# 12 सरल समीकरण (Simple Equation)

मुख्य अवधारणाएँ

- ★ समीकरण क्या है?
- ★ दैनिक जीवन में समीकरण का उपयोग
- ★ समीकरण का निर्माण

FYKTU5

## 12.1 भूमिका :

हम दैनिक जीवन में अनेक परिस्थितियों का सामना करते हैं जहाँ बीजीय व्यंजकों का सहारा लेते हैं। जैसे राम और जॉन के पास कुल मिलाकर 15 कंचे है, यदि राम के पास जॉन से 5 कंचे अधिक हैं तो राम के पास कितने कंचे हैं?

यहाँ राम या जॉन के पास कंचों की संख्या मालूम नहीं है, लेकिन एक प्रतिबंध हैं, दोनों के पास कुल मिलाकर 15 कंचे हैं। हम यदि जॉन के पास वर्त्तमान कंचों की संख्या $x$ लेते हैं, तो राम के पास $x + 5$ इस प्रकार कुल कंचें $x + x + 5 = 15$ या $2x + 5 = 15$ मिलता है, जो चर $x$ पर एक प्रतिबंध है तथा $x$ के एक निश्चित मान के लिये संतुष्ट है। हम वर्ग VI में चर, अचर एवं बीजीय व्यंजक से परिचित हो चुके है। चर (variable), जिसका मान बदलता रहता है। अर्थात् चर, कोई भी संख्यात्मक मान ग्रहण कर सकता है।

चर को a, b, c, l, m, n, x, y, z आदि से सूचित करते हैं।

**12.2 अचर (Constant) :** पद या व्यंजक में प्रयुक्त संख्याएँ अचर कहलाते हैं।

यहाँ हम सरल समीकरण के बारे में जाने तथा व्यावहारिक जीवन में इसके उपयोग की आवश्यकता को समझेंगे। आइए एक खेल के माध्यम से इसे बेहतर ढंग से समझते हैं।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

# सरल समीकरण



करीम, दीपक और जॉन से अपने–अपने मन में कोई संख्या सोचने के लिए कहता है। करीम पहले दीपक से कहता है तुम अपने सोंचे हुए संख्या को 3 से गुणा कर 6 जोड़ो और प्राप्त संख्या बताओं। दीपक प्राप्त संख्या 45 बताता है। करीम तुरन्त दीपक से कहता है, तुम्हारे द्वारा सोंची हुई संख्या 13 है।

इसी प्रकार करीम जॉन से एक संख्या सोचकर 4 से गुणा करने और गुणनफल में से 5 घटाने के लिये कहता है। जॉन करीम के निर्देशानुसार प्रक्रिया कर अपना परिणाम 79 बतलाता है। करीम जॉन से कहता है, तुम्हारे द्वारा सोची गई संख्या 21 है। दीपक और जॉन आश्चर्य चकित होकर जॉन से जानना चाहते हैं कि करीम ने किस प्रकार उनके द्वारा सोची गई संख्या ज्ञात कर ली?

आइए हम जानते हैं कि करीम किस प्रकार दीपक और जॉन के द्वारा सोंची गई संख्या ज्ञात किया?

मान लिया दीपक द्वारा सोंची गई संख्या $x$ है। इस संख्या में 3 से गुणा कर 6 जोड़ने पर $3x + 6$ प्राप्त होता है।

$$3x + 6 = 45 \quad \text{.....(1)}$$

इसी प्रकार जॉन द्वारा सोची गई संख्या को $y$ मानकर इसे 4 से गुणाकर 5 घटाने पर $4y–5$ प्राप्त होता है।

$$4y - 5 = 79 \quad \text{.....(2)}$$

यहाँ प्राप्त प्रतिबन्ध (1) और (2) क्रमश : $x = 3$ और $y = 21$ (निश्चित मान) के लिए संतुष्ट है। यहाँ दोनों प्रतिबंध समीकरण है।

करीम द्वारा प्राप्त प्रतिबन्ध (i)$3x + 6 = 45$ (ii)$4x - 5 = 79$ में बायाँ पक्ष (LHS) के व्यंजक का मान दायाँ पक्ष (RHS) के व्यंजक के मान के बराबर है। अर्थात् ऐसे प्रतिबंध जिसमें दोनों पक्ष के व्यंजकों का मान बराबर हों, समीकरण (Euation) कहलाते हैं।

निम्नलिखित प्रतिबंध समीकरण के उदाहरण हैं :

$$x - 3 = 15, \quad 2x + 1 = 5, \quad 3x = 15, \quad \frac{x}{4} = 1$$

इसी प्रकार निम्नलिखित प्रतिबन्ध समीकरण नहीं है।

$$x - 3 > 15, \quad 2x + 1 < 5, \quad 3x > 15, \quad \frac{x}{4} > 1$$

## प्रयास कीजिए A

1) निम्नलिखित में से कौन समीकरण है?

