19 परिमाप एवं क्षेत्रफल (Perimeter and Area)

मुख्य अवधारणाएँ

- ★ वर्ग एवं आयत की समझ
- ★ आयत के भाग के रूप में त्रिभुज
- ★ समांतर चतुर्भुज एवं त्रिभुज का क्षेत्रफल

G1F16N

19.1 भूमिका :

कक्षा 6 में हमने किसी तल में बने विभिन्न आकृतियों की परिमाप तथा वर्ग और आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करना सीखा है। परिमाप एक बंद आकृति के चारों ओर की लंबाई है तथा क्षेत्रफल बंद आकृति द्वारा किसी तल में घेरे गए स्थान की माप है। साथ ही हमने परिमाप एवं वर्ग और आयत के क्षेत्रफल ज्ञात करने के विभिन्न सूत्र बनाए। जिनमें से प्रमुख सूत्र निम्नलिखित हैं।

आयत की परिमाप	$= 2 \times$ (लम्बाई + चौड़ाई) $= 2\,(l + b)$
वर्ग की परिमाप	$= 4 \times$ भुजा $= 4a$
समबाहु त्रिभुज की परिमाप	$= 3 \times$ भुजा $= 3a$
आयत का क्षेत्रफल	= लम्बाई $\times$ चौड़ाई $= l \times b$
वर्ग का क्षेत्रफल	= भुजा $\times$ भुजा $= a \times a = a^2$
	जहाँ, लम्बाई $= l$, चौड़ाई $= b$, भुजा $= a$

प्रयास कीजिए A

1) ज्ञात कीजिए कि आपके विद्यालय के बरामदे, कक्षा, श्यामपट्ट कितनी जगह घेरती है?

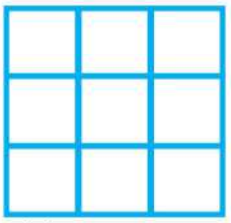
"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

19.2 वर्ग और आयत : आइए एक क्रियाकलाप करते है। इसके लिए इकाई भुजा वाले 9 वर्गाकार कार्ड लेते हैं तथा उनसे विभिन्न आकृतियाँ बनाते हैं। उसका परिमाप एवं क्षेत्रफल ज्ञात करते हैं।

आकृति (a) की परिमाप = 12 इकाई

आकृति (a) का क्षेत्रफल = 3 इकाई ×3 इकाई

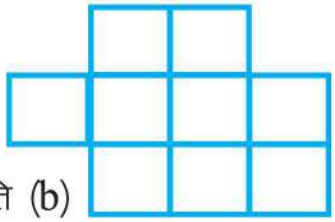
= 9 वर्ग इकाई



आकृति (a)

आकृति (b) की परिमाप = 14 इकाई

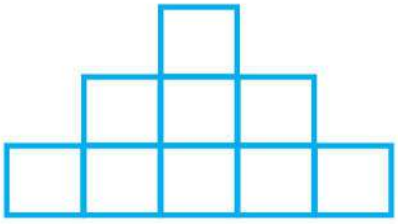
आकृति (b) का क्षेत्रफल = 9 वर्ग इकाई



आकृति (b)

आकृति (c) की परिमाप =16 इकाई

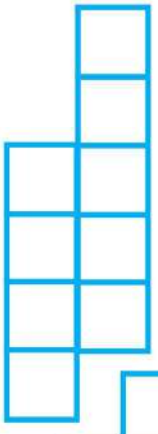
आकृति (c) का क्षेत्रफल = 9 वर्ग इकाई



आकृति (c)

आकृति (d) की परिमाप = 16 इकाई

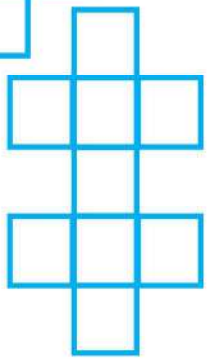
आकृति (d) का क्षेत्रफल = 9 वर्ग इकाई



आकृति (d)

आकृति (e) की परिमाप = 20 इकाई

आकृति (e) का क्षेत्रफल = 9 वर्ग इकाई



आकृति (e)

उपर्युक्त आकृतियों का परिमाप एवं क्षेत्रफल ज्ञात करने पर हम पाते हैं कि सभी आकृतियों

का क्षेत्रफल बराबर है परन्तु परिमाप अलग–अलग है। अतः स्पष्ट है कि किसी आकृति का परिमाप के बढ़ने से क्षेत्रफल का बढ़ना आवश्यक नहीं है।

प्रयास कीजिए B

(1) ऊपर दिए गए क्रियाकलाप से अधिकतम परिमाप क्या प्राप्त होगा? उसकी आकृति बनाइए।

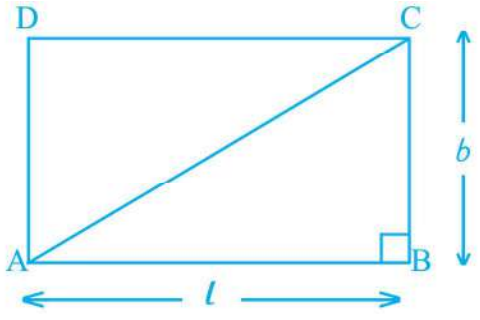
(2) ऐसे उदाहरण लिखिए जहाँ परिमाप के बढ़ने पर उसका क्षेत्रफल भी बढ़ जाए।

