16 सममिति (Symmetry)

मुख्य अवधारणाएँ

- ✯ समबहुभुजों के लिए सममित रेखाएँ
- ✯ परावर्तन सममित
- ✯ घुर्णन सममित

FZHD1Q

16.1 भूमिका :

सममिति (Symmetry) एक महत्वपूर्ण ज्यामितीय अवधारणा है। सामान्यतः हमारे चारों ओर के प्रकृति में प्रदर्शित है। सममिति हमारे क्रियाकलाप के प्रत्येक क्षेत्र कलाकारी कपड़े या ज्वेलरी के डिजाइन करने, पेड़ पौधों की पत्तियाँ, आर्किटेक, सहित अनेक अन्य में सममिति की संकल्पना का प्रयोग करते है। साड़ियों, रुमालों, कम्बलों, धार्मिक चिह्नों आदि में सम. मिति डिजाइन दिखाई देती है। प्रकृति ने हमें ऐसे अनेक सजीव या निर्जीव सममिति वस्तुएँ उपलब्ध कराई है।

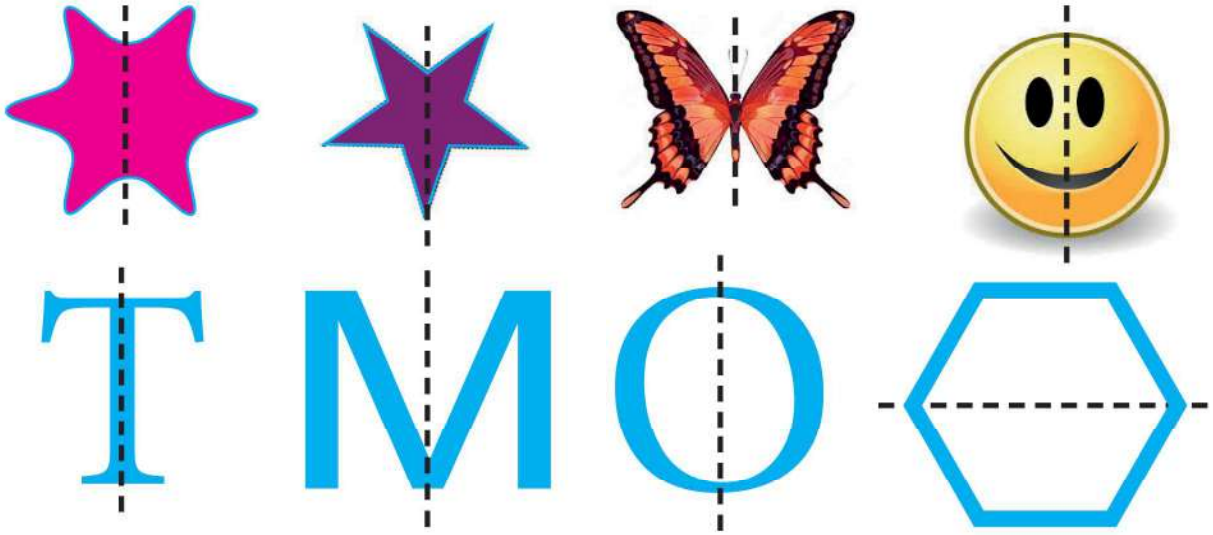




पिछली कक्षाओं में हमने विभिन्न सममिति वस्तुओं के बारे में अध्ययन किया है। कक्षा VI में हमने सममिति, ज्यामितीय, आकृतियों में रैखिक सममिति के बारे में अध्ययन किया है।

ऐसी आकृतियों में सममिति रेखा खींची जा सकती है, यदि उसमें एक रेखा ऐसी होती हैं जिसके अनुदिश उस आकृति को मोड़ने पर दोनों भाग परस्पर सम्पाती होता है। इसका दोनों भाग एक दूसरे को पूरा का पूरा ढक लेता है।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"



उपरोक्त सभी आकृतियों के अवलोकन कर हम पाते हैं कि बिन्दुकित पंक्ति दो एक जैसे भागों में विभाजित कर रहे हैं। जब हम बिन्दुकित पंक्ति के अनुदिश में आकृतियों को मोड़ते है तो दोनों आधा भाग एक दूसरे को पूरा–पूरा ढॅक लेता है। यह बिन्दुकित रेखा ही रैखिक सममिति कहलाता है।

इस प्रकार कहा जा सकता है कि यदि किसी रेखा के अनुदिश किसी आकृति को मोड़ा जाय तो वह आकृति दो समान भागों में विभाजित होता है। इस रेखा को रैखिक सममिति कहते हैं।

16.2 समबहुभुजों के लिए सममिति रेखाएँ :

