काटती है तो अतः कोणों का प्रत्येक युग्म सम्पूरक होता है।

दो समान्तर रेखाओं को एक तिर्यक छेदी रेखा से काटकर प्रत्येक कोणों की माप कीजिए और उपर्युक्त परिणाम की सत्यता की जाँच कीजिए।

प्रयास कीजिए H

दिए गए आकृति में x का मान ज्ञात कीजिए–



उदाहरण : आकृति **(i)** में AB || CD और CD || EF तो x और y का मान निकालें

हल : ∵ AB|| CD

$\angle ABC = \angle BCD$,

या $70^0 = \angle BCE + \angle ECD$,

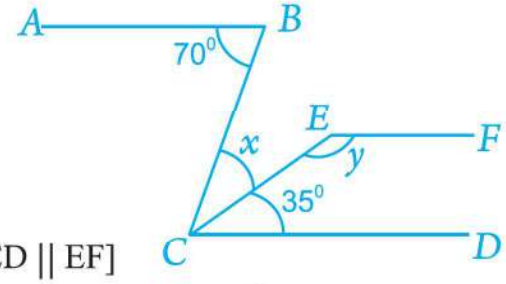
या $70^0 = x + 35^0$

∴ $x = 70^0 - 35^0 = 35^0$

अब $\angle ECD + \angle CEF = 180^0$ [CD || EF]

या $35^0 + y = 180^0$

∴ $y = 180^0 - 35^0 = 145^0$



आकृति **(i)**

उदाहरण : आकृति **(ii)** से $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ ज्ञात कीजिए।

हल : $\angle d = 75^0$.....(शीर्षाभिमुख कोण)

$\because$ $l \parallel m$

$\therefore$ $\angle a + \angle d = 180^0$

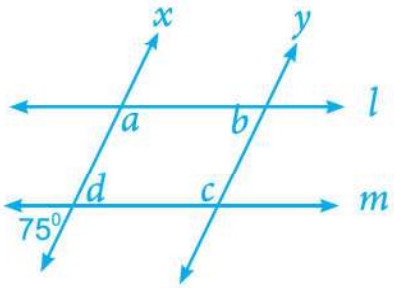
या $\angle a + 75^0 = 180^0$

$\therefore$ $\angle a = 180^0 - 75^0 = 105^0$

$\because$ $x \parallel y$ $\therefore \angle a + \angle b = 180^0$

या $105^0 + \angle b = 180^0$

$\therefore$ $\angle b = 180^0 - 105^0 = 75^0$



आकृति **(ii)**

इसी तरह,

$\angle d + \angle c = 180^0$

या $75^0 + \angle c = 180^0$

$\therefore$ $\angle c = 180^0 - 75^0 = 105^0$

उदाहरण : आकृति में x और y का ज्ञात कीजिए।

हल : $\angle XAL = \angle DAB$.....(शीर्षाभिमुख कोण)

$\therefore$ $\angle DAB = 70^0$

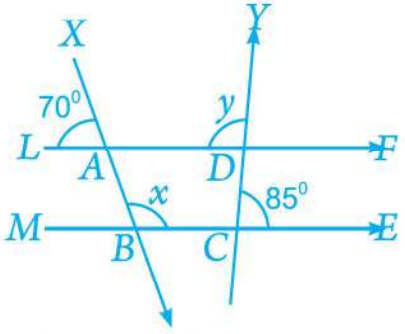
$\because$ $L \parallel M$,

$\angle DAB + \angle ABC = 180^0$

या $\angle 70^0 + x = 180^0$

$\therefore$ $x = 180^0 - 70^0 = 110^0$

$\because$ $\angle DCE = \angle ADC$-- (एकान्तर कोण)



आकृति **(iii)**

$\therefore$ $\angle ADC = 85^0$

$\angle YDA + ADC = 180^0$

या $y + 85^0 = 180^0$

$y = 180^0 - 85^0 = 95^0$

उदाहरण : आकृति में $l \parallel m$ है और $\angle 8 = 130^0$ हो तो सभी कोणों का मान ज्ञात कीजिए।