परिमाप के बढ़ने पर क्षेत्रफल घट जाए।

लम्बाई का मात्रक	क्षेत्रफल का मात्रक
1 सेमी = 10 मिमी	1 सेमी^{2} = 1 सेमी × 1 सेमी = 10 मिमी × 10 मिमी = 100 मिमी^{2}
1 मी = 100 सेमी	1 मी^{2} = 1 मी × 1 मी = 100 सेमी × 100 सेमी = 10000 सेमी^{2}
1 किमी = 1000 मी०	1 किमी^{2} = 1 किमी × 1 किमी = 1000 मी × 1000 मी = 1000000 मी^{2}

19.2.1 आयत के विकर्ण की लंबाई

ABCD एक आयत है जिसकी लंबाई AB तथा चौड़ाई BC है। AC विकर्ण है। विकर्ण AC, आयत ABCD को दो समकोण त्रिभुजों में विभाजित करती है।



ΔABC में AC कर्ण है।

कर्ण ^{2} = अन्य दो भुजाओं के वर्गों का योग (पाइथागोरस प्रमेय से)

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

(विकर्ण)^2 = (लम्बाई)^2 + (चौड़ाई)^2

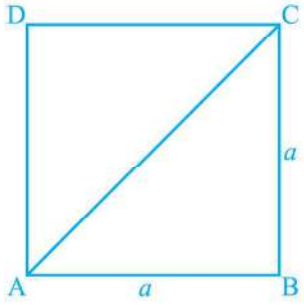
यदि लम्बाई को l से तथा चौड़ाई को b से सूचित करते हैं तो

(विकर्ण)^2 = $l^2 + b^2$

या, विकर्ण = $\sqrt{l^2 + b^2}$

19.2.2 वर्ग के विकर्ण की लंबाई

मानलिया $ABCD$ एक वर्ग है जिसकी भुजा a है।



जिसमें AC विकर्ण है,

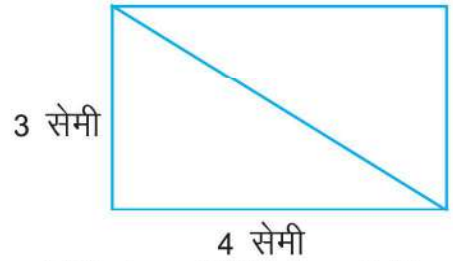
$AC^2 = AB^2 + BC^2$ (पाइथागोरस प्रमेय से)

(विकर्ण)$^2 = a^2 + a^2$

(विकर्ण)$^2 = 2a^2$

विकर्ण = $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}\, a = \sqrt{2} \times$ भुजा

उदाहरण : यदि आयत की लंबाई 4 सेमी तथा चौड़ाई 3 सेमी हो तो आयत के विकर्ण का माप ज्ञात कीजिए।



हल : आयत की लंबाई = l = 4 सेमी

आयत की चौड़ाई = b = 3 सेमी

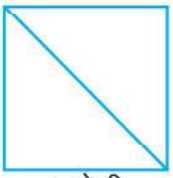
(विकर्ण)^2 = $l^2 + b^2$

= (4 सेमी)^2 + (3 सेमी)^2 = 16 सेमी^{2} + 9 सेमी^{2} = 25 सेमी^{2}

(विकर्ण)^2 = 25 सेमी^{2} = (5 सेमी)^2

विकर्ण = 5 सेमी

उदाहरण : 4 सेमी भुजा वाले वर्ग का विकर्ण ज्ञात कीजिए।



हल : वर्ग की एक भुजा = 4 सेमी

वर्ग का विकर्ण = $\sqrt{2} \times$ भुजा

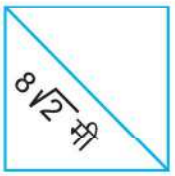
= $\sqrt{2} \times 4$ सेमी = $4\sqrt{2}$ सेमी

उदाहरण : किसी वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका विकर्ण $8\sqrt{2}$ मी हो।

हल : वर्ग का विकर्ण = $8\sqrt{2}$ मी

$\therefore \sqrt{2} \times$ भुजा $= 8\sqrt{2}$ मी

$\therefore$ भुजा $= \frac{8\sqrt{2} \text{ मी}}{\sqrt{2}} = 8$ मी

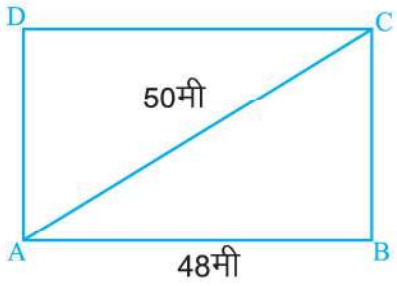


$\therefore$ वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

= 8 मी × 8 मी = 64 वर्ग मी

उदाहरण : एक आयताकार प्लॉट की एक भुजा 48मी तथा उसका विकर्ण 50मी हो तो प्लॉट का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : मान लिया ABCD एक आयताकार प्लॉट है।