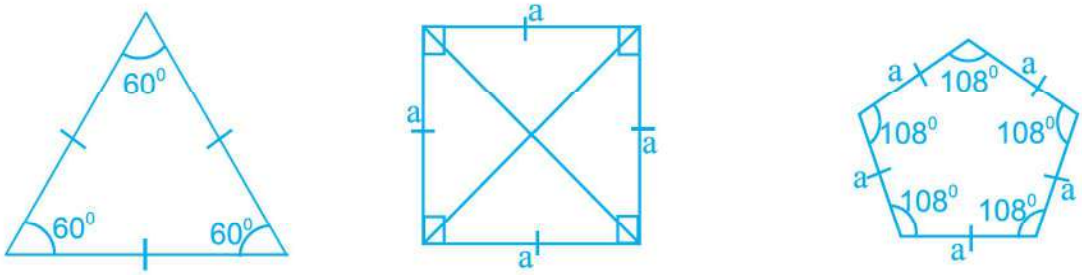
बहुभुज एक बंद आकृति है। ऐसे बंद आकृति बनाने के लिए दो से अधिक रेखाखण्डों की आवश्यकता होती है। सबसे कम रेखाखण्डों से बनी बंद आकृति (बहुभुज) त्रिभुज है।

वैसे बहुभुज जिसकी भुजाएँ बराबर माप की होती है समबहुभुज कहलाता है। समबाहु त्रिभुज, वर्ग, समचतुर्भुज आदि समबहुभुज के उदाहरण हैं।

क्या पाँच, छः, सात . . . भुजाओं से समबहुभुज बनाया जा सकता है ? इस तरह के विभिन्न भुजाओं वाली समबहुभुज बनाइए । क्या आप इसका नाम बता सकते हैं?

तीन समान मापों वाली भुजा से बनने वाली बहुभुज समबाहु त्रिभुज कहलाती है। जिसके प्रत्येक कोण बराबर होते हैं।

समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण की माप 60^0 होती है।



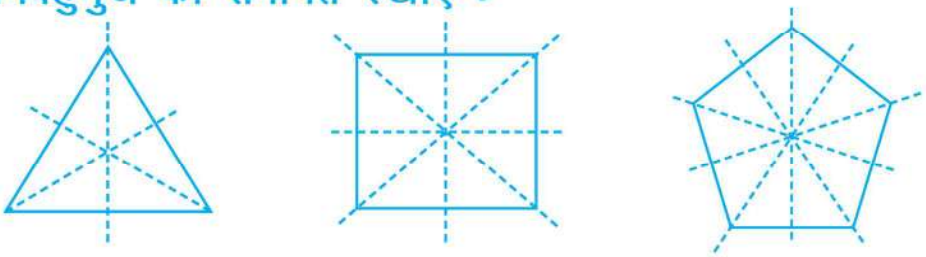
वर्ग भी एक समबहुभुज है। इसकी सभी भुजाएँ बराबर होती हैं, सभी कोण बराबर होते हैं।

वर्ग का प्रत्येक कोण = 90^0

वर्ग में दो बराबर विकर्ण होते है, जो परस्पर समकोण पर समद्विभाजित होता है।

समपंचभुज भी एक बहुभुज है, जिसकी प्रत्येक भुजाएँ बराबर हैं। इसके प्रत्येक कोण बराबर अर्थात 108^0 के होते हैं। इस प्रकार समबहुभुज में जैसे–जैसे भुजाओं की संख्या बढ़ती जाती हैं उसके कोणों की माप भी की बढ़ती जाती है।

16.3 समबहुभुज की सममित रेखाएँ :



समबाहु त्रिभुज में तीन सममित रेखाएँ

वर्ग में चार सममित रेखाएँ

समपंचभुज में पाँच सममित रेखाएँ

उपरोक्त आकृतियों के प्रत्येक सममित रेखा के अनुदिश में आकृति को मोड़ने पर प्रत्येक स्थिति में आकृति को दो समान भागों में बांटती है।

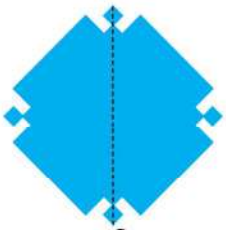
उपरोक्त आकृतियों के अवलोकन से स्पष्ट है कि दिये गए बहुभुज में उतने ही सममित रेखाएँ होती है जितनी उसकी भुजाएँ हैं।

16.4 परावर्तन सममिति :

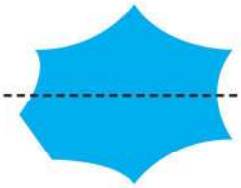
रैखिक सममिति की अवधारणा का दर्पण प्रतिबिंब से निकट का संबंध है। किसी आकृति का दर्पण प्रतिबिम्ब उस आकृति का सममित है। जिसमें दर्पण रेखा, सममित रेखा होता है।