(i) $2x - 1 = 0$ (ii) $3x < 5$ (iii) $x + 15 = 20$ (iv) $4x+1 > 8$

(v) $\frac{x}{3} = 1$ (vi) $\frac{2x}{3} < 1$ (vii) $5x - 2 = x+6$ (viii) $3x + 2 < 5$

2) निम्नलिखित सारणी में दिये गये प्रतिबंध समीकरण है या नही?

| प्रतिबंध | $x + 3=5$ | $3x > 6$ | $\frac{x}{4} > \frac{5}{2}$ | $2x - 1=x+6$ | $3x < \frac{5}{2}$ | $2x + 1 = 0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| है / नहीं | | | | | | |

3) इन कथनों के लिये चर का प्रयोग कर समीकरण बनाइए:

i) एक विषम संख्या, सम संख्या से 3 अधिक है, दोनों संख्याओं का योग 23 है।

ii) मीरा के पास सीता से 3 गुणा अधिक कंचे है। दोनों के कंचों का अन्तर 20 है।

4) फ्लीप अपने छोटे भाई से 5 वर्ष बड़ा है। इनके पिता लुईस की उम्र 40 वर्ष है, जो दोनों भाईयों के उम्र का योगफल के बराबर है।

5) किस संख्या के 5 गुणा में से 7 घटाने पर 18 प्राप्त होता है।

### 12.3 समीकरण का हल :

समीकरण $x+3 = 6$ में $x$ एक चर है जिसका मान कोई भी पूर्ण संख्या हो सकता है। यहाँ $x$ का केवल एक ही मान है जो समीकरण के प्रतिबंध को संतुष्ट करता है। अर्थात् बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष, आइए देखते हैं :

| क्रम सं० | $x$ का मान | बायाँ पक्ष $(x+3)$ का मान | दायाँ पक्ष का मान | हल है / नहीं |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | $1 + 3 = 4$ | 6 | नहीं |
| 2 | 2 | $2 + 3 = 5$ | 6 | नहीं |
| **3** | **3** | $\mathbf{3 + 3 = 6}$ | **6** | **हैं** |
| 4 | 4 | $4 + 3 = 7$ | 6 | नहीं |

यहाँ केवल $x = 3$ समीकरण का हल है। अर्थात सरल या एक चरवाले समीकरण का एक ही हल होता है।

# सरल समीकरण

**''चर का वह मान जिसके लिए समीकरण का बायाँ पक्ष एवं दायाँ पक्ष का मान बराबर हो जाता है समीकरण का हल कहलाता है।''**

**उदाहरण :** समीकरण $n + 5 = 19$ को हल कीजिए।

**हल :** $n + 5 = 19$

$n + 5 - 5 = 19 - 5$ (बायाँ पक्ष और दायाँ पक्ष में 5 घटाने पर)

या, $n = 14$

अतः $n$ का यह मान समीकरण का हल है।

समीकरण का हल का अर्थ समीकरण में उपस्थित चर का मान ज्ञात करना है।

**उदाहरण :** $2x - 3 = 15$ को हल कीजिए।

**हल :** समीकरण के दोनों पक्षों में 3 जोड़ने पर

$2x - 3 + 3 = 15 + 3$

या, $2x = 18$

समीकरण के दोनों पक्षों में 2 से भाग देने पर

$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$

या, $x = 9$ ($x$ का यह मान समीकरण का हल है)

**ध्यान दीजिए :** समीकरण के दोनों पक्षों में समान संख्या जोड़ या घटा सकते हैं। समीकरण के दोनों पक्षों को समान संख्या से गुणा या भाग कर सकते हैं।

**उदाहरण :** समीकरण $5m + 3 = 3m - 21$ में $m$ का मान ज्ञात कीजिए।

**हल :** $5m + 3 = 3m - 21$

समीकरण के समान पदों को पक्षांतरित करने पर

इसलिए, $5m - 3m = -21 - 3$

या $2m = -24$

या $m = \frac{-24}{2}$ (दोनों पक्ष को 2 से भाग देने पर)