प्लॉट की लंबाई = AB = 48मी

विकर्ण – AC – 50मी

समकोण त्रिभुज ABC में

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

या, $(50\text{मी})^2 = (48\text{मी})^2 + BC^2$

या, $2500\ \text{मी}^2 = 2304\text{मी}^2 + BC^2$

या, $BC^2 = 2500\ \text{मी}^2 - 2304\text{मी}^2 = 196\text{मी}^2$

या, $BC^2 = 196\text{मी}^2$

या, $BC^2 = (14\text{मी})^2$

या, BC = 14 मी

प्लॉट की चौड़ाई = 14 मी

प्लॉट का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

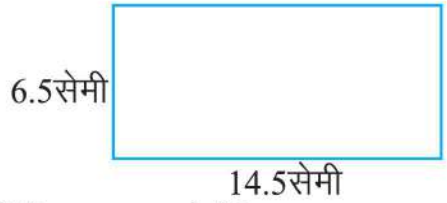
= 48मी × 14मी = 672 वर्ग मी

उदाहरण : एक आयत की लम्बाई 145 सेमी तथा चौड़ाई 6.5 सेमी है। आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

हल : आयत की लम्बाई = 14.5सेमी

आयत की चौड़ाई = 6.5सेमी



आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

= 14.5सेमी × 6.5सेमी = 94.25 सेमी^{2}

उदाहरण : 5.6 सेमी भुजा वाले वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : वर्ग की भुजा = 5.6 सेमी

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

= 5.6 सेमी × 5.6 सेमी = 31.36 सेमी^{2}

उदाहरण : 9000मी^{2} क्षेत्रफल वाले आयताकार मैदान की चौड़ाई 75मी हैं उसकी लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल : आयताकार मैदान की क्षेत्रफल = 9000मी^{2}

आयताकार मैदान की चौड़ाई = 75मी

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई



$$\text{लम्बाई} = \frac{\text{आयत का क्षेत्रफल}}{\text{चौड़ाई}}$$

$$\text{लंबाई} = \frac{9000 \text{ मी}^2}{75\text{मी}} = 120\text{मी}$$

आयताकार मैदान की लम्बाई = 120मी

उदाहरण : एक आयताकार शीट का परिमाप 100 सेमी है। यदि लंबाई 32 सेमी हो तो शीट का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : आयताकार शीट का परिमाप 100 सेमी

आयताकार शीट की लंबाई = l = 32 सेमी

मान लिया आयताकार शीट की चौड़ाई = b

आयत की परिमाप = $2\,(l + b)$

100 सेमी $= 2\,(\,32$ सेमी $+ b\,)$

50 सेमी $= 32$ सेमी $+ b$

या, $b = 50$ सेमी $- 32$ सेमी $= 18$सेमी

आयत का क्षेत्रफल $= l \times b$

$= 32$सेमी $\times 18$सेमी $= 576$ सेमी^{2}

उदाहरण : एक 10m×6m के आयताकार दीवार में 3m×2m का एक दरवाजा लगा हुआ है। ₹2.50 प्रति m^2 की दर से पेंट कराने का मजदूरी ज्ञात कीजिए।

हल : दरवाजे को छोड़कर दीवार के शेष भाग में पेंट किया जाएगा।

दीवार का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

$= 10\text{m} \times 6\text{m} = 60\text{m}^2$

दरवाजे का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

$= 3\text{m} \times 2\text{m} = 6\text{m}^2$

दरवाजे को छोड़कर दीवार के शेषभाग का क्षेत्रफल = दीवार का क्षेत्रफल

– दरवाजे का क्षेत्रफल

$= (60\text{-}6)\text{m}^2 = 54\text{m}^2$

दीवार को पेंट कराने की कुल मजदूरी = ₹2.50 × 54 = ₹135

प्रश्नावली 19.1

1. आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः दिए गए है :
   (i) 24 m, 18 m (ii) 13.5 m, 7 m (iii) 19.4 cm, 17.6 cm
   (iv) 2 m 25 cm, 150 cm (v) 12 m 50 cm, 8 m 50 cm

2. वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ :–
   (i) 14 cm (ii) 3.7 cm (iii) 2.96 m (iv) 26.3 cm

3. आयत की चौड़ाई ज्ञात कीजिए यदि उसका क्षेत्रफल 456 वर्ग मीटर तथा लम्बाई
   (i) 38 cm हो। (ii) 24 cm हो। (iii) 30 cm हो।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

4. वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए यदि उसका क्षेत्रफल
(i) 81 cm^2 हो। (ii) 196 cm^2 हो। (iii) 441 cm^2 हो। (iv) 324 cm^2 हो।

5. किसी आयत की लंबाई और चौड़ाई का अनुपात 3 : 2 है। यदि उसकी परिमाप 240 मी हो तो आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

6. एक आयताकार भूखंड के बाड़ की लंबाई 100 मी है। यदि भूखंड की लंबाई 35 मी हो तो उस भूखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

7. 360 सेमी लंबाई और 300 सेमी चौड़ाई वाले एक दीवार के बीचों–बीच 120 सेमी लंबाई तथा 90 चौड़ाई वाली एक खिड़की है। ₹60 प्रति वर्ग मी की दर से दीवार को पेन्ट कराने की लागत ज्ञात कीजिए ।