इन आकृतियों को देखिए! क्या बिन्दुकित रेखा दर्पण रेखा है ? चर्चा कीजिए ।



आकृति 1



आकृति 2



आकृति 3

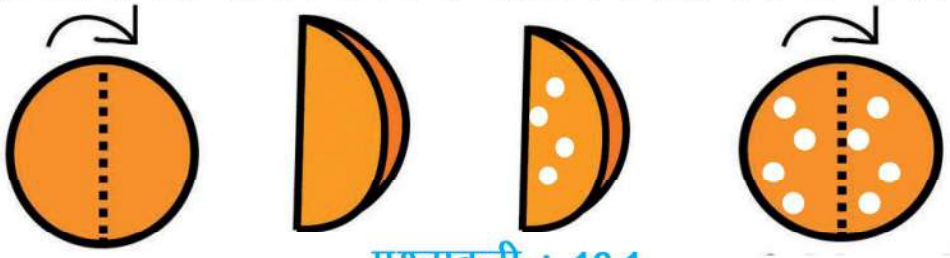
स्पष्ट है आकृति 2 एवं 3 में बिन्दुकित रेखा दर्पण रेखा नहीं है।

यदि एक सममित आकृति के सममित रेखा दर्पण रेखा मान लिया जाए तो आकृति के आधे हिस्से का प्रतिबिंब उसके दूसरे आधे हिस्से पर पूर्ण तथा सममिति होता है।

रैखिक सममिति दर्पण सममिति भी कहलाती है।

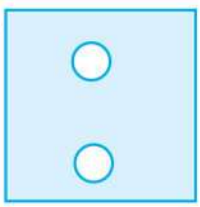
क्रियाकलाप : सममिति का खेल :

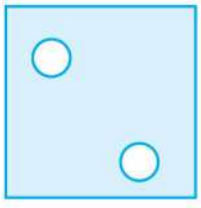
कागज को मोड़िए। मुड़े कागज के विभिन्न स्थानों में छेद बनाइए। कागज के मोड़ के निशान पर सममित रेखा है। अब कागज को खोलकर सममित भागों की पहचान कीजिए।

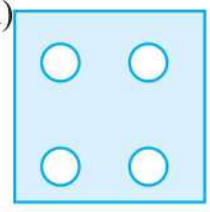


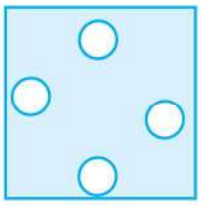
प्रश्नावली : 16.1

1. निम्नलिखित आकृतियों में सममित रेखाएँ खींचिए :

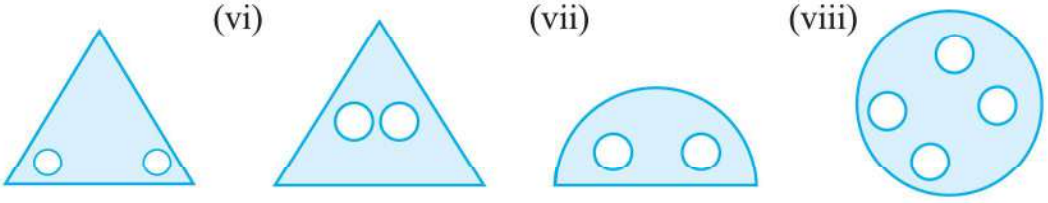
(i) 

(ii) 

(iii) 

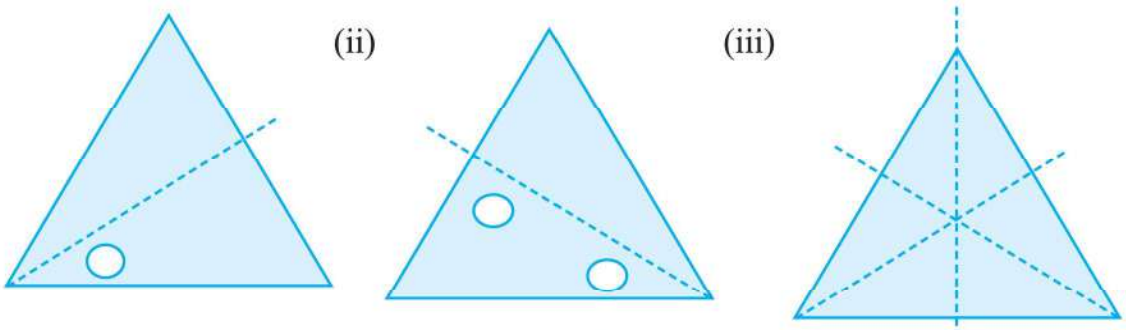
(iv) 

(v) (vi) (vii) (viii)