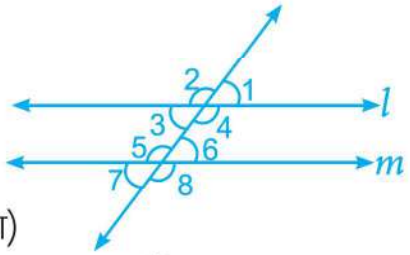
हल : $l \parallel m$

$\therefore$ $\angle 8 = \angle 5 = 130^0$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle 6 = \angle 3 = 50^0$ (एकान्तर कोण)

$\angle 4 = \angle 2 = 130^0$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\because$ $\angle 7 + \angle 8 = 180^0$



आकृति **(iv)**

या $\angle 7 + 130^0 = 180^0$

$\angle 7 = 180^0 - 130^0 = 50^0$

$\therefore$ $\angle 7 = \angle 6 = 50^0$ (शीर्षाभिमुख कोण)

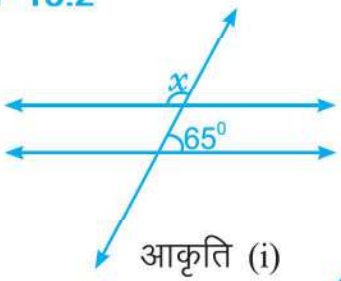
$\angle 5 = \angle 2 = 130^0$ (संगत कोण)

अतः $\angle 1 = \angle 3 = \angle 6 = \angle 7 = 50^0$

$\angle 2 = \angle 4 = \angle 5 = \angle 8 = 130^0$

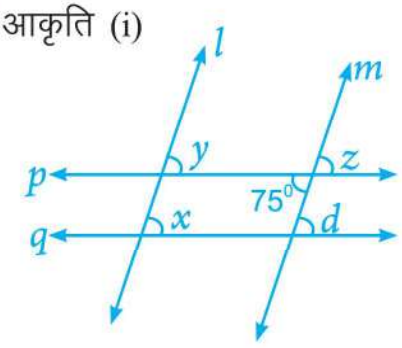
प्रश्नावली 13.2

(1) दी गई आकृति में $m \,||\, n$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।



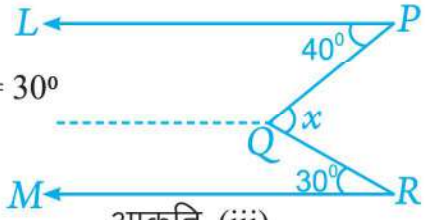
आकृति (i)

(2) दी गई आकृति (ii) में $l \,||\, m$ और $p \,//\, q$ है तो x, y, z और d का मान ज्ञात कीजिए।



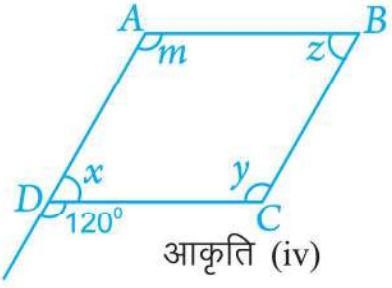
आकृति (ii)

(3) दी गई आकृति (iii) में x का मान निकालें यहाँ LP || MR और $\angle LPQ = 40^0$ और $\angle QRM = 30^0$



आकृति (iii)

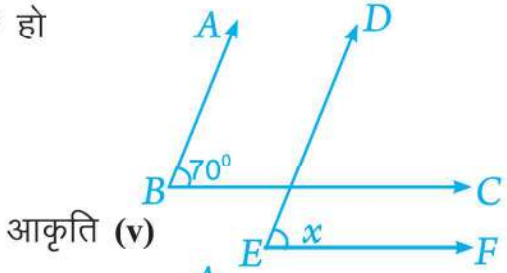
(4) दी गई आकृति (iv) AB||DC, BC||AD है $\angle CDE = 120^0$ है तो $\angle x, \angle y, \angle z$ और $\angle m$ ज्ञात कीजिए।



आकृति (iv)