8. एक आयत की लंबाई, चौड़ाई की तीन गुनी है। यदि आयत की परिमाप 240 मी हो तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

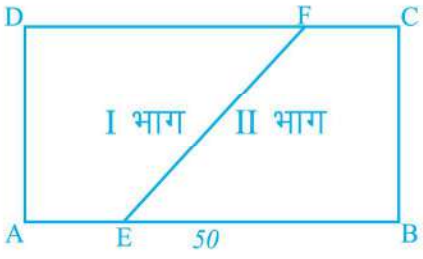
9. एक तार को मोड़कर आयत का आकार दिया गया है। उसकी लंबाई 32 सेमी और चौड़ाई 20 सेमी है। यदि उसी तार को दुबारा मोड़कर एक वर्ग बनाया जाता है तो उस वर्ग की प्रत्येक भुजा की माप क्या होगी तथा किसका क्षेत्रफल अधिक होगा?

10. आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जबकि उसकी एक भुजा 35 सेमी तथा विकर्ण 37 सेमी हो।

11. 16900 $मी^2$ क्षेत्रफल वाले वर्ग का विकर्ण ज्ञात कीजिए।

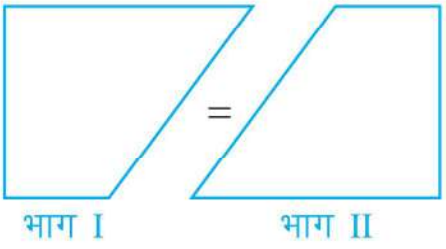
19.3 आयतों के सर्वांगसम भागों का क्षेत्रफल

क्रियाकलाप : एक आयताकार पेपर लीजिए तथा आकृति के अनुसार तिरछा मोड़िए। मोड़ EF के अनुदिश काटकर दो भागों में बाँट लीजिए ।



अब दोनों भाग को एक दूसरे पर रखिए । क्या I भाग II भाग को पूरी तरह ढँक ले रहा है? यदि नहीं ढँक रहा है, तो घुमा कर ढँकने का प्रयास कीजिए। दोनों भाग एक दूसरे को पूरी तरह से ढँक लेगा ।

चूँकि दोनों भाग एक दूसरे को पूरी तरह से ढँक लेता है, इसलिए ये दोनों भाग एक दूसरे के सर्वांगसम हैं तथा दोनों भाग का क्षेत्रफल बराबर है।



I सर्वांगसम भाग का क्षेत्रफल = II सर्वांगसम भाग का क्षेत्रफल

ये दोनों भाग का आयताकार पेपर से काटा गया है। इसलिए दोनों सर्वांगसम भागों के क्षेत्रफल का योग आयताकार पेपर के क्षेत्रफल के बराबर होगा।

आयताकार पेपर का क्षेत्रफल = I भाग का क्षेत्रफल + II भाग का क्षेत्रफल

= 2× एक सर्वांगसम भाग का क्षेत्रफल

एक सर्वांगसम भाग का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × आयताकार पेपर का क्षेत्रफल

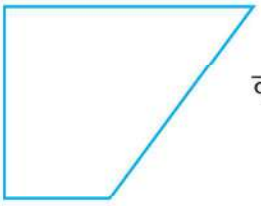
एक सर्वांगसम भाग का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × आयत का क्षेत्रफल

उदाहरण : यदि आयताकार पेपर की लंबाई 8cm तथा चौड़ाई 6cm हो तो

एक सर्वांगसम भाग का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आयत का क्षेत्रफल

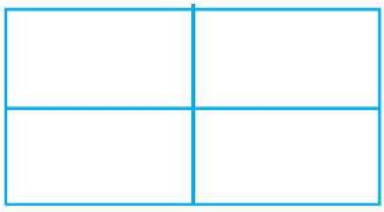
$= \frac{1}{2} \times l \times b$

$= \frac{1}{2} \times 8\text{cm} \times 6\text{ cm} = 24\text{ cm}^2$

$\therefore$  का क्षेत्रफल = 24 cm^2

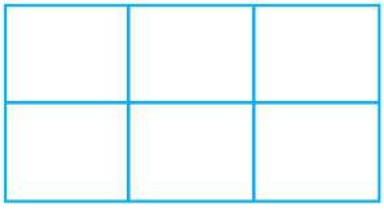
इसी प्रकार आयत को 4 सर्वांगसम भागों में बाँटने पर

एक सर्वांगसम भाग का क्षेत्रफल = $\frac{1}{4}$× आयत का क्षेत्रफल

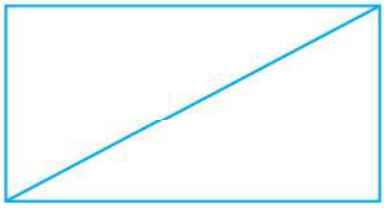


आयत को 6 सर्वांगसम भागों में बाँटने पर

एक सर्वांगसम भाग का क्षेत्रफल = $\frac{1}{6}$ × आयत का क्षेत्रफल

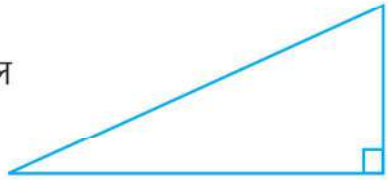


एक आयत को विकर्ण के अनुदिश मोड़ते हैं तो
क्या दोनों भाग एक दूसरे को पूरी तरह ढँकते हैं?
क्या वे सर्वांगसम हैं? मुड़े भाग की आकृति क्या है?
आकृति से स्पष्ट है, हमें दो सर्वांगसम समकोण त्रिभुज प्राप्त होते हैं ।