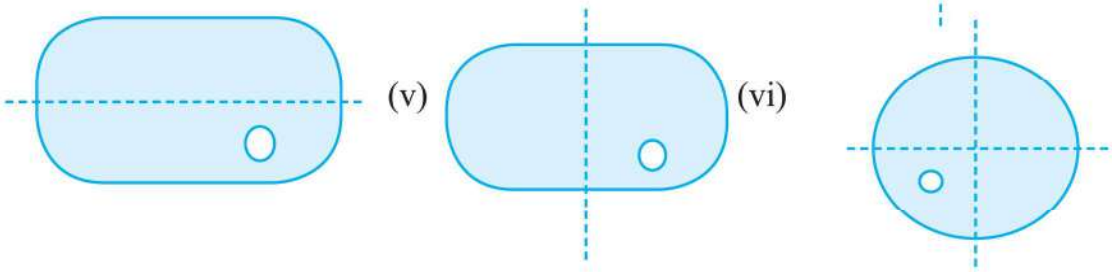


2. निम्नलिखित आकृतियों में सममित रेखा खींची गई हैं, इसमें दूसरे छेद को दर्शाइए ।

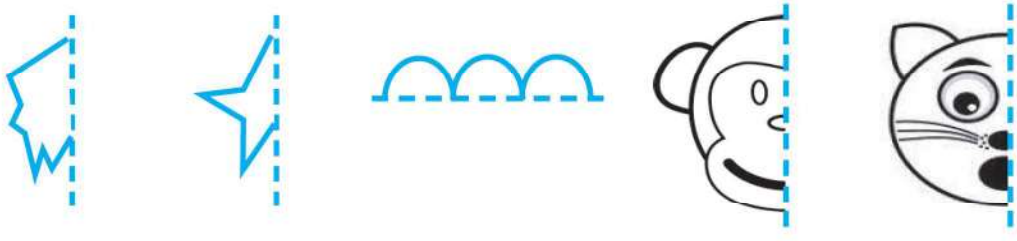
(i) (ii) (iii)



(iv) (v) (vi)



3. निम्नलिखित आकृतियों के दर्पण रेखा (सममित) बिन्दुकित रेखा के रूप में दी गई है। बिन्दु रेखा को दर्पण रेखा मानते हुए प्रत्येक आकृति परावर्तन करके आकृति को पूरा कीजिए।



4. निम्नलिखित आकृतियों के लिए अधिकतम सममित रेखाओं की संख्या बताइए ।

i)	समबाहु त्रिभुज	ii)	समद्विबाहु त्रिभुज	iii)	वर्ग
iv)	वृत्त	v)	समपंचभुज	vi)	एक कोण

5. तीन ऐसे आकृतियों की रचना कीजिए जिसमें सममित रेखा नहीं खींची जा सकती है।

6. रिक्त स्थानों को भरिए:

i) एक वृत्त में.....सममिति रेखाएँ होती हैं।

ii) एक अर्धवृत्त में.....सममिति रेखाएँ होती हैं।

iii) एक वर्ग में..... सममित रेखाएँ होती हैं।

iv) एक समद्विबाहु त्रिभुज में.....सममित रेखाएँ होती हैं।

v) एक समबाहु त्रिभुज में .....सममित रेखाएँ होती हैं।

7. कागज को मोड़कर एवं काटकर सममिति आकृति बनाइए एवं उनमें सममिति रेखा दिखाइए ।

8. नीचे दी गई अंग्रेजी वर्ण माला के अक्षरों में से सममित अक्षरों को चुनिए ।

W A J T Q S

N P Z V C M

9. नीचे दी गई आकृतियों में से सममित आकृतियों को चुनिए ।

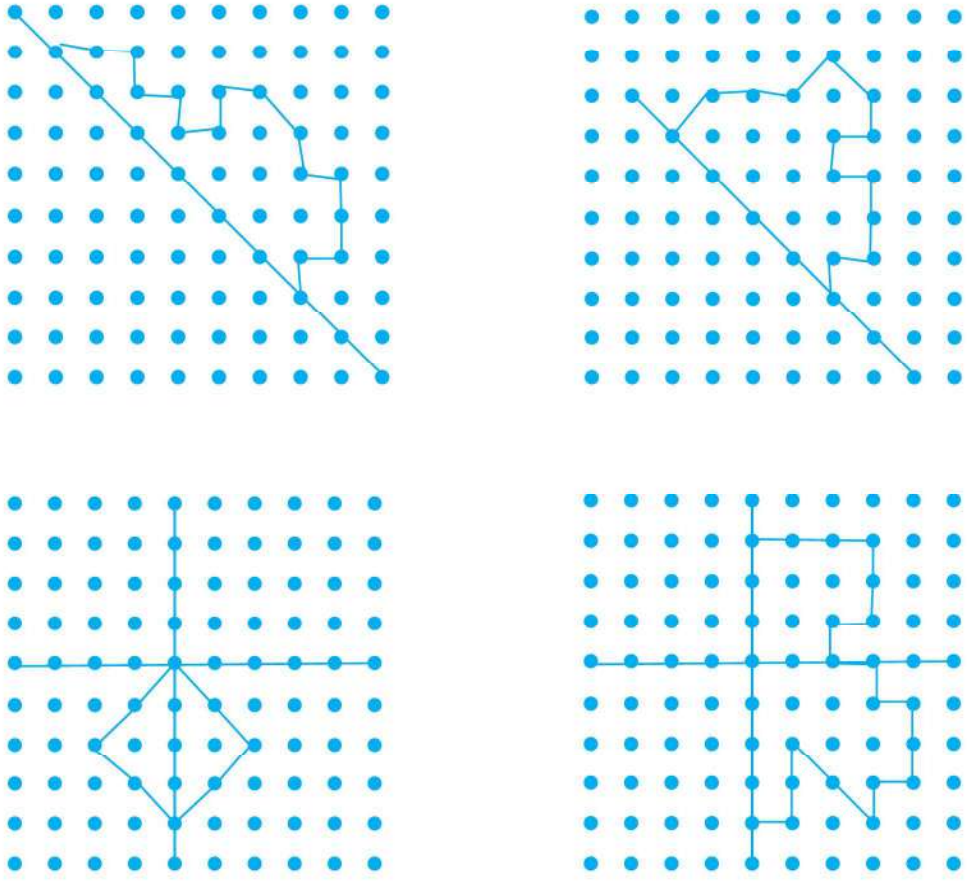
i)  ii)  iii)  iv) 

v)  v)  vi)  vii) 

10. कुछ सममित चित्र बनाइए एवं उनमें सममिति अक्ष भी खींचिए ।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

11. निम्नलिखित आलेखों की प्रतिलिपियाँ बनाइए तथा प्रत्येक आकृति को इस तरह पूरा कीजिए ताकि वह आकृति दर्पण रेखा के अनुदिश सममित हो।



16.5 घूर्णन समिति (ROTATIONAL SYMMETRY)

हम जानते हैं कि पृथ्वी अपने अक्ष पर घूर्णन कर रही है। पृथ्वी लगभग 24 घंटे में एक चक्कर लगाती है । इसी प्रकार घड़ी की सुईयाँ भी घूमती हैं। हम कहते हैं, दोनों ही स्थिति में घूर्णन हो रही है।

पृथ्वी, घड़ी की सुईयाँ एक ही दिशा में घुमती है। यह एक बिन्दु के चारों ओर होता है। ये घूर्णन दक्षिणावर्त (Clockwise) घूर्णन या वामवर्त (Anticlockwise) घूर्णन कहलाता है।

अपने आसपास गाड़ी के पहिए, छत से लगा पंखा, इलेक्ट्रीक मोटर, लट्टू आदि को घूर्णन करते देखा है। आप देखिए कि ये किस दिशा में घूर्णन करते हैं ? (वामवर्त या दक्षिणावर्त या दोनों दिशाओं में)

जब कोई वस्तु घूर्णन करती है तो उसके आकार और माप में कोई परिवर्तन नहीं

होता है। घूर्णन उस वस्तु को निश्चित बिन्दु के चारों तरफ घुमता है। यह निश्चित बिन्दु घुर्णन का केन्द्र कहलाता है।

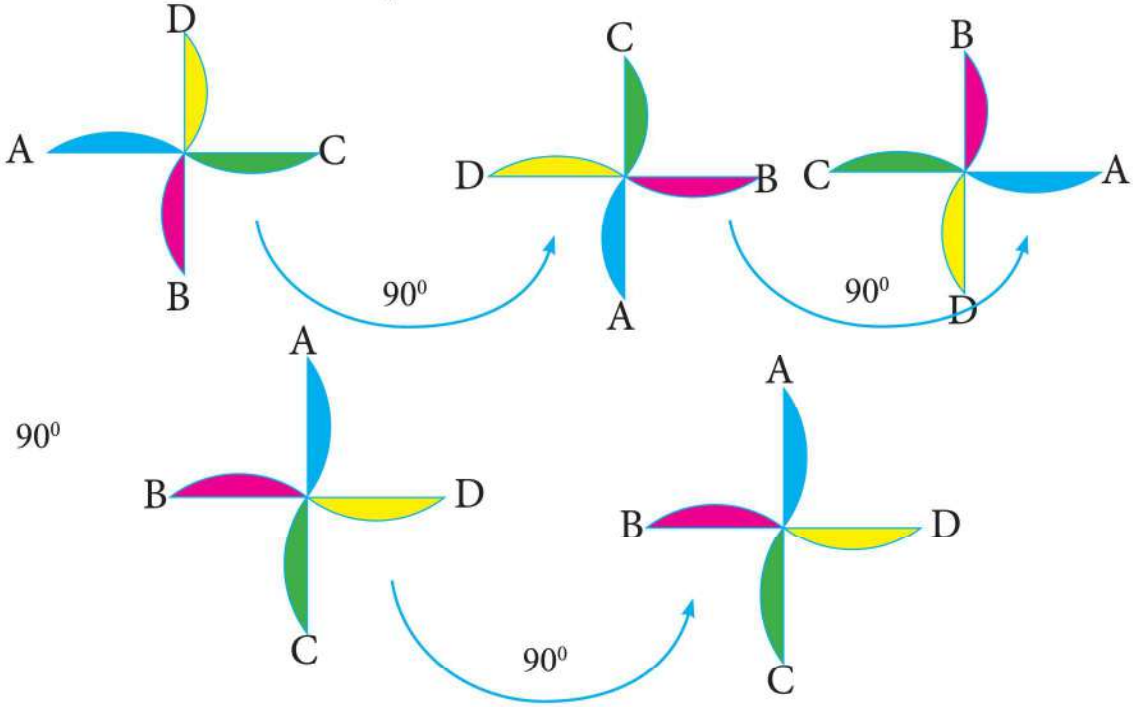
घूर्णन के दौरान घूमे गए कोण को घूर्णन कोण(Angle of Rotation) कहते हैं।