या $m = -12$

**उदाहरण :** समीकरण $4y + 7 = 2y + 11$ को हलकर अपने उत्तर की जाँच कीजिए।

**हल :** $4y + 7 = 2y + 11$

या $4y - 2y = 11 - 7$ (समान पदों को पक्षांतरित करने पर)

या $2y = 4$

या $\frac{2y}{2} = \frac{4}{2}$ (दोनों पक्ष को 2 से भाग देने पर)

या $y = 2$

इसलिए $LHS = RHS$

**उदाहरण :** क्या $a = -2$, समीकरण $12 - 3a = 9 - 4a$ का हल है?

**हल :** $12 - 3a = 9 - 4a$

$-3a + 4a = 9 - 4a$ (समान पदों का पक्ष बदलने पर)

या $a = -3$

इसलिए, दिया गया मान समीकरण का हल नहीं है।

## प्रयास कीजिए B

1) निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए।

(a) $a - 2 = 8$ (b) $3a + 2 = 17$ (c) $7p - 2(p - 4) = 7$

(d) $3(x - 1) + 2x = 33$ (e) $10 - 3y = -6y + 31$ (f) $\frac{3x}{4} = 3$

(g) $2 - \frac{t}{2} = \frac{t}{2} + 3$ (h) $3(m - 2) - m = m - 4$

2) निम्नलिखित समीकरणों को हल कर उत्तर की जाँच कीजिए

(a) $4x - 3 = 12$ (b) $4y + 3 = y + 7$ (c) $9 - 3a = 16 - 4a$

3) दिखाइए कि समीकरण $5x - 3 = 3x + 3$ और समीकरण $3 - 2a = -3$ का हल बराबर है।

4) वह कौन सी संख्या है, जो समीकरण $7x + 5 = 23 - 2x$ का हल है ?

## 12.4 व्यावहारिक जीवन में सरल समीकरण :

हमने सरल समीकरणों को हल करना सीखा है। अब यहां दैनिक जीवन से जुड़ी परिस्थितियों को सरल समीकरण के माध्यम से हल करना सीखेंगे।

**उदाहरण :** किसी संख्या के चौगुने में 5 घटाने पर 27 प्राप्त होता है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

**हल :** इसका हल हम निम्न चरण में प्राप्त करेंगें :–

चरण – I : अज्ञात संख्या को $x$ मानते हैं।

चरण – II : ली गई संख्या को 4 गुणा करते है। $(4x)$

चरण – III : संख्या के गुणनफल में 5 घटाते हैं। $4x - 5$

चरण – IV : प्राप्त व्यंजक 27 के बराबर है। $4x - 5 = 27$

चरण – V : प्राप्त समीकरण का हल करते हैं।

$4x - 5 = 27$

या, $4x = 27 + 5$ (समान पद को पक्षांतरित करने पर)
या, $4x = 32$
या, $\frac{4x}{4} = \frac{32}{4}$ (दोनों पक्षों में 4 से भाग देने पर)
या, $x = 8$
अतः अभीष्ट संख्या 8 है।

**उदाहरण :** एक संख्या के सात गुना में 7 जोड़ने पर योगफल 77 है संख्या ज्ञात कीजिए।

**हल :** पिछले उदाहरण के चरणों का अनुकरण कर समीकरण प्राप्त करते हैं।

$7x + 7 = 77$
या, $7x = 77 - 7$ (समान पद को पक्षांतरित करने पर)
या, $7x = 70$
या, $\frac{7x}{7} = \frac{70}{7}$ (दोनों पक्षों में 7 से भाग देने पर)
या, $x = 10$
अतः अभीष्ट संख्या 10 है।

**उदाहरण :** एक आयत की लम्बाई उसकी चौड़ाई के दुगुने से 8 मी कम है। यदि आयत का परिमाप 56 मी हो, तो उसकी लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

**हल :** मान लिया आयत की चौड़ाई $x$ मी है।
इसलिये, आयत की लम्बाई = $(2x - 8)$ मी
आयत का परिमाप = $2x - 8 + x + 2x - 8 + x = (6x - 16)$
दिया गया है कि आयत का परिमाप = 56 मी
$\therefore 6x - 16 = 56$
या, $6x = 56 + 16$ (समान पद को पक्षांतरित करने पर)
या, $6x = 72$
या, $\frac{6x}{6} = \frac{72}{6}$ (दोनों पक्ष में 6 से भाग देने पर)
या, $x = 12$

अतः आयत की चौड़ाई = 12 मी
आयत की लम्बाई = $(2x - 8)$
= $(2 \times 12 - 8) = 24 - 8 = 16$ मी