$\therefore$ एक समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आयत का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times$ लम्बाई $\times$ चौड़ाई



चूँकि आयत की लम्बाई तथा चौड़ाई क्रमशः समकोण त्रिभुज का आधार एवं ऊँचाई बन जाएगा।

इसलिए लम्बाई और चौड़ाई के स्थान पर हम क्रमशः आधार एवं ऊँचाई लिख सकते हैं।

$\therefore$ समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

उदाहरण यदि एक समकोण त्रिभुज का आधार 8cm तथा ऊँचाई 5cm हो तो समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

हल समकोण त्रिभुज का आधार = 8cm

समकोण त्रिभुज की ऊँचाई = 5cm

समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$= \frac{1}{2} \times 8\text{cm} \times 5\text{cm} = 20\text{cm}^2$

19.4 समांतर चतुर्भज का क्षेत्रफल

हम 5cm आधार तथा 3cm ऊँचाई वाले एक समांतर चतुर्भुज तथा 5cm लम्बाई तथा 3cm चौड़ाई वाले एक आयत वर्गीकृत या ग्राफ पेपर में बनाते हैं तथा इकाई वर्गों की संख्या की गणना कर समांतर चतुर्भुज तथा आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करते हैं।

क्या आपको याद है, क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए आधे से अधिक वर्गों को पूरा माना जाता है तथा आधे से कम छोड़ दिया जाता है?

		10	11	12	13	14		11	12	13	14	15	
		6	7	8	9			6	7	8	9	10	
	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5	

आधे से अधिक एवं पूरे वर्गों की संख्या = 14

आधे वर्गों की संख्या = 2

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= 14 + 2 \times \frac{1}{2}$

$= 14 + 1 \quad = 15$

अतः समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $15cm^2$

पूरे वर्गों की संख्या = 15

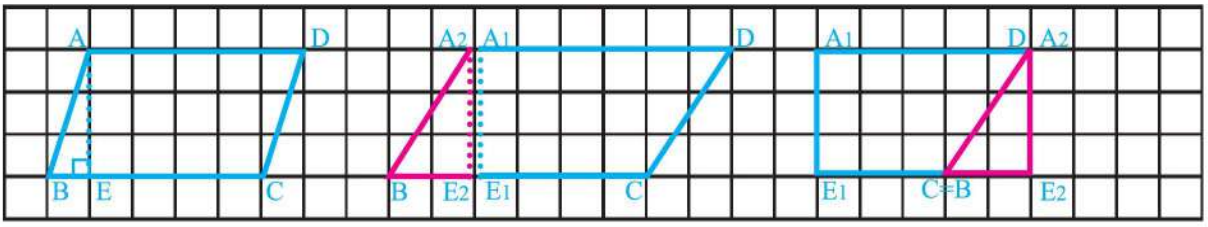
आयत का क्षेत्रफल = $15cm^2$

∴ एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आयत का क्षेत्रफल

क्या प्रत्येक स्थिति में समांतर चतुर्भुज एवं आयत के क्षेत्रफल बराबर हो सकते हैं? आइए इसके लिए एक क्रियाकलाप करते हैं।

वर्गांकृत या ग्राफ पेपर पर एक समांतर चतुर्भुज ABCD बनाइए शीर्ष A से DC पर लम्ब लीजिए A से E की ओर काटकर त्रिभुज ABE प्राप्त कीजिए। इसे इस प्रकार रखिए कि भुजा DC तथा AB सम्पाती हो। कौन–सी आकृति प्राप्त हुई?

इस प्रकार समांतर चतुर्भुज को एक आयत के रूप में रूपांतरित कर सकते हैं। क्या समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल और बनाए गए आयत का क्षेत्रफल बराबर है?



क्या समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल और बनाए गए आयत का क्षेत्रफल बराबर है? चर्चा कीजिए।

समांतर चतुर्भुज एवं आयत का क्षेत्रफल बराबर होगा।

∴ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

∵ समांतर चतुर्भुज का आधार आयत की लंबाई तथा ऊँचाई आयत की चौड़ाई के रूप में रूपांतरित हो गया। इसलिए लंबाई तथा चौड़ाई के स्थान पर क्रमशः आधार एवं ऊँचाई लिख सकते हैं।

समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई

यदि समांतर चतुर्भुज का आधार b तथा ऊँचाई h हो, तो

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

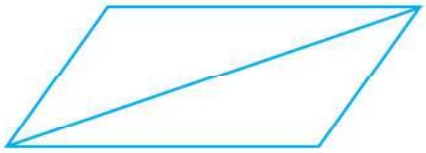
समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई

