CLASS - 8

MATHEMATICS

SEMESTER - 1

ENGLISH - TAMIL VERSION

F8T7I7

© Government of Andhra Pradesh, Amaravati

First Published 2026

DISCLAIMER
Any form of copying of the content, information and illustrations from this textbook is a punishable offence.

All rights reserved

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published. Without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser. The copyright holder of this book is the Commissioner of School Education, Amaravati, Andhra Pradesh.

This book has been printed on 70 GSM, SS Maplitho, Title Page 220 GSM, White Artcard.

Published by Samagra Shiksha & SCERT - Government of Andhra Pradesh, Amaravati.

APSCERT

Vande Mataram

Vande Mataram!

Sujalam, suphalam, malayaja shitalam,

Shasyashyamalam, Mataram!

Vande Mataram!

Shubhrajyotsna pulakitayaminim,

Phullakusumita drumadala shobhinim,

Suhasinim sumadhura bhashinim,

Sukhadam varadam, Mataram!

Vande Mataram, Vande Mataram!

- Bankimchandra Chatterji

வந்தே மாதரம்

வந்தே மாதரம்!
சுஜலாம் சுபலாம் மலயஜ சீதலாம்
சஸ்யஷ்யாமலாம், மாதரம்!
வந்தே மாதரம்!

ஷுப்ரஜ்யோத்ஸ்னா புலகிதயாமினீம்,
புல்லகுசுமித த்ருமதல ஷோபினீம்
சுஹாஸினிம் சுமதரபாஷிணீம்,
சுகதாம் வரதாம், மாதரம்!
வந்தே மாதரம்! வந்தே மாதரம்!

– பங்கிம் சந்திர சாட்டர்ஜி

Printed in India
at the A.P. Govt., Textbook Press,
Amaravati, Andhra Pradesh.

AP SCERT

Our National Anthem | தேசியகீதம்

Jana-gana-mana-adhinayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata
Panjaba-Sindhu-Gujarata-Maratha
Dravida-Utkala-Banga
Vindhya-Himachala-Yamuna-Ganga
uchchala-jaladhi-taranga
Tava Subha name jage,
tava subha asisa mage,
gahe tava jaya-gatha.
Jana-gana-mangala-dayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Jaya he, Jaya he, Jaya he,
jaya jaya jaya jaya he.

- Rabindranath Tagore

ஜன கண மன அதிநாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா
பஞ்சாப ஸிந்த் குஜராத மராட்டா,
திராவிட உத்கல பங்கா
விந்திய ஹிமாச்சல யமுனா கங்கா
உச்சல ஜலதி தரங்கா
தவ சுப நாமே ஜாகே,
தவ சுப ஆசிஸ மாகே
காஹே தவ ஜய காதா
ஜன கண மங்கள தாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா!
ஜய ஹே ஜய ஹே ஜய ஹே
ஜய ஜய ஜய ஜய ஹே!

- இரவீந்திரநாத் தாகூர்

AP SCERT

Pledge | உறுதிமொழி

"India is my country. All Indians are my brothers and sisters.
I love my country and I am proud of its rich and varied heritage.

I shall always strive to be worthy of it.

I shall give my parents, teachers and all elders respect,
and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.

To my country and my people, I pledge my devotion.
In their well-being and prosperity alone lies my happiness."

- Pydimarri Venkata Subba Rao

"இந்தியா எனது நாடு. இந்தியர் அனைவரும் எனது உடன்பிறப்புகள்.
என் நாட்டை நான் பெரிதும் நேசிக்கிறேன். இந்நாட்டின் பழம் பெருமைக்காகவும் பன்முக மரபுச் சிறப்பிற்காகவும் நான் பெருமிதம் அடைகிறேன்.
இந்நாட்டின் பெருமைக்குத் தகுந்து விளங்கிட நான் என்றும் பாடுபடுவேன்.
என்னுடைய பெற்றோர், ஆசிரியர்கள், எனக்கு வயதில் மூத்தோர் அனைவரையும் மதிப்பேன். எல்லோரிடமும் அன்பும் மரியாதையும் காட்டுவேன். விலங்குகளிடத்தில் கருணைக் காட்டுவேன்.
என் நாட்டிற்கும் என் மக்களுக்கும் உழைத்திட முனைந்து நிற்பேன். அவர்கள் நலமும் வளமும் பெறுவதிலேதான் நான் என்றும் மகிழ்ச்சி காண்பேன்."

– பைடிமர்ரி வெங்கட சுப்பாராவ்

National Education Policy - 2020

The National Education Policy 2020 (NEP 2020) envisions a holistic, flexible, and learner-centred education system. It emphasizes competency-based learning and experiential approaches that make education meaningful and engaging. NEP 2020 highlights the importance of 21st-century skills such as critical thinking, creativity, communication, and problem-solving. It encourages the integration of real-life learning, innovation, and technology-enabled pedagogies. Overall, the policy aims to build an inclusive and future-ready education system that empowers every learner to thrive in a rapidly changing world.

NCF (SE) 2023 - Curricular Goals

Mathematics education in the middle stage (Grades 6–8) aims to nurture holistic development by building logical thinking, sound reasoning, and confident problem-solving skills in every learner. In alignment with NCF 2023, the focus shifts from rote memorization to deep conceptual understanding, encouraging students to explore, question, and connect mathematical ideas meaningfully. The Curriculum Goals and Competencies outlined in each chapter guide this journey by linking mathematical learning to real-world contexts, preparing students to apply their knowledge thoughtfully in everyday life.

AP SCERT

Curricular Goal	Description	Competencies
CG - 1	Understands numbers and sets of numbers (whole numbers, fractions, integers, rational numbers, and real numbers), looks for patterns, and appreciates relationships between numbers.	C-1.1: Develops a sense for and an ability to manipulate (e.g., read, write, form, compare, estimate, and apply operations) and name (in words) large whole numbers of up to 20 digits, and expresses them in scientific notation using exponents and powers. C-1.2: Discovers, identifies, and explores patterns in numbers and describes rules for their formation (e.g., multiples of 7, powers of 3, prime numbers), and explains relations between different patterns. C-1.3: Learns about the inclusion of zero and negative quantities as numbers, and the arithmetic operations on them, as given by Brahmagupta. C-1.4: Explores and understands sets of numbers, such as whole numbers, fractions, integers, rational numbers, and real numbers, and their properties, and visualises them on the number line. C-1.5: Explores the idea of percentage and applies it to solve problems. C-1.6: Explores and applies fractions (both as ratios and in decimal form) in daily-life situations.
CG - 2	Understands the concepts of variable, constant, coefficient, expression, and (one-variable) equation, and uses these concepts to solve meaningful daily-life problems with procedural fluency.	C-2.1: Understands equality between numerical expressions and learns to check arithmetical equations. C-2.2: Extends the representation of a number in the form of a variable or an algebraic expression using a variable. C-2.3: Forms algebraic expressions using variables, coefficients, and constants and manipulates them through basic operations. C-2.4: Poses and solves linear equations to find the value of an unknown, including to solve puzzles and word problems. C-2.5: Develops own methods to solve puzzles and problems using algebraic thinking.
CG - 3	Understands, formulates, and applies properties and theorems regarding simple geometric shapes (2D and 3D).	C-3.1: Describes, classifies, and understands relationships among different types of two- and three-dimensional shapes using their defining properties/attributes. C-3.2: Outlines the properties of lines, angles, triangles, quadrilaterals, and polygons and applies them to solve related problems. C-3.3: Identifies attributes of three-dimensional shapes (cubes, parallelepipeds, cylinders, cones), works hands-on with material to construct these shapes, and also uses two-dimensional representations of three-dimensional objects to visualise and solve problems. C-3.4: Draws and constructs geometric shapes, such as lines, parallel lines, perpendicular lines, angles, and simple triangles, with specified properties using a compass and straightedge. C-3.5: Understands congruence and similarity as it applies to geometric shapes and identifies similar and congruent triangles.

APSCERT

Curricular Goal	Description	Competencies
CG - 6	Develops mathematical thinking and the ability to communicate mathematical ideas logically and precisely.	C-6.1: Applies both inductive and deductive logic to formulate definitions and conjectures, evaluate and produce convincing arguments/proofs to turn these definitions and conjectures into theorems or correct statements, particularly in the areas of algebra, elementary number theory, and geometry.
CG - 7	Engages with puzzles and mathematical problems and develops own creative methods and strategies to solve them.	C-7.1: Demonstrates creativity in discovering one's own solutions to puzzles and other problems, and appreciates the work of others in finding their own, possibly different, solutions. C-7.2: Engages in and appreciates the artistry and aesthetics of puzzle-making and puzzle-solving.
CG - 8	Develops basic skills and capacities of computational thinking, namely, decomposition, pattern recognition, data representation, generalisation, abstraction, and algorithms in order to solve problems where such techniques of computational thinking are effective.	C-8.1: Approaches problems using programmatic thinking techniques such as iteration, symbolic representation, and logical operations and reformulates problems into series of ordered steps (i.e., algorithmic thinking). C-8.2: Learns systematic counting and listing, systematic reasoning about counts and iterative patterns, and multiple data representations; learns to devise and follow algorithms, with an eye towards understanding correctness, effectiveness, and efficiency of algorithms.
CG - 9	Knows and appreciates the development of mathematical ideas over a period of time and the contributions of past and modern mathematicians from India and across the world.	C-9.1: Recognises how concepts (like counting numbers, whole numbers, negative numbers, rational numbers, zero, concepts of algebra, geometry) evolved over a period of time in different civilisations. C-9.2: Knows and appreciates the contributions of specific Indian mathematicians (such as Baudhayana, Pingala, Aryabhata, Brahmagupta, Virahanka, Bhaskara, and Ramanujan).
CG - 10	Knows about and appreciates the interaction of Mathematics with each of their other school subjects.	C-10.1: Recognizes how Mathematics interacts with Science, Social Science, Visual Arts, Music, Vocational Education, and Sports.

APSCERT

CLASS - 8
MATHEMATICS
SEMESTER - 1
CONTENTS

S.No	Chapter Name	Month	Page.No
	Readiness Programme ஆயத்தப்படுத்துதல் திட்டம்	June ஜூன்	2 - 57
1	A Square and A Cube வர்க்கம் மற்றும் கனம்	July ஜூலை	58 - 93
2	Power Play அடுக்கு விளையாட்டு	July ஜூலை	94 - 155
3	A Story of Numbers எண்களின் கதை	July - August ஜூலை – ஆகஸ்டு	156 - 209
4	Quadrilaterals நாற்கரங்கள்	August ஆகஸ்டு	210 - 273
5	Number Play எண்களுடன் விளையாடுவோம்	August - September ஆகஸ்டு – செப்டம்பர்	274 - 325
6	We Distribute, Yet Things Multiply பெருக்கலை பங்கிடுதல்	September செப்டம்பர்	326 - 375
7	Proportional Reasoning-1 விகிதசம பகுத்தறிவு-1	September - October செப்டம்பர்-அக்டோபர்	376 - 421
	Answers		422 - 457
	Integrating Artificial Intelligence (AI) செயற்கை நுண்ணறிவை ஒருங்கிணைத்தல்	October அக்டோபர்	458 - 473
	Mind Map		474

Icons

Math Talk - *Questions for Dicussion*

Try This - *Out of box thinking*

Main Question / **Sub- Question** } *Concept - Clarity*

Owl - *Some important processes in the learning of Mathematics*

L2X9Z8

Teacher Corner

I3S2T9

Student Corner

AP SCERT

DAY 1 1. A SQUARE AND A CUBE

Teacher Corner

M7G6L5

- **Key Terms :** Factor, Prime Number, Square Number, Perfect Square, Square Root, Prime Factorisation, Perfect Cube, Cube Root, Triangular Number
- **Concept Explaination-Know the term :**
  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Factor	A number that divides another number exactly, leaving no remainder.	Factors of 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12
Prime Number	A number greater than 1 that has exactly two factors: 1 and itself.	2, 3, 5, 7, 11,.. are prime numbers.
Square Number	A number obtained by multiplying any number by itself. Written as n^2.	$-5 \times -5 = (-5)^2 = 25$; $3\times3 = 3^2 = 9$ $2.5\times2.5 = (2.5)^2 = 6.25$
Perfect Square	The square of a natural number. It has an odd number of factors.	1, 4, 9, 16, 25, 36 … are perfect squares.
Square Root ($\sqrt{\ }$)	The inverse process of squaring. $x^2 = y$, then $\sqrt{y} = x$. x is an integer	$\sqrt{49} = 7$, because $7\times7 = 49$
Prime Factorisation	Writing a number as a product of its prime factors only.	$36 = 2\times2\times3\times3$; factors pair up → perfect square!
Perfect Cube	A number obtained by multiplying a number by itself three times (n^3).	$8 = 2^3$; $27 = 3^3$; $64 = 4^3$
Cube Root ($\sqrt[3]{\ }$)	The inverse process of cubing. If $x^3 = y$, then x is the cube root of y $\sqrt[3]{y} = x$	$\sqrt[3]{27} = 3$, because $3\times3\times3 = 27$
Triangular Number	The number of points that can be formed as a triangle: sume of any two consecutive triangular numbers is a perfect square.	Ex:1, 3, 6, 10, 15, … $1+3=4=2^2$; $3+6=9=3^2$; $6+10=16=4^2$

AP SCERT

DAY 1   1. வர்க்கம் மற்றும் கனம்

H8Z8S9

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** காரணி, பகா எண், வர்க்க எண், முழு வர்க்கம், வர்க்கமூலம், பகா காரணியாக்கம், முழு கனம், கனமூலம், முக்கோண எண்.
- **கருத்து விளக்கம் – முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**
  வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
காரணி	வேறொரு எண்ணை மீதியின்றி சரியாக வகுக்கும் எண்.	12–இன் காரணிகள்: 1, 2, 3, 4, 6, 12
பகா எண்	1 மற்றும் அதே எண்ணை மட்டுமே இரண்டு காரணிகளாக கொண்ட 1 ஐ விட பெரிய எண்.	2, 3, 5, 7, 11,.. என்பன பகா எண்கள்.
வர்க்க எண்	எந்தவொரு எண்ணையும் அதே எண்ணால் பெருக்குவதன் மூலம் கிடைக்கும் எண். இதை n^2 என எழுதுவர்.	$3 \times 3 = 3^2 = 9$, $(-5) \times (-5) = (-5)^2 = 25$, $(2.5) \times (2.5) = (2.5)^2 = 6.25$
முழு வர்க்கம்	ஒரு இயல் எண்ணின் வர்க்கம். இது ஒற்றை எண்ணிக்கையிலான காரணிகளை கொண்டிருக்கும்.	1, 4, 9, 16, 25, 36… என்பன முழு வர்க்கங்கள்.
வர்க்கமூலம் ($\sqrt{\ }$)	வர்க்கத்திற்கு எதிர் செயல்முறை. $x^2 = y$ எனில் $\sqrt{y} = x$, x என்பது ஒரு முழு.	$\sqrt{49} = 7$, ஏனெனில் $7 \times 7 = 49$
பகா காரணியாக்கம்	ஒரு எண்ணை அதன் பகா காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக மட்டும் எழுதுதல்.	$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$; காரணிகள் ஜோடியாகின்றன→ முழுமையான வர்க்கம்!
முழு கனம்	ஒரு எண்ணை அதே எண்ணால் மூன்று முறை பெருக்குவதன் மூலம் கிடைக்கும் எண் (n^3).	$8 = 2^3$; $27 = 3^3$; $64 = 4^3$
கனமூலம் ($\sqrt[3]{\ }$)	கனமாக்குதலின் எதிர் செயல்முறை. $x^3 = y$ எனில், $\sqrt[3]{y} = x$	$\sqrt[3]{27} = 3$, ஏனெனில் $3 \times 3 \times 3 = 27$
முக்கோண எண்	ஒரு முக்கோணத்தை உருவாக்கக்கூடிய புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை: அடுத்தடுத்த எந்த இரண்டு முக்கோண எண்களின் கூடுதலும் ஒரு முழு வர்க்கமாகும்.	எ.கா: 1,3,6,10,15,…. $1+3=4=2^2$, $3+6=9=3^2$, $6+10=16=4^2$

Note : All perfect squares are square numbers. But not all square numbers are perfect squares.

- **Real-Life Connection:**

Side of a square tile whose area is 81cm^2 = $\sqrt{81}$ = 9 cm.

Edge of a cube-shaped gift box whose volume is 125 cm^3 = $\sqrt[3]{125}$ = 5 cm.

Squares and cubes help architects, designers, and engineers every day!

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read all key terms carefully. Attempt all questions independently. Check your understanding using examples.

A. Fill in the blanks.

1. The square root of 144 is ________, because _____ × _____ = 144.
2. A perfect square always has______ number of factors, and it never ends with the digits 3, 7, ______ or _______.
3. $\sqrt[3]{512}$ = _______, and 5^3 = ________. A number is a perfect cube if its prime factors can be split into identical groups.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

1. Which of the following numbers is definitely NOT a perfect square?
   (i) 196 (ii) 238 (iii) 441 (iv) 625
2. The prime factorisation of 216 is $2^3 \times 3^3$. What is $\sqrt[3]{216}$?
   (i) 4 (ii) 6 (iii) 8 (iv) 12

C. Match the following.

	Column A			Column B
1.	$\sqrt{64}$	( )	(a)	125
2.	5^3	( )	(b)	8
3.	Factors of 9	( )	(c)	10
4.	1 + 3 + 5 + 7	( )	(d)	1, 3, 9 (odd number of factors)
5.	$\sqrt[3]{1000}$	( )	(e)	16 = 4^2 (sum of first 4 odd numbers)

AP SCERT

குறிப்பு : அனைத்து முழு வர்க்கங்களும் வர்க்க எண்களே. ஆனால் அனைத்து வர்க்க எண்களும் முழு வர்க்கங்கள் அல்ல.

- **நிஜ வாழ்க்கை தொடர்பு:** பரப்பளவு 81 ச.செ.மீ. உள்ள ஒரு சதுர ஓட்டின் பக்கம் = $\sqrt{81}$ = 9 செ.மீ.
125 க.செ.மீ. உள்ள ஒரு கனசதுர பரிசு பெட்டியின் விளிம்பு = $\sqrt[3]{125}$ = 5 செ.மீ.
வர்க்கங்கள் மற்றும் கனங்கள் கட்டிட கலைஞர்கள், வடிவமைப்பாளர்கள் மற்றும் பொறியாளர்களுக்கு ஒவ்வொரு நாளும் உதவுகின்றன!

மாணவர் பகுதி - படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: அனைத்து முக்கிய சொற்களையும் கவனமாக படியுங்கள். அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும். எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி உங்கள் புரிதலை சரிபார்க்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. 144 ன் வர்க்கமூலம் ____________ ,ஏனெனில் _____ × _____ = 144.
2. ஒரு முழு வர்க்கம் எப்போதும் ____________ எண்ணிக்கையிலான காரணிகளை கொண்டிருக்கும், மேலும் அது ஒருபோதும் 3,7 _____ அல்லது_____ என்ற இலக்கங்களில் முடிவடையாது.
3. $\sqrt[3]{512}$ = ____________ , மற்றும் 5^3 = ____________ . ஏனெனில் ஒரு எண்ணின் பகா காரணிகளை ஒரே மாதிரியான குழுக்களாக பிரிக்க முடிந்தால் அது ஒரு முழு கனம் ஆகும்.

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

1. பின்வரும் எண்களில் எது நிச்சயமாக ஒரு முழு வர்க்கம் அல்ல?
   (i) 196 (ii) 238 (iii) 441 (iv) 625
2. 216 ன் பகா காரணியாக்கம் $2^3 \times 3^3$ எனில் $\sqrt[3]{216}$ ன் மதிப்பு என்ன?
   (i) 4 (ii) 6 (iii) 8 (iv) 12

C. பொருத்துக.

	நிரல் A		நிரல் B
1.	$\sqrt{64}$	( )	(a) 125
2.	5^3	( )	(b) 8
3.	9 ன் காரணிகள்	( )	(c) 10
4.	1 + 3 + 5 + 7	( )	(d) 1, 3, 9 (ஒற்றை எண்ணிக்கையில் காரணிகள்)
5.	$\sqrt[3]{1000}$	( )	(e) $16 = 4^2$ (முதல் 4 ஒற்றை எண்களின் மொத்தம்)

APSCERT

DAY 2 — 2. POWER PLAY

Teacher Corner

- **Key Terms :** Exponential Form, Base, Scientific Notation, Negative Exponent, Exponent, Power, Exponential Growth, Zero Exponent, Prime Factorisation
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Exponential Form	The symboilc form of representation the repeated multiplication	e.g. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$
Base	The number that is repeatedly multiplied.	e.g. In 3^4, the base is 3.
Scientific Notation	Writing a number as $x \times 10^y$, where $1 \le x < 10$.	e.g. $5900 = 5.9 \times 10^3$
Negative Exponent	$n^{-a} = 1/n^a$; it means the reciprocal of its power.	e.g. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
Exponent (Power)	The number of times a base is multiplied by itself.	e.g. In 2^5, the exponent is 5
Exponential Growth	Growth where a quantity multip -lies (doubles, triples) in each step.	e.g. Paper thickness doubles each fold.
Zero Exponent	For any non-zero number its power raised to 0 equals to 1.	e.g. $7^0 = 1$; $100^0 = 1$
Prime Factorisation	Expressing a number as a product of its prime factors.	e.g. $12 = 2^2 \times 3$

AP SCERT

DAY 2 — உ. அடுக்கு விளையாட்டு

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** அடுக்கு வடிவம், அடிமானம், அறிவியல் குறியீடு, குறை அடுக்கு, அடுக்கு, படி, அடுக்கு வளர்ச்சி, பூஜ்ஜிய அடுக்கு, பகா காரணியாக்கம்.

- **கருத்து விளக்கம் – முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**

வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
அடுக்கு வடிவம்	மீண்டும் மீண்டும் பெருக்குவதை குறிக்கும் குறியீட்டு வடிவம்.	எ.கா. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$
அடிமானம்	மீண்டும் மீண்டும் பெருக்கப்படும் எண்.	எ.கா. 3^4 ல் அடிமானம் 3 ஆகும்.
அறிவியல் குறியீடு	ஒரு எண்ணை $x \times 10^y$ என எழுதுதல், இங்கு $1 \leq x < 10$.	எ.கா. $5900 = 5.9 \times 10^3$
குறை அடுக்கு	$n^{-a} = 1/n^a$; இது அதன் அடுக்கின் தலைகீழியை குறிக்கிறது.	எ.கா. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
அடுக்கு (படி)	ஒரு அடிமானம் அதே எண்ணால் எத்தனை முறை பெருக்கப்படுகிறதோ அவற்றின் எண்ணிக்கை.	எ.கா. 2^5ல், அடுக்கு 5 ஆகும்.
அடுக்கு வளர்ச்சி	ஒவ்வொரு படியிலும் ஒரு அளவு பெருக்கப்படும் (இரட்டிப்பாகும், மும்மடங்காகும்) வளர்ச்சி.	எ.கா. ஒவ்வொரு மடிப்பிலும் காகிதத்தின் தடிமன் இரட்டிப்பாகிறது.
பூஜ்ஜிய அடுக்கு	பூஜ்ஜியமற்ற எந்தவொரு எண்ணின் அடுக்கிலும் 0 இருந்தால் அதன் மதிப்பு 1 க்கு சமம்.	எ.கா. $7^0 = 1$; $100^0 = 1$
பகா காரணியாக்கம்	ஒரு எண்ணை அதன் பகா காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதுதல்.	எ.கா. $12 = 2^2 \times 3$

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. In 4^3, the base is _______ and the exponent is _______.
2. 5^0 = _______ and 3^{-2} = _______.
3. The scientific notation of 45,000 is _______.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

4. The value of $2^3 \times 2^2$ is:

   (a) 2^6 (b) 2^5 (c) 4^6 (d) 2^{10}

5. Which of these is in scientific notation?

   (a) 54×10^3 (b) 0.9×10^5 (c) 3.7×10^2 (d) 12×10^4

C. Match the following :

1.

	Column A		Column B
i.	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	( )	a. 65,000
ii.	10^{-2}	( )	b. 1 $(n \neq 0)$
iii.	6.5×10^4	( )	c. $2^4 = 16$
iv.	n^0	( )	d. 0.01

2.

	Column A		Column B
i.	$n^a \times n^b =$	( )	a. n^{a-b}
ii.	$(n^a)^b =$	( )	b. n^{ab}
iii.	$n^a \div n^b =$	( )	c. n^{a+b}

AP SCERT

மாணவர் பகுதி-படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: முக்கிய சொற்களை கவனமாக படியுங்கள். பின்னர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. 4^3 ல், அடிமானம் ____________ மற்றும் அடுக்கு ____________ .
2. 5^0 = ____________ மற்றும் 3^{-2} = ____________
3. 45,000 ன் அறிவியல் குறியீடு = ____________

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

4. $2^3 \times 2^2$ ன் மதிப்பு:

(a) 2^6 (b) 2^5 (c) 4^6 (d) 2^{10}

5. இவற்றில் எது அறிவியல் குறியீட்டில் உள்ளது?

(a) 54×10^3 (b) 0.9×10^5 (c) 3.7×10^2 (d) 12×10^4

C. பொருத்துக.

1.

நிரல் A		நிரல் B
i. $2 \times 2 \times 2 \times 2$	( )	a. 65,000
ii. 10^{-2}	( )	b. 1 $(n \neq 0)$
iii. 6.5×10^4	( )	c. $2^4 = 16$
iv. n^0	( )	d. 0.01

2.

நிரல் A		நிரல் B
i. $n^a \times n^b =$	( )	a. n^{a-b}
ii. $(n^a)^b =$	( )	b. n^{ab}
iii. $n^a \div n^b =$	( )	c. n^{a+b}

AP SCERT

DAY 3 3. A STORY OF NUMBERS

Teacher Corner

- **Key Terms :** Number System, Tally Marks, Landmark Numbers, Place Value System, One-to-One Mapping, Base-n Number System, Zero (0)
- **Concept Explaination-Know the term :**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Number System	A standard sequence of symbols or names used to represent and count quantities.	e.g. Hindu, Roman, Egyptian are number systems.
Tally Marks	Notches or marks made for each object counted; one of the oldest counting methods.	e.g. |||| = 4 objects counted.
Landmark Numbers	Special reference numbers in a system that help to represent and organise other numbers.	e.g. In Roman numberals : I=1,V=5, X=10, L=50, C=100, M=1000.
Place Value System	A positional system where the position of a digit deter mines which landmark number it represents.	e.g. In 375: 3 is in hundreds place, 7 in tens, 5 in ones.
One-to-One Mapping	Pairing each object in a collection with exactly one symbol or name, and vice versa.	e.g. Each cow paired with one stick to count a herd.
Base-n Number System	A system where each landmark number is n times the previous one; landmark numbers are powers of n.	e.g. Base-10: 1, 10, 100, 1000 - each 10× the last.

APSCERT

DAY 3 — 3. எண்களின் கதை

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** எண் முறை, நேர்க்கோட்டு குறிகள், முக்கிய எண்கள், இடமதிப்பு முறை, ஒன்று- ஒன்று தொடர்பு, n-அடிமான எண் முறை, பூஜ்ஜியம் (0)
- **கருத்து விளக்கம் – முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**
  வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
எண் முறை	அளவுகளை குறிக்கவும் எண்ணவும் பயன்படுத்தப்படும் குறியீடுகள் அல்லது பெயர்களின் நிலையான வரிசை.	எ.கா. இந்து, ரோமன், எகிப்திய எண் முறைகள்.
நேர்க்கோட்டு குறிகள்	கணக்கிடும் ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் இடப்படும் வெட்டுகள் அல்லது குறிகள்; பழமையான எண்ணும் முறைகளில் ஒன்று.	எ.கா. |||| = 4 பொருள்கள் கணக்கிடப்பட்டன.
முக்கிய எண்கள்	மற்ற எண்களை குறிப்பிடவும் ஒழுங்கமைக்கவும் உதவும் ஒரு அமைப்பில் உள்ள சிறப்பு குறிப்பு எண்கள்.	எ.கா. ரோமன் எண்களில்: I=1, V=5, X=10, L =50, C=100, M=1000.
இடமதிப்பு முறை	ஒரு இலக்கத்தின் நிலை அது எந்த முக்கிய எண்ணை குறிக்கிறது என்பதை தீர்மானிக்கும் ஒரு நிலை அடிப்படையிலான அமைப்பு.	எ.கா. 375 இல்: 3 நூறுகள் இடத்திலும், 7 பத்துகள் இடத்திலும், 5 ஒன்றுகள் இடத்திலும் உள்ளது.
ஒன்று-ஒன்று தொடர்பு	ஒரு தொகுப்பில் உள்ள ஒவ்வொரு பொருளையும் சரியாக ஒரு குறியீடு (அ) பெயருடன் இணைத்தல், மற்றும் நேர்மாறாக.	எ.கா. ஒரு மந்தையை கணக்கிட ஒவ்வொரு பசுவும் ஒரு குச்சியுடன் இணைக்கப்படுகிறது
n-அடிமான எண் முறை	ஒவ்வொரு முக்கிய எண்ணும் முந்தையதை விட n மடங்கு அதிகமாக இருக்கும் ஒரு அமைப்பு; இந்த முக்கிய எண்கள் n ன் அடுக்குகள் ஆகும்.	எ.கா. அடிமானம்-10: 1,10,100, 1000 ஒவ்வொன்றும் முந்தையதை விட 10 மடங்கு அதிகம்.

APSCERT

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. The place value of 6 in 6,712 is __________, while its face value is __________.
2. In the Roman system, the numeral M stands for the number ______________.
3. A number system where the position of a digit tells us its value is called a ______________ system.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

4. What is the Hindu-Arabic equivalent of the Roman numeral CMXLIX?

   (a) 969 (b) 1149 (c) 949 (d) 1169

5. What makes the Hindu number system fully unambiguous?

   (a) Base 60 system (b) Use of tally marks

   (c) Using 0 as a digit (d) Roman symbols

C. Match the following :

	Column A			Column B
1.	CDXLIV	( )	a.	1900
2.	MCM	( )	b.	444
3.	DCLXVI	( )	c.	2026
4.	MMXXVI	( )	d.	990
5.	CMXC	( )	e.	666

AP SCERT

மாணவர் பகுதி - படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: அனைத்து முக்கிய சொற்களையும் கவனமாக படியுங்கள். அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும். எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி உங்கள் புரிதலை சரிபார்க்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. 6,712 ல் 6 ன் இடமதிப்பு __________, அதேசமயம் அதன் முகமதிப்பு __________
2. ரோமன் முறையில், M என்ற எண் ______________ என்ற எண்ணை குறிக்கிறது.
3. ஒரு இலக்கத்தின் நிலை அதன் மதிப்பை கூறும் எண் முறை ______________ முறை எனப்படும்.

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

4. CMXLIX என்ற ரோமன் எண்ணுக்கு சமமான இந்து–அரபு எண் எது?

   (a) 969 (b) 1149 (c) 949 (d) 1169

5. இந்து எண் முறையை முழுமையாக தெளிவாக்குவது எது?

   (a) அடிமானம் 60
   (b) நேர்க்கோட்டுக் குறிகளின் பயன்பாடு
   (c) 0 ஒரு இலக்கமாக பயன்படுத்துதல்
   (d) ரோமன் குறியீடுகள்

C. பொருத்துக.

	நிரல் A			நிரல் B
1.	CDXLIV	( )	a.	1900
2.	MCM	( )	b.	444
3.	DCLXVI	( )	c.	2026
4.	MMXXVI	( )	d.	990
5.	CMXC	( )	e.	666

AP SCERT

DAY 4

4. QUADRILATERALS

Teacher Corner

- **Key Terms :** Quadrilateral, Bisect, Perpendicular Lines, Transversal, Diagonal, Parallel Lines, Congruent Triangles, Angle Sum Property
- **Concept Explaination-Know the term :**
  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Quadrilateral	A simple closed figure formed with exactly 4 line segments.	e.g. Square, rectangle, rhombus, trapezium.
Bisect	To divide a line segment/ angle into two equal parts.	e.g. Diagonals of a rectangle bisect each other.
Perpendicular Lines	Lines that meet at exactly 90°.	e.g. Diagonals of a square are perpendicular.
Transversal	A line that intersects two or more lines at distinct points.	e.g. A side of a paralle logram acts as a transversal to its parallel sides.
Diagonal	A line segment joining two non-adjacent (opposite) vertices of a quadrilateral.	e.g. In rectangle ABCD, AC and BD are diagonals.
Parallel Lines	Lines that never meet; they are always the same distance apart.	e.g. Opposite sides of a rectangle are parallel.
Congruent Triangles	Triangles that are identical in shape and size; all corresponding sides and angles are equal.	e.g. $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ means AB = PQ, BC = QR AC = PR
Angle Sum Property	The sum of all interior angles in any quadrilateral is 360°.	e.g. Quadrilateral ABCD, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$.

AP SCERT

DAY 4 — 4. நாற்கரங்கள்

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** நாற்கரம், இருசமக்கூறிடுதல், செங்குத்து கோடுகள், குறுக்குவெட்டி, மூலைவிட்டம், இணைகோடுகள், சர்வசம முக்கோணங்கள், கோண கூடுதல் பண்பு
- **கருத்து விளக்கம் – முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**

வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
நாற்கரம்	சரியாக 4 கோட்டுத்துண்டுகளால் உருவாக்கப்பட்ட எளிய மூடிய படம்.	எ.கா. சதுரம், செவ்வகம், சாய்சதுரம், சரிவகம்
இருசமக்கூறிடுதல்	ஒரு கோட்டுத்துண்டு/கோணத்தை இரண்டு சம பாகங்களாகப் பிரித்தல்.	எ.கா. செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன.
செங்குத்து கோடுகள்	சரியாக 90° ல் சந்திக்கும் கோடுகள்.	எ.கா. சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் செங்குத்தானவை.
குறுக்குவெட்டி	இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோடுகளை வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டும் ஒரு கோடு.	எ.கா. இணைகரத்தின் ஒரு பக்கம் அதன் இணை பக்கங்களுக்கு குறுக்கு வெட்டியாக செயல்படுகிறது.
மூலைவிட்டம்	ஒரு நாற்கரத்தின் அடுத்தடுத்த அல்லாத (எதிர்) முனைகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு.	எ.கா. செவ்வகம் ABCD ல், AC மற்றும் BD என்பன மூலைவிட்டங்கள்.
இணைகோடுகள்	ஒருபோதும் சந்திக்காத கோடுகள்; அவை எப்போதும் ஒரே இடைவெளியில் இருக்கும்.	எ.கா. செவ்வகத்தின் எதிர்பக்கங்கள் இணையானவை.
சர்வசம முக்கோணங்கள்	வடிவம் மற்றும் அளவில் ஒத்த முக்கோணங்கள்; அனைத்து ஒத்த பக்கங்களும் கோணங்களும் சமம்.	எ.கா. $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ என்றால் $AB = PQ$, $BC = QR$ $AC = PR$ என்பதாகும்.
கோண கூடுதல் பண்பு	எந்தவொரு நாற்கரத்திலும் உள்ள அனைத்து உட்கோணங்களின் கூடுதல் 360°ஆகும்.	எ.கா. நாற்கரம் ABCD ல், $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

APSCERT

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. The sum of all angles in any quadrilateral is ______________.
2. A quadrilateral with all sides equal and all angles 90° is called a ______________.
3. The diagonals of a rectangle are ______________ in length and they ______________ each other.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

4. In a parallelogram, the adjacent angles:

   (a) are equal (b) sum in 90°

   (c) sum in 180° (d) sum in 360°

5. The diagonals of a square bisect each other at:

   (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 120°

C. Match the following :

Column A			Column B
1. Rectangle	( )	(a)	All sides are equal; diagonals bisect at 90°
2. Rhombus	( )	(b)	At least one pair of parallel opposite sides are opposite
3. Parallelogram	( )	(c)	Opposite sides are parallel; diagonals bisect each other
4. Trapezium	( )	(d)	All angles are 90°; diagonals equal and bisect each other

AP SCERT

மாணவர் பகுதி - படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: முக்கிய சொற்களை கவனமாக படியுங்கள். பின்னர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. எந்தவொரு நாற்கரத்திலும் உள்ள அனைத்து கோணங்களின் கூடுதல்________________.
2. அனைத்து பக்கங்களும் சமமாகவும் அனைத்து கோணங்களும் 90^0ஆகவும் உள்ள நாற்கரம் ________________ எனப்படும்.
3. ஒரு செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் நீளத்தில் ________________ மற்றும் அவை ஒன்றையொன்று ________________

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

4. ஒரு இணைகரத்தில், அடுத்தடுத்த கோணங்கள்:

   (a) சமம் (b) கூடுதல் $90°$

   (c) கூடுதல் $180°$ (d) கூடுதல் $360°$

5. ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக்கொள்ளும் கோணம்:

   (a) $45°$ (b) $60°$ (c) $90°$ (d) $120°$

C. பொருத்துக.

	நிரல் A			நிரல் B
1.	செவ்வகம்	( )	(a)	அனைத்து பக்கங்களும் சமம்; மூலைவிட்டங்கள் $90°$ ல் இருசமக்கூறிடும்
2.	சாய்சதுரம்	( )	(b)	குறைந்தபட்சம் ஒரு ஜோடி எதிர் பக்கங்கள் இணையானவை
3.	இணைகரம்	( )	(c)	எதிர் பக்கங்கள் இணையானவை; மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமக்கூறிடும்
4.	சரிவகம்	( )	(d)	அனைத்து கோணங்களும் $90°$; மூலைவிட்டங்கள் சமம் மற்றும் ஒன்றையொன்று இருசமக்கூறிடும்

APSCERT

DAY 5

5. NUMBER PLAY

Teacher Corner

- **Key Terms :** Consecutive Numbers, Multiple, Factor, Even Number, Odd Number, Parity, Remainder, Divisibility Rule, Digital Root
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Consecutive Numbers	Numbers that follow each other in order, differing by 1.	3, 4, 5, 6 are consecutive numbers.
Multiple	A number obtained by multiplying a given number by any whole number.	Multiples of 4: 4, 8, 12, 16 …
Factor	A number that divides another number exactly (no remainder).	Factors of 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12.
Even Number	A number exactly divisible by 2. Leaves remainder 0 when divided by 2.	2, 6, 14, 48 are even numbers.
Odd Number	A number that is NOT exactly divisible by 2. When divided by 2 leaves remainder 1.	3, 7, 15, 31 are odd numbers.
Parity	The property of two number being with equal property.	14 and 28 have the same parity (both even).
Remainder	What is left over after dividing a number as evenly as possible.	17 ÷ 5 = 3, remainder 2.

APSCERT

DAY 5   5. எண் விளையாட்டு

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** அடுத்தடுத்த எண்கள், மடங்கு, காரணி, இரட்டை எண், ஒற்றை எண், சமநிலை, மீதி, வகுபடும் தன்மை விதி, இலக்க மூலம்.

- **கருத்து விளக்கம் - முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**
வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
அடுத்தடுத்த எண்கள்	வரிசையாக ஒன்றன்பின் ஒன்றாக வரும் எண்கள், வேறுபாடு 1 ஆக இருக்கும்.	3, 4, 5, 6 என்பன அடுத்தடுத்த எண்கள்.
மடங்கு	கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை ஏதேனும் ஒரு முழு எண்ணால் பெருக்குவதன் மூலம் கிடைக்கும் எண்.	4 இன் மடங்குகள்: 4, 8, 12, 16 ..
காரணி	வேறொரு எண்ணை மீதியின்றி சரியாக வகுக்கும் எண்.	12 இன் காரணிகள்: 1, 2, 3, 4, 6, 12.
இரட்டை எண்	2 ஆல் சரியாக வகுபடும் எண். 2 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 0 கிடைக்கும்.	2, 6, 14, 48 என்பன இரட்டை எண்கள்.
ஒற்றை எண்	2 ஆல் சரியாக வகுபடாத எண். 2 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 1 கிடைக்கும்.	3, 7, 15, 31 என்பன ஒற்றை எண்கள்.
சமநிலை	இரண்டு எண்கள் சம பண்புடன் இருக்கும் பண்பு.	14 மற்றும் 28 ஆகியவை ஒரே சமநிலையைக் கொண்டுள்ளன (இரண்டும் இரட்டைப்படை).
மீதி	ஒரு எண்ணை முடிந்தவரை சமமாக வகுத்த பிறகு மீதமிருப்பது.	17 ÷ 5 = 3, மீதி 2.

APSCERT

Divisibility Rule	A shortcut to check if a number divides another without actually dividing.	Sum of digits divisible by 9 → number is divisible by 9.
Digital Root	Add all digits of a number repeatedly until a single digit remains.	489710 → 4+8+9+7+1+0=29 → 2+9=11 → 1+1=2

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. The sum of any two ______________ numbers is always even.
2. A number is divisible by 9 if the ______________ of its digits is divisible by 9.
3. The digital root of 729 is ______________.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

1. Which of the following is always even when added?

   (a) odd + odd (b) odd + even

   (c) even + even (d) Both (a) and (c)

2. What is the digital root of 5832?

   (a) 8 (b) 9 (c) 6 (d) 3

C. Match the following :

Column A		Column B
1. Parity of 14 and 28	( )	a. A shortcut - sum of digits ÷ 3
2. Digital Root of 36	( )	b. Leaves remainder 2 when divided by 5
3. Divisibility rule for 3	( )	c. Both even - same parity
4. 7 expressed as 5k + 2 (k = 1)	( )	d. Single digit = 9

AP SCERT

வகுபடும் தன்மை விதி	ஒரு எண் மற்றொரு எண்ணை வகுத்தல் செய்யாமல் வகுக்குமா என்பதைச் சரிபார்க்கும் எளிய வழி.	இலக்கங்களின் கூடுதல் 9 ஆல் வகுபட்டால்→அந்த எண் 9 ஆல் வகுபடும்.
இலக்க மூலம்	ஒற்றை இலக்கம் கிடைக்கும் வரை ஒரு எண்ணின் அனைத்து இலக்கங்களையும் மீண்டும் மீண்டும் கூட்டவும்.	$489710 \rightarrow 4+8+9+7+1+0=29 \rightarrow 2+9=11 \rightarrow 1+1=2.$

மாணவர் பகுதி - படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: முக்கிய சொற்களை கவனமாக படியுங்கள். பின்னர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. ஏதேனும் இரண்டு ________________ எண்களின் கூடுதல் எப்போதும் இரட்டை எண்.
2. ஒரு எண்ணின் இலக்கங்களின் ________________ 9 ஆல் வகுபட்டால் அந்த எண் 9 ஆல் வகுபடும்.
3. 729 ன் இலக்க மூலம் ________________.

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

1. பின்வருவனவற்றில் எவற்றைக் கூட்டினால் எப்போதும் இரட்டை எண் கிடைக்கும்?

   (a) ஒற்றை + ஒற்றை (b) ஒற்றை + இரட்டை

   (c) இரட்டை + இரட்டை (d) (a) மற்றும் (c) இரண்டும்

2. 5832 ன் இலக்க மூலம் என்ன?

   (a) 8 (b) 9 (c) 6 (d) 3

C. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

நிரல் A		நிரல் B
1. 14 மற்றும் 28 ன் சமநிலை	( )	a. ஒரு எளியவழி – இலக்கங்களின் கூடுதல் ÷ 3
2. 36 ன் இலக்க மூலம்	( )	b. 5 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 2 கிடைக்கும்
3. 3 ன் வகுபடும் தன்மை விதி	( )	c. இரண்டும் இரட்டை - ஒரே சமநிலை
4. 7 ஐ $5k + 2$ $(k = 1)$ ஆக எழுதலாம்	( )	d. ஒற்றை இலக்கம் = 9

AP SCERT

DAY 6

6. WE DISTRIBUTE, YET THINGS MULTIPLY

Teacher Corner

- **Key Terms :** Algebraic Expression, Variable (Letter-number), Distributive Property, Identity, Terms of an Expression, Coefficient, Like Terms, Expansion, Square of a Binomial, Difference of Squares
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Algebraic Expression	A combination of numbers and letter-symbols (variables) by operations.	3a + 2b - 5 is an algebraic expression.
Variable (Letter-number)	A letter that stands for any number; its value can change.	In 4x + 7, the variable is x.
Distributive Property	Multiplying a number by a sum equals multiplying each addend separately then adding. a(b + c) = ab + ac.	3(4+5) = 12+15 = 27.
Identity	A mathematical statement that is true for ALL values of the variables. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ is always true	$(2+3)^2 = 2^2+2.2.3+3^2 = 25$
Terms of an Expression	The individual parts of an expression separated by + or - signs.	In $4a^2 - 3ab + b$, terms are $4a^2$, -3ab, and b.
Coefficient	The number multiplied by a variable in a term.	In 5ab the coefficient is 5.

AP SCERT

DAY 6

6. பெருக்கலை பங்கிடுதல்

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** இயற்கணித கோவை, மாறி (எழுத்து-எண்), பங்கீட்டு பண்பு, முற்றொருமை, ஒரு கோவையின் உறுப்புகள், கெழு, ஓரின உறுப்புகள், விரிவுபடுத்துதல், ஈருறுப்பு கோவையின் வர்க்கம், வர்க்கங்களின் வித்தியாசம்.
- **கருத்து விளக்கம் – முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**

வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
இயற்கணித கோவை	கணித செயற்பாடுகள் மூலம் உருவான எண்கள் மற்றும் எழுத்து–குறியீடுகளின் (மாறிகள்) சேர்க்கை.	$3a + 2b - 5$ என்பது ஒரு இயற்கணித கோவை.
மாறி (எழுத்து-எண்)	எந்தவொரு எண்ணையும் குறிக்கும் எழுத்து; அதன் மதிப்பு மாறலாம்.	$4x + 7$ ல், மாறி x ஆகும்.
பங்கீட்டு பண்பு	ஒரு கூட்டலை ஒரு எண்ணால் பெருக்குவது, ஒவ்வொரு கூட்டல் எண்ணையும் தனித்தனியாக பெருக்கி பின்னர் கூட்டுவதற்கு சமம். $a(b + c) = ab + ac$.	$3(4+5) = 12+15 = 27$
முற்றொருமை	மாறிகளின் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் உண்மையாக இருக்கும் ஒரு கணிதக் கூற்று. $((a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ என்பது எப்போதும் உண்மை.	$(2+3)^2 = 2^2+2.2.3+3^2 = 25$
ஒரு கோவையின் உறுப்புகள்	+ அல்லது – குறிகளால் பிரிக்கப்பட்ட ஒரு கோவையின் தனித்தனி பகுதிகள்.	$4a^2 - 3ab + b$ ல், உறுப்புகள் $4a^2$, $-3ab$ மற்றும் b.
கெழு	ஒரு உறுப்பில் மாறியுடன் பெருக்கப்படும் எண்.	$5ab$ ல் கெழு 5 ஆகும்.

APSCERT

Like Terms	Terms that have exactly the same variables (and powers); only their coefficients differ.	$3x^2$ and $7x^2$ are like terms.
Expansion	Removing brackets by applying the distributive property to get a sum of terms.	$(x+2)(x+3)$ expands to x^2+5x+6.
Square of a Binomial	Squaring a two-term expression; key identities: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ and $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$.	$(3+4)^2 = 9+24+16 = 49$. $(3-4)^2 = 9 - 24+16 = 1$.
Difference of Squares	The identity $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$, useful for fast multiplication.	$102\times98 = (100+2)(100-2) = 10000-4 = 9996$.

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. The distributive property states: $a \times (b + c) =$ ________ + ____________.
2. In the identity $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, the middle term 2ab is called the ______________ term.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

3. Which identity helps calculate 98×102 quickly?
   (a) $(a + b)^2= a^2 + 2ab + b^2$ (b) $(a - b)^2= a^2 - 2ab + b^2$
   (c) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ (d) $a(b + c) = ab + ac$

C. Match the following :

Column A		Column B
1. $(a + b)(a - b)$	( )	a. $a^2 - 2ab + b^2$
2. $(a + b)^2$	( )	b. $ab + mb + an + mn$
3. $(a - b)^2$	( )	c. $a^2 - b^2$
4. $(a + m)(b + n)$	( )	d. $a^2 + 2ab + b^2$

AP SCERT

ஓரின உறுப்புகள்	ஒரே மாதிரியான மாறிகளை (மற்றும் அடுக்குகளை) கொண்ட உறுப்புகள்; அவற்றின் கெழுக்கள் மட்டுமே வேறுபடும்.	$3x^2$ மற்றும் $7x^2$ என்பன ஓரின உறுப்புகள்.
விரிவுபடுத்துதல்	உறுப்புகளின் கூடுதலை பெற பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி அடைப்புக்குறிகளை நீக்குதல்.	$(x+2)(x+3)$ என்பதை x^2+5x+6 என விரிவுபடுத்துதல்.
ஈருறுப்பு கோவையின் வர்க்கம்	இரண்டு உறுப்புகளை கொண்ட கோவையை வர்க்கமாக்குதல்; முக்கிய முற்றொருமைகள்: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ மற்றும் $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$	$(3+4)^2 = 9+24+16 = 49$. $(3-4)^2 = 9 - 24+16 = 1$.
வர்க்கங்களின் வித்தியாசம்	$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$ என்ற முற்றொருமை, விரைவான பெருக்கலுக்கு பயன்படுகிறது.	$102\times98 = (100+2)(100-2)$ $= 10000-4 = 9996$.

மாணவர் பகுதி - படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

Practice

வழிமுறைகள்: முக்கிய சொற்களை கவனமாக படியுங்கள். பின்னர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. பங்கீட்டு பண்பு : $a \times (b + c) =$ ________ + ____________.
2. முற்றொருமை $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ல் மைய உறுப்பு $2ab$ ______________ உறுப்பு எனப்படும்.

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

3. 98×102 ஐ விரைவாக கணக்கிட உதவும் முற்றொருமை எது?

(a) $(a + b)^2= a^2 + 2ab + b^2$ (b) $(a - b)^2= a^2 - 2ab + b^2$

(c) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ (d) $a(b + c) = ab + ac$

C. பொருத்துக.

	நிரல் A		நிரல் B
1.	$(a + b)(a - b)$	( )	a. $a^2 - 2ab + b^2$
2.	$(a + b)^2$	( )	b. $ab + mb + an + mn$
3.	$(a - b)^2$	( )	c. $a^2 - b^2$
4.	$(a + m)(b + n)$	( )	d. $a^2 + 2ab + b^2$

APSCERT

DAY 7 7. PROPORTIONAL REASONING-1

Teacher Corner

- **Key Terms :** Ratio, Terms of Ratio, Simplest Form, HCF, Proportion, Factor of Change, Cross Multiplication, Dividing in a Ratio, Proportional Quantities
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Ratio	A comparison of two quantities using division, written as a : b. For every 'a' units of the first quantity, there are 'b' units of the second.	Ex: Width 60 mm, Height 40 mm → Ratio = 60 : 40
Terms of Ratio	The two numbers in a ratio a : b are called its terms. 'a' is the first term and 'b' is the second term.	Ex: In 3 : 5, the terms are 3 and 5.
Simplest Form	Highest Common Factor - the largest number that divides both terms of the ratio exactly. Used to simplify ratios.	Ex: HCF of 72 and 96 is 24.
HCF	A ratio reduced by dividing both terms by their HCF until no common factor remains (other than 1).	Ex: 60 : 40 → HCF=20 → Simplest = 3 : 2
Proportion	Two ratios are in proportion if they have the same simplest form. Written as a : b :: c : d.	Ex: 60:40 :: 30:20, since both = 3:2
Cross Multiplication	If a:b :: c:d, then ad = bc. Used to verify proportion and find unknown terms in a ratio.	Ex: 3:4 :: 6:8 → 3 × 8 = 24 = 4 × 6 (True)

APSCERT

DAY 7 — 7. விகிதசம பகுத்தறிவு-1

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** விகிதம், விகிதத்தின் உறுப்புகள், எளிய வடிவம், மீ.பொ.கா, விகிதசமம், மாற்றத்தின் காரணி, குறுக்குப் பெருக்கல், விகிதத்தில் பிரித்தல், விகிதசம அளவுகள்.
- **கருத்து விளக்கம் – முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**

வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
விகிதம்	வகுத்தலை பயன்படுத்தி இரண்டு அளவுகளை ஒப்பிடுதல், a : b என எழுதப்படும். முதல் அளவின் ஒவ்வொரு ‘a’ அலகுகளுக்கும், இரண்டாவது அளவின் ‘b’ அலகுகள் உள்ளன.	எ.கா: அகலம் 60 மிமீ, உயரம் 40 மிமீ→விகிதம் = 60:40
விகிதத்தின் உறுப்புகள்	a : b என்ற விகிதத்தில் உள்ள இரண்டு எண்கள் அதன் உறுப்புகள் எனப்படும். ‘a’ என்பது முதல் உறுப்பு மற்றும் ‘b’ என்பது இரண்டாவது உறுப்பு.	எ.கா: 3:5 இல், உறுப்புகள் 3 மற்றும் 5 ஆகும்.
எளிய வடிவம்	எந்த பொது காரணியும் மீதி வராமல்(1 ஐ தவிர) இரு உறுப்புகளையும் அவற்றின் மீ.பொ.கா–ஆல் வகுத்து சுருக்கிய விகிதம்.	எ.கா: 60:40→ மீ.பொ.கா=20→ எளிய வடிவம் = 3:2
மீ.பொ.கா	மீப்பெரு பொது காரணி – விகிதத்தின் இரண்டு உறுப்புகளையும் சரியாக வகுக்கும் மிகப்பெரிய எண். விகிதங்களை எளிமையாக்க பயன்படுகிறது.	எ.கா: 72 மற்றும் 96 இன் மீ.பொ.கா 24 ஆகும்.
விகிதசமம்	இரண்டு விகிதங்கள் ஒரே எளிய வடிவத்தை கொண்டிருந்தால் அவை விகிதசமத்தில் உள்ளன. a:b :: c:d என எழுதப்படும்.	எ.கா: 60:40 :: 30:20, ஏனெனில் இரண்டும் = 3:2
குறுக்கு பெருக்கல்	a:b :: c:d எனில் ad = bc. விகிதசமத்தை சரிபார்க்கவும் விகிதத்தில் தெரியாத உறுப்புகளை கண்டறியவும் பயன்படுகிறது.	எ.கா: 3:4 :: 6:8 → 3×8=24=4×6 (உண்மை)

Factor of change	The number by which both terms of a ratio are multiplied or divided to obtain an equivalent proportional ratio.	Ex: (60 : 40) × 1/2 =30:20. Factor = 1/2
Dividing in a Ratio	To divide quantity 'x' in the ratio m:n, then the parts are $\frac{m \times x}{m+n}$ and $\frac{n \times x}{(m+n)}$.	Ex: Rs.4000 in ratio 3:1 → Rs.3000 & Rs.1000
Proportional Quantities	Two pairs of quantities are proportional when their ratios change by the same multipli -cative factor (NOT additive).	Ex: 6 glasses:10 spoons :: 18 glasses : 30 spoons and $30 \times \frac{6}{10} = \frac{18}{30} \times 30$ $\Rightarrow 18 = 18$

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. The Simplest from of 48 : 36 is ____________.
2. If 5 :8 :: 15 :_________, the missing term is _________.
3. Divide Rs. 700 in ratio 2 : 5. The larger share = Rs. ___________.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

4. Which pair of ratios is in proportion?
   (A) 2:3 and 4:5 (B) 3:4 and 9:12
   (C) 5:6 and 10:13 (D) 1:2 and 2:5
5. If a:b :: c:d, then by cross multiplication:
   (A) ab = cd (B) ac = bd (C) ad = bc (D) a+d = b+c

C. Match the following :

	Column A		**Column B**
A.	60 : 40	( )	1. Simplest form is 2 : 1
B.	40 : 20	( )	2. Simplest form is 1 : 1
C.	90 : 30	( )	3. Simplest form is 3 : 2
D.	60 : 60	( )	4. Simplest form is 3 : 1

AP SCERT

மாற்றத்தின் காரணி	ஒரு விகிதத்தின் இரு உறுப்புகளும் சமமான விகிதசம விகிதத்தைப் பெற பெருக்கப்படும் அல்லது வகுக்கப்படும் எண்.	எ.கா: (60:40) × 1/2 = 30:20. காரணி = 1/2
விகிதத்தில் பிரித்தல்	x ஐ m:n என்ற விகிதத்தில் பிரித்தால், அந்த பகுதிகள் $\frac{m \times x}{m+n}$ மற்றும் $\frac{n \times x}{(m+n)}$.	எ.கா: ரூ.4000 ஐ 3:1 விகிதத்தில் பிரித்தால் ரூ.3000 & ரூ.1000
விகிதசம அளவுகள்	இரண்டு ஜோடி அளவுகளின் விகிதங்கள் ஒரே பெருக்கல் காரணியால் (கூட்டல் அல்ல) மாறும்போது அவை விகிதசமத்தில் உள்ளன.	எ.கா: 6 டம்ளர்கள்: 10 கரண்டிகள் :: 18 டம்ளர்கள்: 30 கரண்டிகள் மற்றும் $30 \times \frac{6}{10} = \frac{18}{30} \times 30$ $\Rightarrow 18 = 18$

மாணவர் பகுதி - படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: முக்கிய சொற்களை கவனமாக படியுங்கள். பின்னர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. 48 : 36 ன் எளிய வடிவம் ______________.
2. 5 : 8 :: 15 : ______________ எனில், விடுபட்ட உறுப்பு ______________.
3. ரூ. 700ஐ 2 : 5 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கவும். பெரிய பங்கு = ரூ. ______________.

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

4. எந்த விகிதங்களின் ஜோடி விகிதசமத்தில் உள்ளது?

   (A) 2:3 மற்றும் 4:5 (B) 3:4 மற்றும் 9:12

   (C) 5:6 மற்றும் 10:13 (D) 1:2 மற்றும் 2:5

5. a:b :: c:d எனில், குறுக்கு பெருக்கல் மூலம் கிடைக்கும் சமன்பாடு:

   (A) ab = cd (B) ac = bd (C) ad = bc (D) a+d = b+c

C. பொருத்துக.

நிரல் A		நிரல் B
A. 60 : 40	( )	1. எளிய வடிவம் 2 : 1
B. 40 : 20	( )	2. எளிய வடிவம் 1 : 1
C. 90 : 30	( )	3. எளிய வடிவம் 3 : 2
D. 60 : 60	( )	4. எளிய வடிவம் 3 : 1

AP SCERT

DAY 8   8. FRACTIONS IN DISGUISE

Teacher Corner

- **Key Terms :** Per Cent (%), Fraction, Equivalent Fraction, Percentage of a Quantity, Decimal, Percentage Increase, Percentage Decrease, Profit &Loss, Simple Interest.
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Per Cent (%)	Per cent means 'out of 100'. The symbol % represents a fraction with denominator 100.	Ex: 25% = $\frac{25}{100}$. 50% = $\frac{50}{100}$ = 50%
Fraction to Percentage	Multiply the fraction by 100 to get the percentage. Fraction $\frac{x}{y} = \left(\frac{x}{y}\right) \times 100$ %.	Ex: $\frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4} \times 100\right)$% = 75%.
Equivalent Fraction	Fractions that represent the same value. Used to express fractions as percentages.	Ex: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{75}{100}$ = 75%.
Percentage of a Quantity	To find p% of a quantity Q, calculate $(\frac{p}{100}) \times Q$.	Ex: 25% of 120 = $(\frac{25}{100}) \times 120 = 30$.
Decimal & Percentage	Percentages, fractions and decimals are interchange able. Divide the percentage by 100 to get decimal.	Ex: 40% = $\frac{40}{100}$ = 0.4.
Percentage Increase	When a value grows: the percentage increase = (Increase/Original) × 100.	Ex: Price Rs.30 to Rs.42: $(\frac{12}{30}) \times 100$ = 40%.

APSCERT

DAY 8   8. பின்னங்களின் வடிவங்கள்

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** சதவீதம் (%), பின்னம், சமான பின்னம், ஒரு அளவின் சதவீதம், தசமம், சதவீத அதிகரிப்பு, சதவீத குறைவு, இலாபம் & நட்டம், தனிவட்டி.

- **கருத்து விளக்கம் – முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**

வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
சதவீதம் (%)	சதவீதம் என்றால் 100 க்கு என்று பொருள். % என்ற குறியீடு 100 ஐ பகுதியாக கொண்ட ஒரு பின்னத்தை குறிக்கிறது.	எ.கா: $25\% = \frac{25}{100}$. $= \frac{50}{100} = 50\%$
பின்னத்தை சதவீதமாக மாற்றுதல்	சதவீதத்தை பெற பின்னத்தை 100 ஆல் பெருக்கவும். $\frac{x}{y} = \left(\frac{x}{y}\right) \times 100\%$.	எ.கா: $\frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4} \times 100\right)\%$ $= 75\%$.
சமான பின்னம்	அதே மதிப்பை குறிக்கும் பின்னங்கள். பின்னங்களை சதவீதங்களாக வெளிப்படுத்த பயன்படுகிறது.	எ.கா: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{75}{100}$ $= 75\%$.
ஒரு அளவின் சதவீதம்	Q என்ற அளவின் p% ஐ கண்டறிய, $\left(\frac{p}{100}\right) \times Q$ ஐ கணக்கிடவும்.	எ.கா: 120 ல் 25% $= \left(\frac{25}{100}\right) \times 120 = 30$.
தசமம் & சதவீதம்	சதவீதங்கள், பின்னங்கள் மற்றும் தசமங்களை ஒன்றுக்கொன்று மாற்றலாம். தசமத்தை பெற சதவீதத்தை 100 ஆல் வகுக்கவும்	எ.கா: $40\% = \frac{40}{100} = 0.4$.
சதவீத அதிகரிப்பு	ஒரு மதிப்பு வளரும்போது: சதவீத அதிகரிப்பு = (அதிகரிப்பு / அசல்) × 100.	எ.கா: விலை ரூ.30 லிருந்து ரூ.42 ஆக: $\left(\frac{12}{30}\right) \times 100 = 40\%$.

APSCERT

Percentage Decrease	When a value falls: The percentage decrease = $\frac{\text{Decrease}}{\text{Original}} \times 100$.	Ex: decrease 160 to 100 then decrease % $\left(\frac{60}{160}\right) \times 100 = 37.5\%$.
Profit & Loss	Profit % = (Profit/Cost Price) × 100. Loss % = (Loss/CP) x Profit or loss Always calculated on CP.	Ex: CP Rs.300, SP 100. Rs.430: Profit = 43.3%.
Simple Interest (No Compounding)	Simple Interest = $\frac{p \times t \times r}{100}$ Total amount = $P\left(1 + \frac{RT}{100}\right)$ Same interest earned each period.	Ex: Rs.6000 × 10% for 3 yrs = Rs.7800.

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. 25% means ____________ out of every 100.
2. Express 3/5 as a percentage ____________.
3. 30% of Rs. 200 = Rs. ____________.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

4. A shopkeeper buys an article for Rs. 80 and sells at Rs. 100. Profit % is:
   (A) 20% (B) 25% (C) 80% (D) 125%
5. The money Rs. 5000 at 10% p.a. for 2 years without compounding gives total money:
   (A) Rs. 5500 (B) Rs. 6000 (C) Rs. 6050 (D) Rs. 5050

C. Match the following :

	Column A		Column B
A.	3/4	( )	1. 0.2
B.	1/5	( )	2. 0.75
C.	50%	( )	3. 60%
D.	3/5	( )	4. 0.5

AP SCERT

சதவீத குறைவு	ஒரு மதிப்பு குறையும் போது: சதவீத குறைவு = (குறைவு / அசல்) × 100.	எ.கா: 160 லிருந்து 100 ஆக குறைந்தால் குறைவு % $=(\frac{60}{160}) \times 100 = 37.5\%$.
இலாபம் & நட்டம்	இலாப%=(இலாபம் /வாங்கியவிலை) × 100 நட்ட%=(நட்டம் /வாங்கியவிலை)× 100 இலாபம் அல்லது நட்டம் எப்போதும் வாங்கியவிலையில் கணக்கிடப்படுகிறது.	எ.கா: வாங்கியவிலை ரூ.300, விற்றவிலை ரூ.430: இலாபம் = 43.3%.
தனிவட்டி (கூட்டுவட்டி இல்லை)	வட்டி= $\frac{p \times t \times r}{100}$, மொத்தம் $= P\left(1+\frac{RT}{100}\right)$ ஒவ்வொரு காலக்கட்டத்திற்கும் சமமான வட்டி ஈட்டப்படுகிறது.	எ.கா: ரூ.6000 ல் 10% வட்டியில் 3 ஆண்டுகளுக்கு மொத்தம் = ரூ.7800.

மாணவர் பகுதி-படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: முக்கிய சொற்களை கவனமாக படியுங்கள். பின்னர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. 25% என்றால் ஒவ்வொரு 100லும்______________ என்று பொருள்.
2. 3/5 ஐ ஒரு சதவீதமாக மாற்றினால் ______________ ஆகும்.
3. ரூ. 200 ல் 30% = ரூ. ______________

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

4. ஒரு கடைக்காரர் ஒரு பொருளை ரூ. 80 க்கு வாங்கி ரூ. 100 க்கு விற்கிறார். இலாப %:
(A) 20% (B) 25% (C) 80% (D) 125%

5. ரூ. 5000 ல் ஆண்டுக்கு 10% வீதம் 2 ஆண்டுகளுக்கு கூட்டுவட்டி இல்லாமல் கிடைக்கும் மொத்த பணம்:
(A) ரூ. 5500 (B) ரூ. 6000 (C) ரூ. 6050 (D) ரூ. 5050

C. பொருத்துக.

நிரல் A		நிரல் B
A. 3/4	( )	1. 0.2
B. 1/5	( )	2. 0.75
C. 50%	( )	3. 60%
D. 3/5	( )	4. 0.5

APSCERT

DAY 9 — 9. THE BAUDHAYANA-PYTHAGORAS THEOREM

Teacher Corner

- **Key Terms :** Right Triangle, Hypotenuse, Legs / Perpendicular Sides, Square & Area, Diagonal, Baudha yana-Pythagoras Theorem, Irrational Number, Baudhayana Triple, Square Root, Congruence
- **Concept Explaination-Know the term :**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Right Triangle	A triangle with one angle equal to exactly 90 degrees. The side opposite the right angle is always the longest side.	Ex: Triangle with sides 3, 4, 5 - angle is between sides 3 and 4 is right angle.
Hypotenuse	The side opposite the right angle in a right triangle. It is always the longest side of a right triangle.	Ex: In a 3-4-5 triangle, the hypotenuse is the side of length 5.
Legs (Shorter Sides)	The two sides of a right triangle that form the right angle. Also called perpendicular sides or 'a' and 'b' in the theorem.	Ex: In 3-4-5, the legs are 3 and 4.
Area of a Square	If a square has side length s, its area = s × s = s^2. (Used to understand why the theorem works through areas.)	Ex: Square of side 4 has area = 4 × 4 = 16 sq. units.
Diagonal of a Square	A line joining two opposite corners of a square. The diagonal of a square of side 'a' has length = $a \times \sqrt{2}$	Ex: Square of side 1 has diagonal = $a \times \sqrt{2} = 1 \times \sqrt{2} = 1.414...$

AP SCERT

DAY 9 — 9. பௌதாயன - பிதாகரஸ் தேற்றம்

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** செங்கோண முக்கோணம், கர்ணம், கால்கள் / செங்குத்து பக்கங்கள், வர்க்கம் & பரப்பளவு, மூலைவிட்டம், பௌதாயன-பிதாகரஸ் தேற்றம், விகிதமுறா எண், பௌதாயன மும்மை, வர்க்கமூலம், சர்வசமம்.

- **கருத்து விளக்கம் - முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**

வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
செங்கோண முக்கோணம்	சரியாக 90 டிகிரிக்கு சமமான ஒரு கோணத்தைக் கொண்ட முக்கோணம். செங்கோணத்திற்கு எதிரே உள்ள பக்கம் எப்போதும் மிக நீளமான பக்கமாகும்.	எ.கா: 3, 4, 5 பக்கங்களைக் கொண்ட முக்கோணம் - 3 மற்றும் 4 பக்கங்களுக்கு இடையிலான கோணம் செங்கோணமாகும்.
கர்ணம்	செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்திற்கு எதிரே உள்ள பக்கம். இது செங்கோண முக்கோணத்தின் மிக நீளமான பக்கமாகும்.	எ.கா: ஒரு 3-4-5 முக்கோணத்தில், கர்ணம் 5 என்ற நீளமுள்ள பக்கமாகும்.
செங்குத்து பக்கங்கள்(சிறிய பக்கங்கள்)	செங்கோணத்தை உருவாக்கும் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்கள். இவை செங்குத்து பக்கங்கள் அல்லது தேற்றத்தில் 'a' மற்றும் 'b' என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.	எ.கா: 3-4-5ல், செங்குத்து பக்கங்கள் 3 மற்றும் 4 ஆகும்.
சதுரத்தின் பரப்பளவு	ஒரு சதுரத்தின் பக்க நீளம் 's' எனில், அதன் பரப்பளவு $= s \times s = s^2$. (பரப்பளவுகள் மூலம் எவ்வாறு தேற்றத்தை புரிந்துகொள்ள இது பயன்படுகிறது.)	எ.கா: பக்கம் 4 உள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு = $4 \times 4 = 16$ சதுர அலகுகள்.
சதுரத்தின் மூலைவிட்டம்	ஒரு சதுரத்தின் இரண்டு எதிர் மூலைகளை இணைக்கும் கோடு. 'a' பக்கம் கொண்ட சதுரத்தின் மூலைவிட்டத்தின் நீளம் $= a \times \sqrt{2}$	எ.கா: பக்கம் 1 உள்ள சதுரத்தின் மூலைவிட்டம் $a \times \sqrt{2} = 1 \times \sqrt{2} = 1.414...$

Baudhayana-Pythagoras Theorem	In a right triangle with legs a, b and hypotenuse c: $a^2 + b^2 = c^2$. First stated by Baudhayana (800 BCE).	Ex: $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$. So (3,4,5) works!
Square Root	The square root of a number n (written $\sqrt{(n)}$ is the value hat when multiplied by itself gives n.	Ex: $\sqrt{25} = 5$ because $5 \times 5 = 25$. $\sqrt{2} = 1.414$.
Baudhayana Triple	A set of three positive integers (a, b, c) that satisfy $a^2 + b^2 = c^2$. These form the sides of a right triangle.	Ex: (3,4,5), (5,12,13), (8,15,17) are all Baudhayana tripletss.
Irrational Number	A number that cannot be written as a simple fraction m/n and is a non-terminating, non-repeating decimal. ($m, n \in z, n \neq 0$)	Ex: $\sqrt{2} = 1.41421356..$ cannot be written as a fraction.

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. In a right triangle, the side opposite the right angle is called the ________________.
2. If a = 3 and b = 4 in a right triangle, then c = ______________ (use $a^2 + b^2 = c^2$).
3. The lengh of the diagonal of a square of side 5 units is ________ units.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

4. Which set is a Baudhayana triple?
   (A) (2, 3, 4) (B) (5, 12, 13) (C) (4, 5, 8) (D) (6, 7, 9)
5. If $\sqrt{2} = 1.414...$, then $\sqrt{2}$ is:
   (A) A fraction (B) A terminating decimal
   (C) An irrational number (D) A whole number

AP SCERT

பௌதாயன–பிதகரஸ் தேற்றம்	பக்கங்கள் a, b மற்றும் கர்ணம் c ஐ கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில்: $a^2 + b^2 = c^2$ முதன்முதலில் பௌதாயனரால் (கி.மு. 800) கூறப்பட்டது.	எ.கா: $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$. எனவே (3,4,5) செயல்படுகிறது!
வர்க்கமூலம்	ஒரு எண் 'n' ன் வர்க்கமூலம் ($\sqrt{(n)}$ என எழுதப்படும்) என்பது எந்தவொரு எண்ணும் அதே எண்ணால் பெருக்கப்படும் போது 'n' ஐ தரும் மதிப்பாகும்.	எ.கா: $\sqrt{25} = 5$ ஏனெனில் $5 \times 5 = 25$. $\sqrt{2} = 1.414...$
பௌதாயன மும்மை	$a^2 + b^2 = c^2$ என்பதை நிறைவு செய்யும் மூன்று மிகை முழுக்களின் (a, b, c) தொகுப்பு. இவை ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களை உருவாக்குகின்றன.	எ.கா: (3,4,5), (5,12,13), (8,15,17) என்பன பௌதாயன மும்மைகள்.
விகிதமுறா எண்	ஒரு எளிய பின்னமாக m/n வடிவில் எழுத முடியாத மற்றும் முடிவுறா சுழல் தன்மையற்ற தசமமாக உள்ள ஒரு எண். ($m, n \in z, n \neq 0$)	எ.கா: $\sqrt{2} = 1.41421356...$ பின்னமாக எழுத முடியாது.

மாணவர் பகுதி - படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: முக்கிய சொற்களை கவனமாக படியுங்கள். பின்னர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில், செங்கோணத்திற்கு எதிரே உள்ள பக்கம்__________ எனப்படும்.
2. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் a = 3 மற்றும் b = 4 எனில், c = __________ ($a^2 + b^2 = c^2$ ஐ பயன்படுத்தவும்).
3. 5 அலகுகள் பக்கமுள்ள ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டத்தின் நீளம் __________ அலகுகள்.

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

4. எந்த தொகுப்பு ஒரு பௌதாயன மும்மை?

(A) (2, 3, 4) (B) (5, 12, 13) (C) (4, 5, 8) (D) (6, 7, 9)

5. $\sqrt{2} = 1.414................$ எனில், $\sqrt{2}$ என்பது:

(A) ஒரு பின்னம் (B) முடிவுறு தசமம் (C) ஒரு விகிதமுறா எண் (D) ஒரு முழு எண்

AP SCERT

DAY 10 10. PROPORTIONAL REASONING-2

Teacher Corner

- **Key Terms :** Ratio, Proportion, Cross Multiplication, Multi-term Ratio, Representative Fraction (RF), Direct Proportion, Inverse Proportion, Pie Chart, HCF
- **Concept Explaination-Know the term :**
  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Ratio	A ratio is a way of comparing two or more quantities to show how their sizes relate to one another. It indicates how many times one number contains another	In the ratio a:b, a is called antecedent and b is called the consequent In 3:2, antecedent = 3 condequent = 2
Multi-term Ratio	A ratio with more than 2 terms, e.g., a:b:c. All terms change by the same factor when scaled up or down.	Ex: Spice mix 8:4:2:1 scaled to half = 4:2:1:0.5.
Proportion	Proportion is a statement that two ratios are equal. If a,b,c,d are in proportion then a:b = c:d	If 15, 20, 6, 8 are in proportion then 15 : 20 = 6:8
Representative Fraction (RF)	The ratio of a distance on the map to the actual ground distance. Used to find real-world distances from map distances.	Ex: RF 1:60,00,000 means 1 cm on map = 60 km real.
Direct Proportion	Two quantities are in direct proportional if when one increases, the other increases by the same factor. $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = k$ (constant).	Ex: More rice → more idlis. 5 workers make 4500 bricks; 20 workers make 18000 bricks.

APSCERT

DAY 10

10. விகிதசம பகுத்தறிவு-2

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** விகிதம், விகிதசமம், குறுக்கு பெருக்கல், பல உறுப்பு விகிதம், பிரதி பின்னம், நேர் விகிதசமம், தலைகீழ் விகிதசமம், வட்ட வரைபடம், மீ.பொ.கா.
- **கருத்து விளக்கம் – முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**

வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
விகிதம்	ஒரு விகிதம் என்பது இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அளவுகளை ஒப்பிட்டு, அவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொடர்பை காட்டும் வழியாகும். ஒரு எண் மற்றொன்றை எத்தனை முறை கொண்டுள்ளது என்பதை இது குறிக்கிறது.	a:b என்ற விகிதத்தில், 'a' என்பது முன்னுறுப்பு என்றும் 'b' என்பது பின்னுறுப்பு என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. 3:2ல், முன்னுறுப்பு =3,பின்னுறுப்பு =2
பல உறுப்பு விகிதம்	2க்கும் மேற்பட்ட உறுப்புகளை கொண்ட ஒரு விகிதம், எ.கா. a:b:c.. அளவிடும் போது அனைத்து உறுப்புகளும் ஒரே காரணியால் மாறும்.	எ.கா: மசாலா கலவை 8:4:2:1 பாதியாகக் குறைக்கப்பட்டால் =4:2:1:0.5.
விகிதசமம்	விகிதசமம் என்பது இரண்டு விகிதங்கள் சமம் என்ற ஒரு கூற்று ஆகும். a,b,c,d என்பன விகிதசமத்தில் இருந்தால் a:b = c:d	15, 20, 6, 8 விகிதசமத்தில் இருந்தால் 15 : 20 = 6:8
பிரதி பின்னம்	வரைபடத்தில் உள்ள தூரத்திற்கும் உண்மையான தரை தூரத்திற்கும் உள்ள விகிதம். வரைபட தூரங்களிலிருந்து நிஜ உலக தூரங்களை கண்டறிய பயன்படுகிறது.	எ.கா:RF 1:60,00,000 என்றால் வரைபடத்தில் 1 செ.மீ = உண்மையான தூரம் 60 கி.மீ.
நேர் விகிதசமம்	இரண்டு அளவுகள் நேர் விகிதசமத்தில் உள்ளன எனில், ஒன்று அதிகரிக்கும் போது, மற்றொன்றும் அதே காரணியால் அதிகரிக்கும். $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = k$ (மாறிலி).	எ.கா: அதிக அரிசி→அதிக இட்லிகள். 5 தொழிலாளர்கள் 4500 செங்கற்களை செய்கிறார்கள்; 20 தொழிலாளர்கள் 18000 செங்கற்களை செய்கிறார்கள்.

APSCERT

Inverse Proportion	Two quantities are in inversely proportional if when one increases by factor n, the other decreases by factor n. $x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = k$.	Ex: More speed → less time. More workers → fewer days.
Cross Multiplication	Cross multipication is a mathematical technique used to slove an equation involving to ratios or fractions.	If $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ then a×d = b×c If $\frac{x}{10} = \frac{3}{5}$ then, $5 \times x = 10 \times 3$ $5x = 30$, $x = 6$
Pie Chart	A circle divided into slices where each slice's angle is proportional to the data it represents. Total angle = 360º.	Ex: 12 out of 40 students → angle = $\frac{12}{40} \times 360^{\circ} = 108^{\circ}$.

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. In inverse proportion, when one quantity doubles, the other quantity ________.
2. Divide 90 in the ratio 1:2:3. The three parts are ________, ________, ________.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

3. 4 workers finish a job in 6 days. 8 workers will finish it in:
   (A) 12 days (B) 3 days (C) 6 days (D) 24 days
4. Speed and time for a fixed distance are:
   (A) Directly proportional (B) Inversely proportional
   (C) Not related (D) Equal

AP SCERT

தலைகீழ் விகிதசமம்	இரண்டு அளவுகள் தலைகீழ் விகிதசமத்தில் உள்ளன எனில், ஒன்று n காரணியால் அதிகரிக்கும் போது, மற்றொன்று n காரணியால் குறையும். $x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = k$.	எ.கா: அதிக வேகம்→குறைவான நேரம். அதிக தொழிலாளர்கள்→குறைவான நாட்கள்.
குறுக்கு பெருக்கல்	குறுக்கு பெருக்கல் என்பது இரண்டு விகிதங்கள் அல்லது பின்னங்களை உடைய சமன்பாட்டை தீர்க்க பயன்படும் ஒரு கணித நுட்பமாகும்.	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ எனில் $a \times d = b \times c$ $\frac{x}{10} = \frac{3}{5}$ எனில், $5 \times x = 10 \times 3$ $5x = 30, x = 6$
வட்ட வரைபடம்	ஒரு வட்டம் பல பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டு, ஒவ்வொரு பகுதியின் கோணமும் அது குறிக்கும் தரவுகளுக்கு விகிதசமமாக இருக்கும். மொத்த கோணம்= 360°.	எ.கா: 40 மாணவர்களில் 12 பேர்→கோணம் = $\frac{12}{40} \times 360^{\circ} = 108^{\circ}$

மாணவர் பகுதி-படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: முக்கிய சொற்களை கவனமாக படியுங்கள். பின்னர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. தலைகீழ் விகிதசமத்தில் ஒரு அளவு இரட்டிப்பாகும் போது, மற்றொரு அளவு __________.
2. 90ஐ 1:2:3 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கவும். மூன்று பகுதிகள் ________, ________, ________.

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

3. 4 தொழிலாளர்கள் ஒரு வேலையை 6 நாட்களில் முடிக்கிறார்கள். 8 தொழிலாளர்கள் அதை முடிக்க ஆகும் நாட்கள்:

   (a) 12 நாட்கள் (b) 3 நாட்கள் (c) 6 நாட்கள் (d) 24 நாட்கள்

4. ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்திற்கு வேகமும் நேரமும்:

   (a) நேர் விகிதசமம் (b) தலைகீழ் விகிதசமம்

   (c) தொடர்பற்றவை (d) சமம்

AP SCERT

DAY 11 — 11. EXPLORING SOME GEOMETRIC THEMES

Teacher Corner

- **Key Terms :** Fractal, Self-similarity, Net (of a solid), Face, Edge, Vertex, Projection, Isometric projection, Prism, Pyramid
- **Concept Explaination-Know the term :**
  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Fractal	A shape that shows the same or similar pattern at smaller and smaller scales (self-similar).	A fern leaf - each sub-leaf looks like the whole fern.
Self-similarity	When smaller parts of a shape look the same as the whole shape.	Koch Snowflake - each bump has smaller bumps of the same shape.
Net of a solid	A flat 2D shape that can be folded to form a 3D solid.	6 squares joined in a cross pattern fold into a cube.
Face	A flat (plane) surface that forms the boundary of a solid.	A cube has 6 square faces.
Edge	A line segment where two faces of a solid meet.	A cube has 12 edges.
Vertex	A point (corner) where two or more edges of a solid meet.	A cube has 8 vertices.
Projection	The shadow-like flat image of a 3D object formed on a plane surface when light shines perpendicularly on it.	Top view of a cylinder is a circle.

AP SCERT

DAY 11

11. சில வடிவவியல் கருத்துகளை ஆராய்தல்

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** பின்ன வடிவம், தன்-ஒப்புமை, திண்மத்தின் வலையமைப்பு, முகம், விளிம்பு, முனை, வீழல், ஐசோமெட்ரிக் வீழல், முப்பட்டகம், பிரமிடு.
- **கருத்து விளக்கம் – முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**
  வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
பின்ன வடிவம்	சிறு சிறு அளவுகளில் ஒரே மாதிரியான அல்லது ஒத்த வடிவத்தைக் காட்டும் வடிவம் (தன்-ஒப்புமை).	ஒரு பெரணி இலை – ஒவ்வொரு துணை-இலையும் முழு பெரணியைப் போலவே இருக்கும்.
தன்-ஒப்புமை	ஒரு வடிவத்தின் சிறிய பகுதிகள் முழு வடிவத்தையும் போலவே தோன்றுவது.	கோச் ஸ்னோஃப்ளேக் – இதில் உள்ள ஒவ்வொரு மேட்டிலும் அதே வடிவத்தில் சிறிய மேடுகள் இருக்கும்.
திண்மத்தின் வலையமைப்பு	3D திண்மத்தை உருவாக்க மடிக்கப்படும் ஒரு தட்டையான 2D வடிவம்.	சிலுவை வடிவத்தில் இணைக்கப்பட்ட 6 சதுரங்கள் ஒரு கனசதுரமாக மடிக்கப்படும்.
முகம்	ஒரு திண்மத்தின் எல்லையை உருவாக்கும் தட்டையான (சமதள) மேற்பரப்பு.	ஒரு கனசதுரத்திற்கு 6 சதுர முகங்கள் உள்ளன.
விளிம்பு	ஒரு திண்மத்தின் இரண்டு முகங்கள் சந்திக்கும் கோட்டுத்துண்டு.	ஒரு கனசதுரத்திற்கு 12 விளிம்புகள் உள்ளன.
முனை	ஒரு திண்மத்தின் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விளிம்புகள் சந்திக்கும் புள்ளி (மூலை).	ஒரு கனசதுரத்திற்கு 8 முனைகள் உள்ளன.
வீழல்	ஒரு 3D பொருளின் மீது செங்குத்தாக ஒளி படும்போது ஒரு சமதளப் பரப்பில் உருவாகும் நிழல் போன்ற தட்டையான படம்.	ஒரு உருளையின் மேல்பக்க வீழல் ஒரு வட்டம்.

AP SCERT

Isometric projection	A special projection of a solid where the lengths of all projected edges are equal. Drawn on isometric (hexagonal) grid paper.	A cube balanced on its corner vertex gives an isometric (hexagon) projection.
Prism	A solid with two identical parallel polygon faces (Top & base) connected by rectangles (parallelograms).	A triangular prism has 2 triangular faces and 3 rectangular faces.
Pyramid	A solid with a polygon base and triangular Lateral faces meeting at a single apex (top point).	A square pyramid has a square base and 4 triangular faces.

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. A shape that shows the same pattern at smaller and smaller scales is called a _______________.
2. The flat 2D shape that can be folded to form a 3D solid is called the _______________ of the solid.
3. A cube has ________ faces, ________ edges and ________ vertices.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

1. Which of the following is an example of a fractal found in nature?
   (a) Cube (b) Fern leaf (c) Cylinder (d) Net
2. The projection of a cube in which all edges appear equal in length is called:
   (a) Front view (b) Top view
   (c) Isometric projection (d) Side view

C. Match the following :

	Column A			Column B
1.	Fractal	( )	A)	Flat shape that folds into a solid
2.	Vertex	( )	B)	Same pattern repeating at smaller scales
3.	Net	( )	C)	A shape made by repeating a pattern at smaller scales
4.	Self-similarity	( )	D)	Shadow-like flat image of a 3D object on a plane
5.	Projection	( )	E)	Point where two or more edges meet

AP SCERT

ஐசோமெட்ரிக் வீழல்	ஒரு திண்மத்தின் சிறப்பு வீழல், இதில் வீழ்த்தப்பட்ட அனைத்து விளிம்புகளின் நீளங்களும் சமமாக இருக்கும். ஐசோமெட்ரிக் (அறுங்கோண) கட்ட தாளில் வரையப்படும்.	தனது மூலை முனையில் சமநிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒரு கனசதுரம் ஐசோமெட்ரிக் (அறுங்கோணம்) வீழலை தருகிறது.
முப்பட்டகம்	இரண்டு ஒத்த இணையான பலகோண முகங்களை (மேல் & அடிப்படை) செவ்வகங்களால் (இணைகரங்களால்) இணைக்கப்பட்ட ஒரு திண்மம்.	ஒரு முக்கோண முப்பட்டகத்தில் 2 முக்கோண முகங்களும் 3 செவ்வக முகங்களும் உள்ளன.
பிரமிடு	பலகோண அடிப்பகுதியையும், ஒரு ஒற்றை உச்சியில் (மேல் புள்ளி) சந்திக்கும் முக்கோண பக்கவாட்டு முகங்களையும் கொண்ட ஒரு திண்மம்.	ஒரு சதுர பிரமிட்டில் ஒரு சதுர அடிப்பகுதியும் 4 முக்கோண முகங்களும் உள்ளன.

மாணவர் பகுதி-படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: முக்கிய சொற்களை கவனமாக படியுங்கள். பின்னர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. சிறிய அளவுகளில் ஒரே மாதிரியான வடிவத்தைக் காட்டும் வடிவம்______________ எனப்படும்.
2. 3D திண்மத்தை உருவாக்க மடிக்கப்படும் தட்டையான 2D வடிவம் திண்மத்தின் ______________ எனப்படும்.
3. ஒரு கனசதுரத்திற்கு ______________முகங்கள், ______________விளிம்புகள் மற்றும் ______________ முனைகள் உள்ளன.

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

1. இயற்கையில் காணப்படும் பின்ன வடிவத்திற்கு பின்வருவனவற்றில் எது உதாரணம்?
   (a) கனசதுரம் (b) பெரணி இலை (c) உருளை (d)வலையமைப்பு
2. அனைத்து விளிம்புகளும் நீளத்தில் சமமாக தோன்றும் கனசதுரத்தின் வீழல்:
   (a) முகப்பு வீழல் (b) மேல்பக்க வீழல்
   (c) ஐசோமெட்ரிக் வீழல் (d) பக்கவாட்டு வீழல்

C. பொருத்துக.

	நிரல் A			நிரல் B
1.	பின்னவடிவம்	( )	A)	ஒரு திண்மமாக மடிக்கக்கூடிய தட்டையான வடிவம்
2.	முனை	( )	B)	சிறிய அளவுகளில் மீண்டும் வரும் அதே அமைப்பு
3.	வலையமைப்பு	( )	C)	சிறிய அளவுகளில் ஒரு அமைப்பை மீண்டும் செய்வதன் மூலம் உருவாக்கப்பட்ட வடிவம்
4.	தன்–ஒப்புமை	( )	D)	ஒரு தளத்தில் 3D பொருளின் நிழல் போன்ற தட்டையான படம்
5.	வீழல்	( )	D)	இரண்டு (அ) அதற்கு மேற்பட்ட விளிம்புகள் சந்திக்கும் புள்ளி

AP SCERT

DAY 12 — 12. TALES BY DOTS AND LINES

Teacher Corner

- **Key Terms :** Mean (Average), Median, Central Tendency, Frequency, Line Graph, Spreadsheet, Data (Dataset), Infographic, Arithmetic Mean formula
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Mean (Average)	Sum of all values divided by the number of values. It is the 'balance point' of the data.	Mean of 3,7,8 = $\frac{3+7+8}{3}$ = 18÷3 = 6
Median	The middle value when data is sorted in order. Half of the values of the data lie below it, half above.	Sorted: 3,5,7,9,11 → Median = 7
Central Tendency	A single value that represents the 'centre' or typical value of a data set.	Mean & Median are both measures of central tendency.
Frequency	The number of times a particular value appears in a data set.	In {4,4,4,7,9}, frequency of 4 is 3.
Line Graph	A graph where data points are connected by lines. Best used to show change over time.	Monthly temperature plotted over 12 months.
Spreadsheet	A digital table of rows and columns (cells) used to store and calculate data using formulae.	= AVERAGE(B2:B10) finds average of a column.

APSCERT

DAY 12

12. புள்ளிகள் மற்றும் கோடுகளின் கதைகள்

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** சராசரி, இடைநிலை, மையப்போக்கு, நிகழ்வெண், கோட்டு வரைபடம், விரிதாள் (ஸ்ப்ரெட்ஷீட்), தரவு (தரவுத்தொகுப்பு), தகவல் விளக்கப்படம், கூட்டு சராசரி விதி.
- **கருத்து விளக்கம் – முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**

வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
சராசரி	அனைத்து மதிப்புகளின் கூடுதலை மதிப்புகளின் எண்ணிக்கையால் வகுப்பது. இது தரவின் ‘சமநிலை புள்ளி ஆகும்.	3, 7, 8 ன் சராசரி = $\frac{3+7+8}{3}$ $18 \div 3 = 6.$
இடைநிலை	தரவு வரிசைப்படுத்தப்படும் போது நடுவில் உள்ள மதிப்பு. தரவில் பாதி இதற்கு கீழேயும், பாதி மேலேயும் இருக்கும்.	வரிசைப்படுத்தப்பட்டது: 3, 5, 7, 9, 11 → இடைநிலை=7
மையப்போக்கு	தரவுத்தொகுப்பின் ‘மையம்’ அல்லது பொதுவான மதிப்பை குறிக்கும் ஒற்றை மதிப்பு.	சராசரி மற்றும் இடைநிலை இரண்டும் மையப்போக்கின் அளவீடுகள்.
நிகழ்வெண்	ஒரு தரவுத்தொகுப்பில் ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பு தோன்றும் முறைகளின் எண்ணிக்கை.	$\{4, 4, 4, 7, 9\}$ ல், 4 ன் நிகழ்வெண் 3.
கோட்டு வரைபடம்	தரவு புள்ளிகள் கோடுகளால் இணைக்கப்படும் ஒரு வரைபடம். காலப்போக்கில் மாற்றத்தை காட்ட சிறந்த முறையில் பயன்படுகிறது.	12 மாதங்களுக்கு மாதாந்திர வெப்பநிலை குறிக்கப்பட்டது.
விரிதாள்	விதிகளை பயன்படுத்தி தரவை சேமிக்க மற்றும் கணக்கிட பயன்படும் நிரைகள் மற்றும் நிரல்களின் (செல்கள்) டிஜிட்டல் அட்டவணை.	= சராசரி (B2:B10) என்பது ஒரு நிரலின் சராசரியை கண்டறியும்.

APSCERT

Data (Dataset)	A collection of information (numbers, facts) that is gathered for analysis.	Heights of 30 students is a dataset.
Infographic	A visual representation that combines images and data to communicate information clearly.	A map showing wheat vs. rice preference by state.
Arithmetic Mean formula	Mean = (Sum of all values) ÷ (Number of values). When all values increase by k, mean also increases by k.	Data: 4,6,8. Mean = 18÷3 = 6. Add 5 to each: New mean = 11.

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. The __________ is found by adding all values and dividing by the count.
2. The ________________ is the middle value when data is sorted in order.
3. A graph that shows data points connected by lines, used to show change over time, is called a ________________.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

1. If the mean of 4, 6, 8, 10 is 7 and we add 3 to each value, the new mean is:
   (a) 7 (b) 10 (c) 21 (d) 3
2. The median of the data 3, 5, 7, 9, 11 is:
   (a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 9

C. Match the following :

	Column A			Column B
1.	Mean	( )	A)	A graph connecting data points with lines
2.	Median	( )	B)	The middle value in sorted data
3.	Frequency	( )	C)	Number of times a value appears in data
4.	Line Graph	( )	D)	Sum of values divided by count

APSCERT

தரவு (தரவுத்தொகுப்பு)	பகுப்பாய்விற்காக சேகரிக்கப்பட்ட தகவல்களின் தொகுப்பு (எண்கள், உண்மைகள்).	30 மாணவர்களின் உயரங்கள் ஒரு தரவுத்தொகுப்பு.
தகவல் விளக்கப்படம்	தகவலை தெளிவாக தொடர்புகொள்ள படங்கள் மற்றும் தரவை இணைக்கும் காட்சி	மாநில வாரியாக கோதுமை vs அரிசிக்கு முன்னுரிமை வழங்குவதை காட்டும் வரைபடம்.
கூட்டு சராசரி விதி	சராசரி = (அனைத்து மதிப்புகளின் கூடுதல்) ÷ (மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை). அனைத்து மதிப்புகளும் 'k' அளவு அதிகரிக்கும் போது, சராசரியும் 'k' அளவு அதிகரிக்கும்.	தரவு: 4, 6, 8. சராசரி 18÷3 = 6. ஒவ்வொன்றுடனும் 5 ஐ கூட்டுக: புதிய சராசரி = 11.

மாணவர் பகுதி - படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: முக்கிய சொற்களை கவனமாக படியுங்கள். பின்னர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. அனைத்து மதிப்புகளையும் கூட்டி எண்ணிக்கையால் வகுப்பதன் மூலம்__________ காணப்படுகிறது.

2 தரவுகள் வரிசைபடுத்தும் போது நடுவில் உள்ள மதிப்பு __________ ஆகும்.

3. காலப்போக்கில் மாற்றத்தை காட்ட பயன்படுத்தப்படும், கோடுகளால் இணைக்கப்பட்ட தரவு புள்ளிகளை காட்டும் வரைபடம் __________ எனப்படும்.

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

1. 4, 6, 8, 10ன் சராசரி 7 எனில், ஒவ்வொரு மதிப்புடனும் 3 ஐ கூட்டினால், புதிய சராசரி:
   (a) 7 (b) 10 (c) 21 (d) 3

2. 3, 5, 7, 9, 11 என்ற தரவின் இடைநிலை:
   (a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 9

C. பொருத்துக.

நிரல் A			நிரல் B
1. சராசரி	( )	A)	தரவு புள்ளிகளை கோடுகளால் இணைக்கும் வரைபடம்
2. இடைநிலை	( )	B)	வரிசைப்படுத்தப்பட்ட தரவில் நடு மதிப்பு
3. நிகழ்வெண்	( )	C)	தரவில் ஒரு மதிப்பு தோன்றும் முறை
4. கோட்டு வரைபடம்	( )	D)	மதிப்புகளின் கூடுதலை அவற்றின் எண்ணிக்கையால் வகுப்பது

APSCERT

DAY 13 — 13. ALGEBRA PLAY

Teacher Corner

- **Key Terms :** Variable (Letter-number), Expression, Equation, Solving an equation, Distributive property, Divisibility, Number Pyramid, Substitution, Constant, Algebraic identity
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Variable (Letter-number)	A letter used to represent an unknown number in an expression or equation.	x, a, b, M, D are variables.
Expression	A combination of numbers, variables and operations (no '=' sign).	$2x + 4$, $a + b$, $5M + 6$
Equation	A mathematical statement showing two expressions are equal (has an = sign).	$2x + 4 = 10$; $a + b = 60$
Solving an equation	Finding the value of the variable that makes the equation true.	$2x = 10 \rightarrow x = 5$
Distributive property	$a \times (b + c) = a{\times}b + a{\times}c$. Used to expand or factorise expressions.	$5(x+3) = 5x + 15$
Divisibility	A number is said to be divisible by n if dividing by n leaves remainder 0.	$27 \div 9 = 3$ (no remainder), so 27 is divisible by 9.
Number Pyramid	A structure where the value of each cell equals the sum of the two Values of the cells directly below it.	Bottom row: 3, 4 → Next level: 7 → Top: 7

AP SCERT

DAY 13   13. இயற்கணித விளையாட்டு

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** மாறி (எழுத்து-எண்), கோவை, சமன்பாடு, சமன்பாட்டை தீர்த்தல், பங்கீட்டு பண்பு, வகுபடும் தன்மை, எண் பிரமிடு, பிரதியிடுதல், மாறிலி, இயற்கணித முற்றொருமை
- **கருத்து விளக்கம் – முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**

வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
மாறி (எழுத்து-எண்)	ஒரு கோவை அல்லது சமன்பாட்டில் தெரியாத எண்ணை குறிக்க பயன்படும் எழுத்து.	x, a, b, M, D என்பன மாறிகள்.
கோவை	எண்கள், மாறிகள் மற்றும் கணித செயல்களின் சேர்க்கை (= குறி இல்லை).	$2x + 4$, $a + b$, $5M + 6$
சமன்பாடு	இரண்டு கோவைகள் சமம் என்பதை காட்டும் கணித கூற்று (= குறி இருக்கும்).	$2x + 4 = 10$; $a + b = 60$
சமன்பாட்டை தீர்த்தல்	சமன்பாட்டை உண்மையாக்கும் மாறியின் மதிப்பைக் கண்டறிதல்.	$2x = 10 \rightarrow x = 5$
பங்கீட்டு பண்பு	$a \times (b + c) = a{\times}b + a{\times}c$. கோவைகளை விரிவுபடுத்த அல்லது காரணிப்படுத்த பயன்படுகிறது.	$5(x+3) = 5x + 15$
வகுபடும் தன்மை	'n' ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 0 கிடைத்தால், அந்த எண் n ஆல் வகுபடும் எனப்படும்.	$27 \div 9 = 3$ (மீதி இல்லை), எனவே 27 என்பது 9 ஆல் வகுபடும்.
எண் பிரமிடு	ஒவ்வொரு கட்டத்தின் மதிப்பும் அதற்கு நேராக கீழே உள்ள இரண்டு கட்டங்களின் மதிப்புகளின் கூடுதலுக்கு சமமாக இருக்கும் ஒரு அமைப்பு.	கீழ் வரிசை: 3, 4→அடுத்த நிலை: 7→மேல்: 7

APSCERT

Substitution	Replacing a variable with a specific number to evaluate an expression.	If a = 5, then a + 3 = 5 + 3 = 8.
Constant	A fixed number in an expression that does not change.	In 2x + 4, the number 4 is a constant.
Algebraic identity	An equation that is true for ALL values of the variables.	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ is true for any a, b.

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. A letter used to represent an unknown number in an expression is called a _______________.
2. An expression that has an equal sign (=) is called an _______________.
3. The rule a × (b + c) = axb + axc is called the _______________ property.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

1. In the expression 3x + 7, the variable is:
   (a) 3 (b) x (c) 7 (d) 3x
2. Solve: 2x + 4 = 14. The value of x is:
   (a) 7 (b) 9 (c) 5 (d) 4

C. Match the following :

Column A			Column B
1. Variable	( )	A)	Replacing a variable with a number to evaluate an expression
2. Equation	( )	B)	A statement showing two expressions are equal (uses = sign)
3. Distributive Property	( )	C)	A letter that represents an unknown number
4. Divisibility	( )	D)	A number leaves remainder 0 when divided by another number
5. Substitution	( )	E)	a × (b + c) = axb + axc

APSCERT

பிரதியிடுதல்	ஒரு கோவையை மதிப்பிட ஒரு மாறியை குறிப்பிட்ட எண்ணால் மாற்றுதல்.	$a = 5$ எனில், $a + 3 = 5 + 3 = 8$.
மாறிலி	மாறாத ஒரு கோவையில் உள்ள ஒரு நிலையான எண்.	$2x + 4$ல், எண் 4 ஒரு மாறிலி.
இயற்கணித முற்றொருமை	மாறிகளின் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் உண்மையாக இருக்கும் ஒரு சமன்பாடு.	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ என்பது அனைத்து a, b மதிப்புகளுக்கும் உண்மை.

Practice

மாணவர் பகுதி - படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: முக்கிய சொற்களை கவனமாக படியுங்கள். பின்னர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. ஒரு கோவையில் தெரியாத எண்ணை குறிக்க பயன்படும் எழுத்து ____________ எனப்படும்.
2. சம குறியீட்டை (=) கொண்ட ஒரு கோவை________________ எனப்படும்.
3. விதி $a \times (b + c) = axb + axc$ என்பது ________________ பண்பு எனப்படும்.

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

1. $3x + 7$ என்ற கோவையில், மாறி:
   (a) 3 (b) x (c) 7 (d) 3x
2. தீர்க்க: $2x + 4 = 14$. 'x' ன் மதிப்பு:
   (a) 7 (b) 9 (c) 5 (d) 4

C. பொருத்துக.

	நிரல் A			நிரல் B
1.	மாறி	( )	A)	ஒரு கோவையை மதிப்பிட மாறியை ஒரு எண்ணால் மாற்றுதல்
2.	சமன்பாடு	( )	B)	இரண்டு கோவைகள் சமம் என காட்டும் கூற்று (= குறி பயன்படுத்தப்படும்)
3.	பங்கீட்டு பண்பு	( )	C)	தெரியாத எண்ணை குறிக்கும் எழுத்து
4.	வகுபடும் தன்மை	( )	D)	ஒரு எண்ணை மற்றொரு எண்ணால் வகுக்கும் போது மீதி 0 கிடைக்கும்
5.	பிரதியிடுதல்	( )	E)	$a \times (b + c) = axb + axc$

APSCERT

DAY 14 — 14. AREA

Teacher Corner

- **Key Terms :** Area, Perimeter, Base & Height, Altitude, Parallelogram, Trapezium, Rhombus, Diagonal
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Area	The amount of 2D space covered by a flat shape, measured in square units.	e.g. 5 cm × 3 cm tile covers an area of 15 cm^2.
Perimeter	The total length of the boundary around a 2D shape.	e.g. 6 m × 4 m field has perimeter = 20 m.
Base & Height	Base = any chosen side; Height = perpendicular distance from that base to the opposite vertex/side.	e.g. In ΔABC, BC = 8 cm (base); altitude h = 5 cm.
Altitude	A perpendicular line segment drawn from a vertex to the opposite side (or its extension).	e.g. Altitude is always perpendicular to the base.
Parallelogram	A quadrilateral with two pairs of parallel sides. Opposite sides are equal in length.	e.g. In a parallelogram ABCD, $AB \parallel CD$, $BC \parallel DA$ and AB=CD, BC=DA
Trapezium	A quadrilateral with exactly one pair of parallel sides a and b are called parallel sides	e.g. In a Trapezium ABCD, $AB \parallel CD$, AB=a CD=b

AP SCERT

DAY 14

14. பரப்பளவு

ஆசிரியர் பகுதி

- **முக்கிய சொற்கள் :** பரப்பளவு, சுற்றளவு, அடிப்பக்கம் & உயரம், குத்துயரம், இணைகரம், சரிவகம், சாய்சதுரம், மூலைவிட்டம்.
- **கருத்து விளக்கம் – முக்கிய சொற்களை அறிவோம் :**

வழிமுறைகள்: ஒவ்வொரு சொல்லையும் வரையறைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தி அறிமுகப்படுத்துங்கள். ஒவ்வொரு கருத்தையும் நிஜ வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுடன் இணைத்து தயார் நிலையை உருவாக்குங்கள்.

முக்கிய சொல்	வரையறை	எடுத்துக்காட்டு
பரப்பளவு	ஒரு தட்டையான வடிவத்தால் உள்ளடக்கப்படும் 2D இடத்தின் அளவு, சதுர அலகுகளில் அளவிடப்படும்.	எ.கா. 5 செ.மீ × 3 செ.மீ அளவுகளை உடைய தரைஓடு 15 செ.மீ^{2} பரப்பளவை உள்ளடக்கும்.
சுற்றளவு	ஒரு 2D வடிவத்தை சுற்றியுள்ள எல்லையின் மொத்த நீளம்.	எ.கா. 6 மீ × 4 மீ வயலின் சுற்றளவு = 20 மீ.
அடிப்பக்கம் & உயரம்	அடிப்பக்கம் = தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஏதேனும் ஒரு பக்கம்; உயரம் = அந்த அடிப்பக்கத்திலிருந்து எதிர் உச்சி/பக்கத்திற்கு உள்ள செங்குத்து தூரம்.	எ.கா. ΔABCல், BC = 8 செ.மீ (அடிப்பக்கம்); குத்துயரம் h = 5 செ.மீ.
குத்துயரம்	ஒரு உச்சியிலிருந்து எதிர் பக்கத்திற்கு (அல்லது அதன் நீட்சிக்கு) வரையப்பட்ட செங்குத்து கோட்டுத்துண்டு.	எ.கா. குத்துயரம் எப்போதும் அடிப்பக்கத்திற்கு செங்குத்தாக இருக்கும்.
இணைகரம்	இரண்டு ஜோடி இணை பக்கங்களை கொண்ட ஒரு நாற்கரம். எதிர் பக்கங்களின் நீளங்கள் சமம்.	எ.கா. இணைகரம் ABCDல், AB∥CD, BC∥DA மற்றும் AB=CD, BC=DA
சரிவகம்	சரியாக ஒரு ஜோடி இணை பக்கங்களை கொண்ட ஒரு நாற்கரம்('a' மற்றும் 'b' இணை பக்கங்கள் என அழைக்கப்படும்.)	எ.கா. சரிவகம் ABCDல், AB∥CD, AB = a CD=b

ADSCERT

Rhombus	A parallelogram with all four sides equal. Diagonals bisect each other at right angles.	e.g. If ABCD is a Rhombus AB = BC = CD = DA
Diagonal	A line segment joining two non-adjacent vertices of a polygon; used to split shapes into triangles.	e.g. Drawing BD splits. quadrilateral ABCD into 2 triangles.