किसी आकृति के किसी बिन्दु के चारों ओर घुमते हुए अपनी प्रारंभिक स्थिति प्राप्त करता है। एक चक्कर पूरा करने में 360^0 का घूर्णन होता है। स्पष्ट है कि एक आधे चक्कर पूरा करने में 180^0 तथा एक चौथाई चक्कर पूरा करने में 90^0 का घूर्णन होता है।

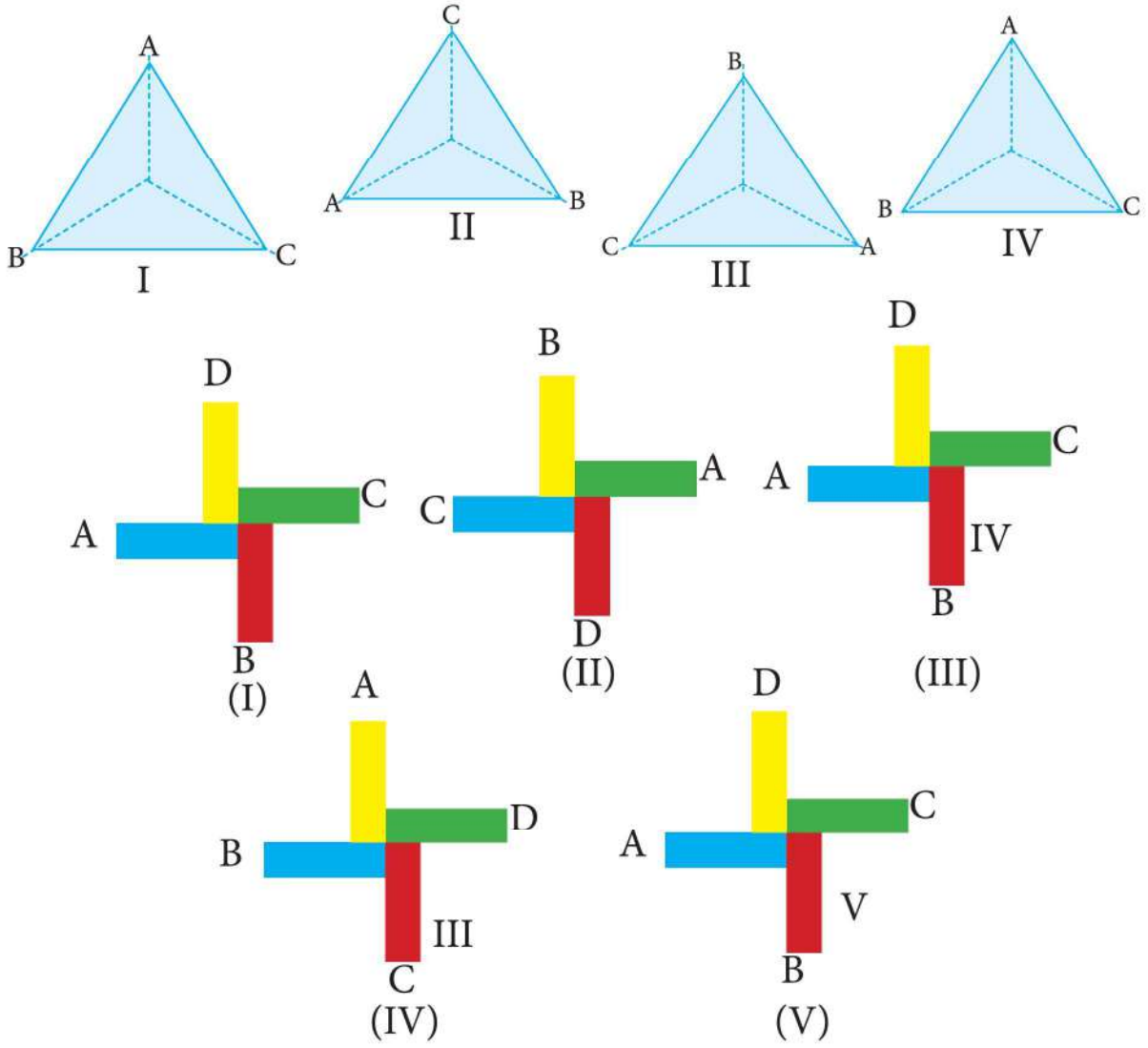
कोई आकृति यदि किसी बिन्दु के प्रति एक संपूर्ण घूर्णन के दौरान एक से अधिक बार अपनी पहले की स्थिति में आ जाती है, तो कहा जाता है कि आकृति में घूर्णन सममिति है।