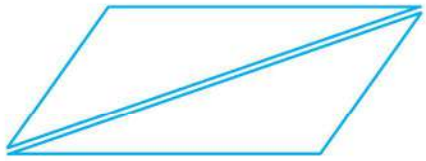
$= b \times h$

नोट :– समांतर चतुर्भुज के किसी भी भुजा को आधार लिया जा सकता है। आधार पर सम्मुख शीर्ष से डाला गया लम्ब, ऊँचाई है।

19.5 त्रिभुज का क्षेत्रफल :

एक समांतर चतुर्भुज लीजिए तथा उसके एक विकर्ण के अनुदिश मोड़कर काट लीजिए। हमें दो त्रिभुज प्राप्त होंगे। क्या ये दोनों त्रिभुज सर्वांगसम है? पहले त्रिभुज के ऊपर घुमा कर दूसरे त्रिभुज को रखिए। हम पाते हैं कि पहला त्रिभुज दूसरे त्रिभुज को पूर्णतः ढँक लेगा। इसलिए दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हैं तथा दोनों का क्षेत्रफल बराबर हैं। चूँकि समांतर चतुर्भुज से काटकर दो त्रिभुज प्राप्त हुए हैं। अतः समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर होगा।





समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = पहला त्रिभुज का क्षेत्रफल + दूसरा त्रिभुज का क्षेत्रफल

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = 2× त्रिभुज का क्षेत्रफल (दोनों त्रिभुज का क्षेत्रफल बराबर है।)

या,

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

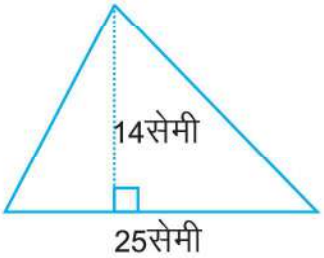
$= \frac{1}{2} \times b \times h$ जहाँ आधार $= b$ एवं ऊँचाई $= h$

उदाहरण : एक त्रिभुज का आधार 25सेमी तथा ऊँचाई 14सेमी हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$= \frac{1}{2} \times$ 25सेमी $\times$ 14सेमी

$=$ 175 सेमी^{2}



उदाहरण : एक समांतर चतुर्भुज की एक भुजा 20सेमी तथा संगत ऊँचाई 15सेमी है। समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : समांतर चतुर्भुज की आधार = 20सेमी

समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई = 15सेमी

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई

= 20सेमी × 15सेमी

= 300 सेमी ^{2}

उदाहरण : समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल तथा आधार क्रमशः 42सेमी ^{2} एवं 7सेमी है। ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल : समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = 42सेमी ^{2}

समांतर चतुर्भुज का आधार = 7सेमी

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई

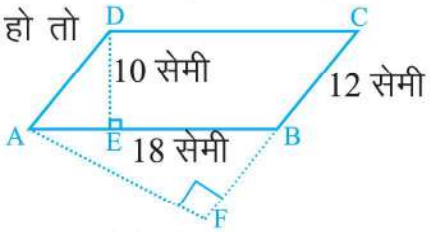
$$42\text{सेमी}^2 = 7\text{सेमी} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\text{ऊँचाई} = \frac{42\text{सेमी}^2}{7\text{सेमी}} = 6 \text{ सेमी}$$

उदाहरण : समांतर चतुर्भुज ABCD में समांतर भुजाओं के बीच की लंबाई DE तथा, AF है और AB=18 सेमी, BC = 12सेमी DE = 10सेमी हो तो

(i) समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

(ii) AF का मान ज्ञात कीजिए।



हल : (i) यदि समांतर चतुर्भुज ABCD का आधार AB लेते है तो उसकी संगत ऊँचाई DE होगी।

समांतर चतुर्भुज आधार = AB = 18सेमी

समांतर चतुर्भुज ऊँचाई = DE =10 सेमी

समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई

= AB × DE

= 18 सेमी × 10 सेमी = 180 सेमी^{2}

(ii) अब समांतर चतुर्भुज का आधार BC लेते है उसकी संगत ऊँचाई AF होगी।

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = 180 सेमी^{2}

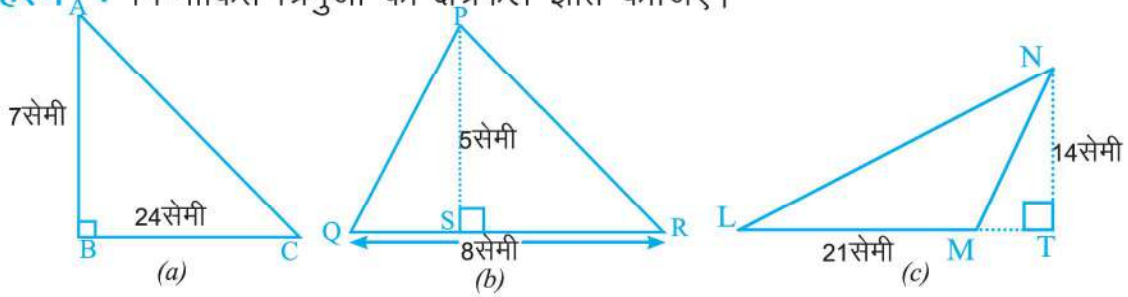
आधार = BC = 12 सेमी

समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = आधार × उँचाई

$$180 \text{ सेमी}^2 = 12 \text{ सेमी} \times AF$$

$$AF = \frac{180 \text{सेमी}^2}{12 \text{सेमी}} = 15 \text{ सेमी}$$

उदाहरण : निम्नांकित त्रिभुजों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