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. Area of a triangle = $\frac{1}{2}$ × ________ × height.
2. A parallelogram with base 9 cm and height 4 cm has an area of ____cm².
3. A rhombus with diagonals 10 cm and 6 cm has an area of _______ cm².

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

1. A trapezium has parallel sides 8 cm and 12 cm, height 5 cm. Its area is:
   (A) 80 cm² (B) 50 cm² (C) 100 cm² (D) 60 cm²
2. Perimeter and area of a shape are:
   (A) Always equal
   (B) Both measured in cm²
   (C) Independent - same perimeter can give different areas
   (D) Interchangeable measures

C. Match the following :

	Column A			Column B
1.	Rectangle	( )	P.	$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$
2.	Triangle	( )	Q.	$l \times b$
3.	Rhombus	( )	R.	$b \times h$
4.	Parallelogram	( )	S.	$\frac{1}{2} \times b \times h$

APSCERT

சாய்சதுரம்	நான்கு பக்கங்களும் சமமாக உள்ள ஒரு இணைகரம். மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்கோணத்தில் இருசமக்கூறிடும்.	எ.கா. ABCD ஒரு சாய்சதுரம் எனில் AB = BC = CD = DA
மூலைவிட்டம்	ஒரு பலகோணத்தின் அடுத்தடுத்த அல்லாத முனைகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு; வடிவங்களை முக்கோணங்களாக பிரிக்க பயன்படுகிறது.	எ.கா. BD என்பது நாற்கரம் ABCDஐ 2 முக்கோணங்களாக பிரிக்கிறது.

மாணவர் பகுதி - படித்தல் மற்றும் பயிற்சி

வழிமுறைகள்: முக்கிய சொற்களை கவனமாக படியுங்கள். பின்னர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் சுயமாக விடையளிக்க முயற்சிக்கவும்.

A. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

1. முக்கோணத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}$ × __________ × உயரம்.
2. அடிப்பக்கம் 9 செ.மீ மற்றும் உயரம் 4 செ.மீ கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவு= ______ செ.மீ²
3. மூலைவிட்டங்கள் 10 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ கொண்ட சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு = ______ செ.மீ²

B. பல்தேர்வு வினாக்கள் - சரியான விடையை டிக் (✓) செய்க.

1. ஒரு சரிவகத்தில் இணை பக்கங்கள் 8 செ.மீ, 12 செ.மீ, மற்றும் உயரம் 5 செ.மீ உள்ளது. அதன் பரப்பளவு:

   (A) 80 cm^2 (B) 50 cm^2 (C) 100 cm^2 (D) 60 cm^2

2. ஒரு வடிவத்தின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு என்பவை:

   (A) எப்போதும் சமம்

   (B) இரண்டும் செ.மீ² ல் அளவிடப்படும்

   (C) சார்பற்றவை – ஒரே சுற்றளவு வெவ்வேறு பரப்பளவுகளை கொடுக்கலாம்.

   (D) ஒன்றுக்கொன்று மாற்றக்கூடிய அளவீடுகள்

C. பொருத்துக.

	நிரல் A		நிரல் B
1.	செவ்வகம்	( )	P. $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$
2.	முக்கோணம்	( )	Q. $l \times b$
3.	சாய்சதுரம்	( )	R. $b \times h$
4.	இணைகரம்	( )	S. $\frac{1}{2} \times b \times h$

APSCERT

1 A SQUARE AND A CUBE

Learning outcomes

Learners will be able to

- Identify, explores in patterns numbers and describes rules (CG-1)
- Create puzzles and develop own solution (CG-7)
- Appreciate contributions of Indian mathematicians in mathematics (CG-9)
- Analyze possible solutions to problems with effective combination of steps (CG-8)

Y9A7A1

1.0 Introduction

Queen Ratnamanjari had a will written that described her fortune of ratnas (precious stones) and also included a puzzle. Her son Kumara Varma and their 99 relatives were invited to the reading of her will. She wanted to leave all of her ratnas to her son, but she knew that if she did so, all their relatives would pester Kumara Varma forever. She hoped that she had taught him everything he needed to know about solving puzzles. She left the following note in her will-

"I have created a puzzle. If all 100 of you answer it at the same time, you will share the ratnas equally. However, if you are the first one to solve the problem, you will get to keep the entire inheritance to yourself. Good luck." The minister took Kumara Varma and his 99 relatives to a secret room in the mansion containing 100 lockers.

The minister explained- "Each person is assigned a number from 1 to 100.

- Person 1 opens every locker.
- Person 2 toggles every 2nd locker (i.e., closes it if it is open, opens it if it is closed).
- Person 3 toggles every 3rd locker (3rd, 6th, 9th, ... and so on).
- Person 4 toggles every 4th locker (4th, 8th, 12th, ... and so on).

AP SCERT

1 வர்க்கம் மற்றும் கனம்

கற்றல் விளைவுகள்

மாணவர்கள் இவற்றை செய்வர்..

- எண்களின் அமைப்புகளை அடையாளம் கண்டு, ஆராய்ந்து மற்றும் விதிகளை விவரிப்பர்.(CG-1)
- புதிர்களை உருவாக்குதல் மற்றும் சொந்த தீர்வை உருவாக்குவர். (CG-7)
- கணிதத்தில் இந்திய கணிதவியலாளர்களின் பங்களிப்புகளை பாராட்டுவர்.(CG-9)
- படிப்படியான சரியான சேர்க்கையுடன் கணக்குகளுக்கான சாத்தியமான தீர்வுகளை பகுப்பாய்வு செய்வர.(CG-8)

U5L3H5

1.0 அறிமுகம்

ரத்னமஞ்சரி ராணி தனது ரத்தினங்களின் (விலைமதிப்பற்ற கற்கள்) சொத்துக்களை விவரிக்கும் ஒரு உயிலை எழுதினார். அதில் ஒரு புதிரும் அடங்கியிருந்தது. அவரது மகன் குமார வர்மா மற்றும் அவர்களது 99 உறவினர்கள் அவரது உயில் வாசிப்புக்கு அழைக்கப்பட்டனர். தனது ரத்தினங்கள் அனைத்தையும் தனது மகனுக்கே விட்டுச்செல்ல அவள் விரும்பினாள். ஆனால் அப்படிச் செய்தால், உறவினர்கள் அனைவரும் குமார வர்மாவை வாழ்நாள் முழுவதும் தொந்தரவு செய்வார்கள் என்பதை அவள் அறிந்திருந்தாள். புதிர்களைத் தீர்ப்பது பற்றி அவன் தெரிந்து கொள்ள வேண்டிய அனைத்தையும் தான் அவனுக்கு கற்று கொடுத்ததாக அவள் நம்பினாள். அவள் தனது உயிலில் பின்வரும் குறிப்பை விட்டு சென்றாள் –

“நான் ஒரு புதிரை உருவாக்கியுள்ளேன். நீங்கள் 100 பேரும் ஒரே நேரத்தில் அதற்கு பதிலளித்தால், நீங்கள் ரத்தினங்களை சமமாக பகிர்ந்துகொள்வீர்கள். இருப்பினும், நீங்கள் முதலில் சிக்கலை தீர்த்தால், முழு சொத்தையும் நீங்களே வைத்துக்கொள்ளலாம். நல்வாழ்த்துக்கள்!”

அமைச்சர் குமார வர்மாவையும் அவரது 99 உறவினர்களையும் 100 லாக்கர்கள் (பூட்டுப்பெட்டிகள்) கொண்ட மாளிகையில் உள்ள ஒரு ரகசிய அறைக்கு அழைத்துச் சென்றார். அமைச்சர் விளக்கினார்–“ஒவ்வொரு நபருக்கும் 1 முதல் 100 வரை ஒரு எண் ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது.

- 1 வது நபர் ஒவ்வொரு லாக்கரையும் திறக்கிறார்.
- 2வது நபர் ஒவ்வொரு 2வது லாக்கரையும் மாற்றுகிறார் (அதாவது, அது திறந்திருந்தால் மூடுகிறார், மூடியிருந்தால் திறக்கிறார்).
- 3வது நபர் ஒவ்வொரு 3வது லாக்கரையும் மாற்றுகிறார் (3வது, 6வது, 9வது, ... மற்றும் பல).
- 4வது நபர் ஒவ்வொரு 4வது லாக்கரையும் மாற்றுகிறார் (4வது, 8வது, 12வது, மற்றும் பல).

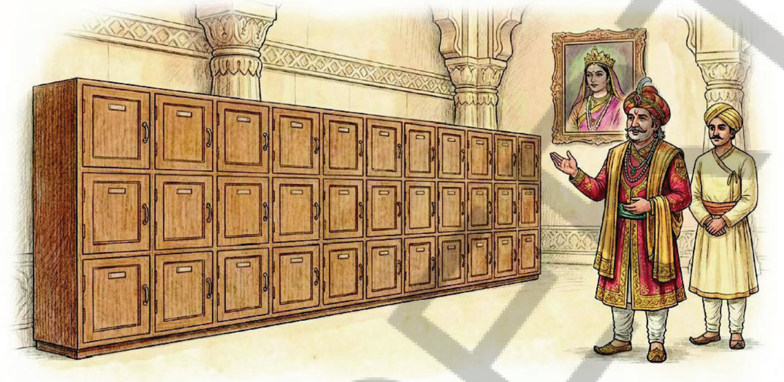
AP SCERT

This continues until all 100 get their turn.

In the end, only some lockers remain open. The open lockers reveal the code to the fortune in the safe."

Before the process begins, Kumara Varma realizes that he already knows which lockers will be open at the end. How did he figure out the answer?

Hint: Find out how many times each locker is toggled.



If a locker is toggled an odd number of times, it will be open. Otherwise, it will be closed. The number of times a locker is toggled is the same as the number of factors of the locker number. For example, for locker #6, Person 1 opens it, Person 2 closes it, Person 3 opens it and Person 6 closes it. The numbers 1, 2, 3, and 6 are factors of 6. If the number of factors is even, the locker will be toggled by an even number of people and it will eventually be closed.

6 :
1 × 6
2 × 3
Factors are
1, 2, 3 and 6.

Note that each factor of a number has a 'partner factor' so that the product of the pair of factors yields the given number. Here, 1 and 6 form a pair of partner factors of 6, and 2 and 3 form another pair.

Does every number have an even number of factors?

1:	4:	9 :
1 × 1	1 × 4	1 × 9
The only factor is 1.	2 × 2	3 × 3
	Factors are 1, 2 and 4.	Factors are 1, 3 and 9.

APSCERT

இந்த செயல்முறை 100 பேருக்கும் வாய்ப்பு கிடைக்கும் வரை தொடர்கிறது.

முடிவில், சில லாக்கர்கள் மட்டுமே திறந்திருக்கும். திறந்திருக்கும் லாக்கர்கள் பாதுகாப்பான பெட்டகத்தில் உள்ள சொத்துக்கான குறியீட்டை வெளிப்படுத்தும்."

? செயல்முறை தொடங்குவதற்கு முன்பே, முடிவில் எந்த லாக்கர்கள் திறந்திருக்கும் என்பது தனக்கு தெரியும் என்பதை குமார வர்மா உணர்ந்தார்.அவர் எப்படி பதிலை கண்டுபிடித்தார்? குறிப்பு: ஒவ்வொரு லாக்கரும் எத்தனை முறை மாற்றப்படுகிறது என்பதை கண்டறியவும்.

ஒரு லாக்கர் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையில் மாற்றப்பட்டால், அது திறந்திருக்கும். இல்லையெனில், அது மூடப்படும். ஒரு லாக்கர் மாற்றப்படும் முறைகளின் எண்ணிக்கை அந்த லாக்கர் எண்ணின் காரணிகளின் எண்ணிக்கைக்கு சமம். உதாரணமாக, லாக்கர் #6 க்கு, 1 வது நபர் அதை திறக்கிறார், 2 வது நபர் அதை மூடுகிறார், 3 வது நபர் அதை திறக்கிறார் மற்றும் 6 வது நபர் அதை மூடுகிறார். 1, 2, 3 மற்றும் 6 ஆகிய எண்கள் 6 இன் காரணிகளாகும். காரணிகளின் எண்ணிக்கை இரட்டைப்படையாக இருந்தால், லாக்கர் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையிலான நபர்களால் மாற்றப்படும், மேலும் அது இறுதியில் மூடப்படும்.

6 :
1×6
2×3
காரணிகள்
1, 2, 3 மற்றும் 6.

ஒரு எண்ணின் ஒவ்வொரு காரணிக்கும் ஒரு 'கூட்டாளர் காரணி' இருப்பதை நினைவில் கொள்க. அதனால் அந்த ஜோடி காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை தரும். இங்கு, 1 மற்றும் 6 ஆகியவை 6 இன் ஒரு ஜோடி கூட்டாளர் காரணிகளை உருவாக்குகின்றன, மேலும் 2 மற்றும் 3 மற்றொரு ஜோடியை உருவாக்குகின்றன.

? ஒவ்வொரு எண்ணும் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையிலான காரணிகளை கொண்டிருக்குமா?

1:
1×1
ஒரே காரணி
1.

4:
1×4
2×2
காரணிகள் 1,
2 மற்றும்4.

9 :
1×9
3×3
காரணிகள்1,
3 மற்றும் 9.

APSCERT

We see in some cases, like 2 × 2, that the numbers in the pair are the same.

Can you use this insight to find more numbers with an odd number of factors?

For instance, 36 has a factor pair 6 × 6 where both numbers are 6. Does this number have an odd number of factors? If every factor of 36 other than 6 has a different factor as its partner, then we can be sure that 36 has an odd number of factors. Check if this is true.

Hence all the following numbers have an odd number of factors -

$$1 \times 1,\ 2 \times 2,\ 3 \times 3,\ 4 \times 4,\ \ldots$$

A number that can be expressed as the product of a number with itself is called a ***square number****, or simply a* ***square****.* The only numbers that have an odd number of factors are the squares, because they each have one factor which, when multiplied by itself, equals the number. Therefore, every locker whose number is a square will remain open.

Write the locker numbers that remain open.

KumaraVarma immediately collects word clues from these 10 lockers and reads, "The passcode consists of the first five locker numbers that were touched exactly twice."

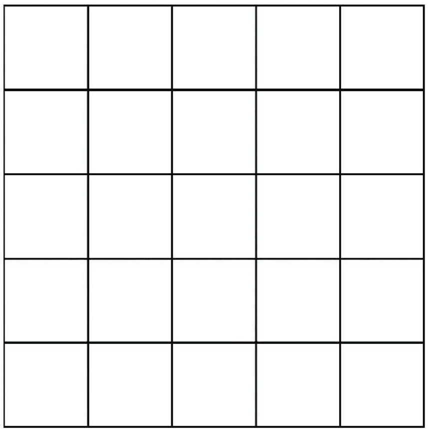
Which are these five lockers?

The lockers that are toggled twice are the prime numbers, since each prime number has 1 and the number itself as factors. So, the code is 2-3-5-7-11.

1.1 Square Numbers

Why are the numbers, 1, 4, 9, 16, ..., called squares? We know that the number of unit squares in a square (the area of a square) is the product of its sides. The table below gives the areas of squares with different sides.

Sidelength (in units)	Area (in sq units)
1	1 × 1 = 1 sq. unit
2	2 × 2 = 4 sq. units
3	3 × 3 = 9 sq. units
4	4 × 4 = 16 sq. units
5	5 × 5 = 25 sq. units
10	10 × 10 = 100 sq. units



AP SCERT

2×2 போன்ற சில சமயங்களில், ஜோடியில் உள்ள எண்கள் ஒரே மாதிரியாக இருப்பதை காண்கிறோம்.

? ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலான காரணிகளை கொண்ட அதிகமான எண்களை கண்டறிய இந்த நுண்ணறிவை பயன்படுத்த முடியுமா?

உதாரணமாக, 36 ஆனது 6×6 என்ற காரணி ஜோடியை கொண்டுள்ளது, அங்கு இரண்டு எண்களும் 6 ஆகும். இந்த எண் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலான காரணிகளை கொண்டிருக்கிறதா? 6-ஐ தவிர 36 ன் ஒவ்வொரு காரணிக்கும் வேறு ஒரு காரணி கூட்டாளராக இருந்தால், 36 ஆனது ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலான காரணிகளை கொண்டுள்ளது என்பதை நாம் உறுதியாக கூறலாம். இது உண்மையா என்று சரிபார்க்கவும்.

எனவே, பின்வரும் எண்கள் அனைத்தும் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலான காரணிகளைக் கொண்டுள்ளன:

$$1 \times 1,\ 2 \times 2,\ 3 \times 3,\ 4 \times 4,\ \ldots$$

ஒரு எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்குவதன் மூலம் கிடைக்கும் தொகையாக வெளிப்படுத்தக்கூடிய ஒரு எண் **வர்க்க எண்** அல்லது சுருக்கமாக **வர்க்கம்** எனப்படும். ஒற்றை எண்ணிக்கையிலான காரணிகளை கொண்ட எண்கள் வர்க்கங்கள் மட்டுமே, ஏனெனில் அவை ஒவ்வொன்றும் ஒரு காரணியை கொண்டுள்ளன, அதை அதனாலேயே பெருக்கும்போது அந்த எண்ணுக்கு சமமாகிறது. எனவே, வர்க்க எண்ணை கொண்ட ஒவ்வொரு லாக்கரும் திறந்தே இருக்கும்.

? திறந்திருக்கும் லாக்கர் எண்களை எழுதுங்கள்.

குமார வர்மா உடனடியாக இந்த 10 லாக்கர்களிலிருந்து வார்த்தை குறிப்புகளை சேகரித்து "சரியாக இருமுறை மட்டுமே தொடப்பட்ட முதல் ஐந்து லாக்கர் எண்களைக் கடவுச்சொல் கொண்டுள்ளது." என படிக்கிறார்.

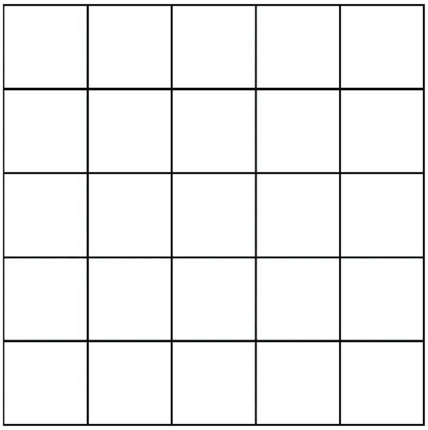
? அந்த ஐந்து லாக்கர்கள் யாவை?

இருமுறை மாற்றப்பட்ட லாக்கர்கள் பகா எண்களாகும், ஏனெனில் ஒவ்வொரு பகா எண்ணும் 1 மற்றும் அதே எண்ணை மட்டுமே காரணிகளாக கொண்டுள்ளது. எனவே, கடவுச்சொல் 2-3-5-7-11.

1.1 வர்க்க எண்கள்

1, 4, 9, 16, … போன்ற எண்கள் ஏன் வர்க்கங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன? ஒரு சதுரத்தில் அலகு சதுரங்களின் எண்ணிக்கை (சதுரத்தின் பரப்பளவு) என்பது அதன் பக்கங்களின் பெருக்கற்பலனுக்கு சமம் என நாம் அறிவோம். வெவ்வேறு பக்கங்களை கொண்ட சதுரங்களின் பரப்பளவுகளை கீழே உள்ள அட்டவணை காட்டுகிறது.

பக்க நீளம் (அலகுகளில்)	பரப்பளவு (சதுர அலகுகளில்)
1	$1 \times 1 = 1$ ச.அ
2	$2 \times 2 = 4$ ச.அ
3	$3 \times 3 = 9$ ச.அ
4	$4 \times 4 = 16$ ச.அ
5	$5 \times 5 = 25$ ச.அ
10	$10 \times 10 = 100$ ச.அ



AP SCERT

We use the following notation for squares.

$$1 \times 1 = 1^2 = 1$$
$$2 \times 2 = 2^2 = 4$$
$$3 \times 3 = 3^2 = 9,$$
$$4 \times 4 = 4^2 = 16$$
$$5 \times 5 = 5^2 = 25.$$

In general, for any number n, we write $n \times n = n^2$, which is read as 'n squared'.

Can we have a square of side length $\frac{3}{5}$ or 2.5 units?

Yes, there area in square units are $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{9}{25}\right)$

and $(2.5)^2 = (2.5) \times (2.5) = 6.25$.

The squares of natural numbers are called **perfect squares**. For example, 1, 4, 9, 16, 25, ... are all perfect squares.

1.1.1 Patterns and Properties of Perfect Squares

Find the squares of the first 30 natural numbers and fill in the table below.

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$12^2 =$	$22^2 =$
$3^2 = 9$	$13^2 =$	
$4^2 = 16$	$14^2 =$	
$5^2 = 25$	$15^2 =$	
$6^2 =$	$16^2 =$	
$7^2 =$	$17^2 =$	
$8^2 =$	$18^2 =$	
$9^2 =$	$19^2 =$	
$10^2 =$	$20^2 =$	

? What patterns do you notice? Share your observations and make conjectures.

Study the squares in the table above. What are the digits in the units places of these numbers? All these numbers end with 0, 1, 4, 5, 6 or 9. None of them end with 2, 3, 7 or 8.

? If a number ends in 0, 1, 4, 5, 6 or 9, is it always a square?

The numbers 16 and 36 are both squares with 6 in the units place.

AP SCERT

வர்க்கங்களுக்கு பின்வரும் குறியீட்டை பயன்படுத்துகிறோம்.

$$1 \times 1 = 1^2 = 1$$
$$2 \times 2 = 2^2 = 4$$
$$3 \times 3 = 3^2 = 9,$$
$$4 \times 4 = 4^2 = 16$$
$$5 \times 5 = 5^2 = 25.$$

பொதுவாக, எந்தவொரு எண் n க்கும், நாம் $n \times n = n^2$ என்று எழுதுகிறோம், இது 'n வர்க்கம்' என்று படிக்கிறோம்.

$\frac{3}{5}$ அல்லது 2.5 அலகுகள் பக்க நீளம் கொண்ட ஒரு சதுரம் இருக்க முடியுமா? ஆம், அவற்றின் பரப்பளவுகள் சதுர அலகுகளில் $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{9}{25}\right)$ மற்றும் $(2.5)^2 = (2.5) \times (2.5) = 6.25$ என இருக்கும்.

இயல் எண்களின் வர்க்கங்கள் **முழு வர்க்கங்கள்** என்று அழைக்கப்படுகின்றன. உதாரணமாக, 1, 4, 9, 16, 25, .. ஆகியவை முழு வர்க்கங்கள்.

1.1.1 முழு வர்க்கங்களின் அமைப்புகள் மற்றும் பண்புகள்

முதல் 30 இயல் எண்களின் வர்க்கங்களை கண்டறிந்து கீழே உள்ள அட்டவணையை நிரப்பவும்.

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$12^2 =$	$22^2 =$
$3^2 = 9$	$13^2 =$	
$4^2 = 16$	$14^2 =$	
$5^2 = 25$	$15^2 =$	
$6^2 =$	$16^2 =$	
$7^2 =$	$17^2 =$	
$8^2 =$	$18^2 =$	
$9^2 =$	$19^2 =$	
$10^2 =$	$20^2 =$	

? நீங்கள் என்ன அமைப்புகளை கவனிக்கிறீர்கள்? உங்கள் கணிப்புகளை பகிர்ந்து கொண்டு யூகங்களை உருவாக்குங்கள்.

மேலே உள்ள அட்டவணையில் உள்ள வர்க்கங்களை படிக்கவும்.
இந்த எண்களின் ஒன்றாம் இடத்தில் உள்ள இலக்கங்கள் என்ன?
இந்த எண்கள் அனைத்தும் 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 என்று முடிகின்றன. அவற்றில் எதுவுமே 2, 3, 7 அல்லது 8 என்று முடிவதில்லை.

? ஒரு எண் 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 என்று முடிந்தால், அது எப்போதும் ஒரு வர்க்கமா? 16 மற்றும் 36 ஆகிய எண்கள் இரண்டும் ஒன்றாம் இடத்தில் 6 ஐ கொண்ட வர்க்கங்களாகும்.

AP SCERT

However, 26, whose units digit is also 6, is not a square. Therefore, we cannot determine if a number is a square just by looking at the digit in the units place. ***But, the units digit can tell us when a number is not a square.*** If a number ends with 2, 3, 7, or 8, then we can definitely say that it is not a square.

? Write 5 numbers such that you can determine by looking at their units digit that they are not squares.

The squares, 1^2, 9^2, 11^2, 19^2, 21^2, and 29^2, all have 1 in their units place. Write the next two squares. Notice that if a number has 1 or 9 in the units place, then its square ends in 1.

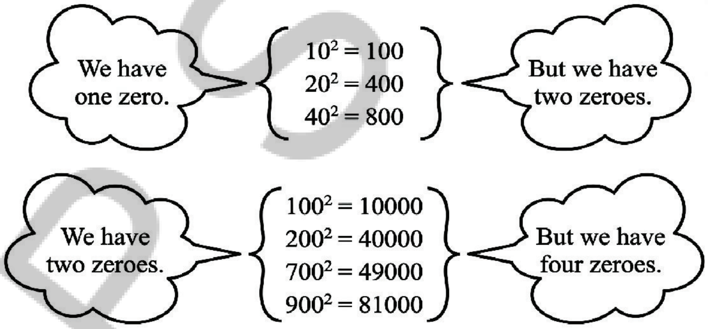
? Let us consider square numbers ending in 6: $16 = 4^2$, $36 = 6^2$, $196 = 14^2$, $256 = 16^2$, $576 = 24^2$, and $676 = 26^2$.

Which of the following numbers have the digit 6 in the units place?

(i) 38^2 (ii) 34^2 (iii) 46^2 (iv) 56^2 (v) 74^2 (vi) 82^2

? Find more such patterns by observing the numbers and their squares from the table you filled earlier.

Consider the following numbers and their squares.



? If a number contains 3 zeros at the end, how many zeros will its square have at the end?

? What do you notice about the number of zeros at the end of a number and the number of zeros at the end of its square? Will this always happen? Can we say that squares can only have an even number of zeros at the end?

? What can you say about the parity of a number and its square?

1.1.2 Perfect Squares and Odd Numbers

Let us explore the differences between consecutive squares. What do you notice?

இருப்பினும், 26 தனது ஒன்றாம் இடத்தில் 6 ஐ கொண்டிருந்தாலும், அது ஒரு வர்க்கம் அல்ல. எனவே, ஒன்றாம் இடத்தில் உள்ள இலக்கத்தை வைத்து மட்டுமே ஒரு எண் வர்க்கம் தானா என்பதை நாம் தீர்மானிக்க முடியாது. ஆனால், **ஒரு எண் எப்போது வர்க்கம் அல்ல என்பதை ஒன்றாம் இலக்கம் நமக்குச் சொல்லும்.** ஒரு எண் 2, 3, 7 அல்லது 8 என்று முடிந்தால், அது நிச்சயமாக ஒரு வர்க்கம் அல்ல என்று நாம் கூறலாம்.

? ஒன்றாம் இலக்கத்தை பார்த்து அவை வர்க்கங்கள் அல்ல என்று நீங்கள் தீர்மானிக்கக்கூடிய 5 எண்களை எழுதுங்கள்.

$1^2, 9^2, 11^2, 19^2, 21^2$ மற்றும் 29^2 ஆகிய வர்க்கங்கள் அனைத்தும் ஒன்றாம் இடத்தில் 1 ஐ கொண்டுள்ளன. அடுத்த இரண்டு வர்க்கங்களை எழுதுங்கள். ஒரு எண்ணின் ஒன்றாம் இடத்தில் 1 அல்லது 9 இருந்தால், அதன் வர்க்கம் 1 ல் முடிகிறது என்பதை கவனிக்கவும்.

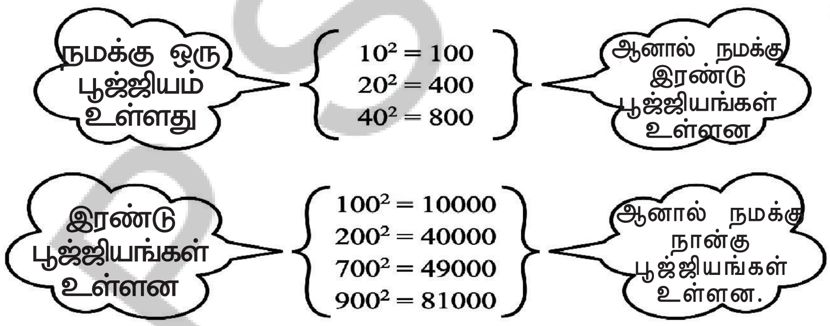
? 6 ல் முடியும் வர்க்க எண்களை எடுத்துக்கொள்வோம்: $16 = 4^2$, $36 = 6^2$, $196 = 14^2$, $256 = 16^2$, $576 = 24^2$, மற்றும் $676 = 26^2$.

பின்வரும் எண்களில் எவை ஒன்றாம் இடத்தில் 6 என்ற இலக்கத்தை கொண்டுள்ளன?

(i) 38^2 (ii) 34^2 (iii) 462 (iv) 56^2 (v) 74^2 (vi) 82^2

? நீங்கள் முன்பு நிரப்பிய அட்டவணையில் இருந்து எண்களையும் அவற்றின் வர்க்கங்களையும் கவனிப்பதன் மூலம் இதுபோன்ற பல அமைப்புகளை கண்டறியவும்.

பின்வரும் எண்களையும் அவற்றின் வர்க்கங்களையும் கவனியுங்கள்.



? ஒரு எண்ணின் முடிவில் 3 பூஜ்ஜியங்கள் இருந்தால், அதன் வர்க்கத்தின் முடிவில் எத்தனை பூஜ்ஜியங்கள் இருக்கும்?

? ஒரு எண்ணின் முடிவில் உள்ள பூஜ்ஜியங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் அதன் வர்க்கத்தின் முடிவில் உள்ள பூஜ்ஜியங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையிலான தொடர்பில் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்? இது எப்போதும் நிகழுமா? வர்க்கங்கள் எப்போதுமே முடிவில் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையிலான பூஜ்ஜியங்களை மட்டுமே கொண்டிருக்கும் என்று நாம் கூற முடியுமா?

? ஒரு எண் மற்றும் அதன் வர்க்கத்தின் ஒற்றை/இரட்டை பண்பு பற்றி நீங்கள் என்ன கூறுவீர்கள்?

1.1.2 முழு வர்க்கங்கள் மற்றும் ஒற்றைப்படை எண்கள்

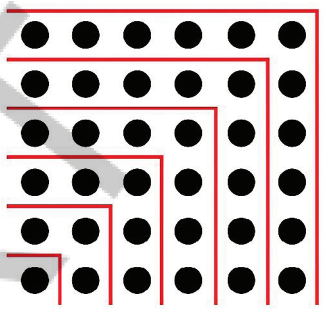
அடுத்தடுத்த வர்க்கங்களுக்கு இடையிலான வேறுபாடுகளை ஆராய்வோம். நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

APSCERT

$4 - 1 = 3$ $9 - 4 = 5$ $16 - 9 = 7$ $25 - 16 = 9$

See if this pattern continues for the next few square numbers.

From this we observe that adding consecutive odd numbers starting from 1 gives consecutive square numbers, as shown below.



$1 = 1$

$1 + 3 = 4$

$1 + 3 + 5 = 9$

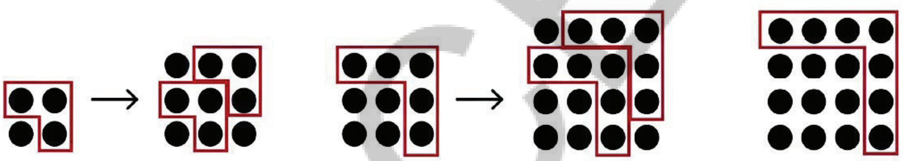
$1 + 3 + 5 + 7 = 16$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$.

Do you remember this pattern from Grade 6?

The picture below explains why each subsequent inverted L gives the next odd number:



We see that the sum of the first n odd numbers is n^2. Alternatively, every square is a sum of successive odd numbers starting from 1.

In mathematics, sometimes arguments and reasoning can be presented without any words. Visual proofs can be complete by themselves.

Also, we can find out whether a number is a perfect square by successively subtracting odd numbers. Consider the number 25, successively subtract 1, 3, 5, ... until you get or cross over 0,

$25 - 1 = 24$ $24 - 3 = 21$ $21 - 5 = 16$ $16 - 7 = 9$ $9 - 9 = 0$

This means $25 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$ and is thus a perfect square. Since we subtracted the first five odd numbers, $25 = 5^2$.

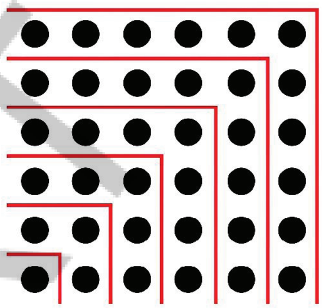
? Using the pattern above, find 36^2, given that $35^2 = 1225$.

From the question we know that 1225 is the sum of the first 35 odd numbers. To find 36^2, we need to add the 36th odd number to 1225.

$4 - 1 = 3 \quad 9 - 4 = 5 \quad 16 - 9 = 7 \quad 25 - 16 = 9$

அடுத்த சில வர்க்க எண்களுக்கும் இந்த அமைப்பு தொடர்கிறதா என்று பார்க்கவும்.

இதிலிருந்து அதாவது 1 லிருந்து தொடங்கி அடுத்தடுத்த ஒற்றைப்படை எண்களை சேர்ப்பதன் மூலம் அடுத்தடுத்த வர்க்க எண்கள் கிடைக்கும் என்பதை கவனிக்கிறோம். கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது போல.



$1 = 1$

$1 + 3 = 4$

$1 + 3 + 5 = 9$

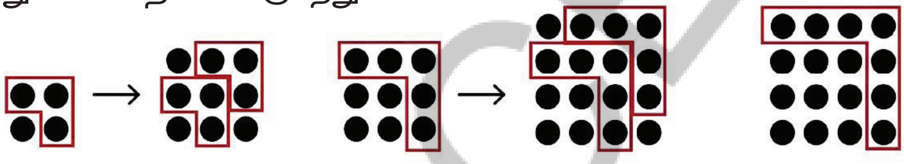
$1 + 3 + 5 + 7 = 16$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36.$

6 ஆம் வகுப்பில் இருக்கும் இந்த அமைப்பை நீங்கள் நினைவில் வைத்திருக்கிறீர்களா?

கீழே உள்ள படம் ஏன் ஒவ்வொரு அடுத்தடுத்த தலைகீழ் 'L' அடுத்த ஒற்றைப்படை எண்ணை கொடுக்கிறது என்பதை விளக்குகிறது:



முதல் n ஒற்றைப்படை எண்களின் கூடுதல் n^2 என்பதை காண்கிறோம். மாற்றாக, ஒவ்வொரு வர்க்கமும் 1 லிருந்து தொடங்கும் அடுத்தடுத்த ஒற்றைப்படை எண்களின் கூடுதலாகும்.

கணிதத்தில், சில நேரங்களில் விவாதங்கள் மற்றும் காரணங்களை எந்த வார்த்தைகளும் இல்லாமல் முன்வைக்கலாம். காட்சி நிரூபணங்கள் அவையாகவே முழுமையானதாக இருக்கும்.

மேலும், ஒற்றைப்படை எண்களைத் தொடர்ந்து கழிப்பதன் மூலம் ஒரு எண் முழு வர்க்கமா என்பதை கண்டறியலாம். 25 என்ற எண்ணை கருத்தில் கொண்டு, 1, 3, 5, ... என 0 ஐ பெறும் வரை அல்லது கடக்கும் வரை தொடர்ந்து கழிக்கவும்.

$25 - 1 = 24 \quad 24 - 3 = 21 \quad 21 - 5 = 16 \quad 16 - 7 = 9 \quad 9 - 9 = 0$

இதன் பொருள் $25 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$. மேலும் இது ஒரு முழு வர்க்கமாகும். நாம் முதல் ஐந்து ஒற்றைப்படை எண்களை கழித்ததால், $25 = 5^2$.

? $35^2 = 1225$ எனில், மேலே உள்ள அமைப்பை பயன்படுத்தி 36^2 ஐ கண்டறியவும். 1225 என்பது முதல் 35 ஒற்றைப்படை எண்களின் கூடுதல் என்பதை நாம் கேள்வியிலிருந்து அறிவோம். 36^2 ஐ கண்டுபிடிக்க 1225 உடன் 36-வது ஒற்றைப்படை எண்ணைச் சேர்க்க வேண்டும்.

How do we find the 36th odd number?

The 1st odd number is 1, 2nd odd number is 3, 3rd number is 5, ..., 6th odd number is 11 and so on.

What is the nth odd number?

The nth odd number is $2n-1$. Therefore, the 36th odd number is 71.

By adding 71 to 1225, we get 1296, which is 36^2.

Consider a number such as 38 that is not a square and subtract consecutive odd numbers starting from 1.

$38 - 1 = 37$	$37 - 3 = 34$	$34 - 5 = 29$	$29 - 7 = 22$	$22 - 9 = 13$
$13 - 11 = 2$	$2 - 13 = -11$			

This shows that 38 cannot be expressed as a sum of consecutive odd numbers starting with 1.

Thus, we can say that a natural number is not a perfect square if it cannot be expressed as a sum of successive odd natural numbers starting from 1. We can use this result to find out whether a natural number is a perfect square or not.

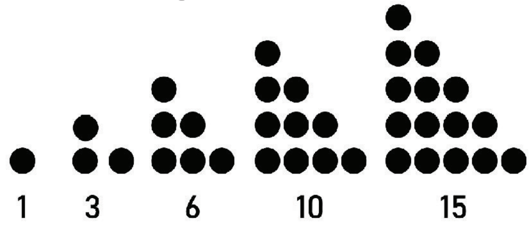
Find how many numbers lie between two consecutive perfect squares. Do you notice a pattern?

How many square numbers are there between 1 and 100? How many are between 101 and 200? Using the table of squares you filled earlier, enter the values below, tabulating the number of squares in each block of 100. What is the largest square less than 1000?

1 – 100	101 – 200	201 – 300	301 – 400	401 – 500
_______	_______	_______	_______	_______
501 – 600	601 – 700	701 – 800	801 – 900	901 – 1000
_______	_______	_______	_______	_______

1.1.3 Perfect Squares and Triangular Numbers

Do you remember triangular numbers?



AP SCERT

? 36-வது ஒற்றைப்படை எண்ணை நாம் எப்படிக் கண்டுபிடிப்பது?

1-வது ஒற்றைப்படை எண் 1, 2-வது ஒற்றைப்படை எண் 3, 3-வது எண் 5, 6-வது ஒற்றைப்படை எண் 11 மற்றும் பல.

? nவது ஒற்றைப்படை எண் என்ன?

nவது ஒற்றைப்படை எண் $2n-1$ ஆகும். எனவே, 36வது ஒற்றைப்படை எண் 71.

1225 உடன் 71 ஐ சேர்ப்பதன் மூலம், நமக்கு 1296 கிடைக்கும், அது 36^2 ஆகும்.

வர்க்கம் அல்லாத 38 போன்ற ஒரு எண்ணை கருத்தில் கொண்டு, 1 லிருந்து தொடங்கி அடுத்தடுத்த ஒற்றைப்படை எண்களை கழிக்கவும்.

$38 - 1 = 37$ $37 - 3 = 34$ $34 - 5 = 29$ $29 - 7 = 22$ $22 - 9 = 13$
$13 - 11 = 2$ $2 - 13 = -11$

1 லிருந்து தொடங்கும் அடுத்தடுத்த ஒற்றைப்படை எண்களின் கூடுதலாக 38 ஐ எழுத முடியாது என்பதை இது காட்டுகிறது.

எனவே, ஒரு இயல் எண்ணை 1 லிருந்து தொடங்கும் அடுத்தடுத்த ஒற்றைப்படை இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுத முடியாவிட்டால் அது ஒரு முழு வர்க்கம் அல்ல என்று கூறலாம். ஒரு இயல் எண் முழு வர்க்கமா இல்லையா என்பதை கண்டறிய இந்த முடிவை பயன்படுத்தலாம்.

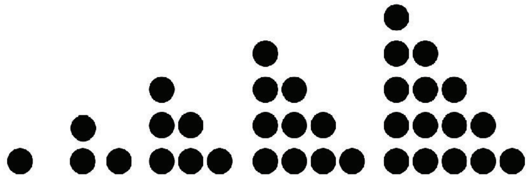
? இரண்டு அடுத்தடுத்த முழு வர்க்கங்களுக்கு இடையில் எத்தனை எண்கள் உள்ளன என்பதை கண்டறியவும். ஏதேனும் அமைப்பை நீங்கள் கவனிக்கிறீர்களா?

? 1 மற்றும் 100 க்கு இடையில் எத்தனை வர்க்க எண்கள் உள்ளன? 101 மற்றும் 200 க்கு இடையில் எத்தனை உள்ளன? நீங்கள் முன்பு நிரப்பிய வர்க்கங்களின் அட்டவணையை பயன்படுத்தி, 100 ன் ஒவ்வொரு தொகுதியிலும் உள்ள வர்க்கங்களின் எண்ணிக்கையை அட்டவணைப்படுத்தி, கீழேயுள்ள மதிப்புகளை உள்ளிடவும். 1000 க்கும் குறைவான மிகப்பெரிய வர்க்கம் என்ன?

1 – 100	101 – 200	201 – 300	301 – 400	401 – 500
______	______	______	______	______
501 – 600	601 – 700	701 – 800	801 – 900	901 – 1000
______	______	______	______	______

1.1.3 முழு வர்க்கங்கள் மற்றும் முக்கோண எண்கள்

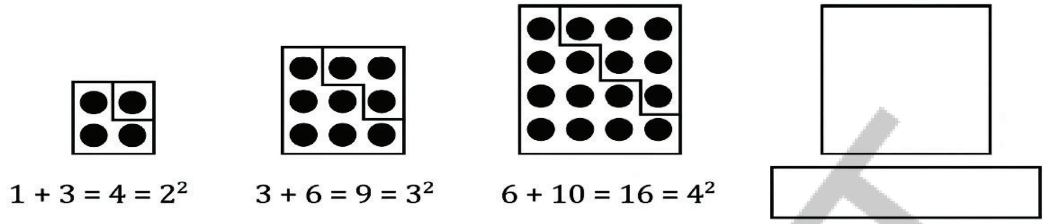
முக்கோண எண்கள் உங்களுக்கு நினைவிருக்கிறதா?



1 3 6 10 15

AP SCERT

? Can you see any relation between triangular numbers and square numbers? Extend the pattern shown and draw the next term.



1.1.4 Square Roots

? The area of a square is 49 sq. cm. What is the length of its side?

We know that $7 \times 7 = 49$, or $7^2 = 49$.

So, the length of the side of a square with an area of 49 sq. cm is 7 cm. We call 7 the **square root of** 49.

In general, if $y = x^2$ then x is the **square root** of y.

? What is the square root of 64?

We know that 8×8 is 64. So, 8 is the square root of 64. What about -8×-8 ? That is 64 too!

$$8^2 = 64, \text{ and } (-8)^2 = 64.$$

So, the square roots of 64 are + 8 and –8.

> Every perfect square has two integer square roots. One is positive and the other is negative. The square root of a number is denoted by $\sqrt{\ }$

Thus, $\sqrt{64} = \pm 8$ and $\sqrt{100} = \pm 10$.

Note that $\sqrt{8^2} = \pm 8$ and $\sqrt{10^2} = \pm 10$. In general, $\sqrt{n^2} = \pm n$.

In this chapter, we shall only consider the positive square root.

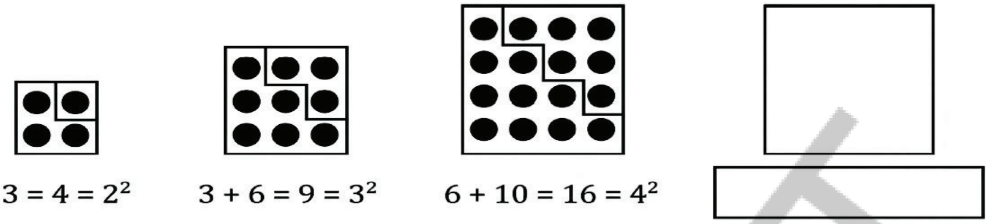
? Given a number, such as 576 or 327, how do we find out if it is a perfect square? If it is a perfect square, how can we find its square root?

We know that perfect squares end in 1, 4, 9, 6, 5, or an even number of zeros. But, it is not certain that a number that satisfies this condition is a square.

We can clearly say that 327 is not a perfect square. However, we cannot be sure that 576 is a perfect square.

AP SCERT

? முக்கோண எண்களுக்கும் வர்க்க எண்களுக்கும் இடையே ஏதேனும் தொடர்பைக் காண முடிகிறதா? காட்டப்பட்டுள்ள அமைப்பை நீட்டித்து அடுத்த உறுப்பை வரையவும்.



$1 + 3 = 4 = 2^2$ $3 + 6 = 9 = 3^2$ $6 + 10 = 16 = 4^2$

1.1.4 வர்க்கமூலங்கள்

? ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு 49 ச.செ.மீ. அதன் பக்கத்தின் நீளம் என்ன?

$7 \times 7 = 49$ அல்லது $7^2 = 49$ என்பதை நாம் அறிவோம்.

எனவே, 49 ச.செ.மீ பரப்பளவு கொண்ட சதுரத்தின் பக்க நீளம் 7 செ.மீ. நாம் 7 ஐ 49 ன் **வர்க்கமூலம்** என்று அழைக்கிறோம்.

பொதுவாக, $y = x^2$ என்றால், x என்பது y ன் **வர்க்கமூலம்** ஆகும்.

? 64 ன் வர்க்கமூலம் என்ன?

$8 \times 8 = 64$ என்று நமக்கு தெரியும். எனவே, 8 என்பது 64 ன் வர்க்கமூலம்.

-8×-8 ன் மதிப்பு என்ன? அதுவும் 64 தான்!

$8^2 = 64$, மற்றும் $(-8)^2 = 64$.

எனவே, 64ன் வர்க்கமூலங்கள் + 8 மற்றும் −8 ஆகும்.

ஒவ்வொரு முழு வர்க்கத்திற்கும் இரண்டு முழுக்கள் வர்க்கமூலங்களாக கிடைக்கும். ஒன்று மிகை முழு, மற்றொன்று குறை முழு. ஒரு எண்ணின் வர்க்கமூலம் $\sqrt{\ }$ குறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது.

எனவே, $\sqrt{64} = \pm 8$ மற்றும் $\sqrt{100} = \pm 10$

$\sqrt{8^2} = \pm 8$ மற்றும் $\sqrt{10^2} = \pm 10$. பொதுவாக, $\sqrt{n^2} = \pm n$.

இந்த அத்தியாயத்தில், மிகை வர்க்கமூலத்தை மட்டுமே கருத்தில் கொள்வோம்.

? 576 அல்லது 327 போன்ற ஒரு எண் கொடுக்கப்பட்டால், அது ஒரு முழு வர்க்கமா என்பதை எப்படி கண்டுபிடிப்பது? அது ஒரு முழு வர்க்கமாக இருந்தால், அதன் வர்க்கமூலத்தை எவ்வாறு கண்டறிவது?

முழு வர்க்கங்கள் 1, 4, 9, 6, 5 அல்லது இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையிலான பூஜ்ஜியங்களில் முடிவடைகின்றன என்பதை நாம் அறிவோம். ஆனால், இந்த நிபந்தனையை பூர்த்தி செய்யும் எண் ஒரு வர்க்கம் என்பது உறுதியல்ல.

327 ஒரு முழு வர்க்கம் அல்ல என்பதை நாம் தெளிவாக கூறலாம்.

இருப்பினும், 576 ஒரு முழு வர்க்கம் என்று நம்மால் உறுதியாக கூற முடியாது.

APSCERT

1. We can list all the square numbers in sequence and find out whether 576 occurs among them. We know that $20^2 = 400$, we can find squares of 21, 22, 23, ... and so on until we get 576 or a number greater than 576.

$20^2 = 400$ $21^2 = 441$ $22^2 = 484$ $23^2 = 529$ $24^2 = 576$

However, this process becomes inefficient for larger numbers.

2. Recall that every square can be expressed as a sum of consecutive odd numbers starting from 1.

Consider $\sqrt{81}$.

81 – 1 = 80	80 – 3 = 77	77 – 5 = 72	72 – 7 = 65	65 – 9 = 56
56 – 11 = 45	45 – 13 = 32	32 – 15 = 17	17 – 17 = 0	

From 81, we successively subtracted consecutive odd numbers starting from 1 until we obtained 0 at the 9th step. Therefore $\sqrt{81} = 9$.

Can we find the square root of 729 using this method? Yes, but it will be time - consuming

3. We know that a perfect square is obtained by multiplying an integer by itself. Will looking at a number's prime factorisation help in determining whether it is a perfect square?

Yes, if we can divide the prime factors of a number into two equal groups, then the product of the prime factors in either group combine to form the square root.

? Is 324 a perfect square?

$$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3.$$

These can be grouped as

$$324 = (2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 3 \times 3).$$
$$= (2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2.$$

We can also write the prime factors in pairs. That is,

$$324 = (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3),$$

which shows that 324 is a perfect square. Thus,

$$324 = (2\times3\times3)^2 = 18^2.$$

Therefore, $\sqrt{324} = 18$.

? Is 156 a perfect square?

The prime factorisation of 156 is $2 \times 2 \times 3 \times 13$.

AP SCERT

1. வர்க்க எண்கள் அனைத்தையும் வரிசையாக பட்டியலிட்டு, அவற்றில் 576 வருகிறதா என்பதை கண்டறியலாம். $20^2 = 400$ என்று நமக்கு தெரியும், 21, 22, 23, ... என 576 அல்லது 576 ஐ விட பெரிய எண் கிடைக்கும் வரை வர்க்கங்களை கண்டறியலாம்.

$20^2 = 400 \quad 21^2 = 441 \quad 22^2 = 484 \; 23^2 = 529 \quad 24^2 = 576$

இருப்பினும், பெரிய எண்களுக்கு இந்த செயல்முறை பயனற்றதாகிவிடும்.

2. ஒவ்வொரு வர்க்கத்தையும் 1 லிருந்து தொடங்கும் அடுத்தடுத்த ஒற்றைப்படை எண்களின் கூடுதலாக எழுதலாம் என்பதை நினைவில் கொள்க.

$\sqrt{81}$ ஐ எடுத்துக்கொள்வோம்.

81 – 1 = 80	80 – 3 = 77	77 – 5 = 72	72 – 7 = 65	65 – 9 = 56
56 – 11 = 45	45 – 13 = 32	32 – 15 = 17	17 – 17 = 0	

81 லிருந்து, 9-வது படியில் 0 கிடைக்கும் வரை 1 லிருந்து தொடங்கி அடுத்தடுத்த ஒற்றைப்படை எண்களை தொடர்ந்து கழித்தோம். எனவே $\sqrt{81} = 9$.

இந்த முறையை பயன்படுத்தி 729ன் வர்க்கமூலத்தை கண்டுபிடிக்க முடியுமா? ஆம், ஆனால் இதற்கு அதிக நேரம் ஆகும்.

3. ஒரு முழு வர்க்கம் என்பது ஒரு முழு எண்ணை அதே எண்ணுடன் பெருக்குவதன் மூலம் பெறப்படுகிறது என்பதை நாம் அறிவோம். ஒரு எண்ணின் பகா காரணிப்படுத்தலை பார்ப்பது அது முழு வர்க்கமா என்பதை தீர்மானிக்க உதவுமா? ஆம், ஒரு எண்ணின் பகா காரணிகளை இரண்டு சமமான குழுக்களாக பிரிக்க முடிந்தால், எந்தவொரு குழுவிலும் உள்ள பகா காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் வர்க்கமூலத்தை உருவாக்குகிறது.

? 324 ஒரு முழு வர்க்கமா?

$$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3.$$

இவற்றை தொகுத்தால்:

$$324 = (2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 3 \times 3).$$
$$= (2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2.$$

பகா காரணிகளை ஜோடிகளாகவும் எழுதலாம். அதாவது,

$$324 = (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3),$$

இது 324 ஒரு முழு வர்க்கம் என்பதை காட்டுகிறது. எனவே,

$$324 = (2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2.$$

எனவே, $\sqrt{324} = 18$

? 156 ஒரு முழு வர்க்கமா?

156 ன் பகா காரணிப்படுத்தல் $2 \times 2 \times 3 \times 13$ ஆகும்.

APSCERT

We cannot pair up these factors.

Therefore, 156 is not a perfect square.

1.1.5 Estimating :

? Find whether 1156 and 2800 are perfect squares using prime factorisation.

We can estimate the square root of larger perfect squares by looking at the closest perfect squares we are familiar with and then narrowing down the interval to search.

For example, to find $\sqrt{1936}$, we can reason as follows:

(i) 1936 is between 1600 (40^2) and 2500 (50^2), so $40 < \sqrt{1936} < 50$.

(ii) The last digit of 1936 is 6. So, the last digit of the square root must either be 4 or 6. It can be 44 or 46.

(iii) If we calculate 45^2, we can compare it with 1936 to halve the interval to search from 40-50 to either 40-45 or 45-50. We can write 45^2 as $(40 + 5)(40 + 5) = 40^2 + 2 \times 40 \times 5 + 5^2 = 1600 + 400 + 25 = 2025$.

(iv) $2025 > 1936$. So, $40 < \sqrt{1936} < 45$

(v) From the observation in point (ii) we can guess and then verify that $\sqrt{1936}$ is 44.

Consider the following situations -

Mayur and Rushitha play a game. One says a number and the other replies with its square root. Mayur starts. He says 25, and Rushitha quickly responds with 5. Then Rushitha says 81, and Mayur answers 9. The game goes on till Mayur says 250. Rushitha is not able to answer because 250 is not a perfect square. Mayur asks Rushitha if she can at least provide a number that is close to the square root of 250.

For this, Rushitha needs to estimate the square root of 250.

We know that $100 < 250 < 400$ and $\sqrt{100} = 10$ and $\sqrt{400} = 20$.

So, $10 < \sqrt{250} < 20$.

But, we are still not very close to the number whose square is 250.

We know that $15^2 = 225$ and $16^2 = 256$.

Therefore, $15 < \sqrt{250} < 16$. Since 256 is much closer to 250 than 225, $\sqrt{250}$ is approximately 16. We also know it is less than 16.

Here is another problem that requires estimating square roots.

AP SCERT

இந்த காரணிகளை நம்மால் ஜோடியாக மாற்ற முடியாது.

எனவே, 156 ஒரு முழு வர்க்கம் அல்ல.

1.1.5 மதிப்பிடுதல் :

? பகா காரணிப்படுத்தலை பயன்படுத்தி 1156 மற்றும் 2800 முழு வர்க்கங்களா என்பதை கண்டறியவும்.

நமக்கு நன்கு தெரிந்த முழு வர்க்கங்களை பயன்படுத்தியும், பின்னர் தேட வேண்டிய இடைவெளியை குறுக்குவதன் மூலமும் பெரிய முழு வர்க்கங்களின் வர்க்கமூலத்தை மதிப்பிடலாம். உதாரணமாக, $\sqrt{1936}$ ஐ கண்டுபிடிக்க, நாம் பின்வருமாறு காரணங்களை கூறலாம்.

(i) 1936 ஆனது 1600 (40^2) மற்றும் 2500 (50^2) க்கு இடையில் உள்ளது, எனவே $40 < \sqrt{1936} < 50$

(ii) 1936 ன் கடைசி இலக்கம் 6. எனவே, வர்க்கமூலத்தின் கடைசி இலக்கம் 4 அல்லது 6 ஆக இருக்க வேண்டும். அது 44 அல்லது 46 ஆக இருக்கலாம்.

(iii) 45^2 ஐ நாம் கணக்கிட்டால், தேட வேண்டிய இடைவெளியை 40–50 என்பதிலிருந்து 40–45 அல்லது 45–50 என பாதியாக குறைக்க அதை 1936 உடன் ஒப்பிடலாம். 45^2 ஐ இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$(40 + 5)(40 + 5) = 40^2 + 2 \times 40 \times 5 + 5^2 = 1600 + 400 + 25 = 2025.$$

(iv) $2025 > 1936$. எனவே, $40 < \sqrt{1936} < 45$

(v) கருத்து(ii) ல் உள்ள கவனிப்பிலிருந்து, $\sqrt{1936} = 44$ என்று யூகித்து பின்னர் சரிபார்க்கலாம்..

பின்வரும் சூழ்நிலைகளை கவனிப்போம் –

மயூர் மற்றும் ருஷிதா ஆகிய இருவரும் ஒரு விளையாட்டை விளையாடுகிறார்கள். ஒருவர் ஒரு எண்ணை சொல்வார், மற்றவர் அதன் வர்க்கமூலத்துடன் பதிலளிப்பார். மயூர் ஆட்டத்தை தொடங்குகிறான். அவன் 25 என்கிறான், ருஷிதா விரைவாக 5 என்று பதிலளிக்கிறாள். பிறகு ருஷிதா 81 என்கிறாள், மயூர் 9 என்று பதிலளிக்கிறான். மயூர் 250 என்று சொல்லும் வரை விளையாட்டு தொடர்கிறது. 250 ஒரு முழு வர்க்கம் அல்ல என்பதால் ருஷிதாவால் பதிலளிக்க முடியவில்லை. 250 ன் வர்க்கமூலத்திற்கு நெருக்கமான ஒரு எண்ணையாவது வழங்க முடியுமா என்று மயூர் ருஷிதாவிடம் கேட்கிறான்.

இதற்கு, ருஷிதா 250 ன் வர்க்கமூலத்தை மதிப்பிட வேண்டும்.

$100 < 250 < 400$ மற்றும் $\sqrt{100} = 10$ மற்றும் $\sqrt{400} = 20$.

எனவே, $10 < \sqrt{250} < 20$.

ஆனால்,வர்க்கம் 250 ஆக இருக்கும் எண்ணிற்கு நாம் இன்னும் நெருக்கமாக இல்லை.

$15^2 = 225$ மற்றும் $16^2 = 256$ என்பதை நாம் அறிவோம்.

எனவே, $15 < \sqrt{250} < 16$

225 ஐ விட 256 ஆனது 250 க்கு மிகவும் நெருக்கமாக இருப்பதால், $\sqrt{250}$ தோராயமாக 16 ஆகும். அது 16 க்கும் குறைவு என்பதும் நமக்குத் தெரியும்.

இங்கு, வர்க்கமூலங்களை மதிப்பிட வேண்டிய மற்றொரு கணக்கை பார்க்கலாம்.

APSCERT

Akhil has a square piece of cloth of area 125 cm². He wants to know if he can cut out a square handkerchief of side 15 cm. If not, he wants to know the maximum size handkerchief that can be cut out from this piece of cloth with an integer side length.

125 is not a perfect square. The nearest perfect squares are $11^2 = 121$ and $12^2 = 144$. So the largest square handkerchief with integer side length that can be cut out from this piece of cloth has side length 11 cm.

Figure it Out - 1.1

1. Which of the following numbers are not perfect squares?

   (i) 2032 (ii) 2048 (iii) 1027 (iv) 1089

2. Which one among 64^2, 108^2, 292^2, 36^2 has last digit 4?

3. Given $125^2 = 15625$, what is the value of 126^2?

   (i) $15625 + 126$ (ii) $15625 + 26^2$ (iii) $15625 + 253$

   (iv) $15625 + 251$ (v) $15625 + 51^2$

4. Find the length of the side of a square whose area is 441 m².

5. Find the smallest square number that is divisible by each of the following numbers:

   4, 9, and 10.

6. Find the smallest number by which 9408 must be multiplied so that the product is a perfect square. Find the square root of the product.

7. How many numbers lie between the squares of the following numbers?

   (i) 16 and 17 (ii) 99 and 100

8. In the following pattern, fill in the missing numbers:

   $1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$

   $2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$

   $3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$

   $4^2 + 5^2 + 20^2 = (____)^2$

   $9^2 + 10^2 + (____)^2 = (\quad)^2$

9. How many tiny squares are there in the following picture? Write the prime factorisation of the number of tiny squares.

AP SCERT

அகிலிடம் 125 ச.செ.மீ பரப்பளவு கொண்ட சதுர வடிவ துணி ஒன்று உள்ளது. அதில் 15 செ.மீ பக்கமுள்ள சதுர கைக்குட்டையை அதிலிருந்து வெட்ட முடியுமா என்று அவன் அறிய விரும்புகிறான். இல்லையெனில், இந்த துணியிலிருந்து முழு எண் பக்க நீளத்துடன் வெட்டக்கூடிய அதிகபட்ச அளவுள்ள கைக்குட்டை என்ன என்பதை அறிய விரும்புகிறான்.

125 ஒரு முழு வர்க்கம் அல்ல. அதற்கு நெருக்கமான முழு வர்க்கங்கள் $11^2 = 121$ மற்றும் $12^2 = 144$. எனவே இந்த துணியிலிருந்து வெட்டக்கூடிய முழு எண் பக்க நீளம் கொண்ட மிகப்பெரிய சதுர கைக்குட்டையின் பக்க நீளம் 11 செ.மீ ஆகும்.

கண்டுபிடிப்போம் – 1.1

1. பின்வரும் எண்களில் எவை முழு வர்க்கங்கள் அல்ல?

   (i) 2032 (ii) 2048 (iii) 1027 (iv) 1089

2. 64^2, 108^2, 292^2, 36^2 ஆகியவற்றில் எது கடைசி இலக்கமாக 4 ஐ கொண்டுள்ளது?

3. $125^2 = 15625$ எனில் 126^2 ன் மதிப்பு என்ன?

   (i) $15625 + 126$ (ii) $15625 + 26^2$ (iii) $15625 + 253$

   (iv) $15625 + 251$ (v) $15625 + 51^2$

4. 441 $மீ^2$ பரப்பளவு கொண்ட சதுரத்தின் பக்க நீளத்தை கண்டறியவும்.

5. பின்வரும் ஒவ்வொரு எண்ணாலும் வகுக்கப்படக்கூடிய மிகச்சிறிய வர்க்க எண்ணைக் கண்டறியவும்: 4, 9, மற்றும் 10.

6. 9408 ஐ எந்த சிறிய எண்ணால் பெருக்கினால் அதன் பெருக்கற்பலன் ஒரு முழு வர்க்கமாகும் என்பதை கண்டறியவும். பெருக்கற்பலனின் வர்க்கமூலத்தை கண்டறியவும்.

7. பின்வரும் எண்களின் வர்க்கங்களுக்கு இடையே எத்தனை எண்கள் உள்ளன?

   (i) 16 மற்றும் 17 (ii) 99 மற்றும் 100

8. பின்வரும் அமைப்பில், விடுபட்ட எண்களை நிரப்பவும்:

   $1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$

   $2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$

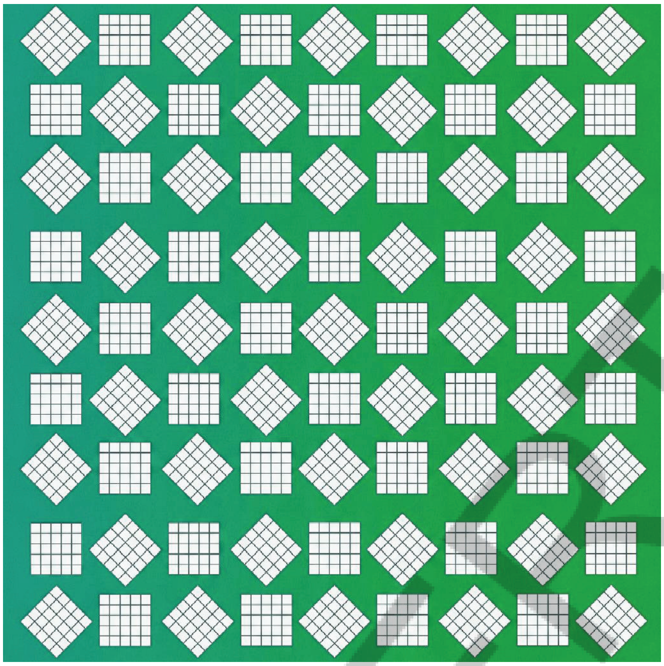
   $3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$

   $4^2 + 5^2 + 20^2 = (____)^2$

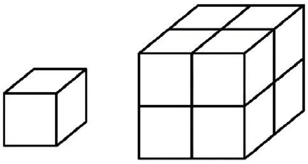
   $9^2 + 10^2 + (____)^2 = (\quad)^2$

9. பின்வரும் படத்தில் எத்தனை சிறிய சதுரங்கள் உள்ளன? சிறிய சதுரங்களின் எண்ணிற்கான பகா காரணிப்படுத்தலை எழுதுங்கள்.

APSCERT



1.2 Cubic Numbers



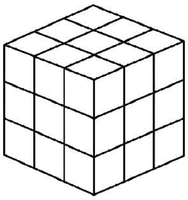
You know the word cube from geometry. A cube is a solid figure all of whose all sides meet at right angles and are equal. How many cubes of side 1 cm make a cube of side 2 cm?

? How many cubes of side 1 cm will make a cube of side 3 cm?

Consider the numbers 1, 8, 27, ...

These numbers are called perfect cubes. Can you see why they are named so?

Each of them is obtained by multiplying a number by itself three times. We note that

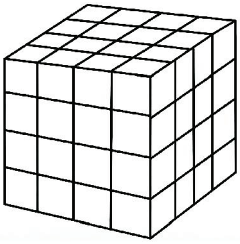


$$1 = 1 \times 1 \times 1$$
$$8 = 2 \times 2 \times 2$$
$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

? Is 9 a cube?

We see that $2 \times 2 \times 2 = 8$ and $3 \times 3 \times 3 = 27$. This shows that 9 is not a perfect cube and no other number from 10 to 26.

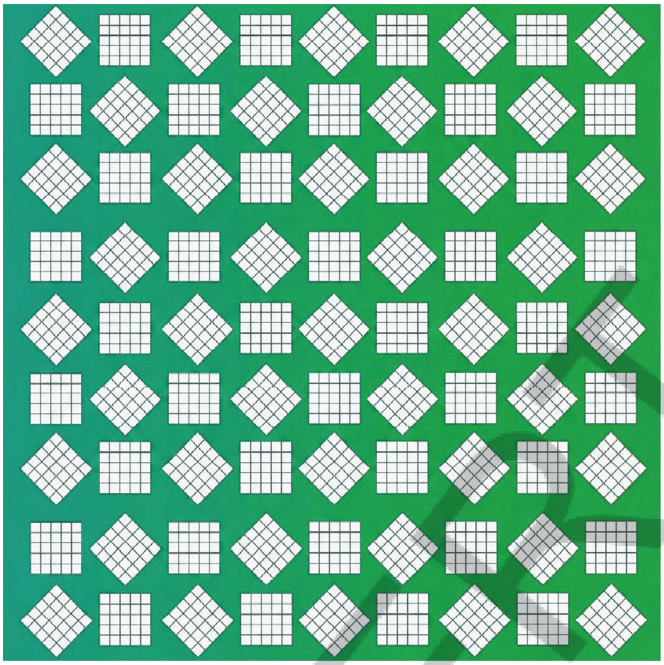
? Can you estimate the number of unit cubes in a cube with an edge length of 4 units?



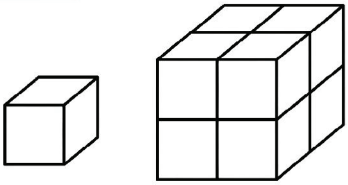
It has 64 unit cubes! If you notice carefully, each layer of this cube has 4×4 unit cubes. Each square layer has 16 unit cubes (4×4), and there are 4 such layers, so the total number of unit cubes is $4 \times 4 \times 4 = 64$.

Since $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, 125 is a cube.

In general, for any number n, we write the cube $n \times n \times n$ as n^3.



1.2 கன எண்கள்

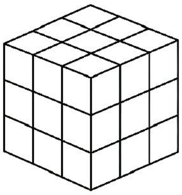


கனசதுரம் என்ற வார்த்தையை நீங்கள் வடிவியலில் இருந்து அறிவீர்கள். ஒரு கனசதுரம் என்பது ஒரு திண்ம உருவமாகும், அதன் அனைத்து பக்கங்களும் செங்கோணங்களில் சந்திக்கின்றன மற்றும் சமமாக இருக்கும். 2 செ.மீ பக்கமுள்ள ஒரு கனசதுரத்தை உருவாக்க 1 செ.மீ பக்கமுள்ள எத்தனை கனசதுரங்கள் தேவை?

? 3 செ.மீ பக்கமுள்ள ஒரு கனசதுரத்தை உருவாக்க 1 செ.மீ பக்கமுள்ள எத்தனை கனசதுரங்கள் தேவை? 1, 8, 27, ... ஆகிய எண்களைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

இந்த எண்கள் முழு கனங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. அவை ஏன் அப்படி பெயரிடப்பட்டுள்ளன என்று பார்க்க முடிகிறதா?

அவை ஒவ்வொரு எண்ணும் அதற்கு அதே எண்ணால் மூன்று முறை பெருக்குவதன் மூலம் பெறப்படுகிறது. இதை நாம் பின்வருமாறு கவனிக்கிறோம்.



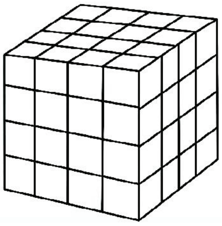
$$1 = 1 \times 1 \times 1$$
$$8 = 2 \times 2 \times 2$$
$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

? 9 ஒரு கனமா?

$2 \times 2 \times 2 = 8$ மற்றும் $3 \times 3 \times 3 = 27$ என்பதை நாம் காண்கிறோம். இது 9 முழு கனம் அல்ல என்பதையும், 10 முதல் 26 வரையிலான வேறு எந்த எண்ணும் இல்லை என்பதையும் காட்டுகிறது.

? 4 அலகுகள் விளிம்பு நீளம் கொண்ட ஒரு கனசதுரத்தில் எத்தனை அலகு கனசதுரங்கள் உள்ளன என்பதை மதிப்பிட முடியுமா?

அதில் 64 அலகு கனசதுரங்கள் உள்ளன! நீங்கள் உற்று நோக்கினால், இந்த கனசதுரத்தின் ஒவ்வொரு சதுர அடுக்கிலும் 16 அலகு கனசதுரங்கள் (4×4) உள்ளன. மேலும் அதுபோன்ற 4 அடுக்குகள் உள்ளன. எனவே அலகு கனசதுரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை $4 \times 4 \times 4 = 64$.



$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ என்பதால், 125 ஒரு கனம் ஆகும்.

> பொதுவாக, எந்தவொரு எண் n க்கும், நாம் $n \times n \times n$ ஐ n^3 என்று எழுதுகிறோம்.

Complete the table below.

$1^3 = 1$	$11^3 = 1331$
$2^3 = 8$	$12^3 =$
$3^3 = 27$	$13^3 = 2197$
$4^3 = 64$	$14^3 = 2744$
$5^3 = 125$	$15^3 =$
$6^3 =$	$16^3 =$
$7^3 =$	$17^3 = 4913$
$8^3 =$	$18^3 =$
$9^3 =$	$19^3 = 6859$
$10^3 =$	$20^3 =$

- What patterns do you notice in the table above?
- We know that 0, 1, 4, 5, 6, 9 are the only last digits possible for squares. What are the possible last digits of cubes?
- Similar to squares, can you find the number of cubes with 1 digit, 2 digits, and 3 digits? What do you observe?
- Can a cube end with exactly two zeroes (00)? Explain.

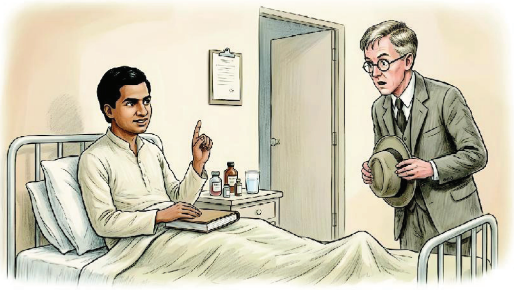
Just as we can take squares of fractions/decimals : $\left(\frac{4}{6}\right)^2$, $(13.08)^2$, and $(-6)^2$ we also can compute cubes of such numbers : $\left(\frac{4}{6}\right)^3$, $(13.08)^3$, and $(-6)^3$.

$$\left(\frac{4}{6}\right)^3 = \left(\frac{4}{6}\right)\times\left(\frac{4}{6}\right)\times\left(\frac{4}{6}\right) = \left(\frac{64}{216}\right)$$

$(13.08)^3 = 13.08 \times 13.08 \times 13.08 = 2237.810112$

$(-6)^3 = -6 \times -6 \times -6 = -216.$

1.2.1 Taxicab Numbers



Once when Srinivasa Ramanujan was working with G. H. Hardy at the University of Cambridge, Hardy had come to visit Ramanujan at a hospital when he was ill. Hardy had ridden in a taxicab numbered 1729 and he remarked that 1729 was 'rather a dull number,' adding that he hoped that this was not a bad sign. Ramanujan immediately replied, "No, Hardy, it is a very interesting

AP SCERT

? கீழே உள்ள அட்டவணையை நிரப்பவும்.

$1^3 = 1$	$11^3 = 1331$
$2^3 = 8$	$12^3 =$
$3^3 = 27$	$13^3 = 2197$
$4^3 = 64$	$14^3 = 2744$
$5^3 = 125$	$15^3 =$
$6^3 =$	$16^3 =$
$7^3 =$	$17^3 = 4913$
$8^3 =$	$18^3 =$
$9^3 =$	$19^3 = 6859$
$10^3 =$	$20^3 =$

? மேலே உள்ள அட்டவணையில் நீங்கள் என்ன அமைப்புகளை கவனிக்கிறீர்கள்?

? 0, 1, 4, 5, 6, 9 ஆகியவையே வர்க்கங்களுக்கான சாத்தியமான கடைசி இலக்கங்கள் என்பதை நாம் அறிவோம். கனங்களுக்கான சாத்தியமான கடைசி இலக்கங்கள் யாவை?

? வர்க்கங்களை போலவே, 1 இலக்கம், 2 இலக்கங்கள் மற்றும் 3 இலக்கங்களை கொண்ட கனங்களின் எண்ணிக்கையை கண்டறிய முடியுமா? நீங்கள் என்ன கவனித்தீர்கள்?

? ஒரு கனம் சரியாக இரண்டு பூஜ்ஜியங்களில் (00) முடிவடையுமா? விளக்குங்கள்.

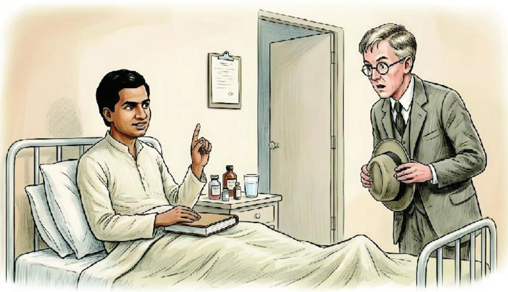
பின்னங்கள்/தசமங்களின் வர்க்கங்களை நாம் கண்டுபிடிப்பது போலவே: $\left(\frac{4}{6}\right)^2$, $(13.08)^2$, மற்றும் $(-6)^2$ போன்ற எண்களின் கனங்களையும் நாம் கணக்கிடலாம்: $\left(\frac{4}{6}\right)^3$, $(13.08)^3$, மற்றும் $(-6)^3$.

$$\left(\frac{4}{6}\right)^3 = \left(\frac{4}{6}\right)\times\left(\frac{4}{6}\right)\times\left(\frac{4}{6}\right) = \left(\frac{64}{216}\right)$$

$(13.08)^3 = 13.08 \times 13.08 \times 13.08 = 2237.810112$

$(-6)^3 = -6 \times -6 \times -6 = -216.$

1.2.1 டாக்சிகேப் எண்கள்



ஸ்ரீனிவாச ராமானுஜன் கேம்பிரிட்ஜ் பல்கலைக்கழகத்தில் ஜி.எச். ஹார்டியுடன் பணிபுரிந்து கொண்டிருந்தபோது, ராமானுஜன் உடல்நிலை சரியில்லாமல் மருத்துவமனையில் இருந்தபோது ஹார்டி அவரை பார்க்க வந்தார். ஹார்டி 1729 எண் கொண்ட ஒரு வாடகை காரில் வந்திருந்தார், மேலும் 1729 'மிகவும் மந்தமான எண்' என்று குறிப்பிட்டார், இது ஒரு கெட்ட சகுனமாக இருக்காது என்று தான் நம்புவதாகவும் கூறினார். ராமானுஜன் உடனடியாக பதிலளித்தார், "இல்லை, ஹார்டி, இது மிகவும் சுவாரஸ்யமான எண்.

number. It is the smallest number that can be expressed as the sum of two cubes in two different ways".

$$1729 = 1^3 + 12^3$$
$$= 9^3 + 10^3.$$

Because of this story, 1729 has since been known as the **Hardy-Ramanujan** Number. And numbers that can be expressed as the sum of two cubes in two different ways are called **taxicab numbers**.

? The next two taxicab numbers after 1729 are 4104 and 13832. Find the two ways in which each of these can be expressed as the sum of two positive cubes.

How did Ramanujan know this? Well, he loved numbers. All through his life, he tinkered with numbers. During Ramanujan's time in Cambridge, his colleagues often marveled at his ability to see deep patterns in numbers that seemed arbitrary to others. His colleague, John Littlewood, once said, "Every positive integer was one of his [Ramanujan's] personal friends".

1.2.2 Perfect Cubes and Consecutive Odd Numbers

Consecutive odd numbers have a role to play with cubes too. Look at the following pattern:

$$1 = 1 = 1^3$$
$$3 + 5 = 8 = 2^3$$
$$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$$
$$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$$
$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$$
$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 = 216 = 6^3.$$

Later in this series, we get the following set of consecutive numbers:

$$91 + 93 + 95 + 97 + 99 + 101 + 103 + 105 + 107 + 109.$$

? Can you tell what this sum is without doing the calculation?

1.2.3 Cube Roots

We know that $8 = 2^3$.

We call 2 the cube root of 8 and denote this by $2 = \sqrt[3]{8}$.

More generally, if $y = x^3$, then x is the cube root of y. This is denoted by

AP SCERT

இரண்டு மிகை கனங்களின் கூடுதலாக இரண்டு வெவ்வேறு வழிகளில் எழுதக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் இதுவாகும்".

$$1729 = 1^3 + 12^3$$
$$= 9^3 + 10^3.$$

இந்த கதையின் காரணமாக, 1729 என்பது **ஹார்டி-ராமானுஜன்** எண் என்று அறியப்படுகிறது. இரண்டு கனங்களின் கூடுதலாக இரண்டு வெவ்வேறு வழிகளில் எழுதக்கூடிய எண்கள் **டாக்சிகேப் எண்கள்** என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

? 1729 க்கு பிறகு வரும் அடுத்த இரண்டு டாக்சிகேப் எண்கள் 4104 மற்றும் 13832 ஆகும். இவற்றில் ஒவ்வொன்றையும் இரண்டு மிகை கனங்களின் கூடுதலாக எழுதக்கூடிய இரண்டு வழிகளை கண்டறியவும்.

ராமானுஜனுக்கு இது எப்படி தெரிந்தது? உண்மையில் அவர் எண்களை நேசித்தார். தனது வாழ்நாள் முழுவதும், அவர் எண்களுடன் விளையாடினார்.
ராமானுஜன் கேம்பிரிட்ஜில் இருந்த காலத்தில், மற்றவர்களுக்கு சாதாரணமாக தோன்றும் எண்களில் ஆழமான அமைப்புகளை காணும் அவரது திறனை கண்டு அவரது சகாக்கள் அடிக்கடி ஆச்சரியப்பட்டனர். அவரது சக ஊழியரான ஜான் லிட்டில்வுட் ஒருமுறை "ஒவ்வொரு மிகை முழுவும் அவரது [ராமானுஜனின்] தனிப்பட்ட நண்பர்களில் ஒன்று" என்று கூறினார்.

1.2.2 முழு கனங்கள் மற்றும் அடுத்தடுத்த ஒற்றைப்படை எண்கள்

அடுத்தடுத்த ஒற்றைப்படை எண்கள் கனங்களுடன் தொடர்பு கொண்டுள்ளன. பின்வரும் அமைப்பை பாருங்கள்:

$$1 = 1 = 1^3$$
$$3 + 5 = 8 = 2^3$$
$$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$$
$$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$$
$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$$
$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 = 216 = 6^3.$$

இந்த தொடருக்கு பிறகு, பின்வரும் அடுத்தடுத்த எண்களின் தொகுப்பை பெறுகிறோம்:

$$91 + 93 + 95 + 97 + 99 + 101 + 103 + 105 + 107 + 109.$$

? கணக்கீடு செய்யாமல் இந்த கூடுதல் என்னவென்று கூற முடியுமா?

1.2.3 கனமூலங்கள்

$8 = 2^3$ என்று நமக்கு தெரியும்.

நாம் 2 ஐ 8 ன் கனமூலம் என்று அழைக்கிறோம், மேலும் இதை $2 = \sqrt[3]{8}$ என்று குறிக்கிறோம்.

பொதுவாக, $y = x^3$ என்றால், x என்பது y ன் கனமூலமாகும்.

AP SCERT

$x = \sqrt[3]{y}$. So, $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$.

Similarly, $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ and $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 3$. In general, $\sqrt[3]{n^3} = n$.

How do we find out if a number is a cube? Taking inspiration from the case of squares, let us see if we can use prime factorisations.

? Let us check if 3375 is a perfect cube.

$$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5.$$

Can the factors be split into three identical groups? For 3375, we can form three groups of (3 × 5). So,

$$3375 = (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5)$$
$$= (3 \times 5)^3 = 15^3.$$

Another way is to check if the factors can be grouped into triplet(s):

$3375 = (3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5) = 3^3 \times 5^3$.

This means $\sqrt[3]{3375} = 15$.

? Is 500 a perfect cube?

500 = 2 × 2 × 5 × 5 × 5. We see that the factors cannot be split into three identical groups. Therefore, 500 is not a perfect cube.

Prime Factorisation of a Number	Prime Factorisation of its Cube
$4 = 2 \times 2$	$4^3 = 64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 2^3$
$6 = 2 \times 3$	$6^3 = 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^3$
$15 = 3 \times 5$	$15^3 = 3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 5^3$
$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^3 = 1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 2^3 \times 3^3$

Observe that each prime factor of a number appears three times in the prime factorisation of its cube.

? Find the cube roots of these numbers:

(i) $\sqrt[3]{64}$ = (ii) $\sqrt[3]{512}$ = (iii) $\sqrt[3]{729}$ =

1.2.4 Successive Differences

We know that the differences between consecutive perfect squares gives the sequence of odd numbers. Observe the figure below where the differences

AP SCERT

$x = \sqrt[3]{y}$ எனவே, $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$.

இதேபோல், $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ மற்றும் $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 3$. பொதுவாக, $\sqrt[3]{n^3} = n$.

ஒரு எண் கனமா என்பதை நாம் எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது? வர்க்கங்களின் எடுத்துக்காட்டிலிருந்து உத்வேகம் பெற்று, பகா காரணிப்படுத்தலை பயன்படுத்த முடியுமா என்று பார்ப்போம்.

? 3375 ஒரு முழு கனமா என்பதை சரிபார்ப்போம்.

$$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5.$$

காரணிகளை மூன்று ஒத்த குழுக்களாக பிரிக்க முடியுமா? 3375 க்கு, நாம் (3×5) ன் மூன்று குழுக்களை உருவாக்கலாம். எனவே,

$$3375 = (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5)$$
$$= (3 \times 5)^3 = 15^3.$$

மற்றொரு வழி, காரணிகளை மும்மைகளாக தொகுக்க முடியுமா என்பதை சரிபார்க்க வேண்டும்:

$3375 = (3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5) = 3^3 \times 5^3$.

இதன் பொருள் $\sqrt[3]{3375} = 15$.

? 500 ஒரு முழு கனமா?

$500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$. காரணிகளை மூன்று ஒத்த குழுக்களாக பிரிக்க முடியாது என்பதை நாம் காண்கிறோம். எனவே, 500 ஒரு முழு கனம் அல்ல.

ஒரு எண்ணின் பகா காரணிப்படுத்தல்	அதன் கனத்தின் பகா காரணிப்படுத்தல்
$4 = 2 \times 2$	$4^3 = 64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 2^3$
$6 = 2 \times 3$	$6^3 = 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^3$
$15 = 3 \times 5$	$15^3 = 3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 5^3$
$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^3 = 1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$ $= 2^3 \times 2^3 \times 3^3$

ஒரு எண்ணின் ஒவ்வொரு பகா காரணியும் அதன் கனத்தின் பகா காரணிப்படுத்தலில் மூன்று முறை தோன்றுவதை கவனிக்கவும்.

? இந்த எண்களின் கனமூலங்களை கண்டறியவும்:

(i) $\sqrt[3]{64} =$ (ii) $\sqrt[3]{512} =$ (iii) $\sqrt[3]{729} =$

1.2.4 அடுத்தடுத்த வேறுபாடுகள்

அடுத்தடுத்த முழு வர்க்கங்களுக்கு இடையிலான வேறுபாடுகள் ஒற்றைப்படை எண்களின் தொடர்வரிசையை கொடுக்கும் என்பதை நாம் அறிவோம்.

AP SCERT

are computed successively for perfect squares. After two levels, all the differences are the same.

Perfect Squares

1 4 9 16 25 36 ...

Level 1 3 5 7 9 11 ...

Level 2 2 2 2 2 ...

? Compute successive differences over levels for perfect cubes until all the differences at a level are the same. What do you notice?

Perfect Cubes

1 8 27 64 125 216 ...

1.3 A Pinch of History

The first known list of perfect squares and perfect cubes was compiled by the Babylonians as far back as 1700 BCE. These lists, found on clay tablets, were used to quickly find square roots and cube roots in problems involving land measurement, architectural design, and other areas where geometric calculations were necessary.

In ancient Sanskrit works the term varga was used both for the square figure or its area, as well as the square power, and the term ghana was used both for the solid cube as well as the product of a number with itself three times. The fourth power was called varga-varga . These terms were used in India at least from the third century BCE.

Aryabhata (499 CE) states

"A square figure of four equal sides and the number representing its area are called varga. The product of two equal quantities is also called varga."

Thus, the term varga for square power has its origin in the graphical representation of a square figure.

Why is the word 'root' (the root of a plant) used for the mathematical operation $\sqrt{\ }$ (square root, cube root, etc.)?

It is because, in ancient India, the Sanskrit word mula, meaning root of a plant, basis, cause, origin, etc., was used for the mathematical operations of taking roots.

AP SCERT

முழு வர்க்கங்களுக்கு அடுத்தடுத்த வேறுபாடுகளை தொடர்ந்து கணக்கிடப்பட்ட கீழே உள்ள படத்தை கவனியுங்கள். இரண்டு நிலைகளுக்கு பிறகு, அனைத்து வேறுபாடுகளும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும்.

முழு வர்க்கங்கள்

1 4 9 16 25 36 ...

Level 1 3 5 7 9 11 ...

Level 2 2 2 2 2 ...

? ஒரு நிலையில் உள்ள அனைத்து வேறுபாடுகளும் சமமாக வரும் வரை முழு கனங்களுக்கு நிலைகள் வாரியாக அடுத்தடுத்த வேறுபாடுகளை கணக்கிடுங்கள். நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

முழு கனங்கள்

1 8 27 64 125 216 ...

1.3 வரலாற்றில் ஒரு துளி

முழு வர்க்கங்கள் மற்றும் முழு கனங்களின் முதல் அறியப்பட்ட பட்டியல் பாபிலோனியர்களால் 1700 BCE ஆம் ஆண்டிலேயே தொகுக்கப்பட்டது. களிமண் பலகைகளில் காணப்படும் இந்த பட்டியல்கள், நில அளவீடு, கட்டிடக்கலை வடிவமைப்பு மற்றும் வடிவியல் கணக்கீடுகள் தேவைப்படும் பிற பகுதிகளில் உள்ள சிக்கல்களில் வர்க்கமூலங்கள் மற்றும் கனமூலங்களை விரைவாகக் கண்டறிய பயன்படுத்தப்பட்டன.

பண்டைய சமஸ்கிருத நூல்களில், ‘வர்க்கம்’ என்ற சொல் சதுர உருவம் அல்லது அதன் பரப்பளவிற்கும், வர்க்க அடுக்குக்கும் பயன்படுத்தப்பட்டது, மேலும் ‘கனம்’ என்ற சொல் திண்ம கனசதுரத்திற்கும், ஒரு எண்ணை அதனாலேயே மூன்று முறை பெருக்கும் பெருக்கற்பலனுக்கும் பயன்படுத்தப்பட்டது. நான்காவது அடுக்கு வர்க்க-வர்க்கம் என்று அழைக்கப்பட்டது. இந்த சொற்கள் இந்தியாவில் குறைந்தது கி.மு. மூன்றாம் நூற்றாண்டிலிருந்து பயன்படுத்தப்பட்டன.

ஆரியபட்டர் (499 CE) கூறுகிறார்:

“நான்கு சம பக்கங்களை கொண்ட ஒரு சதுர உருவம் மற்றும் அதன் பரப்பளவை குறிக்கும் எண் வர்க்கம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இரண்டு சமமான அளவுகளின் பெருக்கற்பலனும் வர்க்கம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.”

எனவே, வர்க்க அடுக்குக்கான ‘வர்க்கம்’ என்ற சொல் ஒரு சதுர உருவத்தின் வரைபட குறிப்பிலிருந்து உருவானது. கணித செயல்பாட்டிற்கு $\sqrt{\ }$ (வர்க்கமூலம், கனமூலம், முதலியன) ‘மூலம்’ (தாவரத்தின் வேர்) என்ற சொல் ஏன் பயன்படுத்தப்படுகிறது?

ஏனெனில், பண்டைய இந்தியாவில், ஒரு தாவரத்தின் வேர், அடிப்படை, காரணம், தோற்றம் போன்ற பொருள்களை கொண்ட சமஸ்கிருத வார்த்தையான ‘மூலம்’, மூலங்களை எடுக்கும் கணித செயல்பாடுகளுக்கு பயன்படுத்தப்பட்டது.

SCERT

In Sanskrit, varga-mula (the basis, cause, origin of the square) was used for square-root and ghana-mula was used for cube-root. This use of mula for the mathematical concept of root was subsequently emulated in Arabic and Latin through their corresponding words for the root of a plant - jidhr and radix respectively. The term mula for root has been used in India at least from the first century BCE. Another term used was pada (foot, basis, cause, origin). Brahmagupta (628 CE) explains, 'The pada (root) of a krti (square) is that of which it is a square.'

Figure it Out - 1.2

1. Find the cube roots of 27000 and 10648.
2. What number will you multiply by 1323 to make it a cube number?
3. State true or false. Explain your reasoning.
   (i) The cube of any odd number is even.
   (ii) There is no perfect cube that ends with 8.
   (iii) The cube of a 2-digit number may be a 3-digit number.
   (iv) The cube of a 2-digit number may have seven or more digits.
   (v) Cube numbers have an odd number of factors.
4. You are told that 1331 is a perfect cube. Can you guess without factorisation what its cube root is? Similarly, guess the cube roots of 4913, 12167, and 32768.
5. Which of the following is the greatest? Explain your reasoning.
   (i) $67^3 – 66^3$ (ii) $43^3 – 42^3$ (iii) $67^2 – 66^2$ (iv) $43^2 – 42^2$

SUMMARY

- A number obtained by multiplying a number by itself is called a square number. Squares of natural numbers are called perfect squares.
- All perfect squares end with 0, 1, 4, 5, 6 or 9. Squares can only have an even number of zeros at the end.
- Square root is the inverse operation of square. Every perfect square has two integral square roots. The positive square root of a number is denoted by the symbol $\sqrt{\ }$. For example, $\sqrt{9} = 3$.
- A number obtained by multiplying a number by itself three times is called a cube. For example 1, 8, 27, ... ,etc., are cubes.

AP SCERT

சமஸ்கிருதத்தில், வர்க்கமூலத்திற்கு (வர்க்கத்தின் அடிப்படை, காரணம், தோற்றம்) 'வர்க்க-மூலம்' பயன்படுத்தப்பட்டது மற்றும் கனமூலத்திற்கு 'கன-மூலம்' பயன்படுத்தப்பட்டது. மூலத்தின் கணித கருத்தாக்கத்திற்கு 'மூலம்' என்ற இந்த சொல் பின்னர் அரபு மற்றும் லத்தீன் மொழிகளில் முறையே தாவரத்தின் வேருக்கான அந்தந்த வார்த்தைகள் – ஜித்ர் மற்றும் ராடிக்ஸ் மூலம் பின்பற்றப்பட்டது. கணிதத்தில் மூலத்திற்கான 'மூலம்' என்ற சொல் இந்தியாவில் குறைந்தது கி.மு. முதல் நூற்றாண்டிலிருந்து பயன்படுத்தப்பட்டு வருகிறது. பயன்படுத்தப்பட்ட மற்றொரு சொல் பதம் பாதம் (அடிபகுதி, அடிப்படை, காரணம், தோற்றம்). 'ஒரு கிருதியின் (வர்க்கம்) பதம் (மூலம்) என்பது அது எந்த எண்ணின் வர்க்கமாக இருக்கிறதோ அந்த எண்ணாகும்.' என்று பிரம்மகுப்தர் (628 CE) விளக்குகிறார்.

கண்டுபிடிப்போம் – 1.2

1. 27000 மற்றும் 10648 ன் கனமூலங்களை கண்டறியவும்.
2. 1323ஐ ஒரு கன எண்ணாக மாற்ற எந்த எண்ணால் பெருக்குவீர்கள்?
3. சரியா தவறா என கூறுக. உங்கள் காரணத்தை விளக்குங்கள்.
   (i) எந்தவொரு ஒற்றைப்படை எண்ணின் கனமும் இரட்டைப்படை ஆகும்.
   (ii) 8 ல் முடியும் முழு கனம் எதுவும் இல்லை.
   (iii) 2-இலக்க எண்ணின் கனம் 3-இலக்க எண்ணாக இருக்கலாம்.
   (iv) 2-இலக்க எண்ணின் கனம் ஏழு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட இலக்கங்களை கொண்டிருக்கலாம்.
   (v) கன எண்கள் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலான காரணிகளை கொண்டுள்ளன.
4. 1331 என்பது ஒரு முழு கனம் என்று உங்களுக்குச் சொல்லப்படுகிறது. காரணிப்படுத்தல் இல்லாமல் அதன் கனமூலம் என்ன என்று உங்களால் ஊகிக்க முடியுமா? இதேபோல், 4913, 12167 மற்றும் 32768 இன் கனமூலங்களை ஊகிக்கவும்.
5. பின்வருவனவற்றில் எது மிகப்பெரியது? உங்கள் காரணத்தை விளக்குங்கள்.
   (i) $67^3 - 66^3$ (ii) $43^3 - 42^3$ (iii) $67^2 - 66^2$ (iv) $43^2 - 42^2$

பாடச் சுருக்கம்

- ஒரு எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்குவதன் மூலம் கிடைக்கும் எண் வர்க்க எண் எனப்படும். இயல் எண்களின் வர்க்கங்கள் முழு வர்க்கங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.
- அனைத்து முழு வர்க்கங்களும் 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 என்று முடிவடைகின்றன. வர்க்கங்கள் முடிவில் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையிலான பூஜ்ஜியங்களை மட்டுமே கொண்டிருக்க முடியும்.
- வர்க்கமூலம் என்பது வர்க்கத்தின் எதிர்மாறான செயல்பாடாகும். ஒவ்வொரு முழு வர்க்கத்திற்கும் இரண்டு முழு எண் வர்க்கமூலங்கள் உள்ளன. ஒரு எண்ணின் மிகை வர்க்கமூலம் $\sqrt{\ }$ என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது. உதாரணமாக, $\sqrt{9} = 3$.
- ஒரு எண்ணை அதே எண்ணால் மூன்று முறை பெருக்குவதன் மூலம் கிடைக்கும் எண் கனம் எனப்படும். உதாரணமாக 1, 8, 27, ... போன்றவை கனங்களாகும்.

AP SCERT

- A number is a perfect square if its prime factors can be split into two identical groups.
- A number is a perfect cube if its prime factors can be split into three identical groups
- The symbol $\sqrt[3]{\ }$ denotes cube root. For example, $\sqrt[3]{27} = 3$.

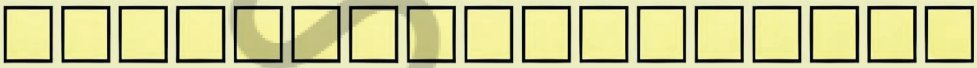
Look at the following numbers: 3 6 10 15 1

They are arranged such that each pair of adjacent numbers adds up to a square.

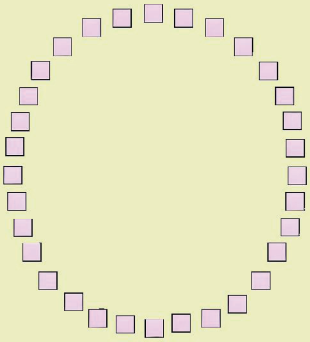
$$3 + 6 = 9,\ 6 + 10 = 16,\ 10 + 15 = 25,\ 15 + 1 = 16.$$

Try arranging the numbers 1 to 17 (without repetition) in a row in a similar way - the sum of every adjacent pair of numbers should be a square.

Can you arrange them in more than one way? If not, can you explain why?



Can you do the same with numbers from 1 to 32 (again, without repetition), but this time arranging all the numbers in a circle?



APSCERT

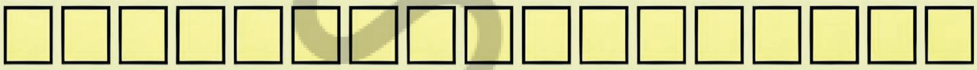
- ஒரு எண்ணின் பகா காரணிகளை இரண்டு ஒத்த குழுக்களாக பிரிக்க முடிந்தால், அந்த எண் ஒரு முழு வர்க்கமாகும்.
- ஒரு எண்ணின் பகா காரணிகளை மூன்று ஒத்த குழுக்களாக பிரிக்க முடிந்தால், அந்த எண் ஒரு முழு கனமாகும்.
- $\sqrt[3]{\ }$ என்ற குறியீடு கனமூலத்தைக் குறிக்கிறது. உதாரணமாக, $\sqrt[3]{27} = 3$.

பின்வரும் எண்களை பாருங்கள்: 3 6 10 15 1

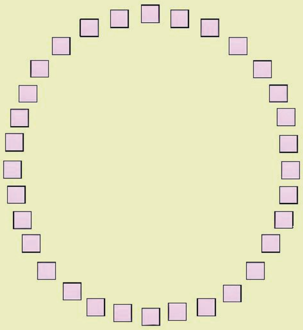
அடுத்தடுத்த ஒவ்வொரு ஜோடி எண்களின் கூடுதலும் ஒரு வர்க்கமாக இருக்கும்படி அவை வரிசைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

$$3 + 6 = 9,\ 6 + 10 = 16,\ 10 + 15 = 25,\ 15 + 1 = 16.$$

1 முதல் 17 வரையிலான எண்களை (திரும்பத் திரும்ப வராமல்) இதேபோன்ற முறையில் ஒரு வரிசையில் வரிசைப்படுத்த முயற்சிக்கவும் – ஒவ்வொரு அடுத்தடுத்த ஜோடி எண்களின் கூடுதலும் ஒரு வர்க்கமாக இருக்க வேண்டும். அவற்றை ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட வழிகளில் வரிசைப்படுத்த முடியுமா?இல்லையென்றால், அதற்கான காரணத்தை விளக்க முடியுமா?



1 முதல் 32 வரையிலான எண்களை கொண்டு (மீண்டும், திரும்ப திரும்ப வராமல்) இதேபோல் செய்ய முடியுமா, ஆனால் இந்த முறை அனைத்து எண்களையும் ஒரு வட்டத்தில் வரிசைப்படுத்த முடியுமா?



APSCERT

2 POWER PLAY

Learning outcomes

K4N3RZ

Learners will able to

- Analyze situations, farmulate questions, and arrive at solutions by sequentially guessing and initial answer modelling the problem statement and applying assumptions and approximation (CG-6)
- Understand laws of exponents (CG-1)
- Compare exponential growth with additive growth. (CG-1)
- Convert very large numbers in standard form (CG-1)
- Compare very large numbers (CG-1)

2.0 Experiencing the Power Play ..

An Impossible Venture!

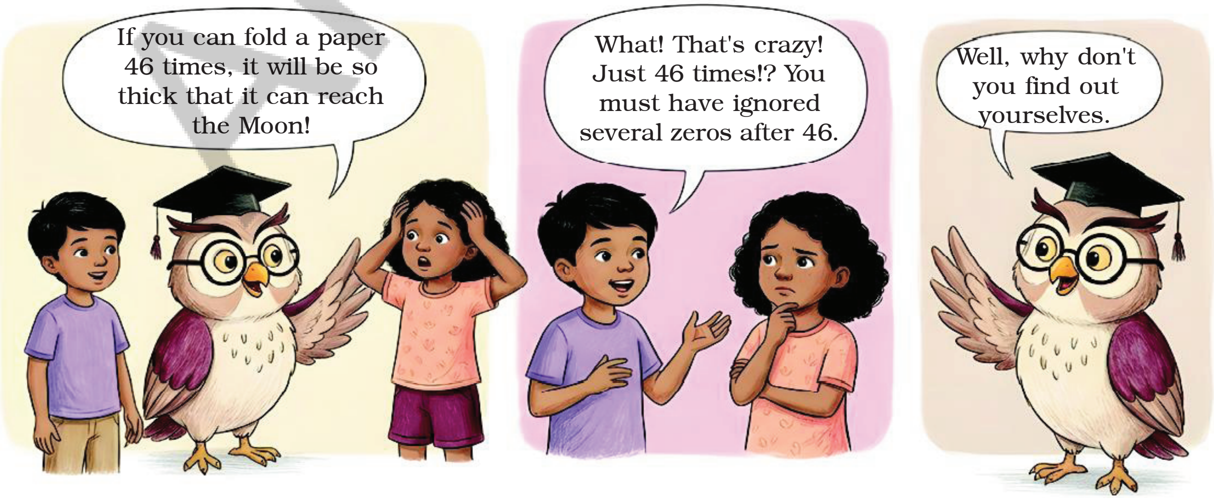
Take a sheet of paper, as large a sheet as you can find. Fold it once. Fold it again, and again.

? How many times can you fold it over and over?

Raju says "I heard that a sheet of paper can't be folded more than 7 times".

Rekha replies "What if we use a thinner paper, like a newspaper or a tissue paper?"

Try it with different types of paper and see what happens.



AP SCERT

2 அடுக்கு விளையாட்டு

கற்றல் விளைவுகள் : மாணவர்கள் இவற்றை செய்வர்..

- ☞ சூழ்நிலைகளை பகுப்பாய்வு செய்தல், வினாக்களை உருவாக்குவர் மற்றும் ஆரம்ப விடைகளை வரிசையாக கணிப்பர், கணக்கு கூற்றை வடிவமைப்பர், மேலும் கணிப்புகளையும் தோராயத்தையும் பயன்படுத்துதல் போன்வற்றின் மூலம் தீர்வுகளை பெறுவர். (CG-6)
- ☞ அடுக்கு விதிகளை புரிந்துகொள்ளுவர். (CG-1)
- ☞ அடுக்கு வளர்ச்சியை கூட்டல் வளர்ச்சியுடன் ஒப்பிடுவர். (CG-1)
- ☞ மிகப் பெரிய எண்களை திட்ட வடிவில் மாற்றுவர். (CG-1)
- ☞ மிகப் பெரிய எண்களை ஒப்பிடுவர். (CG-1)

R3K5S2

2.0 அடுக்கு விளையாட்டை புரிந்துக்கொள்ளுதல்

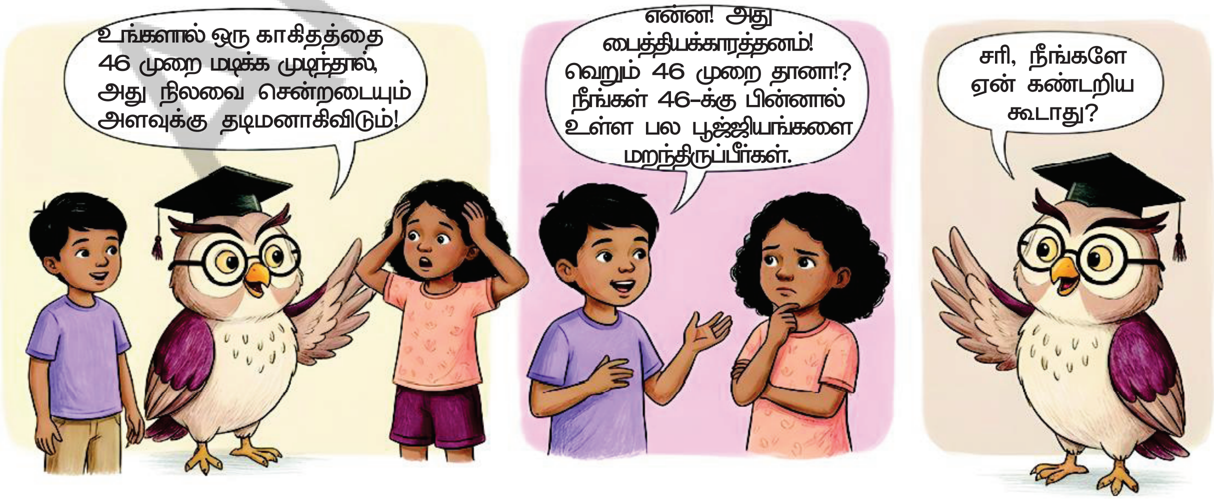
ஒரு அசாத்தியமான சாகசம்!