कागज की पवन चकरी (Paper windmill) में सममित दिखाई देती है परन्तु इसमें कोई सममित रेखा दिखाई नहीं देती। इसके दोनों भागों को मोड़ने पर भी दोनों भाग संपाती नहीं होंगे। जब यह पवन चकरी 90^0 के कोण पर घुमाएँ तो चकरी का आकार अपने स्थिति के अनुसार पहले जैसा ही दिखता है।

स्पष्ट है कि पवन चकरी एक घूर्णन सममित है।

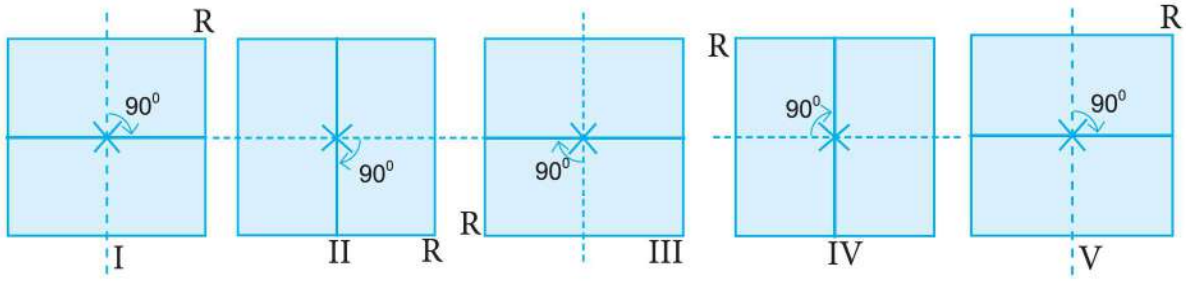


एक पूरे घूर्णन में चार स्थितियाँ हैं (90^0, 180^0 के कोणों पर घूर्णन करने पर प्रत्येक स्थिति में एक ही जैसे दिखती है)



स्पष्ट है कि उपर्युक्त आकृतियाँ प्रत्येक 90^0 के घूर्णन में आकृति पहली जैसी ही दिखती है।

घूर्णन सममिति का और उदाहरण वर्ग पर विचार कीजिए। वर्ग के केन्द्र को "×" से अंकित करके इस वर्ग को एक चौथाई (90^0) चक्कर पर घुमाइए।

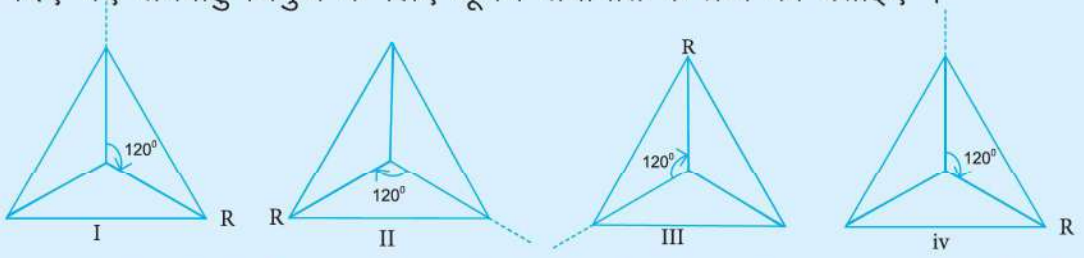


(I) इसकी प्रारंभिक स्थिति है। इसे 90^0 घुमाने पर आकृति (II) प्राप्त होती है। पुनः 90^0 घुमाने पर आकृति (III) प्राप्त होती है। पुनः एक चौथाई (90^0) घुमाने पर आकृति (iv) प्राप्त होता है। अब बिन्दु R की विभिन्न स्थितियों को देखा जा सकता है।