(a) ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$$= \frac{1}{2} \times 7 \text{सेमी} \times 24 \text{सेमी} = 84 \text{सेमी}^2$$

(b) ΔPQR का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$$= \frac{1}{2} \times 8 \text{सेमी} \times 5 \text{सेमी} = 20 \text{सेमी}^2$$

(c) ΔLMN का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$$= \frac{1}{2} \times 21 \text{सेमी} \times 14 \text{सेमी} = 147 \text{सेमी}^2$$

उदाहरण : एक त्रिभुज की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसका आधार 15 सेमी क्षेत्रफल 120सेमी^{2} है।

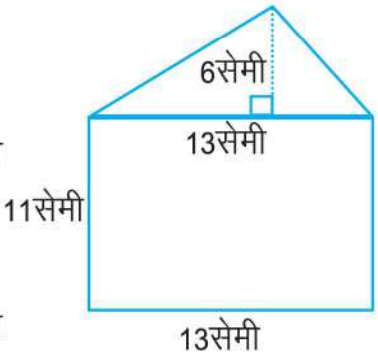
हल : त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$$120 \text{सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times 15 \text{सेमी} \times \text{ऊँचाई}$$

$$120 \text{सेमी}^2 \times 2 = 15 \text{ सेमी} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\text{ऊँचाई} = \frac{120 \text{सेमी}^2 \times 2}{15 \text{सेमी}} = 16 \text{सेमी}$$

उदाहरण : दी गई आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल : दी गई आकृति को दो भागों में बाँट सकते हैं। जिसमें पहला भाग त्रिभुज है तथा दूसरा भाग आयत है। अतः दिए गए आकृति का क्षेत्रफल त्रिभुज एवं आयत के क्षेत्रफलों का योग होगा।

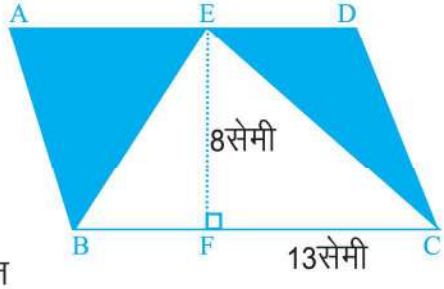
संपूर्ण आकृति का क्षेत्रफल = त्रिभुज का क्षेत्रफल + आयत का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} + \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times 13\text{सेमी} \times 6\text{सेमी} + 13\text{सेमी} \times 11\text{सेमी}$$

$$= 39\text{सेमी}^2 + 143\text{सेमी}^2 = 182\text{सेमी}^2$$

उदाहरण : दी गई आकृति ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। इसके छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल : दी गई आकृति के छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए समांतर चतुर्भुज ABCD के क्षेत्रफल में त्रिभुज BCE का क्षेत्रफल को घटाएँगे।

छायांकित भाग का क्षेत्रफल = ABCD का क्षेत्रफल − ΔBCE का क्षेत्रफल

$$= BC \times EF - \frac{1}{2} \times BC \times EF$$

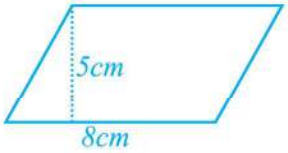
$$= 13\text{सेमी} \times 8\text{सेमी} - \frac{1}{2} \times 13\text{सेमी} \times 8\text{सेमी}$$

$$= 104\text{सेमी}^2 - 52\text{सेमी}^2 = 52\text{सेमी}^2$$

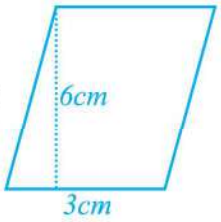
प्रश्नावली 19.2

1) निम्नांकित समांतर चतुर्भुजों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

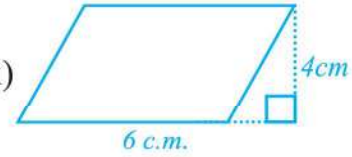
(i)



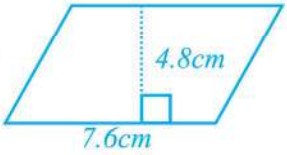
(ii)

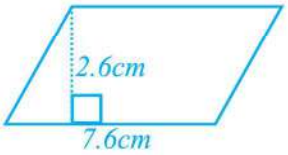


(iii)

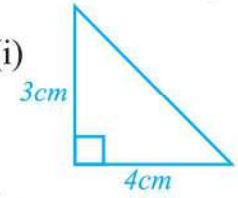


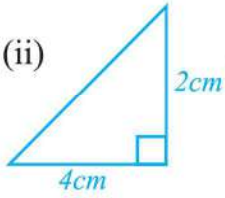
(iv) 