நீங்கள் இதுவரை பார்த்தவற்றில் மிகப் பெரிய காகிதத் தாளை எடுத்துக் கொள்ளவும். அதை ஒரு முறை மடிக்கவும். மீண்டும் மீண்டும் மடிக்கவும்.

? அதை உங்களால் எத்தனை முறை தொடர்ந்து மடிக்க முடியும்?

"ஒரு காகிதத் தாளை 7 முறைக்கு மேல் மடிக்க முடியாது என கேள்விப்பட்டிருக்கிறேன்" என்று ராஜு கூறுகிறான்.

"செய்தித்தாள் அல்லது துடை காகிதம் போன்ற மெல்லிய காகிதத்தைப் பயன்படுத்தினால் என்ன ஆகும்?" என்று ரேகா கூறுகிறாள். பல்வேறு வகையான காகிதங்களை வைத்து முயற்சி செய்து என்ன நடக்கிறது என்று பார்க்வும்.



? Say you can fold a sheet of paper as many times as you wish. What would its thickness be after 30 folds? Make a guess.

Let us find out how thick a sheet of paper will be after 46 folds. Assume that the thickness of the sheet is 0.001 cm.

? The following table lists the thickness after each fold. Observe that the thickness doubles after each fold.

Fold	Thickness	Fold	Thickness	Fold	Thickness
1	0.002 cm	7	0.128 cm	13	8.192 cm
2	0.004 cm	8	0.256 cm	14	16.384 cm
3	0.008 cm	9	0.512 cm	15	32.768 cm
4	0.016 cm	10	1.024 cm	16	65.536 cm
5	0.032 cm	11	2.048 cm	17	$\approx$ 131 cm
6	0.064 cm	12	4.096 cm		

(We use the sign '$\approx$' to indicate 'approximately equal to'.)

After 10 folds, the thickness is just above 1 cm (1.024 cm).

After 17 folds, the thickness is about 131 cm (a little more than 4 feet).

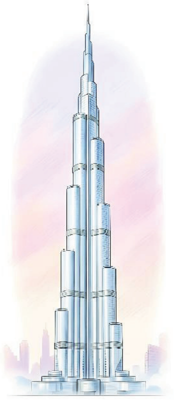
? Now, what do you think the thickness would be after 30 folds? 45 folds? Make a guess.

? Fill the table below.

Fold	Thickness	Fold	Thickness	Fold	Thickness
18	$\approx$ 262 cm	21		24	
19	$\approx$ 524 cm	22		25	
20	$\approx$ 10.4 m	23		26	

After 26 folds, the thickness is approximately 670 m. Burj Khalifa in Dubai, the tallest building in the world, is 830 m tall.

Fold	Thickness	Fold	Thickness
27	$\approx$ 1.3 km	29	
28		30	



After 30 folds, the thickness of the paper is about 10. the typical height at which planes fly.

APSCERT

நீங்கள் விரும்பும் அளவுக்கு ஒரு காகிதத்தை மடிக்கலாம் என்று வைத்துக் கொள்வோம். 30 மடிப்புகளுக்குப் பிறகு அதன் தடிமன் என்னவாக இருக்கும்? ஒரு கணிப்பை உருவாக்குங்கள்.

46 மடிப்புகளுக்கு பிறகு ஒரு காகிதத் தாள் எவ்வளவு தடிமனாக இருக்கும் என்பதைக் கண்டுபிடிப்போம். தாளின் தடிமன் 0.001 செ.மீ என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

பின்வரும் அட்டவணை ஒவ்வொரு மடிப்புக்குப் பிறகும் உள்ள தடிமனை பட்டியலிடுகிறது. ஒவ்வொரு மடிப்புக்குப் பிறகும் தடிமன் இருமடங்காக மாறுவதை கவனியுங்கள்.

மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்
1	0.002 செ.மீ	7	0.128 செ.மீ	13	8.192 செ.மீ
2	0.004 செ.மீ	8	0.256 செ.மீ	14	16.384 செ.மீ
3	0.008 செ.மீ	9	0.512 செ.மீ	15	32.768 செ.மீ
4	0.016 செ.மீ	10	1.024 செ.மீ	16	65.536 செ.மீ
5	0.032 செ.மீ	11	2.048 செ.மீ	17	$\approx$ 131செ.மீ
6	0.064 செ.மீ	12	4.096 செ.மீ		

('தோராயமாகச் சமம்' என்பதை குறிக்க '$\approx$' குறியீட்டை பயன்படுத்துகிறோம்.)

10 மடிப்புகளுக்கு பிறகு, தடிமன் 1 செ.மீ-க்கு சற்று அதிகமாக (1.024 செ.மீ) உள்ளது.

17 மடிப்புகளுக்கு பிறகு, தடிமன் சுமார் 131 செ.மீ (4 அடிக்கு சற்று அதிகம்) உள்ளது.

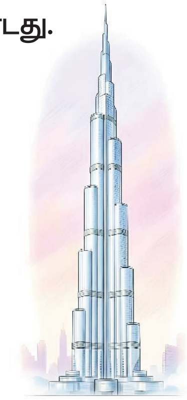
இப்போது, 30 மடிப்புகளுக்கு பிறகு தடிமன் என்னவாக இருக்கும் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள்? 45 மடிப்புகளுக்கு பிறகு? கணித்து கூறுங்கள்.

கீழே உள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

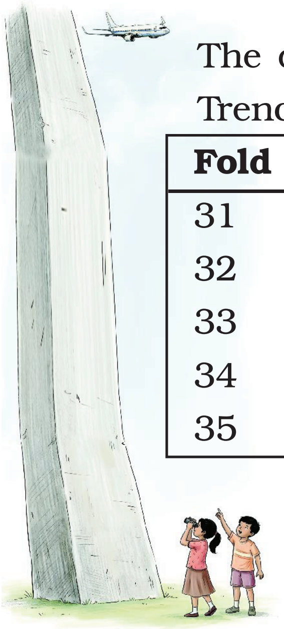
மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்
18	$\approx$ 262செ.மீ	21		24	
19	$\approx$ 524செ.மீ	22		25	
20	$\approx$ 10.4 மீ	23		26	

26 மடிப்புகளுக்கு பிறகு, தடிமன் தோராயமாக 670 மீட்டர் ஆகும். உலகின் மிக உயரமான கட்டடமான துபாயில் உள்ள புர்ஜ் கலீஃபா 830 மீ உயரம் கொண்டது.

மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்
27	$\approx$ 1.3 கி.மீ	29	
28		30	



30 மடிப்புகளுக்கு பிறகு, காகிதத்தின் தடிமன் சுமார் 10.7 கி.மீ ஆகும். இது வழக்கமாக விமானங்கள் பறக்கும் உயரத்திற்கு சமமாகும்.



The deepest point discovered in the oceans is the Mariana Trench, with a depth of 11 km.

Fold	Thickness	Fold	Thickness	Fold	Thickness
31		36		41	
32		37		42	
33		38		43	
34		39		44	
35		40		45	

It might be hard to digest the fact that after just 46 folds, the thickness is more than 7,00,000 km. This is the power of multiplicative growth, also called exponential growth. Let us analyse the growth.

We have seen that the thickness doubles after every fold.

Fold 4	0.016 cm
Fold 5	0.032 cm

Fold 9	0.512 cm
Fold 10	1.024 cm

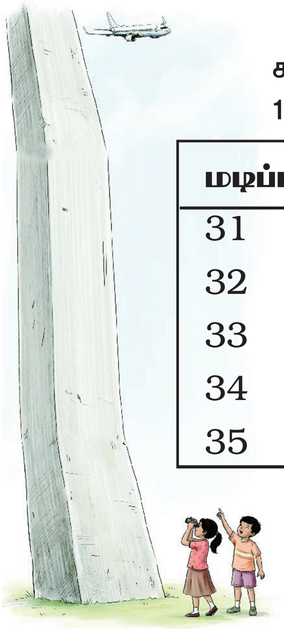
Notice the change in thickness after two folds. By how much does it increase?

Fold 4	0.016 cm
Fold 6	1.064 cm

After any 3 folds, the thickness increases 8 times (= 2 × 2 × 2). Check if that is true. Similarly, from any point, the thickness after 10 folds increases by 1024 times (= 2 multiplied by itself 10 times), as shown in the table below.

Fold	Thickness	Times increased by
0 to 10	1.024 cm - 0.001 cm = 1. 023 cm	1.024 cm ÷ 0.001 cm = 1024
10 to 20	10.485 m - 1.024 cm ≈ 10. 474 m	10.485 m ÷ 1.024 cm = 1024
20 to 30	10.737 km - 10.485 m ≈ 10. 726 km	10.737 km ÷ 10.485 m = 1024
30 to 40	10995 km - 10.737 m ≈ 10984.2 km	10995 km ÷ 10.737 km = 1024

APSCERT



கடல்களில் கண்டுபிடிக்கப்பட்ட ஆழமான பகுதியான மரியானா அகழி 11 கி.மீ ஆழம் கொண்டது.

மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்
31		36		41	
32		37		42	
33		38		43	
34		39		44	
35		40		45	

வெறும் 46 மடிப்புகளுக்கு பிறகு, தடிமன் 7,00,000 கி.மீ–க்கும் அதிகமாக இருக்கும் என்ற உண்மையை ஏற்றுக்கொள்வது கடினமாக இருக்கலாம். இது பெருக்கல் வளர்ச்சியின் சக்தியாகும். இது அடுக்கு வளர்ச்சி என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. இந்த வளர்ச்சியை பகுப்பாய்வு செய்வோம். ஒவ்வொரு மடிப்புக்கு பிறகும் தடிமன் இருமடங்காக மாறுவதை நாம் பார்த்தோம்.

மடிப்பு 4	0.01 செ.மீ
மடிப்பு 5	0.032 செ.மீ

மடிப்பு 9	0.512 செ.மீ
மடிப்பு10	0.024 செ.மீ

இரண்டு மடிப்புகளுக்கு பிறகு தடிமனில் ஏற்படும் மாற்றத்தை கவனியுங்கள். இது எவ்வளவு அதிகரிக்கிறது?

மடிப்பு 4	0.016 செ.மீ
மடிப்பு 6	1.064 செ.மீ

எந்தவொரு 3 மடிப்புகளுக்கும் பிறகு, தடிமன் 8 மடங்கு அதிகரிக்கிறது. அது மெய்யா என்று சரிபார்க்கவும். இதேபோல், எந்த புள்ளியிலிருந்தும், 10 மடிப்புகளுக்கு பிறகு பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டியவாறு தடிமன் 1024 மடங்கு (= 2 ஐ 10 முறை பெருக்குவது) அதிகரிக்கிறது,

மடிப்பு	தடிமன்	அதிகரித்த மடங்குகள்
0 to 10	1.024 செ.மீ. - 0.001 செ.மீ. = 1. 023 செ.மீ.	1.024 செ.மீ ÷ 0.001 செ.மீ. = 1024
10 to 20	10.485 மீ. - 1.024 செ.மீ. ≈ 10. 474 மீ.	10.485 மீ. ÷ 1.024 செ.மீ. = 1024
20 to 30	10.737 கி.மீ. - 10.485 மீ. ≈ 10. 726 கி.மீ.	10.737 கி.மீ. ÷ 10.485 மீ. = 1024
30 to 40	10995 கி.மீ. - 10.737 கி.மீ. ≈ 10984.2 கி.மீ.	10995 கி.மீ. ÷ 10.737 கி.மீ. = 1024

APSCERT

2.1 Exponential Notation and Operations

The initial thickness of the paper was 0.001 cm.

Upon folding once, its thickness became 0.001 cm × 2 = 0.002 cm.

Folding it twice, its thickness became -

0.001 cm × 2 × 2 = 0.004 cm, or 0.001 cm × 2^2 = 0.004 cm (in shorthand).

Upon folding it thrice, its thickness became -

0.001 cm × 2 × 2 × 2, or 0.001 cm × 2^3 = 0.008 cm.

When folded four times, its thickness became -

0.001 cm × 2 × 2 × 2 × 2, or 0.001 cm × 2^4 = 0.016 cm.

Similarly, the expression for the thickness of the paper when folded 7 times will be 0.001 cm × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2, or 0.001 cm × 2^7 = 0.128 cm.

We have seen that square numbers can be expressed as n^2 and cube numbers as n^3.

$n \times n = n^2$ (read as 'n squared' or 'n raised to the power 2')

$n \times n \times n = n^3$ (read as 'n cubed' or 'n raised to the power 3')

$n \times n \times n \times n = n^4$ (read as 'n raised to the power 4' or 'the 4th power of n') $n \times n \times n \times n \times n \times n \times n = n^7$ (read as 'n raised to the power 7' or 'the 7th power of n') and so on.

In general, we write n^a to denote n multiplied by itself a times.

$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$.

5^4 is the exponential form of 625. Here, 4 is the exponent/power, and 5 is the base. Exponents of the form 5^n are called powers of 5: 5^1, 5^2, 5^3, 5^4, etc.

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10} = 1024$.

Remember the 1024 from earlier? There, it meant that after every 10 folds, the thickness increased 10^{24} times.

> 5^4 is read as '5 raised to the power 4' or '5 to the power 4' or '5 power 4' or '4th power of 5'

❓ Which expression describes the thickness of a sheet of paper after it is folded 10 times? The initial thickness is represented by the letter-number v.

(i) 10v (ii) 10 + v (iii) 2 × 10 × v

(iv) 2^{10} (v) 2^{10}v (vi) 10^2v

Some more examples of exponential notation:

AP SCERT

2.1 அடுக்குக் குறிமானம் மற்றும் செயல்பாடுகள்

காகிதத்தின் ஆரம்ப தடிமன் 0.001 செ.மீ.

ஒருமுறை மடித்தவுடன் அதன் தடிமன் 0.001 செ.மீ $\times$ 2 = 0.002 செ.மீ ஆனது.

இருமுறை மடித்தவுடன் அதன் தடிமன் ---

0.001 செ.மீ $\times 2 \times 2$ = 0.004 செ.மீ அல்லது 0.001 செ.மீ $\times 2^2$ = 0.004 செ.மீ (சுருங்கிய வடிவில்) ஆகிறது. ---

மூன்று முறை மடித்தவுடன் அதன் தடிமன் ---

0.001 செ.மீ $\times 2 \times 2 \times 2$ அல்லது 0.001 செ.மீ $\times 2^3$ = 0.008 செ.மீ ஆகிறது.

நான்கு முறை மடித்தவுடன் அதன் தடிமன் ---

0.001 செ.மீ $\times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ அல்லது 0.001 செ.மீ $\times 2^4$ = 0.016 செ.மீ ஆகிறது.

இதேபோல், காகிதத்தை 7 முறை மடிக்கும்போது அதன் தடிமனுக்கான கோவை

0.001 செ.மீ $\times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ அல்லது 0.001 செ.மீ $\times 2^7$ = 0.128 செ.மீ. ஆகும்.

நாம் வர்க்க எண்களை n^2 எனவும், கன எண்களை n^3 எனவும் குறிப்பிடுவதை கண்டோம்.

$n \times n = n^2$ ('n ன் வர்க்கம்' அல்லது 'n ன் அடுக்கு 2 ' என படிக்கிறோம்)

$n \times n \times n = n^3$ ('n ன் கனம்' அல்லது 'n ன் அடுக்கு 3 ' என படிக்கிறோம்)

$n \times n \times n \times n = n^4$ ('n ன் அடுக்கு 4' அல்லது 'n ன் நான்காம் படி' என படிக்கிறோம்)

$n \times n \times n \times n \times n \times n \times n = n^7$ ('n ன் அடுக்கு 7 அல்லது 'n ன் ஏழாம் படி ' என படிக்கிறோம்) மற்றும் பல.

பொதுவாக, n ஐ தன்னோடு தானே a முறை பெருக்கப்படுவதை குறிக்க n^a என எழுதுகிறோம்.

$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$.

5^4 என்பது 625 ன் அடுக்கு வடிவமாகும். இங்கே, 4 என்பது அடுக்கு/படி மற்றும் 5 என்பது அடிமானம். 5^n வடிவில் உள்ள அடுக்குகள் 5ன் அடுக்குகள் என்கிறோம்: $5^1, 5^2, 5^3, 5^4$, ஆகியன.

> 5^4 ஐ '5 ன் அடுக்கு 4' அல்லது "5 ஐ 4வது அடுக்கிற்கு உயர்த்துதல்' அல்லது '5 படி 4' அல்லது '5 ன் 4ஆம் படி' என படிக்கிறோம்.

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10} = 1024$

முந்தைய கருத்திலிருந்து 1024 நினைவிருக்கிறதா? அங்கே, ஒவ்வொரு 10 மடிப்புகளுக்கும் பிறகு, தடிமன் 1024 மடங்கு அதிகரிக்கிறது.

? எந்த கோவை காகித தாளை 10 முறை மடித்த பிறகு அதன் தடிமனை விவரிக்கிறது? ஆரம்ப தடிமன் v என்ற எழுத்து-எண்ணால் குறிப்பிடப்படுகிறது.

(i) 10v (ii) 10 + v (iii) $2 \times 10 \times v$

(iv) 2^{10} (v) $2^{10}v$ (vi) 10^2 v

அடுக்குக் குறிமானத்தின் சில கூடுதல் எடுத்துக்காட்டுகள்:

AP SCERT

$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64.$

$(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3 = -64.$

Similarly,

$a \times a \times a \times b \times b$ can be expressed as a^3b^2 (read as a cubed b squared).

$a \times a \times b \times b \times b \times b$ can be expressed as a^2b^4 (read as a squared b raised to the power 4).

Remember that $4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$, where as $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$.

? Express the number 32400 as a product of its prime factors and represent the prime factors in their exponential form.

$32400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3.$

In exponential form, this would be

$$32400 = 2^4 \times 5^2 \times 3^4.$$

2	32400
2	16200
2	8100
2	4050
5	2025
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

? What is $(-1)^5$? Is it positive or negative? What about $(-1)^{56}$?

? Is $(-2)^4 = 16$? Verify.

> What is 0^2, 0^5 ? What is 0^n ?
> What is $(-1)^n$ when n is even integer? and when n is odd integer?

Figure it Out - 2.1

1. Express the following in exponential form:

   (i) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (ii) $y \times y$

   (iii) $b \times b \times b \times b$ (iv) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$

   (v) $2 \times 2 \times a \times a$ (vi) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

2. Express each of the following as a product of powers of their prime factors in exponential form.

   (i) 648 (ii) 405 (iii) 540 (iv) 3600

3. Write the numerical value of each of the following:

   (i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^3$ (iii) 3×4^4

   (iv) $(-3)^2 \times (-5)^2$ (v) $3^2 \times 10^4$ (vi) $(-2)^5 \times (-10)^6$

APSCERT

$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64.$

$(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3 = -64.$

இதேபோல்,

$a \times a \times a \times b \times b$ என்பதை a^3b^2 எனவும் (a ன் கனம் bன் வர்க்கம் என படிக்கிறோம்) $a \times a \times b \times b \times b \times b$ என்பதை a^2b^4 எனவும் (a ன் வர்க்கம் bன் அடுக்கு 4 என படிக்கிறோம்) எழுதலாம்.

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$ என்பதை நினைவுக்கூரவும். அதேசமயம் $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$.

? 32400 என்ற எண்ணை அதன் பகா காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதி, பகா காரணிகளை அவற்றின் அடுக்கு வடிவில் குறிப்பிடவும்.

$32400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3.$

அடுக்கு வடிவில், பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$32400 = 2^4 \times 5^2 \times 3^4.$$

2	32400
2	16200
2	8100
2	4050
5	2025
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

? $(-1)^5$ என்றால் என்ன? அது மிகை எண்ணா அல்லது குறை எண்ணா? $(-1)^{56}$ பற்றி என்ன கூறுவாய்?

? $(-2)^4 = 16$ ஆகுமா? சரிபார்க்கவும்.

0^2, 0^5 என்றால் என்ன? 0^n என்றால் என்ன? n என்பது இரட்டை முழுவாக மற்றும் ஒற்றை முழுவாக இருக்கும்போது $(-1)^n$ ன் மதிப்பு எவ்வளவு?

கண்டுபிடிப்போம் – 2.1

1. பின்வருவனவற்றை அடுக்கு வடிவத்தில் எழுதுக:

   (i) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (ii) $y \times y$

   (iii) $b \times b \times b \times b$ (iv) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$

   (v) $2 \times 2 \times a \times a$ (vi) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

2. பின்வருவனவற்றில் ஒவ்வொன்றையும் அவற்றின் பகா காரணிகளின் அடுக்குகளின் பெருக்கற்பலனாக அடுக்கு வடிவில் எழுதுக.

   (i) 648 (ii) 405 (iii) 540 (iv) 3600

3. பின்வருவனவற்றில் ஒவ்வொன்றின் எண் மதிப்பினை எழுதுக:

   (i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^3$ (iii) 3×4^4

   (iv) $(-3)^2 \times (-5)^2$ (v) $3^2 \times 10^4$ (vi) $(-2)^5 \times (-10)^6$

APSCERT

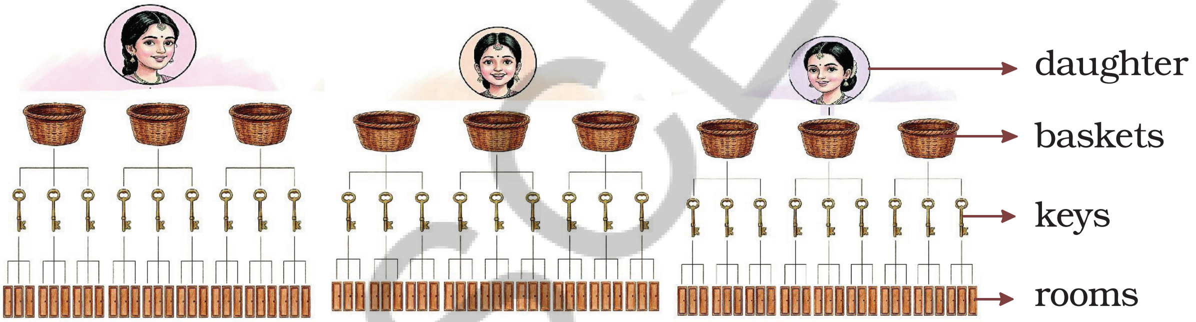
The Stones that Shine ...

Three daughters with curious eyes,
Each got three baskets - a kingly prize.
Each basket had three silver keys,
Each opens three big rooms with ease.
Each room had tables - one, two, three,
With three bright necklaces on each, you see.
Each necklace had three diamonds so fine…
Can you count these stones that shine?

Hint: Find out the number of baskets and rooms.

How many rooms were there altogether?

The information given can be visualised as shown below.

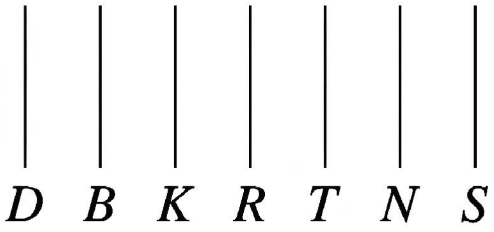


From the diagram, the number of rooms is 3^4. This can be computed by repeatedly multiplying 3 by itself,

$$3 \times 3 = 9.$$
$$9 \times 3 = 27.$$
$$27 \times 3 = 81.$$
$$81 \times 3 = 243.$$

How many diamonds were there in total? Can we find out by just one multiplication using the products above?

The number of diamonds is $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$.

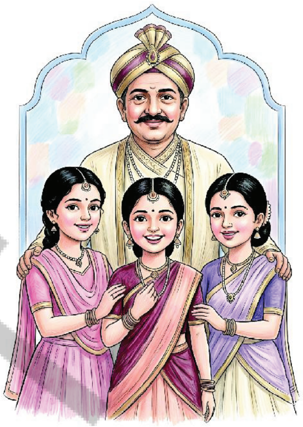


We can write

$$3^7 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$$

APSCERT

ஒளிரும் கற்கள் ...

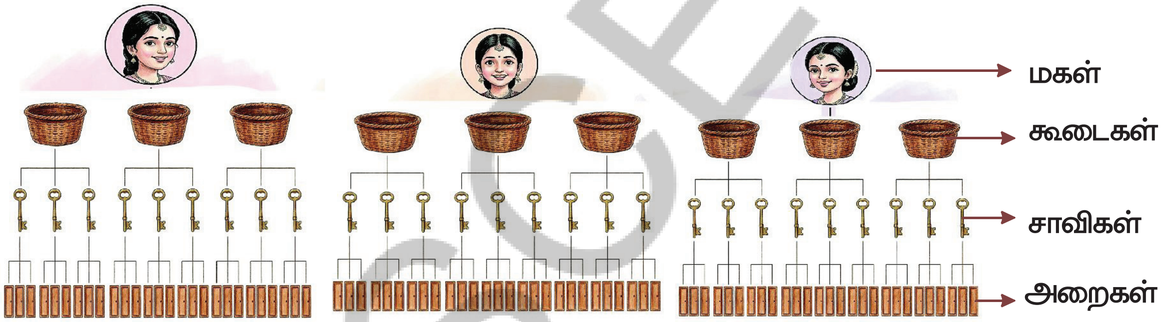


❓ ஆர்வம் நிறைந்த கண்களை கொண்ட மூன்று மகள்கள், ஒவ்வொருவரும் மூன்று கூடைகளை பெற்றனர், இது அரசன் வழங்கிய பரிசு. ஒவ்வொரு கூடையிலும் மூன்று வெள்ளிச் சாவிகள் இருந்தன,ஒவ்வொன்றும் மூன்று பெரிய அறைகளை எளிதாக திறக்கும். ஒவ்வொரு அறையிலும் ஒன்று, இரண்டு, மூன்று என மேசைகள் இருந்தன. ஒவ்வொரு மேஜையின் மீதும் மூன்று பிரகாசமான அட்டிகைகள் இருப்பதை நீங்கள் பாருங்கள். ஒவ்வொரு அட்டிகையிலும் மூன்று சிறந்த வைரங்கள் இருந்தன... ஒளிரும் இந்த கற்களை உங்களால் கணக்கிட முடியுமா?

குறிப்பு: கூடைகள் மற்றும் அறைகளின் எண்ணிக்கையை கண்டறியவும்.

❓ மொத்தம் எத்தனை அறைகள் இருந்தன?

கொடுக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களை கீழே காட்டப்பட்டுள்ளவாறு காட்சிப்படுத்தலாம்.

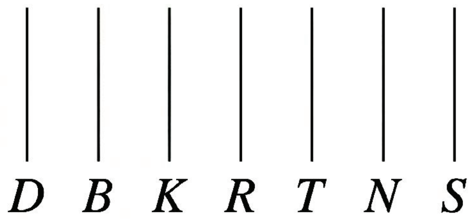


படத்திலிருந்து, அறைகளின் எண்ணிக்கை 3^4ஆகும். 3ஐ தன்னோடு தானே மீண்டும் மீண்டும் பெருக்குவதன் மூலம் இதைக் கணக்கிடலாம்,

$$3 \times 3 = 9.$$
$$9 \times 3 = 27.$$
$$27 \times 3 = 81.$$
$$81 \times 3 = 243.$$

❓ மொத்தம் எத்தனை வைரங்கள் இருந்தன? மேலே உள்ள பெருக்கற்பலன்களைப் பயன்படுத்தி ஒரே ஒரு பெருக்கல் மூலம் நம்மால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

வைரங்களின் எண்ணிக்கை $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$.



நாம் பின்வாறு எழுதலாம்,

$$3^7 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$$

We had computed till 34. To find 37, we can just multiply 34 (= 81) with 3^3(= 27).

$= 3^4 \times 3^3$

$= 81 \times 27 = 2187$

$$\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{3^4} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3}$$

? 3^7 can also be written as $3^2 \times 3^5$. Can you reason out why?

This can be easily extended to products where exponents are the same letter-numbers.

? Write the product $p^4 \times p^6$ in exponential form.

$$p^4 \times p^6 = (p \times p \times p \times p) \times (p \times p \times p \times p \times p \times p) = p^{10}.$$

We can generalise this to -

$n^a \times n^b = n^{a+b}$, where a and b are counting numbers.

? Use this observation to compute the following.

(i) 2^9 (ii) 5^7 (iii) 4^6

4^6 can be evaluated in these two ways,

$(4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^3 \times 4^3$ $= 64 \times 64$ $= 4096.$ $4^3 \times 4^3$ is the square of 4^3, i.e., $4^3 \times 4^3$ can also be written as $(4^3)^2$.	$(4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4) = 4^2 \times 4^2 \times 4^2$ $= 16 \times 16 \times 16$ $= 4096.$ $4^2 \times 4^2 \times 4^2$ is the cube of 4^2, i.e., $4^2 \times 4^2 \times 4^2$ can also be written as $(4^2)^3$.

Similarly, $7^4 = (7 \times 7) \times (7 \times 7) = 7^2 \times 7^2 = (7^2)^2$, and

$2^{10} = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$

$= (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \times (2^2)$

$= (2^2)^5$.

? Is 2^{10} also equal to $(2^5)^2$? Write it as a product.

$2^{10} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$

$= (2^5) \times (2^5)$

$= (2^5)^2$.

In general,

$(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b} = n^{ab}$, where a and b are counting numbers.

? Write the following expressions as a power of a power in at least two different ways:

(i) 8^6 (ii) 7^{15} (iii) 9^{14} (iv) 5^8

AP SCERT

நாம் 3^4 வரை கணக்கிட்டோம். 3^7ஐ காண, $3^4\ (=81)$ ஐ $3^3\ (=27)$ உடன் பெருக்க வேண்டும்.

$$= 3^4 \times 3^3 \qquad \underbrace{3\times3\times3\times3}_{3^4}\times\underbrace{3\times3\times3}_{3^3}$$

$$= 81 \times 27 = 2187$$

? 3^7 ஐ $3^2 \times 3^5$ எனவும் எழுதலாம். ஏன் என்று உங்களால் கூற முடியுமா?

அடுக்குகள் ஒரே எழுத்து–எண்களாக இருக்கும் பெருக்கற்பலன்களுக்கும் இதை எளிதாக நீட்டிக்கலாம்.

? $p^4 \times p^6$ என்ற பெருக்கற்பலனை அடுக்கு வடிவில் எழுதுக.

$$p^4 \times p^6 = (p \times p \times p \times p) \times (p \times p \times p \times p \times p \times p) = p^{10}.$$

இதை பின்வருமாறு பொதுமைப்படுத்தலாம் –

$n^a \times n^b = n^{a+b}$, இங்கு a மற்றும் b என்பன எண்ணணப்படும் எண்கள்.

? இந்த உற்றுநோக்கலை பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றை கணக்கிடுக.

(i) 2^9 (ii) 5^7 (iii) 4^6

4^6 ன் மதிப்பினை பின்வரும் இரண்டு வழிகளில் கண்டறியலாம்,

$(4\times4\times4)\times(4\times4\times4) = 4^3\times4^3$ $= 64 \times 64$ $= 4096.$ $4^3\times4^3$ என்பது 4^3 ன் வர்க்கம், அதாவது, $4^3\times4^3$ ஐ $(4^3)^2$ எனவும் எழுதலாம்.	$(4\times4)\times(4\times4)\times(4\times4) = 4^2\times4^2\times4^2$ $= 16\times16\times16$ $= 4096.$ $4^2\times4^2\times4^2$ என்பது 4^2ன் கனம். அதாவது, $4^2\times4^2\times4^2$ ஐ $(4^2)^3$ எனவும் எழுதலாம்.

இதேபோன்று, $7^4 = (7\times7)\times(7\times7) = 7^2\times7^2 = (7^2)^2$ மற்றும்

$2^{10} = (2\times2)\times(2\times2)\times(2\times2)\times(2\times2)\times(2\times2)$

$= (2^2)\times(2^2)\times(2^2)\times(2^2)\times(2^2)$

$= (2^2)^5.$

? 2^{10} என்பதும் $(2^5)^2$க்குச் சமமா? அதைப் பெருக்கற்பலனாக எழுதவும்.

$2^{10} = (2\times2\times2\times2\times2)\times(2\times2\times2\times2\times2)$

$= (2^5)\times(2^5)$

$= (2^5)^2.$

பொதுவாக,

$(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a\times b} = n^{ab}$, இங்கு a, b என்பன எண்ணணப்படும் எண்கள்.

? பின்வரும் கோவைகளை குறைந்தபட்சம் இரண்டு வெவ்வேறு வழிகளில் அடுக்கின் அடுக்காக எழுதுக:

(i) 8^6 (ii) 7^{15} (iii) 9^{14} (iv) 5^8

AP SCERT

Magical Pond

? In the middle of a beautiful, magical pond lies a bright pink lotus. The number of lotuses doubles every day in this pond. After 30 days, the pond is completely covered with lotuses. On which day was the pond half full?

If the pond is completely covered by lotuses on the 30th day, how much of it is covered by lotuses on the 29th day?

Since the number of lotuses doubles every day, the pond should be half covered on the 29th day.

? Write the number of lotuses (in exponential form) when the pond was -

(i) fully covered (ii) half covered

? There is another pond in which the number of lotuses triples every day. When both the ponds had no flowers, Damayanti placed a lotus in the doubling pond. After 4 days, she took all the lotuses from there and put them in the tripling pond. How many lotuses will be in the tripling pond after 4 more days?

After the first 4 days, the number of lotuses is $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$.

After the next 4 days, the number of lotuses is $2^4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$.

? What if Damayanti had changed the order in which she placed the flowers in the lakes? How many lotuses would be there?

$$1 \times 3^4 \times 2^4 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2).$$

? Can this product be expressed as an exponent m^n, where m and n are some counting numbers?

By regrouping the numbers,

$$= (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2)$$

$$= (3 \times 2)^4 = 6^4.$$

In general form,

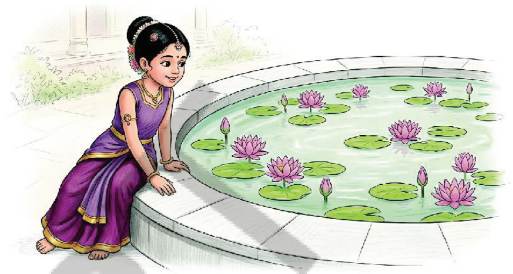
$m^a \times n^a = (mn)^a$, where a is a counting number or natural number.

Use this observation to compute the value of $2^5 \times 5^5$.

AP SCERT

மந்திரக் குளம்

? ஒரு அழகிய, மந்திரக் குளத்தின் நடுவிலே ஒரு பிரகாசமான இளஞ்சிவப்பு நிற தாமரை பூ உள்ளது. இந்த குளத்தில் உள்ள தாமரைகளின் எண்ணிக்கை ஒவ்வொரு நாளும் இருமடங்காகிறது. 30 நாட்களுக்கு பிறகு, குளம் முழுமையாக தாமரை பூக்களால் நிரம்பியிருக்கும். எந்த நாளில் குளம் பாதி நிரம்பியிருந்தது?



30-வது நாளில் குளம் முழுமையாக தாமரை பூக்களால் நிரம்பியிருந்தால், 29-வது நாளில் எவ்வளவு நிரம்பியிருக்கும்?

தாமரை பூக்களின் எண்ணிக்கை ஒவ்வொரு நாளும் இருமடங்காவதால், 29-வது நாளில் குளம் பாதி நிரம்பியிருக்க வேண்டும்.

? குளம் பின்வரும் நிலைகளில் இருக்கும் போது தாமரை பூக்களின் எண்ணிக்கையை (அடுக்கு வடிவில்) எழுதுக -

(i) முழுவதுமாக நிரம்பியுள்ளது (ii) பாதி நிரம்பியுள்ளது

? மற்றொரு குளம் உள்ளது. அதில் தாமரைகளின் எண்ணிக்கை ஒவ்வொரு நாளும் மும்மடங்காகிறது. இரண்டு குளங்களிலும் பூக்கள் இல்லாதபோது, தமயந்தி இருமடங்காகும் குளத்தில் ஒரு தாமரையை வைத்தாள். 4 நாட்களுக்கு பிறகு, அவள் அங்கிருந்து எல்லா தாமரைகளையும் எடுத்து மும்மடங்காகும் குளத்தில் போட்டாள். அடுத்த 4 நாட்களுக்கு பிறகு மும்மடங்காகும் குளத்தில் எத்தனை தாமரை பூக்கள் இருக்கும்?

முதல் 4 நாட்களுக்கு பிறகு, தாமரை பூக்களின் எண்ணிக்கை $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$.

அடுத்த 4 நாட்களுக்கு பிறகு, தாமரைகளின் எண்ணிக்கை $2^4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$.

? தமயந்தி குளத்தில் பூக்களை வைத்த வரிசையை மாற்றியிருந்தால் என்ன நடந்திருக்கும்? எத்தனை தாமரைகள் இருந்திருக்கும்?

$1 \times 3^4 \times 2^4 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$.

? இந்த பெருக்கற்பலனை m^n என்ற அடுக்கு வடிவில் எழுத முடியுமா? இங்கு m மற்றும் n ஆகியவை எண்ணப்படும் எண்கள்.

எண்களை மீள்தொகுதியாக்கினால்,

$$= (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2)$$

$$= (3 \times 2)^4 = 6^4.$$

பொதுவான வடிவத்தில்,

$m^a \times n^a = (mn)^a$, இங்கு a என்பது ஒரு எண்ணப்படும் எண் அல்லது இயல் எண்.

இந்த உற்றுநோக்கலை பயன்படுத்தி $2^5 \times 5^5$ன் மதிப்பை கணக்கிடுக.

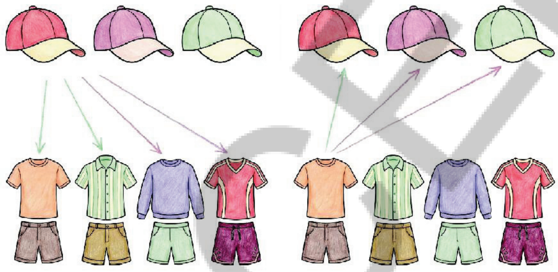
Simplify $\frac{10^4}{5^4}$ and write it in exponential form.

In general, we can show that $\frac{m^a}{n^a} = \left(\frac{m}{n}\right)^a$

How Many Combinations

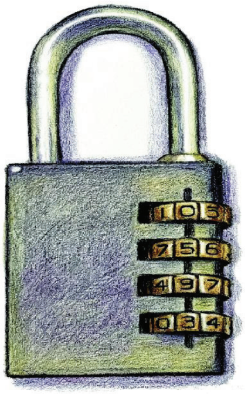
Raju has 4 dresses and 3 caps. How many different ways canRaju combine the dresses and caps?

For each cap, he can choose any of the 4 dresses, so for 3 caps, 4 + 4 + 4 = 4 × 3 = 12 combinations are possible. We can also look at it as - for each dress,Raju can choose any of the 3 caps, so for 4 outfits, 3 + 3 + 3 + 3 = 3 × 4 = 12 combinations are possible.



Rekha has 7 dresses, 2 hats, and 3 pairs of shoes. How many different ways can Rekha dress up?

Hint: Try drawing a diagram like the one above.



Raju and Rekha came across a safe containing old stamps and coins that their great-grandfather had collected. It was secured with a 5-digit password. Since nobody knew the password, they had no option except to try every password until it opened. They were unlucky and the lock only opened with the last password, after they had tried all possible combinations. How many passwords did they end up checking?

If you can't solve a problem, try to find a simpler version of the problem that you can solve. This technique can come in handy many times.

Instead of a 5-digit lock, let us assume we have a 2-digit lock and try to find out how many passwords are possible.

AP SCERT

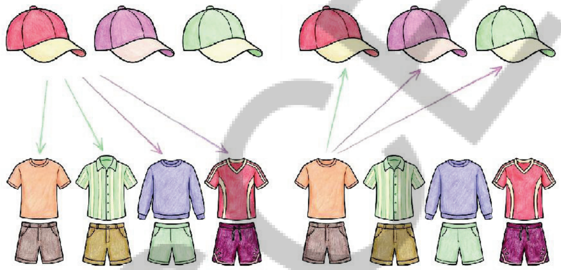
? $\frac{10^4}{5^4}$ ஐ சுருக்கி அடுக்கு வடிவில் எழுதுக.

பொதுவாக, $\frac{m^a}{n^a} = \left(\frac{m}{n}\right)^a$ என நாம் காட்டலாம்.

எத்தனை சேர்க்கைகள்

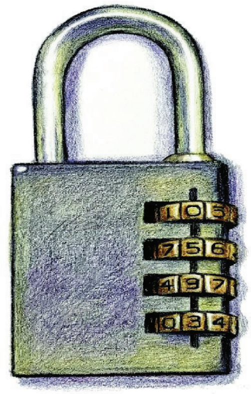
? ராஜுவிடம் 4 ஆடைகளும் 3 தொப்பிகளும் உள்ளன. ராஜு ஆடைகளையும் தொப்பிகளையும் எத்தனை வெவ்வேறு வழிகளில் இணைக்க முடியும்?

ஒவ்வொரு தொப்பிக்கும், அவர் 4 ஆடைகளில் எதை வேண்டுமானாலும் தேர்வு செய்யலாம். எனவே 3 தொப்பிகளுக்கு, $4 + 4 + 4 = 4 \times 3 = 12$ சேர்க்கைகள் சாத்தியமாகும். ஒவ்வொரு ஆடைக்கும், ராஜு 3 தொப்பிகளில் எதை வேண்டுமானாலும் தேர்வு செய்யலாம், எனவே 4 ஆடைகளுக்கு, $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \times 4 = 12$ சேர்க்கைகள் சாத்தியமாகும்.



ரேகாவிடம் 7 ஆடைகள், 2 தொப்பிகள் மற்றும் 3 ஜோடி காலணிகள் உள்ளன. ரேகா எத்தனை வெவ்வேறு வழிகளில் ஆடையணியலாம்?

குறிப்பு: மேலே உள்ளதை போன்ற ஒரு படத்தை வரைய முயற்சிக்கவும்.



? ராஜுவும் ரேகாவும் தங்கள் கொள்ளுத் தாத்தா சேகரித்து வைத்திருந்த பழைய முத்திரைகள் மற்றும் நாணயங்களை கொண்ட ஒரு பாதுகாப்பு பெட்டகத்தை கண்டனர். அது 5-இலக்க கடவுச்சொல்லுடன் பாதுகாக்கப்பட்டிருந்தது. கடவுச்சொல் யாருக்கும் தெரியாததால், அது திறக்கும் வரை ஒவ்வொரு கடவுச்சொல்லையும் முயற்சி செய்வதை தவிர அவர்களுக்கு வேறு வழியில்லை. அவர்களுக்கு அதிர்ஷ்டம் இல்லை. அவர்கள் சாத்தியமான அனைத்து சேர்க்கைகளையும் முயற்சித்த பிறகு, கடைசி கடவுச்சொல்லில் தான் அந்த பூட்டு திறந்தது. அவர்கள் எத்தனை கடவுச்சொற்களை சரிபார்த்திருப்பார்கள்?

> உங்களால் ஒரு பிரச்சனையை தீர்க்க முடியாவிட்டால், உங்களால் தீர்க்கக்கூடிய அப் பிரச்சனையின் எளிய வடிவத்தை கண்டுபிடிக்க முயற்சிக்கவும். இந்த நுட்பம் பல நேரங்களில் நமக்கு கைகொடுக்கும்.

5-இலக்க பூட்டுக்கு பதிலாக, 2-இலக்க பூட்டு இருப்பதாக கருதி, எத்தனை கடவுச்சொற்கள் சாத்தியம் என்பதை கண்டறிய முயற்சிப்போம்.

There are 10 options for the first digit (0 to 9). For each of these, there are 10 options for the second digit (If 0 is the first digit then 00, 01, 02, 03, …, 09 are possible). Therefore the total number of combinations for a 2-digit lock is 10 × 10 = 100.

Now, suppose we have a 3-digit lock. For each of the earlier 100 (2-digit) passwords there are 10 choices for the third digit. So, there are 100 × 10 = 1000 combinations for a 3-digit lock. You can list them all: 000, 001, 002, ….., 997, 997, 999.

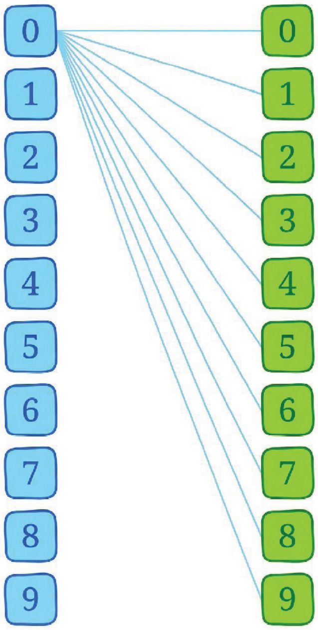
How many 5-digit passwords are possible?

Each digit has 10 choices, so a 5-digit lock will have:

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

= 1,00,000 passwords. This is the same as writing numbers till 99,999 with all 5 digits, i.e., 00000, 00001, 00002, …00010, 00011, …, 00100, 00101, …, 00999, …, 30456, …, 99998, 99999.

Raju says, "Next time, I will buy a lock that has 6 slots with the letters A to Z. I feel it is safer."



? How many passwords are possible with such a lock?

? Think about how many combinations are possible in contexts. Some examples are -

(i) Pincodes of places in India - The Pincode of Rajam in Andhra Pradesh is 532127. The Pincode of Puri in Odisha is 796017.

(ii) Mobile numbers.

(iii) Vehicle registration numbers.

Try to find out how these numbers or codes are allotted/generated.

2.2 The Other Side of Powers

Imagine a line of length 16 units. Erasing half of it would result in

$$2^4 \div 2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8 \text{ units.}$$

AP SCERT

முதல் இலக்கத்திற்கு 10 தேர்வுகள் உள்ளன (0 முதல் 9 வரை). இவற்றில் ஒவ்வொன்றிற்கும், இரண்டாவது இலக்கத்திற்கு 10 தேர்வுகள் உள்ளன (முதல் இலக்கம் 0 எனில் 00, 01, 02, 03, ..., 09 ஆகியவை சாத்தியம்). எனவே 2-இலக்க பூட்டுக்கான மொத்தச் சேர்க்கைகளின் எண்ணிக்கை $10 \times 10 = 100$.

இப்போது, நம்மிடம் 3-இலக்க பூட்டு இருப்பதாக வைத்துக்கொள்வோம். முந்தைய 100 (2-இலக்க) கடவுச்சொற்கள் ஒவ்வொன்றிற்கும் மூன்றாவது இலக்கத்திற்கு 10 தேர்வுகள் உள்ளன. எனவே, 3-இலக்க பூட்டுக்கு $100 \times 10 = 1000$ சேர்க்கைகள் உள்ளன.

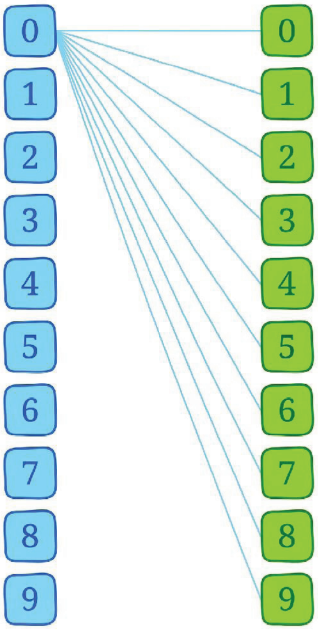
அவற்றையெல்லாம் நீங்கள் பட்டியலிடலாம்: 000, 001, 002, ..., 997, 998, 999. 5-இலக்கக் கடவுச்சொற்கள் எத்தனை சாத்தியம்?

ஒவ்வொரு இலக்கத்திற்கும் 10 தேர்வுகள் உள்ளன, எனவே 5-இலக்க பூட்டு:

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

$= 1,00,000$ கடவுச்சொற்களைக் கொண்டிருக்கும். 99,999 வரை அனைத்து 5 இலக்கங்களையும் கொண்டு எண்களை எழுதுவதைப் போன்றது இது, அதாவது 00000, 00001, 00002, ... 00010, 00011, ..., 00100, 00101, ..., 00999, ... 30456, ..., 99998, 99999.

ராஜு இவ்வாறு கூறுகிறான், "அடுத்த முறை, A முதல் Z வரையிலான எழுத்துக்களை உள்ளடக்கிய 6 இடங்களை கொண்ட ஒரு பூட்டை வாங்குவேன். அது மிகவும் பாதுகாப்பானது என்று நான் நினைக்கிறேன்."



? அத்தகைய பூட்டை கொண்டு எத்தனை கடவுச்சொற்கள் சாத்தியம்?

? இது போன்ற சூழல்களில் எத்தனை சேர்க்கைகள் சாத்தியம் என்று சிந்திக்கவும். சில எடுத்துக்காட்டுகள் –

(i) இந்தியாவில் உள்ள இடங்களின் பின்கோடுகள் - ஆந்திரப் பிரதேசத்தில் உள்ள ராஜாமின் பின்கோடு 532127. ஒடிசாவில் உள்ள பூரியின் பின்கோடு 796017.

(ii) கைப்பேசி எண்கள்.

(iii) வாகனப் பதிவு எண்கள்.

இந்த எண்கள் அல்லது குறியீடுகள் எவ்வாறு ஒதுக்கப்படுகின்றன/உருவாக்கப்படுகின்றன என்பதை கண்டுபிடிக்க முயற்சிக்கவும்.

2.2 அடுக்குகளின் மறுபக்கம்

16 அலகுகள் நீளமுள்ள ஒரு கோட்டை கற்பனை செய்து பார்க்கவும். அதன் பாதியை நீக்கினால் நமக்கு கிடைப்பது,

$2^4 \div 2 = \dfrac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ அலகுகள்.

Erasing half one more time would result in,

$$(2^4 \div 2) \div 2 = 2^4 \div 2^2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2 \times 2 = 2^2 = 4 \text{ units.}$$

Halving 16 cm three times may be written as,

$$2^4 \div 2^3 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2 = 2^1 = 2 \text{ units.}$$

From this we can see that

$2^4 \div 2^3 = 2^{4-3} = 21.$

? What is $2^{100} \div 2^{25}$ in powers of 2?

In a generalised form,

$$n^a \div n^b = n^{a-b},$$

where $n \neq 0$ and a and b are counting numbers and $a > b$.

? Why can't n be 0?

? We have not covered the case when the exponent is 0; for example, what is 2^0?

Let us define 2^0 in a way that the generalised form above holds true.

$$2^0 = 2^{4-4} = 2^4 \div 2^4 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 1.$$

In fact for any letter number a

$$2^0 = 2^{a-a} = 2^a \div 2^a = 1.$$

In general,

$$x^a \div x^a = x^{a-a} = x^0, \text{ and so}$$

$$1 = x^0,$$

where $x \neq 0$ and a is a counting number.

When Zero is in Power!

When a line of length 2^4 units is halved 5 times,

AP SCERT

மீண்டும் ஒருமுறை பாதியை நீக்கினால் நமக்கு கிடைப்பது,

$(2^4 \div 2) \div 2 = 2^4 \div 2^2 = \dfrac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2 \times 2 = 2^2 = 4.$ அலகுகள்.

16 செ.மீ-ஐ மூன்று முறை பாதியாக குறைப்பதை பின்வருமாறு எழுதலாம்,

$2^4 \div 2^3 = \dfrac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2 = 2^1 = 2$ அலகுகள்.

இதிலிருந்து நாம் அறிவது

$2^4 \div 2^3 = 2^{4-3} = 2^1.$

? $2^{100} \div 2^{25}$ஐ 2 ன் அடுக்குகளில் எழுதுக?

சூத்திரத்தின் பொதுவான வடிவம்,

$$n^a \div n^b = n^{a-b},$$

இங்கு $n \neq 0$ மற்றும் a,b என்பன எண்ணப்படும் எண்கள் மற்றும் $a > b$.

? ஏன் n ன் மதிப்பு 0 ஆக இருக்க கூடாது?

? அடுக்கு 0 ஆக இருக்கும் நிகழ்வை நாம் இன்னும் காணவில்லை; எடுத்துக்காட்டாக, 2^0 எவ்வளவு?

$$2^0 = 2^{4-4} = 2^4 \div 2^4 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 1.$$

உண்மையில் எந்தவொரு எழுத்து-எண் a க்கும்

$$2^0 = 2^{a-a} = 2^a \div 2^a = 1.$$

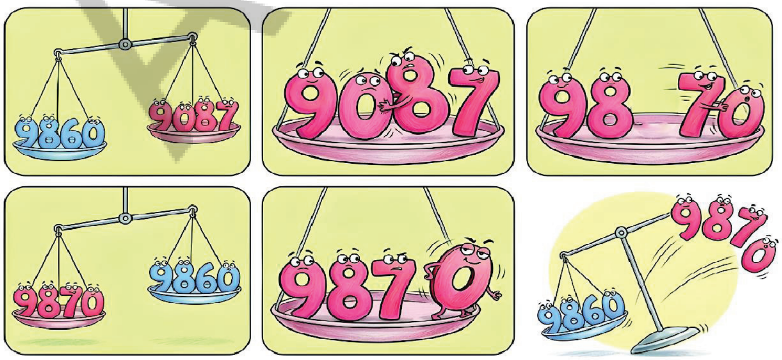
பொதுவாக,

$$x^a \div x^a = x^{a-a} = x^0, \text{ மற்றும் பல}$$

$$1 = x^0,$$

இங்கு $x \neq 0$ மற்றும் a என்பது எண்ணப்படும் எண்.

அடுக்கில் பூஜ்ஜியம் இருக்கும்போது !



2^4 அலகுகள் நீளமுள்ள ஒரு கோட்டை 5 முறை பாதியாக குறைக்கும்போது,

$$2^4 \div 2^5 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2} \text{ units.}$$

Using the generalised form, we get $2^4 \div 2^5 = 2^{(4-5)} = 2^{-1}$.

So, $2^{-1} = \frac{1}{2}$.

When a line of length 24 units is halved 10 times,

we get $2^4 \div 2^{10} = 2^{(4-10)} = 2^{-6}$ units.

When expanded, $2^4 \div 2^{10} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$

which is also written as 2^{-6}.

Similarly, $10^{-3} = \frac{1}{10^{32}}7^{-2} = \frac{1}{7^2}$, etc.

Can we write $10^3 = \frac{1}{10^{-3}}$?

We can write, $\frac{1}{10^{-3}} = \frac{1}{1/10^3} = 1 \div \frac{1}{10^3} = 1 \times 10^3 = 10^3$

Similarly, $7^2 = \frac{1}{7^{-2}}$ and $4^a = \frac{1}{4^{-a}}$.

In a generalised form,

$n^{-a} = \frac{1}{n}$ and $n^a = \frac{1}{n^{-a}}$, where $n \neq 0$.

Consider the following general forms we have identified.

$n^a \times n^b = n^{a+b}$	$(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b}$	$n^a \div n^b = n^{a-b}$

We had required a and b to be counting numbers. Can a and b be any integers? Will the generalised forms still hold true?

Write equivalent forms of the following.

(i) 2^{-4} (ii) 10^{-5} (iii) $(-7)^{-2}$

(iv) $(-5)^{-3}$ (v) 10^{-100}

Simplify and write the answers in exponential form.

(i) $2^{-4} \times 2^7$ (ii) $3^2 \times 3^{-5} \times 3^6$ (iii) $p^3 \times p^{-10}$

(iv) $2^4 \times (-4)^{-2}$ (v) $8^p \times 8^q$

Power Lines

Let us arrange the powers of 4 along a line.

AP SCERT

$$2^4 \div 2^5 = \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{2} \text{ அலகுகள்.}$$

பொது வடிவத்தை பயன்படுத்தினால், நாம் பெறுவது $2^4 \div 2^5 = 2^{(4-5)} = 2^{-1}$.

அதனால், $2^{-1} = \frac{1}{2}$.

2^4 அலகுகள் நீளமுள்ள கோட்டினை 10 முறை பாதியாக குறைக்கும் போது நாம் பெறுவது

$2^4 \div 2^{10} = 2^{(4-10)} = 2^{-6}$ அலகுகள்.

விரிவாக்கும்போது, $2^4 \div 2^{10} = \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$

இதை 2^{-6} எனவும் எழுதலாம்.

இதேபோன்று, $10^{-3} = \frac{1}{10^{32}} 7^{-2} = \frac{1}{7^2}$ போன்றவை.

? $10^3 = \frac{1}{10^{-3}}$ என எழுதலாமா ?

நாம் இவ்வாறு எழுதலாம். $\frac{1}{10^{-3}} = \frac{1}{1/10^3} = 1 \div \frac{1}{10^3} = 1 \times 10^3 = 10^3$

இதேபோன்று, $7^2 = \frac{1}{7^{-2}}$ and $4^a = \frac{1}{4^{-a}}$.

பொது வடிவத்தில் எழுதினால்,

$n^{-a} = \frac{1}{n}$ மற்றும் $n^a = \frac{1}{n^{-a}}$, இங்கு $n \neq 0$.

நாம் கண்டறிந்த பின்வரும் பொதுவான வடிவங்களை கவனியுங்கள்.

$n^a \times n^b = n^{a+b}$	$(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b}$	$n^a \div n^b = n^{a-b}$

? a மற்றும் b ஆகியவை எண்ணப்படும் எண்களாக இருக்க வேண்டும் என்று நாம் கூறியிருந்தோம். a மற்றும் b எந்தவொரு முழுக்களாகவும் இருக்க முடியுமா? அப்போதும் இந்த பொதுவான வடிவங்கள் உண்மையாக இருக்குமா?

? பின்வருவனவற்றிற்கு சமமான வடிவங்களை எழுதுக.

(i) 2^{-4} (ii) 10^{-5} (iii) $(-7)^{-2}$

(iv) $(-5)^{-3}$ (v) 10^{-100}

? பின்வருவனவற்றை சுருக்கி, விடைகளை அடுக்கு வடிவில் எழுதுக.

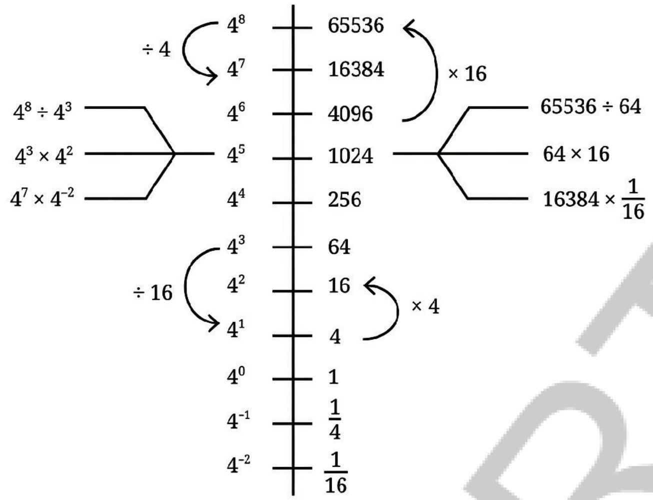
(i) $2^{-4} \times 2^7$ (ii) $3^2 \times 3^{-5} \times 3^6$ (iii) $p^3 \times p^{-10}$

(iv) $2^4 \times (-4)^{-2}$ (v) $8^p \times 8^q$

அடுக்குக் கோடுகள்

4 ன் அடுக்குகளை ஒரு கோட்டில் வரிசைப்படுத்துவோம்.

AP SCERT

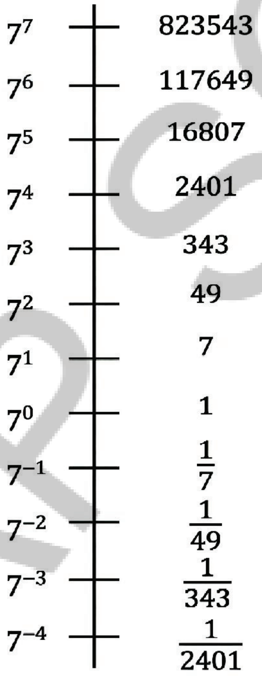


? Can we say that 16384 (4^7) is 16 (4^2) times larger than 1,024 (4^5)?

Yes, since $4^7 \div 4^5 = 4^2$.

? How many times larger than 4^{-2} is 4^2?

? Use the power line for 7 to answer the following



$2{,}401 \times 49 =$

$49^3 =$

$343 \times 2{,}401 =$

$\frac{16{,}807}{49} =$

$\frac{7}{343} =$

$\frac{16{,}807}{823543} =$

$1{,}17{,}649 \times \frac{1}{343} =$

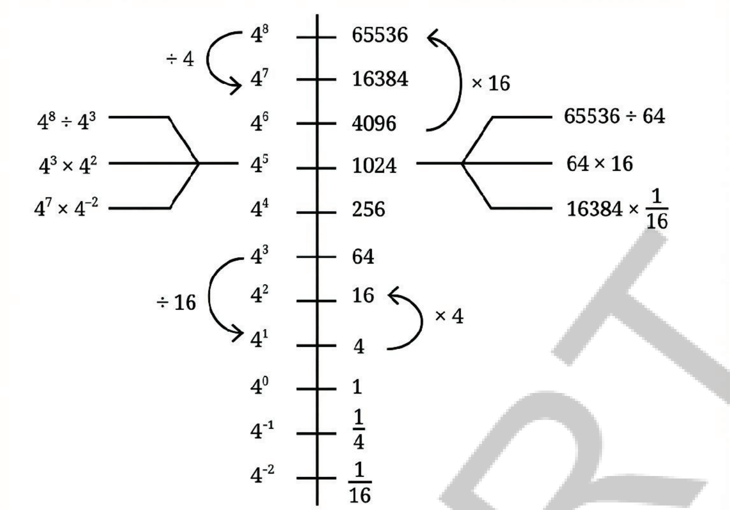
$\frac{1}{343} \times \frac{1}{343} =$

2.3 Powers of 10

We have used numbers like 10, 100, 1000, and so on when writing Indian numerals in an expanded form. For example,

$$47561 = (4 \times 10000) + (7 \times 1000) + (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1.$$

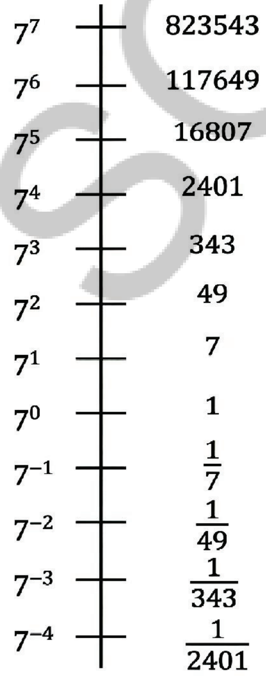
This can be written using powers of 10 as



? 16384 (4^7) என்பது 1,024 (4^5) ஐ விட16 (4^2) மடங்கு பெரியது என்று நம்மால் கூற முடியுமா?
ஆம், ஏனெனில் $4^7 \div 4^5 = 4^2$.

? 4^2 என்பது 4^{-2} ஐ விட எத்தனை மடங்கு பெரியது?

? 7-க்கான அடுக்கு கோட்டை பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றிற்கு விடையளி.



$2,401 \times 49 =$

$49^3 =$

$343 \times 2,401 =$

$\frac{16,807}{49} =$

$\frac{7}{343} =$

$\frac{16,807}{823543} =$

$1,17,649 \times \frac{1}{343} =$

$\frac{1}{343} \times \frac{1}{343} =$

2.3 10 ன் அடுக்குகள்

இந்திய எண்மானத்தில் எண்களை எழுதும் போது 10, 100, 1000போன்ற எண்களை பயன்படுத்தினோம். எடுத்துக்காட்டாக,

$$47561 = (4 \times 10000) + (7 \times 1000) + (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1.$$

இதை 10 ன் அடுக்குகளை பயன்படுத்தி இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$(4 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (5 \times 10^{2)} + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0).$$

AP SCERT

$$(4 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0).$$

❓ Write these numbers in the same way: (i) 172, (ii) 5642, (iii) 6374.

❓ How can we write 561.903?

$$561.903 = (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1 + (9 \times \frac{1}{10}) + (0 \times \frac{1}{100}) + (3 \times \frac{1}{1000}).$$

Writing it using powers of 10, we have

$$561.903 = (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0) + (9 \times 10^{-1}) + (0 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3}).$$

❓ Expand the following numbers using exponents (a)810.65 (b)70.697

Scientific Notation

Let's look at some facts involving large numbers -

(i) The Sun is located 30,00,00,00,00,00,00,00,00,000 m from the centre of our Milky Way galaxy.

(ii) The number of stars in our galaxy is 1,00,00,00,00,000.

(iii) The mass of the Earth is 59,76,00,00,00,00,00,00,00,00,00,000 kg.

As the number of digits increases, it becomes difficult to read the numbers correctly. We may miscount the number of zeroes or place commas incorrectly. We will then read the wrong value. It is like getting ₹ 5,000 when you were supposed to get ₹ 50,000. The number of zeroes is more important than the initial digits in several cases.

Can we use the exponential notation to simplify and read these very large numbers correctly?

For example, the number 5900 can be expressed as -

$$5900 = 590 \times 10 = 590 \times 10^1$$
$$= 59 \times 100 = 59 \times 10^2$$
$$= 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3$$
$$= 0.59 \times 10000 = 0.59 \times 10^4.$$

Any number can be written as the product of a number between 1 and 10 and a power of 10. For example,

$5900 = 5.9 \times 10^3$ $20800 = 2.08 \times 10^4$ $80,00,000 = 8 \times 10^6$

❓ Write the large-number facts we read just before in this form.

In **scientific notation or scientific form** (also called **standard form**), we write numbers as $x \times \frac{10}{y}$, where $x \geq 1$ and $x < 10$ is the coefficient and y, the exponent, is any integer. Often, the exponent y is more important than the coefficient x.

AP SCERT

? இந்த எண்களையும் அதே போன்று எழுதவும்: (i) 172, (ii) 5642, (iii) 6374.

? 561.903 ஐ நாம் எவ்வாறு எழுதலாம்??

$$561.903 = (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1 + (9 \times \frac{1}{10}) + (0 \times \frac{1}{100}) + (3 \times \frac{1}{1000}).$$

10 ன் அடுக்குகளை பயன்படுத்தி எழுதினால், நமக்கு கிடைப்பது

$$561.903 = (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0) + (9 \times 10^{-1}) + (0 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3}).$$

? அடுக்குகளை பயன்படுத்தி பின்வரும் எண்களை விரித்து எழுதுக. (a)810.65 (b)70.697

அறிவியல் குறியீடு

பெரிய எண்களை உள்ளடக்கிய சில மெய்மைகளை பார்ப்போம் –

(i) நமது பால்வீதி விண்மீன் திரளின் மையத்திலிருந்து சூரியன் 30,00,00,00,00,00,00,00,00,000 மீ தொலைவில் அமைந்துள்ளது.

(ii) நமது விண்மீன் திரளில் உள்ள நட்சத்திரங்களின் எண்ணிக்கை 1,00,00,00,00,000.

(iii) பூமியின் நிறை 59,76,00,00,00,00,00,00,00,00,00,000 கி.கி ஆகும்.

இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும்போது, எண்களை சரியாக படிப்பது கடினமாகிறது. நாம் பூஜ்ஜியங்களின் எண்ணிக்கையை தவறாக கணக்கிடலாம் அல்லது கமாக்களை தவறாக வைக்கலாம். இதனால் நாம் தவறான மதிப்பைப் படிப்போம். இது உங்களுக்கு ₹ 50,000 கிடைக்க வேண்டிய இடத்தில் ₹ 5,000 கிடைப்பதை போன்றது. பல நிகழ்வுகளில் ஆரம்ப இலக்கங்களை விட பூஜ்ஜியங்களின் எண்ணிக்கை மிகவும் முக்கியமானது.

இந்த மிக பெரிய எண்களை எளிமையாகவும் சரியாகவும் படிக்க அடுக்கு குறியீட்டை பயன்படுத்தலாமா?

உதாரணமாக, 5900 என்ற எண்ணை பின்வருமாறு எழுதலாம்–

$$5900 = 590 \times 10 = 590 \times 10^1$$
$$= 59 \times 100 = 59 \times 10^2$$
$$= 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3$$
$$= 0.59 \times 10000 = 0.59 \times 10^4.$$

எந்தவொரு எண்ணையும் 1 மற்றும் 10-க்கு இடைப்பட்ட ஒரு எண்ணின் பெருக்கற்பலனாகவும் 10 ன் அடுக்காகவும் எழுதலாம். எடுத்துக்காட்டாக,

$5900 = 5.9 \times 10^3$ $\quad$ $20800 = 2.08 \times 10^4$ $\quad$ $80,00,000 = 8 \times 10^6$

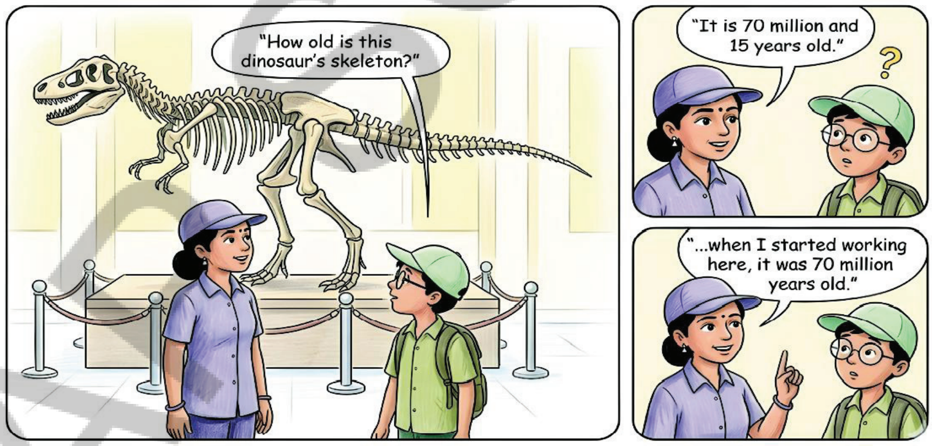
? சற்று முன்பு நாம் படித்த பெரிய எண்கள் பற்றிய மெய்மைகளை இந்த வடிவத்தில் எழுதுக.

அறிவியல் குறியீடு அல்லது அறிவியல் வடிவில் (திட்ட வடிவம் எனவும் அழைக்கப்படுகிறது), எண்களை $x \times 10^y$ என எழுதுகிறோம், இங்கு $x \geq 1$ மற்றும் $x < 10$ என்பது கெழு மேலும் y என்பது அடுக்கு, ஏதேனும் முழுவாக இருக்கலாம். பெரும்பாலும், அடுக்கு y கெழு x ஐ விட அதிக முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது.

APSCERT

When we write the 2 crore population of Mumbai as 2×10^7, the 7 is more important than the 2. Indeed, if the 2 is changed to 3, the population increases by one-half, i.e., 2 crore to 3 crore, whereas if the 7 is changed to 8, the change in population is 10 times, i.e., 2 crores to 20 crores. Therefore, the standard form explicitly mentions the exponent, which indicates the number of digits.

If we say that the population of Kohima is 1,42,395, then it gives the impression that we are quite sure about this number up to the units place. When we use large numbers, in most cases, we are more concerned about how big a quantity or measure is, rather than the exact value. If we are only sure that the population is around 1 lakh 42 thousand, we can write it as 1.42 × 105. If we can only be certain that it is around 1 lakh 40 thousand, we write it as 1.4 × 105. The number of digits in the coefficient reflects how well we know the number. The most important part of any number written in scientific form is the exponent, and then the first digit of the coefficient. The digits following the coefficient are small corrections to the first digit.



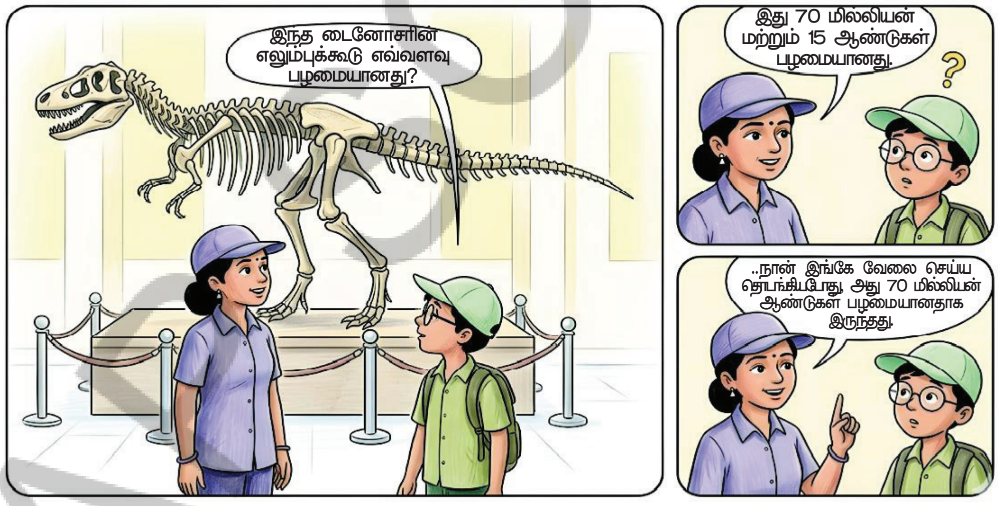
These values are rounded-off estimates, averages, or approximations; most of the time, they serve the purpose at hand.

The distance between the Sun and Saturn is 14,33,50,00,00,000 m $= 1.4335 \times 10^{12}$ m.

The distance between Saturn and Uranus is 14,39,00,00,00,000 m $= 1.439 \times 10^{12}$ m. The distance between the Sun and Earth is 1,49,60,00,00,000 m $= 1.496 \times 10^{11}$ m.

மும்பையின் 2 கோடி மக்கள் தொகையை 2×10^7 என எழுதும்போது, 2-ஐ விட 7 மிகவும் முக்கியமானது. உண்மையில், 2-ஐ 3 ஆக மாற்றினால், மக்கள் தொகை பாதியாக அதிகரிக்கிறது, அதாவது 2 கோடியிலிருந்து 3 கோடியாகிறது; அதேசமயம் 7-ஐ 8 ஆக மாற்றினால், மக்கள் தொகை 10 மடங்கு அதிகரிக்கிறது, அதாவது 2 கோடியிலிருந்து 20 கோடியாகிறது. எனவே, திட்ட வடிவம் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை குறிக்கும் அடுக்கை தெளிவாக குறிப்பிடுகிறது.

கோஹிமாவின் மக்கள் தொகை $1,42,395$ என்று கூறினால், இந்த எண்ணை ஒன்றாம் இலக்கம் வரை நாம் மிகவும் துல்லியமாக அறிந்திருக்கிறோம் என்ற எண்ணத்தை அது தருகிறது. நாம் பெரிய எண்களை பயன்படுத்தும்போது, பெரும்பாலான நிகழ்வுகளில் சரியான மதிப்பை விட அளவு அல்லது அளவீடு எவ்வளவு பெரியது என்பதிலேயே அதிக கவனம் செலுத்துகிறோம். மக்கள் தொகை சுமார் 1 லட்சத்து 42 ஆயிரம் என உறுதியாக தெரிந்தால் மட்டுமே, நாம்இதை 1.42×10^5 என எழுத முடியும். இது சுமார் 1 லட்சத்து 40 ஆயிரம் என கூற முடிந்தால், நாம் இதை 1.4×10^5 என எழுதலாம். கெழுவில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை நாம் அந்த எண்ணை எவ்வளவு துல்லியமாக அறிந்திருக்கிறோம் என்பதை பிரதிபலிக்கிறது. அறிவியல் வடிவத்தில் எழுதப்பட்ட எந்தவொரு எண்ணின் மிக முக்கியமான பகுதி அடுக்கு, மற்றும் அதற்கடுத்து கெழுவின் முதல் இலக்கமாகும். கெழுவின் முதல் இலக்கத்தை தொடர்ந்து வரும் இலக்கங்கள் சிறிய திருத்தங்கள் ஆகும்.



இந்த மதிப்புகள் அனைத்தும் முழுமையாக்கப்பட்ட தோராய மதிப்பீடுகள், சராசரிகள் அல்லது கணிப்புகள்; பெரும்பாலும் அவை தற்போதைய தேவையை நிறைவு செய்கின்றன.

சூரியனுக்கும் சனிக்கோளுக்கும் இடையிலான தூரம் $14,33,50,00,00,000$ மீ.

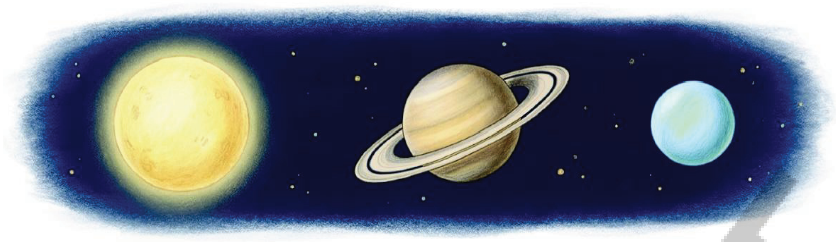
$= 1.4335 \times 10^{12}$ மீ.

சனிக்கோளுக்கும் யுரேனஸுக்கும் இடையிலான தூரம் $14,39,00,00,00,000$ மீ

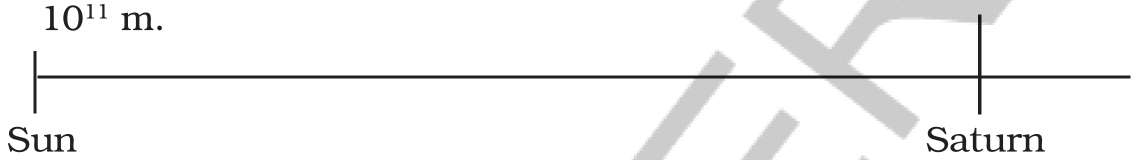
$= 1.439 \times 10^{12}$ மீ. சூரியனுக்கும் பூமிக்கும் இடையிலான தூரம்

$1,49,60,00,00,000$ மீ. $= 1.496 \times 10^{11}$ மீ.

Can you say which of the three distances is the smallest?



The number line below shows the distance between the Sun and Saturn (1.4335×10^{12} m). On the number line below, mark the relative position of the Earth. The distance between the Sun and the Earth is 1.496×10^{11} m.



Express the following numbers in standard form.

(i) 59,853 (ii) 65,950

(iii) 34,30,000 (iv) 70,04,00,00,000

2.4 Did You Ever Wonder?

Last year, we looked at interesting thought experiments in the chapter on Large Numbers. Let us continue this journey.

Navaneeth wants to donate jaggery equal to Rekha's weight and wheat equal to Estu's weight. He is wondering how much it would cost.

What would be the worth (in rupees) of the donated jaggery? What would be the worth (in rupees) of the donated wheat?

In order to find out, let us first describe the relationships among the quantities present.

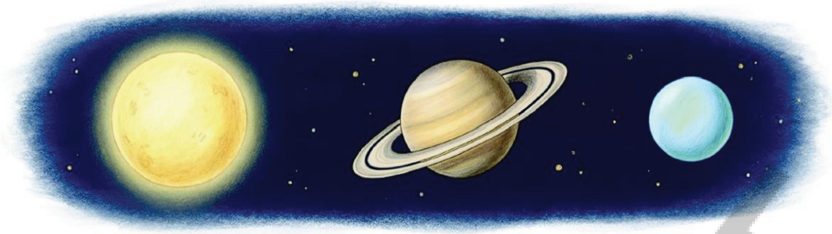
Worth of jaggery (in rupees) = Rekha's weight in kg × cost of 1 kg jaggery.

Worth of wheat (in rupees) = Estu's weight in kg × cost of 1 kg wheat.

Make necessary and reasonable assumptions for the unknowns and find

APSCERT

? இந்த மூன்று தூரங்களில் எது மிகச் சிறியது என்று உங்களால் கூற முடியுமா?



? கீழே உள்ள எண் கோடு சூரியனுக்கும் சனிக்கோளுக்கும் இடையிலான தூரத்தை காட்டுகிறது (1.4335×10^{12} மீ). கீழே உள்ள எண் கோட்டில், பூமியின் ஒப்பீட்டு நிலையை குறிக்கவும். சூரியனுக்கும் பூமிக்கும் இடையிலான தூரம் 1.496×10^{11} மீ ஆகும்.

? பின்வரும் எண்களை திட்ட வடிவில் எழுதுக.

(i) 59,853 (ii) 65,950

(iii) 34,30,000 (iv) 70,04,00,00,000

2.4 நீங்கள் எப்போதாவது சந்தித்திருக்கிறீர்களா?

கடந்த ஆண்டு, பெரிய எண்கள் என்ற அத்தியாயத்தில் ஆர்வமூட்டும் சிந்தனை சோதனைகளை பார்த்தோம். இந்த பயணத்தைத் தொடர்வோம்.

நவநீத், ரேகாவின் எடைக்கு சமமான வெல்லத்தையும், எஸ்டுவின் எடைக்கு சமமான கோதுமையையும் நன்கொடையாக வழங்க விரும்புகிறான். அதற்கு எவ்வளவு செலவாகும் என்று அவன் சிந்தித்தித்துக்கொண்டிருந்தான்.

? நன்கொடையாக வழங்கிய வெல்லத்தின் மதிப்பு (ரூபாயில்) என்னவாக இருக்கும்?

நன்கொடையாக வழங்கிய கோதுமையின் மதிப்பு (ரூபாயில்) என்னவாக இருக்கும்?

இதை கண்டுபிடிக்க, முதலில் இங்குள்ள அளவுகளுக்கு இடையிலான உறவுகளை விவரிப்போம்.

வெல்லத்தின் மதிப்பு (ரூபாயில்) = ரேகாவின் எடை (கி.கி) × 1 கி.கி வெல்லத்தின் விலை.

கோதுமையின் மதிப்பு (ரூபாயில்) = எஸ்டுவின் எடை (கி.கி) × 1 கி.கி கோதுமையின் விலை.

? தெரியாதவற்றிற்கு தேவையான மற்றும் தகுந்த காரணங்களுடன் கூடிய கணிப்புகளை உருவாக்கி விடையை கண்டறியவும்.

APSCERT

the answers. Remember, Rekha is 13 years old andRaju is 11 years old.

Assuming Roxie's weight to be 45 kg and the cost of 1 kg of jaggery to be ₹70, the worth of donated jaggery is 45 × 70 = ₹3150. Assuming Estu's weight to be 50 kg and the cost of 1 kg of wheat to be ₹50, the worth of donated wheat is 50 × 50 = ₹ 2500.

The practice of offering goods equal to the weight of a person, called Tulabhara or Tulabharam, is quite old and is still followed in many places in Southern India. It is a symbol of bhakti (surrendering oneself), a token of gratitude; it also supports the community.

? Rekha wonders, "Instead of jaggery if we use 1-rupee coins, how many coins are needed to equal my weight?". How can we find out?

For questions like these, you can consider following the steps suggested below.

1. Guessing: Make an instinctive (quick) guess of what the answer could be, without any calculations.
2. Calculating using estimation and approximation -
   (i) Describe the relationships among the quantities that are needed to find the answer.
   (ii) Make reasonable assumptions and approximations if the required information is not available.
   (iii) Compute and find the answer (and check how close your guess was.

? Would the number of coins be in hundreds, thousands, lakhs, crores, or even more? Make an instinctive guess.

? Find the answer by making necessary and reasonable assumptions and approximations for the unknowns. Remember, we are not looking for an exact answer but a reasonably close estimate.

How about measuring to find out the weight of a 1-rupee coin?

Initially, your guesses may be very far off from the answer and it is perfectly fine! You will get better at it like as you do it often and in different situations. Guessing and estimating can build intuition about numbers and various quantities.

APSCERT

ரேகாவின் வயது 13 வருடங்கள் மற்றும் எஸ்டுவின் வயது 11 என்பதை நினைவில் கொள்க. ரேகாவின் எடையை 45 கி.கி எனவும், 1 கி.கி வெல்லத்தின் விலையை ₹ 70 எனவும் வைத்துக்கொண்டால், நன்கொடையாக வழங்கிய வெல்லத்தின் மதிப்பு $45 \times 70 =$ ₹ 3150. எஸ்டுவின் எடையை 50 கி.கி எனவும், 1 கி.கி கோதுமையின் விலையை ₹ 50 எனவும் வைத்துக்கொண்டால், நன்கொடையாக வழங்கிய கோதுமையின் மதிப்பு $50 \times 50 =$ ₹ 2500.

ஒரு நபரின் எடைக்கு சமமான பொருட்களை வழங்கும் வழக்கம் துலாபாரம் என்று அழைக்கப்படுகிறது, இது மிகவும் பழமையானது மற்றும் தென்னிந்தியாவில் பல இடங்களில் இன்றும் பின்பற்றப்படுகிறது. இது பக்தியின் அடையாளம் (தன்னை அர்ப்பணித்தல்) மற்றும் நன்றியின் சின்னம்; இது சமூகத்திற்கும் ஆதரவளிக்கிறது.

? ரேகா, "வெல்லத்திற்கு பதிலாக 1 ரூபாய் நாணயங்களை பயன்படுத்தினால், என் எடைக்கு ஈடாக எத்தனை நாணயங்கள் தேவைப்படும்?" என்று வியப்புடன் கேட்டாள். இதை நாம் எப்படி கண்டறியலாம்?

இது போன்ற வினாக்களுக்கு, கீழே பரிந்துரைக்கப்பட்ட படிகளை பின்பற்றலாம்.

1. ஊகித்தல்: எந்தவொரு கணக்கீடும் செய்யாமல், விடை என்னவாக இருக்கும் என்று இயல்பாக (விரைவாக) ஊகித்தல்.
2. மதிப்பிடுதல் மற்றும் தோராயத்தை பயன்படுத்தி கணக்கிடுதல் –
   (i) விடையை கண்டறிய தேவையான அளவுகளுக்கு இடையிலான உறவுகளை விவரிக்கவும்.
   (ii) தேவையான தகவல்கள் கிடைக்கவில்லை என்றால் தகுந்த காரணங்களுடன் கூடிய கணிப்புகள் மற்றும் தோராயங்களை உருவாக்கவும்.
   (iii) கணக்கிட்டு விடையை கண்டறியவும் (மற்றும் உங்கள் யூகம் எவ்வளவு நெருக்கமாக இருந்தது என்பதை சரிபார்க்கவும்).

? நாணயங்களின் எண்ணிக்கை நூறுகள், ஆயிரங்கள், லட்சங்கள், கோடிகள் அல்லது அதற்கும் அதிகமாக இருக்குமா? இயல்பாகவே ஒரு யூகத்தை உருவாக்கவும்.

? தெரியாதவற்றிற்கு தேவையான மற்றும் தகுந்த காரணங்களுடன் கூடிய கணிப்புகள் மற்றும் தோராயங்களை உருவாக்கி விடையை கண்டறியவும். நினைவில் கொள்க, நாம் சரியான விடையை தேடவில்லை, மாறாக ஒரு நியாயமான மதிப்பீட்டையே தேடுகிறோம் என்பதை நினைவில் கொள்க.

1-ரூபாய் நாணயத்தின் எடையை அளந்து தெரிந்துக்கொண்டால் எப்படி இருக்கும்?

ஆரம்பத்தில், உங்கள் யூகங்கள் உண்மையான விடையிலிருந்து வெகு தொலைவில் இருக்கலாம், அது முற்றிலும் இயல்பானதே! நீங்கள் இதை அடிக்கடி மற்றும் வெவ்வேறு சூழ்நிலைகளில் செய்யும்போது இதில் சிறந்தவர்களாக ஆவீர்கள். யூகித்தல் மற்றும் மதிப்பீடு செய்தல் மூலம் எண்கள் மற்றும் பல்வேறு அளவுகள் பற்றிய உள்ளுணர்வை வளர்த்துக்கொள்ள முடியும்.

APSCERT

Raju asks, "What if we use 5-rupee coins or 10-rupee notes instead? How much money could it be?"

? Make an instinctive guess first. Then find out (make necessary and reasonable assumptions about the unknown details and find the answers).

Raju says, "When I become an adult, I would like to donate notebooks worth my weight every year". Rekha says, "When I grow up, I would like to do *annadana* (offering grains or meals) worth my weight every year".

? How many people might benefit from each of these offerings in a year? Again, guess first before finding out.

Rekha andRaju overheard someone saying - "We did padayatra for about 400 km to reach this place! We arrived early this morning."

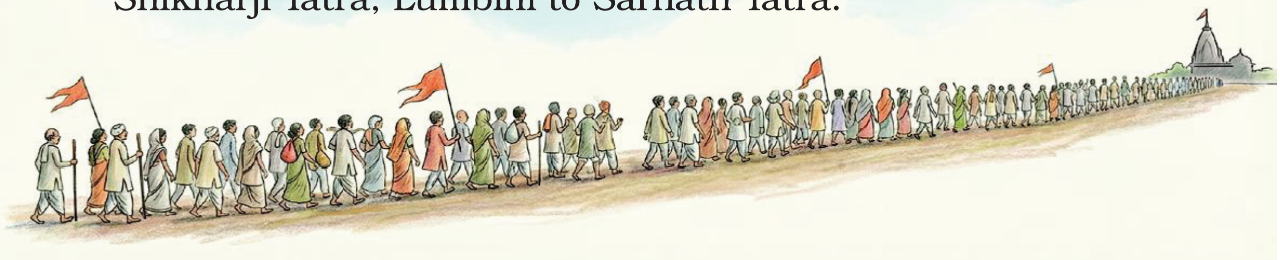
? How long ago would they have started their journey?

? Find answers by making necessary assumptions and approximations. Do guess first before calculating to check how close your guess was!

Note to the Teacher: Assumptions can vary greatly at times, and as a result the answers computed using these you can also vary. This is perfectly alright. Modelling the situation properly is crucial, which can also be done in different ways sometimes. The accuracy of the assumed numbers or quantities can get better with exposure and practice.

Padayatra, is the traditional practice of walking long distances as part of a religious or spiritual pursuit. People across religions in our country observe similar forms of pilgrimage or spiritual walking, although they may have different names or purposes.

Some of the pilgrimages are Ajmer Sharif Dargah Ziyarat, Pandharpur Wari, Kanwar Yatra, Sabarimala Yatra, Sammed Shikharji Yatra, Lumbini to Sarnath Yatra.



AP SCERT

"ஒருவேளை 5-ரூபாய் நாணயங்கள் அல்லது 10-ரூபாய் நோட்டுகளை பயன்படுத்தினால் என்ன ஆகும்? அது எவ்வளவு பணமாக இருக்கும்?" என்று ராஜு கேட்கிறான்,

முதலில் இயல்பாக யூகித்து கூறவும். அதன் பிறகு கண்டுபிடிக்கவும் (தெரியாத விவரங்களுக்கு தேவையான மற்றும் காரணங்களுடன் கூடிய கணிப்புகளை உருவாக்கி விடையை கண்டறியவும்). "நான் பெரியவனானதும், ஒவ்வொரு ஆண்டும் என் எடைக்கு சமமான நோட்டுப் புத்தகங்களை நன்கொடையாக வழங்க விரும்புகிறேன்" என்று ராஜு கூறுகிறான். "நான் வளர்ந்ததும், ஒவ்வொரு ஆண்டும் என் எடைக்கு சமமான *அன்னதானம்* (தானியங்கள் அல்லது உணவுகளை வழங்குதல்) செய்ய விரும்புகிறேன்" என்று ரேகா கூறுகிறாள்.

இந்த ஒவ்வொரு காணிக்கையின் மூலம் ஒரு வருடத்தில் எத்தனை பேர் பயனடையலாம்? மீண்டும், கண்டுபிடிப்பதற்கு முன் முதலில் யூகிக்கவும்.

ரேகாவும் ராஜுவும் யாரோ ஒருவர் இவ்வாறு கூறுவதை கேட்டனர் – "இந்த இடத்தை அடைய நாங்கள் சுமார் 400 கி.மீ பாதயாத்திரை செய்தோம்! இன்று அதிகாலையில் நாங்கள் வந்தடைந்தோம்."

அவர்கள் எவ்வளவு காலத்திற்கு முன்பு தங்கள் பயணத்தை தொடங்கியிருப்பார்கள்?

தேவையான கணிப்புகளையும் தோராயங்களையும் உருவாக்கி விடையை கண்டறியவும். உங்கள் யூகம் எவ்வளவு நெருக்கமாக இருந்தது என்பதை சரிபார்க்க, கணக்கிடுவதற்கு முன் யூகிக்கவும்!

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு : கணிப்புகள் சில நேரங்களில் பெரிதும் மாறுபடலாம், இதன் விளைவாக அவற்றை பயன்படுத்தி கணக்கிடப்படும் விடைகளும் மாறுபடலாம். இது முற்றிலும் சரியானது. சூழ்நிலையை சரியாக வடிவமைப்பது மிக முக்கியமானது, இது சில நேரங்களில் வெவ்வேறு வழிகளிலும் செய்யப்படலாம். கணிக்கப்பட்ட எண்கள் அல்லது அளவுகளின் துல்லியமானது அனுபவம் மற்றும் பயிற்சியின் மூலம் மேம்படும்.

பாதயாத்திரை என்பது மத அல்லது ஆன்மீக தேடலின் ஒரு பகுதியாக நீண்ட தூரம் நடக்கும் பாரம்பரிய வழக்கமாகும். நமது நாட்டில் உள்ள அனைத்து மதங்களை சேர்ந்த மக்களும் வெவ்வேறு பெயர்கள் அல்லது நோக்கங்களை கொண்டிருந்தாலும், இதேபோன்ற யாத்திரை அல்லது ஆன்மீக நடைப்பயணங்களை கடைப்பிடிக்கின்றனர்.

அஜ்மீர் ஷெரீப் தர்கா ஜியாரத், பண்டரிபூர் வாரி, கன்வர் யாத்திரை, சபரிமலை யாத்திரை, சம்மேத் சிகர்ஜி யாத்திரை, லும்பினியிலிருந்து சாரநாத் யாத்திரை ஆகியவை சில புனித யாத்திரைகளாகும்.

AP SCERT

Before the rise of modern transport, people moved from one place to another by walking - sometimes merchants, sages, and scholars walked thousands of kilometres to different parts of the world across deserts, mountains, and rivers.

? How many times can a person circumnavigate (go around the world) the Earth in their lifetime if they walk non-stop? Consider the distance around the Earth as 40,000 km.

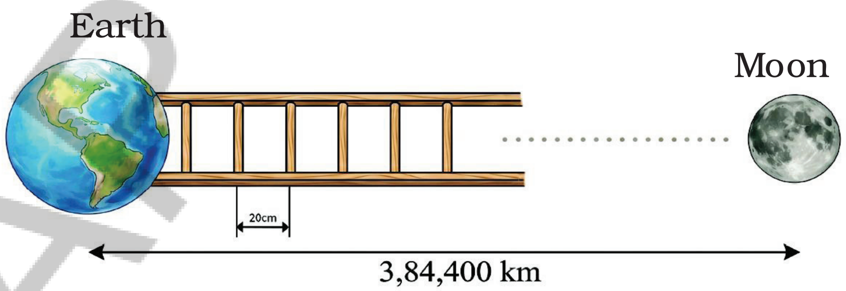
Linear Growth vs. Exponential Growth

Rekha tellsRaju about a science-fiction novel she is reading where they build a ladder to reach the moon, "... I wonder if we actually had a ladder like that, how many steps would it have?".

? What do you think? Make an instinctive guess first.

? Would the number of steps be in thousands, lakhs, crores, or even more?

To find out, we would need to know the gap between consecutive steps of the ladder. Let's assume a reasonable distance of 20 cm. Visualising the problem as shown,



? We have to find out how many 20 cm make 3,84,400 km.

If we calculate the value, we get the result as 1,92,20,00,000 steps, which is 192 crore and 20 lakh steps or 1 billion 922 million steps. The fixed increase in the distance from the earth with each step (a 20 cm gain after each step) is called linear growth.

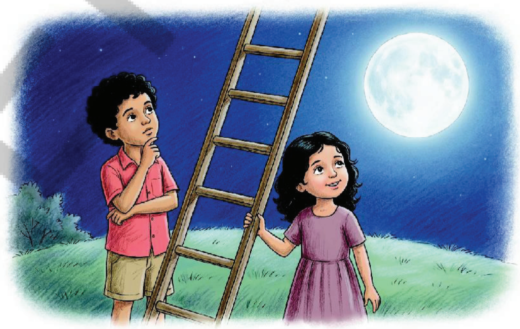
AP SCERT

நவீன போக்குவரத்து வசதிகள் தோன்றுவதற்கு முன்பு, மக்கள் ஓரிடத்திலிருந்து மற்றொரு இடத்திற்கு நடந்தே சென்றனர் – சில நேரங்களில் வணிகர்கள், முனிவர்கள் மற்றும் அறிஞர்கள் பாலைவனங்கள், மலைகள் மற்றும் நதிகளைக் கடந்து உலகின் பல்வேறு பகுதிகளுக்கு ஆயிரக்கணக்கான கிலோமீட்டர்கள் நடந்தே சென்றனர்.

ஒருவர் இடைவிடாமல் நடந்தால், அவர் தனது வாழ்நாளில் பூமியை எத்தனை முறை சுற்றி வர முடியும்? பூமியை சுற்றியுள்ள தூரத்தை 40,000 கி.மீ எனக் கருதவும்.

நேரியல் வளர்ச்சி vs அடுக்கு வளர்ச்சி

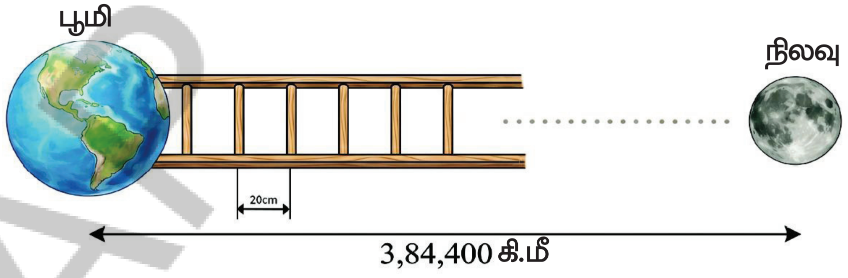
ரேகா தான் படிக்கும் ஒரு அறிவியல் புனைகதை நாவலை பற்றி ராஜுவிடம் கூறுகிறாள், அதில் நிலவை அடைய அவர்கள் ஒரு ஏணியை கட்டுகிறார்கள், "... ஒருவேளை நம்மிடம் அதுபோன்ற ஒரு ஏணி இருந்தால், அதில் எத்தனை படிகள் இருக்கும் என நினைத்து நான் வியப்படைகிறேன்?".



நீங்கள் என்ன நினைக்கிறீர்கள்? முதலில் உள்ளுணர்வாக ஒரு யூகத்தை உருவாக்கவும்.

படிகளின எண்ணிக்கை ஆயிரங்கள், லட்சங்கள், கோடிகள் அல்லது அதற்கும் அதிகமாக இருக்குமா?

இதை கண்டுபிடிக்க, ஏணியின் அடுத்தடுத்த படிகளுக்கு இடையிலான இடைவெளியை நாம் அறிய வேண்டும். ஒரு நியாயமான தூரமான 20 செ.மீ–ஐ எடுத்துக் கொள்வோம். கீழே காட்டியவாறு கணக்கினை காட்சிப்படுத்துகிறோம்,



எத்தனை 20 செ.மீ–கள் சேர்ந்து 3,84,400 கி.மீ ஆகும் என்பதை நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

நாம் மதிப்பை கணக்கிட்டால், 1,92,20,00,000 படிகள் என முடிவு கிடைக்கும், இது 192 கோடியே 20 லட்சம் படிகள் அல்லது 1 பில்லியன் 922 மில்லியன் படிகள் ஆகும். ஒவ்வொரு படியிலும் பூமியிலிருந்து தூரத்தில் ஏற்படும் நிலையான அதிகரிப்பு (ஒவ்வொரு படிக்குப் பிறகும் 20 செ.மீ அதிகரிப்பு) நேரியல் வளர்ச்சி என்று அழைக்கப்படுகிறது.

To cover the distance between the Earth and the Moon, it takes 1,92,20,00,000 steps with linear growth whereas it takes just 46 folds of a piece of paper with exponential growth! Linear growth is additive, whereas exponential growth is multiplicative.

$$\underbrace{20 + 20 + 20 + \ldots\ldots\ldots\ldots}_{1,92,20,00,000 \text{ times}} \qquad \underbrace{0.001 \times 2 \times 2 \times 2 \ldots\ldots\ldots\ldots}_{46 \text{ times}}$$

Some examples of exponential growth we have seen earlier in this chapter are 'The Stones that Shine', 'Magical Pond', 'How Many Combinations'. We shall explore more such interesting examples in a later chapter and also in the next grade.

? Can you come up with some examples of linear growth and of exponential growth?

Getting a Sense for Large Numbers

Last year, we learnt about lakhs and crores, as well as millions and billions. A lakh is 10^5 (1,00,000), a crore is 10^7 (1,00,00,000), and an arab is 10^9 (1,00,00,00,000), whereas a million is 10^6 (1,000,000) and a billion is 10^9 (1,000,000,000).

You might know the size of the world's human population. Have you ever wondered how many ants there might be in the world or how long ago humans emerged? In this section, we shall explore numbers significantly larger than arabs and billions. We shall use powers of 10 to represent and compare these numbers in each case.

10^0 As of mid - 2025, there are only two northern white rhinos remaining in the world, both females, and they reside at the Ol Pejeta Conservancy in Kenya ($= 2 \times 10^0$).

10^1 As of early 2024, the total population of Hainan gibbons is a meagre 42 ($\approx 4 \times 10^1$).

10^2 There are just 242 Kakapo alive as of mid - 2025 ($\approx 2 \times 10^2$).

10^3 There are fewer than 3000 Komodo dragons in the world, all based in Indonesia ($\approx 3 \times 10^3$).

AP SCERT

பூமிக்கும் நிலவுக்கும் இடையிலான தூரத்தைக் கடக்க, நேரியல் வளர்ச்சியில் 1,92,20,00,000 படிகள் தேவைப்படுகின்றன, அதேசமயம் அடுக்கு வளர்ச்சியில் காகிதத்தின் 46 மடிப்புகள் மட்டுமே போதுமானது! நேரியல் வளர்ச்சி என்பது கூட்டல் வடிவிலும் அடுக்கு வளர்ச்சி பெருக்கல் வடிவிலும் இருக்கும்.

$$\underbrace{20 + 20 + 20 + \ldots\ldots\ldots\ldots}_{1,92,20,00,000 \text{ முறை}} \qquad \underbrace{0.001 \times 2 \times 2 \times 2 \ldots\ldots\ldots\ldots}_{46 \text{ முறை}}$$

இந்த அத்தியாயத்தில் நாம் முன்பு பார்த்த அடுக்கு வளர்ச்சிக்கான சில எடுத்துக்காட்டுகள் 'ஒளிரும் கற்கள்', 'மந்திரக் குளம்', 'எத்தனை சேர்க்கைகள்' ஆகியவை ஆகும். இதுபோன்ற ஆர்வமூட்டும் எடுத்துக்காட்டுகளை நாம் அடுத்த அத்தியாயத்திலும் அடுத்த வகுப்பிலும் விரிவாக பார்ப்போம்.

? நேரியல் வளர்ச்சி மற்றும் அடுக்கு வளர்ச்சிக்கான சில எடுத்துக்காட்டுகளை உங்களால் கூற முடியுமா?

பெரிய எண்களை புரிந்து கொள்ளுதல்

கடந்த ஆண்டு, நாம் லட்சங்கள் மற்றும் கோடிகள், அத்துடன் மில்லியன்கள் மற்றும் பில்லியன்கள் பற்றி கற்றுக்கொண்டோம். ஒரு லட்சம் என்பது 10^5 (1,00,000), ஒரு கோடி என்பது 10^7 (1,00,00,000), மற்றும் ஒரு அராப் என்பது 10^9 (1,00,00,00,000), அதேசமயம் ஒரு மில்லியன் என்பது 10^6 (1,000,000) மற்றும் ஒரு பில்லியன் என்பது 10^9 (1,000,000,000) ஆகும்.

உலகின் மனித மக்கள் தொகையின் அளவு உங்களுக்கு தெரிந்திருக்கலாம். உலகில் எத்தனை எறும்புகள் இருக்கலாம் அல்லது எவ்வளவு காலத்திற்கு முன்பு மனிதர்கள் தோன்றினார்கள் என்று நீங்கள் எப்போதாவது சந்தித்து இருக்கிறீர்களா? இந்த பகுதியில், அராப்கள் மற்றும் பில்லியன்களை விட மிகப் பெரிய எண்களை நாம் ஆராய்வோம். ஒவ்வொரு நிகழ்விலும் இந்த எண்களை குறிப்பிடவும் ஒப்பிடவும் 10ன் அடுக்குகளை பயன்படுத்துவோம்.

10^0 2025 ஆம் ஆண்டின் நடுப்பகுதியில், உலகில் இரண்டு வடக்கு வெள்ளை காண்டாமிருகங்கள் மட்டுமே எஞ்சியிருந்தன. இரண்டுமே பெண் காண்டாமிருகங்கள், அவை கென்யாவில் உள்ள ஓல் பெஜெட்டா காப்பகத்தில் வாழ்கின்றன ($= 2 \times 10^0$).

10^1 2024 ஆம் ஆண்டின் தொடக்கத்தில், ஹைனான் கிப்பன்ஸ்ஸின் மொத்த மக்கள் தொகை வெறும் 42 மட்டுமே ($\approx 4 \times 10^1$).

10^2 2025 ஆம் ஆண்டின் நடுவில் வெறும் 242 ஆந்தைக்கிளிகள் மட்டுமே உயிருடன் இருந்தன. ($\approx 2 \times 10^2$).

10^3 உலகில் 3000-க்கும் குறைவான கொமோடோ டிராகன்கள் மட்டுமே உள்ளன, அவை அனைத்தும் இந்தோனேசியாவில் உள்ளன ($\approx 3 \times 10^3$).

APSCERT

10^4 A 2005 estimate of the maned wolf population showed that there are more than 17000 of them; most are located in Brazil (1.7×10^4).