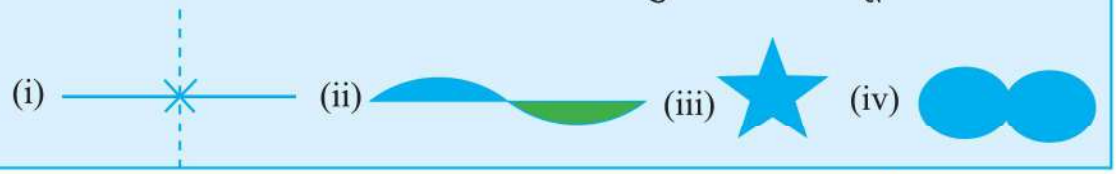
इस प्रकार वर्ग को चार एक चौथाई अर्थात 360^0 पर घुमा देते है, तो वह अपनी प्रारंभिक स्थिति पर आ जाती है। एक वर्ग में उसके केन्द्र के चारों ओर क्रम 4 की घूर्णन सममिति होती है।

प्रयास कीजिए A

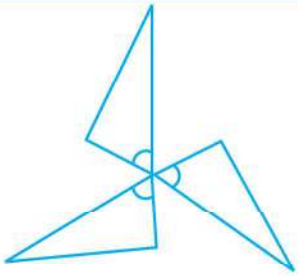
1. दिए गए समबाहु त्रिभुज के लिए घूर्णन सममिति के क्रम को बताइए ।



2. निम्नलिखित में से कौन से आकारों में अंकित बिन्दु के चारों ओर घूर्णन सममिति है ?



उदाहरण : दिए गए आकृति को जब 120^0, 240^0 तथा 360^0 पर घुमाया जाता है। इसलिए इसमें घूर्णन सममिति के क्रम 3 हैं।



उदाहरण : एक समद्विबाहु त्रिभुज में रैखिक सममिति है परन्तु इसमें घूर्णन सममिति नहीं है।

उदाहरण : एक समबाहु त्रिभुज में तीन रैखिक सममिति है जो इसके कोणों के समद्विभाजक होते हैं।

समबाहु त्रिभुज में घूर्णन सममिति का क्रम 3 है। जब इसे 120^0, 240^0 एवं 360^0 पर घुमाया जाता है।

उदाहरण : एक आयत में केवल दो रैखिक सममिति है। आयत में घूर्णन सममिति का क्रम 2 है, जब इसे 180^0 एवं 360^0 पर घुमाया जाता है।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

प्रश्नावली :16.2

1) एक वर्ग के घूर्णन सममिति का क्रम कितना है? उन सभी कोणों की माप बताइए, जिसमें यह स्पष्ट हो कि वर्ग एक घूर्णन सममित आकृति है।

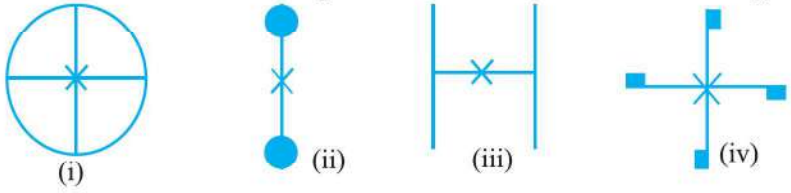
2) निम्नलिखित बहुभुज में कितने घूर्णन सममिति का क्रम है ?

i) समपंचभुज ii) आयत iii) वर्ग iv) समबाहु त्रिभुज

3) अंग्रेजी वर्णमाला के दो अक्षर लिखिए जिसमें दो सममिति का अक्ष हो और घूर्णन सममिति का क्रम भी 2 हो।

4) एक समबाहु त्रिभुज के कितने घूर्णन सममिति क्रम हैं। इसके सभी कोणों को लिखिए जिससें घूर्णन सममित स्पष्ट होता है?

5) निम्नलिखित किन–किन आकृतियों में 1 से अधिक क्रम की घूर्णन सममिति हैं ?



6) सही उत्तर के आगे (✓) का निशान लगाइए ।

a) एक असमान विकर्ण वाले समान्तर चतुर्भुजों के घूर्णन सममिति का क्रम है।

i) 0 ii) 3 iii) 4 iv) 1

b) अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षर Z का घूर्णन सममिति का क्रम है।

i) 3 ii) 4 iii) 2 iv) एक भी नहीं

c) एक वृत्त में सममिति अक्षों की संख्या होती है।

i) शून्य ii) अनन्त iii) 4 iv) 2

d) एक समद्विबाहु त्रिभुज में घूर्णन सममिति का क्रम है।

i) 4 ii) शून्य iii) अनन्त iv) 3

7) मिलान कीजिए

a) वर्गाकार आकृति	i) क्रम 3 का घूर्णन सममित आकृति
b) समद्विबाहु त्रिभुज	ii) घूर्णन और परावर्तन सममित आकृति
c) समबाहु त्रिभुज	iii) घूर्णन सममित आकृति
d) अक्षर P	iv) परावर्तन सममित आकृति