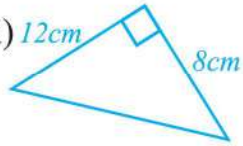
(v) 

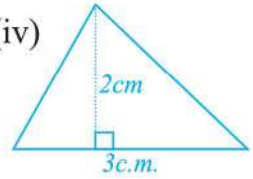
(vi) 

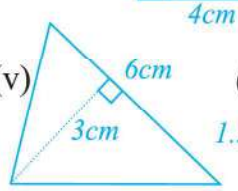
2) निम्नांकित त्रिभुजों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

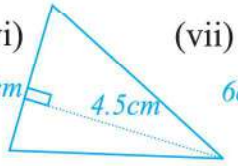
(i) 

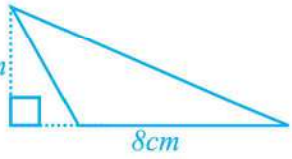
(ii) 

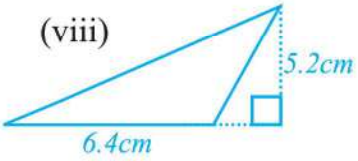
(iii) 

(iv) 

(v) 

(vi) 

(vii) 

(viii) 

3) उस समांतर चतुर्भुज का आधार/ऊँचाई ज्ञात कीजिए, जिसका

(i) क्षेत्रफल = 84 सेमी^{2} ऊँचाई = 7 सेमी आधार = ?

(ii) क्षेत्रफल = 76 सेमी^{2} आधार = 8 सेमी ऊँचाई = ?

(iii) क्षेत्रफल = 54 सेमी^{2} आधार = 15 सेमी ऊँचाई= ?

(iv) क्षेत्रफल = 72.6 मी^{2} ऊँचाई = 11 मी आधार = ?

4) उस त्रिभुज का आधार/ऊँचाई ज्ञात कीजिए, जिसका

(i) क्षेत्रफल = 72 सेमी^{2} आधार = 16 सेमी ऊँचाई = ?

(ii) क्षेत्रफल = 224 सेमी^{2} आधार = 28 मी ऊँचाई = ?

(iii) क्षेत्रफल = 90 सेमी^{2} ऊँचाई = 12 सेमी आधार = ?

(iv) क्षेत्रफल = 52.5 सेमी^{2} ऊँचाई = 25 सेमी आधार = ?

5) किसी समांतर चतुर्भुज ABCD में AB = 12 सेमी तथा एक शीर्षलंब DE = 6 सेमी हो तो

(i) समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ii) यदि BC = 8 सेमी हो तो शीर्षलंब CF ज्ञात कीजिए।

6) किसी समांतर चतुर्भुज PQRS में PQ = 18 सेमी तथा एक शीर्षलंब RN = 6 सेमी हो तो

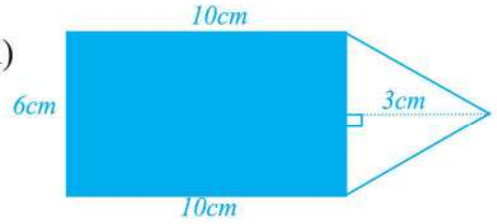
(i) समांतर चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ii) यदि दूसरी शीर्षलंब PM = 8 सेमी हो तो भुजा QR ज्ञात कीजिए।

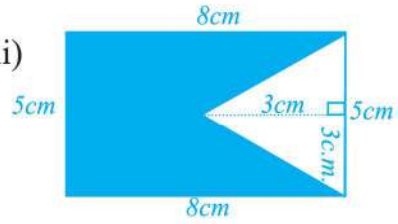
7) किसी समकोण त्रिभुज ABC में, $\angle B = 90^0$, AB = 12सेमी तथा BC = 5सेमी है। कर्ण AC का मान ज्ञात कीजिए।

8) निम्नांकित आकृतियों के छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

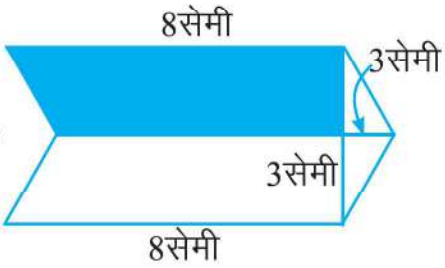
(i)



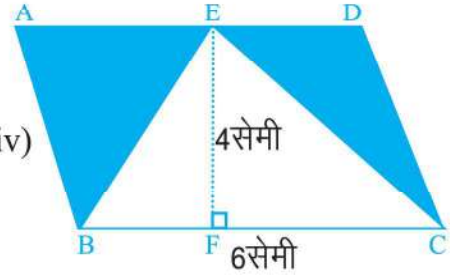
(ii)



(iii)



(iv)



याद रखिए

- समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई
- समांतर चतुर्भुज का आधार $= \frac{\text{समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल}}{\text{ऊँचाई}}$
- समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई $= \frac{\text{समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल}}{\text{आधार}}$
- समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई $= \frac{1}{2} \times$ आधार × ऊँचाई
- समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई $= \frac{2 \times \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल}}{\text{आधार}}$