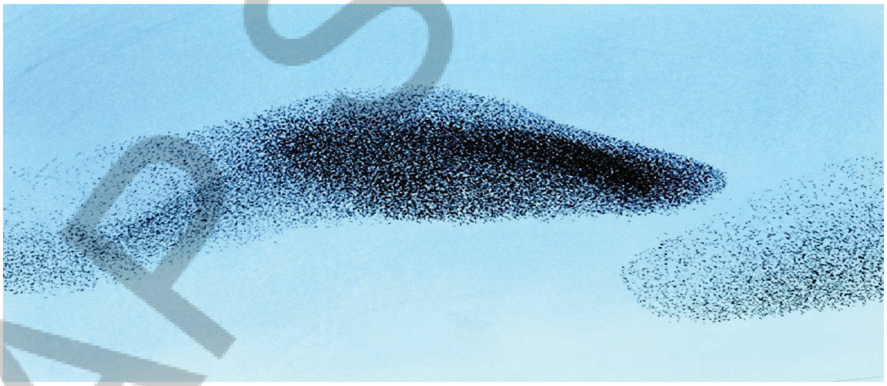
10^5 As of 2018, there are around 4.15 lakh African elephants ($\approx$ 4×10^5).

10^6 There are an estimated 50 lakh / 5 million American alligators as of 2025 (5×10^6).

10^7 The global camel population is estimated to be over 3.5 crore/ 35 million (3.5×10^7). India has only about 2.5 lakhs of them. The global horse population is around 5.8 crore / 58 million (5.8×10^7), with about half of them in America.

10^8 More than 20 crore / 200 million (2×10^8) water buffaloes are estimated worldwide, with a vast majority of them in Asia.

10^9 The estimated global population of starlings is around 1.3 arab/1.3 billion (1.3×10^9). The global human population as of 2025 is 8.2 arab/ 8.2 billion (8.2×10^9).



A picture of a starling murmuration over a farm in the UK. Starling murmuration is a mesmerising aerial display of thousands of starlings flying in synchronised, swirling patterns. It is often described as a 'choreographed dance'.

? With a global human population of about 8×10^9 and about 4×10^5 African elephants, can we say that there are nearly 20,000 people for every African elephant?

10^{10} The global chicken population living at any time is estimated at $\approx$ 33 billion (3.3×10^{10}).

AP SCERT

10^4 2005ஆம் ஆண்டின் பிடரி முடி கொண்ட ஓநாய் மக்கள் தொகையின் மதிப்பீடு 17000–க்கும் அதிகமாக இருப்பதைக் காட்டியது; பெரும்பாலானவை பிரேசிலில் அமைந்துள்ளன (1.7×10^4).

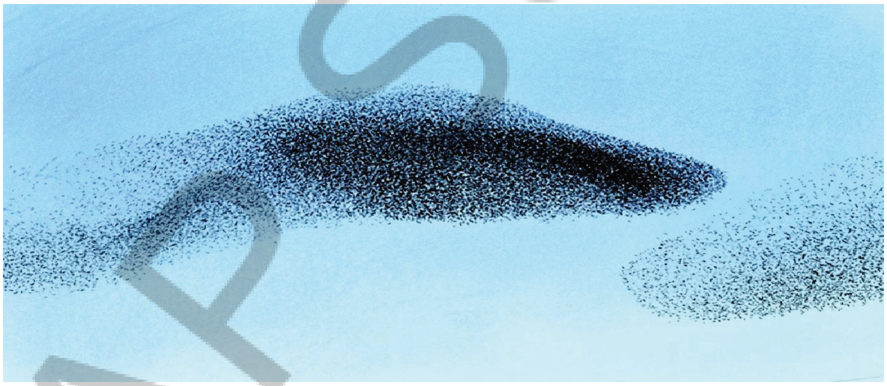
10^5 2018 ஆம் ஆண்டின் படி, சுமார் 4.15 லட்சம் ஆப்பிரிக்க யானைகள் இருந்தன. ($\approx 4 \times 10^5$).

10^6 2025 ஆம் ஆண்டின் நிலவரப்படி 50 லட்சம் / 5 மில்லியன் அமெரிக்க முதலைகள் இருப்பதாக மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது (5×10^6).

10^7 உலகளாவிய ஒட்டகங்களின் மக்கள் தொகை 3.5 கோடி / 35 மில்லியனுக்கும் அதிகமாக இருக்கும் என்று மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது (3.5×10^7). அவை இந்தியாவில் சுமார் 2.5 லட்சம் மட்டுமே உள்ளன. உலகளாவிய குதிரைகளின் மக்கள் தொகை சுமார் 5.8 கோடி / 58 மில்லியன் (5.8×10^7) அவற்றில் பாதி அமெரிக்காவில் உள்ளன.

10^8 உலகளவில் 20 கோடி / 200 மில்லியனுக்கும் அதிகமான (2×10^8) நீர் எருமைகள் இருப்பதாக மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது, அவற்றில் பெரும்பாலானவை ஆசியாவில் உள்ளன.

10^9 ஸ்டார்லிங் பறவைகளின் உலகளாவிய மக்கள் தொகை சுமார் 1.3 அராப் / 1.3 பில்லியன் (1.3×10^9) என்று மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது. 2025 ஆம் ஆண்டின் உலகளாவிய மனித மக்கள் தொகை 8.2 அராப் / 8.2 பில்லியன்(8.2×10^9).



இங்கிலாந்தில் உள்ள ஒரு பண்ணை தோட்டத்திற்கு மேல் ஸ்டார்லிங் பறவைகளின் கூட்டத்தின் படம். ஸ்டார்லிங் முணுமுணுப்பு என்பது ஆயிரக்கணக்கான ஸ்டார்லிங் பறவைகள் ஒன்றிணைந்து,ஒலி எழுப்பிக்கொண்டு சுழலும் அமைப்புகளில் பறக்கும் ஒரு மயக்கும் வான்வழி காட்சியாகும். இது வழக்கமாக 'ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட அசைவுகள் கொண்ட நடனம்' என்று விவரிக்கப்படுகிறது.

? உலகளாவிய மனித மக்கள் தொகை சுமார் 8×10^9 ஆகவும் ஆப்பிரிக்க யானைகள் சுமார் 4×10^5ஆகவும் உள்ள நிலையில், ஒவ்வொரு ஆப்பிரிக்க யானைக்கும் சுமார் 20,000 பேர் இருக்கிறார்கள் என்று கூறலாமா?

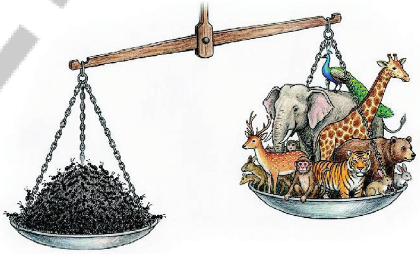
10^{10} எந்த நேரத்திலும் வாழும் உலகளாவிய கோழி மக்கள் தொகை $\approx$ 33 பில்லியன் (3.3×10^{10}) என்று மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

10^{12} The estimated number of trees (2023) globally stands at 30 kharab/3 trillion (3×10^{12}). One kharab is 100 arab, and one trillion is 1000 billion.

10^{14} The estimated mosquito population worldwide (2023) is 11 neel/110 trillion (1.10×10^{14}). A derived estimate of the population of the Antarctic krill stands at 50 neel/500 trillion (5×10^{14}).

10^{15} An estimate of the beetle population stands at 1 padma/1 quadrillion (1×10^{15}). The estimate of the earthworm population is also at 1 padma/1 quadrillion.

10^{16} The estimated population of ants globally is 20 padma/20 quadrillion (2×10^{16}). Ants alone outweigh all wild birds and wild mammals combined.



10^{21} is supposed to be the number of grains of sand on all beaches and deserts on Earth. This is enough sand to give every ant 10 little sand castles to live in.

10^{23} The estimated number of stars in the observable universe is 2×10^{23}.

10^{25} There are an estimated 2×10^{25} drops of water on Earth (assuming 16 drops per millilitre).

? Calculate and write the answer using scientific notation:

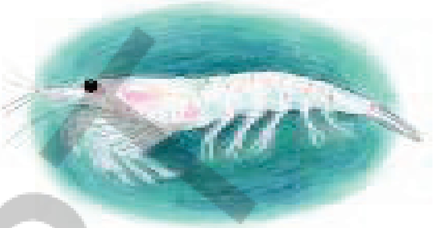
(i) How many ants are there for every human in the world?

(ii) If a flock of starlings contains 10,000 birds, how many flocks could there be in the world?

(iii) If each tree had about 10^4 leaves, find the total number of leaves on all the trees in the world.

10^{12} உலகளவில் (2023) மதிப்பிடப்பட்ட மரங்களின் எண்ணிக்கை 30 கராப் / 3 டிரில்லியன் (3×10^{12}) ஆகும். ஒரு கராப் என்பது 100 அராப் ஆகும், ஒரு டிரில்லியன் என்பது 1000 பில்லியன் ஆகும்.

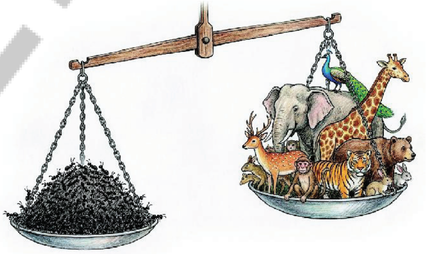
10^{14} உலகளவில் மதிப்பிடப்பட்ட கொசுக்களின் மக்கள் தொகை (2023) 11 நீல் / 110 டிரில்லியன் (1.10×10^{14}) ஆகும். அண்டார்டிக் கிரில் மக்கள் தொகையின் மதிப்பீடு 50 நீல் / 500 டிரில்லியன் (5×10^{14}) ஆகும்.



10^{15} வண்டுகளின் மக்கள் தொகையின் மதிப்பீடு 1 பத்மா / 1 குவாட்ரில்லியன் (1×10^{15}) ஆகும். மண்புழுக்களின் மக்கள் தொகையின் மதிப்பீடும் 1 பத்மா / 1 குவாட்ரில்லியன் ஆகும்.

10^{16} உலகளவில் எறும்புகளின் மதிப்பிடப்பட்ட மக்கள் தொகை 20 பத்மா / 20 குவாட்ரில்லியன் (2×10^{16}) ஆகும். எறும்புகள் மட்டுமே அனைத்து காட்டு பறவைகள் மற்றும் காட்டுப் பாலூட்டிகளை விட அதிக எடையுள்ளவை.

10^{21} என்பது பூமியில் உள்ள அனைத்து கடற்கரைகள் மற்றும் பாலைவனங்களில் உள்ள மணல் துகள்களின் எண்ணிக்கை என்று கருதப்படுகிறது. ஒவ்வொரு எறும்புக்கும் வாழ்வதற்கு 10 சிறிய மணல் கோட்டைகளை கட்டி கொடுப்பதற்கு இது போதுமான மணலாகும்.



10^{23} காணக்கூடிய பிரபஞ்சத்தில் மதிப்பிடப்பட்ட நட்சத்திரங்களின் எண்ணிக்கை 2×10^{23} ஆகும்.

10^{25} பூமியின் மீது சுமார் 2×10^{25} நீர் துளிகள் உள்ளன (ஒரு மில்லிலிட்டருக்கு 16 துளிகள் என வைத்துக்கொண்டால்).

? அறிவியல் குறியீட்டை பயன்படுத்தி, கணக்கிட்டு விடையை எழுதுக :

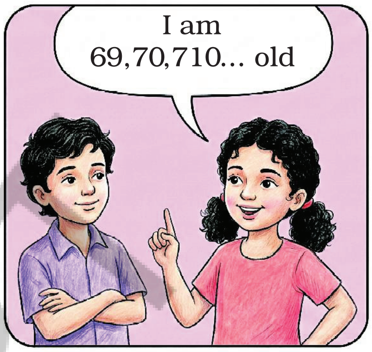
(i) உலகில் உள்ள ஒவ்வொரு மனிதனுக்கும் எத்தனை எறும்புகள் உள்ளன?

(ii) ஸ்டார்லிங் பறவைகளின் கூட்டத்தில் 10,000 பறவைகள் இருந்தால், உலகில் அதுபோன்று எத்தனை கூட்டங்கள் இருக்கும்?

(iii) ஒவ்வொரு மரத்திலும் சுமார் 10^4 இலைகள் இருந்தால், உலகில் உள்ள அனைத்து மரங்களிலும் உள்ள மொத்த இலைகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியவும்.

(iv) If you stacked sheets of paper on top of each other, how many would you need to reach the Moon?

A different way to say your age!



What could this number mean? Find out!

"How old are you?" asked Raju.
"I completed 13 years a few weeks ago!" said Rekha.
"How old are you?" asked Raju again.
"I'm 4840 days old today!" said Rekha.
"How old are you?" asked Raju again.
"I'm __________ hours old!" said Rekha.
Make an estimate before finding this number.

Raju: "I am 4070 days old today. Can you find out my date of birth?"

? If you have lived for a million seconds, how old would you be?

We shall look at approximate times and timelines of some events and phenomena, and use powers of 10 to represent and compare these quantities.

Time in seconds	Comparison to real-world events/phenomena
$10^0 = 1$ second	- Time taken for a ball thrown up to fall back on the ground (typically a few seconds).
$10^1 = 10$ seconds	- Time blood takes to complete one full circulation through the body: 10 - 20 seconds (1×10^1 - 2×10^1 seconds).
	- Typical waiting time at a traffic signal.

Isn't it quite amazing how someone is able to estimate things like the number of ants in the world or the time blood takes to fully circulate? You may carry this wonder whenever you encounter such facts. You will come across such facts in subjects like Science and Social Science, where such estimates are made frequently.

Time in seconds	Comparison to real-world events/phenomena
10^2 seconds ≈ 1.6 minutes	- Time needed to make a cup of tea: 5 - 10 minutes ($\approx 4 \times 10^2$ - 8×10^2 seconds).
	- Time for light to reach the Earth from the Sun: about 8 minutes ($\approx 5 \times 10^2$ seconds).

AP SCERT

(iv) காகித தாள்களை ஒன்றன்பின் ஒன்றாக அடுக்கினால், நிலவை சென்றடைய எத்தனை தாள்கள் தேவைப்படும்?

உங்கள் வயதை கூற ஒரு வித்தியாசமான வழி!

"உனக்கு எவ்வளவு வயது?" என்று ராஜு கேட்டான்.

"சில வாரங்களுக்கு முன்பு எனக்கு 13 வயது முடிந்துவிட்டது!" என்று ரேகா கூறினாள்.

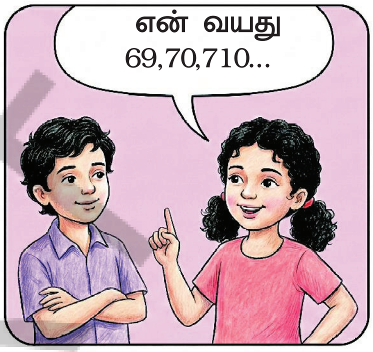
"உனக்கு எவ்வளவு வயது?" என்று ராஜு மீண்டும் கேட்டான்.

"எனக்கு இன்று 4840 நாட்கள் வயது!" என்று ரேகா கூறினாள்.

"உனக்கு எவ்வளவு வயது?" என்று ராஜு மீண்டும் கேட்டான்.

"எனக்கு________மணிநேரங்கள் வயது!" என்று ரேகா கூறினாள்.

இந்த எண்ணை கண்டுபிடிப்பதற்கு முன் ஒரு மதிப்பீட்டை செய்யுங்கள்.



இந்த எண் எதை குறிக்கும்? கண்டுபிடிக்கவும்!

ராஜு : "எனக்கு இன்று 4070 நாட்கள் வயது. எனது பிறந்த தேதியை உங்களால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?"

? நீங்கள் ஒரு மில்லியன் வினாடிகள் வாழ்ந்திருந்தால், உங்களது வயது என்னவாக இருக்கும்?

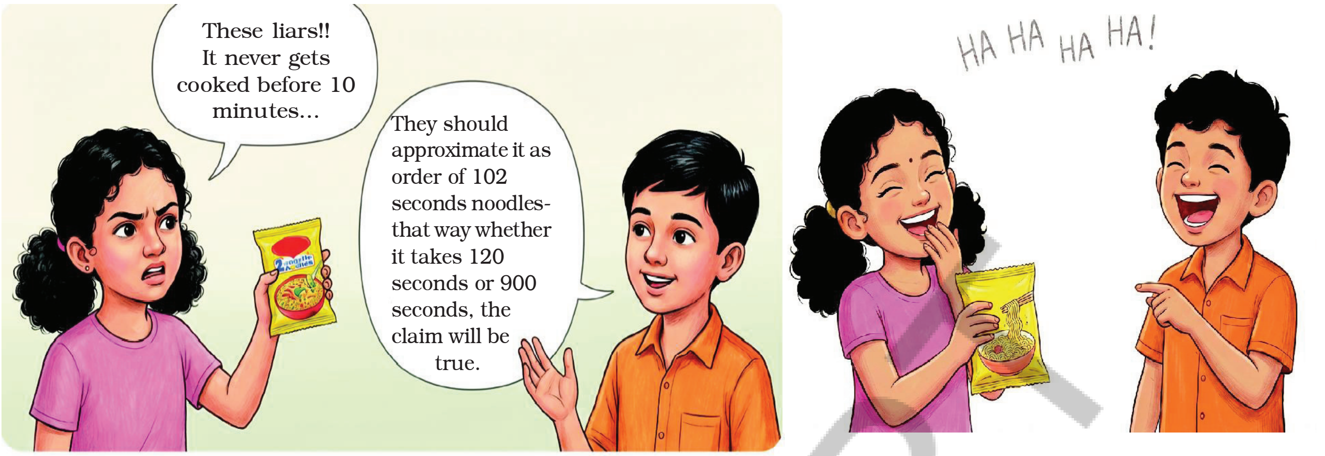
சில நிகழ்வுகள் மற்றும் நிகழ்வுகளின் தோராயமான நேரங்கள் மற்றும் கால வரம்பை பார்ப்போம், மேலும் இந்த அளவுகளை குறிப்பிடவும் ஒப்பிடவும் 10-ன் அடுக்குகளை பயன்படுத்துவோம்.

வினாடிகளில் நேரம்		மெய் உலக நிகழ்வுகள்/நிகழ்வுகளுடன் ஒப்பீடு
$10^0 = 1$ வினாடி	-	மேலே வீசப்பட்ட பந்து மீண்டும் தரையின் மீது விழுவதற்கு எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் (பொதுவாக சில வினாடிகள்).
$10^1 = 10$ வினாடிகள்	-	இரத்தம் உடல் முழுவதும் ஒரு சுழற்சியை நிறைவு செய்ய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் : 10 – 20 வினாடிகள் (1×10^1 - 2×10^1 வினாடிகள்).
	-	போக்குவரத்து சமிக்ஞை உள்ள இடத்தில் பொதுவாக காத்திருப்பு நேரம்.

உலகில் உள்ள எறும்புகளின் எண்ணிக்கை அல்லது இரத்தம் உடல் முழுவதும் சுற்றி வர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் போன்றவற்றை யாரேனும் ஒருவர் மதிப்பிட முயல்வது மிகவும் ஆச்சரியமாக இல்லையா? இத்தகைய உண்மைகளை நீங்கள் எதிர்கொள்ளும் போதெல்லாம் இந்த ஆச்சரியத்தை உணரலாம். அறிவியல் மற்றும் சமூக அறிவியல் போன்ற பாடங்களில் இத்தகைய உண்மைகளை நீங்கள் காண்பீர்கள். அங்கு இத்தகைய மதிப்பீடுகள் அடிக்கடி செய்யப்படுகின்றன.

10^2 வினாடிகள் ≈ 1.6 நிமிடங்கள்	-	ஒரு கோப்பை தேநீர் தயாரிக்கத் தேவையான நேரம்: 5 – 10 நிமிடங்கள் ($\approx 4 \times 10^2$ - 8×10^2 வினாடிகள்).
	-	சூரியனிலிருந்து பூமிக்கு ஒளி வந்தடைய எடுக்கும் நேரம்: சுமார் 8 நிமிடங்கள் ($\approx 5 \times 10^2$ வினாடிகள்).

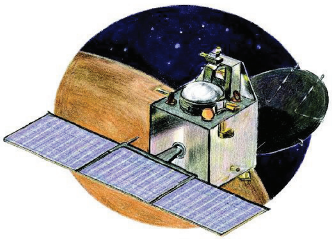
APSCERT



10^3 seconds $\approx$ 16.6 minutes	-	Satellites in low Earth orbits take between 90 minutes ($\approx$ 5.5 × 10^3 seconds) to 2 hours to complete one full revolution around the Earth.
10^4 seconds $\approx$ 2.7 hours	-	The time needed to digest a meal: about 2 - 4 hours to pass through the stomach.
	-	Lifespan of an adult mayfly: about a day ($\approx$ 9 × 10^4 seconds).

? 10^5 seconds $\approx$ 1.16 days and 106 seconds $\approx$ 11.57 days. Think of some events or phenomena whose time is of the order of (i) 10^5 seconds and (ii) 10^6 seconds. Write them in scientific notation.

10^7 seconds $\approx$ 115.7 days / $\approx$ 3.8 months	-	Time spent sleeping in a year: about 4 months.
	-	Time taken by Mangalyaan mission to reach Mars: 298 days ($\approx$ 2.65 × 10^7 seconds).
	-	Time taken by Mars for one full revolution around the Sun: 687 Earth-days/1.88 Earth-years ($\approx$ 6 × 10^7 seconds).
10^8 seconds $\approx$ 3.17 years	-	The typical lifespan of most dogs is 3 to 15 years.



AP SCERT

10^3 வினாடிகள் ≈ 16.6 நிமிடங்கள் – தாழ்வான புவி சுற்றுவட்டப்பாதையில் உள்ள செயற்கைக்கோள்கள் பூமியை ஒருமுறை முழுமையாகச் சுற்றி வர 90 நிமிடங்கள் ($\approx 5.5 \times 10^3$ வினாடிகள்) முதல் 2 மணிநேரம் வரை எடுத்துக்கொள்கின்றன.

10^4 வினாடிகள் – ஒரு உணவை ஜீரணிக்க தேவையான நேரம்: வயிற்றுக்குள் செல்ல சுமார் $2 - 4$ மணிநேரங்கள்.

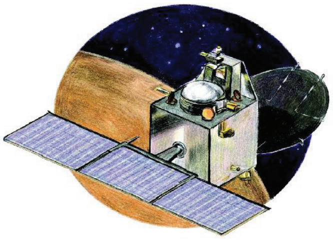
≈ 2.7 மணிகள் – வயது வந்த ஈசலின் ஆயுட்காலம்: சுமார் ஒரு நாள் ($\approx 9 \times 10^4$ வினாடிகள்).

? 10^5 வினாடிகள் ≈ 1.16 நாட்கள் மற்றும் 10^6 வினாடிகள் ≈ 11.57 நாட்கள்.

(i) 10^5 வினாடிகள் மற்றும் (ii) 10^6 வினாடிகள் அளவிலான நேரத்தை கொண்ட சில நிகழ்வுகளை பற்றி சிந்திக்கவும். அவற்றை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதவும்.

10^7 வினாடிகள் ≈ 115.7 நாட்கள் / ≈ 3.8 மாதங்கள் – ஒரு வருடத்தில் தூங்குவதற்கு செலவழிக்கும் நேரம்: சுமார் 4 மாதங்கள்.

– மங்கள்யான் விண்கலம் செவ்வாய் கிரகத்தை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்: 298 நாட்கள் ($\approx 2.65 \times 10^7$ வினாடிகள்).



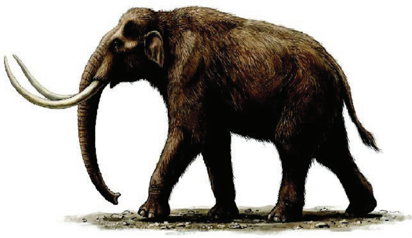
– செவ்வாய் கிரகம் சூரியனை ஒருமுறை முழுமையாக சுற்றி வர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்: 687 பூமி-நாட்கள்/1.88 பூமி-ஆண்டுகள் ($\approx 6 \times 10^7$ வினாடிகள்).

10^8 வினாடிகள் ≈ 3.17 ஆண்டுகள் – பெரும்பாலான நாய்களின் இயல்பான ஆயுட்காலம் 3 முதல் 15 ஆண்டுகள் ஆகும்.

10^9 seconds $\approx$ 31.7 years	-	The orbital period of Halley's comet is 75 - 79 years; the next expected return is in the year 2061 ($\approx 2.4 \times 10^9$ seconds).
	-	Duration of one full revolution of Neptune around the Sun: 60,190 Earth-days/~165 Earth-years or 89,666 Neptunian days/1 Neptunian-year ($\approx$ 5.2 $\times 10^9$ seconds). A day on Neptune is about 16.1 hours

Notice how rapid exponential growth is - 10^6 seconds is less than a fortnight, but 10^9 seconds is a whopping 31 years (about half the life expectancy of a human)!

10^{10} seconds $\approx$317 years	-	The Chola dynasty ruled for more than 900 years ($\approx 3 \times 10^{10}$ seconds) between the 3rd Century BCE and 12th Century CE.
10^{11} seconds $\approx$3,170 years	-	Age of the oldest known living tree: about 5000 years ($\approx 1.57 \times 10^{11}$ seconds).
	-	Time since the last peak ice age: 19,000 - 26,000 years ago ($\approx 6 \times 10^{11}$ seconds - 8.2×10^{11} seconds).
10^{12} seconds $\approx$ 31,700	-	Early Homo sapiens first appeared 2 - 3 lakh years ago ($\approx 7 \times 10^{12}$ - 9×10^{12} seconds). The entire population around that time could fit in a large cricket stadium.
10^{13} seconds $\approx$ 3.17 lakh years	-	The Steppe Mammoth is estimated to have appeared around 8 - 18 lakh years ago.
10^{14} seconds $\approx$3.17 million years	-	A fossil of Kelenken Guillermoi, a type of terror bird, is dated to 15 million years ago ($\approx$ ______seconds).
10^{15} seconds	-	Age of Himalayas: 5.5 crore years/55 million years



10^9 வினாடிகள் – ≈ 31.7 ஆண்டுகள்
: ஹேலி வால்நட்சத்திரத்தின் சுற்றுவட்டப்பாதையில் அதன் சுழலும் காலம் 75 - 79 ஆண்டுகள்; இதன் அடுத்த வருகை 2061 ஆம் ஆண்டில் எதிர்பார்க்கப்படுகிறது ($\approx 2.4 \times 10^9$ வினாடிகள்).

– சூரியனை நெப்டியூன் ஒருமுறை முழுமையாக சுற்றி வர ஆகும் காலம்: 60,190 பூமி-நாட்கள் / ≈ 165 பூமி-ஆண்டுகள் அல்லது 89,666 நெப்டியூன் நாட்கள்/1 நெப்டியூன்-ஆண்டு ($\approx 5.2 \times 10^9$ வினாடிகள்). நெப்டியூனில் ஒரு நாள் என்பது சுமார் 16.1 மணிநேரங்கள்

அடுக்கு வளர்ச்சி எவ்வளவு விரைவானது என்பதை கவனிக்கவும். - 10^6 வினாடிகள் என்பது ஒரு இரண்டு வாரங்களை விட குறைந்த நேரம், ஆனால் 10^9 வினாடிகள் என்பது மிகப்பெரிய 31 ஆண்டுகள் (மனித ஆயுட்காலத்தில் சுமார் பாதி!

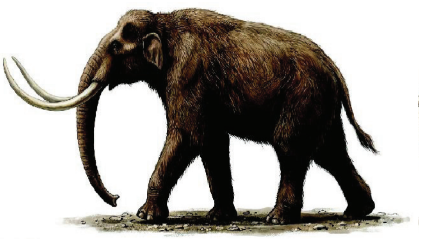
10^{10} வினாடிகள் – ≈ 31.7 ஆண்டுகள்
: சோழ வம்சம் கிமு 3 ஆம் நூற்றாண்டு முதல் கிபி 12 ஆம் நூற்றாண்டு வரை 900 ஆண்டுகளுக்கும் மேலாக ($\approx 3 \times 10^{10}$ வினாடிகள்) ஆட்சி செய்தது.

10^{11} வினாடிகள் – $\approx 3,170$ ஆண்டுகள்
: நாம் அறிந்த, வாழும் பழமையான மரத்தின் வயது சுமார் 5000 ஆண்டுகள் ($\approx 1.57 \times 10^{11}$ வினாடிகள்).

– கடைசி உச்ச பனியுகம் முடிகிற காலம்: 19,000 - 26,000 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு $\approx 6 \times 10^{11}$ வினாடிகள்- 8.2×10^{11} வினாடிகள்).

10^{12} வினாடிகள் – $\approx 31,700$ ஆண்டுகள்
: ஆரம்பகால ஹோமோ சேபியன்கள் 2 - 3 லட்சம் ஆண்டுகளுக்கு முன்பு தோன்றினர் ($\approx 7 \times 10^{12}$ - 9×10^{12} வினாடிகள்) அந்த காலத்தில் இருந்த மொத்த மக்கள் தொகையும் ஒரு பெரிய கிரிக்கெட் மைதானத்தில் அடங்கிவிடும்.

10^{13} வினாடிகள் – ≈ 3.17லட்சம் ஆண்டுகள்
: ஸ்டெப்பி மாமத் சுமார் 8 - 18 லட்சம் ஆண்டுகளுக்கு முன்பு தோன்றியதாக மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது.



10^{14} வினாடிகள் – ≈ 3.17மில்லியன் ஆண்டுகள்
: கெலன்கன் கில்லர்மோய் என்ற ராட்சஸ பறவை வகையின் புதைபடிவம் 15 மில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முந்தையது என மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது ($\approx$__________ வினாடிகள்).

10^{15} வினாடிகள் – இமயமலையின் வயது: 5.5 கோடி ஆண்டுகள் / 55 மில்லியன் ஆண்டுகள்

APSCERT

$\approx$ 3.17 crore years	($\approx 1.7 \times 10^{15}$ seconds); they continue to grow a few mm every year.
	- Dinosaurs went extinct 6.6 crore years ago/66 million years ago ($\approx 2 \times 10^{15}$ seconds).
	- Dinosaurs first appeared more than 20 crore/200 million years ago ($\approx 6 \times 10^{15}$ seconds).
	- It takes about 23 crore years for the Sun to make one complete trip around the Milky Way ($\approx 7 \times 10^{15}$ seconds).
10^{16} seconds $\approx$ 31.7 crore years	- Plants on land started 47 crore/470 million years ago ($\approx$ ________________ seconds).
10^{17} seconds $\approx$ 3.17 billion years	- The oldest fossil evidence suggests that bacteria first appeared about 3.7 billion years ago.
	- The Earth is 4.5 billion years old.
	- The Milky Way galaxy was formed 13.6 billion years ago, and the Universe was formed 13.8 billion years ago.

Notice that 10^9 seconds is of the order of the lifespan of a human, whereas 10^{18} seconds ago the universe did not exist according to modern physics!! The exponential notation can capture very large quantities in a concise manner.

? Calculate and write the answer using scientific notation:

(i) If one star is counted every second, how long would it take to count all the stars in the universe? Answer in terms of the number of seconds using scientific notation.

(ii) If one could drink a glass of water (200 ml) every 10 seconds, how long would it take to finish the entire volume of water on Earth?

> Very large quantities are often beyond our experience and comprehension. To put them into perspective, we can relate and compare them with quantities we are familiar with. This can give an essence of how large a number or a measure is!

AP SCERT

≈ 3.17 கோடி ஆண்டுகள் — ($\approx 1.7 \times 10^{15}$ வினாடிகள்); அவை ஒவ்வொரு ஆண்டும் சில மி.மீ தொடர்ந்து வளர்கின்றன.

- டைனோசர்கள் 6.6 கோடி ஆண்டுகளுக்கு முன்பு / 66 மில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முன்பு அழிந்துபோயின ($\approx 2 \times 10^{15}$ வினாடிகள்).
- டைனோசர்கள் முதன்முதலில் 20 கோடி / 200 மில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முன்பு தோன்றின($\approx 6 \times 10^{15}$ வினாடிகள்).
- பால்வீதியை சூரியன் ஒருமுறை முழுமையாக சுற்றி வர சுமார் 23 கோடி ஆண்டுகள் ஆகிறது ($\approx 7 \times 10^{15}$ வினாடிகள்).

10^{16} வினாடிகள் ≈ 3.17 கோடி ஆண்டுகள்

- நிலத்தில் உள்ள தாவரங்கள் 47 கோடி / 470 மில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முன்பு தோன்றின (____________ வினாடிகள்).

10^{17} வினாடிகள் ≈ 3.17 பில்லியன் ஆண்டுகள்

- மிக பழமையான புதைபடிவச் சான்றுகள் பாக்டீரியாக்கள் சுமார் 3.7 பில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முன்பு தோன்றியதாகக் கூறுகின்றன.
- பூமியின் வயது 4.5 பில்லியன் ஆண்டுகள் ஆகும்.
- பால்வீதி விண்மீன் திரள் 13.6 பில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முன்பு உருவானது, மற்றும் பிரபஞ்சம் 13.8 பில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முன்பு உருவானது.

10^{9} வினாடிகள் என்பது மனிதனின் ஆயுட்கால அளவை குறிக்கிறது என்பதை கவனிக்கவும். அதேசமயம் நவீன இயற்பியலின்படி 10^{18} வினாடிகளுக்கு முன்பு பிரபஞ்சம் தோன்றவில்லை!! அடுக்கு குறியீடு மிகப் பெரிய அளவுகளை சுருக்கமான முறையில் எடுத்துரைக்கிறது.

? அறிவியல் குறியீட்டை பயன்படுத்திக் கணக்கிட்டு விடையை எழுதுக:

(i) ஒவ்வொரு வினாடிக்கும் ஒரு நட்சத்திரம் எண்ணப்பட்டால், பிரபஞ்சத்தில் உள்ள அனைத்து நட்சத்திரங்களையும் எண்ணுவதற்கு எவ்வளவு காலமாகும்? அறிவியல் குறியீட்டை பயன்படுத்தி வினாடிகளின் எண்ணிக்கையில் விடையளிக்கவும்.

(ii) ஒருவரால் ஒவ்வொரு 10 வினாடிகளுக்கும் ஒரு கிளாஸ் தண்ணீர் (200 மிலி) குடிக்க முடிந்தால், பூமியில் உள்ள முழு நீரையும் குடித்து முடிக்க எவ்வளவு காலமாகும்?

மிக பெரிய அளவுகள் பெரும்பாலும் நமது அனுபவத்திற்கும் புரிதலுக்கும் அப்பாற்பட்டவை. அவற்றைப் புரிந்துகொள்ள, நமக்கு நன்கு தெரிந்த அளவுகளுடன் அவற்றை தொடர்புபடுத்தி ஒப்பிடலாம். இது ஒரு எண் அல்லது அளவீடு எவ்வளவு பெரியது என்பதற்கான தெளிவை தருகிறது!

AP SCERT

2.5 A Pinch of History

In the Lalitavistara, a Buddhist treatise from the first century BCE, we see number - names for odd powers of ten up to 10^{53}. The following occurs as part of the dialogue between the mathematician Arjuna and Prince Gautama, the Bodhisattva.

"Hundred kotis are called an ayuta (10^9), hundred ayutas a niyuta (10^{11}), hundred niyutas a kankara (10^{13}), ..., hundred sarva-balas a visamjna- gati (10^{47}), hundred visamjna-gatis a sarvajna (10^{49}), hundred sarvajnas a vibhutangama (10^{51}), a hundred vibhutangamas is a tallakshana (10^{53})."

Mahaviracharya gives a list of 24 terms (i.e., up to 10^{23}) in his treatise Ganita-sara-sangraha. An anonymous Jaina treatise Amalasiddhi gives a list with a name for each power of ten up to 10^{96} (dasha-ananta). A Pali grammar treatise of Kaccayana lists number-names up to 10^{140}, named asankhyeya.

For expressing high powers of ten, Jaina and Buddhist texts use bases like sahassa (thousand) and ko?i (ten million); for instance, prayuta (10^6) would be dasa sata sahassa (ten hundred thousand).

The modern naming is similar to this, where we say,

A hundred thousand is a lakh	100 × 1000 = 1,00,000	$10^2 \times 10^3 = 10^5$
A hundred lakhs is a crore	100 × 1,00,000 = 1,00,00,000	$10^2 \times 10^5 = 10^7$
A hundred crores is an arab	100 × 1,00,00,000 = 1,00,00,00,000	$10^2 \times 10^7 = 10^9$
A hundred arab is a kharab	100 × 1,00,00,00,000 = 1,00,00,00,00,000	$10^2 \times 10^9 = 10^{11}$

Continuing this, a hundred kharab is a neel (10^{13}), a hundred neel is a padma (10^{15}), a hundred padma is a shankh (10^{17}) and a hundred shankh is a maha shankh (10^{19}).

In the American/International system, we say

A thousand thousand 1000 × 1000 = 1,000,000 $10^3 \times 10^3 = 10^6$

AP SCERT

2.5 வரலாற்றில் ஒரு துளி

கிமு முதல் நூற்றாண்டை சேர்ந்த பௌத்த நூலான லலிதவிஸ்தாரத்தில், 10^{53} வரையிலான 10-ன் ஒற்றைப்படை அடுக்குகளுக்கான எண்களின் பெயர்களை நாம் காண்போம். கணிதமேதை அர்ஜுனனுக்கும், போதிசத்துவரான கௌதம இளவரசருக்கும் இடையிலான உரையாடலின் ஒரு பகுதி கீழே காணப்படுகிறது.

"நூறு கோடிகள் ஒரு அயுதம் (10^{9}) என்று அழைக்கப்படுகிறது. நூறு அயுதங்கள் ஒரு நியுதம் (10^{11}) எனவும், நூறு நியுதங்கள் ஒரு கங்கரம் (10^{13}) எனவும், ..., நூறு சர்வ-பலங்கள் ஒரு விசம்ஜ்ஞா-கதி (10^{47}) எனவும், நூறு விசம்ஜ்ஞா-கதிகள் ஒரு சர்வஜ்ஞா (10^{49}) எனவும், நூறு சர்வஜ்ஞாக்கள் ஒரு விபுடங்கமா (10^{51}) எனவும், நூறு விபுடங்கமாக்கள் ஒரு டல்லக்ஷணா (10^{53}) " எனவும் அழைக்கப்படுகிறது.

மகாவீராச்சாரியார் தனது கணித-சார-சங்கிரகா என்ற நூலில் 24 சொற்களின் (அதாவது, 10^{23} வரை) பட்டியலை குறிப்பிட்டுள்ளார். அமலசித்தி என்ற அறியப்படாத சமண நூல், 10^{96} (தச-அனந்தா) வரையிலான 10-ன் ஒவ்வொரு அடுக்குக்கும் ஒரு பெயரைக் கொண்ட பட்டியலைத் தருகிறது. கச்சாயனாவின் பாலி இலக்கண நூல், அசங்கியேயா என்று பெயரிடப்பட்ட 10^{140} வரையிலான எண்களின் பெயர்களைப் பட்டியலிடுகிறது.

10-ன் உயர்ந்த அடுக்குகளை எடுத்து கூறுவதற்கு, சமண மற்றும் பௌத்த நூல்கள் சஹஸ்ஸா (ஆயிரம்) மற்றும் கோடி (பத்து மில்லியன்) போன்ற அடிப்படைகளை பயன்படுத்துகின்றன; எடுத்துக்காட்டாக, பிரயுதா(10^{6}) என்பது தச சத சஹஸ்ஸா (பத்து நூறாயிரம்) என்று இருக்கும். நவீன பெயரிடலும் இதை போன்றதே, அவற்றுள் சில பின்வருமாறு,

ஒரு நூறாயிரம் என்பது ஒரு லட்சம் $100 \times 1000 = 1,00,000$ $10^2 \times 10^3 = 10^5$

ஒரு நூறு லட்சம் என்பது ஒரு கோடி $100 \times 1,00,000 = 1,00,00,000$ $10^2 \times 10^5 = 10^7$

ஒரு நூறு கோடிகள் என்பது ஒரு அராப் $100 \times 1,00,00,000 = 1,00,00,00,000$ $10^2 \times 10^7 = 10^9$

ஒரு நூறு அராப் என்பது ஒரு கராப் $100 \times 1,00,00,00,000 = 1,00,00,00,00,000$ $10^2 \times 10^9 = 10^{11}$

இதை தொடர்ந்தால், நூறு கராப் என்பது ஒரு நீல்(10^{13}), ஒரு நூறு நீல் என்பது ஒரு பத்மா(10^{15}) ஒரு நூறு பத்மா என்பது ஒரு சங்(10^{17}) மற்றும் ஒரு நூறு சங் என்பது ஒரு மகா சங் (10^{19}) ஆகும்.

அமெரிக்க/பன்னாட்டு எண்மானத்தில், நாம் பின்வருமாறு கூறலாம்.

ஒரு ஆயிரம் ஆயிரம் $1000 \times 1000 = 1,000,000$ $10^3 \times 10^3 = 10^6$

AP SCERT

is a million		
A thousand million	$1000 \times 1,000,000 = 1,000,000,000$	
is a billion		$10^3 \times 10^6 = 10^9$
A thousand billion	$1000 \times 1,000,000,000$	$10^3 \times 10^9 = 10^{12}$
is an trillion	$= 1,00,000,000,000$	

Continuing this, a thousand trillion is a quadrillion (10^{15}). This pattern continues. Observe the names million (10^6), billion (10^9), trillion (10^{12}), quadrillion (10^{15}), quintillion (10^{18}), sextillion (10^{21}), septillion (10^{24}), octillion (10^{27}), nonillion (10^{30}), decillion (10^{33}).

? What does the first part of each name denote?

The number 10^{100} is also called a googol. The estimated number of atoms in the universe is 10^{78} to 10^{82}. The number 10^{googol} is called a googolplex. It is hard to imagine how large this number is!

The currency note with the highest denomination in India currently is 2000 rupees. Guess what is the highest denomination of a currency note ever, across the world. The highest numerical value banknote ever printed was a special note valued 1 sextillion pengo (10^{21} or 1 milliard bilpengo) printed in Hungary in 1946, but it was never issued. In 2009, Zimbabwe printed a 100 trillion (10^{14}) Zimbabwean dollar note, which at the time of printing was worth about \$30.

Figure it Out - 2.2

1. Find out the units digit in the value of $2^{224} \div 4^{32}$? [Hint: $4 = 2^2$]
2. There are 5 bottles in a container. Every day, a new container is brought in. How many bottles would be there after 40 days?
3. Write the given number as the product of two or more powers in three different ways. The powers can be any integers.

   (i) 64^3 (ii) 192^8 (iii) 32^{-5}

என்பது ஒரு மில்லியன்

ஆயிரம் மில்லியன் என்பது $1000 \times 1,000,000 = 1,000,000,000$

ஒரு பில்லியன் $10^3 \times 10^6 = 10^9$

ஆயிரம் பில்லியன் $1000 \times 1,000,000,000$ $10^3 \times 10^9 = 10^{12}$

என்பது ஒரு டிரில்லியன் $= 1,00,000,000,000$

இதை தொடர்ந்தால், ஒரு ஆயிரம் டிரில்லியன் என்பது ஒரு குவாட்ரில்லியன் (10^{15}). இவ்வாறு இந்த அமைப்பு தொடரும். மில்லியன் (10^6), பில்லியன் (10^9), டிரில்லியன்(10^{12}), குவாட்ரில்லியன் (10^{15}), குயின்டில்லியன் (10^{18}), செக்ஸ்டில்லியன் (10^{21}), செப்டில்லியன்(10^{24}), ஆக்டில்லியன் (10^{27}), நோனில்லியன் (10^{30}), டெசில்லியன் (10^{33}) முதலிய பெயர்களை உற்றுநோக்கவும்.

? ஒவ்வொரு பெயரின் முதல் பகுதி எதை குறிக்கிறது?

10^{100} என்ற எண்ணை கூகோல் என்று அழைப்பர். பிரபஞ்சத்தில் உள்ள அணுக்களின் மதிப்பிடப்பட்ட எண்ணிக்கை 10^{78} முதல்10^{82} வரை ஆகும். $10^{\text{கூகோல்}}$ என்ற எண் கூகோல்ப்ளெக்ஸ் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இந்த எண் எவ்வளவு பெரியது என்று கற்பனை செய்து பார்ப்பது கடினம்!

தற்போது இந்தியாவில் அதிக மதிப்புள்ள பண நோட்டு 2000 ரூபாய் ஆகும். உலகெங்கிலும், இதுவரை அச்சிடப்பட்ட அதிக மதிப்புள்ள பண நோட்டு என்னவாக இருக்கும் என்று ஊகியுங்கள். அத்தகைய அதிக எண் மதிப்புள்ள பண நோட்டு 1946ல் ஹங்கேரியில் அச்சிடப்பட்ட 1 செக்ஸ்டில்லியன் பெங்கோ (10^{21} அல்லது 1 பில்லியன் பில்பெங்கோ) மதிப்பிலான ஒரு சிறப்பு நோட்டு ஆகும். ஆனால் அது ஒருபோதும் வெளியிடப்படவில்லை. 2009ல், ஜிம்பாப்வே 100 டிரில்லியன்(10^{14}) ஜிம்பாப்வே டாலர் நோட்டை அச்சிட்டது, அது அச்சிடப்பட்ட காலத்தில் அதன் மதிப்பு சுமார் \$30 ஆகும்.

கண்டுபிடிப்போம் – 2.2

1. $2^{224} \div 4^{32}$ ன் மதிப்பில் உள்ள ஒன்றாம் இலக்கத்தைக் கண்டுபிடி? (குறிப்பு: $4 = 2^2$)
2. ஒரு கொள்கலனில் 5 பாட்டில்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு நாளும், ஒரு புதிய கொள்கலன் கொண்டுவரப்படுகிறது. 40 நாட்களுக்கு பிறகு எத்தனை பாட்டில்கள் இருக்கும்?
3. கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை மூன்று வெவ்வேறு வழிகளில் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அடுக்குகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதுக. அடுக்குகள் எந்த முழுவாகவும் இருக்கலாம்.

(i) 64^3 (ii) 192^8 (iii) 32^{-5}

4. Examine each statement below and find out if it is 'Always True', 'Only Sometimes True', or 'Never True'. Explain your reasoning.

(i) Cube numbers are also square numbers.

(ii) Fourth powers are also square numbers.

(iii) The fifth power of a number is divisible by the cube of that number.

(iv) The product of two cube numbers is a cube number.

(v) q^{46} is both a 4th power and a 6th power (q is a prime number).

5. Simplify and write these in the exponential form.

(i) $10^{-2} \times 10^{-5}$ (ii) $5^7 \div 5^4$ (iii) $9^{-7} \div 9^4$

(iv) $(13^{-2})^{-3}$ (v) $m^5n^{12}(mn)^9$

6. If $12^2 = 144$ what is

(i) $(1.2)^2$ (ii) $(0.12)^2$

(iii) $(0.012)^2$ (iv) 120^2

7. Circle the numbers that are the same -

$2^4 \times 3^6$ $6^4 \times 3^2$ 6^{10} $18^2 \times 6^2$ 6^{24}

8. Identify the greater number in each of the following -

(i) 4^3 or 3^4 (ii) 2^8 or 8^2 (iii) 100^2 or 2^{100}

9. A dairy plans to produce 8.5 billion packets of milk in a year. They want a unique ID (identifier) code for each packet. If they choose to use the digits 0-9, how many digits should the code consist of?

10. 64 is a square number (8^2) and a cube number (4^3). Are there other numbers that are both squares and cubes?

Is there a way to describe such numbers in general?

11. A digital locker has an alpha-numeric (it can have both digits and letters) passcode of length 5. Some example codes are G89P0, 38098, BRJKW, and 003AZ. How many such codes are possible?

12. The worldwide population of sheep (2024) is about 10^9, and that of goats is also about the same. What is the total population of sheep and goats?

(i) 20^9 (ii) 10^{11} (iii) 10^{10}

(iv) 10^{18} (v) 2×10^9 (vi) $10^9 + 10^9$

13. Calculate and write the answer in scientific notation:

APSCERT

4. கீழே உள்ள ஒவ்வொரு கூற்றையும் ஆராய்ந்து, அது 'எப்போதும் மெய்', 'சில நேரங்களில் மட்டுமே மெய்', அல்லது 'ஒருபோதும் மெய் இல்லை' என்பதை கண்டறியவும். உங்கள் காரணத்தை விளக்கவும்.

(i) கன எண்கள் வர்க்க எண்களே.

(ii) நான்காம் அடுக்குகள் வர்க்க எண்களாகும்.

(iii) ஒரு எண்ணின் ஐந்தாம் அடுக்கு, அந்த எண்ணின் கனத்தால் வகுக்கப்படும்.

(iv) இரண்டு கன எண்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு கன எண்ணாகும்.

(v) q^{46} என்பது 4-ஆம் அடுக்கு மற்றும் 6-ஆம் அடுக்கு ஆகும். (q ஒரு பகா எண்).

5. பின்வருவனவற்றை சுருக்கி, அடுக்கு வடிவில் எழுதுக.

(i) $10^{-2} \times 10^{-5}$ (ii) $5^7 \div 5^4$ (iii) $9^{-7} \div 9^4$

(iv) $(13^{-2})^{-3}$ (v) $m^5n^{12}(mn)^9$

6. $12^2 = 144$ என்றால், பின்வருவனவற்றின் மதிப்பு என்ன?

(i) $(1.2)^2$ (ii) $(0.12)^2$

(iii) $(0.012)^2$ (iv) 120^2

7. ஒரே மதிப்புடைய எண்களுக்கு வட்டமிடுக –

$2^4 \times 3^6$ $6^4 \times 3^2$ 6^{10} $18^2 \times 6^2$ 6^{24}

8. பின்வருவனவற்றில் ஒவ்வொன்றிலும் பெரிய எண்ணை கண்டறியவும் –

(i) 4^3 or 3^4 (ii) 2^8 or 8^2 (iii) 100^2 or 2^{100}

9. ஒரு பால் பண்ணை ஒரு வருடத்தில் 8.5 பில்லியன் பால் பாக்கெட்டுகளை உற்பத்தி செய்ய திட்டமிட்டுள்ளது. அவர்கள் ஒவ்வொரு பாக்கெட்டிற்கும் தனித்துவமான அடையாளக் குறியீட்டை உருவாக்க விரும்பினர். அவர்கள் 0-9 வரையிலான இலக்கங்களை பயன்படுத்தத் தேர்வுசெய்தால், அக்குறியீடு எத்தனை இலக்கங்களைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்?

10. 64 என்பது ஒரு வர்க்க எண் (8^2) மற்றும் ஒரு கன எண் (4^3). வர்க்கங்களாகவும் கனங்களாகவும் கொண்ட வேறு எண்கள் ஏதேனும் உள்ளனவா?

11. ஒரு டிஜிட்டல் லாக்கரில் 5 நீளமுள்ள எண்ணெழுத்து (எண்கள் மற்றும் எழுத்துக்கள் இரண்டும் இருக்கலாம்) கடவுச்சொல்லை கொண்டுள்ளது. சில எடுத்துக்காட்டு குறியீடுகள் G89P0, 38098, BRJKW, மற்றும் 003AZ. இத்தகைய எத்தனை குறியீடுகள் சாத்தியமாகும்?

12. உலகளாவிய செம்மறியாடுகளின் மக்கள் தொகை (2024) சுமார் 10^9, மேலும் ஆடுகளின் மக்கள் தொகையும் ஏறக்குறைய அதே அளவுதான். செம்மறியாடுகள் மற்றும் ஆடுகளின் மொத்த மக்கள் தொகை என்ன?

(i) 20^9 (ii) 10^{11} (iii) 10^{10}

(iv) 10^{18} (v) 2×10^9 (vi) $10^9 + 10^9$

13. கணக்கிட்டு விடையை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக:

APSCERT

(i) If each person in the world had 30 pieces of clothing, find the total number of pieces of clothing.

(ii) There are about 100 million bee colonies in the world. Find the number of honeybees if each colony has about 50,000 bees.

(iii) The human body has about 38 trillion bacterial cells. Find the bacterial population residing in all humans in the world.

(iv) Total time spent eating in a lifetime in seconds.

14. What was the date 1 arab/1 billion seconds ago

Try This

SUMMARY

- We analysed some situations, asked questions, and found answers by first guessing, then modelling the problem statement, followed by making assumptions and approximations to carry out the calculations.
- We experienced how rapid exponential growth, also called multiplicative growth, can be compared to additive growth.
- n^a is $n \times n \times n \times n \times \ldots \times n$ (n multiplied by itself a times) and $n^{-a} = \frac{1}{n^a}$
- Operations with exponents satisfy
  - $n^a \times n^b = n^{a+b}$
  - $(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b}$
  - $n^a \div n^b = n^{a-b}$ $(n \neq 0)$
  - $n^a \times m^a = (n \times m)^a$
  - $n^a \div m^a = (n \div m)^a$ $(m \neq 0)$
  - $n^0 = 1$ $(n \neq 0)$
- The scientific notation for the number 308100000 is 3.081×10^8. The standard form of the scientific notation of any number is $x \times 10^y$, where $x \geq 1$ and $x < 10$, and y is an integer.
- Engaging in interesting thought experiments can be used as means to understand how large a number or a quantity is.

(i) உலகில் உள்ள ஒவ்வொரு மனிதனுக்கும் 30 ஆடைகள் இருந்தால், ஆடைகளின் மொத்த எண்ணிக்கையை கண்டறியவும்.

(ii) உலகில் சுமார் 100 மில்லியன் தேனீக் குடும்பங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு குடும்பத்திலும் சுமார் 50,000 தேனீக்கள் இருந்தால் தேனீக்களின் எண்ணிக்கையை கண்டறியவும்.

(iii) மனித உடலில் சுமார் 38 டிரில்லியன் பாக்டீரியா செல்கள் உள்ளன. உலகில் உள்ள அனைத்து மனிதர்களிடமும் வசிக்கும் பாக்டீரியாக்களின் மக்கள் தொகையை கண்டறியவும்.

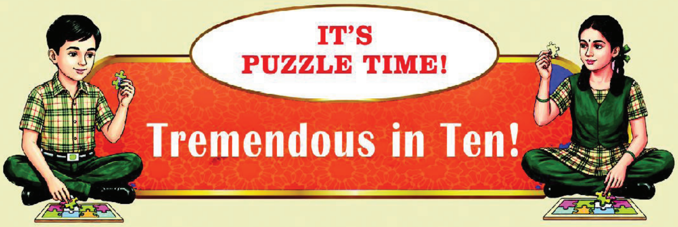
(iv) நம் வாழ்நாளில் சாப்பிடுவதற்காக செலவிடப்பட்ட மொத்த நேரம் வினாடிகளில்.

முயற்சி செய்

14. 1 அராப்/1 பில்லியன் வினாடிகளுக்கு முன்பு தேதி என்னவாக இருந்தது?

பாடச் சுருக்கம்

- முதலில் யூகித்து, பின்னர் சிக்கலின் கூற்றை வடிவமைப்பதன் மூலமும், அதன் பின்னர் கணக்கீடுகளை செய்வதற்கான கணிப்புகள் மற்றும் தோராயங்களை உருவாக்குவதன் மூலமும் சில சூழ்நிலைகளை நாம் பகுப்பாய்வு செய்து, வினாக்களை கேட்டு, விடைகளை கண்டறிந்தோம்.
- பெருக்கல் வளர்ச்சி எனவும் அழைக்கப்படும் விரைவான அடுக்கு வளர்ச்சியை கூட்டல் வளர்ச்சியுடன் எவ்வாறு ஒப்பிடலாம் என்பதை நாம் உணர்ந்தோம்.
- n^a என்பது $n \times n \times n \times n \times \ldots \times n$ (n ஐ தன்னோடு தானே a முறை பெருக்குதல்) மற்றும் $n^{-a} = \frac{1}{n^a}$.
- அடுக்குகளுடனான செயல்பாடுகள் பின்வருவனவற்றை திருப்தி படுத்துகின்றன:
  - $n^a \times n^b = n^{a+b}$
  - $(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b}$
  - $n^a \div n^b = n^{a-b}$ $(n \neq 0)$
  - $n^a \times m^a = (n \times m)^a$
  - $n^a \div m^a = (n \div m)^a$ $(m \neq 0)$
  - $n^0 = 1$ $(n \neq 0)$
- 308100000 என்ற எண்ணின் அறிவியல் குறியீடு 3.081×10^8. எந்தவொரு எண்ணின் அறிவியல் குறியீட்டின் திட்ட வடிவம் $x \times 10^y$, இங்கு $x \geq 1$ மற்றும் $x < 10$ மற்றும் y என்பன முழுக்கள்.
- ஒரு எண் அல்லது அளவு எவ்வளவு பெரியது என்பதைப் புரிந்துகொள்ள, ஆர்வமூட்டும் சிந்தனைச் சோதனைகளில் ஈடுபடுவதை ஒரு கருவியாக பயன்படுத்தலாம்.



Find a partner to play this game with. In 10 seconds, the person who writes a number or an expression, using only the digits 0 - 9 and arithmetic operations, that gives a number that is the larger between the two wins the round.

$$10000000000000 \qquad 999999 \times 999999$$

In Round 1, Rekha wrote 10000000000000 and Raju wrote 999999 × 999999. Between these two, Rekha's number is greater. Can you see why? Rekha's number is 10^{13}, whereas Raju's number is less than $(10^6)^2$.

In Round 2, Rekha wrote $10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000}$ and Raju wrote $(10^{1000000}) \times 9000$. Can you say which is greater?

$$10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} \qquad 10^{1000000} \times 9000$$

Below are some conditions that you may consider for different rounds.

(i) Exponents are not allowed. Only addition is allowed.

(ii) Exponents are not allowed. Only addition and multiplication are allowed.

(iii) Exponents are allowed. Only addition is allowed.

(iv) Exponents are allowed. Any arithmetic operation is allowed.

You can create your own conditions and/or involve more people to play together.

AP SCERT

இது புதிர் நேரம்!

பத்தில் அற்புதம் !

நீங்கள் ஒரு கூட்டாளருடன் சேர்ந்த இந்த விளையாட்டை விளையாட தொடங்கவும். வெறும் 10 வினாடிகளில், 0 – 9 இலக்கங்கள் மற்றும் எண்கணித செயல்பாடுகளை மட்டுமே பயன்படுத்தி, ஒரு எண் அல்லது கோவையை எழுத வேண்டும். யார் பெரிய எண்ணை எழுதுகிறாரோ அவரே அந்த சுற்றில் வெற்றியாளர்.

சுற்று 1 ல், ரேகா 10000000000000 எனவும் ராஜு 999999×999999 எனவும் எழுதினார். இந்த இரண்டிலும் ரேகாவின் எண் பெரியது. ஏன் என்று உங்களால் காண முடிகிறதா? ரேகாவின் எண் 10^{13}, ஆனால் ராஜுவின் எண் $(10^{6})^{2}$ ஐ விட சிறியது.

சுற்று 2 ல், ரேகா $10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000}$ எனவும் ராஜு$(10^{1000000}) \times 9000$ எனவும் எழுதினர். எது பெரியது என்று உங்களால் கூற முடியுமா?

வெவ்வேறு சுற்றுகளுக்கு நீங்கள் கருத்தில் கொள்ள வேண்டிய சில நிபந்தனைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

(i) அடுக்குகள் பயன்படுத்த கூடாது. கூட்டல் மட்டுமே பயன்படுத்த வேண்டும்.

(ii) அடுக்குகள் பயன்படுத்த கூடாது. கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலை மட்டுமே பயன்படுத்த வேண்டும்.

(iii) அடுக்குகளை பயன்படுத்தலாம். கூட்டலை மட்டுமே பயன்படுத்த வேண்டும்.

(iv) அடுக்குகளை பயன்படுத்தலாம். எந்த எண்கணித செயல்பாட்டையும் பயன்படுத்தலாம். நீங்கள் சுயமாக நிபந்தனைகளை உருவாக்கி அதிகமான நண்பர்களுடன் இந்த விளையாட்டை விளையாடலாம்.!

3 A STORY OF NUMBERS

Learning outcomes

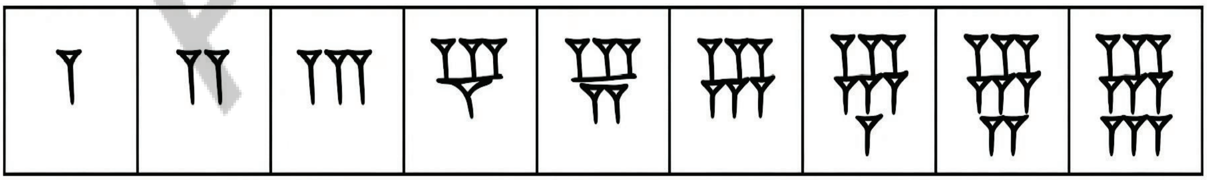
Learners will be able to

- Read, write, and compare sets of numbers and large numbers up to 10 digits. (CG-1)
- Understand the different number systems. (CG-1)
- Identify and Appreciate relationships between numbers. (CG-1)
- Recognise and create patterns in numbers and operations. (CG-1)
- Apply scientific notation using exponents and powers. (CG-1)

3.1 Hasantika's Curiosity

One lazy afternoon, Hasantika was flipping through an old book when - whoosh! - a piece of paper slipped out and floated to the floor. She picked it up and stared at the strange symbols all over it. "What is this?" she wondered.

She ran to her father, holding the paper as if it were a secret treasure. He looked at it and smiled. "Around 4000 years ago, there flourished a civilisation in a region called Mesopotamia, in the western part of Asia, containing a major part of the present-day Iraq and a few other neighbouring countries. This is one of the ways they wrote their numbers!"



Hasantika's eyes lit up, "Seriously? These strange symbols were numbers?" Her curiosity was sparked, and questions started swirling in her head.

APSCERT

3 எண்களின் கதை

கற்றல் விளைவுகள் : மாணவர்கள் இவற்றை செய்வர்..

W6B3Y2

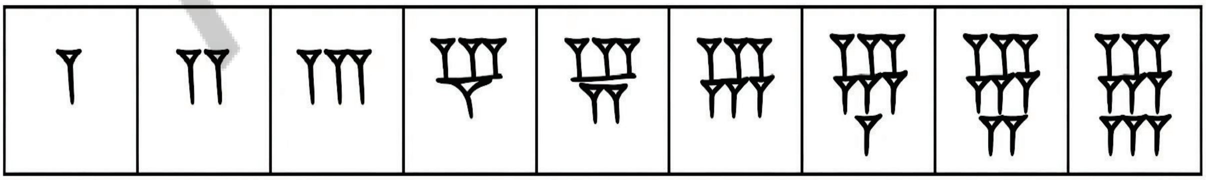
- ☞ எண்களின் தொகுப்புகளையும் 10 இலக்க வரையிலான பெரிய எண்களையும் வாசிக்க, எழுத மற்றும் ஒப்பிடுவர். (CG-1)
- ☞ வெவ்வேறு எண் முறைகளை புரிந்து கொள்ளுவர். (CG-1)
- ☞ எண்களுக்கிடையான உறவுகளை அடையாளம் காணுதல் மற்றும் பாராட்டுவர். (CG-1)
- ☞ எண்கள் மற்றும் செயல்பாடுகளில் உள்ள அமைப்புகளை அடையாளம் காணுதல் மற்றும் உருவாக்குவர்.(CG-1)
- ☞ அடுக்குகள் மற்றும் படிகளை பயன்படுத்தி அறிவியல் குறியீட்டை உருவாக்குவர். (CG-1)

APSCERT

3.1 அசந்திகாவின் ஆர்வம்

ஒரு மதிய வேளையில் அசந்திகா ஒரு பழைய புத்தகத்தை புரட்டிக் கொண்டிருந்தபோது ஒரு காகித துண்டு நழுவி தரையில் விழுந்தது. அவள் அதை எடுத்து அதிலிருந்து விசித்திரமான குறியீடுகளை உற்றுப்பார்த்தாள். இது என்ன என்று ஆச்சரியப்பட்டாள்.

அது ஒரு ரகசிய புதையல் குறித்ததான ஒரு விவரமாக இருக்குமென ஆச்சரியப்பட்டு அந்த காகிதத்தை பிடித்துக் கொண்டு தன் தந்தையிடம் ஓடினாள். அவர் அதை பார்த்து சிரித்தார். சுமார் 4000 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு ஆசியாவின் மேற்கு பகுதியில் உள்ள மெசபடோமியா என்ற பகுதியில் ஒரு நாகரிகம் செழித்தோங்கியது. இது தற்போதைய ஈராக் மற்றும் சில அண்டை நாடுகளின் பெரும் பகுதியை கொண்டுள்ளது அவர்கள் தங்கள் எண்களை எழுதிய வழிகளில் இதுவும் ஒன்று



அசந்திகாவின் கண்கள் விரிந்தன. உண்மையாகவா? இந்த விசித்திரமான குறியீடுகள் எண்களா? அவளது ஆர்வம் தூண்டப்பட்டது. அவளது தலையை சுற்றி கேள்விகள் சூழ தொடங்கின.

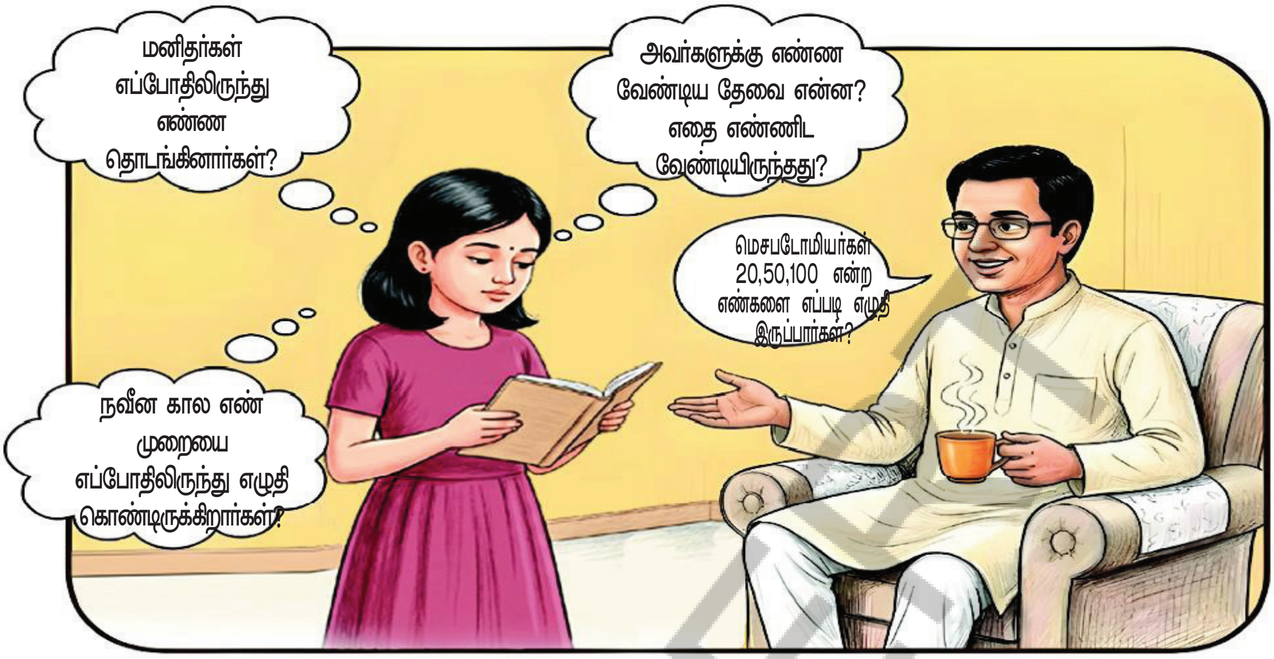
Sensing her curiosity, her father started telling her how the idea of number and number representation evolved over the course of time, across geographies, to finally reach its modern efficient form.

Get ready to travel back in time with them!

Humans had the need to count even as early as the Stone Age. They were counting to determine the quantity of food they had, the number of animals in their livestock, details regarding trades of goods, the number of offerings given in rituals, etc. They also wanted to keep track of the passing days, e.g., to know and predict when important events such as the new moon, full moon, or onset of a season would occur. However, when they said or wrote down such numbers, they didn't make use of the numbers that we use today.

The structure of the modern oral and written numbers that we use today had its origin thousands of years ago in India. Ancient Indian texts, such as the Yajurveda Samhita, mentioned names of numbers based on powers of 10, almost as we say them orally today. For example, they listed names for the numbers one (eka), ten (dasha), hundred (shata), thousand (sahasra), ten thousand (ayuta), etc., all the way up to 10^{12} and beyond.

APSCERT

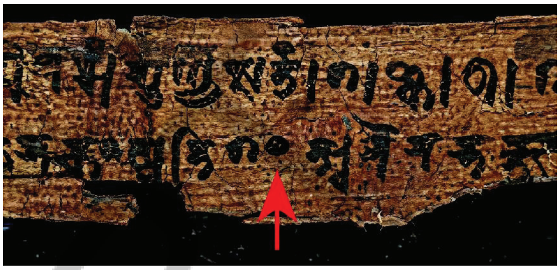


அவளது ஆர்வத்தை புரிந்து கொண்ட அவளது தந்தை எண்களின் கருத்து மற்றும் எண்களின் பிரதிநிதித்துவம் எவ்வாறு காலப்போக்கில் பல்வேறு புவியியல் பகுதிகளை கடந்து இறுதியாக அதிநவீன திறமையான வடிவத்தை அடைந்தது என்பதை அவளுக்கு சொல்ல தொடங்கினார். அவர்களுடன் காலப்பயணம் செய்ய தயாராகுவோம்!

பண்டைய காலத்தில் கூட மனிதர்களுக்கு எண்களை பயன்படுத்த வேண்டிய அதாவது எண்ண வேண்டிய தேவை இருந்தது. தங்களிடம் உள்ள உணவின் அளவு, தங்கள் கால்நடைகளில் உள்ள விலங்குகளின் எண்ணிக்கை, பொருட்கள், வர்த்தகம், தொடர்பான விவரங்கள், விழாக்கள் மற்றும் சடங்குகளில் கொடுக்கப்படும் காணிக்கைகளின் தொகை போன்றவற்றை தீர்மானிக்க அவர்கள் எண்ணிக் கொண்டிருந்தார்கள் மேலும் அமாவாசை, பௌர்ணமி அல்லது ஒரு பருவத்தின் தொடக்கம் போன்ற முக்கியமான நிகழ்வுகள் எப்போது நிகழும் என்பதை அறியவும் கணிக்கவும் நாட்களை அவர்கள் எண்ண விரும்பினர். இருப்பினும் அவர்கள் அத்தகைய எண்களை சொல்லும்போது அல்லது எழுதும் போது நாம் எண்களை இன்று பயன்படுத்தும் முறையில் அன்று அவர்கள் பயன்படுத்தவில்லை.

இன்று நாம் பயன்படுத்தும் நவீன வாய்மொழி மற்றும் எழுத்து வழி எண்களின் அமைப்பு ஆயிரக்கணக்கான ஆண்டுகளுக்கு முன்பு இந்தியாவில் தோன்றியது. பண்டைய இந்திய நூல்களான யஜுர்வேத சம்ஹிதை 10-ன் அடுக்குகளின் அடிப்படையாலான எண்களின் பெயர்களை குறிப்பிட்டுள்ளது. இது நாம் இன்றும் வாய்மொழியாக சொல்வதைப் போலவே உள்ளது. உதாரணமாக ஒன்று (ஏகா) பத்து (தசா) நூறு (ஷதா) ஆயிரம் (சஹஸ்ரா) பத்தாயிரம் (அயுதா) போன்ற எண்களுக்கான பெயர்களை அவர்கள் 10^{12} மற்றும் அதற்கு மேலாக பட்டியலிட்டுள்ளனர்.

The way we write our numbers today - using the digits 0 through 9 - also originated and were developed in India, around 2000 years ago. The first known instance of numbers being written using ten digits, including the digit 0 (which was then notated as a dot), occurs in the Bakhshali manuscript (c. 3rd century CE). Aryabhata (c. 499 CE) was the first mathematician to fully explain, and do elaborate scientific computations with the Indian system of 10 symbols.


Zero in the Bakhshali manuscript

The Indian number system was transmitted to the Arab world by around 800 CE. It was popularised in the Arab world by the great Persian mathematician Al-Khwarizm? (after whom the word 'algorithm' is named) through his book On the Calculation with Hindu Numerals (c. 825) and by the noted philosopher Al-Kindi through his work On the Use of the Hindu Numerals (c. 830).

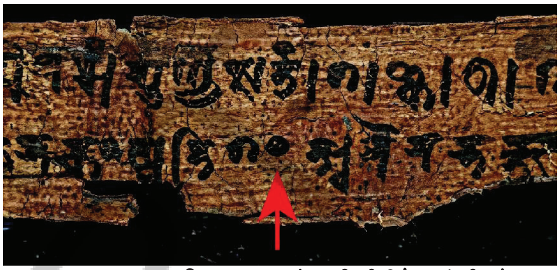
From the Arab world, the Hindu numerals were transmitted to Europe and to parts of Africa by around 1100 CE. Though Al-Khwarizm?'s work on calculation with Hindu numerals was translated into Latin, it was the Italian mathematician Fibonacci who around the year 1200 really made the case to Europe to adopt the Indian numerals. However, the Roman numerals were so ingrained in European thinking and writing at the time that the Indian numerals did not gain widespread use for several more centuries. But eventually, during the European Renaissance and by the 17th century, not adopting them became impossible or it would impede scientific progress.

"The ingenious method of expressing every possible number using a set of ten symbols (each symbol having a place value and an absolute value) emerged in India. The idea seems so simple nowadays that its significance and profound importance is no longer appreciated. Its simplicity lies in the way it facilitated calculations and placed arithmetic foremost among useful inventions."

- Pierre-Simon Laplace (1749 - 1827)

AP SCERT

0 முதல் 9 வரையிலான இலக்கங்களை பயன்படுத்தி இன்று நாம் எண்களை எழுதும் முறை சுமார் 2000 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு இந்தியாவில் தோன்றி வளர்ந்தது. 0 என்ற இலக்கம் உட்பட (அப்போது அது ஒரு புள்ளி வடிவத்தில் குறிக்கப்பட்டது) பத்து இலக்கங்களை பயன்படுத்தி எண்கள் எழுதப்பட்டதற்கான முதல் அறியப்பட்ட ஆதாரம் பசஷாலி கையெழுத்து பிரதியில் (Bakhshali manuscript சுமார் மூன்றாம் நூற்றாண்டு) காணப்படுகிறது. 10 குறியீடுகளைக் கொண்ட இந்திய முறையை பயன்படுத்தி முழுமையாக விளக்கிய மற்றும் விரிவான அறிவியல் கணக்கீடுகளை செய்த முதல் கணிதவியலாளர் ஆரியபட்டர் (சுமார் 499 கிபி) ஆவார்.



பசஷாலி கையெழுத்து பிரதியில் பூஜ்ஜியம்

இந்திய எண் முறை கிபி 800-ல் அரபு உலகத்திற்கு பரவியது. மாபெரும் பாரசீக கணிதவியலாளர் அல்-க்வாரிஸ்மி
(இவரது பெயரால்தான் அல்காரிதம் என்ற சொல் உருவானது) தனது on the calculation with Hindu Numerals (சுமார் 825) என்ற புத்தகத்தின் மூலமும் புகழ்பெற்ற தத்துவஞானி அல் கிண்டி தனது on the use of Hindu Numerals (830) என்ற படைப்பின் மூலமும் அரபு உலகில் இதை பிரபலப்படுத்தினர்.

அரபு உலகிலிருந்து இந்து எண்ணுருக்கள் ஐரோப்பாவிற்கும் ஆப்பிரிக்காவின் சில பகுதிகளுக்கும் கிபி 1100-க்குள் பரவின. இந்து எண்களை கொண்டு கணக்கிடுவது குறித்த அல்-க்வாரிஸ்மியின் படைப்பு இலத்தீன் மொழியில் மொழிபெயர்க்கப்பட்ட போதிலும் 1200 ஆம் ஆண்டில் இத்தாலிய கணிதவியலாளர் ஃபினோனாச்சி தான் இந்தியா எண்களை பின்பற்றுமாறு ஐரோப்பாவுக்கு உண்மையில் வாதிட்டார், இருப்பினும் அந்த நேரத்தில் ஐரோப்பிய சிந்தனையிலும் எழுத்திலும் ரோமானிய எண்கள் மிகவும் ஆழமாக வேரூன்றி இருந்ததால் இந்திய எண்கள் பல நூற்றாண்டுகளாக பரவலான பயன்பாட்டை பெறவில்லை. ஆனால் இறுதியாக ஐரோப்பிய மறுமலர்ச்சியின் போது மற்றும் 17-ஆம் நூற்றாண்டில் அவற்றை பின்பற்றாதிருப்பது சாத்தியமற்றதாகிவிட்டது. ஒரு வேளை இந்திய எண் முறையை புறக்கணித்திருந்தால் அது அறிவியல் முன்னேற்றத்தை தடுத்திருக்கும்.

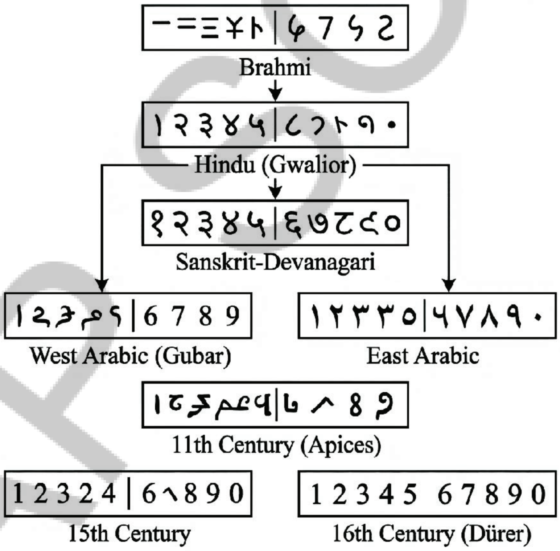
பத்து குறியீடுகளை கொண்ட ஒரு தொகுப்பை பயன்படுத்தி (ஒவ்வொரு குறியீடும், ஒவ்வொரு இடமதிப்பையும் ஒரு முழுமையான எண் மதிப்பையும் கொண்டது) எந்தவொரு எண்ணையும் வெளிப்படுத்தும் தனித்துவமான ஒரு முறை இந்தியாவில் உருவானது. இந்த யோசனை இப்போதெல்லாம் மிகவும் எளிமையாக தோன்றுகிறது அதன் முக்கியத்துவமும் ஆழமான மதிப்பும் இனி பாராட்டப்படுவதில்லை. அதன் எளிமை கணக்கீடுகளை எளிதாக்கிய விதத்திலும் பயனுள்ள கண்டுபிடிப்புகளில் எண் கணிதத்தை முதன்மையானதாக மாற்றியதிலும் உள்ளது.

– பியர் சைமன் லாப் பிளஸ் (1749 – 1827)

Their use then spread to every continent, and are now used in every corner of the world.

Because European scholars learned the Indian numerals from the Arab world, they called them 'Arabic numerals' to reflect their European perspective. On the other hand, as noted above, Arab scholars, such as Al-Khwarizmi and Al-Kindi, called them 'Hindu numerals'. During the period of European colonisation, the European term Arabic numbers became widely used. However, in recent years, this mistake is being corrected in many textbooks and documents around the world, including in Europe. The most commonly used terminologies for the numbers we use today are ?Hindu numerals', ?Indian numerals', and the transitional Hindu-Arabic numerals'. It is worth noting that the word ?Hindu' here does not refer to a religion, but rather a geography/people from whom these numbers came.

The shape of the digits 0, 1, 2, ..., 9 used to write numbers in the Indian number system today evolved over a period of time, as shown below:



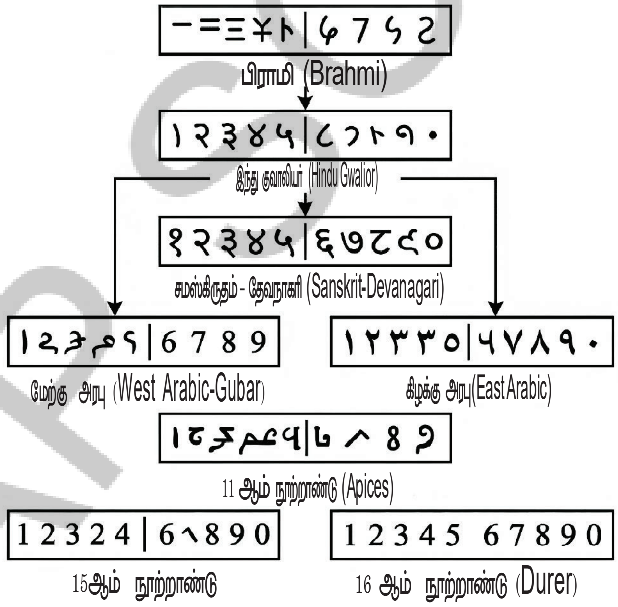
Evolution of the digits used in the Indian number system

Prior to the global adoption of the Indian system of numerals, different groups of people used different methods of representing numbers. We shall take a glimpse of some of them. We will not be looking at different systems in a chronological order, but rather an order that shows us the main stages in the development of the idea of number representation.

அவற்றின் பயன்பாடு பின்னர் ஒவ்வொரு கண்டத்திற்கும் பரவியது. இப்போது உலகின் ஒவ்வொரு மூலையிலும் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

ஐரோப்பிய அறிஞர்கள் இந்திய எண்களை அரபு உலகத்திலிருந்து கற்றுக் கொண்டதால் அவர்கள் ஐரோப்பிய கண்ணோட்டத்தை பிரதிபலிக்கும் வகையில் அவற்றை அரபு எண்கள் (Arabic numerals) என்று அழைத்தனர் . மறுபுறம் மேலே குறிப்பிட்டுள்ளபடி அல்-க்வாரிஸ்மி மற்றும் அல்-கிண்டி போன்ற அரபு அறிஞர்கள் அவற்றை இந்து எண்கள் (Hindu numerals) என்று அழைத்தனர். ஐரோப்பிய காலனித்துவ காலத்தில் ஐரோப்பிய வார்த்தையான அரபு எண்கள் பரவலாக பயன்படுத்தப்பட்டது. இருப்பினும் சமீபத்திய ஆண்டுகளில் ஐரோப்பா உட்பட உலகம் முழுவதும் பல பாட புத்தகங்கள் மற்றும் ஆவணங்களில் இந்த தவறு திருத்தப்பட்டு வருகிறது. இன்று நாம் பயன்படுத்தும் எண்களுக்கு மிகவும் பொதுவாக பயன்படுத்தும் சொற்கள் இந்து எண்கள், இந்திய எண்கள் மற்றும் மாறுபட்ட இந்து-அரபு எண்கள் ஆகும். இங்கு இந்து என்ற சொல் ஒரு மதத்தை குறிக்க வில்லை, மாறாக இந்த எண்களை பயன்படுத்தி வந்த மக்களின் புவியியல் பகுதியை குறிக்கிறது என்பதை கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

இன்று இந்திய எண் முறையில் எண்களை எழுத பயன்படுத்தப்படும் 0, 1, 2, ..., 9 ஆகிய இலக்கங்களின் வடிவம் காலப்போக்கில் பரிணாமம் அடைந்தது. அது கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.



இந்திய எண்முறையிலுள்ள இலக்கங்களின் பரிணாம வளர்ச்சி

இந்திய எண் முறை உலக அளவில் ஏற்றுக் கொள்ளப்படுவதற்கு முன்பு பல்வேறு குழுக்களின் மக்கள் எண்களை பிரதிநிதித்துவப்படுத்த வெவ்வேறு முறைகளை பயன்படுத்தினர். அவற்றில் சிலவற்றை நாம் சுருக்கமாக பார்ப்போம். வெவ்வேறு முறைகளை நாம் பார்க்கப் போவதில்லை, மாறாக எண்களின் பிரதிநிதித்துவ யோசனையின் வளர்ச்சியில் உள்ள முக்கிய நிலைகளை நமக்கு காட்டும் வரிசையை பார்ப்போம்.

But first, let us explore some of the foundational ideas needed to count and to determine the number of objects in a given collection.

The Mechanism of Counting

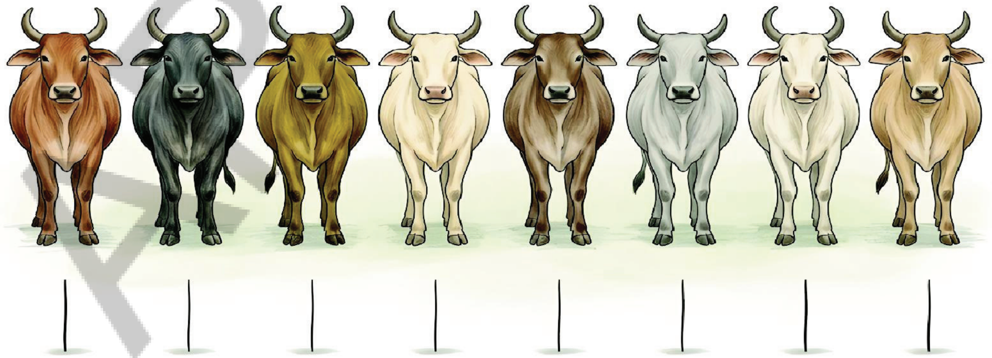
Imagine that we are living in the Stone Age, say, around ten thousand years ago. Suppose we have a herd of cows. Here are some natural questions that we might ask about our herd -

- Q 1. How do we ensure that all cows have returned safely after grazing?
- Q 2. Do we have fewer cows than our neighbour?
- Q 3. If there are fewer, how many more cows would we need so that we have the same number of cows as our neighbour?

We need to tackle these questions without the use of the number names or written numbers of the Hindu number system. How do we do it?

Here are some possible methods.

Method 1: We could tackle the questions by using pebbles, sticks or any object that is available in abundance. Let us choose sticks. For every cow in the herd, we could keep a stick. The final collection of sticks tells us the number of cows, which can be used to check if any cows have gone missing.



This way of associating each cow with a stick, such that no two cows are associated or mapped to the same stick is called a one-to-one mapping. This mapping can then be used to come up with a way to represent numbers, as shown in the table.

முதலில் கொடுக்கப்பட்ட தொகுப்பில் உள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கையை தீர்மானிப்பதற்கும் எண்ணுவதற்கும் தேவையான சில அடிப்படை கருத்துகளை ஆராய்வோம்.

எண்களை எண்ணிடும் நுட்பம்

பத்தாயிரம் ஆண்டுகளுக்கு முன்பு உள்ள கற்காலத்தில் வாழ்வதாக நாம் நம்மை கற்பனை செய்து கொள்வோம். நம்மிடம் ஒரு பசு மந்தை இருப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம் நமது மந்தையை பற்றி நாம் கேட்க வேண்டிய சில இயல்பான கேள்விகள் இங்கே உள்ளன.

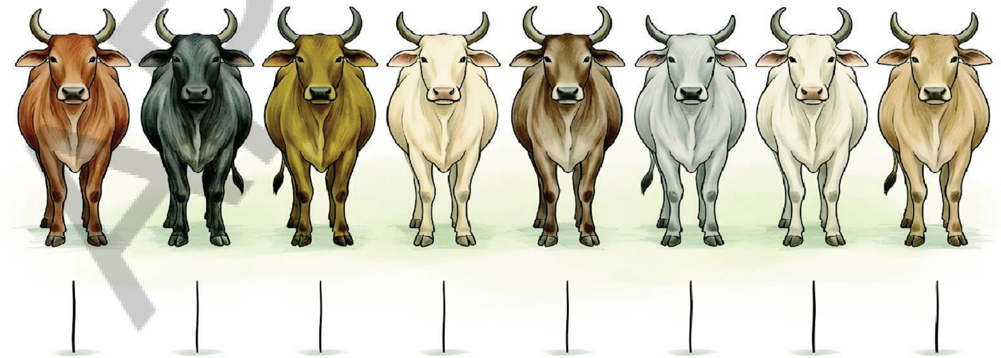
? கே 1. மேய்ச்சலுக்குச் சென்ற அனைத்து பசுக்களும் பாதுகாப்பாக திரும்பியதை எப்படி உறுதி செய்து கொள்வது?

? கே 2. நமது அண்டை வீட்டாரை விட நம்மிடம் குறைவான பசுக்கள் உள்ளனவா?

? கே 3. குறைவாக இருந்தால் அண்டை வீட்டாரிடம் உள்ள அதே எண்ணிக்கையிலான பசுக்களை நாமும் கொண்டிருக்க இன்னும் எத்தனை பசுக்கள் தேவைப்படும்?

இந்து எண் முறையில் எண்களின் பெயர்களையோ அல்லது எழுதப்பட்ட எண்களையோ பயன்படுத்தாமல் இந்த கேள்விகளை நாம் கையாள வேண்டும். நாம் இதை எப்படி செய்வது? சில சாத்தியமான முறைகள் இங்கே உள்ளன.

முறை **1:** கூழாங்கற்கள், குச்சிகள் அல்லது அதிகமாக கிடைக்கும் எந்த ஒரு பொருளையும் பயன்படுத்தி இந்த கேள்விகளை நாம் தீர்க்க முடியும். குச்சிகளை தேர்ந்தெடுப்போம். மந்தையில் உள்ள ஒவ்வொரு பசுவிற்கும் ஒரு குச்சியை நாம் வைக்கலாம். குச்சிகளின் இறுதி தொகுப்பு பசுக்களின் எண்ணிக்கையை நமக்கு தெரிவிக்கிறது. ஏதாவது பசு காணாமல் போயிருந்தால் அதை சரி பார்க்க இந்த முறையை பயன்படுத்தலாம்.



ஒவ்வொரு பசுவையும் ஒரு குச்சியுடன் இணைக்கும் இந்த வழி எந்த இரண்டு பசுக்களுக்கும் ஒரே குச்சியுடன் தொடர்புபடுத்தாமல் இருப்பது ஆகும். இது ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பு (one-to-one mapping) என்று அழைக்கப்படுகிறது இந்த தொடர்பை பயன்படுத்தி அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ள படி எண்களை பிரதிநிதிப்படுத்தும் ஒரு முறையை கொண்டு வரலாம்.

Number	Its representation (using sticks)
1	|
2	| |
3	| | |
4	| | | |
5	| | | | |
.	.
.	.
.	.

? How will you use such sticks to answer the other two questions (Q2 and Q3)?

Method 2: Instead of objects, we could use a standard sequence of sounds or names. For example, we could use the sounds of the letters of any language. While counting, we could make a one-to-one mapping between the objects and the letters: that is, associate each object to be counted with a letter, following the letter-order. This mapping can then be used to come up with a way of verbally representing numbers.

For example, we get the following number representation if we use English letters 'a' to 'z'.

Number	Its representation (using sounds or names)
1	a
2	b
3	c
4	d
5	e
.	.
.	.
.	.
26	z

AP SCERT

எண்	அதன் பிரதிநிதித்துவம் (குச்சிகளை பயன்படுத்தி).
1	I
2	I I
3	I I I
4	I I I I
5	I I I I I
.	.
.	.
.	.

? மற்ற இரண்டு வினாக்களுக்கு (வினா 2 வினா 3) பதில் அளிக்க இத்தகைய குச்சிகளை நீங்கள் எவ்வாறு பயன்படுத்துவீர்கள்?

முறை 2: பொருட்களுக்கு பதிலாக நிலையான ஒலிகள் அல்லது பெயர்களின் வரிசையை நாம் பயன்படுத்தலாம். உதாரணமாக எந்த ஒரு மொழியின் எழுத்துக்களின் ஒலிகளையும் நாம் பயன்படுத்தலாம். எண்ணும்போது பொருட்களுக்கும் எழுத்துக்களுக்கும் இடையில் ஒன்றுக்கு ஒன்று தொடர்பை நாம் உருவாக்கலாம், அதாவது எண்ணப்பட வேண்டிய ஒவ்வொரு பொருளையும் ஒரு எழுத்துடன் இணைத்து எழுத்து வரிசையை பின்பற்றலாம். இந்த தொடர்பை பயன்படுத்தி எண்களை வாய் மொழியாக பிரதிநிதிபடுத்தும் ஒரு முறையை கொண்டு வரலாம்.

உதாரணமாக ஆங்கில எழுத்துக்களான a முதல் z வரை பயன்படுத்தினால் பின்வரும் எண் பிரதிநிதித்துவத்தை நாம் பெறுகிறோம்.

எண்	அதன் பிரதிநிதித்துவம் (குச்சிகளை பயன்படுத்தி)
1	a
2	b
3	c
4	d
5	e
.	.
.	.
.	.
26	z

AP SCERT

An obvious limitation of using only the letters of the English alphabet in this form is that it cannot be used to count collections having more than 26 objects.

? How many numbers can you represent in this way using the sounds of the letters of your language?

Math Talk

Method 3: We could use a sequence of written symbols as follows.

Table 1

Number	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Representation using symbols	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Number	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Representation using symbols	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX

? Do you see a way of extending this method to represent bigger numbers as well? How?

From the discussion above, we see that for counting and finding the size of a collection, we need a standard sequence of objects, or names, or written symbols, that has a fixed order. Let us call this standard sequence a **number system**. A collection of objects can be counted by making a one-to-one mapping between them and the standard sequence, following the sequence order.

Since there is no end to numbers, the challenge is to come up with an unending standard sequence/number system that is easy to count with. Using sticks gives an unending standard sequence/number system. However, it is not convenient to count larger collections, as we will need as many sticks as the number of objects being counted. Using the sounds of the letters of a language, as in Method 2, is convenient for the counting process but is not an unending standard sequence/number system. The standard sequence/number system given in Method 3 was actually the system used in Europe before it got replaced by the Hindu number system. It is called the **Roman number system**.

AP SCERT

ஆங்கில எழுத்துக்களை எண்களுக்கு பிரதிநிதிப்படுத்தும் இந்த முறை நீண்ட கணக்கினை தீர்க்க பயன்படுத்த முடியாது. ஏனென்றால் 26–க்கும் மேற்பட்ட பொருட்களைக் கொண்ட தொகுப்புகளை எண்ணிட இந்த முறையை பயன்படுத்த முடியாது. இது ஒரு வெளிப்படையான குறைபாடு

? உங்கள் தாய்மொழியின் எழுத்துக்களின் ஒலிகளை பயன்படுத்தி இந்த முறை எத்தனை எண்களை நீங்கள் பிரதிநிதித்துவப்படுத்த முடியும்?

முறை 3: எழுதப்பட்ட குறியீடுகளின் வரிசை நாம் பின்வருமாறு பயன்படுத்தலாம்.

அட்டவணை 1

எண்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
குறிகளை பயன்படுத்தி பிரதிநிதித்துவம்	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
எண்	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
குறிகளை பயன்படுத்தி பிரதிநிதித்துவம்	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX

? பெரிய எண்களையும் குறிக்கும் வகையில் இந்த முறையை நீட்டிப்பதற்கான வழியை காண்கிறீர்களா? எப்படி?

மேற்கண்ட விவாதங்களில் இருந்து எண்ணுவதற்கும் ஒரு தொகுப்பின் அளவை கண்டறிவதற்கும் நிலையான வரிசை கொண்ட பொருட்கள் அல்லது பெயர்கள் அல்லது எழுதப்பட்ட குறியீடுகளின் நிலையான தொடர் நமக்குத் தேவை என்பதை நாம் காண்கிறோம். இந்த நிலையான தொடரை ஒரு எண் முறை(number system) என்று அழைப்போம். பொருட்களுக்கும் நிலையான தொடருக்கும் இடையில் வரிசைக்கிரமமாக ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பை ஏற்படுத்தவதன் மூலம் பொருட்களின் தொகுப்பை எண்ண முடியும்.

எண்கள் முடிவற்றவை என்பதால் முடிவில்லாத நிலையான தொடர் எண்கள் முறையை கொண்டு வருவது சவாலாகும். அது எண்ணுவதற்கும் எளிதாக இருக்க வேண்டும். குச்சிகளை பயன்படுத்துவது முடிவில்லாத நிலையான தொடர்/எண் முறையை தருகிறது இருப்பினும் பெரிய தொகுப்புகளை எண்ணுவதற்கு இது வசதியாக இருக்காது. ஏனெனில் எண்ணிடவேண்டிய பொருட்களின் எண்ணிக்கைக்கு இணையான குச்சிகள் நமக்கு தேவைப்படும் அவற்றை சேகரிப்பதும் பாதுகாப்பதும் சிரமமான ஒன்று. முறை 2-ல் கொடுக்கப்பட்ட நிலையான தொடர்/ எண் முறை உண்மையில் இந்து எண் முறையால் மாற்றப்படுவதற்கு முன்பு ஐரோப்பாவில் பயன்படுத்தப்பட்ட முறையாகும். இது ரோமானிய எண் முறை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

AP SCERT

It was widely used in Europe for centuries, and was convenient for many purposes, but had the similar drawback that one cannot write arbitrarily large numbers without introducing more and more symbols. We will learn more about this system of writing numbers later on.

As illustrated by the three methods, history gives us examples of number systems formed using physical objects (such as sticks, pebbles, body parts, etc.), names, and written symbols. Some groups of people had numbers represented both by physical objects as well as by names, while others like the Chinese had all three forms of representation. The symbols occurring in a written number system are called **numerals**. For example, 0, 1, 5, 36, 193, etc., are some of the numerals occurring in the Hindu number system. Numerals representing 'smaller' numbers always had names, and so a number system composed of written symbols always went hand in hand with a number system composed of names, as is the case with the modern-day Hindu system.

Figure it Out - 3.1

1. Suppose you are using the number system that uses sticks to represent numbers, as in Method 1. Without using either the number names or the numerals of the Hindu number system, give a method for adding, subtracting, multiplying and dividing two numbers or two collections of sticks.
2. One way of extending the number system in Method 2 is by using strings with more than one letter - for example, we could use 'aa' for 27. How can you extend this system to represent all the numbers?

AP SCERT

இது பல நூற்றாண்டுகளாக ஐரோப்பாவில் பரவலாக பயன்படுத்தப்பட்டது. மேலும் பல நோக்கங்களுக்காக வசதியாக இருந்தது. ஆனால் மேன்மேலும் புதிய குறியீடுகள் அறிமுகப்படுத்தாமல் பெரிய எண்கள் எழுத முடியாது என்ற அதே குறைபாட்டை கொண்டிருந்தது எண்களை எழுதும் இந்த முறையை பற்றி நாம் பின்னர் விரிவாக கற்றுக்கொள்வோம்.

மூன்று முறைகள் மூலம் விளக்கப்பட்டுள்ளபடி இயற்பியல் பொருட்கள் (குச்சிகள், கூழாங்கற்கள், உடல் உறுப்புகள் போன்றவை) பெயர்கள் மற்றும் எழுதப்பட்ட குறியீடுகளை பயன்படுத்தி உருவாக்கப்பட்ட எண் முறைகளுக்கான எடுத்துக்காட்டுகளை வரலாறு நமக்கு தருகிறது. சில குழுவினர் எண்களை இயற்பியல் பொருட்கள் மற்றும் பெயர்களால் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தினர். அதேசமயம் சீனர்கள் போன்ற மற்றவர்கள் மூன்று வகையான பிரதிநிதித்துவ வடிவங்களையும் கொண்டிருந்தனர் எழுதப்பட்ட எண் முறையில் தோன்றும் குறியீடுகள் எண்ணுருக்கள் (numerals) என்று அழைக்கப்படுகின்றன. உதாரணமாக 0,1,5,36,193 போன்றவை இந்த எண் முறையில் தோன்றும் சில எண்ணுருக்கள் ஆகும். சிறிய எண்களை பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் எண்ணுருக்களுக்கு எப்போதும் பெயர்கள் இருந்தன. எனவே எழுதப்பட்ட குறியீடுகளால் ஆன எண்முறை எப்போதும் பெயர்களைக் கொண்ட இந்து எண் முறையை போலவே நவீன கால எண்முறையுடன் கைகோர்த்து சென்றது.

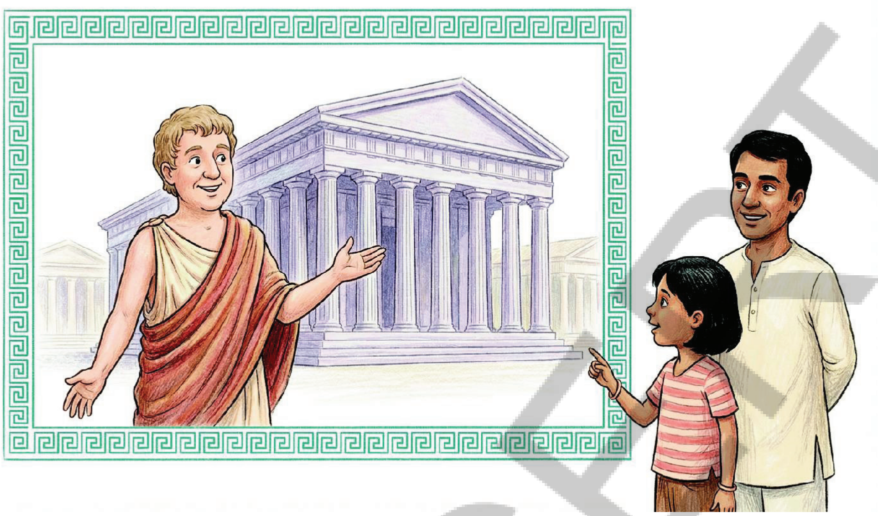
கண்டுபிடிப்போம் – 3.1

1. முறை 1-ல் உள்ளபடி எண்களைக் குறிக்க குச்சிகளை பயன்படுத்தும் எண் முறையை நீங்கள் பயன்படுத்துகிறீர்கள் என்று வைத்துக்கொள்வோம் இந்து எண்முறையின் எண்களின் பெயர்களையோ அல்லது எண்ணுருக்களையோ பயன்படுத்தாமல் இரண்டு எண்களை அல்லது இரண்டு குச்சிகளின் தொகுப்பை கூட்ட, கழிக்க, பெருக்க மற்றும் வகுக்க ஒரு முறையை கண்டுபிடியுங்கள்?
2. முறை 2-ல் உள்ள எண் முறையை நீட்டிப்பதற்கான ஒரு வழி ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட எழுத்துக்களைக் கொண்ட சரங்களை (strings) பயன்படுத்துவதாகும். உதாரணமாக 27-க்கு aa பயன்படுத்தலாம் அனைத்து எண்களையும் குறித்துக் காட்ட இந்த முறையை நீங்கள் எவ்வாறு நீட்டிக்க முடியும்?

There are many ways of doing it!

3. Try making your own number system.

3.2 The Roman Numerals



We have already seen the Roman number system till 20 (Table 1). We have seen that it uses I for 1, V for 5, X for 10.

To get the Roman numeral for any number till 39, it is first grouped into as many 10s as possible, the remaining is grouped into as many 5s as possible, and finally the remaining is grouped into 1s.

Example: Let us take the number 27.

27 = 10 + 10 + 5 + 1 + 1

So, 27 in Roman numerals is XXVII.

Instead of representing 50 as XXXXX, a new symbol is given to it: L. Following the way the number 4 is represented as 1 less than 5 - that is, as IV - 40 is represented as 10 less than 50 - that is, as XL. However, people using this system were not always consistent with this practice. Sometimes, 40 was also represented as XXXX.

The Roman number system introduces newer symbols to represent certain bigger numbers. Let us call all these numbers that have a new basic symbol as landmark numbers. Here are some of the **landmark numbers** of the Roman system and their associated numerals.

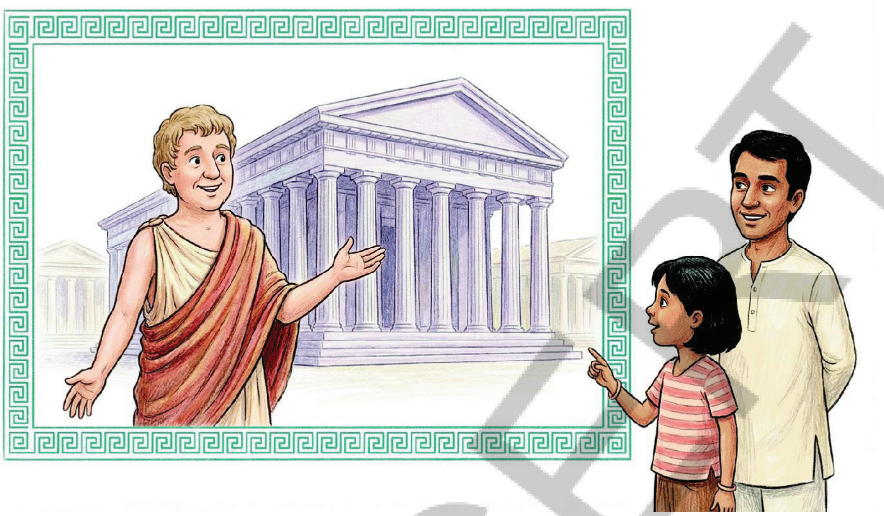
I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1,000

AP SCERT

இதை செய்ய பல வழிகள் உள்ளன

3. உங்கள் சொந்த எண் முறையை உருவாக்க முயற்சிக்கவும்

3.2 ரோமானிய எண்கள்



20 வரையிலான ரோமான் எண்முறையை நாம் ஏற்கனவே பார்த்தோம் (அட்டவணை 1). 1-க்கு I, 5 ஐந்துக்கு V, 10 க்கு X என பயன்படுத்துவதை நாம் பார்த்தோம்

39 வரையிலான எந்த எண்ணுக்கும் ரோமானிய எண்ணை பெற அதை முதலில் முடிந்தவரை பல 10-களாக பிரிக்கப்படுகிறது. மீதம் உள்ளது முடிந்தவரை பல ஐந்துகளாக பிரிக்கப்படுகிறது இறுதியாக மீதம் உள்ளது ஒன்றுகளாக பிரிக்கப்படுகிறது

உதாரணமாக 27 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம்

$27 = 10 + 10 + 5 + 1 + 1$

எனவே ரோமானிய எண்களில் 27 என்பது XXVII ஆகும்.

50 ஐ XXXXX என்று குறிப்பதற்கு பதிலாக L எனும் ஒரு புதிய குறியீடு வழங்கப்பட்டுள்ளது. 4 என்ற எண்ணை 5 ஐ விட 1 குறைவு என்று குறிப்பிடும் விதத்தை பின்பற்றி, 40 என்பது 50ஐ விட 10 குறைவு என்று XL என குறிக்கப்படுகிறது. இருப்பினும் இந்த முறையை பயன்படுத்தும் அவர்கள், எப்போதும் இந்த நடைமுறையுடன் நிலையாக இருக்கவில்லை. சில நேரங்களில் 40 என்பது XXXX ஆகவும் குறிக்கப்பட்டது.