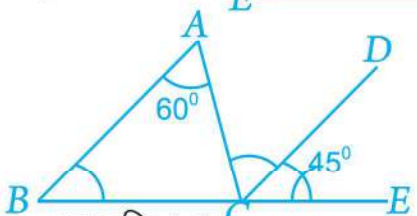
"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

(5) दी गई आकृति **(v)** AB|| DE तथा BC|| EF हो तो $\angle ABC = 70^0$ है तो x का मान निकालें।



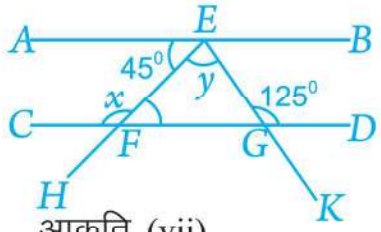
आकृति **(v)**

(6) दी गई आकृति (vi) में AB || CD है।
$\angle ACB$, $\angle ABC$, $\angle ACD$ का मान निकालें।



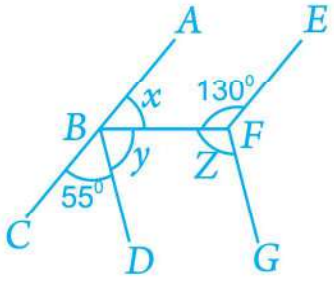
आकृति (vi)

(7) दी गई चित्र (vii) में AB||CD है,
$\angle AEF = 45^0$
$\angle EGD = 125^0$ है तो
x और y का मान निकालें।



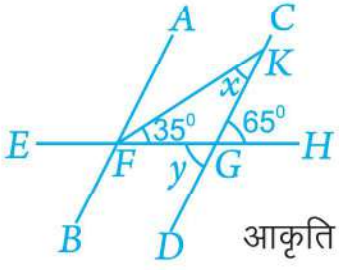
आकृति (vii)

(8) दी गई आकृति (viii) में AC|| EF है,
और BD// FG
$\angle EFB = 130^0$
$\angle CBD = 55^0$ है
तो x, y और z का मान ज्ञात कीजिए।



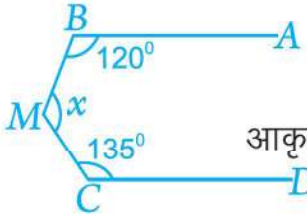
आकृति (viii)

(9) दी गई आकृति (ix) में AB||CD
और $\angle KFG = 35^0$
$\angle KGH = 65^0$
तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



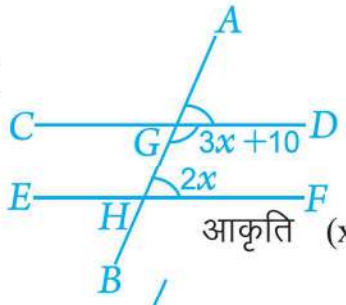
आकृति (ix)

(10) दी गई आकृति **(x)** में AB || CD
$\angle MCD = 135^0$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।



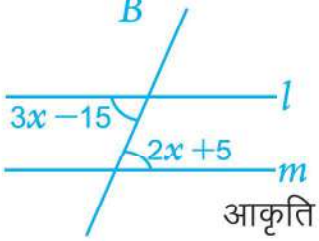
आकृति (x)

(11) दी गई आकृति (xi) में CD || EF है
तो x तथा $\angle AGD$ का मान ज्ञात कीजिए।



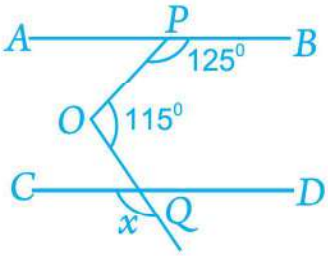
आकृति (xi)

(12) दी गई आकृति (xii) में l||m है
तो x का मान ज्ञात कीजिए।



आकृति (xii)

(13) दी गई आकृति (xiii) में AB||CD है
$\angle BPO = 125^0$, $\angle POQ = 115^0$ है
तो x का मान ज्ञात कीजिए।



आकृति (xiii)