**उदाहरण :** तीन लगातार सम संख्याओं का योग 36 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

**हल :** मान लीजिए की पहली सम संख्या = $x$ है।
दूसरी सम संख्या = $x + 2$ है।
तीसरी सम संख्या = $x + 4$ है।
प्रश्नानुसार,

$x + (x + 2) + (x + 4) = 36$

या, $x + x + 2 + x + 4 = 36$

या, $x + x + x + 2 + 4 = 36$

या, $3x + 6 = 36$ (समान पदों को व्यवस्थित कर जोड़ने पर)

या, $3x = 36 - 6$

या, $3x = 30$

या, $\frac{3x}{3} = \frac{30}{3}$ (दोनों पक्षों में 3 से भाग देने पर)

या, $x = 10$

∴ पहली सम संख्या = 10 है।

दूसरी सम संख्या = 10 + 2= 12 है।

तीसरी सम संख्या = 10 + 4= 14 है।

**उदाहरण :** एक समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्ष को $30^0$ है, तो आधार के कोणों की माप ज्ञात कीजिए (त्रिभुज के तीनों कोणों का योग $180^0$ होता है)

**हल :** मान लीजिए समद्विबाहु त्रिभुज का बराबर कोण $x^0$ है।

∵ $x + x + 30^0 = 180^0$

या, $2x + 30^0 = 180^0$

या, $2x = 180^0 - 30^0$ ($30^0$ को पक्षांतरित करने पर)

या, $2x = 150^0$

या, $\frac{2x}{2} = \frac{150^0}{2}$

या, $x = 75^0$

इसलिए, समद्विबाहु त्रिभुज के आधार के कोणों की माप = $75^0$ है।

## प्रश्नावली : 12.1

1) निम्नलिखित में से समीकरण को छाँटिए :–

(a) $2x + 5 < 1$ (b) $3x - 2 = 12$ (c) $11 - 2x = 15$

(d) $3x > 13$ (e) $p - 2(p + 1) = 4$ (f) $\frac{x}{4} < 8$

2) निम्नलिखित कथनों के लिए एक चर वाला समीकरण प्राप्त कीजिए :–

i) $p$ के दोगुने में 3 जोड़ने पर 13 प्राप्त होता है।

ii) दो लगातार विषम संख्याओं का योगफल 32 होता है।

iii) $x$ एक संख्या है, जिसमें 3 घटाने पर 17 प्राप्त होता है।

iv) एक संख्या $y$ के दोगुना में से 7 घटाने पर 13 प्राप्त होता है।

v) सलमा, रूही से 5 वर्ष बड़ी है। दोनों के उम्र का योगफल 27 वर्ष है।

"JCERT Text Book for free distribution : 2020-2021"

3) निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए :–

(a) $x - 5 = 7$ (b) $y + 3 = 10$ (c) $3x - 4 = 11$

(d) $11 - 7m = 2m - 16$ (e) $\frac{11p}{4} = 22$ (f) $3(x - 2) = 33$

4) निम्नलिखित को सरलकर हल कीजिए :–

(a) $4p - 2(p + 7) = 2$ (b) $12 - 3(y - 2) = 3 + 5(2 - y)$

(c) $x - 5(x - 1) = 5(2 - x)$ (d) $\frac{x-1}{4} = 2x - 1$

5) समीकरण को हल कर जाँच कीजिए :–

(a) $4x + 3 = 8x - 9$ (b) $12x - 3(x + 1) = 6$

(c) $3(x - 4) = 4(3 + x)$ (d) $9x + 1 = 9(x - 1) - 5x$

6) 3 के दो लगातार गुणज ज्ञात कीजिए, जिनका योगफल 33 है।

7) सोनू के दादाजी की उम्र सोनू के उम्र का पाँच गुणा है। दोनों के उम्र का अन्तर 60 वर्ष है। सोनू एवं उसके दादाजी का उम्र क्या है?

8) एक विषमबाहु त्रिभुज की भुजाएँ $x - 2, 2x$ एवं $x + 2$ मी0 है। त्रिभुज का परिमाप 16 सेंमी0 है तो भुजाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

9) आयताकार टेबुल–टॉप की लम्बाई, चौड़ाई के तीन गुने से 6 मीटर कम है। यदि टेबुल टॉप का परिमाप 20 मी0 है तो इसकी लम्बाई एवं चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

10) प्रतिमा काजल से 2 वर्ष बड़ी है, दोनों के उम्र का योगफल 30 वर्ष है। दोनों का उम्र ज्ञात कीजिए।