ரோமானிய எண் முறை சில பெரிய எண்களைக் குறிக்க புதிய குறியீடுகள் அறிமுகப்படுத்துகிறது. புதிய அடிப்படை குறியீட்டைக் கொண்ட இந்த எண்கள் அனைத்தையும் முக்கிய எண்கள் அல்லது மைல் எண்கள் (land mark numbers) என்று அழைப்போம். ரோமானிய முறையில் சில மைல்கல் எண்களும் அவற்றுடன் தொடர்புடைய எண்களும் இங்கே உள்ளன.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1,000

These symbols are used to denote other numbers as well. For example, consider the number 2367. Writing it as a sum of landmark numbers starting from 1000 such that we take as many 1000s as possible, 500s as possible, and so on, we get

$$2367 = 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1$$

So in Roman numerals, this number is MMCCCLXII.

Figure it Out - 3.2

1. Represent the following numbers in the Roman system.
   (i) 1222 (ii) 2999 (iii) 302 (iv) 715

We see how vastly efficient this system is compared to some of the previous number systems that we have seen. This system seems to have evolved out of the ancient Greek number system in around the 8th century BCE in Rome, and evolved over time. It spread throughout Europe with the expansion of the Roman empire.

> The efficiency of this system is due to the grouping of a given number by not just one group size, but a sequence of group sizes that we call landmark numbers, and then using these landmark numbers to represent the given number. This idea is the next important breakthrough in the history of the evolution of number systems.

Despite the relative efficiency of the Roman system, it doesn't lend itself to an easy performance of arithmetic operations, particularly multiplication and division.

Example : Try adding the following numbers without converting them to Hindu numerals:

(a) CCXXXII + CCCCXIII

Let us find the total number of Is, Xs, and Cs, and group them starting from the largest landmark number.

Apparently, it looks like the largest landmark number is C, but note that 5 Cs (100s) make a D (500). So the sum is

AP SCERT

இந்த குறியீடுகள் மற்ற எண்களை குறிக்கவும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. உதாரணமாக 2367 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம் இந்த எண்ணை நம்மால் முடிந்தவரை ஆயிரத்தில் இருந்து தொடங்கும். மைல்கல் எண்களின் கூடுதலாக பிரித்து எழுதினால் நமக்கு கிடைப்பது

$$2367 = 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1$$

எனவே 2367 என்ற எண்ணை ரோமானிய முறைப்படி MMCCCLXII என எழுதலாம்.

கண்டுபிடிப்போம்- 3.2

1. பின்வரும் எண்களை ரோமானிய முறையில் குறிக்கவும்

(i) 1222 (ii) 2999 (iii) 302 (iv) 715

முந்தைய எண் முறைகளுடன் ரோமானிய எண்முறையை ஒப்பிடும்போது இந்த ரோமானிய முறை எவ்வளவு திறமையானது என்பதை நாம் காண்கிறோம். இந்த முறை கி.மு.எட்டாம் நூற்றாண்டில் ரோமில் பண்டைய கிரேக்க எண் முறையில் இருந்து உருவானதாக தோன்றுகிறது. மேலும் காலப்போக்கில் இது ரோமானிய பேரரசின் விரிவாக்கத்துடன் ஐரோப்பா முழுவதும் பரவியது.

> இந்த முறையின் செயல் திறன் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை ஒரு குழு அளவால் மட்டுமல்லாமல் நாம் மைல்கல் எண்கள் என்று அழைக்கும் குழு அளவுகளின் வரிசையால் தொகுத்து பின்னர் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை குறிக்க இந்த மைல் எண்களை பயன்படுத்துவதே ஆகும். இந்த யோசனையை எண் முறைகளின் பரிணாம வளர்ச்சியின் வரலாற்றில் அடுத்த முக்கியமான திருப்புமுனையாக கருதப்படுகிறது.

ரோமானிய முறையின் ஒப்பீட்டுத்திறன் இருந்த போதிலும் இது என் கணித செயல்பாடுகளை குறிப்பாக பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகியவற்றை எளிதாக செய்வதற்கு உகந்ததாக இல்லை.

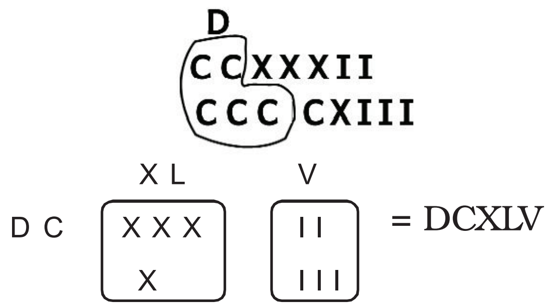
? உதாரணமாக பின்வரும் எண்களை இந்து எண்களாக மாற்றாமல் கூட்ட முயற்சிக்கவும்.

(a) CCXXXII + CCCCXIII

I-கள் X-கள் மற்றும் C-களின் மொத்த எண்ணிக்கையை கண்டறிந்து மிகப்பெரிய மைல்கல் எண்ணில் இருந்து அவற்றைத் தொகுப்போம்.

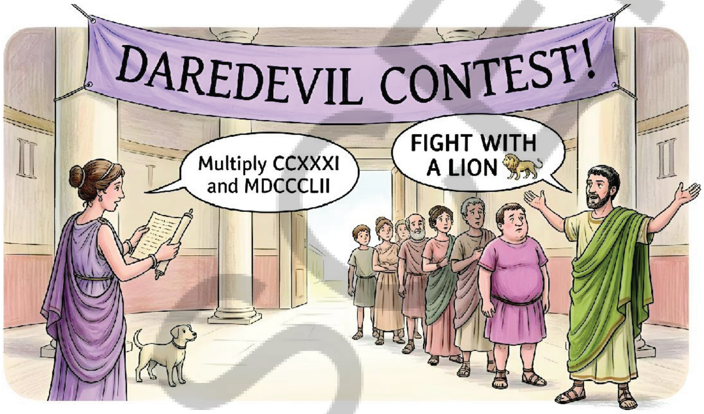
பார்த்தவுடன் C தான் மிகப்பெரிய மைல்கல் எண் போல தோன்றுகிறது ஆனால் ஐந்து C கள் ஒரு D ஐ உருவாக்குகின்றன என்பதை நினைவில் கொள்க. எனவே கூடுதல்

APSCERT



Do it yourself now: (b) LXXXVII + LXXVIII

? How will you multiply two numbers given in Roman numerals, without converting them to Hindu numerals? Try to find the product of the following pairs of landmark numbers: V × L, L × D, V × D, VII × IX. **Try This**

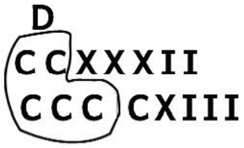


People using the Roman system made use of a calculating tool called the **abacus** to perform their arithmetic operations. We will see what it is in a later section. However, only specially trained people used this tool for calculation. While going through the number systems discussed above, it should not be understood that, historically, one system developed as an improvement over the previous system. This point should be kept in mind when studying the upcoming number systems too. The actual story of how each of the number systems developed is much more complex, and many times not clearly known, and so we will not try to trace this in the chapter.

Figure it Out - 3.3

1. Identify the features of the Hindu number system that make it efficient when compared to the Roman number system. *Math Talk*

AP SCERT



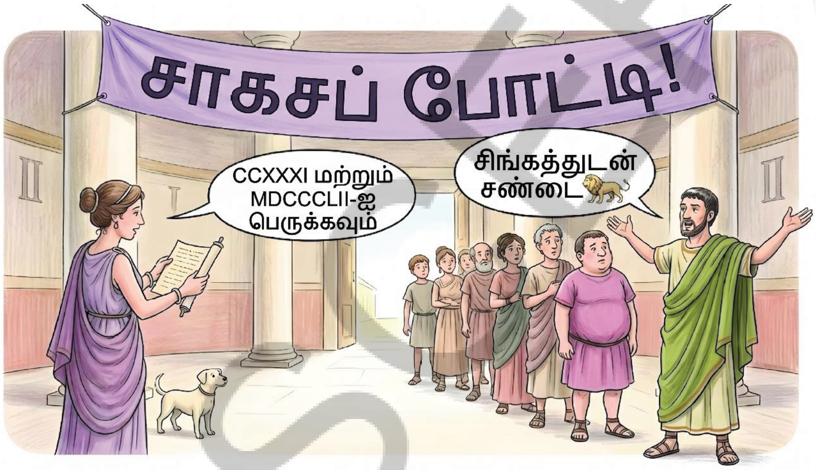
	XL	V	
DC	XXX X	II III	= DCXLV

இப்போது நீங்களே செய்யுங்கள் (b) LXXXVII + LXXVIII

? கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு ரோமானிய எண்களை இந்திய எண்களாக மாற்றாமல் எப்படி பெருக்குவீர்கள்?

முயற்சி செய்

பின்வரும் மைல்கல் எண்களின் பெருக்கல் பலனை கண்டறிய முயற்சிக்கவும்.
V × L, L × D, V × D, VII × IX.



ரோமானிய எண் முறையை பயன்படுத்திய மக்கள் தங்கள் எண் கணித செயல்பாடுகளை செய்ய அபாகஸ் (Abacus) எனப்படும் கணக்கீட்டு கருவியை பயன்படுத்தினர். அது என்ன என்பதை பின்வரும் பகுதியில் பார்ப்போம். இருப்பினும் சிறப்பு பயிற்சி பெற்ற நபர்கள் மட்டுமே கணக்கிட இந்த கருவியை பயன்படுத்தினர்.

மேலே விவாதிக்கப்பட்ட எண் முறைகளை பார்க்கும்போது வரலாற்று ரீதியாக ஒரு முறையானது முந்தைய முறையின் மேம்பாடாக வளர்ந்தது என்று புரிந்து கொள்ளக்கூடாது. வரவிருக்கும் இம்முறைகளை படிக்கும் போதும் இந்த கருத்தை மனதில் கொள்ள வேண்டும் ஒவ்வொரு எண்முறையும் எவ்வாறு உருவானது என்பதன் உண்மையான கதை மிகவும் சிக்கலானது. மேலும் பல நேரங்களில் இது தெளிவாக தெரியவில்லை. எனவே இந்த அத்தியாயத்தில் அதை கண்டறிய முயற்சிக்க மாட்டோம்.

கண்டுபிடிப்போம்– 3.3

கணித விவாதம்

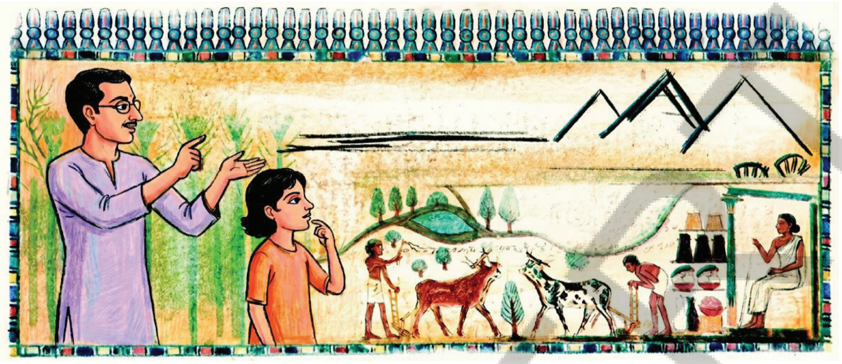
1. ரோமானிய எண் முறையுடன் ஒப்பிடும்போது இந்து எண் முறை எந்த சிறப்பு அம்சங்களை பெற்றுள்ளது என்பதை கண்டுபிடியுங்கள்?

2. Using the ideas discussed in this section, try refining the number system you might have made earlier.

Try This

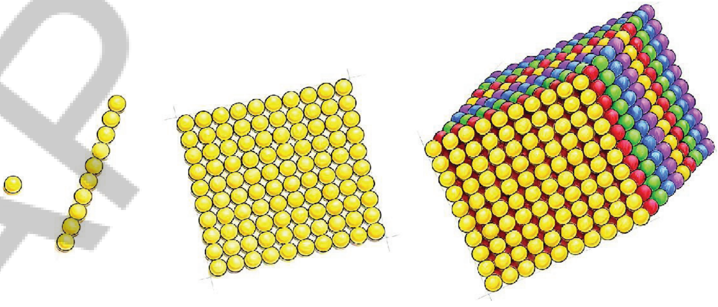
3.3 The Idea of a Base

I. The Egyptian Number System



We are now going to see a written number system that the Egyptians developed around 3000 BCE. In this system, we see the use of landmark numbers to group and represent a given number. However, what makes this system special is its sequence of landmark numbers.

Imagine making collections of pebbles. The first landmark number is 1. Group together 10 collections of the previous landmark number (1). Its size is the second landmark number which is 10. Group together 10 collections of the previous landmark number (10). Its size is the third landmark number which is $10 \times 10 = 100$, and so on.



Each landmark number is 10 times the previous one. Since 1 is the first landmark number, they are all powers of 10. The following are the symbols given to these numbers -

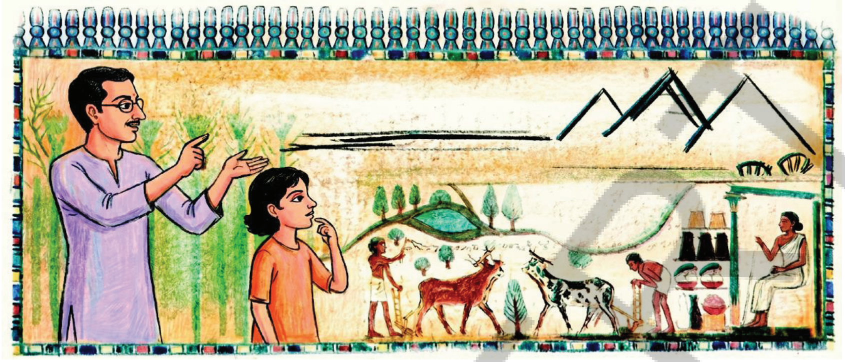
1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7

AP SCERT

2. இந்த பிரிவில் விவாதிக்கப்பட்ட யோசனைகளை பயன்படுத்தி நீங்கள் முன்பு உருவாக்கி இருக்கக்கூடிய எண் முறையை மேம்படுத்த முயற்சிக்கவும்

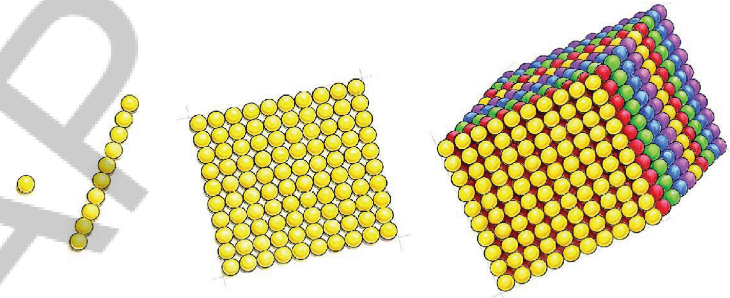
3.3 அடிமானம் என்ற கருத்து

I. எகிப்திய எண் முறை



சுமார் கி.மு. 3000 BCE எகிப்தியர்கள் உருவாக்கிய எண் முறையை இப்போது பார்க்க போகிறோம். இந்த முறையிலும் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை தொகுக்கவும் குறிக்கவும் மைல்கல் எண்கள் பயன்படுத்துவதை நாம் காண்கிறோம். இருப்பினும் இந்த முறையை சிறப்பாக்குவது அதன் மைல்கல் எண்களின் வரிசையாகும்

கூழாங்கற்களின் தொகுப்புகளை உருவாக்குவதாக கற்பனை செய்து பாருங்கள் முதல் மைல்கல் எண் 1. முந்தைய மைல்கல் எண் 1 அளவுக்கு இணையான 10 தொகுப்புகளை ஒன்றாக சேர்க்கவும். அதன் அளவு இரண்டாவது மைல்கல் எண் 10 ஆகும். மேலும் தொடர்ந்து முந்தைய மைல்கள் எண்ணின் 10 அளவுக்கு இணையான 10 தொகுப்புகளை ஒன்றாக சேர்க்கவும். அதன் அளவு மூன்றாவது மைல்கல் எண் ஆகும். இது $10 \times 10 = 100$ மற்றும் பல எண்கள் உருவாகும்.



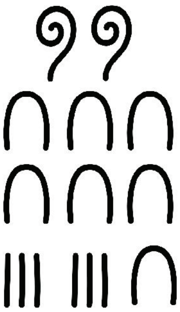
ஒவ்வொரு மைல்கல் எண்ணும் முந்தைய எண்ணை விட 10 மடங்கு அதிகம். 1 என்பது முதல் மைல் கல் எண் என்பதால் அவை அனைத்தும் பத்தின் அடுக்குகள் ஆகும். இந்த எண்களுக்கு வழங்கப்படும் குறியீடுகள் பின்வருமாறு

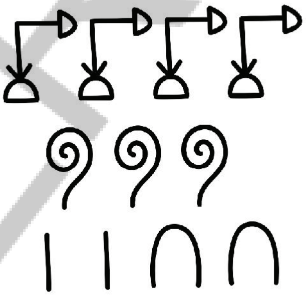
1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7

As in the case of Roman numbers, a given number is counted in groups of the landmark numbers, starting from the largest landmark number less than the given number. This is then used to assign the numeral.
For example 324 which equals 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 4 is written as.

Figure it Out - 3.4

1. Represent the following numbers in the Egyptian system: 10458, 1023, 2660, 784, 1111, 70707.
2. What numbers do these numerals stand for?

(i)


(ii)


II. Variations on the Egyptian System and the Notion of Base

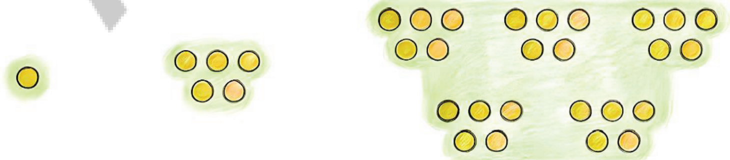
? Instead of grouping together 10 collections of size equal to the previous landmark number (as in the case of the Egyptian system), can we get a number system by grouping together 5 collections of size equal to the previous landmark number? Can this 5 be replaced by any positive integer?

Let us examine this possibility. Let 1 be the first landmark number.

Group together 5 collections of size equal to the previous landmark number (1). Its size is the second landmark number which is 5.

Group together 5 collections of size equal to the previous landmark number (5). Its size is the third landmark number which is 5 × 5 = 25.

Group together 5 collections of size equal to the previous landmark number (5). Its size is the fourth landmark number which is 5 × 25 = 125.



Thus, we have a new number system where each landmark number is 5 times the previous one. Since 1 is the first landmark number, they are all powers of 5.

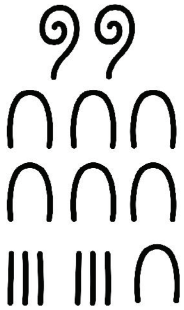
APSCERT

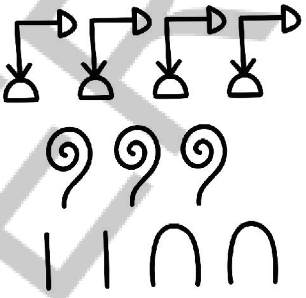
ரோமானிய எண்களைப் போலவே கொடுக்கப்பட்ட எண் மைல் கல் எண்களின் குழுக்களாக எண்ணப்படுகிறது. கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை விட சிறியதான மிகப் பெரிய மைல்கல் எண்ணில் இருந்து தொடங்குகிறது. இது எண்ணுருவை ஒதுக்க பயன்படுகிறது.

உதாரணமாக 324 இதை 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 4 என எழுதப்படுகிறது.

கண்டுபிடிப்போம்- 3.4

1. பின்வரும் எண்களை எகிப்திய முறையில் குறிக்கவும் : 10458, 1023, 2660, 784, 1111, 70707.
2. பின்வரும் எண்ணுருக்கள் எந்த எண்களை குறிக்கின்றன?

(i) 

(ii) 

II. எகிப்திய முறையில் உள்ள மாறுபாடுகள் மற்றும் அடிமானம் பற்றிய கருத்து

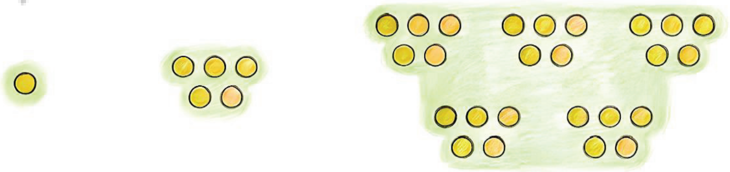
? முந்தைய மைல்கல் எண்ணுக்கு சமமான அளவிலான பத்து தொகுப்புகளை ஒன்றாக சேர்ப்பதற்கு பதிலாக (எகிப்திய முறையைப் போல) முந்தைய மைல்கல் எண்ணுக்கு சமமான அளவிலான 5 தொகுப்புகளை ஒன்றாக சேர்ப்பதன் மூலம் ஒரு எண் முறையை பெற முடியுமா? இந்த 5 ஐந்து தொகுப்பு என்பதை வேறு ஏதேனும் மிகை முழு எண்ணின் தொகுப்பாக மாற்ற முடியுமா?

இந்த சாத்தியங்களை ஆராய்வோம்

1 என்பது முதல் மைல்கல் எண்ணாக இருக்கட்டும். முந்தைய மைல்கல் எண்ணின் 1 அளவுக்கு இணையான 5 தொகுப்புகளை ஒன்றாக சேர்க்கவும் அதன் அளவு இரண்டாவது மைல்கல் எண் 5 ஆகும்.

முந்தைய மைல்கல் 5-ன் அளவுக்கு இணையான 5 தொகுப்புகளை ஒன்றாக சேர்க்கவும் அதன் அளவு மூன்றாவது மைல்கல் எண் $5 \times 5 = 25$ ஆகும்.

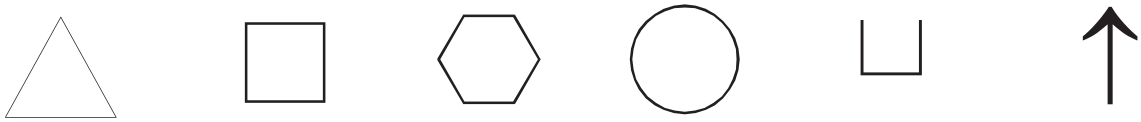
தொடர்ந்து முந்தைய மைல்கல் எண்ணின் அளவுக்கு இணையான 5 தொகுப்புகளை சேர்க்கவும் அதன் அளவு மூன்றாவது மைல் கல் எண் $5 \times 25 = 125$ ஆகும்.



இவ்வாறு ஒவ்வொரு மைல்கல் எண்ணும் முந்தைய எண்ணை விட ஐந்து மடங்கு அதிகமாக இருக்கும். ஒரு புதிய எண் முறை நம்மிடம் உள்ளது. 1 முதல் மைல்கல் எண் என்பதால் அவை அனைத்தும் ஐந்தின் அடுக்குகளாகும்.

APSCERT

$5^0 = 1$ $5^1 = 5$ $5^2 = 25$ $5^3 = 125$ $5^4 = 625$ $5^5 = 3125$



Express the number 143 in this new system.

Let us start grouping, starting with the size 53 = 125, as this is the largest landmark number smaller than 143. We get-

$$143 = 125 + 5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1.$$

So the number 143 in the new system is ○□□□△△△

Number systems having landmark numbers in which the

(a) first landmark number is 1, and

(b) every next landmark number is obtained by multiplying the current landmark number by some fixed number n is said to be a base-n number system.

The Egyptian number system is a base-10 system, and the number system that we created is a base-5 system. A base-10 number system is also called a decimal number system.

Figure it Out - 3.5

1. Write the following numbers in the above base-5 system using the symbols in Table 2: 15, 50, 137, 293, 651.
2. Is there a number that cannot be represented in our base-5 system above? Why or why not?
3. Compute the landmark numbers of a base-7 system. In general, what are the landmark numbers of a base-n system?

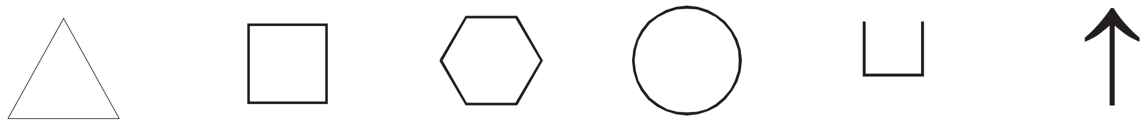
The landmark numbers of a base-n number system are the powers of n starting from $n^0 = 1, n, n^2, n^3, \ldots$

Abacus that Makes Use of the Decimal System

In around the 11th century, even the people still using the Roman numerals started using a calculating device - the abacus - constructed using a decimal system. It was a board with lines, as shown in the Fig. 3.1. Starting

APSCERT

$5^0 = 1$ $5^1 = 5$ $5^2 = 25$ $5^3 = 125$ $5^4 = 625$ $5^5 = 3125$



? 143 என்ற எண்ணை இந்த புதிய முறையில் குறித்துக் காட்டு

53 = 125 என்ற அளவுகளில் இருந்து தொகுக்க தொடங்குவோம் ஏனெனில் இது 143 விட சிறிய மேலும் இது 143-க்கு மிக நெருங்கிய மிகப்பெரிய மைல்கல் எண்ணாகும் எனவே நமக்கு கிடைப்பது ---

$$143 = 125 + 5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1.$$

எனவே புதிய முறையில் 143 என்ற எண் ○□□□△△△

மைல்கல் எண்களைக் கொண்ட எண் முறைகள் கீழ்க்கண்டவாறு இருக்கும்

(a) முதல் மைல்கல் எண் 1 ஆகவும்.

(b) ஒவ்வொரு அடுத்த மைல்கல் எண்ணும் தற்போதைய மைல்கல் எண்ணை ஏதேனும் ஒரு நிலையான n ஆல் பெருக்குவது மூலம் பெறப்படுகிறது என்றால் அது n அடிமானம் எண் முறை என்று கூறப்படுகிறது.

எகிப்திய எண் முறை அடிமானம் 10 எண் முறையாகும். மேலும் நாம் உருவாக்கிய எண் முறை 5 அடிமான எண் முறையாகும். அடிமானம் 10 எண் முறை தசம எண் முறை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

கண்டுபிடிப்போம்- 3.5

1. மேலே அட்டவணை 2 ல் உள்ள குறியீடுகளை பயன்படுத்தி, அடிமானம் 5 முறையில் பின்வரும் எண்களை எழுதுக : 15, 50, 137, 293, 651.
2. மேலே உள்ள நமது அடிமானம் - 5 முறையில் குறிக்க முடியாத எண் ஏதாவது உள்ளதா? ஏன் அல்லது ஏன் இல்லை?
3. அடிமானம் - 7 முறையின் மைல்கல் எண்களை கணக்கிடுக. பொதுவாக அடியுமானம் n முறையின் மைல்கல் எண்கள் யாவை?

   அடிமானம் - n எண் முறையில் மைல்கல் எண்கள் n^0 இருந்து தொடங்கும் n ன் அடுக்குகள் ஆகும். அதாவது $n^0 = 1, n, n^2, n^3, \ldots$

தசம எண் முறையை பயன்படுத்தும் அபாகஸ்

சுமார் 11 ஆம் நூற்றாண்டில் ரோமானிய எண்களை பயன்படுத்தி கொண்டிருந்த மக்களும் ஒரு கணக்கீட்டு கருவியை பயன்படுத்த தொடங்கினர். அபாகஸ் எனப்படும் இந்த கணக்கீட்டு கருவி தசம எண் முறையை பயன்படுத்தி உருவாக்கப்பட்டது. இது படம் 3.1 ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி கோடுகளை கொண்ட ஒரு பலகையாகும்.

AP SCERT

from the line that stood for 1, each successive line stood for a successive power of 10.

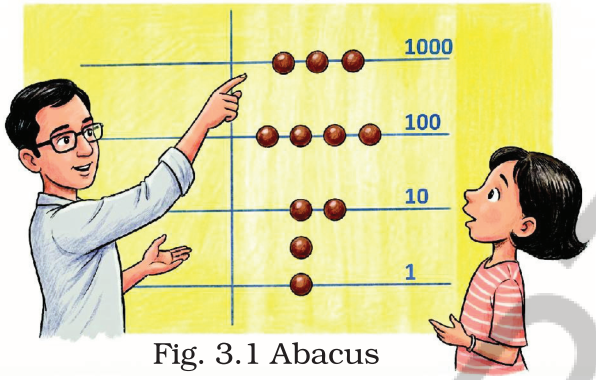


Fig. 3.1 Abacus

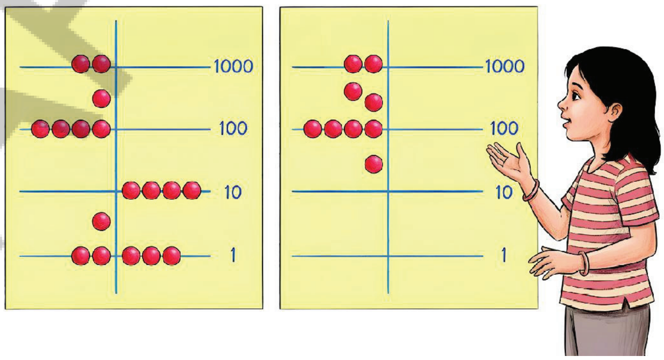
Numbers were represented in it as follows: the given number was first grouped into the landmark numbers (powers of 10), in exactly the same way we have been grouping them so far. For each power of 10, as many counters were placed on its line as the number of times it occurred in the grouping. The presence of a counter above a line contributed a value of 5.

For example let us take the number 3426. It can be grouped as

3426 = 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10+ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

This number was represented as shown in Fig. 3.1. Notice how the 6 ones are represented.

To get an idea of how the abacus was used for calculations, let us consider a simple addition problem: 2907 + 43. The two numbers were taken on either side of the vertical partition.

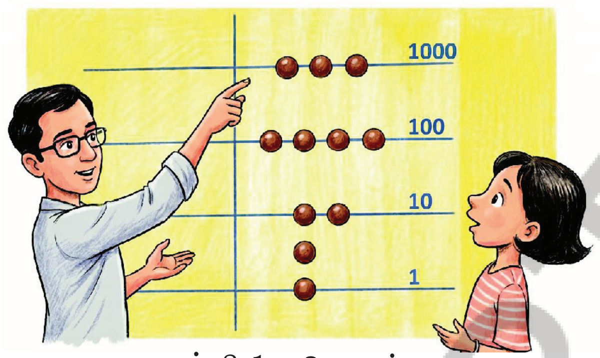


How would you use this to find the sum?

The counters along each line were brought together. What is to be done if the total in a line exceeded 10?

AP SCERT

1 ஐ குறிக்கும் கோட்டில் இருந்து தொடங்கி ஒவ்வொரு அடுத்தடுத்த கோடும் பத்தின் அடுத்தடுத்த அடுக்கை குறிக்கிறது.



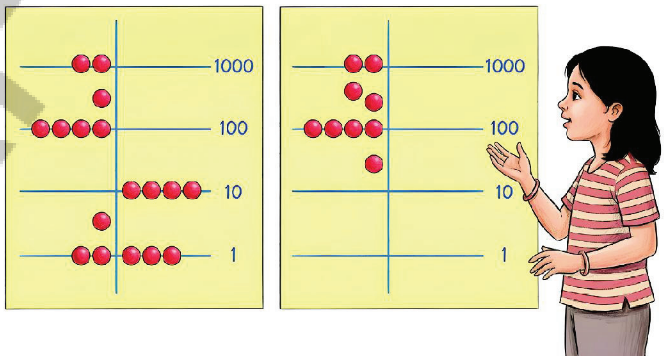
படம் 3.1 : அபாகஸ்

அதில் எண்கள் பின்வருமாறு குறிக்கப்பட்டன கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை முதலில் மைல்கல் எண்களாக (பத்தின் அடுக்குகளாக) தொகுக்கப்பட்டது. இது நாம் இதுவரை தொகுத்த அதே முறையில் தான், 10-ன் ஒவ்வொரு அடுக்கும் தொகுப்பில் அது எத்தனை முறை நிகழ்ந்ததோ அத்தனை மணிகள் (counters) அதன் கோட்டில் வைக்கப்பட்டன. ஒரு கோட்டிற்கு மேலே ஒரு மணி இருப்பது 5-ன் மதிப்பை குறித்தது.

உதாரணமாக 3426 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம். இதை இவ்வாறு தொகுக்கலாம்.

$3426 = 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$

இந்த எண் படம் 3.1-இல் காட்டியுள்ளபடி குறிக்கப்பட்டது. ஆறு ஒன்றுகள் எப்படி குறிக்கப்பட்டுள்ளன என்பதை கவனியுங்கள் கணக்கீடுகளுக்கு அபாகஸ் எவ்வாறு பயன்படுத்தப்பட்டது என்பதை பற்றிய ஒரு யோசனையை பெற ஒரு எளிய கூட்டல் கணக்கை கருத்தில் கொள்வோம் : 2907 + 43. இரண்டு எண்களுக்கும் செங்குத்து பகிர்வுக்கு இருபுறமும் எடுக்கப்பட்டன.



கூடுதலை கண்டுபிடிக்க இதை எப்படி பயன்படுத்திவீர்கள்?

ஒவ்வொரு கோட்டிலும் உள்ள மணிகளை ஓரிடத்திற்கு கொண்டுவரப்பட்டன. ஒரு கோட்டில் உள்ள மொத்தம் பத்து தாண்டினால் என்ன செய்வது?

AP SCERT

Hint: In this problem, the 7 ones and the 3 ones together make 10 ones which contributes a counter to the line representing 10s.

III. Shortcomings of the Egyptian System

Despite being a number system that enabled relatively efficient number representations for numbers till a crore (10^7), and relatively easy computations, the Egyptian system had a drawback.

If larger and larger numbers needed to be represented, then there was a need for inventing an unending sequence of symbols for higher and higher powers of 10. Here we see the original challenge of number representation resurfacing in a different form!

The next and the final idea in the history of the evolution of number systems not only solves this problem but also remarkably simplifies number representation and computations!

Figure it Out - 3.6

1. Can there be a number whose representation in Egyptian numerals has one of the symbols occurring 10 or more times? Why not?
2. Create your own number system of base 4, and represent numbers from 1 to 16.
3. Give a simple rule to multiply a given number by 5 in the base-5 system that we created.

3.4. Place Value Representation

I. The Mesopotamian Number System

AP SCERT

குறிப்பு இந்த கணக்கில் 7 ஒன்றுகளும் 3 ஒன்றுகளும் சேர்ந்து 10 ஒன்றுகளை உருவாக்குகின்றன இது பத்தை குறிக்கும் கோட்டிற்கு ஒரு மணியை அளிக்கிறது.

III. எகிப்திய எண்முறையின் குறைபாடுகள்

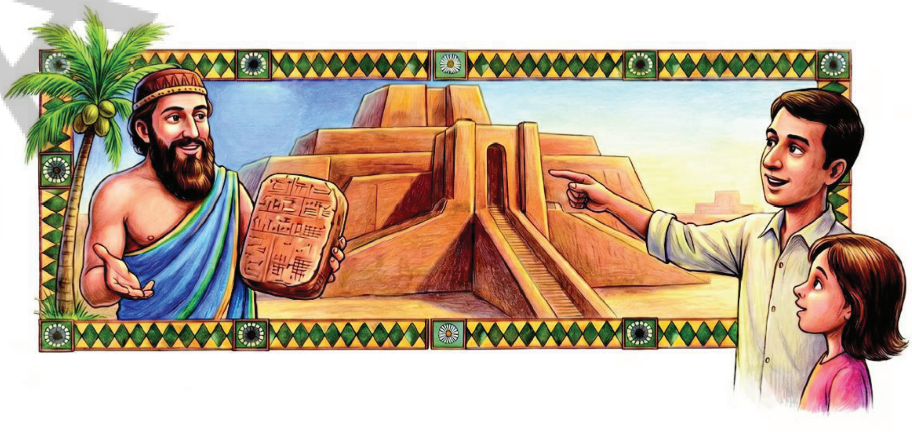
எகிப்திய எண் முறையில் ஒரு கோடி (10^7) வரையிலான எண்களுக்கு ஒப்புமையில் திறமையான எண் பிரதிநிதித்துவங்களை சாத்தியமாக்கிய ஒரு எண்முறையாகவும் கணக்கீடுகளை ஒப்பிட்டளவில் எளிதாக்கிய முறையாகவும் இருந்த போதிலும் எகிப்திய எண் முறை ஒரு குறைபாட்டை கொண்டிருந்தது. பெரிய எண்களை குறிக்க வேண்டி இருந்ததால் பத்தின் உயர்ந்த அடுக்குகளுக்கு குறியீடுகளின் முடிவற்ற வரிசையை கண்டுபிடிக்க வேண்டிய அவசியம் இருந்தது. எண்களின் பிரதிநிதித்துவத்தின் உண்மையான சவால் இங்கே வேறு வடிவில் மீண்டும் எழுவதை நாம் காண்கிறோம். எண்முறைகளின் பரிணாம வளர்ச்சியின் வரலாற்றில் அடுத்த மற்றும் இறுதி ஆலோசனை இந்த சிக்கலை தீர்ப்பது மட்டுமல்லாமல் எண்களின் பிரதிநிதித்துவத்தையும் கணக்கீடுகளையும் வியக்கத்தக்க வகையில் எளிதாக்குகிறது.

கண்டுபிடிப்போம்- 3.6

1. எகிப்திய எண் முறையில் ஏதாவது ஒரு குறியீட்டை 10 அல்லது அதனை விட அதிகமான முறையில் குறித்துக் காட்டுவது சாத்தியமாகுமா? ஆகாதா ஏன்?
2. அடிமானம் 4 - ஐ வைத்து ஒரு சொந்த எண் முறையை நீங்களே உருவாக்க முயற்சி செய்யுங்கள் மேலும் 1 முதல் 16 வரையிலான எண்களை குறித்துக் காட்டவும்?
3. நாம் ஏற்கனவே உருவாக்கிய அடிமானம் - 5 முறையில் கொடுக்கப்பட்ட ஒரு எண்ணை 5-ஆல் பெருக்க ஒரு எளிய விதியை உருவாக்கவும்.

3.4. இட மதிப்பு முறை

I. மெசபடோமியா எண் முறை



In the beginning, the number system used in ancient Mesopotamia had different symbols for different landmark numbers. In later times, it became a base-60 system, also called the sexagesimal system, with a very efficient number representation.

It has puzzled many why they chose base 60. Different theories exist to explain this, ranging from the connection between 60 and the periods of some important events (like the length of their lunar month which had 30 days, or the time taken for the Sun to complete one revolution around the Earth when Earth is taken to be stationary), the ease of representing fractions (we will not go into this here), their earlier sequence of landmark numbers - 1, 10, 60, 600, 3600, 36000,... - getting reduced to only the powers of 60, and so on.

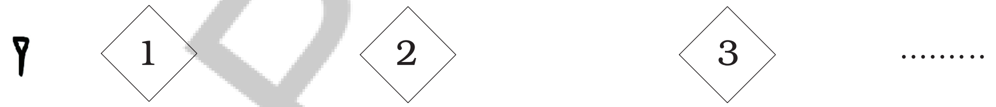
The influence of the Mesopotamian sexagesimal system, also known as the **Babylonian number system**, can be seen even now in our units of time measurements - 1 hour = 60 minutes and 1 minute = 60 seconds.

This system used the symbol 𒁹 for 1 and 𒌋 for 10.

Let us now briefly pause on the study of their number system, and ideate on how one can build an efficient number system using the Mesopotamian features seen so far.

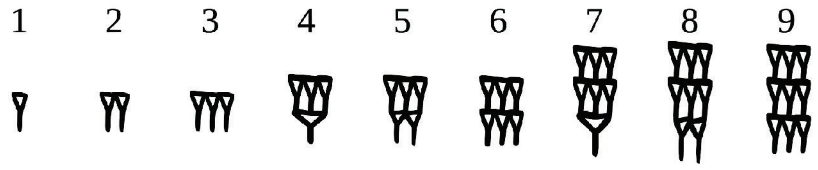
Let us give our own symbols to their landmark numbers -

1 60 $60^2 = 3600$ $60^3 = 216000$



Note that we have actually used Indian numerals in creating these symbols. We could have invented our own symbols but for the sake of easy recall and use, we have chosen to take help of the familiar numerals 1, 2, 3, ...

Using 𒁹 and 𒌋 , numbers from 1 to 59 can be represented -



AP SCERT

தொடக்கத்தில் பண்டைய மெசபடோமியாவில் பயன்படுத்தப்பட்ட எண் முறை வெவ்வேறு மைல்கல் எண்களுக்கு வெவ்வோறு குறியீடுகளைக் கொண்டிருந்தது. பிற்காலத்தில் இது அடிமானம் 60 முறையாக மாறியது. இது அறுபதின்ம முறை என்றும் (Sexagesimal decimal system) அழைக்கப்படுகிறது. இது எண்களை பிரதிநிதிப்படுத்துவதில் திறம்பட இருந்தது.

அவர்கள் ஏன் அடிமானம் - 60 தேர்தெடுத்தார்கள் என்பது பலரை வியக்க வைத்தது. இதை விளக்குவதற்கு பல்வேறு கோட்பாடுகள் உள்ளன. அவை 60-க்கு சில முக்கியமான நிகழ்வுகளின் காலங்களுக்கும் (30 நாட்களைக் கொண்ட அவர்களின் சந்திர மாதத்தின் நீளம் அல்லது பூமி நிலையாக இருப்பதாக எடுத்துக் கொள்ளப்படும் போது, சூரியன் பூமி ஒரு முறை சுற்றிவர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் போன்றவை) உள்ள தொடர்பு, பின்னங்களை குறிக்கும் எளிமை (இதை நாம் இங்கு பார்க்க போவதில்லை) அவர்களின் முந்தைய மைல்கள் எண்களின் தொடர்- 1, 10, 60, 600, 3600, 36000,... - 60-ன் அடுக்குகளாக குறைக்கப்பட்டது ஆகியவை.

மெசபடோமியா அறுபதின்ம முறையின் செல்வாக்கை பாபிலோனியா எண் முறை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. இன்று நமது நேர அளவீட்டு முறையில் அறுபதின்ம முறையை காணலாம். ஒரு மணி நேரம்=60 நிமிடங்கள் மற்றும் ஒரு நிமிடம்=60 வினாடிகள்.

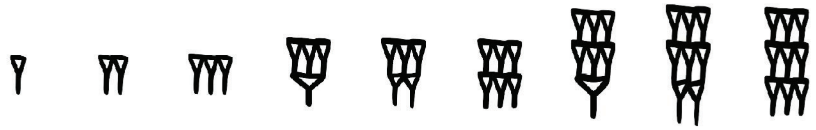
இந்த முறை ஒன்றுக்கு மற்றும் பத்துக்கு குறியீட்டை பயன்படுத்துகிறது. மெசபடோமியா எண் முறையை குறித்து விவாதிப்பதை சுருக்கமாக நிறுத்திவிட்டு இதுவரை பார்த்த மெசபடோமியா அம்சங்களை பயன்படுத்தி எவ்வாறு ஒரு எண் முறையை உருவாக்க முடியும் என்பதை பற்றி சிந்திப்போம். அவர்களின் மைல்கல் எண்களுக்கு நாமே சில குறியீடுகளை வழங்குவோம்.

1	60	$60^2 = 3600$	$60^3 = 216000$	
	◇1	◇2	◇3	....

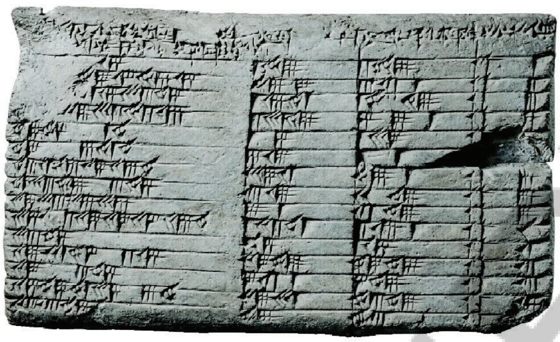
இந்தக் குறியீடுகளை உருவாக்க நாம் உண்மையில் இந்திய எண்களை பயன்படுத்தி உள்ளோம் என்பதை கவனியுங்கள். நாம் நமது சொந்தக் குறியீடுகளை கண்டுபிடித்திருக்கலாம். ஆனால் எளிதில் நினைவில் வைத்துக்கொள்ள 1, 2, 3, ... என்ற பழக்கமான எண்களின் உதவியை நாம் தேர்ந்தெடுத்துள்ளோம்.”

மற்றும் பயன்படுத்தி 1 முதல் 59 வரையிலான எண்களை குறித்து காட்டலாம்–

1 2 3 4 5 6 7 8 9



AP SCERT



Reproduction of a Mesopotamian Tablet

Example : Let us represent the number 640 in this system.

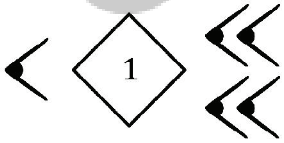
Grouping it into landmark numbers, we see that

$$640 = (10) \times 60 + 40.$$

If we use the Egyptian idea, this number would be represented using 10 s, and 40 would be represented using 4 s.

Can we represent this more compactly?

We can simply represent this number as

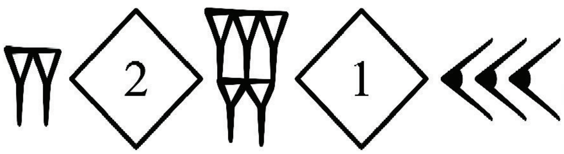


which can be read as ten 60s and one 40, just as we have written in the equation.

Example: Let us try another number - 7530.

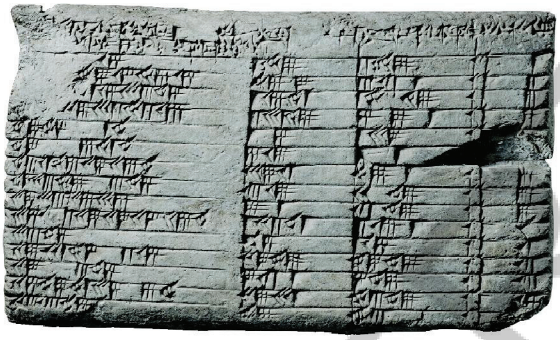
$$7530 = (2) \times 3600 + (5) \times 60 + 30$$

So, its representation would be



AP SCERT

10 11 12 20 30 40 50 59



மெசபடோமிய களிமண் பலகையின் பிரதிபலிப்பு

உதாரணம்: இந்த முறையில் 640 என்ற எண்ணை குறிப்போம்

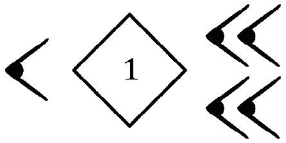
மைல்கல் எண்ணாக தொகுக்கும்போது நாம் இதை பார்க்கிறோம்

$$640 = (10) \times 60 + 40.$$

நாம் எகிப்திய எண் மொழியை பயன்படுத்தினால் இந்த எண்ணை 10 களால் குறிப்பர். 40 ஐ குறிக்க 4 களையும் பயன்படுத்தி குறிப்பர்.

இதை நாம் இன்னும் சுருக்கமாக பிரதிநிதித்துவப்படுத்த முடியுமா?

இந்த எண்ணை நாம் எளிமையாக இவ்வாறு குறிக்கலாம்.

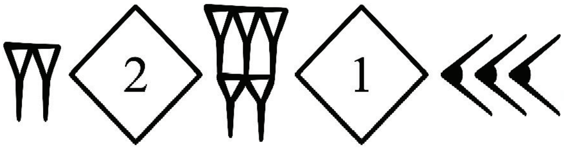


நாம் சமன்பாட்டில் எழுதி இருப்பது போல இதை பத்து 60-கள் மற்றும் 40 ஒன்றுகள் என படிக்கலாம்.

உதாரணமாக: 7530 என்ற மற்றொரு எண்ணை முயற்சிப்போம்.

$$7530 = (2) \times 3600 + (5) \times 60 + 30$$

எனவே அதன் பிரதிநிதித்துவம்,



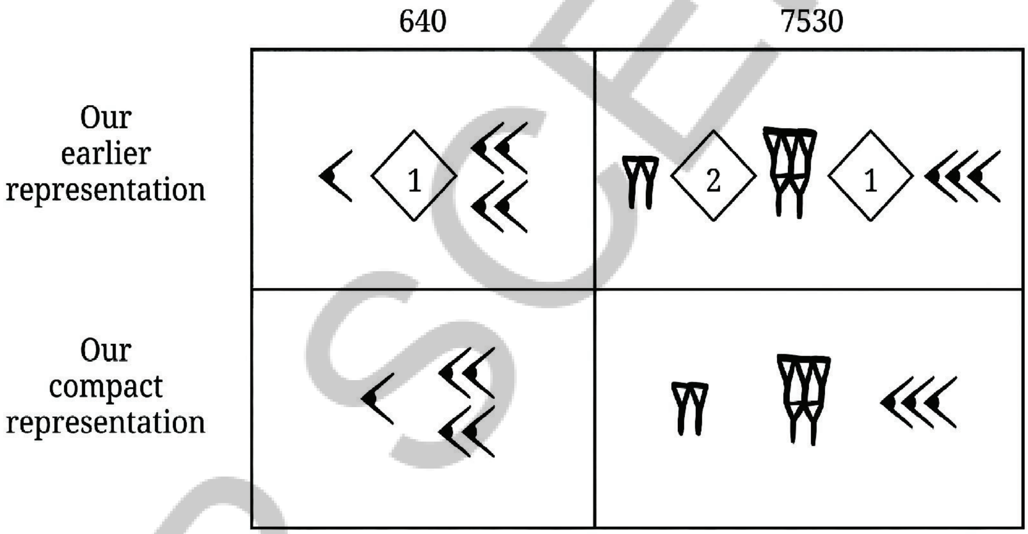
AP SCERT

Note that when a number is grouped into powers of 60 for its representation, no power of 60 can occur 60 or more times. If this happens, then 60 of them can be grouped to form the next power of 60. For example, consider the expression -

$$
\begin{aligned}
(1) \times 3600 + (70) \times 60 + 2 &= (1) \times 60^2 + (60 + 10) \times 60 + 2 \\
&= (1) \times 60^2 + 60^2 + (10) \times 60 + 2 \\
&= (2) \times 60^2 + (10) \times 60 + 2
\end{aligned}
$$

Therefore, any number can be represented using the numerals from 1 - 59, along with the numerals for landmark numbers.

Now, what if we make the representation even more compact by dropping the symbols for the different powers of 60 altogether?



This is exactly what the Mesopotamians did! In their numeral, the rightmost set of symbols showed the number of 1s, the set of symbols to its left showed the number of 60s, the next showed the number of 3600s and so on. Whenever there was no occurrence of a power of 60, a blank space was given in that position.

It does not seem that the Mesopotamians arrived at this idea in the same way we did. Some scholars suggest that the similarity of symbols given to the landmark numbers 1 and 60 in their earlier number system, and an accidental usage of them, might have made them stumble upon this idea.

AP SCERT

ஒரு எண்ணை அதன் பிரதிநிதித்துவத்திற்காக 60-ன் அடுக்குகளாக தொகுக்கும்போது 60 - ன் எந்த அடுக்கும் 60 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட முறை நிகழ முடியாது என்பதை கவனியுங்கள். அப்படி ஏற்பட்டால் அடுத்த 60 அடுக்கை உருவாக்க அவற்றில் அறுவதை தொகுக்கலாம். உதாரணமாக இந்த குறிப்பை கருத்தில் கொள்ளவும்

$$\begin{aligned}(1) \times 3600 + (70) \times 60 + 2 &= (1) \times 60^2 + (60 + 10) \times 60 + 2 \\ &= (1) \times 60^2 + 60^2 + (10) \times 60 + 2 \\ &= (2) \times 60^2 + (10) \times 60 + 2\end{aligned}$$

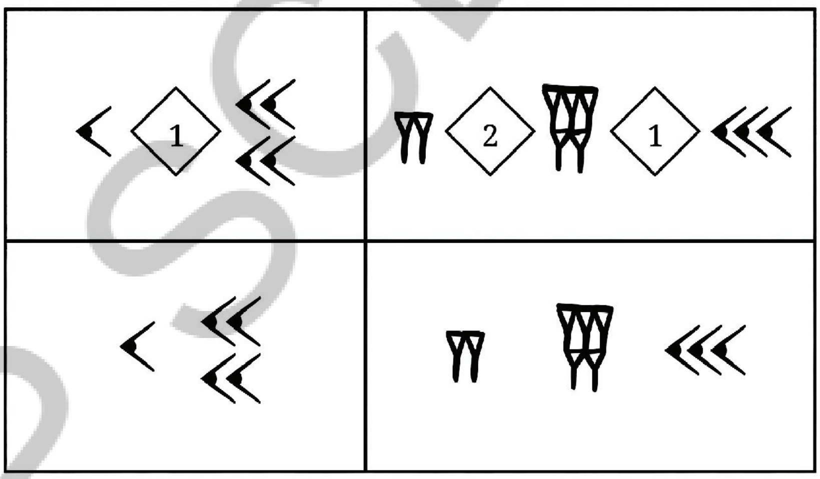
எனவே இந்த ஒரு எண்ணையும் 1 முதல் 59 வரையிலான எண்களை பயன்படுத்தி குறிக்கலாம். அவற்றின் மைல்கல் எண்களுக்கான குறியீடுகளையும் பயன்படுத்தலாம்.

இப்போது 60-ன் வெவ்வேறு அடுக்குகளுக்கான குறியீடுகளை முற்றிலுமாக விட்டு விடுவதன் மூலம் பிரதிநிதித்துவத்தை இன்னும் சுருக்கமாக மாற்றினால் என்ன நிகழும்?

640 7530

நமது முந்தைய பிரதிநிதித்தவம்

நமது சுருக்கமான பிரதிநிதித்துவம்



நாம் செய்தது போலவே மெசபடோமியர்களும் இவ்வாறே செய்தார்கள். அவர்களின் இம்முறைகளில் வலப்புறம் உள்ள குறியீடுகளின் தொகுப்பு 1-களின் எண்ணிக்கையை காட்டியது. இடப்புறத்தில் உள்ள குறியீடுகளின் தொகுப்பு 60-களின் எண்ணிக்கை காட்டியது. அடுத்து 3,600-களின் எண்ணிக்கையை காட்டியது. இதுபோல மேலும் பல மதிப்புகளுக்கு நீட்டிக்கப்பட்டது. 60-ன் அடுக்கு நிகழாத போதெல்லாம் அந்த இடத்தில் ஒரு வெற்றிடம் கொடுக்கப்பட்டது.

மெசபடோமியர்கள் நாம் செய்த அதே வழியில் தான் இந்த யோசனையை அடைந்தார்கள் என்று தோன்றவில்லை. அவர்களின் முந்தைய எண் முறையில் மைல்கல் எண்களாக 1 மற்றும் 60-க்கு வழங்கப்பட்ட குறியீடுகளின் ஒற்றுமையையும் அவற்றின் தற்செயலான பயன்பாடும் இந்த யோசனையை அவர்கள் தற்செயலாக கண்டறிய செய்திருக்கலாம் என்று சில அறிஞர்கள் கருதுகின்றனர்.

APSCERT

Figure it Out - 3.7

1. Represent the following numbers in the Mesopotamian system -

   (i) 63   (ii) 132   (iii) 200   (iv) 60   (v) 3605

Thus, we can see how the Mesopotamian system removes the need for generating an unending sequence of symbols for the landmark numbers by making use of the positions where the symbols are written. Such a number system (having a base) that makes use of the position of each symbol in determining the landmark number that it is associated with is called a **positional number system   a place value system.**

This idea of place value marks the highest point in the history of evolution of number systems, and gives a very elegant solution to the problem of representing the unending sequence of numbers using only a finite number of different symbols!

The Mesopotamian system however cannot be considered a fully developed place value system. It has certain defects that lead to confusion while reading a number.

? Look at the representation of 60. What will be the representation for 3,600?

While writing the numerals, the spacing between symbols was not given the way we are giving it here. It was also difficult to maintain a consistent spacing for blanks across different manuscripts written by different people. These created ambiguities. For example, consider the representations of the following numbers -

Numbers	1	60	3600	12	602	36002
Our representation						
Mesopotamian representation						

AP SCERT

கண்டுபிடிப்போம் - 3.7

1. மெசபடோமிய முறையில் பின்வரும் எண்களை குறிக்கவும் -

(i) 63 (ii) 132 (iii) 200 (iv) 60 (v) 3605

இவ்வாறு குறியீடுகள் எழுதப்படும் இடங்களை பயன்படுத்துவதன் மூலம் மைல்கல் எண்களுக்கான முடிவற்ற குறியீடுகளின் வரிசையை உருவாவதற்கான தேவையை மெசபடோமியா எண் முறை எவ்வாறு நீக்குகிறது என்பதை நாம் பார்க்கலாம். ஒரு குறியீட்டோடு தொடர்புடைய மைல்கல் எண்ணை தீர்மானிப்பதில் ஒவ்வொரு குறியீட்டின் இடத்தையும் பயன்படுத்தும் அத்தகைய எண் முறை (ஒரு அடிமானத்தை கொண்டது) இட மதிப்பு முறை(positional number system/place value system) என்று அழைக்கப்படுகிறது.

இடமதிப்பு என்ற இந்த யோசனை எண் முறையின் பரிணாம வளர்ச்சியின் வரலாற்றில் மிக முக்கிய இடத்தை பெறுகிறது. மேலும் வரையறுக்கப்பட்ட எண்ணிக்கையிலான வெவ்வேறு குறியீடுகள் மட்டுமே பயன்படுத்தி எண்களின் முடிவற்ற வரிசையை குறிக்கும் சிக்கலுக்கு மிகவும் நேர்த்தியான ஒரு தீர்வை இது வழங்கியது.

இருப்பினும் மெசபடோமிய முறையை முழுமையான இடமதிப்பு முறை என்று கருத முடியாது. ஏனெனில், ஒரு எண்ணை படிக்கும் போது குழப்பத்தை ஏற்படுத்தும் சில குறைபாடுகள் அதில் காணப்பட்டன.

? 3,600 குறித்துக் காட்டும் முறையில் 60 - ன் பிரதிநிதித்துவத்தை கவனியுங்கள்.

எண்களை எழுதும் போது குறியீடுகளுக்கு இடையிலான இடைவெளி இங்கு நாம் கொடுப்பது போல சீராக கொடுக்கப்படவில்லை. வெவ்வேறு நபர்களால் எழுதப்பட்ட வெவ்வேறு கையெழுத்து பிரதிகளில் வெற்றிடங்களுக்கு நிலையான ஒரு இடைவெளியை பின்பற்றுவது கடினமாக இருந்தது. இது குழப்பங்களை உருவாக்கியது உதாரணமாக பின்வரும் எண்களின் பிரதிநிதித்துவங்களை கவனியுங்கள்-

எண்கள்	1	60	3600	12	602	36002
நமது பிரதிநிதித்துவம்	𒁹	𒁹	𒁹	𒌋𒁹𒁹	𒌋𒁹𒁹	𒌋𒁹𒁹
மெசபடோமியா பிரதிநிதித்துவம்	𒁹	𒁹	𒁹	𒌋𒁹𒁹	𒌋𒁹𒁹	𒌋𒁹𒁹

APSCERT

Because of the ambiguity in finding which symbols correspond to which powers of 60, the same numeral can be read in different ways. Even in our representation which uses uniform spacing between symbols for different powers of 60, it is difficult to know the number of blanks between two sets of symbols, as in the representation of 36002.

To address the issue arising out of blank spaces, the later Mesopotamians used a brilliant idea of assigning a 'placeholder' symbol 𒑱 to denote a blank space. This is like the 0 (zero) we use in our system. Thus, zero - the symbol that shows nothingness - is indispensable as a placeholder in a place value system in which numbers are written in an unambiguous manner.

Even with the problem arising out of blank spaces solved, other ambiguities still remained in the system. For example, the placeholder symbol was primarily used in the middle of numbers and not at the end; so they would not use it to represent a number like (what we would write as) 3600.

II. The Mayan Number System

In Central America, there flourished a civilisation known as the Mayan civilisation that made great intellectual and cultural progress between the 3rd and 10th centuries CE. Among their intellectual achievements stands their place value system designed independently of those in Asia. They also made use of a placeholder symbol, for the modern-day '0', that looked like a seashell.

எந்தக் குறியீடுகள் 60-ன் எந்த அடுக்குகளுக்கு ஒத்திருக்கின்றன என்பதை கண்டறிவதில் உள்ள குழப்பத்தின் காரணமாக ஒரே எண்ணை வெவ்வேறு வழிகளில் படிக்கலாம். 60-ன் வெவ்வேறு அடுக்குகளுக்கான குறியீடுகளுக்கு இடையில் சீரான இடைவெளியை பயன்படுத்தும் நமது பிரதிநிதித்துவத்திலும் கூட 36002 பிரதிநிதித்துவத்தில் உள்ளதை போல இரண்டு குறியீட்டு தொகுப்புகளுக்கு இடையே உள்ள வெற்று இடங்களின் எண்ணிக்கையை அறிவது கடினம்.

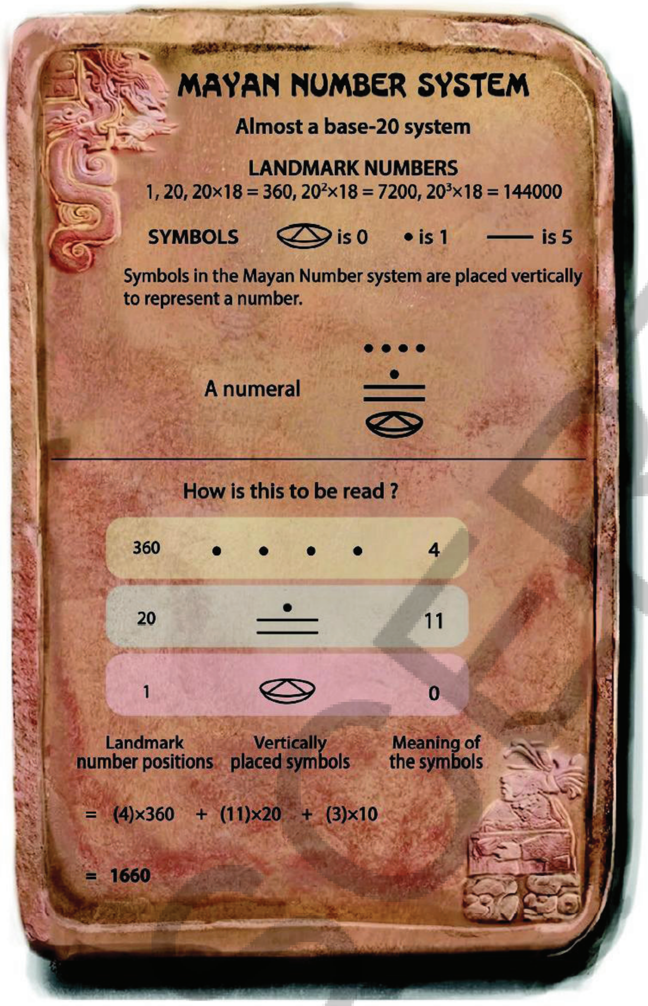
வெற்று இடங்களால் ஏற்படும் சிக்கலை தீர்க்க பிற்கால மெசபடோமியர்கள் வெற்று இடத்தை குறிக்க ஒரு இடநிரப்பி குறியீட்டை ஒதுக்கும் ஒரு அற்புதமான யோசனையை பயன்படுத்தினர். இது நாம் நமது எண் முறையில் பயன்படுத்தும் பூஜ்ஜியம் (0) போன்றது. இவ்வாறு எண்களை குழப்பம் இல்லாத முறையில் எழுத இடமதிப்பு முறையில் இட நிரப்பியாக பூஜ்ஜியம் (ஏதுமில்லாததை) காட்டும் குறியீடு முக்கியமானது.

வெற்று இடங்களால் ஏற்படும் சிக்கல் தீர்க்கப்பட்டாலும் பிற குழப்பங்கள் இன்னும் அந்த முறையில் இருந்தன. உதாரணமாக இடநிரப்பி குறியீடு முதன்மையாக எண்களின் நடுவில் பயன்படுத்தப்பட்டது மற்றும் முடிவில் பயன்படுத்தப்படவில்லை. எனவே நாம் 3600 என்று எழுதும் ஒரு எண்ணைக் குறிக்க அவர்கள் அதை பயன்படுத்தி இருக்க மாட்டார்கள்.

II. மாயன் எண் முறை

மத்திய அமெரிக்காவில் கி.பி.3 மற்றும் 10 - ம் நூற்றாண்டுகளுக்கு இடையில் மாயன் நாகரீகம் என்று அறியப்பட்ட ஒரு நாகரிகம் செழித்தோங்கியது. அது பெரும் அறிவுசார் மற்றும் கலாச்சார முன்னேற்றத்தை அடைந்தது. அவர்களின் அறிவு சார் சாதனைகளில் ஆசியா முறைகளுடன் தொடர்புடையதாக அல்லாமல் சுயமாக வடிவமைக்கப்பட்ட அவர்களின் மதிப்பு முறை நிற்கிறது. அவர்களும் நவீன முறையில் 0-க்கு இடநிரப்பி குறியீட்டை பயன்படுத்தினர். அது ஒரு கடற் சிப்பியை போல் இருந்தது.

APSCERT



Here we find a puzzling phenomenon. Why was their third landmark number 360 rather than 400? Some scholars feel that this might have something to do with their calendars.

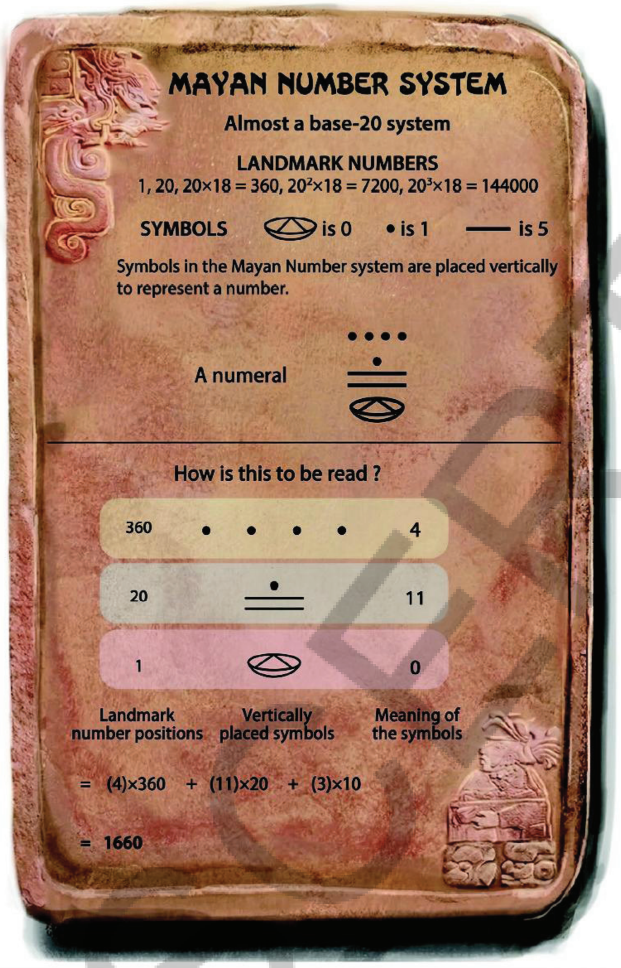
They used a dot for 1, and a bar — for 5. These were used to denote numbers from 1 to 19.

The symbols associated with different landmark numbers were written one below the other with the lowermost set of symbols corresponding to the number of 1s, the set above corresponding to the number of 20s, the set above to the number of 360s and so on.

? Represent the following numbers using the Mayan system:

(i) 77 (ii) 100 (iii) 361 (iv) 721

Because the Mayan system is not an actual base-20 system, it lacks the advantages that a system with a base has for computations. Nevertheless,



இங்கே ஒரு குழப்பமான நிகழ்வை காண்கிறோம். அவர்களின் மூன்றாவது மைல்கல் எண் 400-க்கு பதிலாக ஏன் 360-ஆக இருந்தது. இது அவர்களின் நாட்காட்டிகளுடன் தொடர்புடையதாக இருக்க வேண்டும் என்று சில அறிஞர்கள் கருதுகின்றனர்.

அவர்கள் 1 குறிக்க புள்ளியையும் 5 ஐ குறிக்க — ஒரு கோட்டையும் பயன்படுத்தினர் இவை 1 முதல் 19 வரையிலான எண்களை குறிக்க பயன்படுத்தப்பட்டன.

வெவ்வேறு மைல்கல் எண்களுடன் தொடர்புடைய குறியீடுகள் ஒன்றின் கீழ் ஒன்றாக எழுதப்பட்டன குறியீடுகளின் மிக கீழான தொகுப்பு 1-களின் எண்ணிக்கையை குறிக்கிறது. அதற்கு மேலே உள்ள தொகுப்பு 20-களின் எண்ணிக்கையை குறிக்கிறது. அதற்கு மேலே உள்ள தொகுப்பு 360-களின் எண்ணிக்கையை குறிக்கிறது மற்றும் இவ்வாறாக தொடர்ந்து விரிவாக்கப்பட்டது.

? பின்வரும் எண்களை மாயன் எண் முறையில் குறிக்கவும்

(i) 77 (ii) 100 (iii) 361 (iv) 721

உண்மையில் மாயன் எண் முறை அடிமானம் - 20 முறை அல்ல என்பதால் அடிமானத்தைக் கொண்ட ஒரு எண் முறைகளுக்கு தேவையான கணக்கீட்டு நன்மைகள் இதில் இல்லை. ஆயினும்

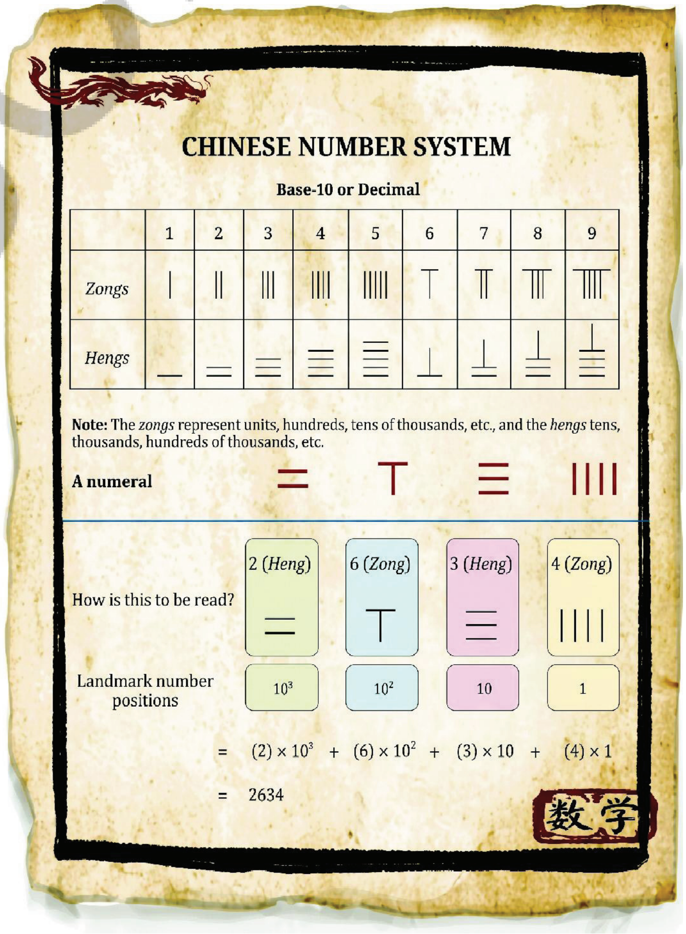
their place value notation and their use of a placeholder symbol for zero is considered an important advance in the history of number systems.

A curious fact is that we can still find the use of base-20 in the number names of some European languages.

III. The Chinese Number System

The Chinese used two number systems - a written system for recording quantities, and a system making use of rods for performing computations. The numerals in the rod-based number system are called **rod numerals**. Here we discuss the rod numerals, which are more efficient in writing and computing with numbers than the written system of the Chinese.

The rod numerals developed in China by at least by 3rd century AD and were used till the 17th century. It was a decimal system (base-10). The symbols for 1 to 9 were as follows :



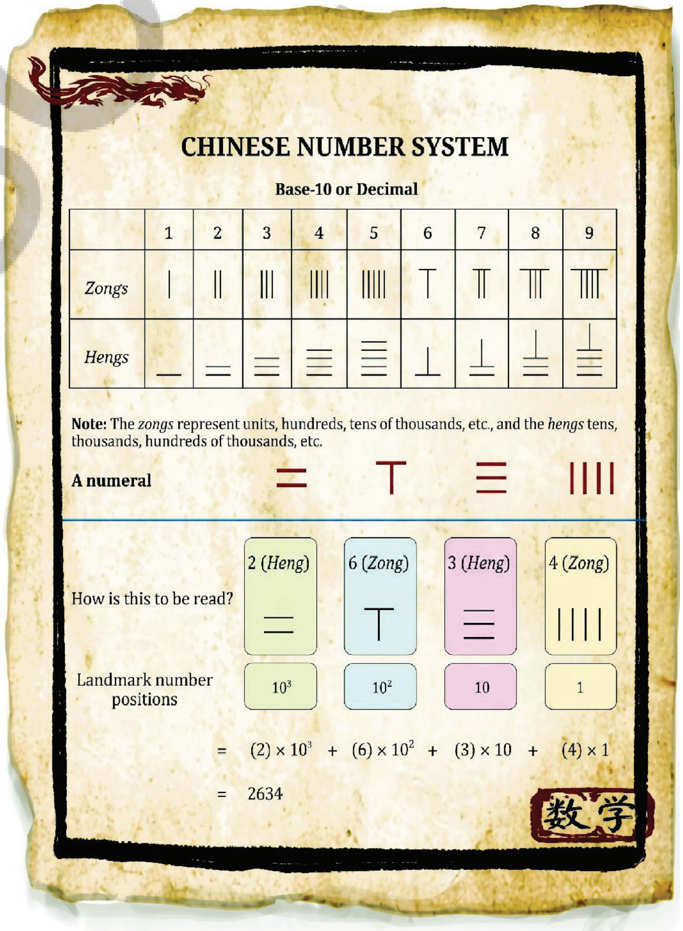
கூட அவர்களின் இடமதிப்பு குறியீட்டு முறை மற்றும் பூஜ்ஜியத்திற்கான இடநிரப்பி குறியீட்டின் பயன்பாடு ஆகியவை எண் முறைகளின் வரலாற்றில் ஒரு முக்கியமான முன்னேற்றமாக கருதப்படுகிறது.

ஒரு சுவாரசியமான உண்மை என்னவென்றால் ஐரோப்பிய மொழிகளின் எண்களின் பெயர்களில் அடிமானம் 20 பயன்பாட்டை நாம் இன்னும் காணலாம்.

III. சீன எண் முறை

சீனர்கள் இரண்டு எண் முறைகளை பயன்படுத்தினர். அளவைகளை பதிவு செய்வதற்கான எழுதப்பட்ட முறை மற்றும் கணக்கீடுகளை செய்வதற்காக குச்சிகளை பயன்படுத்தும் முறை ஆகியவை. குச்சிகளை அடிப்படையாகக் கொண்ட எண் முறையில் உள்ள எண்கள் குச்சி எண்கள் (Rod Numerals) என்று அழைக்கப் படுகின்றன இங்கு நாம் குச்சி எண்களை பற்றி விவாதிக்கிறோம். அவை சீனர்களின் எழுதப்பட்ட முறையை விட எண்களை எழுதுவதிலும் கணக்கிடுவதிலும் மிகவும் திறமையானவை.

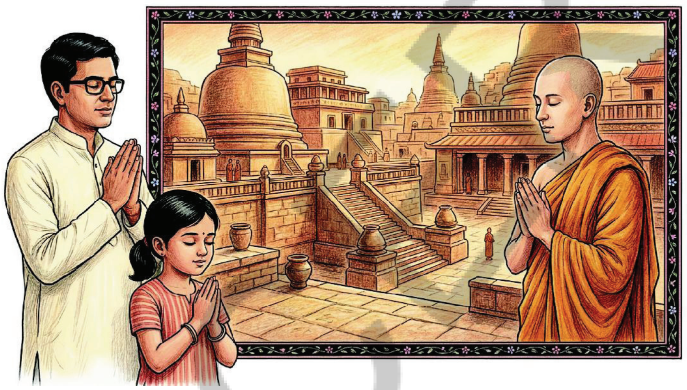
குச்சி எண்கள் சீனாவில் குறைந்தபட்சம் கிபி மூன்றாம் நூற்றாண்டுக்கு முன்பு உருவாகி 17–ஆம் நூற்றாண்டு வரை பயன்படுத்தப்பட்டன. இது ஒரு தசம முறை (அடிமானம் – 10). 1 முதல் 9 வரையிலான குறியீடுகள் பின்வருமாறு



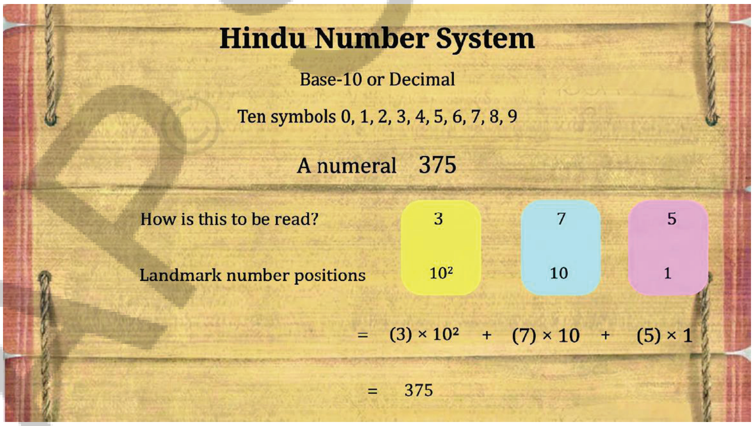
Like the Mesopotamians, the rod numerals used a blank space to indicate the skipping of a place value. However, because of the slightly more uniform sizes of the symbols for one through nine, the blank spaces were easier to locate than in the Mesopotamian system.

Notice how similar the rod numerals are to the Hindu system. The Chinese system, with a symbol for zero, would be a fully developed place value system.

IV. The Hindu Number System



? Where does the Hindu/Indian number system figure in the evolution of ideas of number representation? What are its landmark numbers? And does it use a place value system?



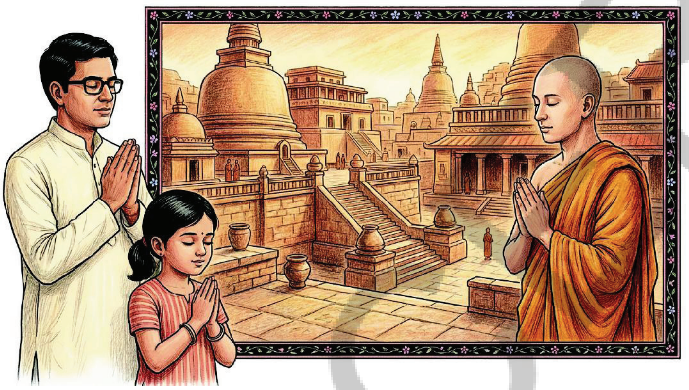
As can be seen, the Hindu number system is a place value system. The Hindu number system has had a symbol for 0 at least as early as 200 BCE. Because of the use of 0 as a digit, and the use of a single digit in each position, this system does not lead to any kind of ambiguity when reading or writing numerals. It is for this reason that the Hindu number system is now used throughout the world.

The use of 0 as a digit, and indeed as a number, was a breakthrough

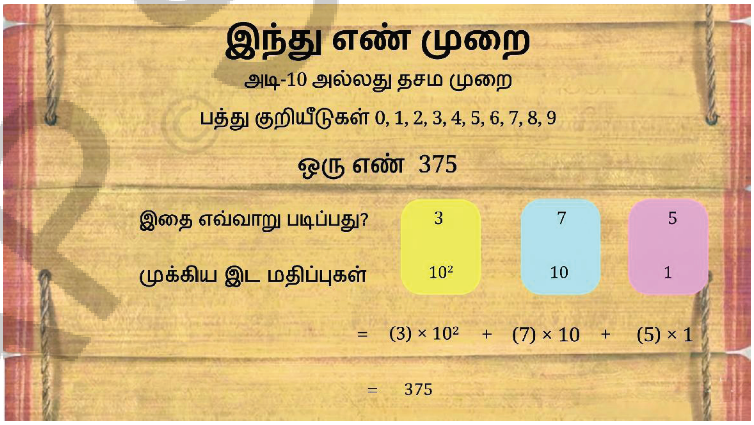
மெசபடோமியர்களைப் போலவே குச்சி எண்களும் ஒரு இடமதிப்பை தவிர்ப்பதை குறிக்க ஒரு வெற்றிடத்தை எடுத்து பயன்படுத்தினர். இருப்பினும் ஒன்று முதல் ஒன்பது வரையிலான குறியீடுகளின் அளவுகள் சற்றே சீராக இருந்ததால் மெசபடோமிய முறையை விட வெற்று இடங்களை கண்டறிவது எளிதாக இருந்தது.

குச்சி எண்கள் இந்து முறைக்கு எவ்வளவு ஒத்து இருக்கிறது என்பதை கவனியுங்கள். பூஜ்ஜியத்திற்கான குறியீட்டை கொண்ட சீன முறை முழுமையாக வளர்ந்த இடமதிப்பு முறையாக இருக்கும்.

IV. இந்து எண் முறை/இந்திய எண் முறை



❓ எண் பிரதிநிதித்துவ யோசனைகளின் பரிணாம வளர்ச்சியில் இந்து/இந்திய எண் முறை எங்கு இடம் பெறுகிறது அதன் மைல்கல் எண்கள் யாவை? அது இடமதிப்பு முறையை பயன்படுத்துகிறதா?



நாம் காண்கிறபடியே இந்தியன் முறை ஒரு இடமதிப்பு முறையாகும்

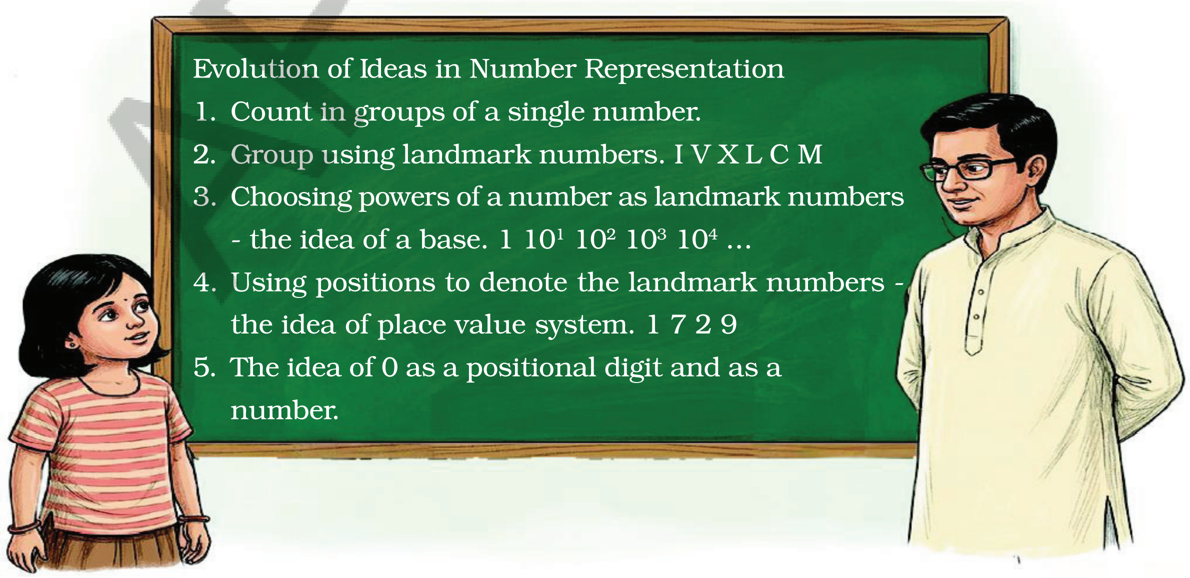
இந்து எண் முறையை குறைந்தது கி.மு.200 காலகட்டத்திலேயே பூஜ்ஜியத்திற்கான (0) குறியீட்டை கொண்டு இருந்தது. 0-ஐ ஒரு இலக்கமாக பயன்படுத்துவதாலும் ஒவ்வொரு இடத்திலும் ஒற்றை இலக்கத்தை பயன்படுத்துவதாலும் எண்களைப் படிக்கும் போதோ அல்லது எழுதும்போதோ இந்த முறை எந்த விதமான குழப்பத்திற்கும் வழி வகுக்கவில்லை. இந்தக் காரணத்தினால் தான் இந்து எண்முறை இப்போதும் உலகம் முழுவதும் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

0 ஐ ஒரு இலக்கமாகவும் உண்மையில் ஒரு எண்ணாகவும் பயன்படுத்தியது எண்

that truly changed the world of mathematics and science. In Indian mathematics, indeed, zero was not just used as a placeholder in the place value system, but was also given the status of a number in its own right, on par with other numbers. The arithmetic properties of the number 0 (e.g., that 0 plus any number is the same number, and that 0 times any number is zero) were explicitly used by Aryabhata in his aryabhatiya in 499 CE to compute with and do elaborate scientific computations using Hindu numerals. The use of 0 as a number like any other number, on which one can perform the basic arithmetic operations, was codified by Brahmagupta in his work Brahmasphutasiddhanta in 628 CE, as we learned in an earlier grade.

By introducing 0 as a number, along with the negative numbers, Brahmagupta created what in modern terms is called a ring, i.e., a set of numbers that is closed under addition, subtraction, and multiplication (i.e., any two numbers in the set can be added, subtracted, or multiplied to get another number in that set). These new ideas laid the foundations for modern mathematics, and particularly for the areas of algebra and analysis.

Hopefully, this gives you a sense of all the ideas that went into writing and computing with numbers in the way that we do today. The discovery of 0 and the resulting Indian number system is truly one of the greatest, most creative, and most influential inventions of all time - appearing constantly in our daily lives and forming the basis of much of modern science, technology, computing, accounting, surveying, and more. The next time you are writing numbers, think about the incredible history behind them and all the deep ideas that went into their discovery!



முறையில் ஒரு திருப்புமுனையாகும். (அது உண்மையில் கணிதம் மற்றும் அறிவியலின் உலகத்தை மாற்றியது. இந்திய கணிதத்தில் பூஜ்ஜியம் என்பது இடமதிப்பு முறையில் ஒரு இடநிரப்பியாக மட்டும் பயன்படுத்தப்படாமல் மற்ற எண்களுக்கு இணையாக தனி மதிப்பு வழங்கபங்பட்டு மேலும் ஒரு எண்ணாகவும் பயன்படுத்தப்பட்டது. 0 என்ற எண்ணின் எண் கணித பண்புகள் (உதாரணமாக 0 உடன் எந்த எண்ணை கூட்டினாலும் அதே எண் வரும் மேலும் 0 உடன் எந்த எண்ணை பெருக்கினாலும் பூஜ்ஜியம் வரும்) ஆரியப்பட்டரால் தனது ஆரியபட்டீயம் (499 கிபி) என்ற நூலில் இந்து எண்களை பயன்படுத்தி விரிவான அறிவியல் கணக்கீடுகளை செய்ய வெளிப்படையாக பயன்படுத்தினார். எந்த ஒரு எண்ணையும் போலவே 0-ஐ ஒரு எண்ணாக பயன்படுத்துவது, அதன் அடிப்படை எண் கணித செயல்பாடுகளை செய்வது போன்றவற்றை முந்தைய வகுப்பில் நாம் கற்றுக் கொண்டது போல கிபி 628-ல் பிரம்ம குப்தரால் தனது பிரம்மஸ்புடசித்தாந்தம் என்ற படைப்பில் நெறிப்படுத்தப்பட்டது.

குறை முழுக்களுடன் 0-வை ஒரு எண்ணாக அறிமுகப்படுத்தியதன் மூலம் பிரம்மகுப்தர் நவீன சொற்களில் 'வளையம்' என்று அழைக்கப்படுவதை உருவாக்கினார். அதாவது கூட்டல் கழித்தல் மற்றும் பெருக்கலில் அடைவு உள்ள எண்களின் தொகுப்பு ஆகும். (அதாவது அந்த எண் தொகுப்பில் உள்ள எந்த இரண்டு எண்களை கூட்டினாலும், கழித்தாலும், பெருக்கினாலும் அந்த தொகுப்பிலேயே உள்ள மற்றொரு எண்ணை பெறலாம்) இந்த புதிய யோசனைகள் நவீன கணிதத்திற்கான அடித்தளத்தை அமைத்தன குறிப்பாக இயற்கை கணிதம் (Algebra) மற்றும் பகுப்பாய்வு (analysis) ஆகிய துறைகளுக்கு இது பெரும் உதவியாக இருந்தது.

இன்று எண்களை எழுதும் விதத்திற்கும் கணக்கிடும் விதத்திற்கும் காரணமான அனைத்து யோசனைகளையும் இது உங்களுக்கு உணர்த்தி இருக்கும் என்று நம்புகிறோம். 0 இன் கண்டுபிடிப்பும் அதன் விளைவாக உருவான இந்திய எண்முறையும் உண்மையிலேயே எல்லா காலத்திலும் மிகப்பெரிய ஆக்கபூர்வமான மற்றும் மிகவும் செல்வாக்கு மிக்க கண்டுபிடிப்புகளில் ஒன்றாகும். இது நமது அன்றாட வாழ்க்கையில் தொடர்ந்து தோன்றி நவீன அறிவியல், தொழில்நுட்பம், கணித்தல், கணக்கியல் நில அளவீடு மற்றும் பலவற்றுக்கு அடிப்படையாக அமைகிறது. அடுத்த முறை நீங்கள் எண்கள் எழுதும் போது அவற்றின் பின்னால் உள்ள நம்ப முடியாத வரலாற்றையும் அவற்றின் கண்டுபிடிப்புகளுக்கு சென்ற ஆழமான யோசனைகளைப் பற்றி சிந்தியுங்கள்.

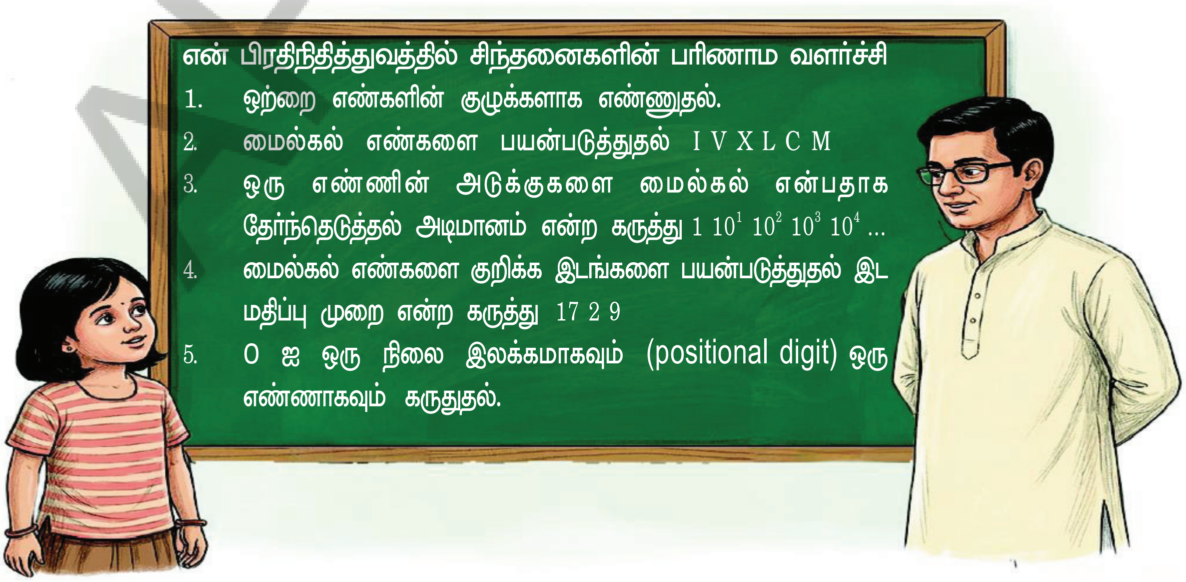


Figure it Out - 3.8

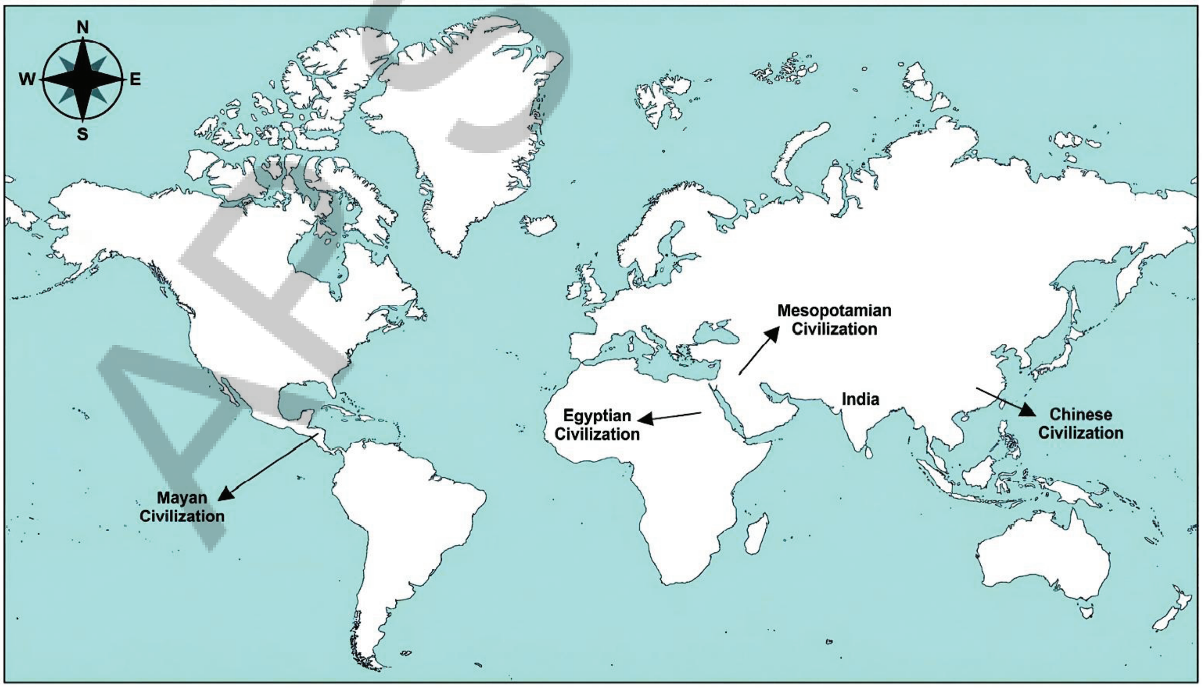
1. Why do you think the Chinese alternated between the Zong and Heng symbols? If only the Zong symbols were to be used, how would 41 be represented? Could this numeral be interpreted in any other way if there is no significant space between two successive positions?

Math Talk

2. Where in your daily lives, and in which professions, do the Hindu numerals, and 0, play an important role? How might our lives have been different if our number system and 0 hadn't been invented or conceived of?

3. The ancient Indians likely used base 10 for the Hindu number system because humans have 10 fingers, and so we can use our fingers to count. But what if we had only 8 fingers? How would we be writing numbers then? What would the Hindu numerals look like if we were using base 8 instead? Base 5? Try writing the base-10 Hindu numeral 25 as base-8 and base-5 Hindu numerals, respectively. Can you write it in base-2?

Math Talk



The map shows the locations of the different civilisations.

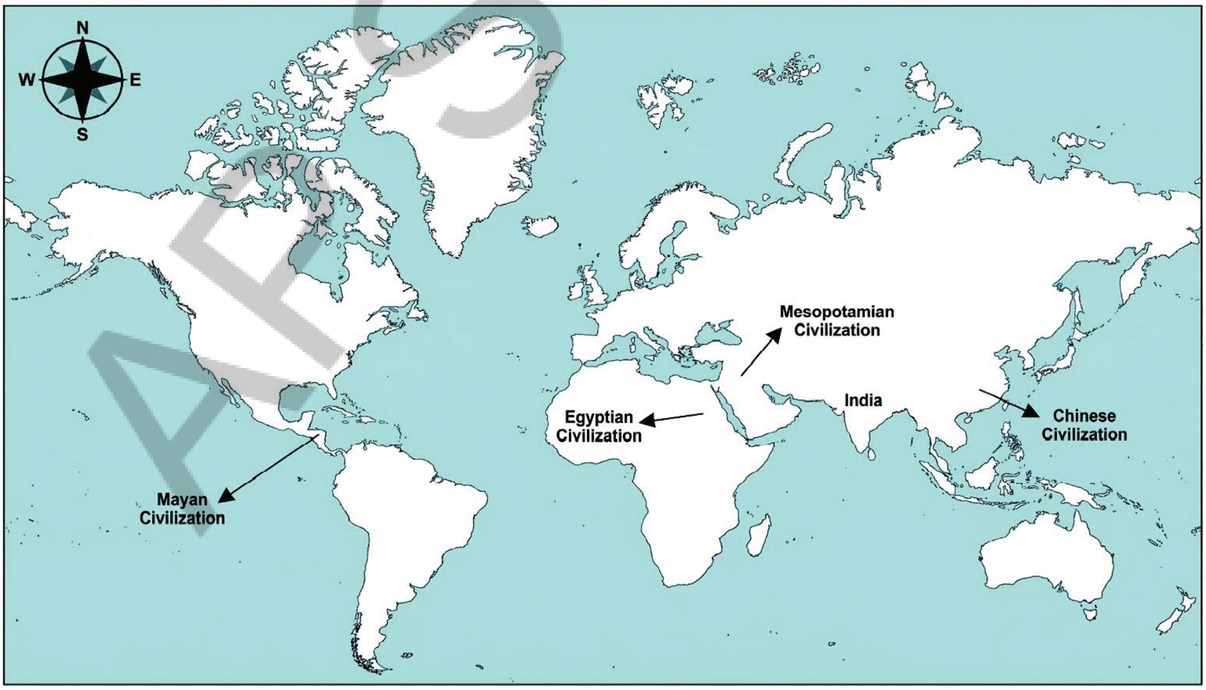
They existed in different time periods.

APSCERT

கண்டுபிடிப்போம் - 3.8

1. சீனர்கள் Zong மற்றும் Heng குறியீடுகளை ஏன் மாற்றி மாற்றி பயன்படுத்தினார்கள் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள் Zong குறியீடுகளை மட்டுமே பயன்படுத்தினால் 41 எப்படி குறிக்கப்பட்டிருக்கும்? அடுத்தடுத்த இரண்டு இடங்களுக்கு இடையே குறிப்பிடுத்தக்க இடைவெளி இல்லை என்றால் இந்த எண்ணை வேறு வழியில் விளக்க முடியுமா?
2. உங்கள் அன்றாட வாழ்க்கையில் எந்தெந்த தொழில்களில் இந்து எண்களும் 0-வும் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன. நமது எண் முறையும் 0 கண்டுபிடிக்கபடாமலோ அல்லது கற்பனை செய்யப்படாமல் இருந்திருந்தாலோ நமது வாழ்க்கை எப்படி வித்தியாசமாக இருந்திருக்கும்?

3. மனிதர்களுக்கு 10 விரல்கள் உள்ளதால் பண்டைய இந்தியர்கள் இந்து எண் முறைக்கு அடிமானம் 10-ஐ பயன்படுத்தி இருக்கலாம். எனவே நாம் எண்ணுவதற்கு விரல்களை பயன்படுத்தலாம். ஒரு வேளை நமக்கு 8 விரல்கள் மட்டுமே இருந்தால் என்ன செய்வது. அப்போது எண்களை எப்படி எழுதி இருப்போம்? 10-க்கு பதிலாக அடிமானம் 8-ஐ பயன்படுத்தினால் இந்து எண்கள் எப்படி இருக்கும். மேலும் அடிமானம் 5-க்கு அடிமானம் 10-ஐ கொண்ட 25 இந்து எண்களை அடிமானம் 8 மற்றும் அடிமானம் 5-ஐ கொண்ட இந்து எண்களாக எழுத முயற்சிக்கவும். அடிமானம் 2-ஆக உடைய இந்து எண்களாக எழுதுவீர்களா?



மேலே உள்ள வரைபடம் வெவ்வேறு காலகட்டங்களில் இருந்த வெவ்வேறு நகரங்களின் இடங்களை காட்டுகிறது.

SUMMARY

- To represent numbers, we need a standard sequence of objects, names, or written symbols that have a fixed order. This standard sequence is called a **number system**.
- The symbols representing numbers in a written number system are called **numerals**.
- In a number system, **landmark numbers** are numbers that are easily recognisable and used as reference points for understanding and working with other numbers. They serve as anchors within the number system, helping people to orient themselves and make sense of quantities, particularly larger ones.
- A number system whose landmark numbers are the powers of a number n is referred to as a **base-n number system**.
- Number systems having a base that make use of the position of a symbol in determining the landmark number that it is associated with are called **positional number systems** or **place value systems.**
- Place value representations were used in the Mesopotamian (Babylonian), Mayan, Chinese and Indian civilisations.
- The system of numerals that we use throughout the world today is the **Hindu number system** (also sometimes called the **Indian number system**, or the **Hindu-Arabic number system**). It is a place value system with (usually) 10 digits, including the digit 0 which is treated on par with other digits. Due to its use of 0 as a number, the system enables the writing of all numbers unambiguously using just finitely many symbols, and also enables efficient computation. The system originated in India around 2000 years ago, and then spread across the world, and is considered one of human history's greatest inventions.

AP SCERT

பாடச் சுருக்கம்

- எண்களை பிரதிநித்துவப்படுத்த நிலையான வரிசை கொண்ட பொருட்கள் பெயர்கள் அல்லது எழுதப்பட்ட குறியீடுகளின் நிலையான தொடர் நமக்கு தேவை இந்த நிலையான தொடர் ஒரு எண் முறை (number system) என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- எழுதப்பட்ட எண் முறையில் எண்களை குறிக்கும் குறியீடுகள் எண்ணுருக்கள் (numbers) என்று அழைக்கப்படுகின்றன.
- ஒரு எண் முறையில் மைல்கல் எண்கள் என்பவை எளிதில் அடையாளம் காணக்கூடிய எண்கள் மற்றும் பிற எண்களைப் புரிந்து கொள்வதற்கும் கணக்கீடு செய்வதற்கும் குறிப்பு புள்ளிகளாக பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அவை எண் முறைக்குள் நங்கூரங்கள் ஆக செயல்பட்டு மக்கள் தங்களை நோக்கு நிலைப்படுத்தவும் அவைகளை குறிப்பாக பெரியவற்றை உணர்ந்து கொள்ளவும் உதவுகின்றன.
- எந்த எண் முறையில் மைல்கல் எண்கள்-**n** எண் என்ற எண்ணின் அடுக்களாக உள்ளதோ அது **n** அடிமான எண் முறை என்று குறிப்பிடப்படுகிறது.
- ஒரு குறியீட்டுடன் தொடர்புடைய மைல்கல் என்னை தீர்மானிப்பதில் ஒரு குறியீட்டின் இடத்தை பயன்படுத்தும் அடிமானத்தைக் கொண்ட எண் முறைகள் இடமதிப்பு முறைகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.
- மெசபடோமியா (பாபிலோனிய), மாயன், சீன மற்றும் இந்திய நாகரீகங்களில் இடமதிப்பு பிரதிநிதித்துவங்கள் பயன்படுத்தப்பட்டன.
- இன்று நாம் உலகம் முழுவதும் பயன்படுத்தும் எண்களின் முறை இந்து எண் முறை இது சில நேரங்களில் இந்திய எண் முறை அல்லது இந்து அரபு எண் முறை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. இது பொதுவாக 10 இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு இடமதிப்பு முறையாகும் இதில் 0 என்ற இலக்கமும் மற்ற இலக்கங்களுக்கு இணையாக கருதப்படுகிறது 0 வை ஒரு எண்ணாக பயன்படுத்துவதால் குறைந்த எண்ணிக்கையிலான குறியீடுகளை மட்டுமே பயன்படுத்தி அனைத்து எண்களையும் குழப்பம் இன்றி எழுத இந்த முறை உதவுகிறது. மேலும் திறமையான கணக்கீடுகளை செய்யவும் பயன்படுகிறது இந்த முறை சுமார் 2000 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு இந்தியாவில் உருவானது. பின்னர் உலகம் முழுவதும் பரவியது மேலும் மனித வரலாற்றின் மிகச்சிறந்த கண்டுபிடிப்புகளில் ஒன்றாகவும் கருதப்படுகிறது.

AP SCERT

4 QUADRILATERALS

Learning outcomes

Learners will be able to

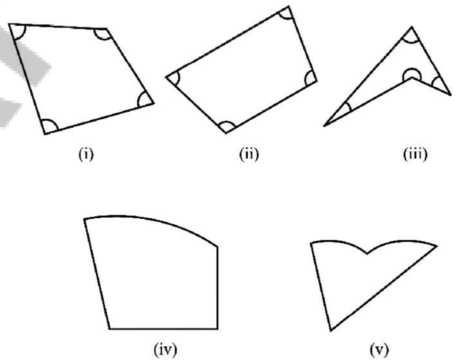
- Define and identify quadrilaterals as four-sided closed figures in daily life (CG-10)
- Classify quadrilaterals (parallelogram, rectangle, square, rhombus, trapezium, kite) (CG-3)
- Understand and apply side, angle, and diagonal properties (including angle sum of 360°) (CG-3)
- Analyse relationships among different types of quadrilaterals (CG-3)
- Draw, classify, and justify quadrilaterals based on given properties (CG-3)
- Solve problems involving missing angles using properties (CG-3)
- Apply quadrilateral concepts in real-life contexts (designs, patterns, architecture) (CG-10)

AP SCERT

4.0 Introduction

In this chapter, we will study some interesting types of four-sided figures and solve problems based on them. Such figures are commonly known as quadrilaterals. The word 'quadrilateral' is derived from Latin words - quadri meaning four, and latus referring to sides.

? Observe the following figures.



Figs. (i), (ii), and (iii) are quadrilaterals, and the others are not. Why?

The angles of a quadrilateral are the angles between its sides, as marked in Figs. (i), (ii), and (iii).

4 நாற்கரங்கள்

கற்றல் விளைவுகள் : மாணவர்கள் இவற்றைச் செய்வர்..

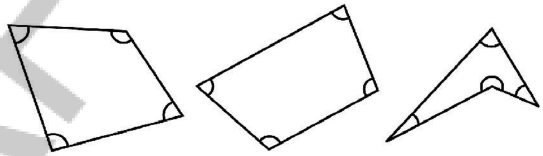
M9M4K3

- ☞ அன்றாட வாழ்வில் நாற்கரங்களை நான்கு பக்க மூடிய வடிவங்களாக வரையறுப்பர் மற்றும் அடையாளம் காணுவர். (CG-10)
- ☞ நாற்கரங்களை வகைபடுத்துவர். (இணைகரம், செவ்வகம், சதுரம், சாய்சதுரம், சரிவகம், பட்டம்) (CG-3)
- ☞ பக்கம், கோணம் மற்றும் மூலைவிட்ட பண்புகளை புரிந்து கொண்டு பயன்படுத்துவர். (கோணங்களின் கூடுதல் 360^0 உள்பட) (CG-3)
- ☞ பல்வேறு வகையான நாற்கரங்களுக்கு இடையிலான உறவுகளை பகுப்பாய்வு செய்வர். (CG-3)
- ☞ பண்புகளை பயன்படுத்தி விடுபட்ட கோணங்களை உள்ளடக்கிய கணக்குகளைத் தீர்ப்பர்.. (CG-3)
- ☞ அன்றாட வாழ்க்கை சூழல்களில் நாற்கரக் கருத்துகளை பயன்படுத்துவர். (வடிவமைப்புகள், அமைப்புகள், கட்டிடக்கலை) (CG-10)

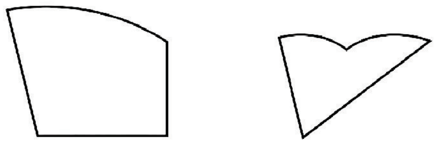
4.0 அறிமுகம்

இந்த அத்தியாயத்தில் நான்கு பக்கங்களைக் கொண்ட சில சுவாரஸ்யமான வடிவங்களை பற்றி படிப்போம் மற்றும் அவற்றின் அடிப்படையிலான கணக்குகளைத் தீர்ப்போம். இத்தகைய வடிவங்கள் பொதுவாக நாற்கரங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. குவாட்ரிலேட்டரல்(Quadrilateral) என்ற சொல் லத்தீன் மொழியிலிருந்து உருவானது. குவாட்ரி (Quadri) என்றால் நான்கு மற்றும் லேட்டஸ் (Latus) என்பது பக்கத்தை குறிக்கிறது.

? பின்வரும் பட விவரங்களைக் கவனியுங்கள்.



(i) (ii) (iii)



(iv) (v)

படம் (i), (ii) மற்றும் (iii) ஆகியவை நாற்கரங்கள். மற்றவை அல்ல ஏன்?

ஒரு நாற்கரத்தின் **கோணங்கள்** என்பது அதன் பக்கங்களுக்கு இடையிலான கோணங்களாகும். இது படம் (i), (ii) மற்றும் (iii)ல் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

APSCERT

We will start with the most familiar quadrilaterals - rectangles and squares.

4.1 Rectangles and Squares

We know what rectangles are. Let us define them.

Rectangle: A rectangle is a quadrilateral in which -

(i) The angles are all right angles (90°), and

(ii) The opposite sides are of equal length.

The definition precisely states the conditions a quadrilateral has to satisfy to be called a rectangle.

? Are there other ways to define a rectangle?

Let us consider the following problem related to the construction of rectangles.

A Carpenter's Problem

? A carpenter needs to put together two thin strips of wood, as shown in Fig. 1, so that when a thread is passed through their endpoints, it forms a rectangle.

He already has one 8 cm long strip. What should be the length of the other strip? Where should they both be joined?

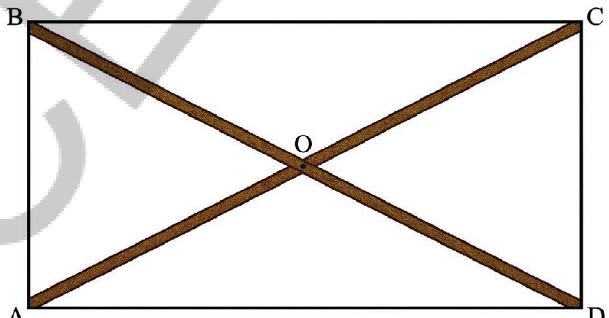


Fig. 1

Let us first model the structure that the carpenter has to make. The strips can be modelled as line segments. They are the diagonals of the quadrilateral formed by their endpoints. For the quadrilateral to be a rectangle, we need to answer the following questions -

? 1. What is the length of the other diagonal?

? 2. What is the point of intersection of the two diagonals?

? 3. What should the angle be between the diagonals?

? Let us answer these questions using geometric reasoning (deduction). If that is challenging, try to construct/ measure some rectangles.

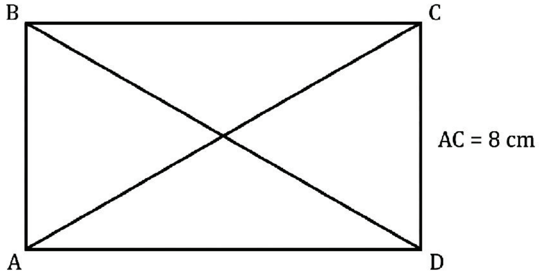


Fig. 2

AP SCERT

நமக்கு மிகவும் பழக்கமான நாற்கரங்களுடன் தொடங்குவோம். அவை செவ்வகங்கள் மற்றும் சதுரங்கள்.

4.1 செவ்வகங்கள் மற்றும் சதுரங்கள்

செவ்வகங்கள் என்றால் என்னவென்று நமக்குத் தெரியும். அவற்றை வரையறுப்போம்.

செவ்வகம் : ஒரு செவ்வகம் என்பது ஒரு நாற்கரம், இதில்

(i) அனைத்து கோணங்களும் செங்கோணங்கள் (90^0) மற்றும்

(ii) எதிர் எதிர் பக்கங்கள் சம நீளம் கொண்டவை.

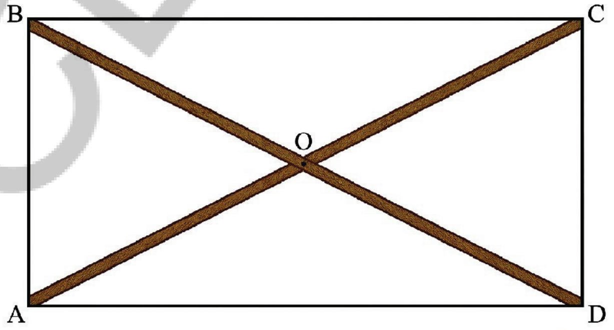
ஒரு நாற்கரத்தை செவ்வகம் என்று அழைப்பதற்கு அது பூர்த்தி செய்ய வேண்டிய நிபந்தனைகளை இந்த வரையறை துல்லியமாக கூறுகிறது.

? செவ்வகத்தை வரையறுக்க வேறு வழிகள் உள்ளனவா?

செவ்வகத்தை உருவாக்குவது தொடர்பான பின்வரும் கணக்கை கருத்தில் கொள்வோம்.

ஒரு தச்சரின் கணக்கு

? படம் (i)ல் காட்டி உள்ளபடி ஒரு தச்சர் இரண்டு மெல்லிய மரத்துண்டுகளை ஒன்றாகச் சேர்க்க வேண்டும். இதனால் அவற்றின் இறுதிப் புள்ளிகள் வழியாக ஒரு நூலைச் செலுத்தும் போது அது ஒரு செவ்வகத்தை உருவாக்குகிறது.



படம். 1

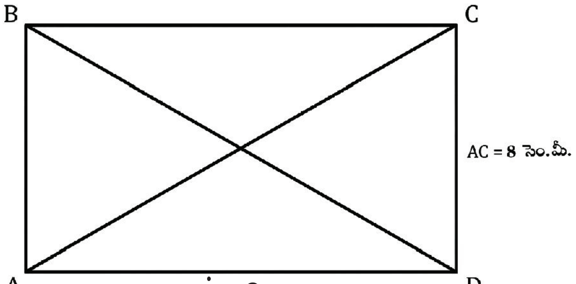
அவரிடம் ஏற்கனவே 8 செ.மீ நீளமுள்ள ஒரு மரத்துண்டு உள்ளது. மற்ற மரத்துண்டின் நீளம் என்னவாக இருக்கும்? அவை இரண்டையும் எங்கு இணைக்க வேண்டும்?

முதலில் தச்சர் உருவாக்க வேண்டிய அமைப்பை மாதிரியாக்குவோம். மரத்துண்டுகளை கோட்டு துண்டுகளாக மாதிரியாக்கலாம். அவை அவற்றின் இறுதிப் புள்ளிகளால் உருவாக்கப்பட்ட நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டங்களாகும். நாற்கரம் ஒரு செவ்வகமாக இருக்க பின்வரும் கேள்விகளுக்கு நாம் பதிலளிக்க வேண்டும்.

? 1. மற்றொரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் என்ன?

? 2. இரண்டு மூலைவிட்டங்களும் வெட்டும் புள்ளி எது?

? 3. மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையிலான கோணம் எவ்வளவு இருக்க வேண்டும்?



படம். 2

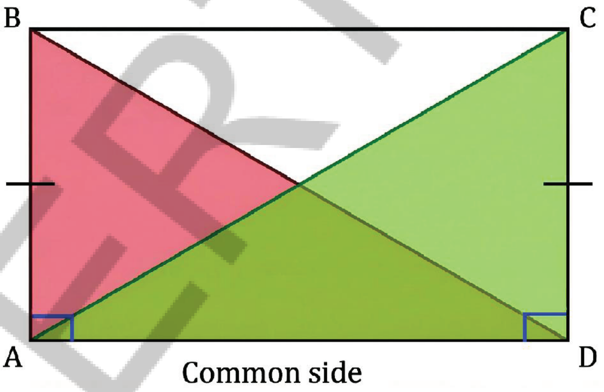
? வடிவியல் பகுத்தறிவை பயன்படுத்தி இந்த கேள்விகளுக்கு பதிலளிப்போம். அது சவாலாக இருந்தால், சில செவ்வகங்களை வரைந்து / அளந்து பார்க்கவும்.

AP SCERT

To find the answers to these questions, let us suppose that we have placed the diagonals such that their endpoints form the vertices of a rectangle, as shown in Fig. 2.

Deduction 1 - What is the length of the other diagonal?

This can be deduced using congruence as follows -



Since ABCD is a rectangle, we have

AB = CD

$\angle BAD = \angle CDA = 90°$

AD is common to both triangles.

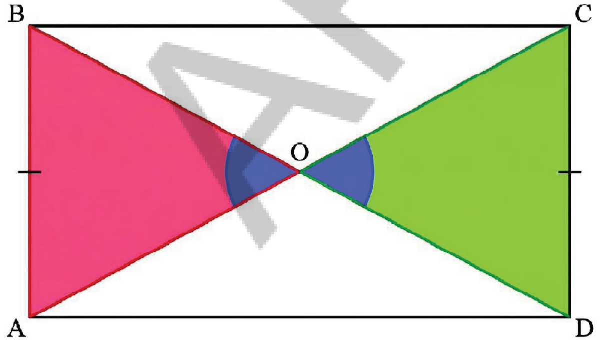
So, $\Delta ADC \cong \Delta DAB$ by the SAS congruence condition.

Therefore, AC = BD, since they are corresponding parts of congruent triangles. This shows that the diagonals of a rectangle always have the same length.

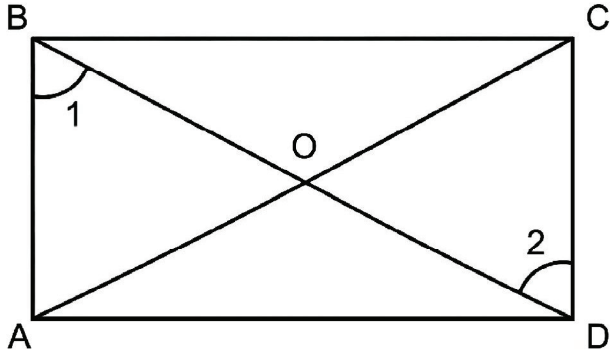
So the other diagonal must also be 8 cm long. You can verify this property by constructing/measuring some rectangles.

Deduction 2 - What is the point of intersection of the two diagonals?

This can also be found using congruence. Since we need to know the relation between OA and OC, and OB and OD, which two triangles of the rectangle ABCD should we consider?



The blue angles are equal since they are vertically opposite angles.



In order to show congruence, consider $\angle 1$ and $\angle 2$. Are they equal?

APSCERT

இந்த கேள்விகளுக்கான விடைகளை கண்டறிய படம் (ii)ல் காட்டியுள்ளபடி மூலைவிட்டங்களின் இறுதிப்புள்ளிகள் ஒரு செவ்வகத்தின் உச்சிகளை உருவாக்கும்படி மூலைவிட்டங்களை வைத்துள்ளோம் என்று வைத்துக் கொள்வோம்.

பகுத்தறிதல் 1: மற்றொரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் என்ன?

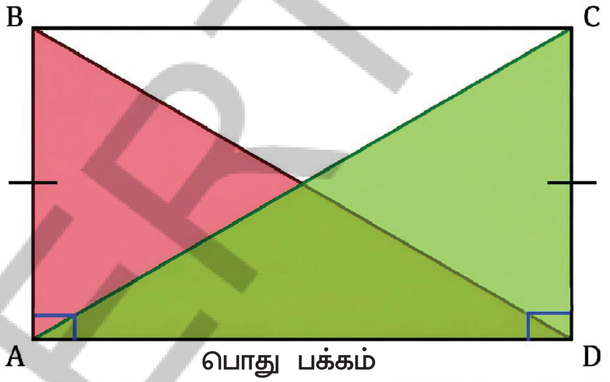
இதை சர்வ சமப் பண்பை பயன்படுத்தி பின்வருமாறு அறியலாம்.

ABCD ஒரு செவ்வகம் என்பதால் நமக்கு

AB = CD

$\angle BAD = \angle CDA = 90°$

AD என்பது இரண்டு முக்கோணங்களுக்கும் பொதுவானது.



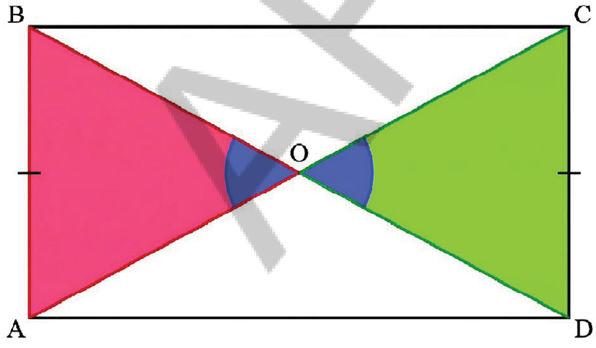
எனவே பகோப சர்வ சம நிபந்தனையின் படி $\Delta ADC \cong \Delta DAB$ ஆகும்.

ஆகவே AC = BD ஏனெனில் அவை சர்வ சம முக்கோணங்களின் ஒத்த பகுதிகளாகும். ஒரு செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் எப்போதும் ஒரே நீளத்தை கொண்டிருக்கும் என்பதை இது காட்டுகிறது.

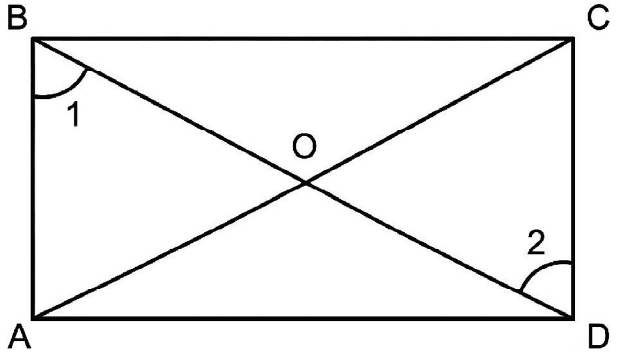
எனவே மற்றொரு மூலைவிட்டமும் 8 செ.மீ நீளம் கொண்டதாக இருக்க வேண்டும். சில செவ்வகங்களை வரைந்து அளப்பதன் மூலம் இந்த பண்பை நீங்கள் சரிபார்க்கலாம்.

பகுத்தறிதல் 2 : இரண்டு மூலைவிட்டங்களும் வெட்டும் புள்ளி எது?

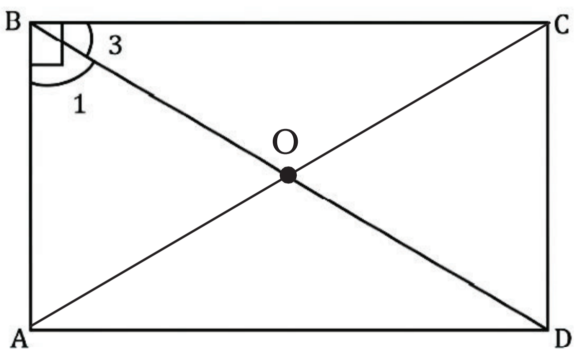
இதையும் சர்வசம பண்பை பயன்படுத்தி கண்டறியலாம். OA மற்றும் OC மேலும் OB மற்றும் OD ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள உறவை நாம் தெரிந்துகொள்ள வேண்டும். ABCD செவ்வகத்தின் எந்த இரண்டு முக்கோணங்களை நாம் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்?

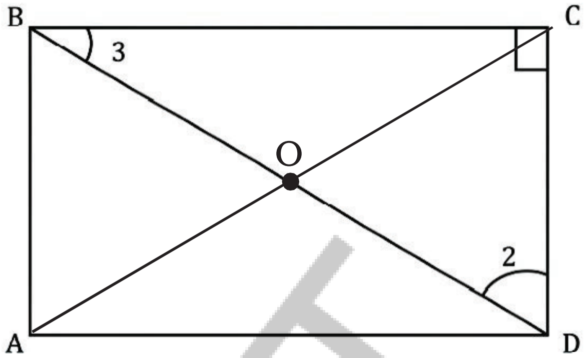


நீல நிற கோணங்கள் குத்தெதிர் கோணங்கள் என்பதால் அவை சமம்.



சர்வ சமத்தை காட்ட $\angle 1$ மற்றும் $\angle 2$ஐ கவனியுங்கள். அவை சமமா?





Since $\angle B = 90°$,

$\angle 3 + \angle 1 = 90°$.

In $\triangle BCD$, since

$\angle 3 + \angle 2 + 90 = 180$,

we have $\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

So, $\angle 1 = \angle 2$ (= $90° - \angle 3$).

Thus, by the AAS condition for congruence, $\triangle AOB \cong \triangle COD$.

Hence OA = OC and OB = OD, since they are corresponding parts of congruent triangles. So, O is the midpoint of AC and BD.

This shows that the diagonals of a rectangle always intersect at their midpoints.

Therefore, to get a rectangle, the diagonals must be drawn so that they are equal and intersect at their midpoints.

When the diagonals cross at their midpoints, we say that the diagonals bisect each other. Bisecting a quantity means dividing it into two equal parts.

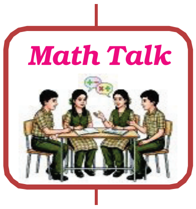
Verify this property by constructing some rectangles and measuring their diagonals and the points of intersection.

? Can the following equalities be used to establish that $\triangle AOD \cong \triangle COB$?

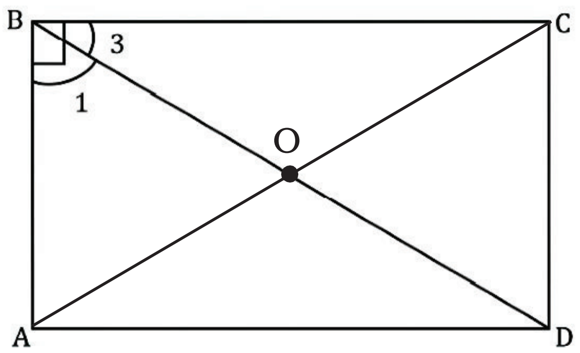
AO = CO (proved above)

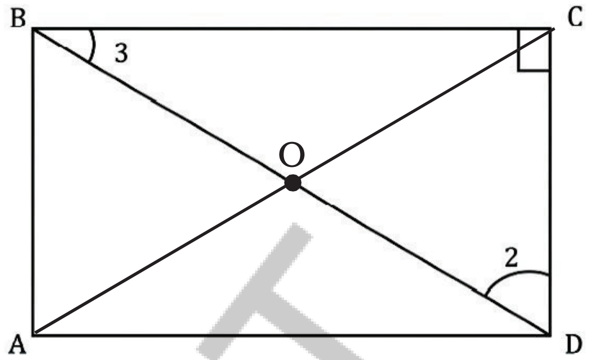
$\angle AOB = \angle COD$ (vertically opposite angles)

AD = CB



AP SCERT





$\angle B = 90°$, என்பதால்

$\angle 3 + \angle 1 = 90°$.

$\triangle BCD$, ல் $\angle 3 + \angle 2 + 90 = 180$,

எனவே நாம் பெறுவது $\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

எனவே $\angle 1 = \angle 2 \; (= 90° - \angle 3)$.

எனவே கோ.கோ.ப சர்வ சம நிபந்தனையின்படி $\triangle AOB \cong \triangle COD$.

இங்கு OA = OC மற்றும் OB = OD, ஏனெனில் இவை சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்த பகுதிகள் ஆகும். எனவே AC மற்றும் BDன் மைய புள்ளி O ஆகும்.

ஒரு செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் எப்போதும் அவற்றின் மையப்புள்ளிகளில் வெட்டிக்கொள்ளும் என்பதை இது காட்டுகிறது.

எனவே ஒரு செவ்வகத்தை பெற மூலைவிட்டங்களை சமமாகவும் அவற்றின் மையப்புள்ளிகளில் வெட்டிக்கொள்ளும் வகையிலும் வரைய வேண்டும்.

மூலைவிட்டங்கள் அவற்றின் மையப்புள்ளிகளில் வெட்டிக்கொள்ளும் போது, மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன என்கிறோம். ஒரு அளவை இரு சமக் கூறிடுதல் என்பது அதனை இரு சம பாகங்களாக பிரிப்பதாகும்.

சில செவ்வகங்களை வரைந்து அவற்றின் மூலைவிட்டங்களையும் அவை வெட்டும் புள்ளிகளையும் அளப்பதன் மூலம் இந்தப் பண்பை சரிபார்க்கவும்.

? $\triangle AOD \cong \triangle COB$ என்பதை நிறுவ பின்வரும் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்த முடியுமா?

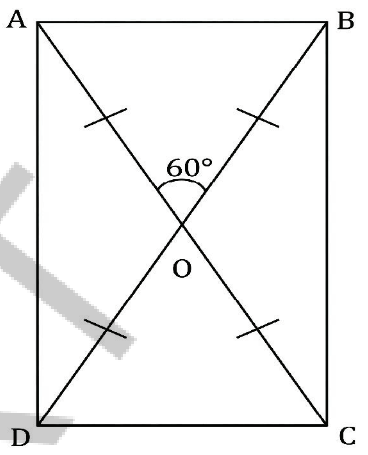
AO = CO (மேலே நிரூபிக்கப்பட்டது)

$\angle AOB = \angle COD$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்)

AD = CB

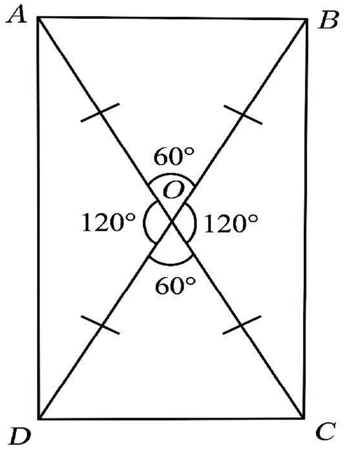
AP SCERT

Deduction 3 - What are the angles between the diagonals?



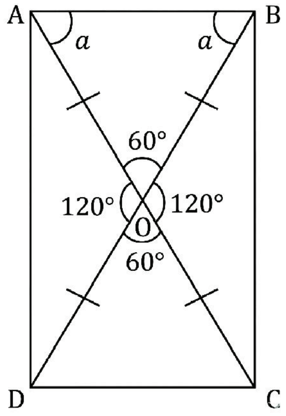
Let us check what quadrilateral we get if we draw the two diagonals such that their lengths are equal, they bisect each other and have an arbitrary angle, say 60°, between them as shown in the figure to the right.

? Can you find all the remaining angles?



We can find the remaining angles between the diagonals using our understanding of vertically opposite angles and linear pairs.

In $\triangle AOB$, since OA = OB, the angles opposite them are equal, say a.



? Can you find the value of a?

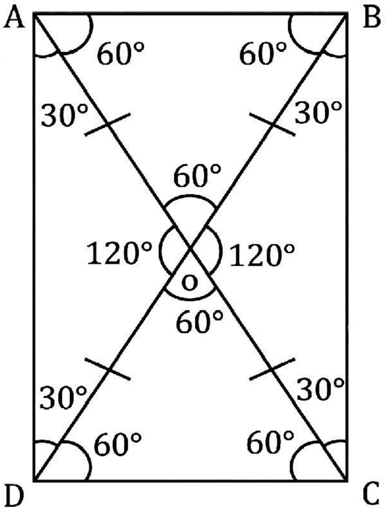
In $\triangle AOB$, we have,

a + a + 60 = 180 (interior angles of a triangle). Therefore

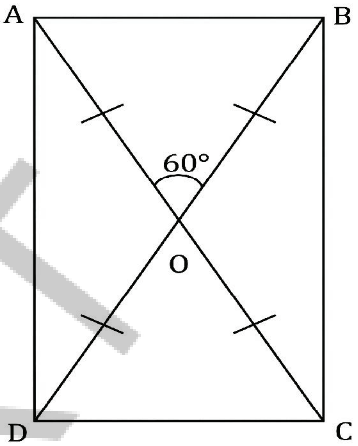
2a = 120.

Thus a = 60.

Similarly, we can find the values of all the other angles.

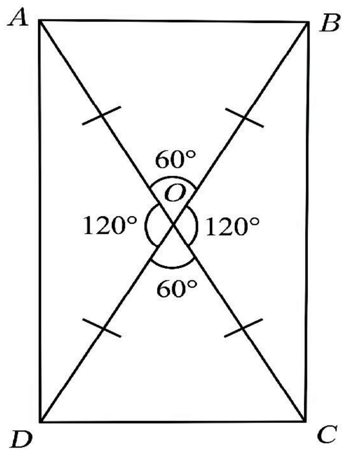


பகுத்தறிதல் 3 : மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையிலான கோணங்கள் என்ன?



வலதுபுறத்தில் உள்ள படத்தில் காட்டியுள்ளபடி, இரண்டு மூலைவிட்டங்களும் சம நீளமுடையதாக இருந்து, அவை ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிட்டு, அவற்றுக்கிடையே ஒரு கோணம் 60° கொண்டிருந்தால், நமக்கு என்ன நாற்கரம் கிடைக்கிறது என்று பார்ப்போம்.

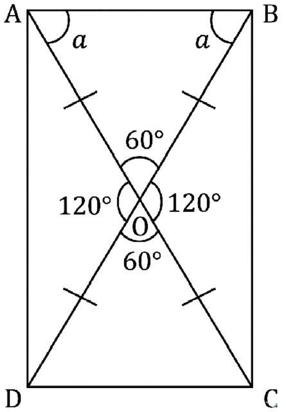
❓ மீதமுள்ள அனைத்து கோணங்களையும் உங்களால் கண்டறிய முடியுமா?



குத்தெதிர் கோணங்கள் மற்றும் நேரியல் இணைகள் பற்றிய நமது புரிதலைப் பயன்படுத்தி மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள மீதமுள்ள கோணங்களை நாம் கண்டறியலாம்.

Δ AOBல், OA = OB என்பதால் அவற்றுக்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் சமம். அதை a என்க.

❓ 'a'ன் மதிப்பை கண்டறிய முடியுமா?



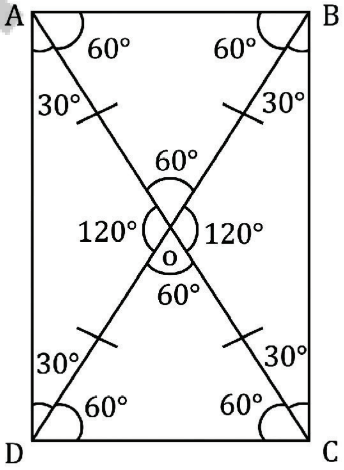
Δ AOBல் நம்மிடம் உள்ளது

a + a + 60 = 180 (முக்கோணத்தின் உட் கோணங்களின் கூடுதல்).

எனவே 2a = 120.

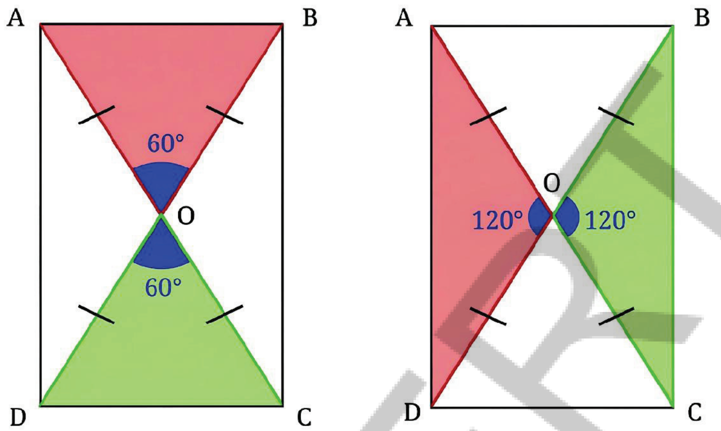
a = 60.

இதேபோல் மற்ற அனைத்து கோணங்களின் மதிப்புகளையும் நாம் கண்டறியலாம்.



Can we now identify what type of quadrilateral ABCD is? Notice that its angles all add up to 90° (30° + 60°).

What can we say about its sides?

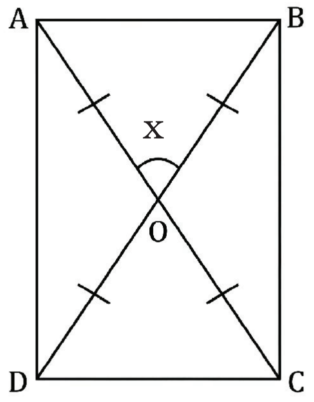


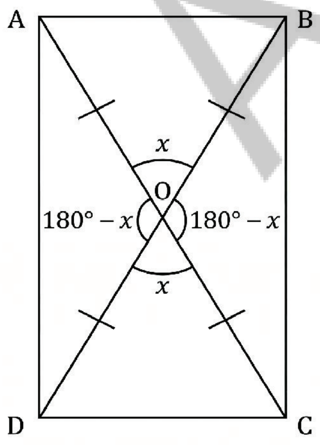
We can see that $\triangle AOB \cong \triangle COD$ and $\triangle AOD \cong \triangle COB$. Hence, AB = CD, and AD = CB, since they are corresponding parts of congruent triangles.

Therefore, ABCD is a rectangle since it satisfies the definition of a rectangle.

Will ABCD remain a rectangle if the angles between the diagonals are changed? Can we generalise this?

Take one of the angles between the diagonals as x.





We can compute the four angles between the diagonals to be x, x, 180 - x, and 180 - x.

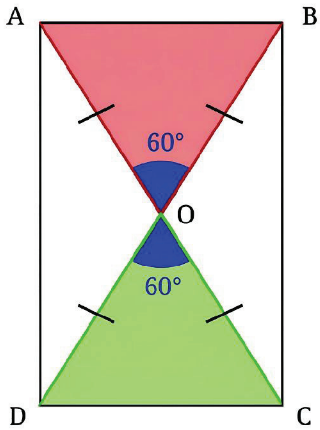
Can you find the other angles?

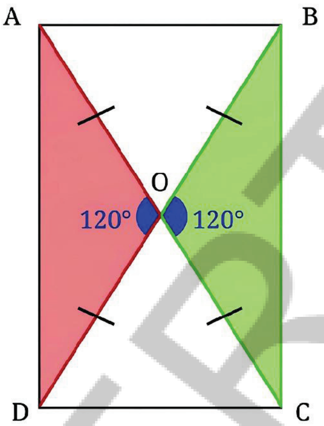
AP SCERT

? ABCD என்பது எவ்வகையான நாற்கரம் என்பதை நம்மால் இப்போது அடையாளம் காண முடியுமா?

அதன் கோணங்களின் கூடுதல் 90° $(30^\circ + 60^\circ)$ ஆக இருப்பதை கவனி.

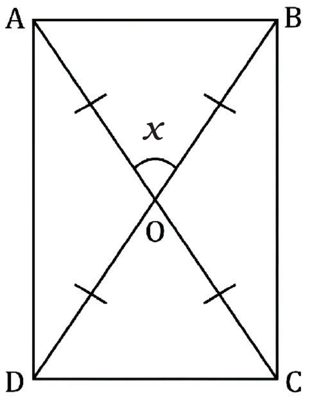
? அதன் பக்கங்களை பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?



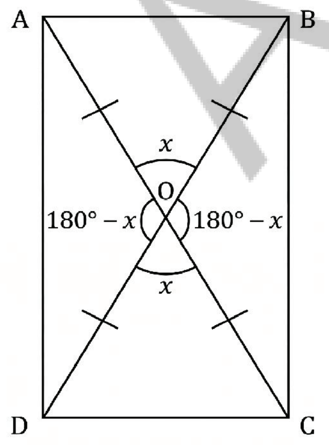


$\triangle AOB \cong \triangle COD$ மற்றும் $\triangle AOD \cong \triangle COB$ ஆக இருப்பதை நாம் பார்க்கலாம். எனவே AB = CD மற்றும் AD = CB. ஏனெனில் அவை சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்த பகுதிகளாகும்.

எனவே இது செவ்வகத்தின் வரையறையை பூர்த்தி செய்வதால் ABCD ஒரு செவ்வகம் ஆகும்.



? மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையிலான கோணங்கள் மாற்றப்பட்டால் ABCD ஒரு செவ்வகமாகவே இருக்குமா? இதை நாம் பொதுமைப்படுத்த முடியுமா? மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையிலான கோணங்களில் ஒன்றை x என எடுத்துக்கொள்வோம்.

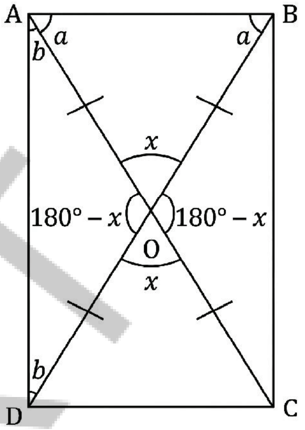


மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையிலான நான்கு கோணங்கள் x, x, 180 - x மற்றும் 180 - x., எனக் கணக்கிடலாம்.

? மற்ற கோணங்களை உங்களால் கண்டறிய முடியுமா?

APSCERT

Since we know that $\triangle$AOB is isosceles, we can denote the measures of both of its base angles by a.



❓ What is the value of a (in degrees) in terms of x?

We have,

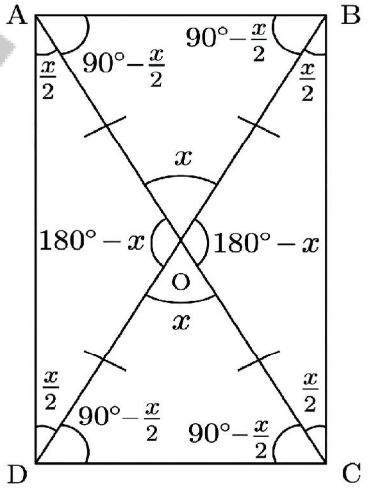
$$a + a + x = 180$$

(sum of the interior angles of a triangle)

$$2a = 180 - x$$

$$a = \frac{(180 - X)}{2} = 90 - \frac{x}{2}.$$

Similarly, in the isosceles $\triangle$AOD, let the base angles be b.



$$b + b + 180 - x = 180$$

$$2b = 180 - (180 - x)$$

$$2b = 180 - 180 + x$$

$$2b = x$$

$$b = \frac{X}{2}.$$

All the angles of the quadrilateral are a + b, which is

$$90 - \frac{X}{2} + \frac{X}{2} = 90.$$

Thus, all four angles of the quadrilateral ABCD are 90°.

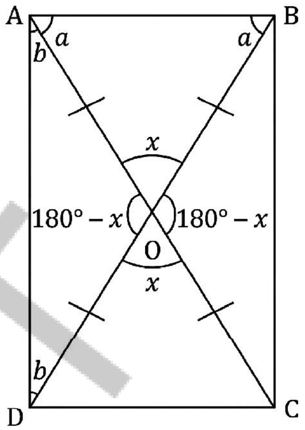
❓ What can we say about AB and CD, and AD and BC?

We have $\triangle$AOB $\cong$ $\triangle$COD and $\triangle$AOD $\cong$ $\triangle$COB. Hence, AB = CD, and AD = CB, since they are the corresponding parts of congruent triangles.

Hence, no matter what the angles between the diagonals are, if the diagonals are equal and they bisect each other, then the angles of the quadrilateral formed are 90° each, and the opposite sides are equal. Thus, the quadrilateral is a rectangle.

Now we know how the wooden strips have to be put together to form the vertices of a rectangle! They should be equal and connected at their midpoints.

ΔAOB ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணம் என்று நமக்கு தெரியும் என்பதால், அதன் இரண்டு அடிக்கோணங்களின் அளவுகளையும் ‘a’ என குறிக்கலாம்.



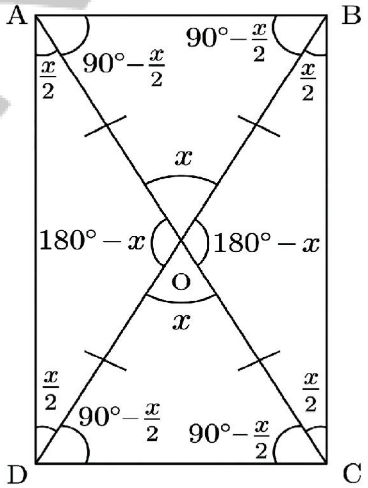
? x ஐ பொறுத்து a ன் மதிப்பை (பாகைகளில்) என்ன?

$$a + a + x = 180$$

(முக்கோணத்தின் உட்கோணங்களின் கூடுதல்)

$$2a = 180 - x$$

$$a = \frac{(180 - X)}{2} = 90 - \frac{x}{2}.$$



இதே போல் இரு சமபக்க ΔAOD ல் அடிக்கோணங்களை b எனக் கொள்வோம்.

$$b + b + 180 - x = 180$$

$$2b = 180 - (180 - x)$$

$$2b = 180 - 180 + x$$

$$2b = x$$

$$b = \frac{X}{2}.$$

நாற்கரத்தின் அனைத்து கோணங்களும் a + b ஆகும். இது

$$90 - \frac{X}{2} + \frac{X}{2} = 90.$$

எனவே ABCD நாற்கரத்தின் நான்கு கோணங்களும் 90° ஆகும்.

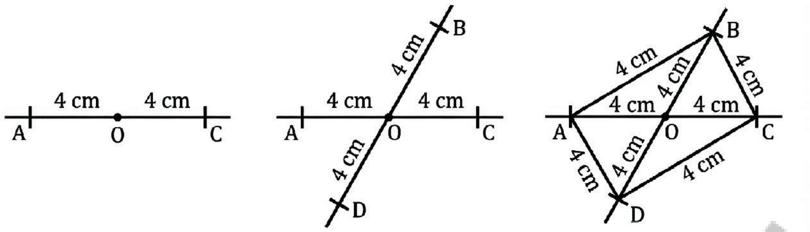
? AB மற்றும் CD, மேலும் AD மற்றும் BC பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?

$\Delta AOB \cong \Delta COD$ மேலும் $\Delta AOD \cong \Delta COB$ ஆகும். இங்கு சர்வ சம முக்கோணங்களின் ஒத்த பகுதிகளாக இருப்பதால் AB = C D மற்றும் AD = CB ஆகும்.

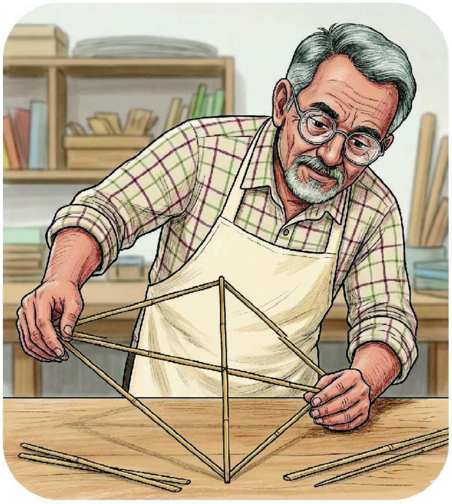
எனவே மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள கோணங்கள் எதுவாக இருந்தாலும் மூலைவிட்டங்கள் சமமாகவும் அவை ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிட்டாலும் உருவாகும் நாற்கரத்தின் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றும் 90^0 ஆக இருக்கும். மேலும் எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமமாக இருக்கும். எனவே அந்த நாற்கரம் ஒரு செவ்வகம் ஆகும்.

ஒரு செவ்வகத்தின் உச்சிப் புள்ளிகளை உருவாக்க மரத்துண்டுகளை எவ்வாறு ஒன்றாக சேர்க்க வேண்டும் என்பதை இப்போது நாம் அறிவோம்! அவை சமமாக இருக்க வேண்டும் மற்றும் அவற்றின் மையப் புள்ளிகளில் இணைக்கப்பட வேண்டும்.

AP SCERT



This method is actually used in practice to make rectangles. Carpenters in Europe use this method to get a rectangular frame. It is also known that farmers in Mozambique, a country in Africa, use this method while constructing houses to get the base of the house in a rectangular shape.



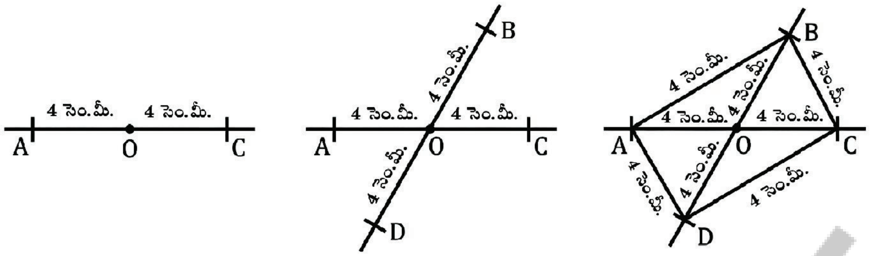
The Process of Finding Properties

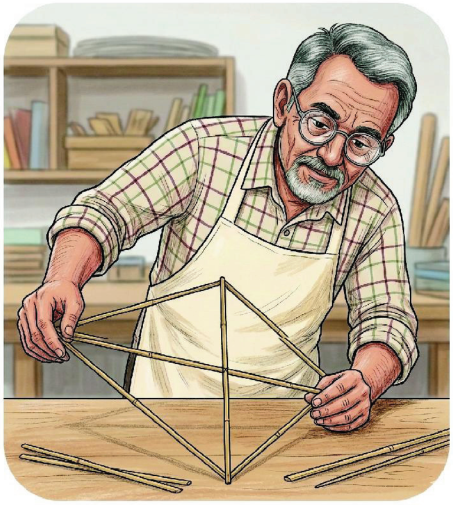
As we have been seeing from lower grades, properties of geometric objects such as parallel lines, angles, and triangles can be deduced through geometric reasoning. We will continue to deduce properties of special types of quadrilaterals in this chapter.

Once you have deduced a property of a quadrilateral, it is good to verify it with a real-world quadrilateral, either the quadrilateral constructed on paper or simply a surface having the shape of the quadrilateral.

If you are not able to figure out the property using deduction, you could experiment by taking real-world quadrilaterals and observing the property through measurement. Note that these observations give useful insights about the property, but with them, we can only form a **conjecture**, that is, a **statement about which we are highly confident, but not yet sure if it always holds true.** For example, constructing a few rectangles and observing through measurement that their diagonals bisect each other does not necessarily mean that this will always be the case - can we be sure that the 1000th rectangle we construct will also have this property? The only way we can be sure of this property is by justifying or proving the statement, just as we did in Deduction 2.

AP SCERT





இந்த முறை வழக்கமாக செவ்வகங்களை உருவாக்க பயன்படுத்தபடுகிறது. ஐரோப்பாவில் உள்ள தச்சர்கள் செவ்வக சட்டத்தை பெற இந்த முறையை பயன்படுத்துகின்றனர். ஆப்பிரிக்காவின் மொசாம்பிக்கில் நாட்டில் உள்ள விவசாயிகள், வீடுகளை கட்டும்போது வீட்டின் அடிப்பகுதியை செவ்வக வடிவத்தில் பெற இந்த முறையை பயன்படுத்துகின்றனர் என்பதும் அறிந்ததே.

பண்புகளைக் கண்டறியும் செயல்முறை

கீழ் வகுப்புகளில் இருந்து நாம் பார்த்து வருவது போல, இணை கோடுகள், கோணங்கள் மற்றும் முக்கோணங்கள் போன்ற வடிவியல் பொருட்களின் பண்புகளை வடிவியல் பகுத்தறிவின் மூலம் உய்த்தறியலாம். இந்த அத்தியாயத்தில் சிறப்பு வகையான நாற்கரங்களின் பண்புகளை நாம் தொடர்ந்து உய்த்தறிவோம்.

ஒரு நாற்கரத்தின் பண்பை நீங்கள் உய்த்தறிந்தவுடன், காகிதத்தில் வரையப்பட்ட நாற்கரத்திலோ அல்லது நாற்கர வடிவத்தை கொண்ட ஒரு பரப்பிலோ, ஒரு நிஜ உலக நாற்கரத்தின் மூலம் அதை சரிபார்ப்பது நல்லது. உலக பகுத்தறிதல் மூலம் உங்களால் பண்பைக் கண்டறிய முடியாவிட்டால், நிஜ உலக நாற்கரங்களை எடுத்து அளவீட்டின் மூலம் பண்பைக் கவனித்து சோதனை செய்யலாம்.

இந்த கவனிப்பு பண்பு பற்றிய பயனுள்ள நுண்ணறிவுகளை தருகின்றன என்பதை நினைவில் கொள்க. ஆனால் அவற்றைக் கொண்டு நாம் ஒரு யூகத்தை மட்டுமே உருவாக்க முடியும். அதாவது நாம் மிகவும் நம்பிக்கையுடன் இருக்கும் ஒரு கூற்று எப்போதும் உண்மையாக இருக்குமோ என்று உறுதியாக தெரியவில்லை. உதாரணமாக சில செவ்வகங்களை வரைந்து அளவீட்டின் மூலம் அவற்றின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக் கூறிடுவதை கவனிப்பது. இது எப்போதும் அப்படிதான் இருக்கும் என்று அர்த்தமல்ல. நாம் வரையும் 1000வது செவ்வகமும் இந்த பண்பைக் கொண்டிருக்கும் என்று நாம் உறுதியாக கூற முடியுமா? பகுத்தறிதல் – 2ல் நாம் செய்தது போல, கூற்றை நியாயப்படுத்துவதன் மூலம் அல்லது நிரூபிப்பதன் மூலம் மட்டுமே இந்த பண்பை நாம் உறுதியாக நம்ப முடியும்.

AP SCERT

Note to the Teacher: Gently encourage students to deduce or justify properties. Whenever students face challenges in doing it, encourage them to experiment and observe, and use their intuition to figure out the properties.

The Carpenter's Problem shows that rectangles can also be defined as follows -

Rectangle: A rectangle is a quadrilateral whose diagonals are equal and bisect each other.

Observe how different this definition is from the earlier one. Yet, both capture the same class of quadrilaterals. Further, it turns out that the first definition can be simplified.

? In the earlier definition, we stated that a rectangle has (a) opposite sides of equal length, and (b) all angles equal to 90°. Would we be wrong if we just define a rectangle as a quadrilateral in which all the angles are 90°?

? If you think that this definition is incomplete, try constructing a quadrilateral in which the angles are all 90° but the opposite sides are not equal.

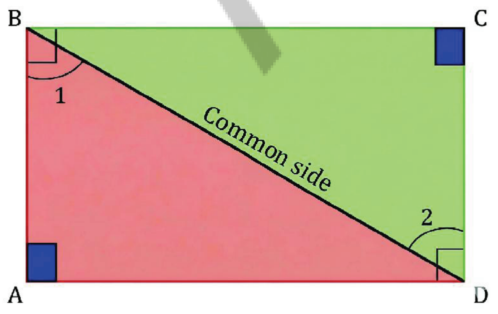
Are you able to construct such a quadrilateral?

Let us prove why this is impossible.

Deduction 4 - What is the shape of a quadrilateral with all the angles equal to 90°?

? Consider a quadrilateral ABCD with all angles measuring 90°. What can we say about the opposite sides of such a quadrilateral?

Join BD. ΔBAD and ΔDCB seem congruent. Can we justify this claim?



Two equalities can be directly seen in the triangles. What can we say about $\angle 1$ and $\angle 2$?

AP SCERT

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு : பண்புகளை உய்த்தறிய அல்லது நியாயப்படுத்த மாணவர்களை மென்மையாக ஊக்குவிக்கவும், அவ்வாறு செய்வதில் மாணவர்கள் சவால்களை எதிர்கொள்ளும் போதெல்லாம் அவர்களை சோதனை செய்யவும், உற்று நோக்கவும். மேலும் பண்புகளை கண்டறிய அவர்களின் உள்ளுணர்வைப் பயன்படுத்த ஊக்குவிக்கவும்.

தச்சரின் கணக்கு செவ்வகங்களைப் பின்வருமாறும் வரையறுக்கலாம் என்பதை கூறுகிறது.

செவ்வகம்: செவ்வகம் என்பது மூலைவிட்டங்கள் சமமாகவும், ஒன்றுக்கொன்று இருசமக் கூறிட செய்யும் ஒரு நாற்கரமாகும்.

இந்த வரையறை முந்தைய வரையறையிலிருந்து எவ்வளவு வேறுபட்டது என்பதைக் கவனியுங்கள். இருப்பினும் இரண்டுமே ஒரே நாற்கரங்களின் வகுப்பை பிடிக்கின்றன. மேலும் முதல் வரையறையை எளிமைப்படுத்தலாம் என்பது மாறிவிடும்.

? முந்தைய வரையறையில் ஒரு செவ்வகம் (a) சம நீளமுள்ள எதிரெதிர் பக்கங்களைக் கொண்டுள்ளது. மேலும் (b) அனைத்து கோணங்களும் 90^0 சமம் என்று கூறினோம். ஒரு செவ்வகத்தை அனைத்து கோணங்களும் 90^0 ஆக உள்ள ஒரு நாற்கரம் என்று நாம் வரையறுத்தால் தவறா?

? இந்த வரையறை முழுமையற்றது என்று நீங்கள் நினைத்தால், கோணங்கள் அனைத்தும் 90^0 ஆகவும் ஆனால் எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமமாக இல்லாமலும் இருக்கும் ஒரு நாற்கரத்தை வரைய முயற்சிக்கவும்.

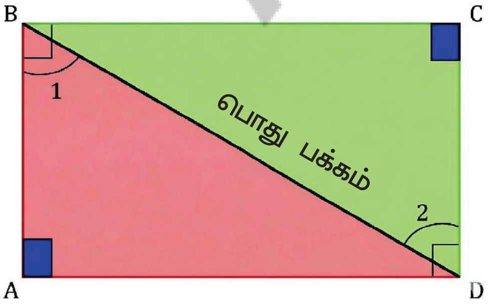
உங்களால் அத்தகைய நாற்கரத்தை வரைய முடிகிறதா?

இது ஏன் சாத்தியமற்றது என்பதை நிரூபிப்போம்.

பகுத்தறிதல் – 4: அனைத்து கோணங்களும் 90^0 ஆக உள்ள ஒரு நாற்கரத்தின் வடிவம் என்ன?

? அனைத்து கோணங்களும் 90^0 ஆக உள்ள ABCD என்ற நாற்கரத்தை கவனியுங்கள். அத்தகைய நாற்கரத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்களை பற்றி நாம் என்ன கூற முடியும்?

BD ஐ இணைக்கவும். ΔBAD மற்றும் ΔDCB ஆகியவை சர்வ சமமாக தோன்றுகின்றன. இந்த கோரிக்கையை நாம் நியாயபடுத்த முடியுமா?

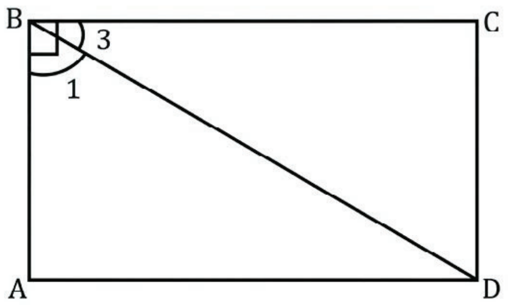


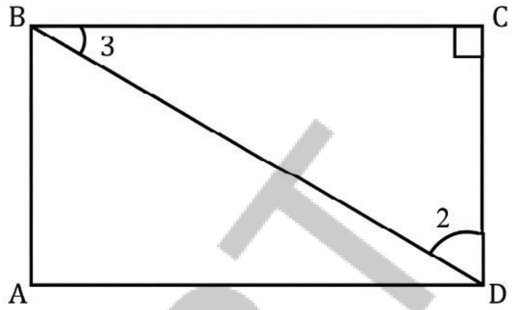
முக்கோணங்களில் இரண்டு சமத்துவங்களை நேரடியாக காண முடிகிறது.

$\angle 1$ மற்றும் $\angle 2$ ஐ பற்றி நாம் என்ன கூற முடியும்?

AP SCERT

Recall that we tackled a very similar problem in Deduction 2. We can use the same reasoning here.





Since B = 90°,
$\angle 3 + \angle 1 = 90°$.

In $\angle$BCD, since
$\angle 3 + \angle 2 + 90° = 180°$,
$\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

So, $\angle 1 = \angle 2$.

Thus, by the AAS congruence condition, $\Delta BAD \cong \Delta DCB$.

Therefore, AD = CB, and DC = BA, since these are corresponding sides of congruent triangles.

? Is it wrong to write $\Delta BAD \cong \Delta CDB$? Why?

Thus, we have established that if all the angles of a quadrilateral are right angles, then the opposite sides have equal lengths. Therefore, the quadrilateral is a rectangle. Thus, a rectangle can simply be defined as follows-

Rectangle: A rectangle is a quadrilateral in which the angles are all 90°. Let us list the properties of a rectangle.

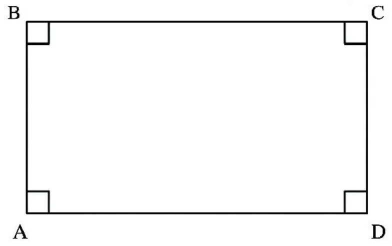
Property 1: All the angles of a rectangle are 90°.

Property 2: The opposite sides of a rectangle are equal.

? Are the opposite sides of a rectangle parallel?

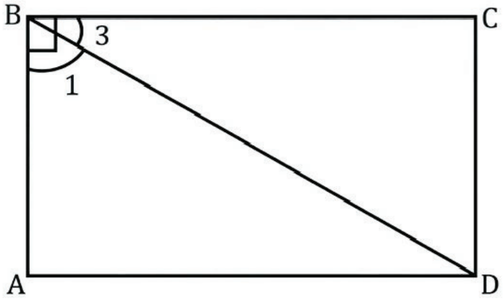
They definitely seem so. This fact can be justified using one of the transversal properties.

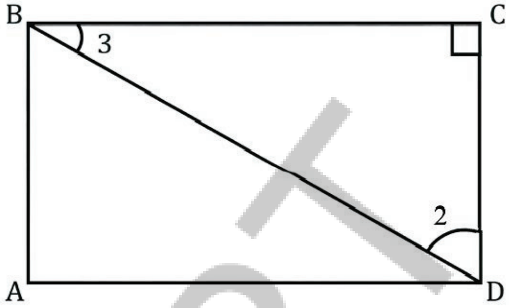
Notice that AB acts as a transversal to AD and BC, and that $\angle A + \angle B = 90° + 90° = 180°$. When the sum of the internal angles on the same side of the transversal is 180°, the lines are parallel. We can use this fact to conclude that the lines AD and BC are parallel, which we represent as AD || BC.



AP SCERT

பகுத்தறிதல் 2ல் இதே போன்ற ஒரு கணக்கை நாம் கையாண்டதை நினைவு கூறுங்கள். அதே காரணத்தை நாம் இங்கு பயன்படுத்தலாம்.





இங்கு B = 90°

$\angle 3 + \angle 1 = 90^\circ$.

$\angle BCD$ ல் இருந்து

$\angle 3 + \angle 2 + 90^\circ = 180^\circ$

$\angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$.

எனவே $\angle 1 = \angle 2$.

ஆகவே கோ.கோ.ப. சர்வ சம நிபந்தனையின்படி $\Delta BAD \cong \Delta DCB$.

எனவே AD = CB மற்றும் DC = BA. ஏனெனில் இவை சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்த பக்கங்களாகும்.

? $\Delta BAD \cong \Delta CDB$? என்று எழுதுவது தவறா? ஏன்?

ஒரு நாற்கரத்தின் அனைத்து கோணங்களும் செங்கோணங்களாக இருந்தால், எதிரெதிர் பக்கங்கள் சம நீளத்தை பெற்றிருக்கும் என்பதை நாம் நிருபித்துள்ளோம். ஆகவே நாற்கரம் ஒரு செவ்வகம் ஆகும். எனவே ஒரு செவ்வகத்தை பின்வருமாறு எளிமையாக வரையறுக்கலாம்.

செவ்வகம்: செவ்வகம் என்பது கோணங்கள் அனைத்தும் 90^0 ஆக உள்ள ஒரு நாற்கரம். ஒரு செவ்வகத்தின் பண்புகளை பட்டியலிடுவோம்.

பண்பு 1: ஒரு செவ்வகத்தின் அனைத்து கோணங்களும் 90^0.

பண்பு 2: ஒரு செவ்வகத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமம்.

? ஒரு செவ்வகத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணையாக இருக்குமா? அவை நிச்சயமாக அப்படி தோன்றுகின்றன. குறுக்குவெட்டியின் பண்புகளில் ஒன்றை பயன்படுத்தி இந்த உண்மையை நியாயப்படுத்தலாம்.

AB ஆனது AD மற்றும் BC க்கு குறுக்கு வெட்டியாக செயல்படுகிறது என்பதையும் $\angle A + \angle B = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.. என்பதையும் கவனியுங்கள். குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் உள்ள உட்கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 ஆக இருக்கும் போது கோடுகள் இணையாக இருக்கும். இந்த உண்மையை பயன்படுத்தி AD மற்றும் BC ஆகிய கோடுகள் இணையாக உள்ளன என்று முடிவுக்கு வரலாம். இதை நாம் AD || BC என்று குறிக்கிறோம்.

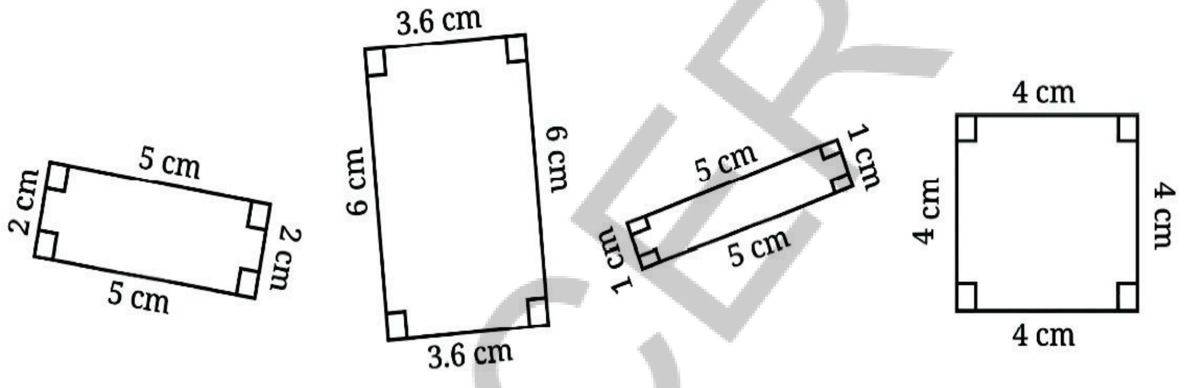
Can you similarly show that AB is parallel to DC (AB||DC)?

Property 3: The opposite sides of a rectangle are parallel to each other.

Property 4: The diagonals of a rectangle are of equal length and they bisect each other.

A Special Rectangle

In the quadrilaterals below, are there any non-rectangles?

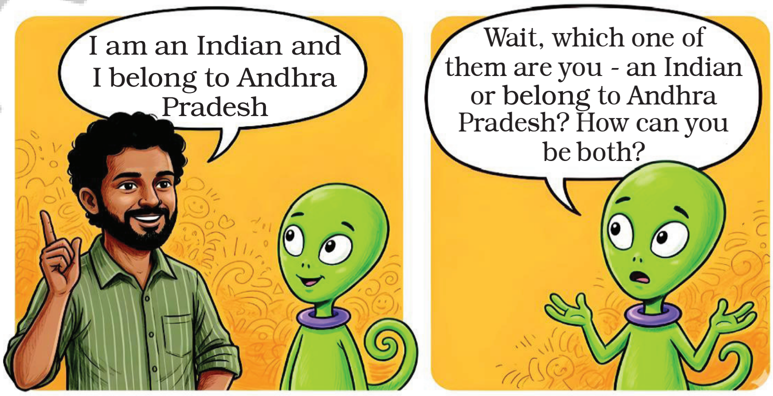


(i) (ii) (iii) (iv)

All these quadrilaterals are rectangles, including (iv). Quadrilateral (iv) is a rectangle because all its angles are 90°. However, it is a special kind of rectangle with all sides of equal length. We know that this quadrilateral is also called a square.

Square: A square is a quadrilateral in which all the angles are equal to 90°, and all the sides are of equal length.

Thus, every square is also a rectangle, but clearly every rectangle is not a square.



AP SCERT

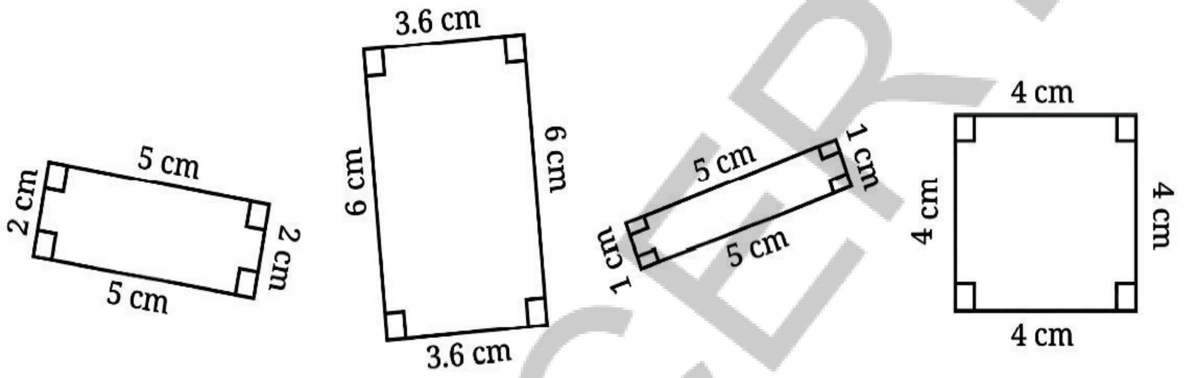
இதே போல் AB ஆனது DC க்கு இணை $(AB \| DC)$ எனக் காட்ட முடியுமா?

பண்பு 3: ஒரு செவ்வகத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இணையானவை.

பண்பு 4: ஒரு செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சம நீளம் கொண்டவை மற்றும் அவை ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன.

ஒரு சிறப்பு செவ்வகம்

கீழே உள்ள நாற்கரங்களில் செவ்வகங்கள் அல்லாதவை ஏதேனும் உள்ளதா?



(i) (ii) (iii) (iv)

(iv) உட்பட இந்த நாற்கரங்கள் அனைத்தும் செவ்வகங்களாகும். நாற்கரம் (iv) ஒரு செவ்வகம் ஆகும். ஏனெனில் அதன் அனைத்து கோணங்களும் 90^0 ஆகும். இருப்பினும் இது அனைத்து பக்கங்களும் சம நீளம் கொண்ட ஒரு சிறப்பு வகையான செவ்வகமாகும். இந்த நாற்கரம் சதுரம் என்று அழைக்கப்படுகிறது என்பதை நாம் அறிவோம்.

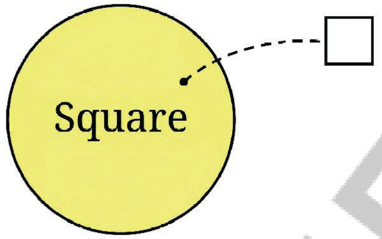
சதுரம் : சதுரம் என்பது ஒரு நாற்கரம். இதில் அனைத்து கோணங்களும் 90^0க்கு சமமாகவும், அனைத்து பக்கங்களும் சம நீளம் கொண்டும் இருக்கும்.

எனவே ஒவ்வொரு சதுரமும் ஒரு செவ்வகமாகும். ஆனால் தெளிவாக ஒவ்வொரு செவ்வகமும் ஒரு சதுரம் அல்ல.

AP SCERT

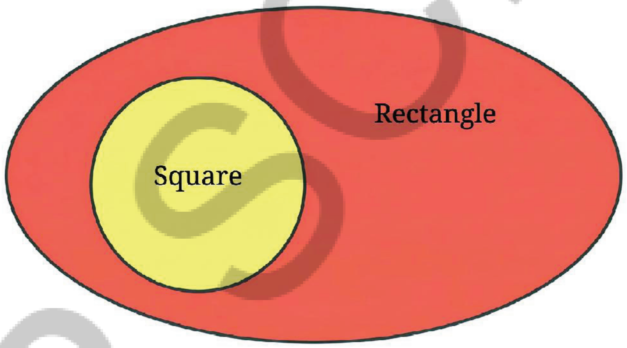
This relation can be pictorially represented using a **Venn diagram**. We have seen these diagrams before. In a Venn diagram, a set of objects is represented as points inside a closed curve. Typically, these closed curves are ovals or circles.

For example, the set of all squares is represented as

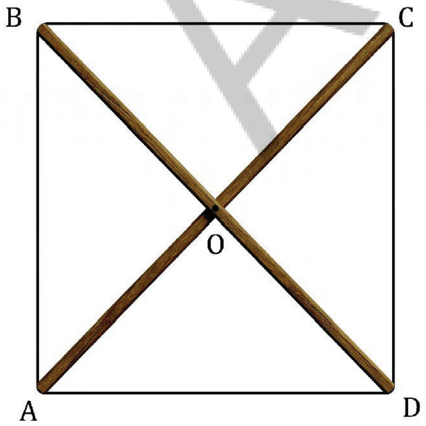


Each point in the region represents a square, thereby covering all the possible squares.

Since every square is a rectangle, the Venn diagram representation of these two sets would be as follows -



Let us consider the Carpenter's Problem again. If the wooden strips have to be placed such that the thread passing through their endpoints forms a square, what must be done?



As in the previous case, let us try to construct a square, one of whose diagonals is of length 8 cm. While solving the Carpenter's Problem for the case of a rectangle, we have seen that to get a quadrilateral with all angles 90° (and opposite sides of equal length), the diagonals have to be drawn such that -

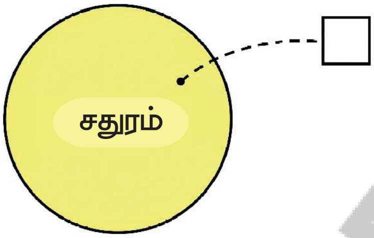
(i) they are of equal lengths, and

(ii) they bisect each other.

APSCERT

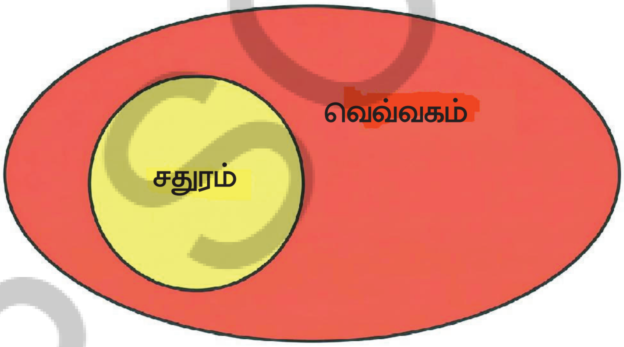
இந்த உறவை வென் வரைபடத்தை பயன்படுத்தி படமாக பிரதிநிதித்துவப்படுத்தலாம். இந்த வரைபடங்களை நாம் முன்பே பார்த்திருக்கிறோம். ஒரு வென் வரைபடத்தில் பொருட்களின் தொகுப்பு ஒரு மூடிய வளைவுக்குள் உள்ள புள்ளிகளாக குறிக்கப்படுகிறது. பொதுவாக இந்த மூடிய வளைவுகள் நீள்வட்டங்கள் அல்லது வட்டங்கள்.

உதாரணமாக அனைத்து சதுரங்களின் தொகுப்பும் இவ்வாறு குறிக்கப்படுகிறது.

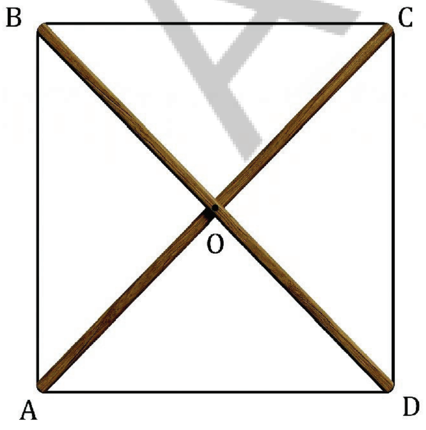


பகுதிக்குள் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியும் ஒரு சதுரத்தை குறிக்கிறது. இதனால் சாத்தியமான அனைத்து சதுரங்களையும் உள்ளடக்குகிறது.

ஒவ்வொரு சதுரமும் ஒரு செவ்வகம் என்பதால், இந்த இரண்டு தொகுப்புகளின் வென் வரைபட பிரதிநிதித்துவம் பின்வருமாறு இருக்கும்.



? தச்சரின் கணக்கை மீண்டும் கருத்தில் கொள்வோம். மரத்துண்டுகளின் இறுதிப்புள்ளிகள் வழியாக செல்லும் நூல் ஒரு சதுரத்தை உருவாக்குமாறு வைக்கப்பட வேண்டுமானால் என்ன செய்ய வேண்டும்? முந்தைய நிகழ்வு போலவே, மூலைவிட்டங்களில் ஒன்றின் நீளம் 8 செ.மீ ஆக உள்ள ஒரு சதுரத்தை வரைய முயற்சிப்போம். செவ்வகங்களுக்கான தச்சரின் கணக்கை தீர்க்கும் போது அனைத்து கோணங்களும் 90^0 ஆகவும் (மற்றும் எதிரெதிர் பக்கங்கள் சம நீளமாகவும்) உள்ள ஒரு நாற்கரத்தை பெற மூலைவிட்டங்களை எவ்வாறு வரைய வேண்டும் என்பதை நாம் பார்த்திருக்கிறோம்.



(i) அவை சமநீளம் கொண்டவை, மற்றும்

(ii) அவை ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன.

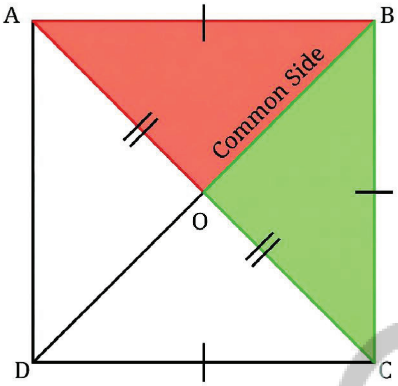
? What more needs to be done to get equal sidelengths as well? Can this be achieved by properly choosing the angle between the diagonals?

See if you can reason and/or experiment to figure this out!

Deduction 5 - What should be the angle formed by the diagonals?

The angle between the diagonals can be found using the notion of congruence! Suppose we join the equal diagonals such that they bisect each other and result in a square. Let us label the square ABCD.

To find the angle formed by the diagonals, what are the two triangles we should consider for congruence?



By the SSS condition for congruence, $\Delta BOA \cong \Delta BOC$

? Can this be used to find the angles $\angle$**BOA and** $\angle$**BOC** formed by the diagonals?

Since these angles are corresponding parts of congruent triangles, they are equal. Further, these angles together form a straight angle. So $\angle$**BOA +** $\angle$**BOC = 180°**. Thus, these angles have to be 90° each.

This shows that the diagonals of a square bisect each other at right angles. This means that the diagonals have to be drawn such that they are of equal lengths and bisect each other at right angles. Since the endpoints of the diagonals uniquely determine the vertices of a quadrilateral, we will get a square when the diagonals are joined this way.

? Using this fact, construct a square with a diagonal of length 8 cm.

Properties of a Square

Since a square is a special type of rectangle, all the properties of a rectangle hold true for a square.

AP SCERT

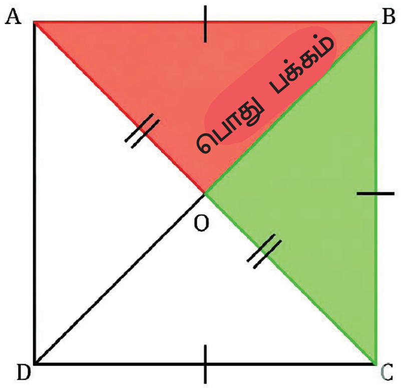
? சமமான பக்க நீளங்களையும் பெற இன்னும் என்ன செய்ய வேண்டும்? மூலை விட்டங்களுக்கு இடையிலான கோணத்தை சரியாக தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் இதை அடைய முடியுமா?

இதை கண்டறிய உங்களால் பகுத்தறிய மற்றும் சோதனை செய்ய முடியுமா என்று பாருங்கள்.

பகுத்தறிதல்-5: மூலைவிட்டங்களால் உருவாக்கப்படும் கோணம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

சர்வ சம கருத்தை பயன்படுத்தி மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையிலான கோணத்தை கண்டறியலாம். சமமான மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிட்டு ஒரு சதுரத்தை உருவாக்குமாறு அவற்றை இணைப்போம் என்று வைத்துக்கொள்வோம். சதுரத்தை ABCD என பெயரிடுவோம்.

மூலைவிட்டங்களால் உருவாக்கப்படும் கோணத்தை கண்டறிய சர்வ சமத்திற்காக நாம் கருத்தில் கொள்ள வேண்டிய இரண்டு சர்வசம முக்கோணங்கள் எவை?



எனவே

$\Delta BOA \cong \Delta BOC$

? பா.ப.ப. சர்வசம நிபந்தனையின்படி $\angle$**BOA** $\cong \angle$**BOC**

மூலைவிட்டங்களால் உருவாக்கப்படும் $\angle$**BOA** மற்றும் $\angle$**BOC** கோணங்களை கண்டறிய இதை பயன்படுத்த முடியுமா?

இந்த கோணங்கள் சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்த பகுதிகளாக இருப்பதால் அவை சமம். மேலும் இந்த கோணங்கள் சேர்ந்து ஒரு நேர் கோணத்தை உருவாக்குகின்றன. எனவே $\angle$**BOA** + $\angle$**BOC = 180°**. ஆகவே இந்த கோணங்கள் ஒவ்வொன்றும் 90^0 ஆக இருக்க வேண்டும்.

ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் செங்கோணங்களில் ஒன்றுக்கொன்று இருசம கூறிடுகின்றன என்பதை இது காட்டுகிறது. அதாவது மூலைவிட்டங்கள் சம நீளம் கொண்டவையாகவும், செங்கோணங்களில் இறுதிப் புள்ளிகள் ஒரு நாற்கரத்தின் உச்சி புள்ளிகளை தனித்துவமாக தீர்மானிப்பதால், மூலைவிட்டங்கள் இந்த வழியில் இணைக்கப்படும் போது நமக்கு ஒரு சதுரம் கிடைக்கும்.

? இந்த உண்மையை பயன்படுத்தி 8 செ.மீ நீளமுள்ள மூலைவிட்டத்தை கொண்ட ஒரு சதுரத்தை வரையவும்.

ஒரு சதுரத்தின் பண்புகள்

சதுரம் என்பது ஒரு சிறப்பு வகை செவ்வகம் என்பதால், செவ்வகத்தின் அனைத்து பண்புகளும் சதுரத்திற்கும் பொருந்தும்.

? Verify if this is true by going through geometric reasoning in Deduction 1 and Deduction 2, and see if they apply to a square as well.

Property 1: All the sides of a square are equal to each other.

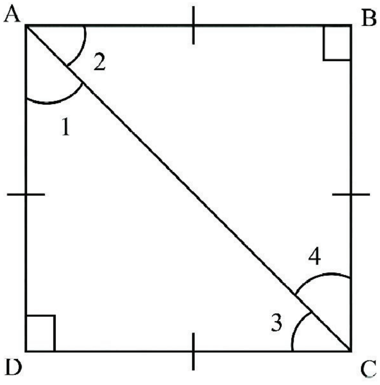
Property 2: The opposite sides of a square are parallel to each other.

Property 3: The angles of a square are all 90°.

Property 4: The diagonals of a square are of equal length and they bisect each other at 90°.

There is one more special property of a square.

? What are the measures of $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, and $\angle 4$? See if you can reason and/or experiment to figure this out!



In $\triangle$ADC, we have,

$\angle 1 + \angle 3 + 90 = 180$

Since AD = DC, we have $\angle 1 = \angle 3$.

Thus, $\angle 1 = \angle 3 = 45°$.

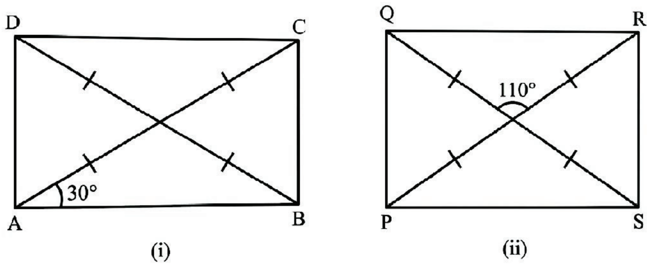
Similarly, find $\angle 2$ and $\angle 4$.

Thus, we have another property of a square -

Property 5 : The diagonals of a square divide the angles of the square into equal halves. This can also be expressed as - The diagonals of a square bisect the angles of the square.

Figure it Out - 4.1

1. Find all the other angles inside the following rectangles.



(i) (ii)

பகுத்தறிதல் – 1 மற்றும் – பகுத்தறிதல் 2ல் வடிவியல் பகுத்தறிவை மேற்கொள்வதன் மூலம் இது உண்மையா என்பதை சரிபார்க்கவும். மேலும் அவை ஒரு சதுரத்திற்கும் பொருந்துமா என்று பார்க்கவும்.

பண்பு 1 : ஒரு சதுரத்தின் அனைத்து பக்கங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமம்.

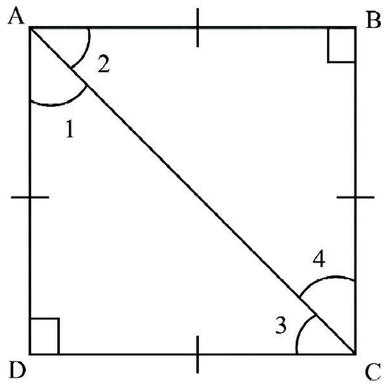
பண்பு 2: ஒரு சதுரத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இணையானவை.

பண்பு 3: ஒரு சதுரத்தின் அனைத்து கோணங்களும் 90^0.

பண்பு 4: ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமநீளம் கொண்டவை. மேலும் அவை 90^0 (செங்கோணங்களில்) ஒன்றுக்கொன்று இது சம கூறிடுகின்றன.

ஒரு சதுரத்திற்கு இன்னும் ஒரு சிறப்பு பண்பு உள்ளது.

$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ மற்றும் $\angle 4$ ன் அளவுகள் என்ன? இதை கண்டறிய உங்களால் பகுத்தறிய மற்றும் / அல்லது சோதனை செய்ய முடியுமா என்று பாருங்கள்.



ΔADC ல் நமக்கு

$\angle 1 + \angle 3 + 90 = 180$

இங்கு $AD = DC$ என்பதால் $\angle 1 = \angle 3$ என்று ஆகிறது.

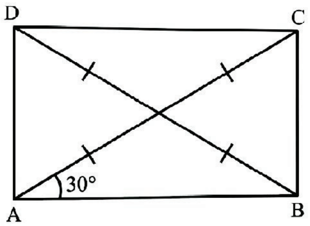
எனவே $\angle 1 = \angle 3 = 45°$.

இதே போல் $\angle 2$ மற்றும் $\angle 4$ ஐ கண்டுபிடி. எனவே சதுரத்தின் மற்றொரு பண்பு கிடைக்கிறது.

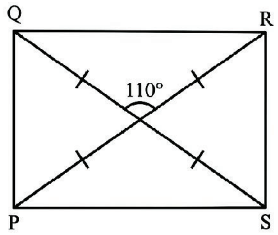
பண்பு 5: ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சதுரத்தின் கோணங்களை சம பாதிகளாக பிரிக்கின்றன. இதை பின்வருமாறு கூறலாம். ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சதுரத்தின் கோணங்களை இருசமக்கூறிடுகின்றன.

கண்டுபிடிப்போம் – 4.1

1. பின்வரும் செவ்வகங்களில் உள்ள மற்ற அனைத்து கோணங்களையும் கண்டறியவும்.



(i)



(ii)

2. Draw a quadrilateral whose diagonals have equal lengths of 8 cm that bisect each other, and intersect at an angle of

   (i) 30° (ii) 40° (iii) 90° (iv) 140°

3. Consider a circle with centre O. Line segments PL and AM are two perpendicular diameters of the circle. What is the figure APML? Reason and/or experiment to figure this out.

4. We have seen how to get 90° using paper folding. Now, suppose we do not have any paper but two sticks of equal length, and a thread. How do we make an exact 90° using these?

5. We saw that one of the properties of a rectangle is that its opposite sides are parallel. Can this be chosen as a definition of a rectangle? In other words, is every quadrilateral that has opposite sides parallel and equal, a rectangle?

Try This

4.2. Angles in a Quadrilateral

? Is it possible to construct a quadrilateral with three angles equal to 90° and the fourth angle not equal to 90°?

You might have observed through constructions that this may not be possible.

? But why not?

This is due to a general property of quadrilaterals related to their angles.

We have seen that the sum of the angles of a triangle is 180°. There is a similar regularity in the sum of the angles of a quadrilateral.

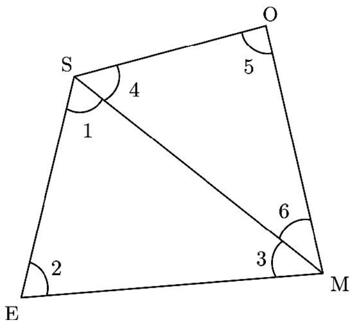
Consider a quadrilateral SOME.

Draw a diagonal SM. We get two triangles ΔSEM and ΔSOM.

In ΔSEM, we have $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

And in ΔSOM, $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180°$.

What do we get when we add all six angles?



We will have

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180° + 180°$

$= 360°$.

Or, $(\angle 1 + \angle 4) + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 2 + \angle 5 = 360°$.

Since $(\angle 1 + \angle 4)$, $(\angle 3 + \angle 6)$, $\angle 2$ and $\angle 5$ are the angles of this quadrilateral, we have the following result -

AP SCERT

2. சம நீளம் கொண்ட 8 செ.மீ மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன. மேலும் வெட்டும் கோணம் பின்வருமாறு உள்ள நாற்கரத்தை வரையவும்.
(i) 30° (ii) 40° (iii) 90° (iv) 140°

3. O ஐ மையமாக கொண்ட ஒரு வட்டத்தை எடுத்துக்கொள். கோட்டு துண்டுகள் PL மற்றும் AM ஆகியவை வட்டத்தின் இரண்டு செங்குத்து விட்டங்களாகும். APML என்ன வடிவம்? இதை கண்டறிய பகுத்தறியவும் மற்றும் / அல்லது சோதனை செய்யவும்.

4. காகித மடிப்பை பயன்படுத்தி 90^0 ஐ எவ்வாறு பெறுவது என்பதை நாம் பார்த்தோம். இப்போது நம்மிடம் காகிதம் எதுவும் இல்லை. ஆனால் சம நீளமுள்ள இரண்டு குச்சிகள் மற்றும் ஒரு நூல் மட்டுமே உள்ளது என்று வைத்து கொள்வோம். இவற்றை பயன்படுத்தி சரியாக 90^0 ஐ எவ்வாறு உருவாக்குவது?

முயற்சி செய்

5. செவ்வகத்தின் பண்புகளில் ஒன்று அதன் எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணையாக உள்ளன என்பதை பார்த்தோம். இதை ஒரு செவ்வகத்தின் வரையறையாக தேர்ந்தெடுக்க முடியுமா? வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணையாகவும் சமமாகவும் இருக்கும் ஒவ்வொரு நாற்கரமும் ஒரு செவ்வகமா?

4.2 ஒரு நாற்கரத்தின் கோணங்கள்

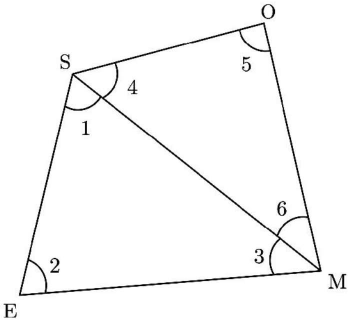
? மூன்று கோணங்கள் 90^0 க்கு சமமாகவும் நான்காவது கோணம் 90^0 க்கு சமமாக இல்லாமலும் இருக்கும் ஒரு நாற்கரத்தை உருவாக்க முடியுமா?

இது சாத்தியமில்லை என்பதை நீங்கள் வரைதல்கள் மூலம் கவனித்திருக்கலாம்.

? ஆனால் ஏன் முடியாது?

இதற்கு நாற்கரங்களின் கோணங்கள் தொடர்பான ஒரு பொதுவான பண்பு காரணமாகும். ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 என்பதை நாம் பார்த்தோம். ஒரு நாற்கரத்தின் கோணங்களின் கூடுதலிலும் இதே போன்ற ஒரு ஒழுங்குமுறை உள்ளது.

SOME என்ற நாற்கரத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்.



SM என்ற மூலைவிட்டத்தை வரையவும். ΔSEM மற்றும் ΔSOM என்ற இரண்டு முக்கோணங்களை பெறுகிறோம்.

ΔSEM ல் $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$ ஐ பெறுகிறோம்.

மேலும் ΔSOM ல், $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180°$ உள்ளது.

ஆறு கோணங்களையும் கூட்டினால் நமக்கு என்ன கிடைக்கும்?

நாம் பெறுவது,

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180° + 180° = 360°$.

அல்லது $(\angle 1 + \angle 4) + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 2 + \angle 5 = 360°$.

இங்கே $(\angle 1 + \angle 4)$, $(\angle 3 + \angle 6)$, $\angle 2$ மற்றும் $\angle 5$ ஆகியவை இந்த நாற்கரத்தின் கோணங்கள் என்பதால், பின்வரும் முடிவைப் பெறுகிறோம்.

AP SCERT

The sum of all angles in any quadrilateral is 360°.

This explains why it is impossible for a quadrilateral to have three right angles, with the fourth angle not right angle.

4.3. More Quadrilaterals with Parallel Opposite Sides

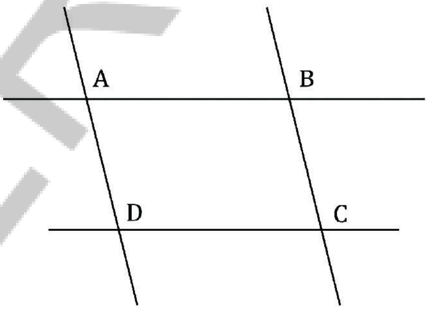
Rectangles (and therefore squares) have parallel opposite sides.

? Are there quadrilaterals that have parallel opposite sides that are not rectangles?

Let us try constructing one.

This can be easily done by drawing two pairs of parallel lines, ensuring that they do not meet at right angles.

? Construct such a figure by recalling how parallel lines can be constructed using a ruler and a set-square, or a compass and a ruler.



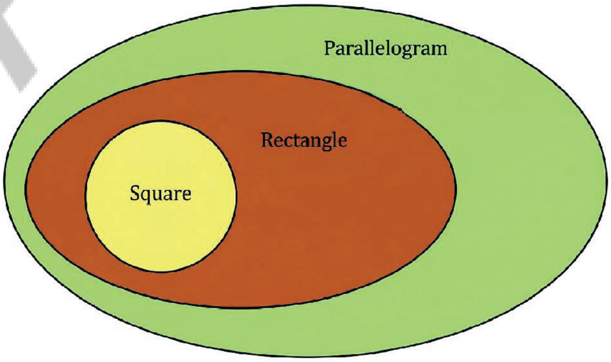
Observe the quadrilateral ABCD. It has parallel opposite sides but is not a rectangle.

Thus, a larger set of quadrilaterals exists in which the opposite sides are parallel. Such quadrilaterals are called **parallelograms.**

? Is a rectangle a parallelogram?

A rectangle has opposite sides parallel. So, it satisfies the parallelogram's definition. Hence, it is indeed a parallelogram. More specifically, a rectangle is a special kind of parallelogram with all its angles equal to 90°.

Let us represent this relation using a Venn diagram.



AP SCERT

ஒரு நாற்கரத்தில் உள்ள அனைத்து கோணங்களின் கூடுதல் 360^0.

ஒரு நாற்கரம் மூன்று செங்கோணங்களையும், செங்கோணம் அல்லாத ஒரு நான்காவது கோணத்தையும் கொண்டிருப்பது ஏன் சாத்தியமற்றது என்பதை இது விளக்குகிறது.

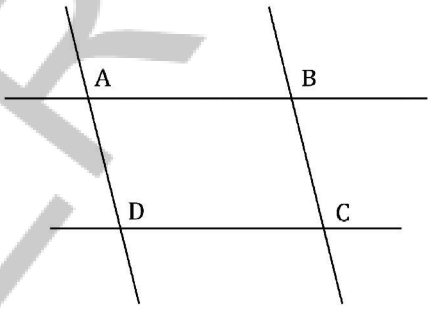
4.3 இணையான எதிரெதிர் பக்கங்களை கொண்ட மேலும் சில நாற்கரங்கள்

செவ்வகங்கள் (மற்றும் சதுரங்கள்) இணையான எதிரெதிர் பக்கங்களை கொண்டுள்ளன.

? செவ்வகங்கள் அல்லாத ஆனால் இணையான எதிரெதிர் பக்கங்களை கொண்ட நாற்கரங்கள் உள்ளதா?

அப்படி ஒன்றை வரைய முயற்சிப்போம்.

இரண்டு ஜோடி இணை கோடுகளை வரைவதன் மூலம் இதை எளிதாக செய்யலாம். அவை செங்கோணங்களில் சந்திக்கவில்லை என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.



? அளவுகோல் மற்றும் மூலைமட்டத்தை பயன்படுத்தி அல்லது கவராயம் மற்றும் அளவுகோலை பயன்படுத்தி இணை கோடுகளை எவ்வாறு வரையலாம் என்பதை நினைவுகூர்ந்து அத்தகைய வடிவத்தை வரையவும்.

நாற்கரம் ABCD ஐ கவனியுங்கள். இது இணையான எதிரெதிர் பக்கங்களை கொண்டுள்ளது. ஆனால் இது ஒரு செவ்வகம் அல்ல.

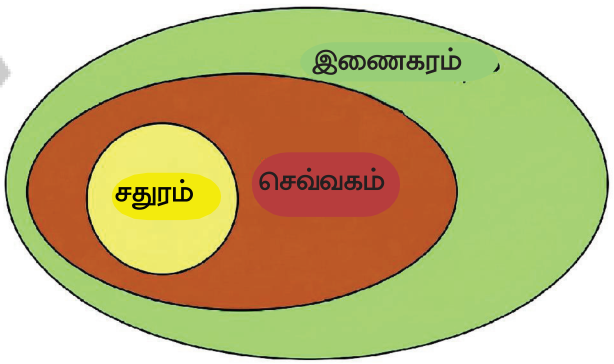
எனவே எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணையாக இருக்கும் நாற்கரங்களின் ஒரு பெரிய தொகுப்பு உள்ளது. அத்தகைய நாற்கரங்கள் **இணைகரங்கள்** என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

? செவ்வகம் ஒரு இணைகரமா?

ஒரு செவ்வகத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணையாக இருக்கும். எனவே இது இணைகரத்தின் வரையறையை பூர்த்தி செய்கிறது. எனவே இது உண்மையில் ஒரு இணைகரமாகும்.

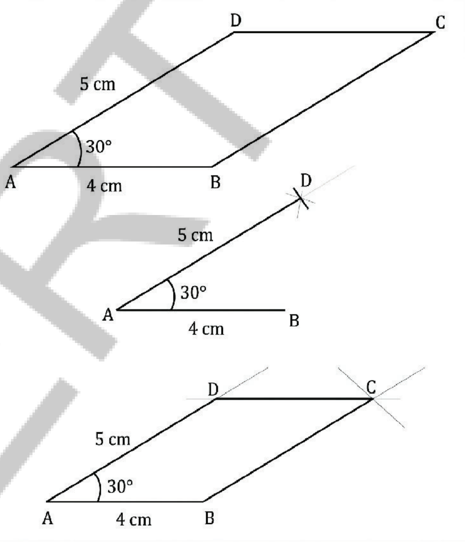
இன்னும் குறிப்பாக, ஒரு செவ்வகம் என்பது அதன் அனைத்து கோணங்களும் 90^0 ஆக இருக்கும் ஒரு சிறப்பு வகையான இணைகரமாகும்.

இந்த உறவை வென் வரைபடத்தை பயன்படுத்தி பிரதிநிதித்துவபடுத்துவோம்.



To understand the relations between the sides and the angles of a parallelogram, let us construct the following figure.

? Draw a parallelogram with adjacent sides of lengths 4 cm and 5 cm, and an angle of 30° between them.



Step 1: Draw line segments AB = 4 cm and AD = 5 cm with an angle of 30° between them.

Step 2: Draw a line parallel to AB through the point D, and a line parallel to AD through B. Mark the point at which these lines intersect as C.

ABCD is the required parallelogram.

? What are the remaining angles of the parallelogram? What are the lengths of the remaining sides? See if you can reason out and/ or experiment to figure these out.

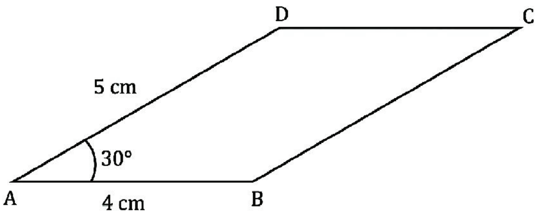
? Deduction 6 - What can we say about the angles of a parallelogram?

In the parallelogram ABCD, AB∥CD, and AD is a transversal to them.

$\angle A + \angle D = 180°$ (sum of the internal angles on the same side of a transversal).

Therefore,

D = 180° - A = 180° - 30° = 150°.



Similarly, AD∥BC, and AB and CD are transversals to them.

So, $\angle A + \angle B = 180°$.

So, $\angle C + \angle D = 180°$.

Using these equations, we get $\angle B = 150°$ and $\angle C = 30°$.

We see that in this parallelogram, the **adjacent pairs of angles add up to 180° and opposite pairs of angles are equal.**

Thus,

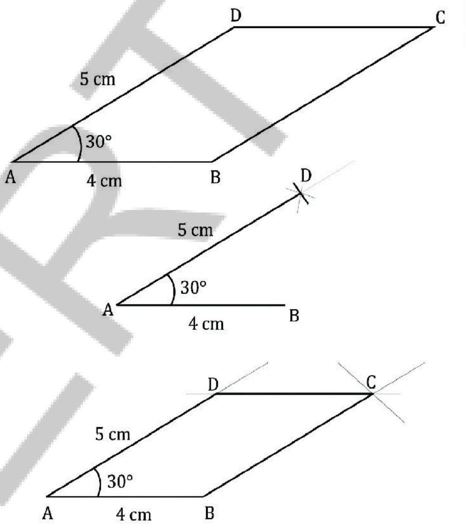
$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A + \angle D = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$, and $\angle B + \angle C = 180°$.

And, $\angle A = \angle C$, and $\angle B = \angle D$.

AP SCERT

ஒரு இணைகரத்தின் பக்கங்களுக்கும் கோணங்களுக்கும் இடையிலான உறவுகளை புரிந்து கொள்ள பின்வரும் வடிவத்தை வரைவோம்.

? அடுத்துள்ள பக்கங்களின் நீளங்கள் 4 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ மேலும் அவற்றுக்கு இடையே 30^0 கோணம் கொண்ட ஒரு இணைகரத்தை வரையவும்.



படி 1: AB = 4 செ.மீ AD = 5 செ.மீ கோட்டுத் துண்டுகளை அவற்றுக்கு இடையே 30^0 கோணத்துடன் வரையவும்.

படி 2: D புள்ளி வழியாக AB க்கு இணையாக ஒரு கோட்டையும் B வழியாக AD க்கு இணையாக ஒரு கோட்டையும் வரையவும். இந்த கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியை C எனக் குறிக்கவும்.

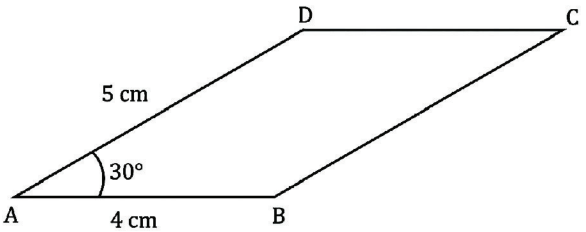
ABCD என்பது தேவையான இணைகரமாகும்.

? இணைகரத்தின் மீதமுள்ள கோணங்கள் என்ன? மீதமுள்ள பக்கங்களின் நீளங்கள் என்ன? இவற்றை கண்டறிய உங்களால் பகுத்தறிய மற்றும்/ அல்லது சோதனை செய்ய முடியுமா? என்று பாருங்கள்.

? **பகுத்தறிதல் – 6 : ஒரு இணைகரத்தின் கோணங்கள் பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?**

இணைகரம் ABCDல், AB||CD, மற்றும் AD குறுக்கு வெட்டி ஆகும்.

$A + D = 180°$ (குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் உள்ள உட்கோணங்களின் கூடுதல்).



எனவே $D = 180° - A = 180° - 30° = 150°$.

இதேபோல், AD||BC, மேலும் AB மற்றும் CD ஆகியவை அவற்றின் குறுக்குவெட்டிகள் ஆகும்.

எனவே $\angle A + \angle B = 180°$.

எனவே $\angle C + \angle D = 180°$.

இந்த சமன்பாடுகளை பயன்படுத்தி $\angle B = 150°$ மற்றும் $\angle C = 30°$ ஐ பெறுகிறோம்.

இந்த இணைகரத்தில் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 ஆகவும் எதிரெதிர் கோணங்களின் இணைகள் சமமாகவும் இருப்பதை நாம் காண்கிறோம்.

எனவே

$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A + \angle D = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$, மற்றும் $\angle B + \angle C = 180°$.

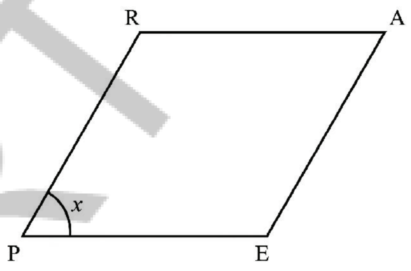
மேலும் $\angle A = \angle C$, மற்றும் $\angle B = \angle D$.

APSCERT

Since the adjacent angles are the interior angles on the same side of a transversal to a pair of parallel lines, they must add up to 180°.

What about the opposite angles? Will they be equal in all parallelograms? If yes, how can we be sure?

Let us take one of the angles to be x. What are the other angles?



Since $\angle P + \angle R = 180°$,

$\angle R = 180° - \angle P = 180° - x$.

Similarly, since $\angle A + \angle R = 180°$,

$\angle A = 180° - \angle R = 180° - (180° - x) = 180° - 180° + x = x$

Thus, $\angle P = \angle A = x$.

Similarly, we can deduce that $\angle R = \angle E = 180° - x$.

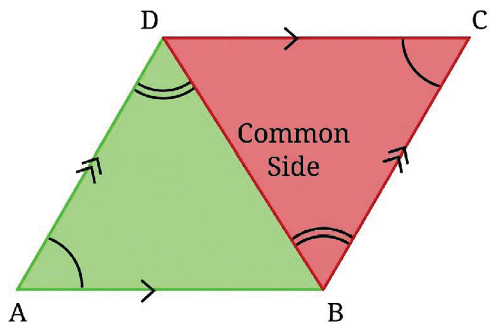
Therefore, this shows that **the opposite angles of a parallelogram are always equal.**

Deduction 7 - What can we say about the sides of a parallelogram?

By looking at a parallelogram, it appears that the opposite sides are equal.

Can we again use congruence to show this? Which two triangles can be considered for this?

In ΔABD and ΔCDB, the angles marked with a single arc are equal as they are the opposite angles of a parallelogram.



Since $AD \parallel BC$, and BD is a transversal to it, the angles marked with double arcs are equal as they are alternate angles.

So, by the AAS condition, the triangles are congruent, that is,

$\Delta ABD \cong \Delta CDB$.

Therefore, AD = CB, and AB = CD.

Thus, **the opposite sides of a parallelogram are equal.**

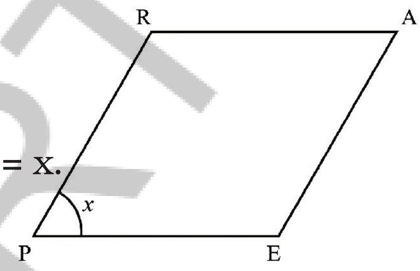
Is it wrong to write $\Delta ABD \cong \Delta CBD$? Why?

From these deductions we can find the remaining sides and angles of the parallelogram.

அடுத்துள்ள கோணங்கள் ஒரு ஜோடி இணை கோடுகளுக்கு ஒரு குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் உள்ள உட்கோணங்களாக இருப்பதால் அவை 180° ஆக கூட்டப்பட வேண்டும்.

? எதிரெதிர் கோணங்களின் நிலை என்ன? அவை அனைத்து இணைகரங்களிலும் சமமாக இருக்குமா? ஆம் என்றால் நாம் எப்படி உறுதியாக கூற முடியும்?

கோணங்களில் ஒன்றை x என எடுத்துக்கொள்வோம். மற்ற கோணங்கள் என்ன?



இங்கே $\angle P + \angle R = 180^\circ$

$\angle R = 180^\circ - \angle P = 180^\circ - x.$

இதேபோல் $\angle A + \angle R = 180^\circ$

$\angle A = 180^\circ - \angle R = 180^\circ - (180^\circ - x) = 180^\circ - 180^\circ + x = x.$

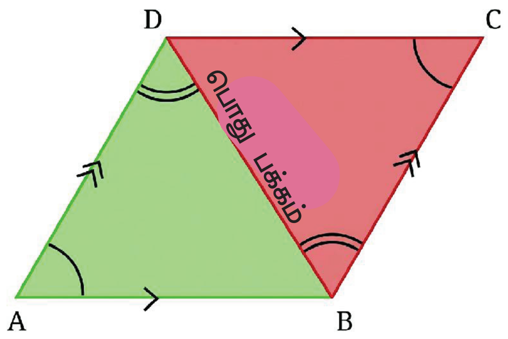
எனவே $\angle P = \angle A = x.$

இதே போல் $\angle R = \angle E = 180^\circ - x$ என்பதால்

இவை ஒரு இணைகரத்தின் எதிரெதிர் கோணங்கள் எப்போதும் சமம் என்பதை காட்டுகிறது.

? **பகுத்தறிதல் - 7: ஓர் இணைகரத்தின் பக்கங்கள் பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?**

ஓர் இணைகரத்தை பார்க்கும் போது எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமமாக இருப்பது போல் தெரிகிறது.



இதை காட்ட நாம் மீண்டும் சர்வசம பண்பை பயன்படுத்த முடியுமா? இதற்காக எந்த இரண்டு முக்கோணங்களை கருத்தில் கொள்ளலாம்?

ΔABD மற்றும் ΔCDBல் ஒற்றை வில் மூலம் குறிக்கப்பட்ட கோணங்கள் சமம். ஏனெனில் அவை ஒரு இணைகரத்தின் எதிரெதிர் கோணங்கள் ஆகும். $AD \| BC$, மற்றும் BD ஒரு குறுக்குவெட்டி என்பதால், இரட்டை வில் மூலம் குறிக்கப்பட்ட கோணங்கள் ஒன்றுவிட்ட கோணங்களாக இருப்பதால் சமமாக இருக்கும்.

எனவே கோ.கோ.ப நிபந்தனையின்படி முக்கோணங்கள் சர்வசமமானவை.

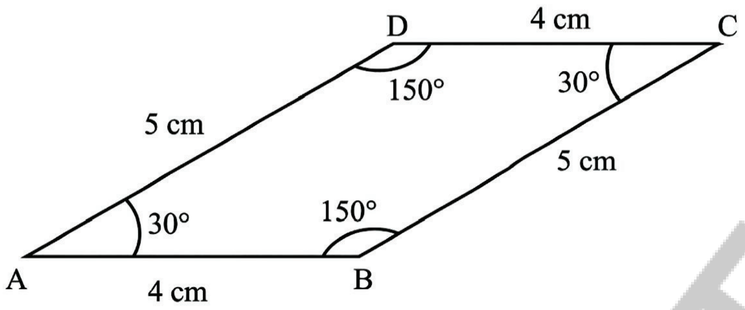
அதாவது $\Delta ABD \cong \Delta CDB$..

எனவே $AD = CB$ மற்றும் $AB = CD$.

ஆகவே ஒரு இணைகரத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமம்

? $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ என்று எழுதுவது தவறா? ஏன்?

இந்த கழித்தல்களில் இருந்து நாம் இணைகரத்தின் மீதமுள்ள பக்கங்களையும் கோணங்களையும் கண்டறியலாம்.



Let us list the properties of a parallelogram.

Property 1: The opposite sides of a parallelogram are equal.

Property 2: The opposite sides of a parallelogram are parallel.

Property 3: In a parallelogram, the adjacent angles add up to 180°, and the opposite angles are equal.

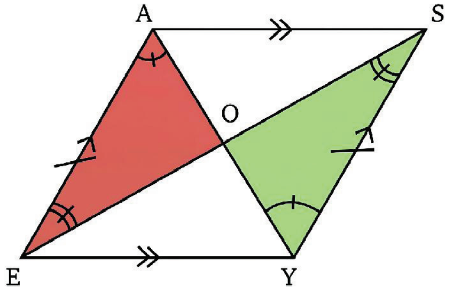
? Are the diagonals of a parallelogram always equal? Check with the parallelogram that you have constructed.

We see that the diagonals of a parallelogram need not be equal.

? Do they bisect each other (do they intersect at their midpoints)? Reason and/or experiment to figure this out.

Deduction 8 - What is the point of intersection of the two diagonals in a parallelogram?

As in the case of a rectangle, we can find out if the diagonals bisect each other by examining the congruence of ΔAOE and ΔYOS in the parallelogram EASY.



AE = YS (as they are the opposite sides of the parallelogram)

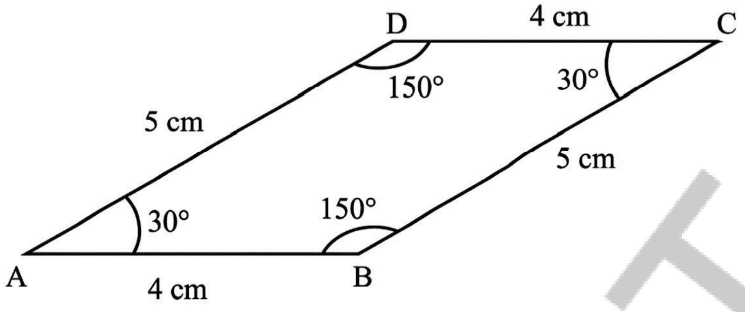
The angles marked using a single arc are equal, and so are the angles marked using a double arc, since they are alternate angles of parallel lines.

Thus, by the ASA condition, the triangles are congruent, that is,

$\Delta AOE \cong \Delta YOS$.

Therefore, OA = OY, and OE = OS, since they are corresponding parts of congruent triangles.

AP SCERT



நாம் இப்போது இணைகரத்தின் பண்புகளை பட்டியலிடுவோம்.

பண்பு 1 : ஓர் இணைகரத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமம்.

பண்பு 2 : ஒரு இணைகரத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணையாக இருக்கும்.

பண்பு 3 : ஒரு இணைகரத்தில் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 ஆகும். மேலும் எதிரெதிர் கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்.

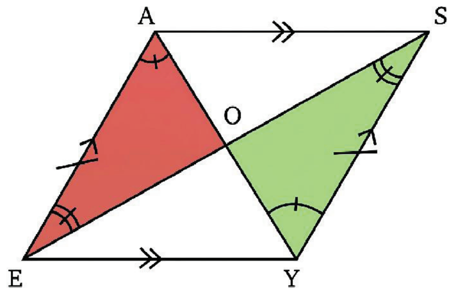
? ஒரு இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் எப்போதும் சமமாக இருக்குமா? நீங்கள் வரைந்த இணைகரத்தை கொண்டு சரிபார்க்கவும்? ஒரு இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை என்பதை நாம் காண்கிறோம்.

? அவை ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிடுகின்றனவா? (அவை அவற்றின் மைய புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றனவா?) இதை கண்டறிய பகுத்தறியவும் மற்றும் அல்லது சோதனை செய்யவும்.

பகுத்தறிதல்–8: ஒரு இணைகரத்தில் இரண்டு மூலைவிட்டங்களும் வெட்டும் புள்ளி எது?

செவ்வகத்தை போலவே EASY என்ற இணைகரத்தில் ΔAOE மற்றும் ΔYOS ஆகியவற்றின் சர்வசம பண்பை ஆராய்வதன் மூலம் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இரு சமக்கூறிடுகின்றனவா என்பதை நாம் கண்டறியலாம்.

AE = YS (அவை இணைகரத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் என்பதால்)



ஒற்றை வில் மூலம் குறிக்கப்பட்ட கோணங்கள் சமம். அதே போல் இரட்டை வில் மூலம் குறிக்கப்பட்ட கோணங்களும் சமம். ஏனெனில் அவை இணை கோடுகளின் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் ஆகும்.

எனவே கோ.ப.கோ. நிபந்தனையின் படி முக்கோணங்கள் சமமானவை. அதாவது $\Delta AOE \cong \Delta YOS$

எனவே சர்வ சம முக்கோணங்களின் ஒத்த பகுதிகளாக இருப்பதால் OA = OY, மற்றும் OE = OS ஆகும்.

Thus, O is the midpoint of both diagonals.

? Is it wrong to write $\Delta AOE \cong \Delta SOY$? Why?

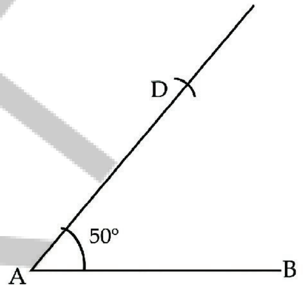
Property 4: The diagonals of a parallelogram bisect each other.

? Do the diagonals of a parallelogram intersect at a particular angle?

4.4. Quadrilaterals with Equal Sidelengths

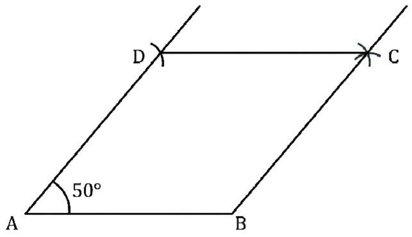
? Are squares the only quadrilaterals that have equal sidelengths? Let us explore this question through construction.

Draw two equal sides AD and AB, that are not perpendicular to each other.



? Can we complete this quadrilateral so that all its sides are of the same length?

Mark a point C whose distance from B and D is equal to AB (or AD). To do this, measure AB using a compass. Keeping this length as the radius, cut arcs from B and D.



Now we have a quadrilateral with equal sidelengths and one of its angles 50°. Note that we could have constructed such a quadrilateral by taking any angle less than 180° (in place of 50°).

A quadrilateral in which all the sides have the same length is a rhombus.

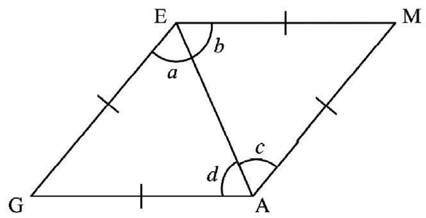
? What are the other angles of the rhombus ABCD that we have constructed? Reason and/or experiment to figure this out.

Deduction 9 - What can we say about the angles in a rhombus?

Consider a rhombus GAME.

In ΔGAE, since GE = GA, a = d. Similarly, in ΔMAE, since ME = MA, b = c.

? It can be seen that $\Delta GAE \cong \Delta MAE$ (How?)



AP SCERT

எனவே இரண்டு மூலைவிட்டங்களின் மையப்புள்ளியாக O உள்ளது.

? $\Delta AOE \cong \Delta SOY$ என்று எழுதுவது தவறா? ஏன்?

பண்பு 4 : ஒரு இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசம கூறிடுகின்றன.

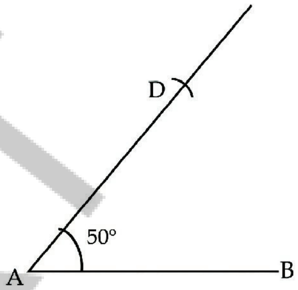
? ஒரு இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட கோணத்தில் வெட்டுகின்றனவா?

4.4 சமபக்க நீளங்களை கொண்ட நாற்கரங்கள்

? சமபக்க நீளங்களை கொண்ட நாற்கரங்கள் சதுரங்கள் மட்டுமா?

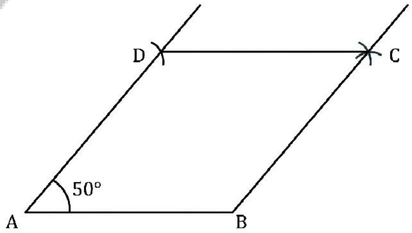
வரைதல் மூலம் இந்த கேள்வியை ஆராய்வோம்.

AD மற்றும் AB ஆகிய சம பக்க நீளங்கள் கொண்ட ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இல்லாத பக்கங்களை வரையவும்.



? இந்த நாற்கரத்தை அதன் அனைத்து பக்கங்களும் ஒரே நீளத்தில் இருக்குமாறு நம்மால் வரைய முடியுமா?

B மற்றும் D யிலிருந்து உள்ள தூரம் AB (அல்லது AD)க்கு சமமாக இருக்குமாறு C என்ற புள்ளியை குறிக்கவும். இதை செய்ய, கவராயத்தை பயன்படுத்தி AB ஐ அளவிடவும். இந்த நீளத்தை ஆரமாக கொண்டு B மற்றும் D ல் இருந்து வில்களை வெட்டவும்.

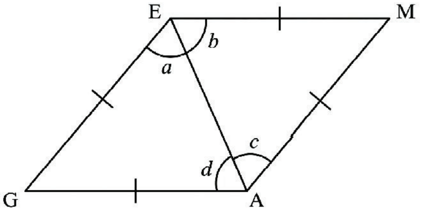


இப்போது சமபக்க நீளங்கள் மற்றும் அதன் கோணங்களில் ஒன்று 50^0 ஆக உள்ள ஒரு நாற்கரத்தை பெற்றுள்ளோம். 50^0க்கு பதிலாக 180^0க்கும் குறைவான எந்தவொரு கோணத்தையும் எடுத்துக்கொள்வதன் மூலம் நாம் அத்தகைய நாற்கரத்தை வரைந்திருக்கலாம் என்பதை நினைவில் கொள்க.

அனைத்து பக்கங்களும் ஒரே நீளத்தை கொண்டிருக்கும் நாற்கரம் ஒரு சாய்சதுரம் ஆகும்.

? நாம் வரைந்த சாய்சதுரத்தின் மற்ற கோணங்கள் எவ்வளவு? இதை கண்டறிய பகுத்தறியவும் மற்றும் அல்லது சோதனை செய்யவும்.

பகுத்தறிதல் – 9 : ஒரு சாய்சதுரத்தில் உள்ள கோணங்கள் குறித்து நாம் என்ன கூறலாம்?



GAME என்ற சாய்சதுரத்தை எடுத்துக்கொள்.

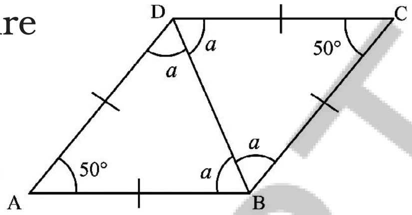
ΔGAE ல், GE = GA என்பதால் a = d. இதேபோல்

ΔMAEல் ME = MA என்பதால் b = c.

? $\Delta GAE \cong \Delta MAE$ என்பதை காண முடிகிறது. (எப்படி?)

So, a = b, c = d and G = M (since they are corresponding parts of congruent triangles). Thus, we have, a = b = c = d.

These facts hold for any rhombus. Let us apply them to the rhombus ABCD that we constructed earlier. Let the four equal angles formed by the diagonal be a, as shown in the figure

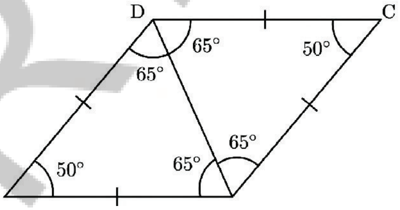


In $\triangle ADB$, we have

$a + a + 50° = 180°$.

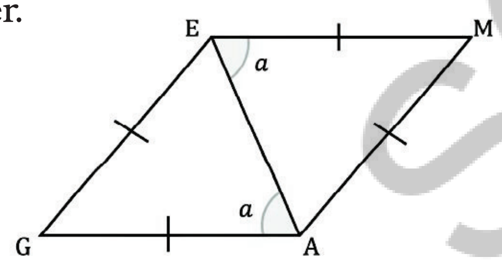
So, $a = 65°$.

Thus, the angles of the rhombus ABCD are 50°, 130°, 50°, and 130°.

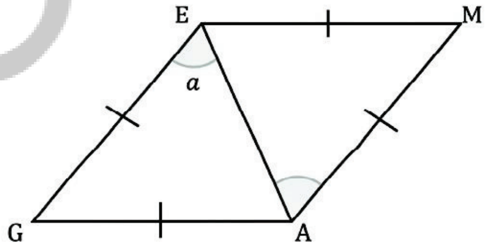


So, in a rhombus opposite angles are equal to each other.

Interestingly, there is one more way by which we could have figured out the other angles of the rhombus ABCD. We have shown that in a general rhombus GAME, the four angles formed by a diagonal are equal to each other.

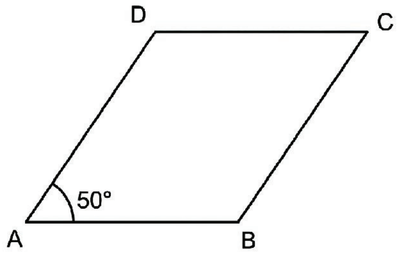


Consider the lines EM and GA and its transversal AE. Since the alternate angles are equal, EM||GA.



Similarly consider the lines GE and AM and its transversal AE. Since the alternate angles are equal, GE||AM.

As opposite sides are parallel, GAME is also a parallelogram. Thus, every rhombus is a parallelogram, and the properties of a parallelogram hold true for a rhombus as well. Thus, the adjacent angles of a rhombus add up to 180°, and the opposite angles are equal (verify that the arguments in Deduction 6 can be applied to a rhombus as well!).

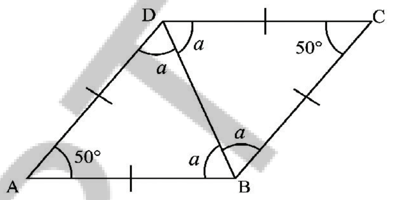


Thus, in rhombus ABCD,

AP SCERT

எனவே a = b, c = d மற்றும் G = M (ஏனெனில் அவை சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்த பகுதிகள்). எனவே a = b = c = d.

இந்த உண்மைகள் எந்த ஒரு சாய்சதுரத்திற்கும் பொருந்தும். நாம் முன்பு வரைந்த சாய்சதுரம் ABCD க்கு இவற்றை பயன்படுத்துவோம். படத்தில் காட்டியுள்ளபடி மூலைவிட்டத்தால் உருவாகும் நான்கு சம கோணங்களும் 'a' ஆக இருக்கட்டும்.



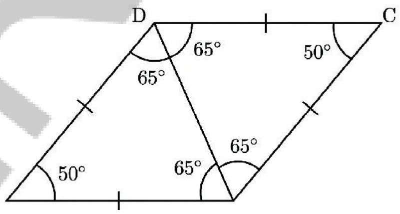
$\triangle$ADB ல் நாம் பெறுவது,

$a + a + 50° = 180°$.

எனவே $a = 65°$.

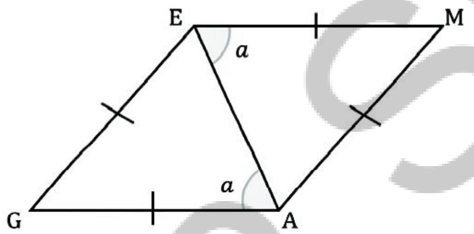
ஆகவே சாய் சதுரம் ABCDன் கோணங்கள்

50°, 130°, 50°, மற்றும் 130° ஆகும்.

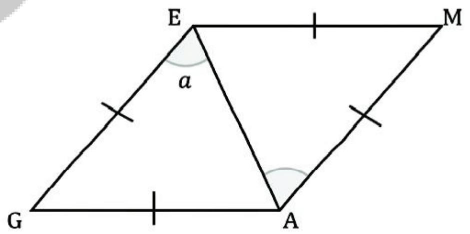


எனவே ஒரு சாய்சதுரத்தில் எதிரெதிர் கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமம்.

சுவாரஸ்யமாக சாய்சதுரம் ABCDன் மற்ற கோணங்களை நாம் கண்டுபிடிக்க மற்றொரு வழியும் உள்ளது. ஒரு பொதுவான சாய் சதுரம் GAMEல் மூலைவிட்டத்தால் உருவாகும் நான்கு கோணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமம் என்பதை நாம் காட்டியுள்ளோம்.

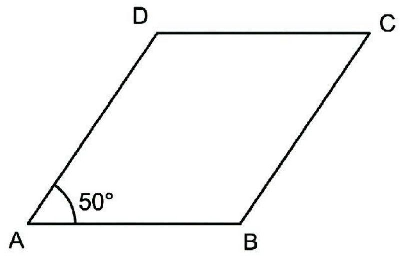


EM மற்றும் GA கோடுகள் மேலும் அதன் குறுக்குவெட்டி AEஐ கவனியுங்கள். ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமமாக இருப்பதால், EM$\|$GA.



இதே போல் GE மற்றும் AM கோடுகள் மற்றும் அதன் குறுக்குவெட்டி AEஐ கவனியுங்கள். ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமமாக இருப்பதால் GE$\|$AM.

எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணையாக இருப்பதால் GAME ஒரு இணைகரமும் ஆகும். எனவே ஒவ்வொரு சாய்சதுரமும் ஒரு இணைகரமாகும். மேலும் ஒரு இணைகரத்தின் பண்புகள் சாய் சதுரத்திற்கும் பொருந்தும். எனவே ஒரு சாய்சதுரத்தின் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 மற்றும் எதிரெதிர் கோணங்கள் சமமாக இருக்கும். (பகுத்தறிதல் – 6ன் வாதங்கள் ஒரு சாய்சதுரத்திற்கும் பயன்படுத்தபடலாம் என்பதை சரிபார்க்கவும்)



எனவே ABCD சாய்சதுரத்தில்.

APSCERT

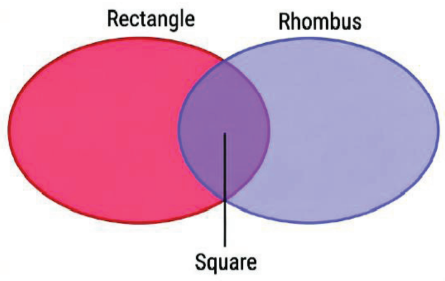
$\angle A = \angle C = 50°$, and

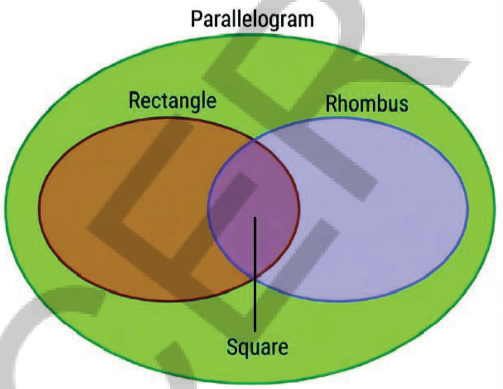
$\angle D = \angle B = 180° - 50° = 130°$.

? So a rhombus is a parallelogram, and a rectangle is also a parallelogram. How can this be represented using a Venn diagram?

? Where will the set of squares occur in this diagram?

We know that a square is a rectangle. Since the opposite sides of a square are parallel, a square is also a parallelogram. Further, since all the sides of a square have the same length, a square is also a rhombus. Thus, the Venn diagram will be as follows.





Let us list the properties of a rhombus.

Property 1: All the sides of a rhombus are equal to each other.

Property 2: The opposite sides of a rhombus are parallel to each other.

Property 3: In a rhombus, the adjacent angles add up to 180°, and the opposite angles are equal.

? Are the diagonals of a rhombus equal?

Property 4: The diagonals of a rhombus bisect each other.

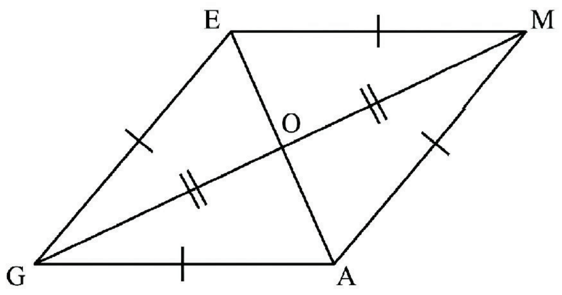
Property 5: The diagonals of a rhombus bisect its angles.

? Do the diagonals of a rhombus intersect at any particular angle? Reason out and/or experiment to figure this out!

Deduction 10 - What can we say about the angles formed by the diagonals of a rhombus at their point of intersection?

? In the rhombus GAME, we have $\triangle GEO \cong \triangle MEO$ (why?).

So, $\angle GOE = \angle MOE$, as they are corresponding parts of congruent triangles.



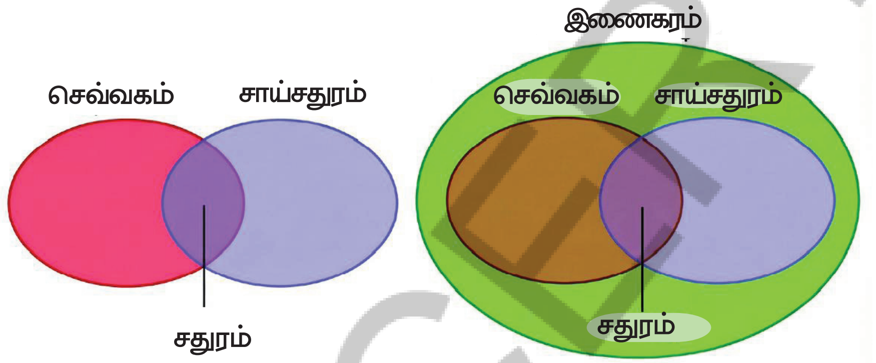
$$\angle A = \angle C = 50^\circ \text{ மேலும்}$$

$$\angle D = \angle B = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ.$$

❓ ஆகவே ஒரு சாய்சதுரம் ஒரு இணைகரம் ஆகிறது மற்றும் ஒரு செவ்வகமும் ஒரு இணைகரம் வென் வரைபடத்தை பயன்படுத்தி இதை எவ்வாறு குறிக்கலாம்?

❓ இந்த வரைபடத்தில் சதுரங்களின் தொகுப்பு எங்கு வரும்?

ஒரு சதுரம் ஒரு செவ்வகம் என்பது நமக்கு தெரியும். ஒரு சதுரத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணையாக இருப்பதால் ஒரு சதுரம் ஒரு இணைகரமும் ஆகும். மேலும் ஒரு சதுரத்தின் அனைத்து பக்கங்களும் ஒரே நீளத்தை கொண்டிருப்பதால் ஒரு சதுரம் ஒரு சாய் சதுரமும் ஆகும். எனவே வென் வரைபடம் பின்வருமாறு இருக்கும்.



ஒரு சாய் சதுரத்தின் பண்புகளை பட்டியலிடுவோம்.

பண்பு 1: ஒரு சாய்சதுரத்தின் அனைத்து பக்கங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமம்.

பண்பு 2: ஒரு சாய்சதுரத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இணையானவை.

பண்பு 3: ஒரு சாய்சதுரத்தில் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 மற்றும் எதிரெதிர் கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்.

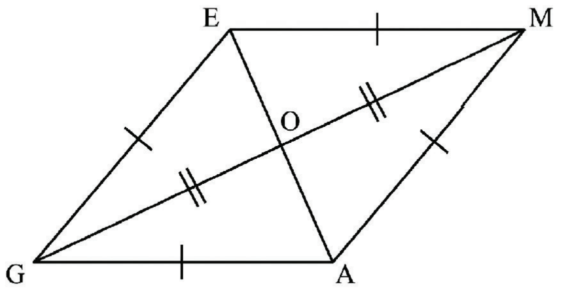
❓ ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமமா?

பண்பு 4: ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன.

பண்பு 5: ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் அதன் கோணங்களை இருசமக்கூறிடுகின்றன.

❓ ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஏதேனும் ஒரு குறிப்பிட்ட கோணத்தில் வெட்டுகின்றனவா? இதை கண்டறிய பகுத்தறியவும் மற்றும்/அல்லது சோதனை செய்யவும்!

பகுத்தறிதல் – 10: ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் வெட்டும் புள்ளியில் உருவாகும் கோணங்களை பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?



❓ GAME என்ற சாய்சதுரத்தை எடுத்துகொள்வோம்.

$\Delta GEO \cong \Delta MEO$ (ஏன்?).

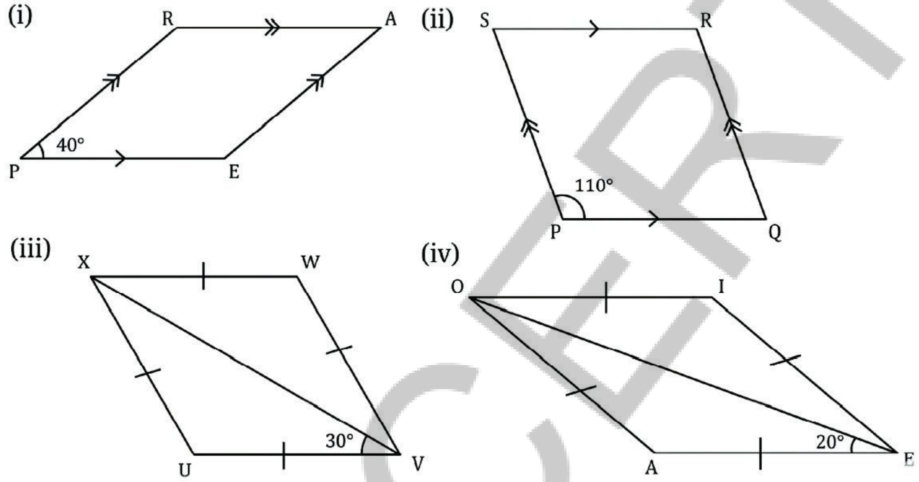
எனவே $\angle GOE = \angle MOE$, அவை சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்த பகுதிகளாக இருப்பதால் ஆகும்.

As they add up to 180°, they should be 90° each.

Property 6: Diagonals of a rhombus intersect each other at an angle of 90°.

Figure it Out - 4.2

1. Find the remaining angles in the following quadrilaterals.

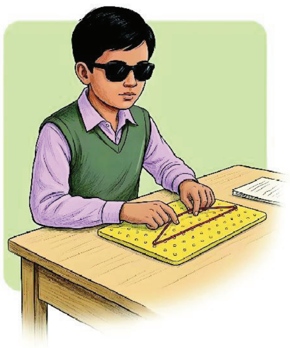


2. Using the diagonal properties, construct a parallelogram whose diagonals are of lengths 7 cm and 5 cm, and intersect at an angle of 140°.
3. Using the diagonal properties, construct a rhombus whose diagonals are of lengths 4 cm and 5 cm.

4.5. Playing with Quadrilaterals

Geoboard Activity

Take a geoboard and some rubber bands. If you do not have these, you could just use the dot grid papers for this activity.



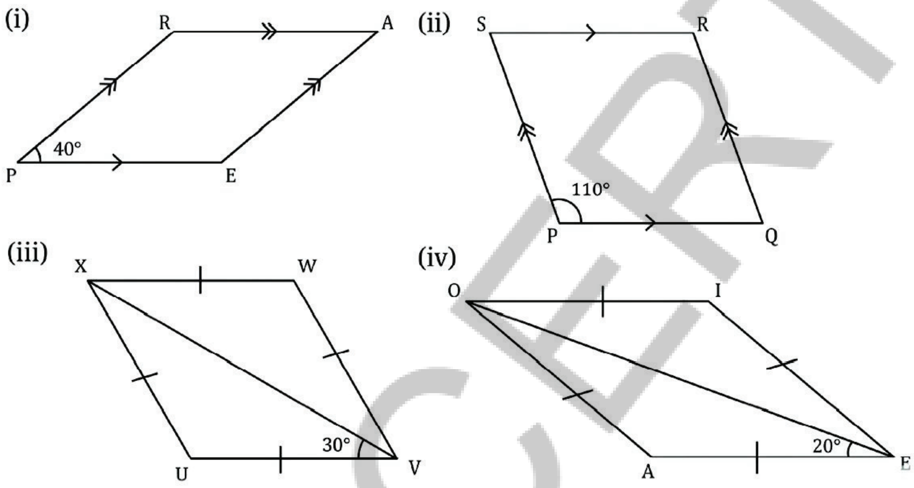
AP SCERT

அவற்றின் கூடுதல் 180° ஆகவே அவை ஒவ்வொன்றும் 90° ஆக இருக்க வேண்டும்.

பண்பு 6 : ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் 90° கோணத்தில் ஒன்றையொன்று வெட்டுகின்றன.

கண்டுபிடிப்போம் – 4.2

1. பின்வரும் நாற்கரங்களில் மீதமுள்ள கோணங்களை கண்டறியவும்.



2. மூலைவிட்ட பண்புகளை பயன்படுத்தி, மூலைவிட்டங்கள் 7 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ நீளமுள்ளதும் 140^0 கோணத்தில் வெட்டிக் கொள்ளுமாறும் ஒரு இணைகரத்தை வரையவும்.
3. மூலைவிட்ட பண்புகளை பயன்படுத்தி மூலைவிட்டங்கள் 4 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ நீளமுள்ள ஒரு சாய்சதுரத்தை வரையவும்.

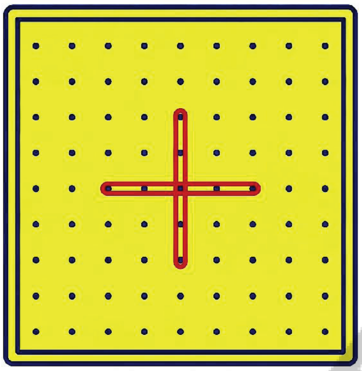
4.5 நாற்கரங்களுடன் விளையாடுதல்

ஜியோ போர்டு செயல்பாடு

ஒரு ஜியோ போர்டு மற்றும் சில ரப்பர் பேண்டுகளை எடுத்து கொள்ளுங்கள். உங்களிடம் இவை இல்லையெனில் இந்த செயல்பாட்டிற்கு புள்ளி கட்டக் காகிதங்களை பயன்படுத்தலாம்.

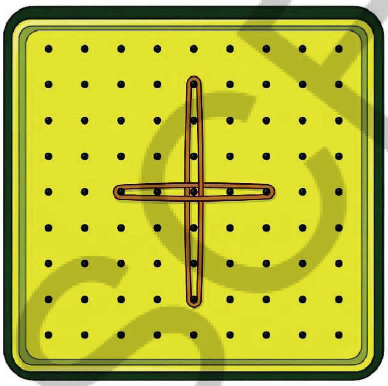
AP SCERT

Place two rubber bands perpendicular to each other, forming diagonals of equal length. Join the ends.



? What is the quadrilateral that you get? Justify your answer.

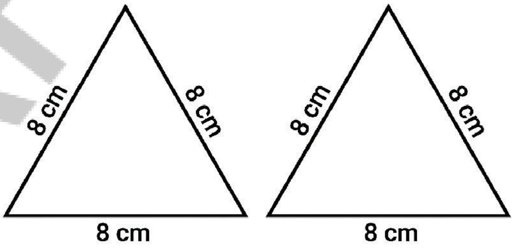
Extend one of the diagonals on both sides by 2 cm.



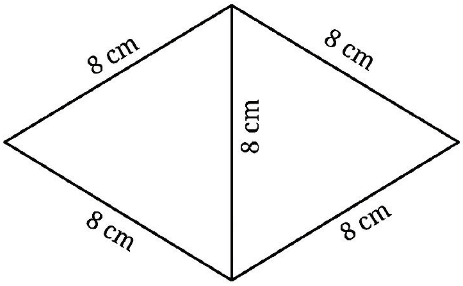
? What quadrilateral will you get now? Justify your answer.

Joining Triangles

1. Take two cardboard cutouts of an equilateral triangle of sidelength 8 cm.

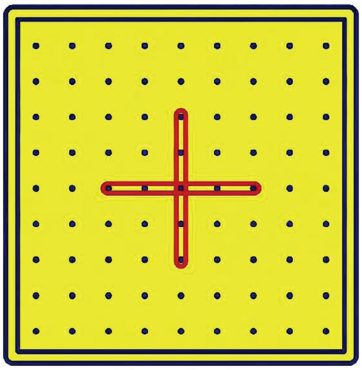


? Can you join them to get a quadrilateral?

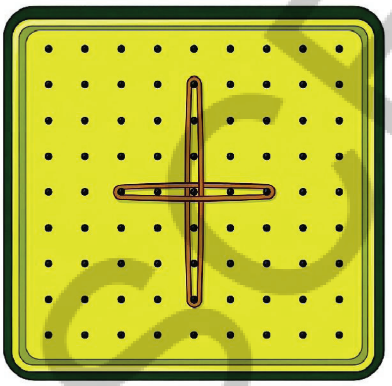


AP SCERT

இரண்டு ரப்பர் பேண்டுகளை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக வைத்து, சம நீளமுள்ள மூலைவிட்டங்களை உருவாக்கவும். முனைகளை இணைக்கவும்.



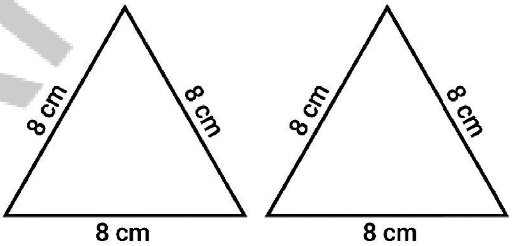
? உங்களுக்கு கிடைக்கும் நாற்கரம் என்ன? உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்துங்கள். மூலைவிட்டங்களில் ஒன்றை இருபுறமும் 2 செ.மீ நீட்டிக்கவும்.



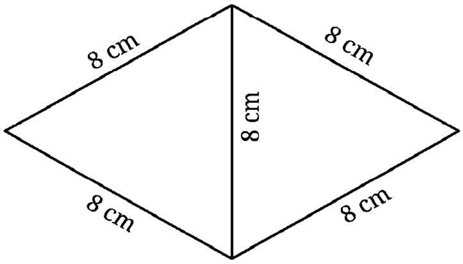
? இப்போது உங்களுக்கு கிடைக்கும் நாற்கரம் எது? உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்துங்கள்.

முக்கோணங்களை இணைத்தல்

1. 8 செ.மீ பக்க நீளமுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் இரண்டு அட்டை துண்டுகளை எடுத்துக்கொள்ளுங்கள்.



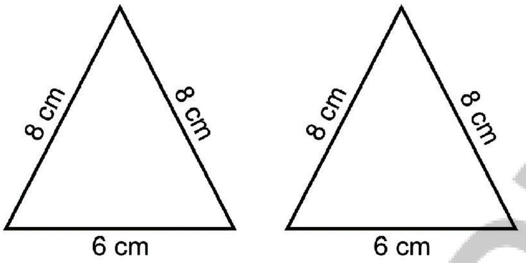
? ஒரு நாற்கரத்தை பெற அவற்றை இணைக்க முடியுமா?



AP SCERT

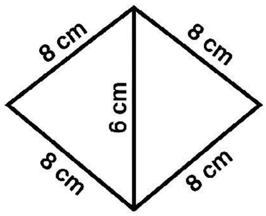
❓ What type of a quadrilateral is this? Justify your answer.

2. Take two cardboard cutouts of an isosceles triangle with sidelengths 8 cm, 8 cm, and 6 cm.

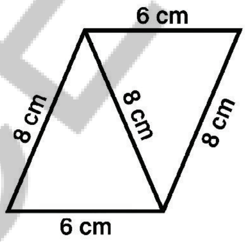


❓ What are the different ways they can be joined to get a quadrilateral?

Joining them in this way you get

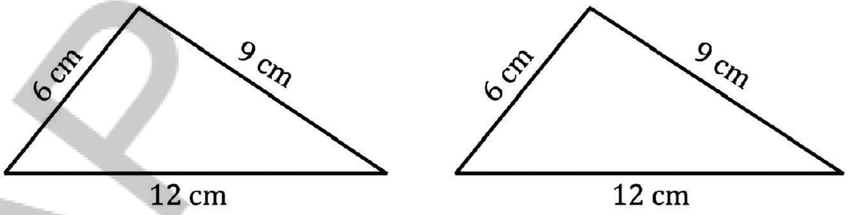


Joining them in this way you get



❓ What quadrilaterals are these? Justify your answers.

3. Take two cardboard cutouts of a scalene triangle with sides 6 cm, 9 cm, and 12 cm.



❓ What are the different ways they can be joined to get a quadrilateral?

❓ Are you able to identify the different quadrilaterals that are obtained by joining the triangles? Justify your answer whenever you identify a quadrilateral.

4.6. Kite and Trapezium

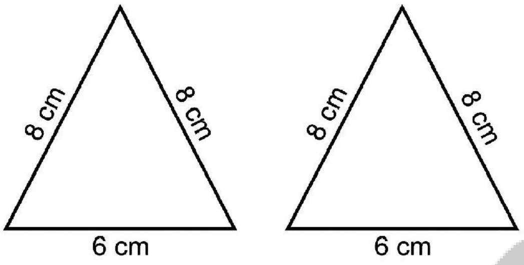
Kite

One of the ways the two triangles of sides 6 cm, 9 cm and 12 cm can be joined together is as follows -

AP SCERT

? இது என்ன வகையான நாற்கரம்? உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்துங்கள்.

2. 8 செ.மீ, 8 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ பக்க நீளங்களை கொண்ட ஒரு இருசமபக்க முக்கோணத்தின் இரண்டு அட்டை துண்டுகளை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்.



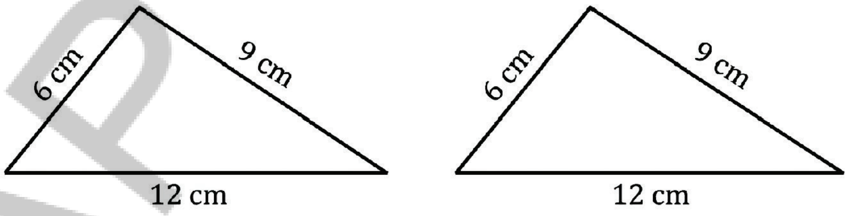
? ஒரு நாற்கரத்தை பெற அவற்றை இணைக்கக்கூடிய வெவ்வேறு வழிகள் யாவை?

அவற்றை இந்த வழியில் இணைத்தால் உங்களுக்கு கிடைப்பது.

அவற்றை இந்த வழியில் இணைத்தால் உங்களுக்கு கிடைப்பது.

? இவை எவ்வகை நாற்கரங்கள்? உங்கள் பதில்களை நியாயப்படுத்துங்கள்.

3. இரண்டு அட்டைகளை எடுத்து அதில் 6 செ.மீ, 9 செ.மீ மற்றும் 12 செ.மீ பக்கங்களை கொண்ட அசமபக்க முக்கோணங்களை வெட்டி எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்.



? ஒரு நாற்கரத்தை பெற அவற்றை இணைக்க கூடிய வெவ்வேறு வழிகள் யாவை?

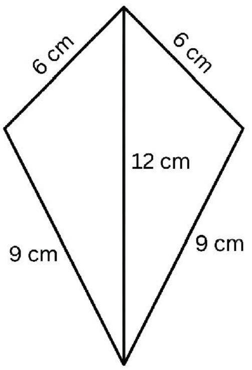
? முக்கோணங்களை இணைப்பதன் மூலம் பெறப்படும் வெவ்வேறு நாற்கரங்களை உங்களால் அடையாளம் காண முடிகிறதா? நீங்கள் ஒரு நாற்கரத்தை அடையாளம் காணும் போதெல்லாம் உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்துங்கள்.

4.6 பட்டம் மற்றும் சரிவகம்

பட்டம்

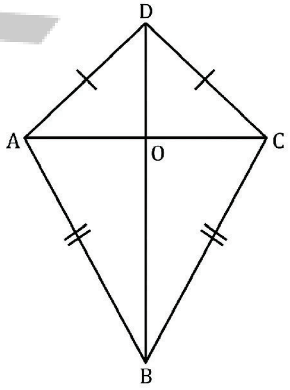
6 செ.மீ, 9 செ.மீ மற்றும் 12 செ.மீ பக்கங்களை கொண்ட இரண்டு முக்கோணங்களை ஒன்றாக இணைக்கும் வழிகளில் ஒன்று பின்வருமாறு.

AP SCERT



This quadrilateral looks like a kite. Observe that the adjacent sides are of the same length.

Kite: A kite is a quadrilateral that can be labelled ABCD such that AB = BC, and CD = DA.



Property 1: In the kite, show that the diagonal BD

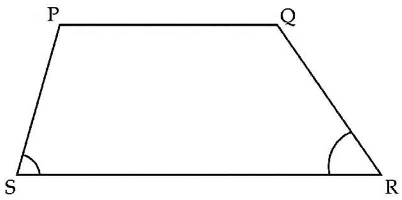
(i) bisects $\angle ABC$ and $\angle ADC$,

(ii) bisects the diagonal AC, that is, AO = OC, and is perpendicular to it.

Hint: Is $\triangle AOB \cong \triangle COB$?

Trapezium

Parallelograms are quadrilaterals that have parallel opposite sides. We get a new type of quadrilateral if we relax this condition. **Trapezium:** A trapezium is a quadrilateral with at least one pair of parallel opposite sides.



Construct a trapezium. Measure the base angles (marked in the figure).

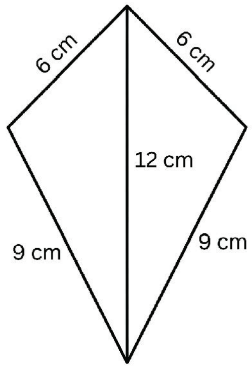
Can you find the remaining angles without measuring them?

Since PQ||SR, we have

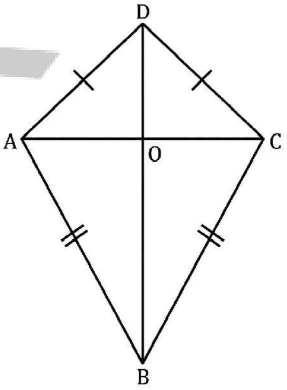
Property 1: $\angle S + \angle P = 180°$ and $\angle R + \angle Q = 180°$.

Using these facts, the remaining angles can easily be found. Verify your answer after finding them.

When the non-parallel sides of a trapezium have the same lengths, the trapezium is called an **isosceles trapezium**.



இந்த நாற்கரம் ஒரு படத்தைப் போல் தெரிகிறது. அடுத்துள்ள பக்கங்கள் ஒரே நீளத்தில் இருப்பதை கவனியுங்கள்.



பட்டம் : பட்டம் என்பது ஒரு நாற்கரம். ABCD பட்டத்தில் AB = BC மற்றும் CD = DA.

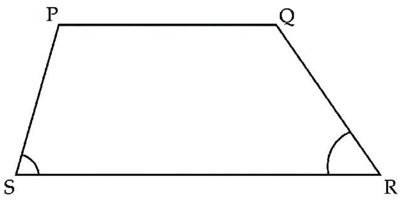
பண்பு 1: பட்டத்தில் BD ஒரு மூலைவிட்டம்.

(i) $\angle ABC$ மற்றும் $\angle ADC$ ஐ இருசக்கூறிடுகின்றன.

(ii) AC மூலைவிட்டத்தை இருசமக்கூறிடுகின்றன. AO = OC மற்றும் அதற்கு செங்குத்தாக உள்ளது என்பதை காட்டவும்.

குறிப்பு : $\Delta AOB \cong \Delta COB$ ஆகுமா?

சரிவகம்



இணைகரங்கள் என்பவை இணையான எதிரெதிர் பக்கங்களை கொண்ட நாற்கரங்களாகும். இந்த நிபந்தனையை நாம் தளர்த்தினால் ஒரு புதிய வகை நாற்கரம் கிடைக்கும்.

சரிவகம்: சரிவகம் என்பது குறைந்தது ஒரு ஜோடி இணையான எதிரெதிர் பக்கங்களை கொண்ட ஒரு நாற்கரமாகும்.

ஒரு சரிவகத்தை வரையவும். அடிக்கோணங்களை அளவிடவும். (படத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ளது)

அளவிடாமலேயே மீதமுள்ள கோணங்களை உங்களால் கண்டறிய முடியுமா?

$PQ \| SR$

பண்பு 1 : $\angle S + \angle P = 180°$ மேலும் $\angle R + \angle Q = 180°$.

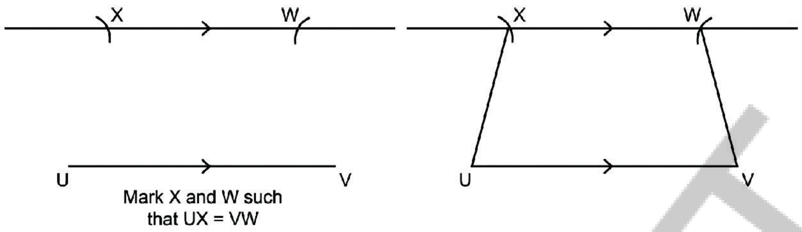
இந்த உண்மைகளை பயன்படுத்தி மீதமுள்ள கோணங்களை எளிதாக கண்டறியலாம். கண்டறிந்த பிறகு உங்கள் பதிலை சரிபார்க்கவும்.

ஒரு சரிவகத்தின் இணை அல்லாத பக்கங்கள் ஒரே நீளத்தை கொண்டிருக்கும் போது அந்த சரிவகம் இரு சமபக்க சரிவகம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

AP SCERT

How do we construct an isosceles trapezium?

Construct an isosceles trapezium UVWX, with UV||XW. Measure $\angle U$.



Can you find the remaining angles without measuring them?

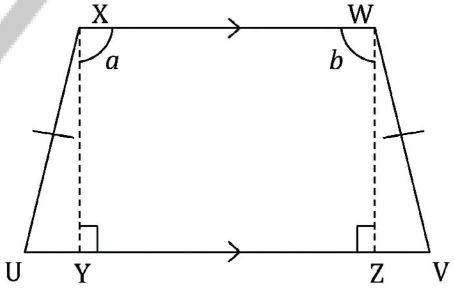
Does it appear that the angles opposite to the equal sides - $\angle U$ and $\angle V$ - are also equal? Can we find congruent triangles here? Consider line segments XY and WZ perpendicular to UV.

What type of quadrilateral is XWZY?

Since XW||UV,

a = 180° - $\angle$XYZ = 90°, and

b = 180° - $\angle$WZY = 90° (since the internal angles on the same side of a transversal add up to 180°)



Hence, XWZY is a rectangle.

Now, it can be shown that $\Delta UXY \cong \Delta VWZ$. (How?)

Thus, $\angle U = \angle V$.

Using this fact, the remaining angles of the isosceles trapezium can be determined. Verify the angles by measurement.

Property 2: In an isosceles trapezium, the angles opposite to the equal sides are equal.

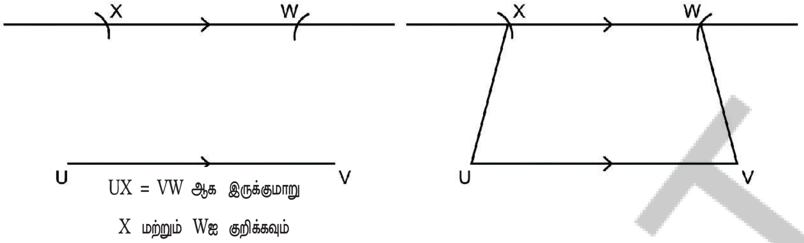
Figure it Out - 4.3

1. Find all the sides and the angles of the quadrilateral obtained by joining two equilateral triangles with sides 4 cm.
2. Construct a kite whose diagonals are of lengths 6 cm and 8 cm.

AP SCERT

? இரு சமபக்க சரிவகத்தை எவ்வாறு வரைவது?

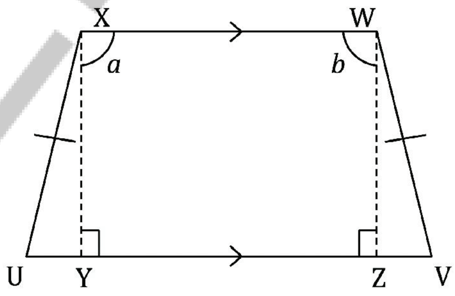
? UV||XW ஆக உள்ளவாறு UVWX என்ற இரு சமபக்க சரிவகத்தை வரையவும். $\angle U$ ஐ அளவிடவும்.



அளவிடாமலே மீதமுள்ள கோணங்களை உங்களால் கண்டறிய முடியுமா?

சமபக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் $\angle U$ மற்றும் $\angle V$ ஆகியவை சமமாக தோன்றுகின்றனவா?

இங்கே சர்வசம முக்கோணங்களை நம்மால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? UV க்கு செங்குத்தாக உள்ள XY மற்றும் WZ கோட்டுத்துண்டுகளை கவனியுங்கள்.



? XWZY என்பது எந்த வகை நாற்கரம்?

XW||UV என்பதால்

$a = 180° - \angle XYZ = 90°$ மேலும்

$b = 180° - \angle WZY = 90°$ (ஏனெனில் குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்திலுள்ள உட்கோணங்களின் கூடுதல் 180^0)

எனவே XWZY ஒரு செவ்வகமாகும்.

? இப்போது $\Delta UXY \cong \Delta VWZ$ என்பதை காட்டலாம். (எப்படி?)

எனவே $\angle U = \angle V$.

இந்த உண்மையை பயன்படுத்தி இரு சமபக்க சரிவகத்தின் மீதமுள்ள கோணங்களை தீர்மானிக்கலாம். அளவீடு மூலம் கோணங்களை சரிபார்க்கவும்.

பண்பு 2 : ஒரு இரு சமபக்க சரிவகத்தில் சமபக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் சமம்.

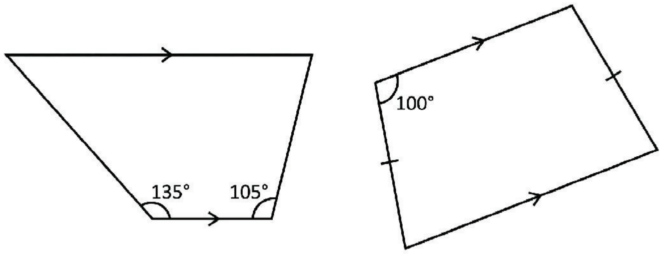
கண்டுபிடிப்போம் - 4.3

1. 4 செ.மீ பக்கங்களை கொண்ட இரண்டு சமபக்க முக்கோணங்களை இணைப்பதன் மூலம் பெறப்பட்ட நாற்கரத்தின் அனைத்து பக்கங்களையும் கோணங்களையும் கண்டறியவும்.

2. 6 செ.மீ மற்றும் 8 செ.மீ நீளமுள்ள மூலைவிட்டங்களை கொண்ட ஒரு பட்டத்தை வரையவும்.

APSCERT

3. Find the remaining angles in the following trapeziums -



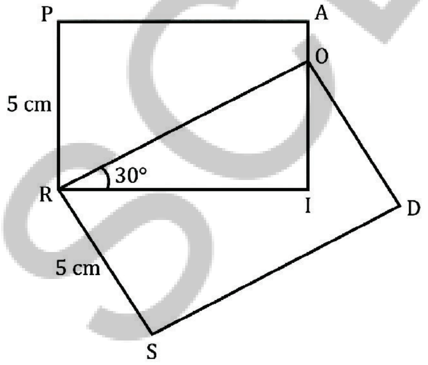
4. Draw a Venn diagram showing the set of parallelograms, kites, rhombuses, rectangles, and squares. Then, answer the following questions -

(i) What is the quadrilateral that is both a kite and a parallelogram?

(ii) Can there be a quadrilateral that is both a kite and a rectangle?

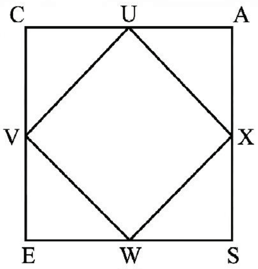
(iii) Is every kite a rhombus? If not, what is the correct relationship between these two types of quadrilaterals?

5. If PAIR and RODS are two rectangles, find $\angle IOD$.

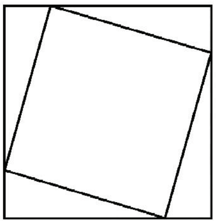


6. Construct a square with diagonal 6 cm without using a protractor.

7. CASE is a square. The points U, V, W and X are the midpoints of the sides of the square. What type of quadrilateral is UVWX? Find this by using geometric reasoning, as well as by construction and measurement. Find other ways of constructing a square within a square such that the vertices of the inner square lie on the sides of the outer square, as shown in Figure (b).

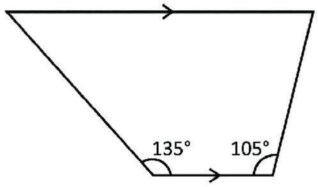


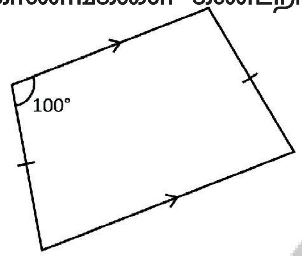
(a)


(b)

AP SCERT

3. பின்வரும் சரிவகங்களில் மீதமுள்ள கோணங்களை கண்டறியவும்.





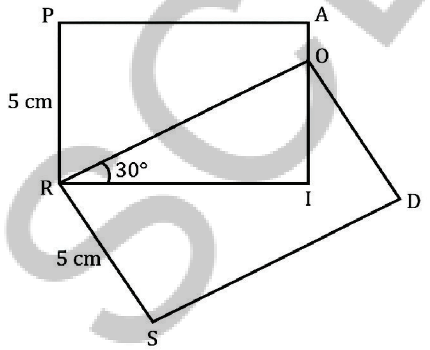
4. இணைகரங்கள், பட்டங்கள், சாய்சதுரங்கள், செவ்வகங்கள் மற்றும் சதுரங்களின் தொகுப்பை காட்டும் வென் வரைபடத்தை வரையவும். பின்னர் பின்வரும் கேள்விகளுக்கும் பதிலளிக்கவும்.

(i) பட்டமாகவும், இணைகரமாகவும் உள்ள நாற்கரம் எது?

(ii) பட்டமாகவும், செவ்வகமாவும் ஒரு நாற்கரம் இருக்க முடியுமா?

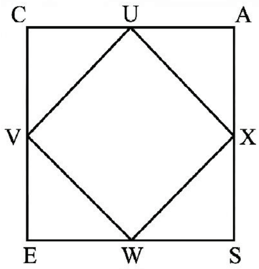
(iii) ஒவ்வொரு பட்டமும் ஒரு சாய்சதுரமா? இல்லையெனில் இந்த இரண்டு வகையான நாற்கரங்களுக்கு இடையிலான சரியான உறவு என்ன?

5. PAIR மற்றும் RODS ஆகியவை இரண்டு செவ்வகங்கள் எனில் $\angle$IOD ஐ காண்க.

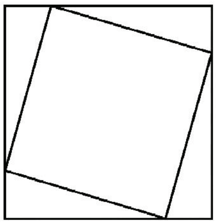


6. பாகைமானியை பயன்படுத்தாமல் 6 செ.மீ மூலைவிட்டம் கொண்ட ஒரு சதுரத்தை வரையவும்.

7. CASE ஒரு சதுரம் U, V, W மற்றும் X புள்ளிகள் சதுரத்தின் பக்கங்களின் மைய புள்ளிகளாகும். UVWX என்பது எந்த வகையான நாற்கரம்? வடிவியல் பகுத்தறிவை பயன்படுத்தியும் வரைதல் மற்றும் அளவீடு மூலமும் இதை கண்டறியவும்.
படம் (b)ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி உள் சதுரத்தின் உச்சி புள்ளிகள் வெளி சதுரத்தின் பக்கங்களில் இருக்குமாறு ஒரு சதுரத்தை உருவாக்குவதற்கான பிற வழிகளை கண்டறியவும்.



(a)


(b)

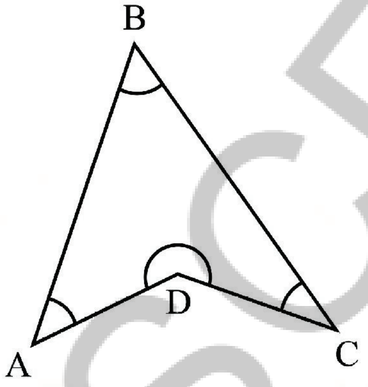
8. If a quadrilateral has four equal sides and one angle of 90°, will it be a square? Find the answer using geometric reasoning as well as by construction and measurement.

9. What type of a quadrilateral is one in which the opposite sides are equal? Justify your answer.

   Hint: Draw a diagonal and check for congruent triangles.

10. Will the sum of the angles in a quadrilateral such as the following one also be 360°? Find the answer using geometric reasoning as well as by constructing this figure and measuring.

Try This



11. State whether the following statements are true or false. Justify your answers.

(i) A quadrilateral whose diagonals are equal and bisect each other must be a square.

(ii) A quadrilateral having three right angles must be a rectangle.

(iii) A quadrilateral whose diagonals bisect each other must be a parallelogram.

(iv) A quadrilateral whose diagonals are perpendicular to each other must be a rhombus.

(v) A quadrilateral in which the opposite angles are equal must be a parallelogram.

(vi) A quadrilateral in which all the angles are equal is a rectangle.

(vii) Isosceles trapeziums are parallelograms.

AP SCERT

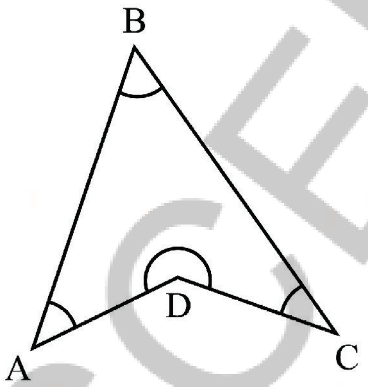
8. ஒரு நாற்கரத்தில் நான்கு பக்கங்களும் சமமாகவும் ஒரு பக்கம் 90° ஆகவும் இருந்தால் அது ஒரு சதுரமா? வடிவியல் பகுத்தறிவைப் பயன்படுத்தியும் வரைதல் மற்றும் அளவீடு மூலமும் பதிலை கண்டறியவும்.

9. எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமமாக இருக்கும் நாற்கரம் எந்த வகையான நாற்கரம்? உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்தவும்.

குறிப்பு: ஒரு மூலைவிட்டத்தை வரைந்து சர்வசம முக்கோணங்களை சரிபார்க்கவும்.

முயற்சி செய்

10. பின்வருவது போன்ற ஒரு நாற்கரத்தின் கோவைகளின் கூடுதல் 360° ஆக இருக்குமா?
வடிவியல் பகுத்தறிவை பயன்படுத்தியும் இந்த வடிவத்தை வரைந்து அளப்பதன் மூலமும் பதிலை கண்டறியவும்.



11. பின்வரும் கூற்றுகள் சரியா? தவறா? எனக் கூறவும். உங்கள் பதில்களை நியாயப்படுத்துங்கள்.

(i) மூலைவிட்டங்கள் சமமாகவும் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிடவும் செய்யும் நாற்கரம் ஒரு சதுரமாக இருக்க வேண்டும்.

(ii) மூன்று செங்கோணங்களை கொண்ட ஒரு நாற்கரம் ஒரு செவ்வகமாக இருக்க வேண்டும்.

(iii) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிடும் ஒரு நாற்கரம் ஒரு இணைகரமாக இருக்க வேண்டும்.

(iv) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருக்கும் நாற்கரம் ஒரு சாய்சதுரமாக இருக்க வேண்டும்.

(v) எதிரெதிர் கோணங்கள் சமமாக இருக்கும் ஒரு நாற்கரம் ஒரு இணைகரமாக இருக்க வேண்டும்.

(vi) அனைத்து கோணங்களும் சமமாக இருக்கும் ஒரு நாற்கரம் ஒரு செவ்வகம் ஆகும்.

(vii) இரு சமபக்க சரிவகங்கள் இணைகரங்களாகும்.

AP SCERT

SUMMARY

- A rectangle is a quadrilateral in which the angles are all 90°.

  Properties of a rectangle -
  - Opposite sides of a rectangle are equal.
  - Opposite sides of a rectangle are parallel to each other.
  - Diagonals of a rectangle are of equal length and they bisect each other.
- A square is a quadrilateral in which all the angles are 90°, and all the sides are of equal length.

  Properties of a square -
  - The opposite sides of a square are parallel to each other.
  - The diagonals of a square are of equal lengths and they bisect each other at 90°.
  - The diagonals of a square bisect the angles of the square.
- **A parallelogram** is a quadrilateral in which opposite sides are parallel.

  Properties of a parallelogram -
  - The opposite sides of a parallelogram are equal.
  - In a parallelogram, the adjacent angles add up to 180°, and the opposite angles are equal.
  - The diagonals of a parallelogram bisect each other.
- A **rhombus** is a quadrilateral in which all the sides have the same length.

  Properties of a rhombus -
  - The opposite sides of a rhombus are parallel to each other.
  - In a rhombus, the adjacent angles add up to 180°, and the opposite angles are equal.
  - The diagonals of a rhombus bisect each other at right angles.
  - The diagonals of a rhombus bisect its angles.

AP SCERT

பாடச் சுருக்கம்

- அனைத்து கோணங்களும் 90^0 ஆக இருக்கும் நாற்கரம் செவ்வகம் ஆகும்.

செவ்வகத்தின் பண்புகள் –

- செவ்வகத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமம்.
- செவ்வகத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் ஒன்றுகொன்று இணையானவை.
- செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமநீளம் கொண்டவை மற்றும் அவை ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன.
- சதுரம் என்பது அனைத்து கோணங்களும் 90^0 ஆகவும் அனைத்து பக்கங்களும் சம நீளம் கொண்டதாகவும் இருக்கும் ஒரு நாற்கரமாகும்.

சதுரத்தின் பண்புகள் –

- சதுரத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இணையானவை.
- சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமநீளம் கொண்டவை மற்றும் அவை
- செங்கோணங்களில் (90^0) ல் ஒன்றுக்கொன்று இருசம கூறிடுகின்றன.
- ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சதுரத்தின் கோணங்களை இருசமக் கூறிடுகின்றன.

இணைகரத்தின் பண்புகள் –

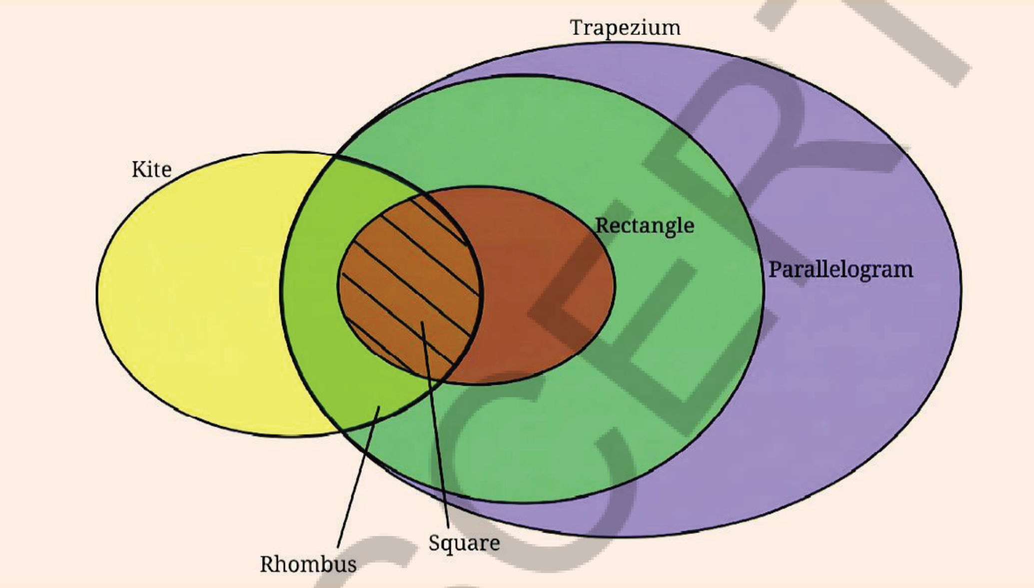
- இணைகரத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமம்.
- இணைகரத்தில் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 மற்றும் எதிரெதிர் கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்.
- இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன.
- சாய்சதுரம் என்பது அனைத்து பக்கங்களும் சம நீளம் கொண்ட ஒரு நாற்கரமாகும்.

சாய்சதுரத்தின் பண்புகள் –

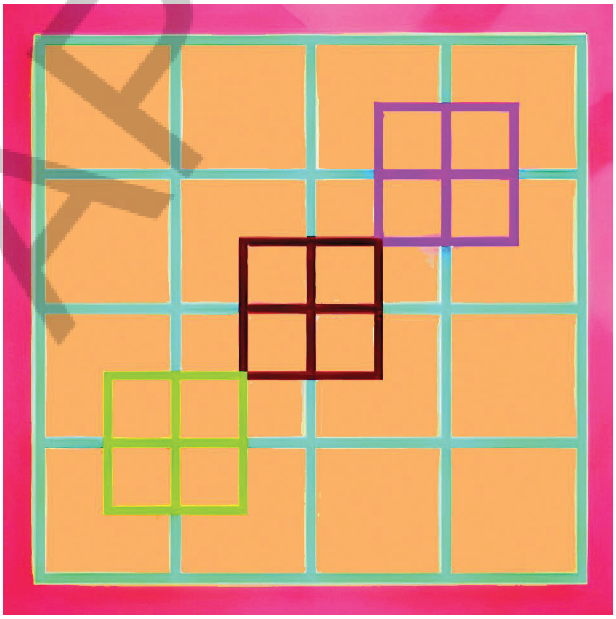
- ஒரு சாய்சதுரத்தின் எதிரெதிர் பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இணையானவை.
- ஒரு சாய்சதுரத்தில், அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 மற்றும் எதிரெதிர் கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்.
- ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் செங்கோணங்களில் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன.
- ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் அதன் கோணங்களை இருசம கூறிடுகின்றன.

APSCERT

- A **kite** is a quadrilateral with two non-overlapping adjacent pairs of sides having the same length.
- A **trapezium** is a quadrilateral having at least one pair of parallel opposite sides.
- The sum of the angle measures in a quadrilateral is 360°.

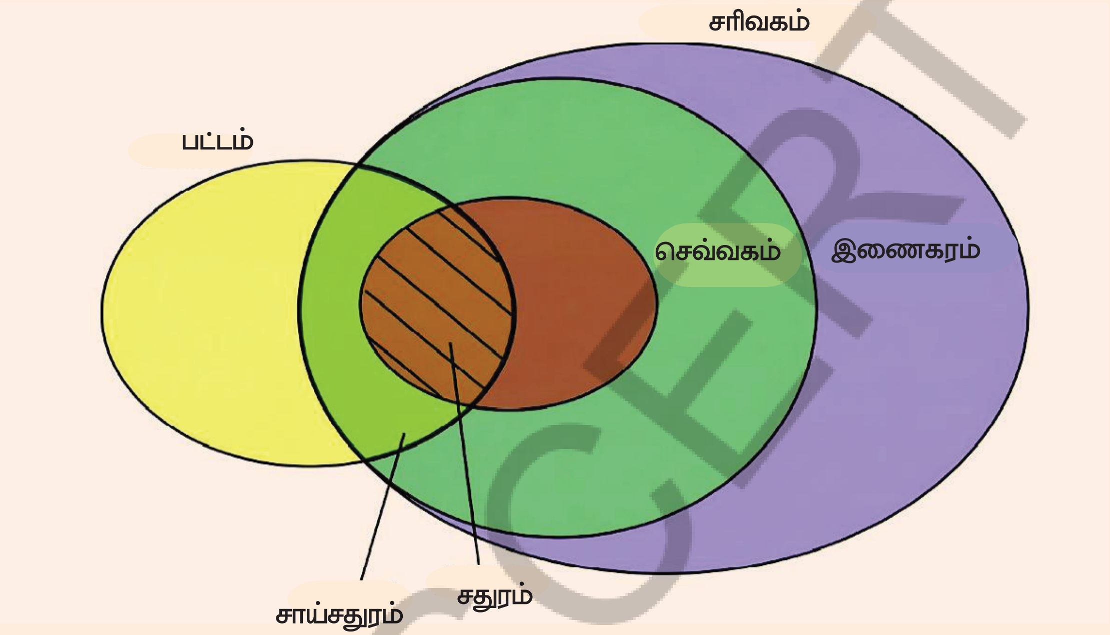


How many squares?

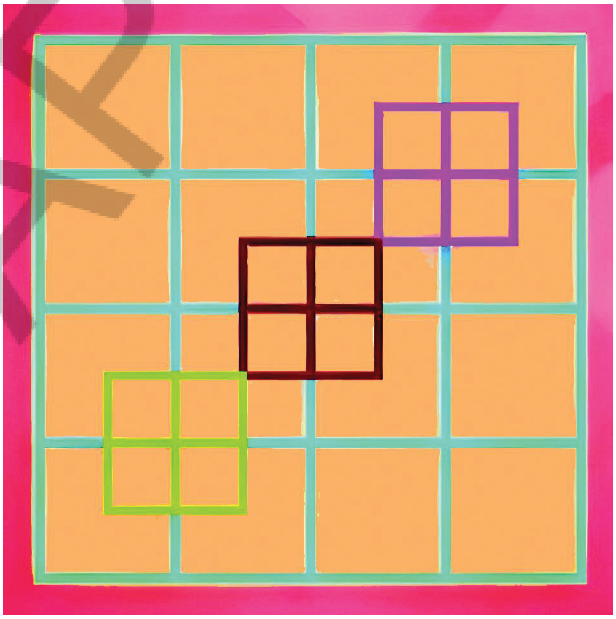


AP SCERT

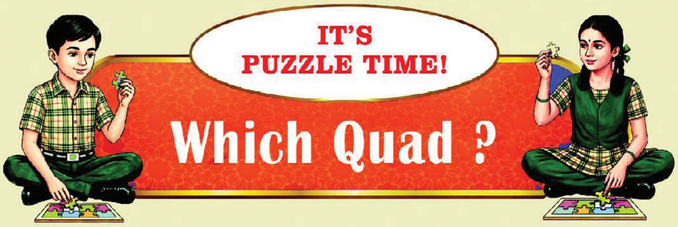
- பட்டம் என்பது ஒரே நீளத்தை கொண்ட இரண்டு ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்தாத அடுத்துள்ள பக்கங்களின் இணைகளை கொண்ட ஒரு நாற்கரமாகும்.
- சரிவகம் என்பது குறைந்தது ஒரு ஜோடி இணையான எதிரெதிர் பக்கங்களை கொண்ட ஒரு நாற்கரமாகும்.
- நாற்கரத்தின் கோண அளவுகளின் கூடுதல் 360^0 ஆகும்.



எத்தனை சதுரங்கள் உள்ளன?

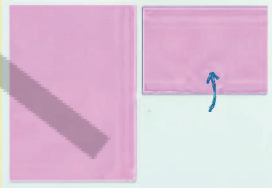


AP SCERT

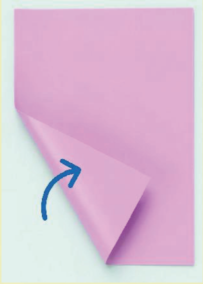


Gameplay

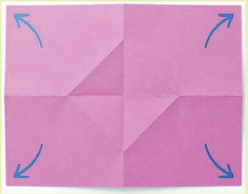
1. Fold a sheet into half.



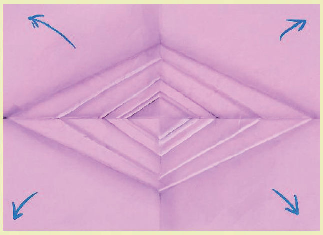
2. Now, fold it once more into a quarter.



3. Make a triangular crease at the corner that is at the middle of the paper.



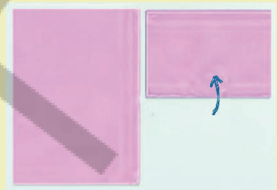
4. Open the sheet. What is the shape formed by the creases?



5. How would you fold the quarter paper to get the kinds of creases shown in the following image.

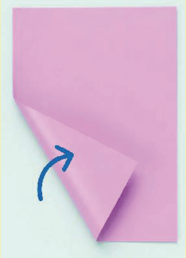
6. How would you fold the quarter paper such that a square is formed?

விளையாடும் நேரம்

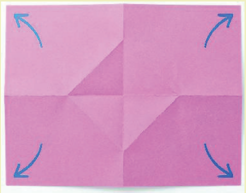


1. ஒரு தாளை பாதியாக மடிக்கவும்.

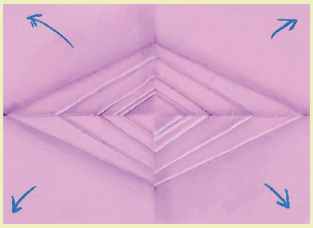
2. இப்போது அதை மீண்டும் ஒருமுறை கால் பகுதியாக மடிக்கவும்.



3. காகிதத்தின் நடுவில் மூலையில் ஒரு முக்கோண மடிப்பை உருவாக்கவும்.



4. தாளை திறக்கவும் மடிப்புகளால் உருவான வடிவம் என்ன?



5. பின்வரும் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள மடிப்புகளை பெறுவதற்கு, கால் காகிதத்தை எவ்வாறு மடிப்பீர்கள்.

6. ஒரு சதுரம் உருவாகும் வகையில், கால் பகுதி தாளை நீங்கள் எவ்வாறு மடிப்பீர்கள்?

AP SCERT

5 NUMBER PLAY

Learning outcomes : Learners will be able to

- Understand properties of numbers (even, odd) and their behaviour under operations (CG-6)
- Recognise and describe patterns related to divisibility and remainders (CG-1)
- Represent numbers using variables and general algebraic expressions (CG-2)
- Apply logical, inductive, and deductive reasoning to analyse statements and solve problems (CG-6)
- Explore relationships among factors, multiples, and divisibility rules to develop number sense (CG-1)
- Communicate mathematical ideas clearly using symbols and expressions (CG-6)
- Engage confidently and creatively in number-based activities and puzzles (CG-7)

Q7E1X2

AP SCERT

5.0 Introduction - Number Play

Dheeraj and Dhatri are playing a number game. Dheeraj chooses a number that is even, divisible by 5, and leaves a remainder of 2 when divided by 3. Dhatri tries to guess the number by thinking about the properties of numbers and the patterns they follow. Instead of checking every number one by one, she represents the situation using symbols and simple expressions to narrow down the possibilities.

5 எண்களுடன் விளையாட்டு

கற்றல் விளைவுகள் : மாணவர்கள் இவற்றை செய்வர்..

- எண்களின் பண்புகளை (இரட்டை, ஒற்றை) மற்றும் செயல்பாடுகளின் கீழ் அவற்றின் நடத்தையை புரிந்துகொள்ளுவர். (CG-6)
- வகுபடும் தன்மை மற்றும் மீதிகள் தொடர்பான அமைப்புகளை அடையாளம் கண்டு விவரிப்பர். (CG-1)
- மாறிகள் மற்றும் பொதுவான இயற்கணிதக் கோவைகளைப் பயன்படுத்தி எண்களை குறிப்பர். (CG-2)
- கூற்றுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்யவும், சிக்கல்களைத் தீர்க்கவும் தர்க்க, தொகுத்தறி மற்றும் பகுத்தறி முறைகளைப் பயன்படுத்துவர். (CG-6)
- எண் அறிவை வளர்க்க காரணிகள், மடங்குகள் மற்றும் வகுபடும் விதிகளுக்கு இடையிலான உறவுகளை ஆராய்வர். (CG-1)
- குறியீடுகள் மற்றும் கோவைகளைப் பயன்படுத்தி கணிதக் கருத்துகளைத் தெளிவாகத் தொடர்புகொள்ளுவர். (CG-6)
- எண்கள் அடிப்படையிலான செயல்பாடுகள் மற்றும் புதிர்களில் நம்பிக்கையுடனும் ஆக்கப்பூர்வமாகவும் ஈடுபடுவர். (CG-7)

B7T3W7

APSCERT

5.0 அறிமுகம் – எண்களுடன் விளையாட்டு

தீரஜ் மற்றும் தாத்ரி ஒரு எண் விளையாட்டை விளையாடுகிறார்கள். தீரஜ் ஒரு இரட்டை எண்ணைத் தேர்ந்தெடுக்கிறான். அது 5ஆல் வகுபடும் மற்றும் 3ஆல் வகுக்கும்போது மீதி 2ஐ தரும். தாத்ரி எண்களின் பண்புகள் மற்றும் அவை பின்பற்றும் அமைப்புகளைப் பற்றி சிந்தித்து அந்த எண்ணை கணிக்க முயற்சிக்கிறாள். ஒவ்வொரு எண்ணாக சரிபார்ப்பதற்கு பதிலாக அவள் குறியீடுகள் மற்றும் எளிய கோவைகளைப் பயன்படுத்தி சாத்தியங்களின் எண்ணிக்கையை குறைக்கிறாள்.

This kind of thinking shows how numbers follow certain rules and patterns. In everyday life, we often use such reasoning while arranging objects, sharing items equally, or solving puzzles. Some numbers behave in predictable ways when added, multiplied, or divided, and these behaviours can be explained using general forms and algebraic expressions.

In this chapter, Number Play, we explore interesting patterns in numbers, study divisibility and remainders, and use variables to describe general rules. We learn to decide whether certain statements are always true, sometimes true, or never true, and justify our answers logically. Through puzzles and playful activities, this chapter helps develop number sense, logical reasoning, and algebraic thinking, making mathematics both meaningful and enjoyable.

5.1. Is This a Multiple Of?

Sum of Consecutive Numbers

Aravind is exploring sums of consecutive numbers. He has written the following -

$7 = 3 + 4$
$10 = 1 + 2 + 3 + 4$
$12 = 3 + 4 + 5$
$15 = 7 + 8$
$\quad = 4 + 5 + 6$
$\quad = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$

Now, he is wondering -

- "Can I write every natural number as a sum of consecutive numbers?"
- "Which numbers can I write as the sum of consecutive numbers in more than one way?"
- "Ohh, I know all odd numbers can be written as a sum of two consecutive numbers. Can we write all even numbers as a sum of consecutive numbers?"
- "Can I write 0 as a sum of consecutive numbers? Maybe I should use negative numbers."

? Explore these questions and any others that may occur to you. Discuss them with the class.

? Take any 4 consecutive numbers. For example, 3, 4, 5, and 6. Place '+' and '-' signs in between the numbers. How many different possibilities exist? Write all of them.

$3 + 4 - 5 + 6$

$3 - 4 - 5 - 6$

AP SCERT

இவ்வகையான சிந்தனை எண்கள் எவ்வாறு சில விதிகள் மற்றும் அமைப்புகளைப் பின்பற்றுகின்றன என்பதைக் காட்டுகிறது. அன்றாட வாழ்வில் பொருட்களை ஒழுங்கமைக்கும் போதும் பொருட்களை சமமாக பகிரும்போதும் அல்லது புதிர்களைத் தீர்க்கும் போதும் நாம் பெரும்பாலும் இத்தகைய பகுத்தறிவைப் பயன்படுத்துகிறோம். சில எண்கள் கூட்டப்படும்போதோ, பெருக்கப்படும்போதோ அல்லது வகுக்கப்படும்போதோ கணிக்கக்கூடிய வழிகளில் செயல்படுகின்றன. மேலும் இந்த நடத்தைகளைப் பொதுவடிவங்கள் மற்றும் இயற்கணிதக் கோவைகளைப் பயன்படுத்தி விளக்கலாம்.

எண்களுடன் விளையாட்டு என்ற இந்த அத்தியாயத்தில் எண்களில் உள்ள சுவாரசியமான அமைப்புகளை ஆராய்வோம், வகுபடும் தன்மை மற்றும் மீதிகளை படிப்போம். மேலும் பொதுவான விதிகளை விவரிக்க மாறிகளைப் பயன்படுத்துவோம். சில கூற்றுகள் எப்போதும் உண்மையானவையா சில நேரங்களில் உண்மையானவையா அல்லது ஒருபோதும் உண்மையானவை அல்லவா என்பதை முடிவு செய்யவும் நமது பதில்களை தர்க்கரீதியாக நியாயப்படுத்தவும் கற்றுக்கொள்கிறோம். புதிர்கள் மற்றும் விளையாட்டுச் செயல்பாடுகள் மூலம் இந்த அத்தியாயம் எண் உணர்வு, தர்க்கரீதியான பகுத்தறிவு மற்றும் இயற்கணிதச் சிந்தனை ஆகியவற்றை வளர்க்க உதவுகிறது; கணிதத்தை அர்த்தமுள்ளதாகவும், சுவராசியமாகவும் மாற்றுகிறது.

5.1. இது எதன் மடங்கு

அடுத்தடுத்த எண்களின் கூடுதல்

$$
\begin{aligned}
7 &= 3 + 4 \\
10 &= 1 + 2 + 3 + 4 \\
12 &= 3 + 4 + 5 \\
15 &= 7 + 8 \\
&= 4 + 5 + 6 \\
&= 1 + 2 + 3 + 4 + 5
\end{aligned}
$$

அரவிந்த் அடுத்தடுத்த எண்களின் கூடுதல்களை ஆராய்கிறார் அவர் பின்வருமாறு எழுதினார்.
இப்போது அவர் யோசிக்கிறார் –

- "ஒவ்வொரு இயல் எண்ணையும் அடுத்தடுத்த எண்களின் கூடுதலாக எழுத முடியுமா?"
- "எந்த எண்களை ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட வழிகளில் அடுத்தடுத்த எண்களின் கூடுதலாக எழுத முடியும்."
- "ஓ! அனைத்து ஒற்றைப்படை எண்களையும் இரண்டு அடுத்தடுத்த எண்களின் கூடுதலாக எழுதலாம் என்று எனக்குத் தெரியும். அனைத்து இரட்டைப்படை எண்களையும் இரண்டு அடுத்தடுத்த எண்களின் கூடுதலாக எழுத முடியுமா?"
- "0 ஐ அடுத்தடுத்த எண்களின் கூடுதலாக எழுத முடியுமா? ஒரு வேளை குறை எண்களைப் பயன்படுத்த வேண்டும் என நினைக்கிறேன்".

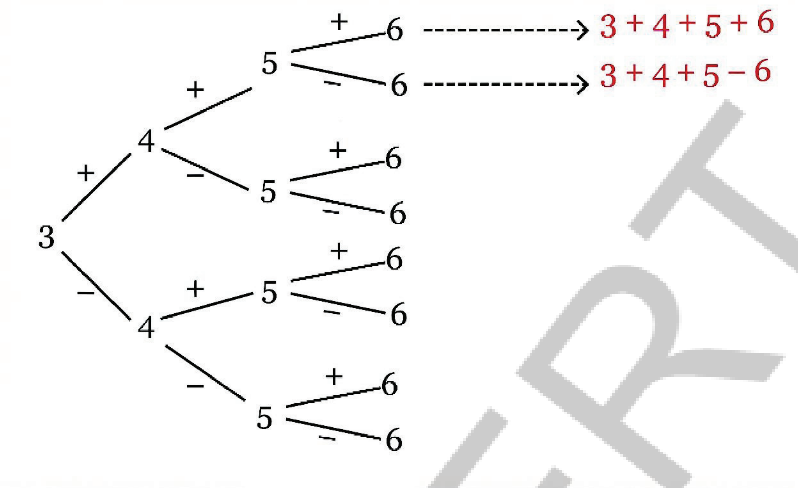
? இந்த கேள்விகளையும், உங்களுக்குத் தோன்றும் மற்ற கேள்விகளையும் ஆராய்ந்து அவற்றை வகுப்பறையில் விவாதிக்கவும்.

? ஏதேனும் 4 அடுத்தடுத்த எண்களை எடுத்துக்கொள்ளுங்கள். எடுத்துக்காட்டாக 3, 4, 5 மற்றும் 6. இந்த எண்களுக்கு இடையில் '+' மற்றும் '–' குறிகளை வைக்கவும். எத்தனை வெவ்வேறு சாத்தியக்கூறுகள் உள்ளன? அவை அனைத்தையும் எழுதுங்கள்.

$$3 + 4 - 5 + 6$$
$$3 - 4 - 5 - 6$$

AP SCERT

Eight such expressions are possible. You can use the diagram below to systematically list all the possibilities.



? Evaluate each expression and write the result next to it. Do you notice anything interesting?

? Now, take four other consecutive numbers. Place the '+' and '-' signs as you have done before. Find out the results of each expression. What do you observe?

? Repeat this for one more set of 4 consecutive numbers. Share your findings.

3 + 4 − 5 + 6 = 8	5 + 6 − 7 + 8 = 12	__ + __ − __ + __ = __
3 − 4 − 5 − 6 = −12	5 − 6 − 7 − 8 = −16	__ − __ − __ − __ = __
⋮	⋮	⋮

Some sums appear always no matter which 4 consecutive numbers are chosen. Isn't that interesting?

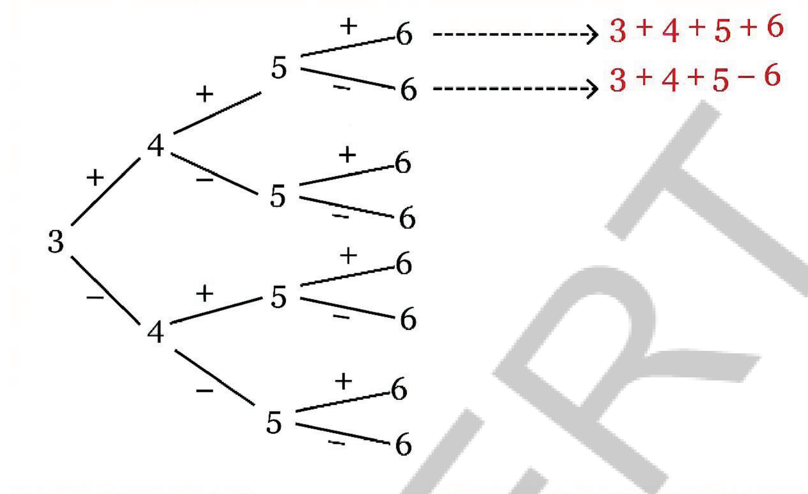
? Do these patterns occur no matter which 4 consecutive numbers are chosen? Is there a way to find out through reasoning?

Hint: Use algebra and describe the 8 expressions in a general form.

You might have noticed that the results of all expressions are even numbers. Even numbers have a factor of 2. Negative numbers having a factor 2 are also even numbers, for example, - 2, - 4, - 6, and so on. Check if anyone in your class got an odd number.

AP SCERT

இத்தகைய எட்டு கோவைகள் சாத்தியம் ஆகும். அனைத்து சாத்தியக்கூறுகளையும் முறையாக பட்டியலிட கீழே உள்ள வரைபடத்தை பயன்படுத்தலாம்.



? ஒவ்வொரு கோவையையும் மதிப்பிட்டு முடிவை அதற்கு அடுத்ததாக எழுதுங்கள். நீங்கள் சுவாரசியாக எதையாவது கவனிக்கிறீர்களா?

? இப்போது வேறு நான்கு அடுத்தடுத்த எண்களை எடுத்துக்கொள்ளுங்கள். முன்பு செய்ததைப் போலவே '+' மற்றும் '−' குறிகளை இடவும். ஒவ்வொரு கோவையின் முடிவுகளையும் கண்டறியவும். நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்.

? இன்னொரு 4 அடுத்தடுத்த எண்களின் தொகுப்பிற்கும் இதை மீண்டும் செய்யவும். நீங்கள் கண்டறிந்தவற்றைப் பகிரவும்.

$3 + 4 - 5 + 6 = 8$
$3 - 4 - 5 - 6 = -12$
.
.
.

$5 + 6 - 7 + 8 = 12$
$5 - 6 - 7 - 8 = -16$
.
.
.

__ + __ − __ + __ = __
__ − __ − __ − __ = __
.
.
.

எந்த 4 அடுத்தடுத்த எண்களைத் தேர்ந்தெடுத்தாலும் சில கூடுதல்கள் எப்போதும் ஒரே மாதிரி தோன்றும். இது சுவாரசியமாக இல்லையா?

? எந்த 4 அடுத்தடுத்த எண்களைத் தேர்ந்தெடுத்தாலும் இந்த அமைப்புகள் ஏற்படுமா? பகுத்தறிவின் மூலம் கண்டறிய ஏதேனும் வழி உள்ளதா?

குறிப்பு: இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி 8 கோவைகளைப் பொதுவான வடிவில் விவரிக்கவும்.

அனைத்து கோவைகளின் முடிவுகளும் இரட்டை எண்கள் என்பதை நீங்கள் கவனித்திருக்கலாம்.

இரட்டை எண்கள் 2 ஐ ஒரு காரணியாகக் கொண்டுள்ளன. 2 ஐ காரணியாகக் கொண்ட குறை எண்களும் இரட்டை எண்களே.(எடுத்துக்காட்டாக −2, −4, −6 மற்றும் பல). உங்கள் வகுப்பில் யாருக்காவது ஒற்றை எண் கிடைத்துள்ளதா என சரிபார்க்கவும்.

AP SCERT

When 4 consecutive numbers are chosen, no matter how the '+' and '-' signs are placed between them, the resulting expressions always have even parity.

Now take any 4 numbers, place '+' and '-' signs in the eight different ways, and evaluate the resulting expression. What do you observe about their parities?

Repeat this with other sets of 4 numbers.

? Is there a way to explain why this happens?

Hint: Think of the rules for parity of the sum or difference of two numbers.

Explanation 1: Let us consider any of the 8 expressions formed by four numbers a, b, c, and d. When one of its signs is switched, its value always increases or decreases by an even number! Let us see why.

Consider one of the expressions: $a + b - c - d$.

Replacing $+b$ by $-b$, we get

$$a - b - c - d.$$

By how much has the number changed? It has changed by

$$(a + b - c - d) - (a - b - c - d)$$

$= a + b - c - d - a + b + c + d$ (notice how the signs changed when we opened the second set of brackets)

$= 2b$ (this is an even number).

If the difference between two numbers is even, can they have different parities? No! So either both are even or both are odd.

Now, let us see what happens when a negative sign is switched to a positive sign.

? Replace any negative sign in the expression $a + b - c - d$ with a positive sign and find the difference between the two numbers.

? What do you conclude from this observation?

Starting from any expression, we can get 7 expressions by switching one or more '+' and '-' signs. Thus, all the expressions have the same parity!

Explanation 2: We know that

$$\text{odd} \pm \text{odd} = \text{even}$$

$$\text{even} \pm \text{even} = \text{even}$$

$$\text{odd} \pm \text{even} = \text{odd}.$$

AP SCERT

4 அடுத்தடுத்த எண்கள் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டால், அவற்றிற்கிடையே ‘+’ மற்றும் ‘–’ குறிகள் எவ்வாறு வைக்கப்பட்டாலும் கிடைக்கும் கோவைகள் எப்போதும் இரட்டைத் தன்மையையே கொண்டிருக்கும்.

இப்போது ஏதேனும் 4 எண்களை எடுத்துக்கொண்டு அவற்றிற்கு இடையில் ‘+’ மற்றும் ‘–’ குறிகளை எட்டு வழிகளில் வைத்து கிடைக்கும் கோவையை மதிப்பிடுங்கள். அவற்றின் ஒற்றை/இரட்டைத் தன்மையைப் பற்றி நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

வேறு 4 எண்களின் தொகுப்புடன் இதை மீண்டும் செய்யவும்.

? இது ஏன் நடக்கிறது என்பதை விளக்க ஏதாவது வழி இருக்கிறதா?

குறிப்பு: இரண்டு எண்களின் கூடுதல் அல்லது வித்தியாசத்தின் ஒன்றை/இரட்டைப் பண்புக்கான விதிகளைப் பற்றி சிந்தியுங்கள்.

விளக்கம் 1: a, b, c, மற்றும் d ஆகிய நான்கு எண்களால் உருவாகும் 8 கோவைகளில் ஏதேனும் ஒன்றை கருத்தில் கொள்வோம். அதன் குறிகளில் ஒன்று மாற்றப்படும்போது அதன் மதிப்பு எப்போதும் ஒரு இரட்டை எண்ணால் அதிகரிக்கிறது அல்லது குறைகிறது அது ஏன் என்று பார்ப்போம்.

a + b - c - d என்ற கோவையை கருத்தில் கொள்வோம்.

+b ஐ - b ஆக மாற்றினால் நமக்கு கிடைப்பது a - b - c - d.

இந்த இரண்டு கோவைகளுக்கிடைப்பட்ட மதிப்பு எவ்வாறு மாறியுள்ளது?

இது (a + b - c - d) - (a - b - c - d) என மாறியுள்ளது.

= a + b - c - d - a + b + c + d

(இரண்டாவது அடைப்புக்குறியை திறந்தபோது குறிகள் எவ்வாறு மாறின என்பதை கவனியுங்கள்.)

= 2b (இது ஒரு இரட்டை எண்)

இரண்டு எண்களுக்கு இடையிலான வித்தியாசம் இரட்டைப் படையாக இருந்தால் அவை வெவ்வேறு ஒற்றை/இரட்டை பண்பைக் கொண்டிருக்க முடியுமா? முடியாது! எனவே இரண்டும் இரட்டைப்படையாக இருக்கும் அல்லது இரண்டும் ஒற்றைப்படையாக இருக்கும்.

இப்போது ஒரு குறைகுறி மிகை குறியாக மாற்றப்படும்போது என்ன நடக்கிறது என்று பார்ப்போம்.

? a + b - c - d என்ற கோவையில் உள்ள ஏதேனும் ஒரு குறை குறியை மிகைக் குறியாக மாற்றி, இரண்டு கோவைகளுக்கு இடையிலான வித்தியாசத்தைக் கண்டறியவும்.

? இந்த உற்றுநோக்கலிலிருந்து நீங்கள் என்ன முடிவுக்கு வருகிறீர்கள்?
எந்தவொரு கோவையிலிருந்தும் தொடங்கி ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட ‘+’ மற்றும் ‘–’ குறிகளை மாற்றுவதன் மூலம் 7 கோவைகளைப் பெறலாம். எனவே அனைத்து கோவைகளும் ஒரே ஒற்றை/இரட்டை பண்பைக் கொண்டுள்ளன.

விளக்கம் 2 : நமக்குத் தெரிந்தது என்னவென்றால்

ஒற்றை ± ஒற்றை = இரட்டை

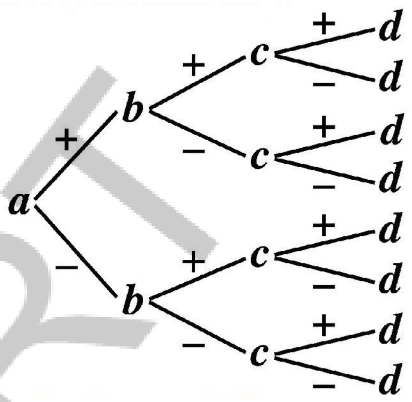
இரட்டை ± இரட்டை = இரட்டை

ஒற்றை ± இரட்டை = ஒற்றை

APSCERT

We have seen that the parity of a + b and a - b is the same, regardless of the parities of a and b.

In short, a ± b have the same parity. By the same argument, a ± b + c and a ± b - c have the same parity. Extending this further, we can say that all the expressions a ± b ± c ± d have the same parity.



Explanation 3 : This can also be explained using the positive and negative token model you studied in the chapter on Integers. Try to think how.

The number of ways to choose any 4 numbers a, b, c, d and combine them using a '+' and '-' signs is infinite. Mathematical reasoning allows us to prove that all the combinations a ± b ± c ± d always have the same parity, without having to go through them one by one.

Several problems in mathematics can be thought about and solved in different ways. While the method you came up with may be dear to you, it can be amusing and enriching to know how others thought about it. Two tidbits: 'share' and 'listen'.

? Is the phenomenon of all the expressions having the same parity limited to taking 4 numbers? What do you think?

'What if ...?', 'Will it always happen?'- Wondering and posing questions and conjectures is as much a part of mathematics as problem solving.

Breaking Even

We know how to identify even numbers. Without computing them, find out which of the following arithmetic expressions are even.

43 + 37	672 – 348	4 × 347 × 3	708 – 477
809 + 214	119 × 303	543 – 479	513^3

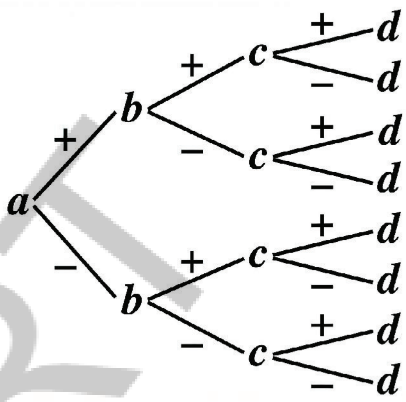
? Using our understanding of how parity behaves under different operations, identify which of the following algebraic expressions give an even number for any integer values for the letter-numbers.

$2a + 2b$	$3g + 5h$	$4m + 2n$	$2u - 4v$	
$13k - 5k$	$6m - 3n$	$x^2 + 2$	$b^2 + 1$	$4k \times 3j$

AP SCERT

a மற்றும் b ன் ஒற்றை/இரட்டை பண்புகளை பொருட்படுத்தாமல் a + b மற்றும் a - bஇன் ஒற்றை/இரட்டை பண்பு ஒன்றுதான் என்பதை நாம் பார்த்தோம்.

இதை சுருக்கமாக a ± b ஒரே ஒற்றை/இரட்டை பண்பைக் கொண்டுள்ளன. இதைப்போலவே a ± b + c மற்றும் a ± b - c ஆகியவை ஒரே ஒற்றை/இரட்டை பண்பை கொண்டுள்ளன. இதை மேலும் நீட்டித்து a ± b ± c ± d என்ற அனைத்து கோவைகளும் ஒரே ஒற்றை/இரட்டை பண்பை கொண்டுள்ளன என்று கூறலாம்.



விளக்கம் 3: முழுக்கள் அத்தியாயத்தில் நீங்கள் படித்த நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை வில்லை மாதிரியை பயன்படுத்தியும் இதை விளக்கலாம். எப்படி என்று யோசித்து பாருங்கள்.

ஏதேனும் 4 எண்கள் a, b, c, d ஆகியவற்றை தேர்ந்தெடுத்து அவற்றை '+' மற்றும் '–' குறிகளை பயன்படுத்தி இணைக்கும் வழிகளின் எண்ணிக்கை முடிவற்றது. அவற்றை ஒவ்வொன்றாக சரிபார்க்காமல் a ± b ± c ± d என்ற அனைத்து சேர்க்கைகளும் எப்போதும் ஒரு ஒற்றை/இரட்டை பண்பை கொண்டுள்ளன என்பதை நிரூபிக்க கணித பகுத்தறிவு நமக்கு அனுமதிக்கிறது.

கணிதத்தில் உள்ள பல சிக்கல்களை பல்வேறு வழிகளில் சிந்தித்து தீர்க்கலாம். நீங்கள் கண்டுபிடித்த முறை உங்களுக்கு பிடித்தமானதாக இருக்கலாம். ஆனால் மற்றவர்கள் அதைப்பற்றி எப்படி சிந்தித்தார்கள் என்பதை அறிவது சுவராசியமானதாகவும் வளமானதாகவும் இருக்கும்.

? அனைத்து கோவைகளும் ஒரே ஒற்றை/இரட்டை பண்பை கொண்டிருக்கும் நிகழ்வானது 4 எண்களை எடுப்பதற்கு மட்டும்தானா? நீங்கள் என்ன நினைக்கிறீர்கள்?

"ஒரு வேளை இப்படி நடந்தால்....? இது எப்போதுமே நடக்குமா? என்று சிந்திப்பதும் கேள்விகள் மற்றும் ஊகங்களை முன்வைப்பதும் கணக்குகளை தீர்ப்பது போலவே கணிதத்தின் ஒரு பகுதியாகும்.

இரட்டை எண்களை கண்டறிதல்

இரட்டை எண்களை எப்படி கண்டறிவது என்பது நமக்குத் தெரியும். அவற்றை கணக்கிடாமல் பின்வரும் எண்கணிதக் கோவைகளில் எவை இரட்டை எண்ணைத் தரும் என்பதைக் கண்டறியவும்.

43 + 37	672 – 348	4 × 347 × 3	708 – 477
809 + 214	119 × 303	543 – 479	513^3

? வெவ்வேறு செயல்பாடுகளின் கீழ் ஒற்றை/இரட்டைப் பண்பு எவ்வாறு செயல்படுகிறது என்பதைப் பற்றிய நமது புரிதலை பயன்படுத்தி, எழுத்து எண்களுக்கான எந்தவொரு முழு மதிப்புகளுக்கும் பின்வரும் இயற்கணிதக் கோவைகளில் எவை இரட்டை எண்களைத் தரும் என்பதைக் கண்டறியவும்.

$2a + 2b$	$3g + 5h$	$4m + 2n$	$2u - 4v$	
$13k - 5k$	$6m - 3n$	$x^2 + 2$	$b^2 + 1$	$4k \times 3j$

APSCERT

The expression 4m + 2q will always evaluate to an even number for any integer values of m and q. We can justify this in two different ways -

- We know 4m is even and 2q is even for any integers m and q. Therefore, their sum will also be even.
- The expression 4m + 2q is equal to the expression 2(2m + q). Here, the expression 2(2m + q) means 2 times 2m + q. In other words, 2 is a factor of this expression. Therefore, this expression will always give an even number for any integers m and q.

  For example, if m = 4 and q = - 9, the expression 4m + 2q becomes $4 \times 4 + 2 \times (-9) = -2$, which is an even number.

In the expression $x^2 + 2$, x^2 is even if x is even, and x^2 is odd if x is odd. Therefore, the expression $x^2 + 2$ will not always give an even number. An example and a non-example for when the expression evaluates to an even number - (i) if x = 6, then $x^2 + 2 = 38$, and (ii) if x = 3, then $x^2 + 2 = 11$.

? Similarly, determine and explain which of the other expressions always give even numbers. Write a couple of examples and non-examples, as appropriate, for each expression.

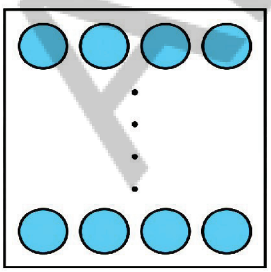
? Write a few algebraic expressions which always give an even number.

Pairs to Make Fours

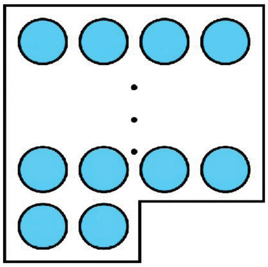
? Take a pair of even numbers. Add them. Is the sum divisible by 4?

Try this with different pairs of even numbers. When is the sum a multiple of 4, and when is it not? Is there a general rule or a pattern?

Even numbers can be of two types based on the remainders they leave when divided by 4.



Even numbers that are multiples of 4 leave a remainder of 0 when divided by 4.



Even numbers that are not multiples of 4 leave a remainder 2 when divided by 4.

$4m + 2q$ என்ற கோவையில், m மற்றும் q இன் எந்தவொரு முழு எண்ணின் மதிப்பிற்கும் எப்போதும் ஒரு இரட்டை எண்ணையே தரும். இதை நாம் இரண்டு வெவ்வேறு வழிகளில் நியாயப்படுத்தலாம்.

- m மற்றும் q ஆகிய எந்த முழு எண்களுக்கும் 4m இரட்டை எண் மற்றும் 2q இரட்டை எண் என்பது நமக்குத் தெரியும். எனவே அவற்றின் கூடுதலும் இரட்டை எண்ணாகவே இருக்கும்.
- $4m + 2q$ என்ற கோவை $2(2m + q)$ என்ற கோவைக்கு சமம். இங்கே $2(2m + q)$ என்ற கோவை $2 \times (2m + q)$ என்பதை குறிக்கிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறினால் 2 என்பது இந்த கோவையின் ஒரு காரணியாகும். எனவே m மற்றும் q ஆகிய எந்த முழு எண்களுக்கும் இந்த கோவை எப்போதும் ஒரு இரட்டை எண்ணைத் தரும்.

எடுத்துக்காட்டாக $m = 4$ மற்றும் $q = -9$ எனில் $4m + 2q$ என்ற கோவை $4 \times 4 + 2 \times (-9) = 16 - 18 = -2$ என்றாகிறது. இது ஒரு இரட்டை எண்.

$x^2 + 2$ என்ற கோவையில் x ஒரு இரட்டை எண்ணாக இருந்தால் x^2 ஒரு இரட்டை எண் ஆகும், மற்றும் x ஒரு ஒற்றை எண்ணாக இருந்தால் x^2 ஒரு ஒற்றை எண் ஆகும். எனவே $x^2 + 2$ என்ற கோவை எப்போதும் இரட்டை எண்ணைத் தராது. கோவை எப்போது ஒரு இரட்டை எண்ணாக மதிப்பிடப்படுகிறது என்பதற்கான ஒரு எடுத்துக்காட்டு மற்றும் எதிர் எடுத்துக்காட்டு: (i) $x = 6$ எனில், $x^2 + 2 = 36 + 2 = 38$ மற்றும் (ii) $x = 3$ எனில், $x^2 + 2 = 9 + 2 = 11$

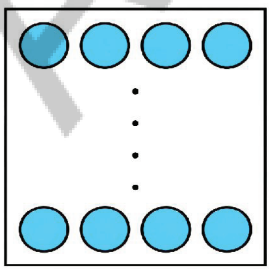
? இதேபோல் மற்ற கோவைகளில் எவை எப்போதும் இரட்டை எண்ணைத் தரும் என்பதைத் தீர்மானித்து விளக்கவும். ஒவ்வொரு கோவைக்கும் பொருத்தமான ஒன்றிரண்டு எடுத்துக்காட்டுகள் மற்றும் எதிர்-எடுத்துக்காட்டுகளை எழுதவும்.

? எப்போதும் இரட்டை எண்களைத் தரும் சில இயற்கணிதக் கோவைகளை எழுதவும்.

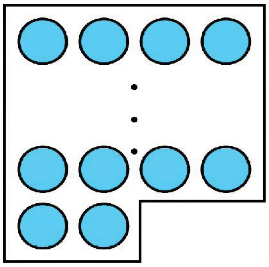
நான்கை உருவாக்க ஜோடிகள்

? ஒரு ஜோடி இரட்டை எண்களை எடுத்துக்கொள்ளுங்கள். அவற்றை கூட்டவும். அதன் கூடுதல் 4ஆல் வகுபடுமா? வெவ்வேறு இரட்டை எண்களின் ஜோடிகளுடன் இதை முயற்சிக்கவும்.

கூடுதல் எப்போது 4 இன் மடங்காக இருக்கும், எப்போது இருக்காது? ஏதேனும் பொதுவான விதி அல்லது அமைப்பு உள்ளதா? இரட்டை எண்களை 4ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதியின் அடிப்படையில் இரண்டு வகைகளாகப் பிரிக்கலாம்.



4 இன் மடங்காக உள்ள இரட்டை எண்கள் 4ஆல் வகுக்கப்படும்போது 0 ஐ மீதியாகத் தரும்.

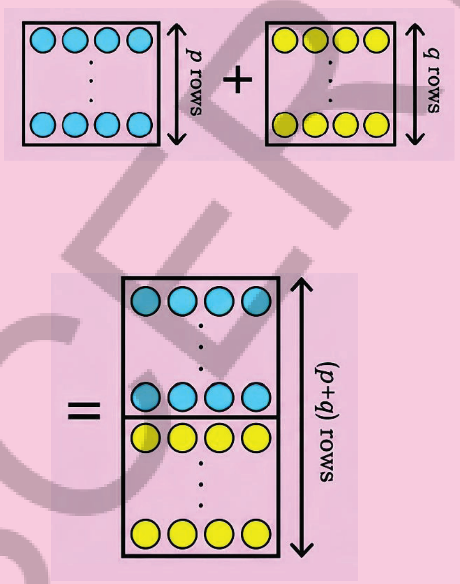
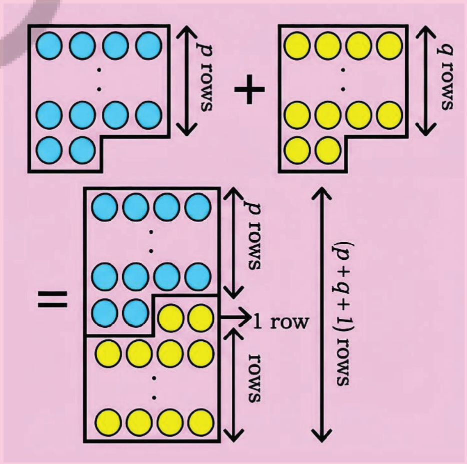


4 இன் மடங்குகள் அல்லாத இரட்டை எண்கள் 4ஆல் வகுக்கப்படும்போது 2ஐ மீதியாகத் தரும்.

? When will two even numbers add up to give a multiple of 4?

This problem is similar to the question of identifying when adding two numbers will result in an even number. Can you see this?

There are three cases to examine:

Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
Adding two (even) numbers that are multiples of 4 will always give a multiple of 4	4p and 4q. 4p + 4q = 4 (p + q).		4, 12, 16, 24, 36. 12 + 16 = 4 (3 + 4) = 28. 16 + 28 = 4 (4 + 7) = 44.
Adding two even numbers that are not multiples of 4 will always give a multiple of 4 because their remainders of 2 add up to 4.	(4p + 2) and (4q + 2). (4p + 2) + (4q + 2) = 4p + 4q + 4 = 4 (p + q + 1).		2, 6, 10, 18, 22, 42. 2 + 6 = 8. 6 + 10 = 16. 22 + 6 = 28.

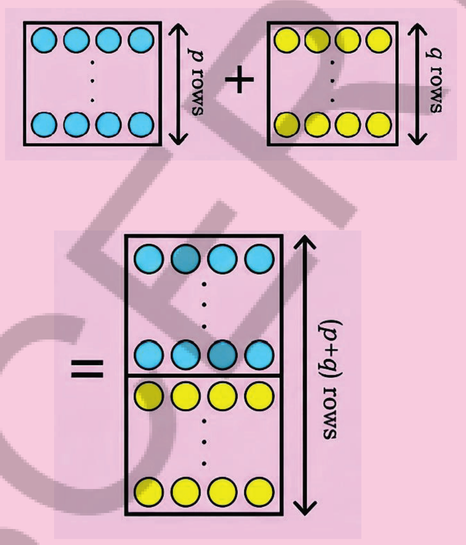
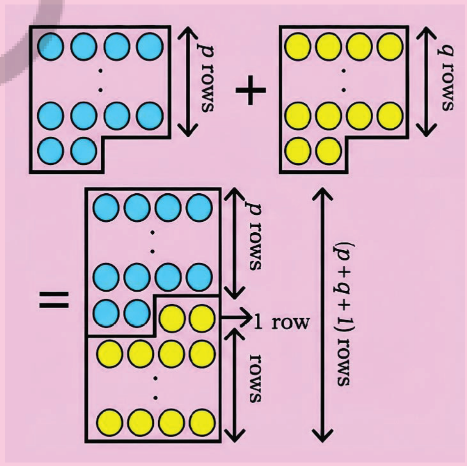
What happens when we add a multiple of 4 to an even number that is not a multiple of 4? Is it similar to the case of the parity of the sum of an even and an odd number?

? Look at the following expressions and the visualisation. Write the corresponding explanation and examples.

AP SCERT

? இரண்டு இரட்டை எண்களின் கூட்டுத்தொகை எப்போது 4 இன் மடங்காக அமையும்? இந்த பிரச்சனை இரண்டு எண்களைக் கூட்டினால் எப்போது ஒரு இரட்டை எண் கிடைக்கும் என்பதைக் கண்டறியும் கேள்வியை ஒத்திருக்கிறது.

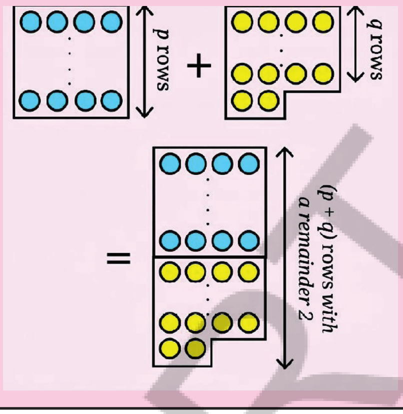
இதில் ஆராய மூன்று நிகழ்வுகள் உள்ளன:

இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப்படுத்துதல் மூலம் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
4 இன் மடங்குகளாக இருக்கும் இரண்டு (இரட்டை) எண்களைக் கூட்டுவது எப்போதும் 4 இன் மடங்கையே தரும்.	4p மற்றும் 4q. 4p + 4q = 4 (p + q).		4, 12, 16, 24, 36. 12 + 16 = 4 (3 + 4) = 28. 16 + 28 = 4 (4 + 7) = 44.
4 இன் மடங்குகள் அல்லாத இரண்டு இரட்டை எண்களை கூட்டுவது எப்போதும் 4 இன் மடங்கையே தரும். ஏனெனில் அவற்றின் மீதியான இரண்டும் சேர்ந்து 4 ஆகிறது.	(4p + 2) மற்றும் (4q + 2). (4p + 2) + (4q + 2) = 4p + 4q + 4 = 4 (p + q + 1).		2, 6, 10, 18, 22, 42. 2 + 6 = 8. 6 + 10 = 16. 22 + 6 = 28.

4 இன் மடங்கோடு, 4இன் மடங்கு அல்லாத ஒரு இரட்டை எண்ணைக் கூட்டினால் என்ன நிகழும்? இது ஒரு இரட்டை மற்றும் ஒற்றை எண்ணின் கூடுதலின் ஒற்றை/இரட்டைப் பண்பு போன்றதா?

? பின்வரும் கோவைகள் மற்றும் காட்சிப்படுத்தலைப் பாருங்கள். அதற்கான விளக்கம் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளை எழுதவும்.

AP SCERT

Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
	4p and (4q + 2) = 4p + (4q + 2) = 4p + 4q + 2 = 4 (p + q) + 2.		

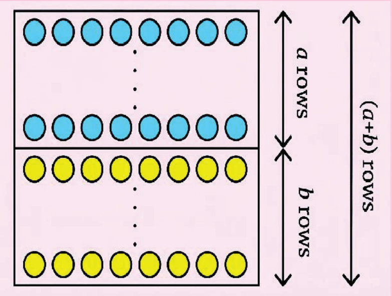
Notice how we are able to generalise and prove properties of arithmetic using algebra and also using visualisation.

Always, Sometimes, or Never

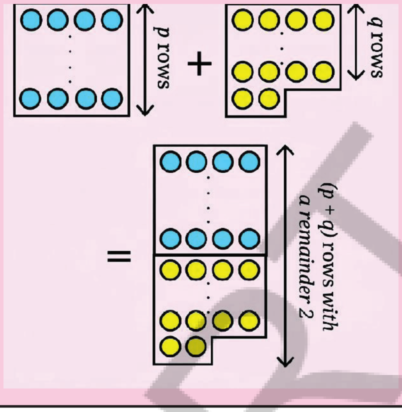
We examine different statements about factors and multiples and determine whether a statement is 'Always True', 'Sometimes True', or 'Never True'.

We know that the sum of any two multiples of 2 is also a multiple of 2.

1. If 8 exactly divides two numbers separately, it must exactly divide their sum.

Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
The two numbers have 8 as a factor; in other words, the two numbers are multiples of 8.	8a and 8b.		8 and 16. 16 and 56. 80 and 120.
As multiples of 8 are obtained by repeatedly adding 8, the sum of two multiples of 8 will also be a multiple of 8.	8a + 8b = 8 (a + b).		8 + 16 = 8 (1 + 2) = 24. 16 + 56 = 72. 80 + 120 = 200.

AP SCERT

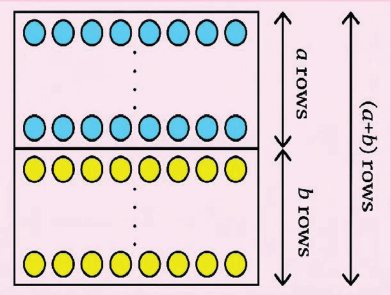
இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப்படுத்தல் மூலம் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
	4p மற்றும் (4q + 2) $= 4p + (4q + 2)$ $= 4p + 4q + 2$ $= 4\ (p + q) + 2.$		

இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப்படுத்தலைப் பயன்படுத்தி எண்கணிதத்தின் பண்புகளை நாம் எவ்வாறு பொதுமைப்படுத்தவும் நிரூபிக்கவும் முடிகிறது என்பதை கவனியுங்கள்.

எப்போதும், சில நேரங்களில், ஒருபோதும் இல்லை

? காரணிகள் மற்றும் மடங்குகள் பற்றிய பல்வேறு கூற்றுகளை நாம் ஆராய்ந்து ஒரு கூற்று எப்போதும் உண்மை, சில நேரங்களில் உண்மை அல்லது ஒருபோதும் உண்மை இல்லை என்பதை தீர்மானிக்கிறோம். ஏதேனும் இரண்டு 2 இன் மடங்குகளின் கூடுதலும் 2 ன் மடங்குதான் என்பது நமக்குத் தெரியும்.

? 1. 8 என்ற எண் இரண்டு எண்களைத் தனித்தனியாக சரியாக வகுத்தால் அது அவற்றின் கூடுதலையும் சரியாக வகுக்க வேண்டும்.

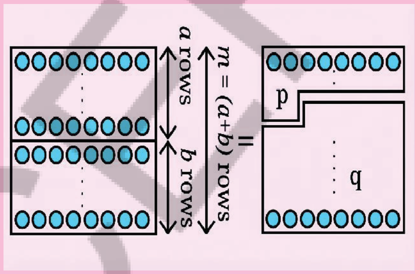
இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப்படுத்தல் மூலம் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
இரண்டு எண்களுக்கும் 8 ஒரு காரணியாக உள்ளது வேறு வார்த்தைகளில் கூறினால் அந்த இரண்டு எண்களும் 8 இன் மடங்காகும்	8a மற்றும் 8b.		8 மற்றும் 16. 16 மற்றும் 56. 80 மற்றும் 120.
8 இன் மடங்குகள் 8ஐ தொடர்ந்து கூட்டுவதன் மூலம் பெறப்படுவதால் இரண்டு 8 இன் மடங்குகளின் கூடுதலும் 8 இன் மடங்காகவே இருக்கும்.	$8a + 8b$ $= 8\ (a + b).$		$8 + 16$ $= 8(1+2) = 24.$ $16 + 56 = 72.$ $80 + 120$ $= 200.$

AP SCERT

Statement 1 is always true. Determine if it is true with subtraction.

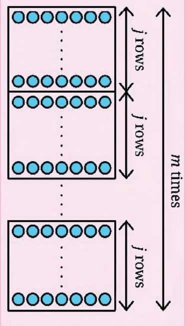
In general, **if a divides M and a divides N, then a divides M + N and a divides M - N. In other words, if M and N are multiples of a, then M + N and**

2. If a number is divisible by 8, then 8 also divides any two numbers (separately) that add up to the number.

Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
A number divisible by 8 is a multiple of 8.	8m		8, 16, 56, 72
A number divisible by 8 can be expressed as a sum of two multiples of 8 or sum of two non-multiples of 8.	8m = 8a + 8b 8m = p + q (p, q not multiples of 8)		72 = 48 + 24 (8 × 9 = 8×6 + 8×3). 72 = 50 + 22

So, Statement 2 is sometimes true.

3. If a number is divisible by 7, then all multiples of that number will be divisible by 7.

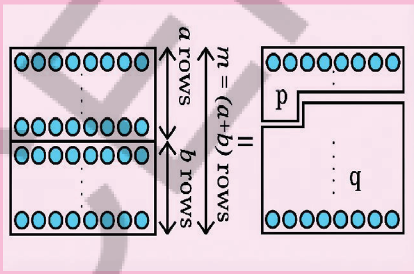
Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
Number dvisible by 7 will have 7 as a factor.	7j		14 = 7 × 2 (j = 2) 42 = 7 × 6 (j = 6) 98 = 7 × 14 (j = 14)
This contains a total of mj rows. So this is also a multiple of 7.	(7j) × m		Some multiples of 14: 28 = (7 × 2) × 2. 70 = (7 × 2) × 5. 154 = (7 × 2) × 11.

The number 7jm or (7 × j × m) has a factor of 7. We can see that statement 3 is always true.

AP SCERT

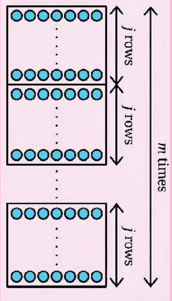
கூற்று 1 எப்போதும் உண்மையானது. கழித்தலில் இது உண்மையா என்பதைத் தீர்மானிக்கவும். பொதுவாக a என்ற எண் M ஐயும் மற்றும் N ஐயும் வகுத்தால் a ஆனது M + N ஐயும், a ஆனது M – N ஐயும் வகுக்கும். இதை வேறுவிதமாக கூறினால் M மற்றும் N ஆகியவை a இன் மடங்குகளாக இருந்தால் M + N மற்றும் M – N ஆகியவை a இன் மடங்குகளாகும்.

2. ஒரு எண் 8ஆல் வகுபடுமானால் அந்த எண்ணை இரண்டு எண்களின் கூடுதலாக எழுதினால் கிடைக்கும் இரண்டு எண்களையும் (தனித்தனியாக) 8 வகுக்கும்.

இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப்படுத்தல் மூலம் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
8ஆல் வகுபடும் ஒரு எண் 8இன் மடங்காகும்.	8m		8, 16, 56, 72
8ஆல் வகுபடும் ஒரு எண்ணை 8இன் இரண்டு மடங்குகளின் கூடுதல் அல்லது 8இன் மடங்கு அல்லாத இரண்டு எண்களின் கூடுதலாகக் குறிக்கலாம்	8m = 8a + 8b 8m = p + q (p, q ஆகியவை 8இன் மடங்குகள் அல்ல)		72 = 48 + 24 (8 × 9 = 8×6 + 8×3). 72 = 50 + 22

எனவே கூற்று 2 சில நேரங்களில் மட்டும் உண்மையானது.

3. ஒரு எண் 7ஆல் வகுபடுமானால் அந்த எண்ணின் அனைத்து மடங்குகளும் 7ஆல் வகுபடும்.

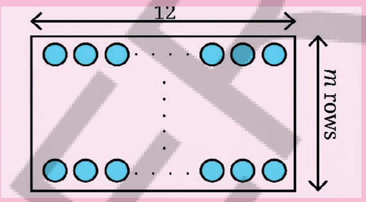
இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப்படுத்தல் மூலம் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
7ஆல் வகுபடும் எண் 7ஐ ஒரு காரணியாகக் கொண்டிருக்கும்.	7j		14 = 7 × 2 (j = 2) 42 = 7 × 6 (j = 6) 98 = 7 × 14 (j = 14)
இதில் மொத்தம் mj வரிசைகள் உள்ளன. எனவே இதுவும் 7இன் மடங்காகும்.	(7j) × m		14 இன் சில மடங்குகள் 28 = (7 × 2) × 2. 70 = (7 × 2) × 5. 154 = (7 × 2) × 11.

7jm அல்லது (7 × j × m) 7ஐ ஒரு காரணியாகக் கொண்டுள்ளது. கூற்று 3 எப்போதும் உண்மையானது என்பதை நாம் பார்க்கலாம்.

AP SCERT

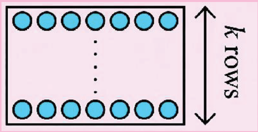
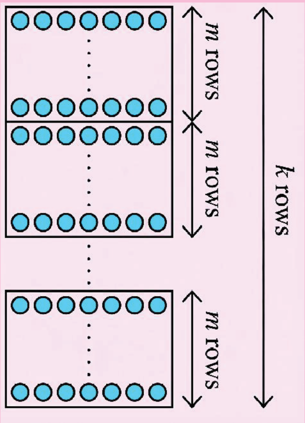
In general, **if A is divisible by k, then all multiples of A are divisible by k.**

4. If a number is divisible by 12, then the number is also divisible by all the factors of 12.

Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
A number divisible by 12 is a multiple of 12.	12m		12, 24, 36, 48, 108, 132.
Factors of multiples of 12 will include factors of 12.	12m = 2 × 6 × m = 3 × 4 × m	 A factor of 12 covers a row fully. Hence, it covers all multiples of 12 fully.	Factors of 24 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

In general, **if A is divisible by k, then all multiples of A are divisible by k.** Hence statement 4 is always true.

5. If a number is divisible by 7, then it is also divisible by any multiple of 7.

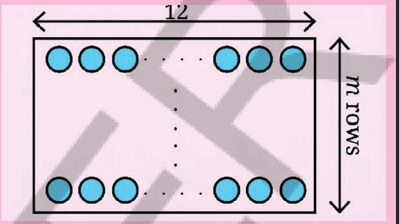
Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
Numbers divisible by 7 are multiples of 7.	7k	 	
Multiples of 7. 7k will be divisible by 7m if and only if m is a factor of k.	7m If k = ym then 7k ÷ 7m = 7ym ÷ 7m = y	 	42 (7 × 6) is divisible by 7 but it is not divisible by 28 (7 × 4). 42 (7 × 6) is divisible by 7 and it is divisible

We can see that this statement is only sometimes true.

AP SCERT

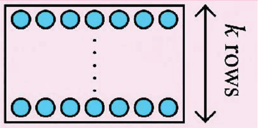
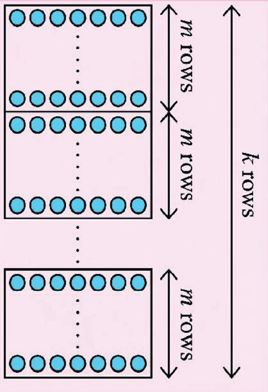
பொதுவாக A **ஆனது kஆல் வகுபடுமெனில், Aஇன் அனைத்து மடங்குகளும் kஆல் வகுபடும்.**

❓ 4. ஒரு எண் 12ஆல் வகுபடுமானால் அந்த எண் 12இன் அனைத்து காரணிகளாலும் வகுபடும்.

இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப்படுத்தல் மூலம் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
12ஆல் வகுபடும் ஒரு எண் 12இன் மடங்காகும்.	12m		12, 24, 36, 48, 108, 132.
12இன் மடங்குகளின் காரணிகளில் 12இன் காரணிகளும் அடங்கும்.	12 m = 2 × 6 × m = 3 × 4 × m	 12 இன் ஒரு காரணி ஒரு வரிசையை முழுமையாக உள்ளடக்குகிறது. எனவே இது 12இன் அனைத்து மடங்குகளையும் முழுமையாக உள்ளடக்குகிறது.	24இன் காரணிகள்: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

பொதுவாக A ஆனது kஆல் வகுபடுமானால், Aஇன் அனைத்து மடங்குகளும் kஆல் வகுபடும். எனவே கூற்று 4 **எப்போதும் உண்மையானது.**

❓ 5. ஒரு எண் 7ஆல் வகுபடுமானால் அது 7இன் எந்தவொரு மடங்காலும் வகுபடும்.

இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப்படுத்தல் மூலம் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
7ஆல் வகுபடும் எண்கள் 7இன் மடங்குகளாகும்	7k		
7இன் மடங்குகளான 7k ஆனது 7mஆல் வகுபட வேண்டுமெனில் M என்பது kஇன் காரணியாக இருக்க வேண்டும்.	7m If k = ym 7k ÷ 7m = 7ym ÷ 7m = y		42 (7×**6**) ஆனது 7ஆல் வகுபடும். ஆனால் அது 28 (7×**4**)ஆல் வகுபடாது. 42 (7×**6**) ஆனது 7ஆல் வகுபடும் மற்றும் அது 14 (7×**2**) ஆக வகுபடும்.

இந்த கூற்று சில நேரங்களில் மட்டும் உண்மையானது என்பதை நாம் பார்க்கலாம்.

AP SCERT

✪ Examine each of the following statements, and determine whether it is 'Always true', 'Sometimes true', Never true'.

6. If a number is divisible by both 9 and 4, it must be divisible by 36.

7. If a number is divisible by both 6 and 4, it must be divisible by 24.

In general, if A is divisible by k and A is also divisible by m, then A is divisible by the LCM of k and m. This is because A is a multiple of k and also a multiple of m, so A's prime factorisation should contain the prime factorisation of LCM (k, m).

Math Talk

8. When you add an odd number to an even number we get a multiple of 6.

We know that multiples of 6 are all even numbers.

The sum of an odd number and an even number will be an odd number. Therefore, this statement is never true. We can also explain this algebraically. Suppose,

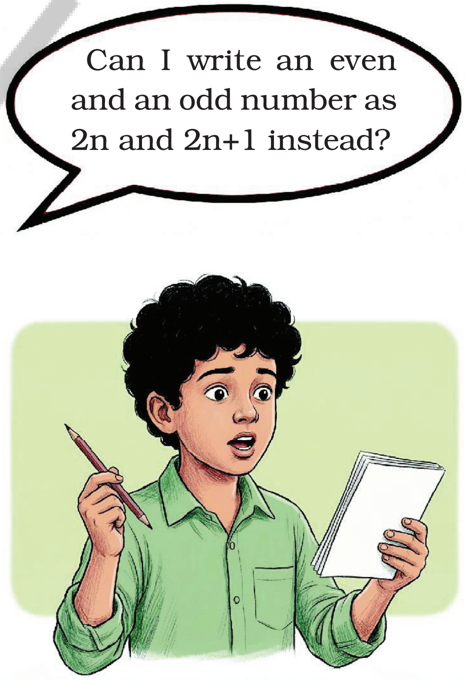
$$(2n) + (2m + 1) = 6j,$$

where 2n is an even number, 2m + 1 is an odd number, and 6j is a multiple of 6. Then

$$2n + 2m = 6j - 1$$

$$2(n + m) = 6j - 1$$

which means 2(n + m), which is an even number, should be equal to 6j - 1, which is an odd number. This is never true.



What Remains?

Find a number that has a remainder of 3 when divided by 5. Write more such numbers.

Which algebraic expression(s) capture all such numbers?

(i) 3k + 5 (ii) 3k - 5 (iii) $\frac{3k}{5}$ (iv) 5k + 3 (v) 5k - 2 (vi) 5k - 3

AP SCERT

பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றையும் ஆராய்ந்து அது எப்போதும் உண்மை. சில நேரங்களில் மட்டும் உண்மை, ஒருபோதும் உண்மை இல்லை என்பதை தீர்மானிக்கவும்.

6. ஒரு எண் 9 மற்றும் 4 ஆகிய இரண்டாலும் வகுபடும் என்றால் அது 36ஆலும் வகுபட வேண்டும்.

7. ஒரு எண் 6 மற்றும் 4 ஆகிய இரண்டாலும் வகுபடும் என்றால் அது 24ஆலும் வகுபட வேண்டும். **பொதுவாக A ஆனது k ஆல் வகுபடும் மற்றும் A ஆனது m வகுபடும் என்றால், A ஆனது k மற்றும் mஇன் மீ.சி.ம (LCM) ஆல் வ ஏனெனில்** A ஆனது kஇன் மடங்காகவும் mஇன் மடங்காகவும் உள்ளது. எனவே Aஇன் பகாக் காரணிப்படுத்தல் மி.சி.ம LCM (k,m) இன் பகாக் காரணிப்படுத்தலைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

8. ஒரு ஒற்றை எண்ணை இரட்டை எண்ணுடன் கூட்டும்போது நமக்கு 6இன் மடங்கு கிடைக்கும். ஆனால் 6இன் மடங்குகள் அனைத்தும் இரட்டை எண்களின் கூடுதல் ஆகும். மேலும் ஒரு ஒற்றை எண் மற்றும் இரட்டை எண்ணின் கூடுதல் ஒரு ஒற்றை எண்ணாகவே இருக்கும். எனவே இந்தக் கூற்று ஒருபோதும் உண்மை இல்லை. இதை நாம் இயற்கணித ரீதியாகவும் விளக்கலாம்.

$(2n) + (2m + 1) = 6j$ என்று வைத்துக்கொள்வோம்

இங்கு $2n$ என்பது இரட்டை எண், $2m + 1$ என்பது ஒற்றை எண் மற்றும் $6j$ என்பது 6இன் மடங்கு எனில்

$$2n + 2m = 6j - 1$$
$$2(n + m) = 6j - 1$$

இதன் பொருள் $2(n + m)$ என்ற இரட்டை எண் $6j - 1$ என்ற ஒற்றை எண்ணுக்கு சமமாக இருக்க வேண்டும். இது ஒருபோதும் சாத்தியமில்லை.

மீதி என்ன?

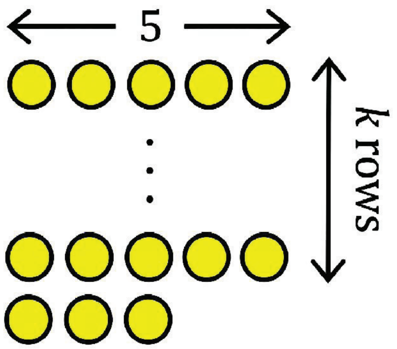
5ஆல் வகுக்கப்படும் போது மீதி 3ஐத் தரும் ஒரு எண்ணை கண்டறியவும். அத்தகைய எண்கள் சிலவற்றை எழுதவும்.

அத்தகைய அனைத்து எண்களையும் குறிக்கும் இயற்கணித கோவைகள் எவை?

(i) $3k + 5$ (ii) $3k - 5$ (iii) $\frac{3k}{5}$ (iv) $5k + 3$ (v) $5k - 2$ (vi) $5k - 3$

AP SCERT

The numbers that leave a remainder of 0 when divided by 5 are the multiples of 5. But we want numbers that leave a remainder of 3 when divided by 5. These numbers are 3 more than multiples of 5. Multiples of 5 are of the form 5k. So, numbers that leave a remainder of 3 when divided by 5 are those of the form 5k + 3



k =	0	1	2	3	4
$5k + 3$ =	3	8	13	18	23

? Let us consider another expression, 5k - 2, and see the values it takes for different values of k.

Numbers that leave a remainder of 3 when divided by 5 can also be seen as 2 less than multiples of 5; 5k - 2, where k $\geq$ 1.

k =	1	2	3	4	5
$5k - 2$ =	3	8	13	18	23

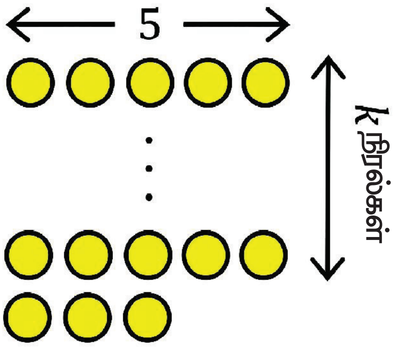
? Are there other expressions that generate numbers that are 3 more than a multiple of 5?

Figure it Out - 5.1

1. The sum of four consecutive numbers is 34. What are these numbers?
2. Suppose p is the greatest of five consecutive numbers. Describe the other four numbers in terms of p.
3. For each statement below, determine whether it is always true, sometimes true, or never true. Explain your answer. Mention examples and non-examples as appropriate. Justify your claim using algebra.
   (i) The sum of two even numbers is a multiple of 3.
   (ii) If a number is not divisible by 18, then it is also not divisible by 9.
   (iii) If two numbers are not divisible by 6, then their sum is not divisible by 6.

AP SCERT

5ஆல் வகுக்கப்படும்போது மீதி 0 ஐத் தரும் எண்கள் 5இன் மடங்குகளாகும். ஆனால் 5ஆல் வகுக்கப்படும்போது மீதி 3ஐத் தரும் எண்கள் நமக்குத் தேவை. இந்த எண்கள் 5இன் மடங்குகளைவிட 3 அதிகம். 5இன் மடங்குகள் 5k வடிவில் இருக்கும். எனவே 5 ஆல் வகுக்கப்படும்போது 3ஐத் தரும் எண்கள் $5k + 3$ வடிவில் இருக்கும்.



k =	0	1	2	3	4
$5k + 3$ =	3	8	13	18	23

? $5k - 2$ என்ற மற்றொரு கோவையை கருத்தில் கொள்வோம். kஇன் வெவ்வேறு மதிப்புகளுக்கு அந்த கோவை பெறும் மதிப்புகளை பார்ப்போம்.

5ஆல் வகுக்கப்படும்போது மீதி 3ஐத் தரும் எண்களை 5இன் மடங்குகளை விட 2 குறைவு எனவும் பார்க்கலாம்;

$5k - 2$ இங்கு $k \geq 1$.

k =	1	2	3	4	5
$5k - 2$ =	3	8	13	18	23

? 5இன் மடங்கைவிட 3 அதிகம் உள்ள எண்களை உருவாக்கும் பிற கோவைகள் ஏதேனும் உள்ளதா?

கண்டுபிடிப்போம் – 5.1

1. அடுத்தடுத்த நான்கு எண்களின் கூடுதல் 34 எனில் அந்த எண்கள் யாவை?
2. அடுத்தடுத்த ஐந்து எண்களில் p மிகப்பெரியது எனில் மற்ற நான்கு எண்களை pஇன் அடிப்படையில் விவரிக்கவும்.
3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கூற்றுக்கும் அது எப்போதும் உண்மை, சில நேரங்களில் உண்மை அல்லது ஒருபோதும் உண்மை இல்லை என்பதை தீர்மானிக்கவும். உங்கள் பதிலை விளக்கவும். பொருத்தமான எடுத்துக்காட்டுகள் மற்றும் எதிர் எடுத்துக்காட்டுகளை குறிப்பிடவும். இயற்கணிதத்தை பயன்படுத்தி உங்கள் கூற்றை நியாயப்படுத்தவும்.
   (i) இரண்டு இரட்டை எண்களின் கூடுதல் 3இன் மடங்காகும்.
   (ii) ஒரு எண் 18 ஆல் வகுபடவில்லை என்றால் அது 9 ஆலும் வகுபடாது.
   (iii) இரண்டு எண்கள் 6ஆல் வகுபடவில்லை என்றால் அவற்றின் கூடுதல் 6ஆல் வகுபடாது.

AP SCERT

(iv) The sum of a multiple of 6 and a multiple of 9 is a multiple of 3.

(v) The sum of a multiple of 6 and a multiple of 3 is a multiple of 9.

4. Find a few numbers that leave a remainder of 2 when divided by 3 and a remainder of 2 when divided by 4. Write an algebraic expression to describe all such numbers.

5. "I hold some pebbles, not too many, When I group them in 3's, one stays with me. Try pairing them up - it simply won't do, A stubborn odd pebble remains in my view. Group them by 5, yet one's still around, But grouping by seven, perfection is found. More than one hundred would be far too bold, Can you tell me the number of pebbles I hold?"

6. Tilak has written several numbers that leave a remainder of 2 when divided by 6. He claims, "If you add any three such numbers, the sum will always be a multiple of 6". Is Tilak's claim true?

7. When divided by 7, the number 661 leaves a remainder of 3, and 4779 leaves a remainder of 5. Without calculating, can you say what remainders the following expressions will leave when divided by 7? Show the solution both algebraically and visually.

   (i) 4779 + 661 (ii) 4779 - 661

8. Find a number that leaves a remainder of 2 when divided by 3, a remainder of 3 when divided by 4, and a remainder of 4 when divided by 5. What is the smallest such number? Can you give a simple explanation of why it is the smallest?

5.2 Checking Divisibility Quickly

Earlier, you have learnt shortcuts to check whether a given number, written in the Indian number system is divisible by 2, 4, 5, 8, and 10. Let us revisit them.

Divisibility by 10, 5, and 2: If the units digit of a number is '0', then it is divisible by 10. Let us understand why this works through algebra. We can write the general form of a number in the Indian system using a set of letter-numbers. For example, a 5-digit number can be expressed as, edcba denoting e × 10000 + d × 1000 + c × 100 + b × 10 + a. The letter-numbers e, d, c, b, and a denote each digit of a 5-digit number.

AP SCERT

(iv) 6இன் மடங்கு மற்றும் 9இன் மடங்கின் கூடுதல் 3இன் மடங்காகும்.

(v) 6இன் மடங்கு மற்றும் 3ன் மடங்கின் கூடுதல் 9இன் மடங்காகும்.

4. 3ஆல் வகுக்கப்படும் போது 2 மீதியையும், 4 ஆல் வகுக்கப்படும்போது 2 மீதியையும் தரும் சில எண்களை கண்டறியவும். அத்தகைய அனைத்து எண்களையும் விவரிக்க ஒரு இயற்கணித கோவையை எழுதவும்.

5. என்னிடம் சில கூழாங்கற்கள் உள்ளன. அவை அதிகமில்லை. அவற்றை மூன்றாகப் பிரிக்கும் போது ஒன்று என்னுடன் தங்கிவிடுகிறது. அவற்றை ஜோடியாகப் பிரிக்க முயலுங்கள் – அது முடியாது. ஒரு பிடிவாதமான ஒற்றைக் கூழாங்கல் என் பார்வையில் தங்கிவிடுகிறது. அவற்றை ஐந்தாகப் பிரித்தால் இன்னும் ஒன்று மீதமுள்ளது. ஆனால் ஏழாகப் பிரிக்கும் போது முழுமை கிடைக்கிறது. நூற்றுக்கும் மேற்பட்டவையாக இருந்தால் அது மிகவும் அதிகமாகும். நான் வைத்திருக்கும் கூழாங்கற்களின் எண்ணிக்கையை உங்களால் கூறமுடியுமா?

6. திலக் என்பவர் 6 ஆல் வகுக்கப்படும்போது மீதி 2 ஐ தரும் பல எண்களை எழுதினார். அத்தகைய மூன்று எண்களை கூட்டினால் கிடைக்கும் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் 6 இன் மடங்காக இருக்கும் என்று அவர் கூறுகிறார். திலக்கின் கூற்று உண்மையானதா?

7. 7 ஆல் வகுக்கப்படும்போது 661 என்ற எண் 3 மீதியையும், 4779 என்ற எண் 5 மீதியையும் தருகிறது. கணக்கிடாமல் பின்வரும் கோவைகளை 7 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிகள் என்னவென்று உங்களால் கூறமுடியுமா? தீர்வை இயற்கணித காட்சிப்படுத்தல் மூலமாகவும் காட்டவும்.

(i) 4779 + 661 (ii) 4779 - 661

8. 3ஆல் வகுக்கும்போது 2 மீதியையும், 4 ஆல் வகுக்கும்போது 3 மீதியையும் 5 ஆல் வகுக்கும்போது 4 மீதியையும் தரும் எண்களைக் கண்டறியவும். அத்தகைய மிகச்சிறிய எண் எது? இது ஏன் மிகச்சிறியது என்பதற்கு எளிமையான விளக்கம் தரமுடியுமா?

5.2 வகுபடும் தன்மையை விரைவாகச் சரிபார்த்தல்

இந்திய எண் முறையில் எழுதப்பட்ட ஒரு எண் 2, 4, 5, 8 மற்றும் 10 ஆல் வகுபடுமா என்பதை சரிபார்க்கும் எளிய வழிமுறைகளை நீங்கள் ஏற்கனவே கற்றுக்கொண்டீர்கள். அவற்றை மீண்டும் பார்ப்போம்.

10, 5 மற்றும் 2 ஆல் வகுபடும் தன்மை : ஒரு எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கம் ‘0’ ஆக இருந்தால் அது 10 ஆல் வகுபடும். இது ஏன் சாத்தியமாகிறது என்பதை இயற்கணிதம் மூலம் புரிந்துகொள்வோம். இந்திய எண் முறையில் ஒரு எண்ணின் பொதுவான வடிவத்தை எழுத்து எண்களின் தொகுப்பைப் பயன்படுத்தி நாம் எழுதலாம். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு 5 இலக்க எண்ணை $edcba$ என விவரிக்கலாம்.

இது $e \times 10000 + d \times 1000 + c \times 100 + b \times 10 + a$ என்பதை குறிக்கிறது. எழுத்து எண்கள் e, d, c, b மற்றும் a ஆகியவை 5 இலக்க எண்ணின் ஒவ்வொரு இலக்கத்தையும் குறிக்கின்றன.

Any number can be written in general as … dcba, where the letter- numbers a, b, c and d represent the units, tens, hundreds and thousands digit, respectively, and so on. As a sum of place values, this number is - … +1000d + 100c + 10b + a.

(For example, in the number 4075, d = 4, c = 0, b = 7, and a = 5.)

We know that each place value, with the exception of the units place, is a multiple of 10. So, 10b, 100c, … all will be multiples of 10. Hence, the number will be divisible by 10 if and only if the units digit a is 0.

? Similarly, explain using algebra why the divisibility shortcuts for 5, 2, 4, and 8 work.

Let us now examine shortcuts to check divisibility by some other numbers and explain why they work!

A Shortcut for Divisibility by 9

? Can you say, without actually calculating, which of these numbers are divisible by 9: 999, 909, 900, 90, 990?

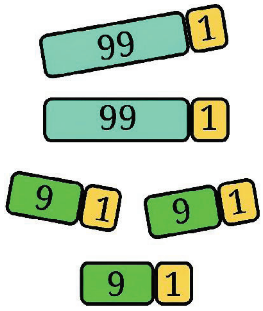
All of them.

? Can we say that any number made up of only the digits '0' and '9', in any order, will always be divisible by 9?

Yes, if each digit is either 0 or 9, then each term in its expanded form will be 9 × □ or 0 × □ (the '□' denotes a place value). This means each term will be a multiple of 9, for example,

99009 = 9 × 10000 + 9 × 1000 + 0 × 100 + 0 × 10 + 9 × 1.

But this shortcut alone cannot identify all the multiples of 9. Unlike the numbers 2, 5, and 10, we cannot identify the multiples of 9 by just looking at the unit's digit. 99 and 109 are two numbers with 9 as the units digit; but 99 is divisible by 9, while 109 is not.



? Is 10 divisible by 9? If not, what is the remainder?

Check the divisibility of other multiples of 10 (10, 20, 30, ...) by 9.

You will notice that for any multiple of 10, the remainder is the same as the number of tens.

? Similarly, look at the remainder when the multiples of 100 (100, 200, 300, …) are divided by 9. What do you notice?

The remainder is the same as the number of hundreds for any multiple of 100.

? Using this observation, find the remainder when 427 is divided by 9.

AP SCERT

எந்தவொரு எண்ணையும் பொதுவாக ... dcba என எழுதலாம். இங்கு எழுத்து எண்கள் a, b, c மற்றும் d முறையே ஒன்றுகள், பத்துகள், நூறுகள் மற்றும் ஆயிரங்கள் இலக்கங்களைக் குறிக்கின்றன. இட மதிப்புகளின் கூடுதலாக எழுதினால் இந்த எண் ... $+1000d + 100c + 10b + a$ ஆகும்.

(எடுத்துக்காட்டாக, 4075 என்ற எண்ணில் $d = 4, c = 0, b = 7, a = 5$.)

ஒன்றாம் இடத்தை தவிர ஒவ்வொரு இடமதிப்பும் 10இன் மடங்காகும் என்பதை நாம் அறிவோம். எனவே 10b, 100c, ...அனைத்தும் 10 இன் மடங்குகளாக இருக்கும். எனவே ஒன்றாம் இலக்கம் a ஆனது 0 ஆக இருந்தால் மட்டுமே அந்த எண் 10 ஆல் வகுபடும்.

❓ இதேபோல் 5, 2, 4 மற்றும் 8க்கான வகுபடும் எளிய வழிகள் ஏன் வேலை செய்கின்றன என்பதை இயற்கணிதத்தை பயன்படுத்தி விளக்கவும்.

இப்போது வேறு சில எண்களால் வகுபடும் தன்மையைச் சரிபார்க்கும் எளிய வழிகளை ஆராய்ந்து அவை ஏன் வேலை செய்கின்றன என்பதை விளக்குவோம்.

9 ஆல் வகுபடும் தன்மைக்கான எளிய வழி

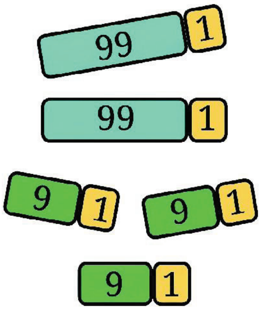
❓ 999, 909, 900, 90, 990? இந்த எண்களில் எவை 9 ஆல் வகுபடும் என்பதை கணக்கிடாமலேயே உங்களால் கூற முடியுமா?

அவை அனைத்தும்

❓ எந்த வரிசையிலும் '0' மற்றும் '9' போன்ற இலக்கங்களால் மட்டுமே உருவாக்கப்பட்ட எந்தவொரு எண்ணும் எப்போதும் 9 ஆல் வகுபடும் என்று கூறமுடியுமா?

ஆம், ஒவ்வொரு இலக்கமும் 0 அல்லது 9 ஆக இருந்தால் அதன் விரிவாக்கப்பட்ட வடிவத்தில் ஒவ்வொரு உறுப்பும் $9 \times \square$ (அல்லது) அல்லது $0 \times \square$ ($\square$ என்பது இடமதிப்பை குறிக்கிறது). இதன் பொருள் ஒவ்வொரு ஒவ்வொரு உறுப்பும் 9 இன் மடங்காக இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக

$$99009 = 9 \times 10000 + 9 \times 1000 + 0 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1.$$



ஆனால் இந்த எளிய வழி மட்டுமே 9இன் அனைத்து மடங்குகளையும் அடையாளம் காண முடியாது. 2, 5 மற்றும் 10 எண்களைப் போல ஒன்றாம் இலக்கத்தை பார்ப்பதன் மூலம் 9 இன் மடங்குகளை அடையாளம் காணமுடியாது. 99 மற்றும் 109 ஆகிய இரண்டு எண்களும் ஒன்றாம் இலக்கமாக 9 ஐக் கொண்டுள்ளன. ஆனால் 99 ஆனது 9 ஆல் வகுபடும். ஆனால் 109 வகுபடாது.

❓ 10 ஆனது 9 ஆல் வகுபடுமா? இல்லையெனில் மீதி என்ன?

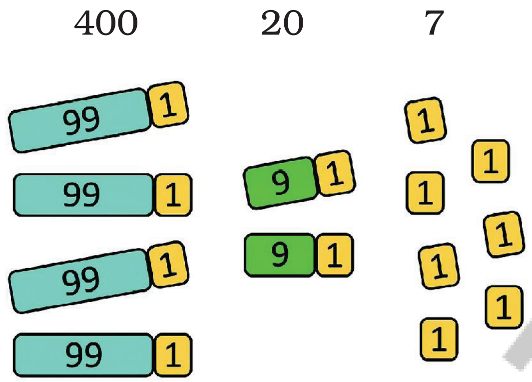
10 இன் பிற மடங்குகளை (10, 20, 30, ...) 9 ஆல் வகுத்து சரிபார்க்கவும்.

10 இன் எந்தவொரு மடங்கிற்கும் மீதியானது பத்துகளின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக இருப்பதை நீங்கள் கவனிப்பீர்கள்.

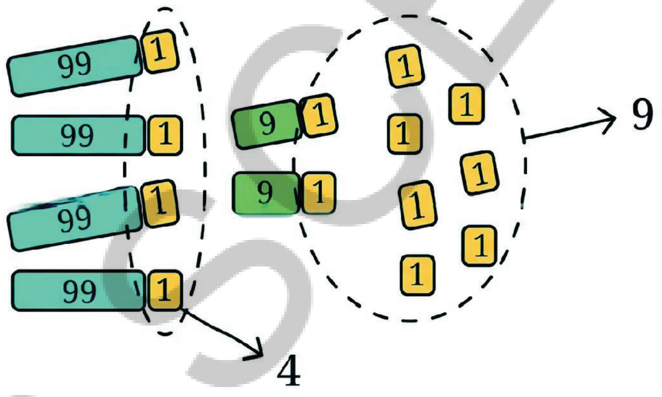
❓ இதேபோல் 100 ன் மடங்குகளை (100, 200, 300, ...) 9 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதியை பாருங்கள். நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்? 100 இன் எந்தவொரு மடங்கிற்கும் மீதியானது நூறுகளின் எண்ணிக்கைக்கு சமமாகும்.

❓ இந்த உற்றுநோக்கலைப் பயன்படுத்தி 427 ஐ 9 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதியை கண்டறியவும்.

APSCERT

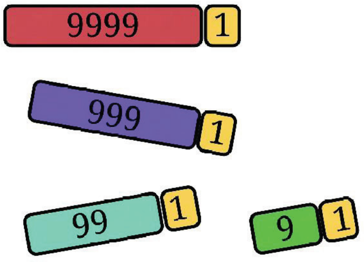


We see that 427 has 4 hundreds; thus, its corresponding remainder (upon division by 9) would be 4. 427 has 2 tens, and its corresponding remainder would be 2. We have 7 units also remaining. Adding all the remainders, we get 4 + 2 + 7 = 13. We can make one more group of 9 with 13, leaving a remainder of 4. Therefore, 427 ÷ 9 gives a remainder of 4.



Will this work with bigger numbers?

You can see that this is true for any place value:



1 = 0 + 1

10 = 9 + 1

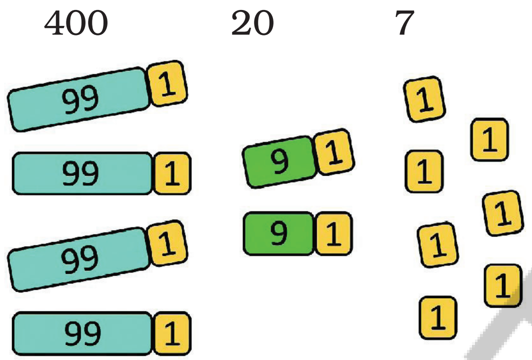
100 = 99 + 1

1000 = 999 + 1

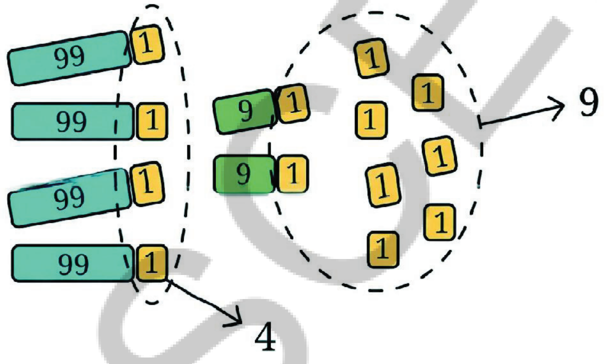
10000 = 9999 + 1, and so on. Each digit thus denotes the remainder when the corresponding place value is divided by 9.

For example, to find the remainder of 7309 when divided by 9, we can just add all the digits - 7 + 3 + 0 + 9 - to get 19. This can be seen as follows:

AP SCERT



427 இல் 4 நூறுகள் இருப்பதை நாம் காண்கிறோம். எனவே அதற்கான மீதி (9 ஆல் வகுக்கும்போது) 4 ஆக இருக்கும். நம்மிடம் 2 பத்துகள் உள்ளன. அதற்கான மீதி 2 ஆகவும் இருக்கும். நம்மிடம் 7 ஒன்றுகளும் மீதமுள்ளன. அனைத்து மீதிகளையும் கூட்டினால் நமக்கு $4 + 2 + 7 = 13$ கிடைக்கிறது. 13 உடன் மேலும் ஒரு 9 இன் தொகுப்பை உருவாக்கலாம். மீதி 4 இருக்கும். எனவே 427 ஐ 9 ஆல் வகுத்தால் மீதி 4 கிடைக்கும்.



(மீதி)

இது பெரிய எண்களிலும் வேலை செய்யுமா?

எந்த இடமதிப்பிற்கும் இது உண்மை என்பதை நீங்கள் பார்க்கலாம்.

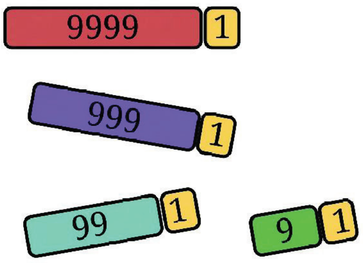
$1 = 0 + 1$

$10 = 9 + 1$

$100 = 99 + 1$

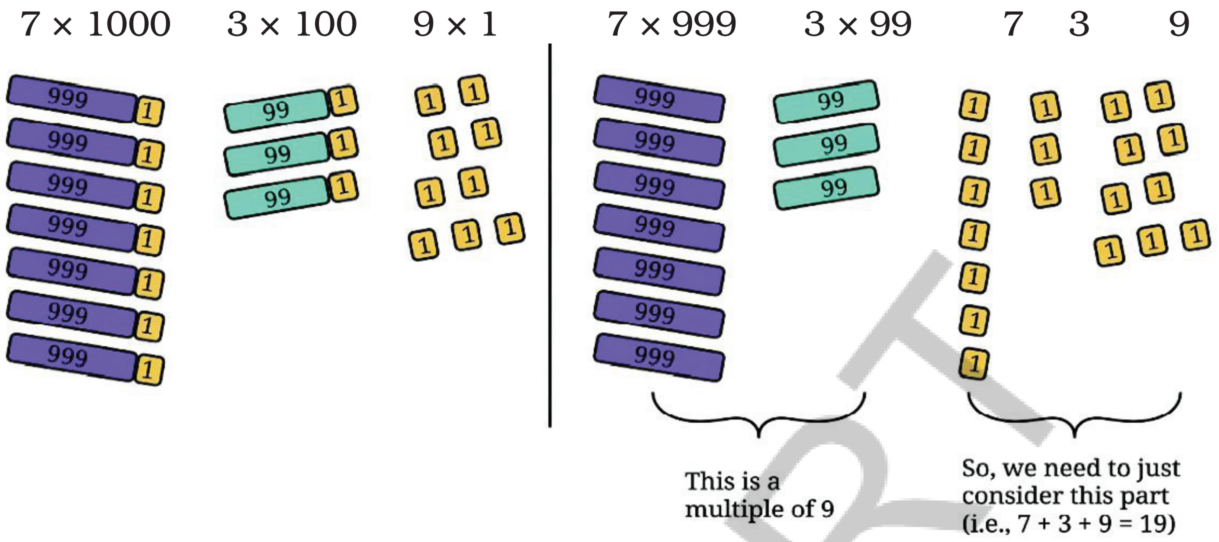
$1000 = 999 + 1$

$10000 = 9999 + 1$ மற்றும் பல. ஒவ்வொரு இலக்கமும் அதற்கேற்ப உள்ள இட மதிப்பை 9 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதியைக் குறிக்கிறது.



எடுத்துக்காட்டாக, 7309 ஐ 9 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதியைக் கண்டறிய அனைத்து இலக்கங்களையும் கூட்டி $7 + 3 + 0 + 9 = 19$ ஐப் பெறலாம். இதைப் பின்வருமாறு காணலாம்.

AP SCERT



$7 \times 1000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1$

$= 7 \times (999 + 1) + 3 \times (99 + 1) + 0 \times (9 + 1) + 9 \times (0+1)$

$= (7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0) + (7 \times 1 + 3 \times 1 + 0 \times 1 + 9 \times 1)$

$= \underline{(7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0)} + \underline{(7 + 3 + 0 + 9)}$.

This is a multiple of 9 — So, we need to just consider this part

This means that the number 7309 is 19 more than some multiple of 9. The digits 1 and 9 can further be added to get 1 + 9 = 10. Now, we can say that 7309 is 10 more than a multiple of 9. And repeating this step for the number 10, we get the remainder to be 1 + 0 = 1, meaning 7309 is 1 more than a multiple of 9. Therefore, 7309 ÷ 9 gives a remainder of 1.

A number is divisible by 9 if and only if the sum of its digits is divisible by 9. Also, we can add the digits of a number repeatedly till a single digit is obtained. This single digit is the remainder when the number is divided by 9.

? Look at each of the following statements. Which are correct and why?

(i) If a number is divisible by 9, then the sum of its digits is divisible by 9.

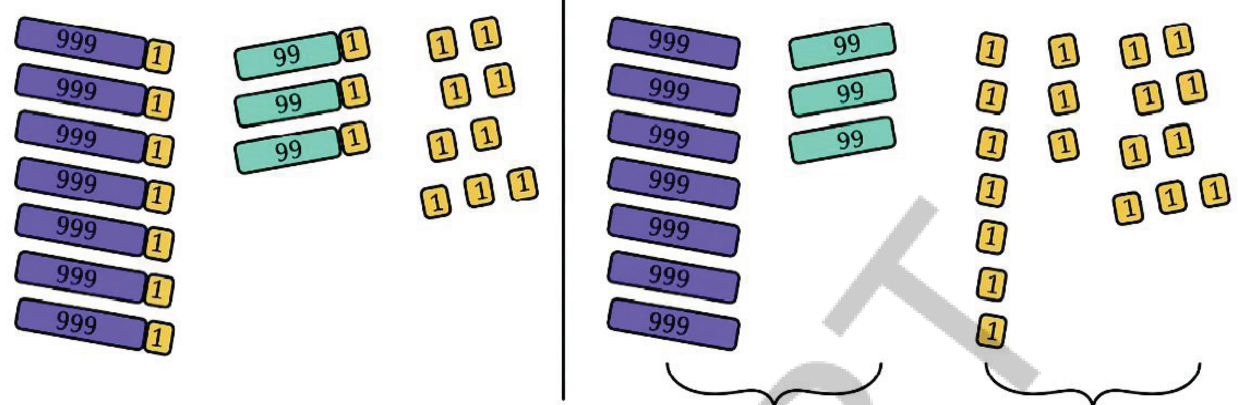
(ii) If the sum of the digits of a number is divisible by 9, then the number is divisible by 9.

(iii) If a number is not divisible by 9, then the sum of its digits is not divisible by 9.

(iv) If the sum of the digits of a number is not divisible by 9, then the number is not divisible by 9.

Learning maths is not just about knowing some shortcuts and following procedures but about understanding 'why' something works.

APSCERT



$7 \times 1000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1$

$= 7 \times (999 + 1) + 3 \times (99 + 1) + 0 \times (9 + 1) + 9 \times (0+1)$

$= (7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0) + (7 \times 1 + 3 \times 1 + 0 \times 1 + 9 \times 1)$

$= \underline{(7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0)} + \underline{(7 + 3 + 0 + 9)}.$

இதன் பொருள் 7309 என்ற எண் 9இன் சில மடங்கைவிட 19 அதிகம். 1 மற்றும் 9 ஆகிய இலக்கங்களை மேலும் கூட்டினால் 1 + 9 = 10 கிடைக்கும். இப்போது 7309 ஆனது 9இன் மடங்கைவிட 10 அதிகம் என்று கூறலாம். 10 என்ற எண்ணிற்கு இதே முறையை மீண்டும் செய்தால் 1 + 0 = 1 என கிடைக்கும். அதாவது 7309 ஆனது 9 மடங்கைவிட 1 அதிகம். எனவே, 7309 ÷ 9 ஆனது 1 ஐ மீதியாகத் தருகிறது.

ஒரு எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 9 ஆல் வகுபட்டால் மட்டுமே அதே எண் 9ஆல் வகுபடும். மேலும் ஒற்றை இலக்கம் கிடைக்கும் வரை ஒரு எண்ணின் இலக்கங்களைத் தொடர்ந்து கூட்டலாம். இந்த ஒற்றை இலக்கமே அந்த எண்ணை 9 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதியாகும்.

? பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றையும் பாருங்கள். எவை சரியானவை? ஏன்?

(i) ஒரு எண் 9 ஆல் வகுபடும் என்றால் அதன் இலக்கங்களின் கூடுதல் 9ஆல் வகுபடும்.

(ii) ஒரு எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 9ஆல் வகுபடும் என்றால் அதே எண் 9ஆல் வகுபடாது.

(iii) ஒரு எண் 9ஆல் வகுபடவில்லை என்றால் அந்த இலக்கங்களின் கூடுதல் 9ஆல் வகுபடாது.

(iv) ஒரு எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 9ஆல் வகுபடவில்லை என்றால் அந்த எண் 9ஆல் வகுபடாது.

கணிதத்தைக் கற்றுக்கொள்வது என்பது சில எளிய வழிகளை அறிவது மற்றும் நடைமுறைகளைப் பின்பற்றுவது மட்டுமல்ல, மாறாக அது ஏன் செயல்படுகிறது என்பதை புரிந்துகொள்வதாகும்.

Figure it Out - 5.2

1. Find, without dividing, whether the following numbers are divisible by 9.
   (i) 123 (ii) 405 (iii) 8888 (iv) 93547 (v) 358095
2. Find the smallest multiple of 9 with no odd digits.
3. Find the multiple of 9 that is closest to the number 6000.
4. How many multiples of 9 are there between the numbers 4300 and 4400?

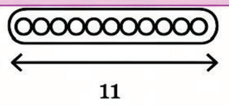
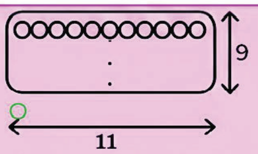
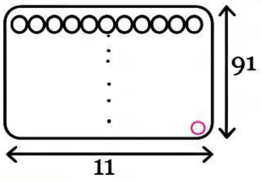
A Shortcut for Divisibility by 3

We know that all the multiples of 9 are also multiples of 3. That is, if a number is divisible by 9, it will also be divisible by 3. However, there are other multiples of 3 that are not multiples of 9 for example - 15, 33, and 87.

? The shortcut to find the divisibility by 3 is similar to the method for 9. A number is divisible by 3 if the sum of its digits is divisible by 3. Explore the remainders when powers of 10 are divided by 3. Explain why this method works.

A Shortcut for Divisibility by 11

Interestingly, the shortcut for 11 is also based on checking the remainders with place value. Let us see how.

Units place (1)	$11 \times 0 = 0$ $1 = 11 \times 0 + \mathbf{1}$	1 is one more than a multiple of 11.	
Tens place (10)	$11 \times 1 = 11$ $10 = 11 \times 1 - \mathbf{1}$	10 is one less than a multiple of 11.	
Hundreds place (100)	$11 \times 9 = 99$ $100 = 11 \times 9 + \mathbf{1}$	100 is one more than a multiple of 11.	
Thousands place (1000)	$11 \times 91 = 1001$ $1000 = 11 \times 91 - \mathbf{1}$	1000 is one less than a multiple of 11.	
⋮	⋮	⋮	⋮

கண்டுபிடிப்போம் – 5.2

1. பின்வரும் எண்கள் 9ஆல் வகுபடுமா என்பதை வகுக்காமல் கண்டுபிடி.
   (i) 123 (ii) 405 (iii) 8888 (iv) 93547 (v) 358095
2. ஒற்றை இலக்கங்கள் இல்லாத 9 இன் மிகச்சிறிய மடங்கை கண்டுபிடி.
3. 6000 என்ற எண்ணிற்கு மிக நெருக்கமான 9 இன் மடங்கை கண்டுபிடி.
4. 4300 மற்றும் 4400 எண்களுக்கு இடையே 9இன் மடங்குகள் எத்தனை உள்ளன?

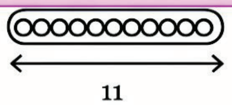
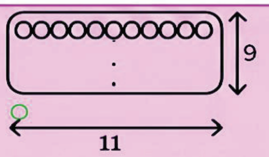
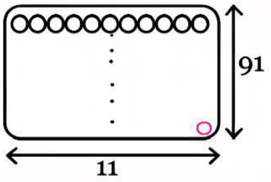
3 ஆல் வகுபடும் தன்மைக்கான எளிய வழி

9 இன் மடங்குகள் அனைத்தும் 3இன் மடங்குகளாகும் என்பதை நாம் அறிவோம். அதாவது ஒரு எண் 9 ஆல் வகுபடும் என்றால் அது 3 ஆலும் வகுபடும். இருப்பினும் 9 இன் மடங்குகள் அல்லாத 3 இன் பிற மடங்குகளும் உள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக –15, 33 மற்றும் 87.

? 3 ஆல் வகுபடும் தன்மையைக் கண்டறிய உதவும் எளிய வழியும் 9க்கான முறையைப் போன்றதே. ஒரு எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 3 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிகளை ஆராயுங்கள். இந்த முறை ஏன் செயல்படுகிறது என்பதை விளக்குங்கள்.

11 ஆல் வகுபடும் தன்மைக்கான எளிய வழி

சுவாரசியமாக 11க்கான எளிய வழியும் இடமதிப்புடன் மீதிகளைச் சரிபார்ப்பதை அடிப்படையாகக் கொண்டது. எப்படி என்று பார்ப்போம்.

ஒன்றாம் இடம் (1)	$11 \times 0 = 0$ $1 = 11 \times 0 + 1$	1 என்பது 11 இன் மடங்கைவிட ஒன்று அதிகம்	
பத்தாம் இடம் (10)	$11 \times 1 = 11$ $10 = 11 \times 1 - 1$	10 என்பது 11இன் மடங்கைவிட ஒன்று குறைவு	
நூறாம் இடம் (100)	$11 \times 9 = 99$ $100 = 11 \times 9 + 1$	100 என்பது 11இன் மடங்கை விட ஒன்று அதிகம்	
ஆயிரம் இடம் (1000)	$11 \times 91 = 1001$ $1000 = 11 \times 91 - 1$	1000 என்பது 11 இன் மடங்கைவிட ஒன்று குறைவு	
⋮	⋮	⋮	⋮

APSCERT

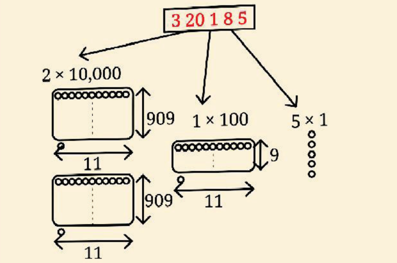
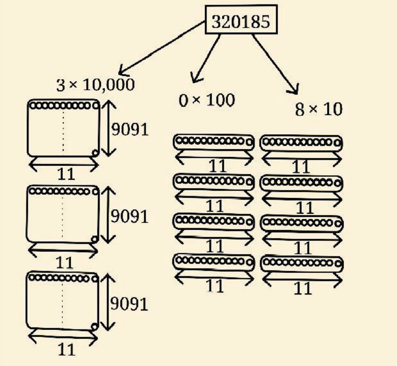
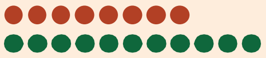
This alternating pattern of one more than 11 and one less than 11 continues for higher place values.

Since 400 contains 4 hundreds, 400 is 4 more than a multiple of 11 (396 + 4). Since 60 contains 6 tens, 60 is 6 less than a multiple of 11 (66 - 6). Since 2 contains 2 units, 2 is 2 more than a multiple of 11,
i.e., 2 = (0 + 2).

? Using these observations, can you tell whether the number 462 is divisible 11?

? What could be a general method or shortcut to check divisibility by 11?

We saw that the place values alternate as 1 more and 1 less than a multiple of 11. Using this observation,

Steps	Purpose	Example for the Number 320185
1. Add the digits of place values which are 1 more (than a multiple of 11), i.e., place values corresponding to 1,00,10000, and so on.	To know how much in excess we are with respect to a multiple of 11 for these place values	 Total excess, 2 + 1 + 5 = 8.
2. Add the digits of place values which are 1 less (than a multiple of 11 (, i.e., place values corresponding to 10, 1000, 100000, and so on.	To know how short we are with respect to a multiple of 11 for these palce values.	 Total short, 3 + 0 + 8 = 11.
3. Compute the difference between these two sums, i.e., (number in excess) - (number short).	To know the remainder obtained when divided by 11.	 8–11 = –3 (3 short of a multiple of 11)

11 ஐவிட ஒன்று அதிகம் மற்றும் 11 ஐவிட ஒன்று குறைவு என்ற மாற்று அமைப்பு உயர் இட மதிப்புகளுக்கும் தொடர்கிறது.

400 இல் 4 நூறுகள் இருப்பதால் 400 என்பது 11இன் மடங்கைவிட 4 அதிகம் (396 + 4)

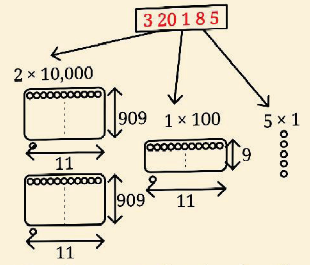
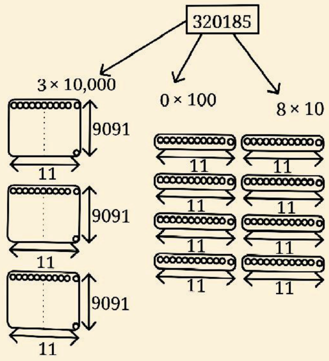
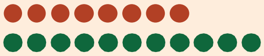
60 இல் 6 பத்துகள் இருப்பதால் 60 என்பது 11இன் மடங்கைவிட 6 குறைவு (66 – 6)

2 இல் 2 ஒன்றுகள் இருப்பதால் 2 என்பது 11 இன் மடங்கைவிட 2 அதிகம் அதாவது 2 = (0 + 2)

? இந்த உற்றுநோக்கலைப் பயன்படுத்தி 462 என்ற எண் 11ஆல் வகுபடுமா என்று சொல்ல முடியுமா?

? 11ஆல் வகுபடும் தன்மையைச் சரிபார்க்கப் பொதுவரை முறை அல்லது எளிய வழி என்னவாக இருக்கலாம்?

இடமதிப்புகள் 11 இன் மடங்கைவிட 1 அதிகம் மற்றும் 1 குறைவு என மாறுபடுவதை நாம் பார்த்தோம். இந்த உற்றுநோக்கலை பயன்படுத்தி அதன் வகுபடும் தன்மையை விவரிக்கலாம்.

படிகள்	நோக்கம்	320185 என்ற எண்ணிற்கான எடுத்துக்காட்டு
1. 11 இன் மடங்கைவிட 1 அதிகம் உள்ள இடமதிப்புகளின் இலக்கங்களை கூட்டவும், அதாவது 1,100, 10000 ...... மற்றும் பல இடமதிப்புகள்	இந்த இட மதிப்புகளுக்கு 11 இன் மடங்கைப் பொறுத்து நாம் எவ்வளவு அதிகமாக உள்ளோம் என்பதை அறிதல்	 Total excess, 2 + 1 + 5 = 8.
2. 11 இன் மடங்கைவிட 1 குறைவு உள்ள இட மதிப்புகளின் இலக்கங்களை கூட்டவும் அதாவது 10,1000, 100000.... மற்றும் பல இட மதிப்புகள்.	இந்த இட மதிப்புகளுக்கு 11 இன் மடங்கைப் பொறுத்து நாம் எவ்வளவு குறைவாக உள்ளோம் என்பதை அறிதல்	 Total short, 3 + 0 + 8 = 11.
3. இந்த இரண்டு கூடுதல்களுக்கும் இடையிலான வித்தியாசத்தைக் கணக்கிடவும். அதாவது (அதிகமாக உள்ள எண்) - (குறைவாக உள்ள எண்).	11ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதியை அறிதல்	 8 – 11= –3. (11 இன் மடங்கைவிட 3 குறைவு)

APSCERT

The difference between these two sums 8 - 11 = - 3, indicating that the number 3,28,105 is 3 short of or 8 more than a multiple of 11.

? If this difference is 11 or a multiple of 11, what does that say about the remainder obtained when the number is divisible by 11?

? Using this shortcut, find out whether the following numbers are divisible by 11. Further, find the remainder if the number is not divisible by 11.

(i) 158 (ii) 841 (iii) 481 (iv) 5529 (v) 90904 (vi) 857076

Look at the following procedure -

Steps to follow	**Example for the number 328105**
1. Place alternating '+' and '-' signs before every digit starting from the unit's digit.	-3 + 2 - 8 + 1 - 0 + 5
2. Evaluate the expression.	-3 + 2 - 8 + 1 - 0 + 5 = - 3
3. The result denotes the remainder obtained when the number is divided by 11.	328105 is 3 less than or 8 more than a multiple of 11

? Is this method similar to or different from the method we saw just before?

? Fill in the following table. Find a quick way to do this?

Number	Divisible by								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	Yes	No	No	No	No	Yes	No	No	No
990									
1586									
275									
6686									
639210									
429714									
2856									
3060									
406839									

AP SCERT

இந்த இரண்டு கூடுதல்களுக்கும் இடையிலான வித்தியாசம் 8 – 11 = –3. இது 3,28,105 என்ற எண் 11இன் மடங்கைவிட 3 குறைவு அல்லது 8 அதிகம் என்பதைக் குறிக்கிறது.

? இந்த வித்தியாசம் 11 அல்லது 11இன் மடங்காக இருந்தால் அந்த எண் 11ஆல் வகுபடும்போது கிடைக்கும் மீதியைப் பற்றி அது என்ன கூறுகிறது?

? இந்த எளிய வழியைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் எண்கள் 11ஆல் வகுபடுமா என்பதைக் கண்டறியவும். மேலும் அந்த எண் 11ஆல் வகுபடவில்லை எனில் மீதியை கண்டறியவும்.

(i) 158 (ii) 841 (iii) 481 (iv) 5529 (v) 90904 (vi) 857076

பின்வரும் செயல்முறையைப் பாருங்கள்.

பின்பற்ற வேண்டிய படிகள்	328105 என்ற எண்ணிற்கான எடுத்துக்காட்டு
1. ஒன்றாம் இலக்கத்திலிருந்து தொடங்கி ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் முன்னும் '+' மற்றும் '–' குறிகளை மாறிமாறி இடவும்.	-3 + 2 - 8 + 1 - 0 + 5
2. கோவையை மதிப்பிடவும்.	-3 + 2 - 8 + 1 - 0 + 5 = - 3
3. இந்த முடிவு, அந்த எண்ணை 11ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதியை குறிக்கிறது.	328105 என்பது 11இன் மடங்கைவிட 3 குறைவு அல்லது 8 அதிகம்

? இந்த முறை நாம் சற்றுமுன் பார்த்த முறையை ஒத்ததா? அல்லது வேறுபட்டதா?

? பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்பவும். இதைச் செய்ய ஒரு விரைவான வழியை கண்டறியவும்.

எண்	வகுபடும் எண்								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	ஆம்	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	இல்லை
990									
1586									
275									
6686									
639210									
429714									
2856									
3060									
406839									

AP SCERT

More on Divisibility Shortcuts

Divisibility Shortcuts for Other Numbers

- How can we find out if a number is divisible by 6?
- Will checking its divisibility by its factors 2 and 3 work? Use the shortcuts for 2 and 3 on these numbers and divide each number by 6 to verify - 38, 225, 186, 64.
- How about checking divisibility by 24? Will checking the divisibility by its factors, 4 and 6, work? Why or why not?

Determining divisibility by 24 by checking divisibility by 4 and by 6 does not work. For example, the number 12 is divisible by both 4 and 6, but not by 24.

To check for the divisibility by 24, we can instead check for the divisibility by 3 and divisibility by 8.

Explain using prime factorisation why checking divisibility by 3 and 8 works for checking divisibility by 24, but checking divisibility by 4 and 6 is not sufficient for checking divisibility by 24.

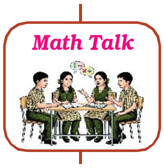
There are such shortcuts to check divisibility by every number until 100, and for some numbers beyond 100. You may try to understand how these work after learning certain concepts in higher grades.

Digital Roots

Take a number. Add its digits repeatedly till you get a single-digit number. This single-digit number is called the digital root of the number. For example, the digital root of the number 489710 will be 2

$$4 + 8 + 9 + 7 + 1 + 0 = 29,\ 2 + 9 = 11,\ 1 + 1 = 2$$

- What property do you think this digital root will have? Recall that we did this while finding the divisibility shortcut for 9.
- Between the numbers 600 and 700, which numbers have the digital root: (i) 5, (ii) 7, (iii) 3?



- Write the digital roots of any 12 consecutive numbers. What do you observe?

We saw that the digital root of multiples of 9 is always 9.

AP SCERT

வகுபடும் தன்மைக்கான எளிய வழிகளைப் பற்றி மேலும் சில

மற்ற எண்களின் வகுபடும் தன்மைக்கான எளிய வழிகள்

? ஒரு எண் 6ஆல் வகுபடுமா என்பதை எவ்வாறு கண்டறியலாம்?

? அதன் காரணிகளான 2 மற்றும் 3ஆல் வகுபடுமா என்று சரிபார்ப்பது பலனளிக்குமா? 38, 225, 186, 64 – இந்த எண்களுக்கு 2 மற்றும் 3 ஆல் வகுபடும் தன்மைக்கான எளிய வழிகளை பயன்படுத்தவும். மேலும் ஒவ்வொரு எண்ணையும் 6ஆல் வகுத்து சரிபார்க்கவும்.

? 24ஆல் வகுபடும் தன்மையை சரிபார்ப்பது எப்படி? அதன் காரணிகளான 4 மற்றும் 6ஆல் வகுபடுமா என்று சரிபார்ப்பது பலனளிக்குமா? ஏன் அல்லது ஏன் இல்லை?

4 மற்றும் 6 ஆல் வகுபடும் தன்மையைச் சரிபார்ப்பதன் மூலம் 24 ஆல் வகுபடும் தன்மையைத் தீர்மானிப்பது பலனளிக்காது. எடுத்துக்காட்டாக 12 என்ற எண் 4 மற்றும் 6 ஆகிய இரண்டாலும் வகுபடும். ஆனால் 24 ஆல் வகுபடாது.

24 ஆல் வகுபடும் தன்மையை சரிபார்க்க அதற்கு பதிலாக 3 மற்றும் 8 ஆல் வகுபடும் தன்மையை நாம் சரிபார்க்கலாம். 3 மற்றும் 8 ஆல் வகுபடும் தன்மையை சோதிப்பது 24ஆல் வகுபடும் தன்மையை சோதிப்பதற்கு பலனளிக்கிறது. ஆனால் 4 மற்றும் 6ஆல் வகுபடும் தன்மையை சோதிப்பது இதற்கு பலனளிப்பதில்லை என்பதை பகாக் காரணிப்படுத்தலைப் பயன்படுத்தி விளக்கவும்.

100 வரையிலான ஒவ்வொரு எண்ணின் வகுபடும் தன்மையை சரிபார்க்க இத்தகைய எளிய வழிகள் உள்ளன. மேலும் 100க்கு மேற்பட்ட சில எண்களுக்கும் உள்ளன. உயர் வகுப்புகளில் சில கருத்துகளை கற்றுக்கொண்ட பிறகு இவை எவ்வாறு செயல்படுகின்றன என்பதை புரிந்துகொள்ள நீங்கள் முயற்சிக்கலாம்.

இலக்க மூலங்கள்

ஒரு எண்ணை எடுத்துக்கொள்ளுங்கள். ஒரு ஒற்றை இலக்க எண் கிடைக்கும் வரை அதன் இலக்கங்களை தொடர்ந்து கூட்டவும். இந்த ஒற்றை இலக்க எண் அந்த எண்ணின் இலக்க மூலம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக 489710 என்ற எண்ணின் இலக்க மூலம் 2 ஆகும்.

$$4 + 8 + 9 + 7 + 1 + 0 = 29,\ 2 + 9 = 11,\ 1 + 1 = 2$$

? இந்த இலக்க மூலம் எத்தகைய பண்பை கொண்டிருக்கும் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள்? 9இன் வகுபடும் தன்மைக்கான எளிய வழியை கண்டறியும்போது நாம் இதை செய்தோம் என்பதை நினைவுகூறுங்கள்.

? 600 மற்றும் 700 எண்களுக்கு இடையே, எந்த எண்களின் இலக்க மூலம் (i) 5, (ii) 7, (iii) 3 ஆகும்.

? ஏதேனும் 12 அடுத்தடுத்த எண்களின் இலக்க மூலங்களை எழுதவும். நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

9 இன் மடங்குகளின் இலக்கமும் எப்போதும் 9 ஆக இருப்பதை நாம் பார்த்தோம்.

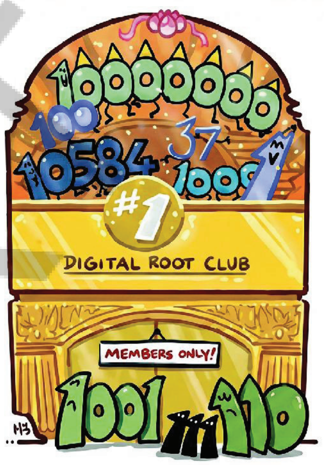
AP SCERT

- Now, find the digital roots of some consecutive multiples of (i) 3, (ii) 4, and (iii) 6.
- What are the digital roots of numbers that are 1 more than a multiple of 6? What do you notice?

  Try to explain the patterns noticed.
- I'm made of digits, each tiniest and odd, No shared ground with root #1 - how odd!

  My digits count, their sum, my root - All point to one bold number's pursuit -

  The largest odd single-digit I proudly claim. What's my number? What's my name?



Aryabhata II's (c. 950 CE) work *Mahasiddhanta*, mentions the method of computing the digital root of a number by repeatedly adding the digits till a single-digit number is obtained. This method is known to have been used to perform checks on calculations of arithmetic operations.

AP SCERT

Figure it Out - 5.3

1. The digital root of an 8-digit number is 5. What will be the digital root of 10 more than that number?
2. Write any number. Generate a sequence of numbers by repeatedly adding 11. What would be the digital roots of this sequence of numbers? Share your observations.
3. What will be the digital root of the number 9a + 36b + 13?
4. Make conjectures by examining if there are any patterns or relations between

   (i) the parity of a number and its digital root.

   (ii) the digital root of a number and the remainder obtained when the number is divided by 3 or 9.

Math Talk

5.3 Digits in Disguise

Last year, we saw cryptarithms - puzzles where each letter stands for a digit, each digit is represented by at most one letter, and the first digit of a number is never 0.

❓ இப்போது (i) 3, (ii) 4, (iii) 6 இன் சில அடுத்தடுத்த மடங்குகளின் இலக்க மூலங்களை கண்டறியவும்.

❓ 6 இன் மடங்கைவிட 1 அதிகமாக உள்ள எண்களின் இலக்க மூலங்கள் யாவை? நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?
கவனித்த அமைப்பை விவரிக்க முயற்சிக்கவும்.

❓ நான் இலக்கங்களால் ஆனவன், இதில் ஒவ்வொன்றும் மிகச்சிறிய ஒற்றைப்படை எண். இலக்க மூலம் 1 உடன் எந்த பொதுவானத் தன்மையும் இல்லை – எவ்வளவு விசித்திரம்? எனது இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை அவற்றின் கூடுதல், எனது இலக்க மூலம் – அனைத்தும் ஒரு துணிச்சலான எண்ணின் தேடலைக் குறிக்கின்றன. மிகப்பெரிய ஒற்றை இலக்க – ஒற்றை எண் நான் என்று பெருமையுடன் கூறுகிறேன். எனது எண் என்ன? என் பெயர் என்ன?

இரண்டாம் ஆரியபட்டரின் – II (சுமார் கி.பி. 950) மகாசித்தாந்தம் என்ற நூலில் ஒற்றை இலக்க எண்ணைப் பெறும் வரை இலக்கங்களைத் தொடர்ந்து கூட்டுவதன் மூலம் ஒரு எண்ணின் இலக்க மூலத்தைக் கணக்கிடும் முறை குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. இந்த முறை எண்கணித செயல்பாடுகளின் கணக்கீடுகளை சரிபார்க்க பயன்படுத்தப்பட்டதாக அறியப்படுகிறது.

கண்டுபிடிப்போம் – 5.3

1. ஒரு 8 இலக்க எண்ணின் இலக்க மூலம் 5 ஆகும். அந்த எண்ணைவிட 10 அதிகமாக உள்ள எண்ணின் இலக்க மூலம் என்னவாக இருக்கும்?

2. ஏதேனும் ஒரு எண்ணை எழுதுங்கள். இந்த எண்ணுடன் 11ஐத் தொடர்ந்து கூட்டுவதன் மூலம் ஒரு எண் தொடரை உருவாக்கவும். இந்த தொடரில் உள்ள எண்களின் இலக்க மூலங்கள் என்னவாக இருக்கும்? நீங்கள் கவனித்ததை பகிரவும்.

3. $9a + 36b + 13$ என்ற எண்ணின் இலக்க மூலம் என்னவாக இருக்கும்?

4. பின்வருவனவற்றிற்கிடையே ஏதேனும் அமைப்புகள் அல்லது உறவுகள் உள்ளதா என்பதை ஆராய்ந்து யூகங்களை உருவாக்கவும்.
   (i) ஒரு எண்ணின் ஒற்றை/இரட்டை பண்பு மற்றும் அதன் இலக்க மூலம்.
   (ii) ஒரு எண்ணின் இலக்க மூலம் மற்றும் அந்த எண்ணை 3 அல்லது 9 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதி.

5.3 மறைந்திருக்கும் இலக்கங்கள்

கடந்த ஆண்டு நாம் எழுத்து எண் புதிர்களை பார்த்தோம். இது ஒவ்வொரு எழுத்தும் ஒரு இலக்கத்தை குறிக்கும். ஒவ்வொரு இலக்கமும் அதிகபட்சம் ஒரு எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது மற்றும் ஒரு எண்ணின் முதல் இலக்கம் 0 ஆக இருக்காது.

? Solve the cryptarithms given below.

(i)
$$\begin{array}{r} A1 \\ +\ 1B \\ \hline B0 \end{array}$$

(ii)
$$\begin{array}{r} AB \\ +\ 37 \\ \hline 6A \end{array}$$

(iii)
$$\begin{array}{r} ON \\ ON \\ +\ ON \\ \hline PO \end{array}$$

(iv)
$$\begin{array}{r} QR \\ QR \\ +\ QR \\ \hline PRR \end{array}$$

Let us now try solving some cryptarithms involving multiplication.

? (v) PQ × 8 = RS.

Guna says, "Oh, this means a 2-digit number multiplied by 8 should give another 2-digit number. I know that 10 × 8 = 80. But the units digits of 10 and 80 are the same, which we don't want. For the same reason PQ cannot be 11 as P and Q correspond to different digits. 12 × 8 = 96 fits all the conditions". Can PQ be 13? Think.

It is not possible because 13 × 8 = 104. For all 2-digit numbers greater than 12, the product with 8 is a 3-digit number.

? (vi) Try this now: GH × H = 9K.

This means a 2-digit number multiplied by a 1-digit number gives another 2-digit number in the 90s. Observe the letters corresponding to the units digits in this cryptarithm. Pick the solution to this question from the options given below:

11 × 9 = 99, 12 × 8 = 96, 46 × 2 = 92, 24 × 4 = 96, 47 × 2 = 94, 31 × 3 = 93, 16 × 6 = 96.

? (vii) Here is one more: BYE × 6 = RAY.

Anu says, "Since the product is a 3-digit number, B can't be 2 or more. If B = 2, i.e., 2 hundreds, the product will be more than 1200. So, B = 1."

? What can you say about 'Y'? What digits are possible/not possible?

"Y cannot be 7 or more because, if Y = 7, then 170 × 6 = 1020; but we want a 3-digit product. Also, Y will be even", Anu explains.

We can solve cryptarithms using patterns, properties, and reasoning related to numbers and operations.

? Solve the following:

(i) UT × 3 = PUT   (ii) AB × 5 = BC   (iii) L2N × 2 = 2NP

(iv) XY × 4 = ZX   (v) PP × QQ = PRP   (vi) JK × 6 = KKK

AP SCERT

? கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மறைக் குறியீட்டு கணக்குகளைத் தீர்க்கவும்.

$$\text{(i)}\ \begin{array}{r} A1 \\ +\ 1B \\ \hline B0 \end{array} \qquad \text{(ii)}\ \begin{array}{r} AB \\ +\ 37 \\ \hline 6A \end{array} \qquad \text{(iii)}\ \begin{array}{r} ON \\ ON \\ +\ ON \\ \hline PO \end{array} \qquad \text{(iv)}\ \begin{array}{r} QR \\ QR \\ +\ QR \\ \hline PRR \end{array}$$

இப்போது பெருக்கலை உள்ளடக்கிய சில மறைக் குறியீட்டு கணக்குகளைத் தீர்க்க முயற்சிப்போம்.

? (v) PQ × 8 = RS.

ஒரு 2 இலக்க எண்ணை 8ஆல் பெருக்கினால் மற்றொரு 2 இலக்க எண் கிடைக்க வேண்டும் என்பதே இதன் பொருள் என்று குணா கூறுகிறார். 10 × 8 = 80 என்பது எனக்குத் தெரியும். ஆனால் 10 மற்றும் 80இன் ஒன்றாம் இலக்கங்கள் ஒன்றுதான். அது நமக்குத் தேவையில்லை. அதே காரணத்திற்காக P மற்றும் Q வெவ்வேறு இலக்கங்களை குறிப்பதால் PQ என்பது 11 ஆக இருக்க முடியாது. 12 × 8 = 96 அனைத்து நிபந்தனைகளுக்கும் பொருந்துகிறது. PQ என்பது 13 ஆக இருக்க முடியுமா? சிந்தித்து பாருங்கள். இது சாத்தியமில்லை, ஏனெனில் 13 × 8 = 104 ஆகும். 12ஐ விடப் பெரிய அனைத்து 2 இலக்க எண்களையும் 8 ஆல் பெருக்கினால் 3 இலக்க எண் கிடைக்கும்.

? (vi) இப்போது GH × H = 9K இதை முயற்சிக்கவும்.

இதன் பொருள் 2 இலக்க எண்ணை 1 இலக்க எண்ணால் பெருக்கினால் தொண்ணூறுகளில் 90s மற்றொரு 2 இலக்க எண் கிடைக்கிறது என்பதாகும். இந்த மறைக் குறியீட்டு கணக்கில் ஒன்றாம் இலக்கங்களிலுள்ள எழுத்துகளை கவனியுங்கள். கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விடைகளிலிருந்து இந்த கேள்விக்கான தீர்வை தேர்ந்தெடுக்கவும்.

11 × 9 = 99, 12 × 8 = 96, 46 × 2 = 92, 24 × 4 = 96, 47 × 2 = 94, 31 × 3 = 93, 16 × 6 = 96.

? (vii) மற்றொன்றை பார்ப்போம் BYE × 6 = RAY

பெருக்கற்பலன் ஒரு 3 இலக்க எண் கிடைப்பதால் 8 இன் மதிப்பு 2 அல்லது அதற்கு மேல் இருக்க முடியாது என்று அனு கூறுகிறார். B = 2 எனில் அதாவது 2 நூறுகளின் பெருக்கற்பலன் 1200 ஐ விட அதிகமாக இருக்கும். எனவே B = 1 ஆகும்.

? Y ஐப் பற்றி நீங்கள் என்ன சொல்ல முடியும்? இதில் எந்தெந்த இலக்கங்கள் சாத்தியம்/சாத்தியமில்லை!

Y ஆனது 7 அல்லது அதற்கு மேல் இருக்க முடியாது. ஏனெனில், Y = 7 எனில் 170 × 6 = 1020. ஆனால் நமக்கு 3 இலக்கப் பெருக்கற்பலன் தேவை மேலும் Y என்பது இரட்டை எண்ணாக இருக்கவேண்டும் என்று அனு விளக்குகிறார். எண்கள் மற்றும் செயல்பாடுகள் தொடர்பான அமைப்புகள், பண்புகள் மற்றும் பகுத்தறிவைப் பயன்படுத்தி நாம் மறைக் குறியீட்டு கணக்குகளை தீர்க்கலாம்.

? பின்வருவனவற்றை தீர்க்கவும்

(i) UT × 3 = PUT (ii) AB × 5 = BC (iii) L2N × 2 = 2NP

(iv) XY × 4 = ZX (v) PP × QQ = PRP (vi) JK × 6 = KKK

AP SCERT

Figure it Out - 5.4

1. If 31z5 is a multiple of 9, where z is a digit, what is the value of z? Explain why there are two answers to this problem.
2. "I take a number that leaves a remainder of 8 when divided by 12. I take another number which is 4 short of a multiple of 12. Their sum will always be a multiple of 8", claims Sonu. Examine his claim and justify your conclusion.
3. When is the sum of two multiples of 3, a multiple of 6 and when is it not? Explain the different possible cases, and generalise the pattern.
4. Sreelatha says, "I have a number that is divisible by 9. If I reverse its digits, it will still be divisible by 9".

(i) Examine if her conjecture is true for any multiple of 9.

(ii) Are any other digit shuffles possible such that the number formed is still a multiple of 9?

5. If 48a23b is a multiple of 18, list all possible pairs of values for a and b.
6. If 3p7q8 is divisible by 44, list all possible pairs of values for p and q.
7. Find three consecutive numbers such that the first number is a multiple of 2, the second number is a multiple of 3, and the third number is a multiple of 4. (Try This)

   Are there more such numbers? How often do they occur? (Math Talk)
8. Write five multiples of 36 between 45,000 and 47,000. Share your approach with the class.
9. The middle number in the sequence of 5 consecutive even numbers is 5p. Express the other four numbers in sequence in terms of p.
10. Write a 6-digit number that it is divisible by 15, such that when the digits are reversed, it is divisible by 6.
11. Deepak claims, "There are some multiples of 11 which, when doubled, are still multiples of 11. But other multiples of 11 don't remain multiples of 11 when doubled". Examine if his conjecture is true; explain your conclusion.

AP SCERT

கண்டுபிடிப்போம் – 5.4

1. 31z 5 என்பது 9இன் மடங்கு. இங்கு z ஒரு இலக்கம் எனில் zஇன் மதிப்பு என்ன? இந்த கணக்கிற்கு ஏன் இரண்டு பதில்கள் உள்ளன என்பதை விளக்குக.
2. 12ஆல் வகுக்கும்போது 8 மீதியைத் தரும் ஒரு எண்ணை நான் எடுத்துக்கொள்கிறேன். 12இன் மடங்கைவிட 4 குறைவாக உள்ள மற்றொரு எண்ணையும் எடுத்துக்கொள்கிறேன். அவற்றின் கூடுதல் எப்போதும் 8இன் மடங்காக இருக்கும் என்று சோனு கூறுகிறார். அவரது கூற்றை ஆராய்ந்து உங்கள் முடிவை நியாயப்படுத்தவும்.
3. 3இன் இரண்டு மடங்குகளின் கூடுதல் எப்போது 6இன் மடங்காக இருக்கும், எப்போது இருக்காது? சாத்தியமான பல்வேறு நிகழ்வுகளை விளக்கி அமைப்பை பொதுமைப்படுத்தவும்.
4. என்னிடம் 9 ஆல் வகுபடும் ஒரு எண் உள்ளது. அதன் இலக்கங்களை நான் மாற்றினாலும் அது 9 ஆல் வகுபடும் என்று ஸ்ரீலதா கூறினார்.
   (i) 9இன் எந்தவொரு மடங்கிற்கும் அவரது யூகம் உண்மையா என்பதை ஆராயுங்கள்.
   (ii) இலக்கங்களை வேறுவிதமாக மாற்றினாலும் ஏற்படும் எண் 9இன் மடங்காக இருக்க வாய்ப்புள்ளதா?
5. 48a23b என்பது 18இன் மடங்காக இருந்தால் a மற்றும் bக்கான சாத்தியமான அனைத்து ஜோடி மதிப்புகளையும் பட்டியலிடவும்.
6. 3p7q8 என்பது 44 ஆல் வகுபடும் எனில் p மற்றும் qக்கான சாத்தியமான அனைத்து ஜோடி மதிப்புகளையும் பட்டியலிடவும்.
7. முதல் எண் 2இன் மடங்காகவும் இரண்டாவது எண் 3இன் மடங்காகவும் மற்றும் மூன்றாவது எண் 4இன் மடங்காகவும் உள்ள எண்களை கண்டறியவும். அத்தகைய எண்கள் மேலும் உள்ளனவா? அவை மீண்டும் எப்பொழுது வரும்?

முயற்சிசெய்

8. 45,000 மற்றும் 47,000க்கு இடையே 36இன் ஐந்து மடங்குகளை எழுதவும். உங்கள் அணுகுமுறையை வகுப்பறையில் பகிரவும்.
9. அடுத்தடுத்த 5 இரட்டை எண்களின் வரிசையில் ஒரு எண் 5p ஆகும். வரிசையின் மற்ற நான்கு எண்களை p இன் அடிப்படையில் வெளிப்படுத்தவும்.
10. 15 ஆல் வகுபடக்கூடிய மற்றும் அதன் இலக்கங்களை மாற்றும்போது 6 ஆல் வகுபடும் ஒரு 6 இலக்க எண்ணை எழுதவும்.
11. 11 இன் சில மடங்குகளை இரட்டிப்பாக்கும் போது அவை மீண்டும் 11இன் மடங்குகளாகவே இருக்கின்றன. ஆனால் 11இன் பிற மடங்குகளை இரட்டிப்பாக்கும்போது அவை 11இன் மடங்குகளாக இருப்பதில்லை என்று தீபக் கூறுகிறார். அவரது யூகம் உண்மையா என்பதை ஆராய்ந்து உங்கள் முடிவை விளக்குங்கள்.

APSCERT

12. Determine whether the statements below are 'Always True', 'Sometimes True', or 'Never True'. Explain your reasoning.

(i) The product of a multiple of 6 and a multiple of 3 is a multiple of 9.

(ii) The sum of three consecutive even numbers will be divisible by 6.

(iii) If abcdef is a multiple of 6, then badcef will be a multiple of 6.

(iv) 8 (7b - 3) - 4 (11b + 1) is a multiple of 12.

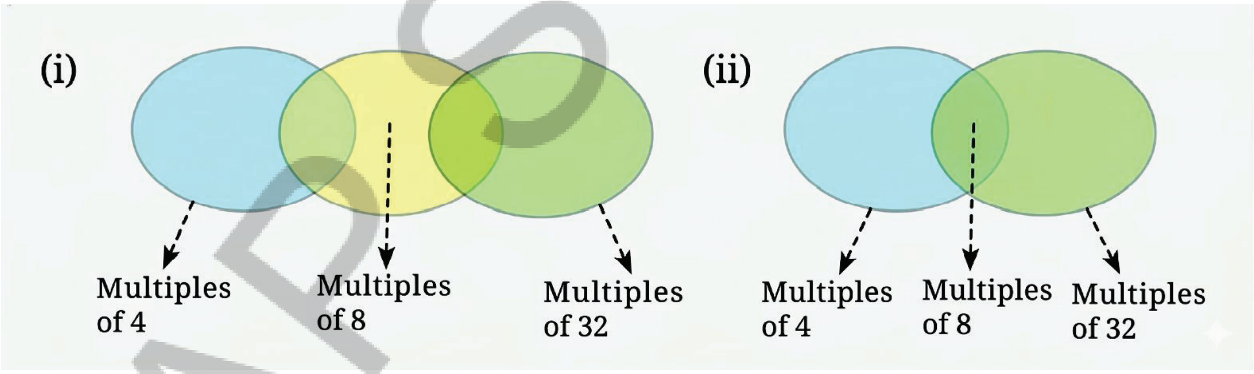
13. Choose any 3 numbers. When is their sum divisible by 3? Explore all possible cases and generalise.

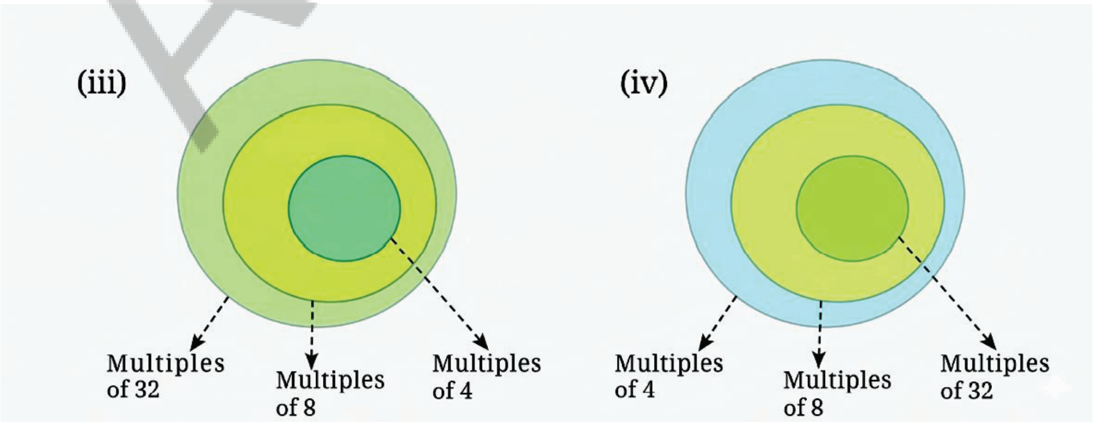
14. Is the product of two consecutive integers always multiple of 2? Why? What about the product of these consecutive integers? Is it always a multiple of 6? Why or why not? What can you say about the product of 4 consecutive integers? What about the product of five consecutive integers?

15. Solve the cryptarithms -

(i) EF × E = GGG (ii) WOW × 5 = MEOW

16. Which of the following Venn diagrams captures the relationship between the multiples of 4, 8, and 32?





APSCERT

12. கீழே உள்ள கூற்றுகள் 'எப்போதும் உண்மை', 'சில நேரங்களில் உண்மை' அல்லது 'ஒரு போதும் உண்மை இல்லை' என்பதை தீர்மானிக்கவும். உங்கள் காரணங்களை விளக்கவும்.

(i) 6 இன் மடங்கு மற்றும் 3இன் மடங்கின் பெருக்கற்பலன் 9இன் மடங்காகும்.

(ii) அடுத்தடுத்த மூன்று இரட்டை எண்களின் கூடுதல் 6 ஆல் வகுபடும்.

(iii) abcdef என்பது 6இன் மடங்காக இருந்தால் badcef ஆனது 6இன் மடங்காக இருக்கும்.

(iv) $8(7b - 3) - 4(11b + 1)$ என்பது 12இன் மடங்காகும்.

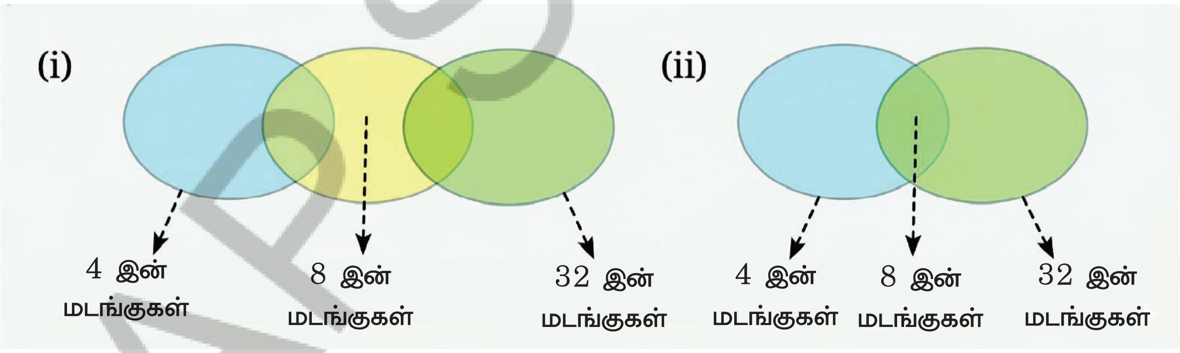
13. ஏதேனும் 3 எண்களைத் தேர்ந்தெடுக்கவும். அவற்றின் கூடுதல் எப்போது 3ஆல் வகுபடும்? சாத்தியமான அனைத்து நிகழ்வுகளையும் ஆராய்ந்து பொதுமைப்படுத்தவும்.

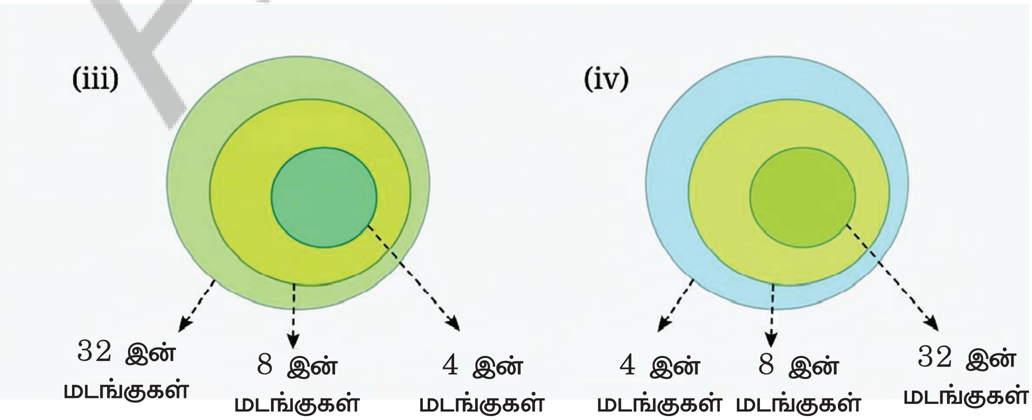
14. அடுத்தடுத்த இரண்டு முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் எப்போதும் 2இன் மடங்கா? ஏன்? இந்த அடுத்தடுத்த முழுக்களின் பெருக்கற்பலனைப் பற்றி என்ன கூறமுடியும்? இது எப்போதும் 6இன் மடங்காக இருக்குமா? ஏன் அல்லது ஏன் இல்லை? 4 அடுத்தடுத்த முழுக்களின் பெருக்கற்பலனைப் பற்றி நீங்கள் என்ன கூறமுடியும்? 5 அடுத்தடுத்த முழுக்களின் பெருக்கற்பலனைப் பற்றி என்ன கூறமுடியும்?

15. மறைக் குறியீடு கணக்குகளைத் தீர்க்கவும் –

(i) $EF \times E = GGG$ (ii) $WOW \times 5 = MEOW$

16. பின்வரும் வென் வரைபடங்கலில் எது 4, 8 மற்றும் 32இன் மடங்குகளுக்கு இடையிலான தொடர்பை காட்டுகிறது?





SUMMARY

- We explored and learnt various properties of divisibility-
  - If a is divisible by b, then all multiples of a are divisible by b.
  - If a is divisible by b, then a is divisible by all the factors of b.
  - If a divides m and a divides n, then a divides m + n and m - n.
  - If a is divisible by b and is also divisible by c, then a is divisible by the LCM of b and c.
- We learnt shortcuts to check divisibility by 3, 9 and 11, and why they work.
- Through all this we were exposed to the power of mathematical thinking and reasoning, using algebra, visualisation, examples and counterexamples.

APSCERT

Think and Disscuss

1. The Palindrome Secret - 4-Digit Number

A four-digit "palindrome" reads the same forward and backward, like 5225 or 7117.

- Check if 5225 is divisible by 11.
- Check if 7117 is divisible by 11.

Is every four-digit palindrome a multiple of 11?

2. The Repeating Triple

Write down a six-digit number where the first three digits repeat exactly, such as 123,123 or 456,456.

- Divide your number by 11. Is there a remainder?

பாடச் சுருக்கம்

வகுபடும் தன்மையின் பல்வேறு பண்புகளை நாம் ஆராய்ந்து கற்றுக்கொண்டோம்.

- a ஆனது b ஆல் வகுபடும் என்றால் aஇன் அனைத்து மடங்குகளும் bஆல் வகுபடும்.
- a ஆனது b ஆல் வகுபடும் என்றால், bஇன் அனைத்து காரணிகளாலும் a வகுபடும்.
- a ஆனது mஐயும் மற்றும் a ஆனது nஐயும் வகுத்தால், a ஆனது m + nஐயும் மற்றும் m - nஐயும் வகுக்கும்.
- a ஆனது b மற்றும் c ஆகிய இரண்டாலும் வகுபடும் என்றால் b மற்றும் cஇன் மீ.சி.ம (LCM) ஆல் a வகுபடும்.

- 3, 9 மற்றும் 11ஆல் வகுபடும் தன்மையைச் சரிபார்க்கும் எளிய வழிகளையும் அவை ஏன் வேலை செய்கின்றன என்பதையும் கற்றுக்கொண்டோம்.
- இவை அனைத்தின் மூலம் இயற்கணிதம், காட்சிப்படுத்தல், எடுத்துக்காட்டுகள் மற்றும் எதிர் எடுத்துக்காட்டுகளைப் பயன்படுத்தி கணிதச் சிந்தனை மற்றும் பகுத்தறிவின் ஆற்றலை நாங்கள் அறிந்துகொண்டோம்.

சிந்தித்து விவாதிக்கவும்

1. **சுழல் எண் ரகசியம் – 4 இலக்க எண்**

   ஒரு நான்கிலக்க சுழல் எண் முன்னும் பின்னும் ஒரே மாதிரியாக வாசிக்கப்படும் எடுத்துக்காட்டாக 5225 அல்லது 7117.

   - 5225 ஆனது 11 ஆல் வகுபடுமா என்று சரிபார்க்கவும்.
   - 7117 ஆனது 11 ஆல் வகுபடுமா என்று சரிபார்க்கவும்.

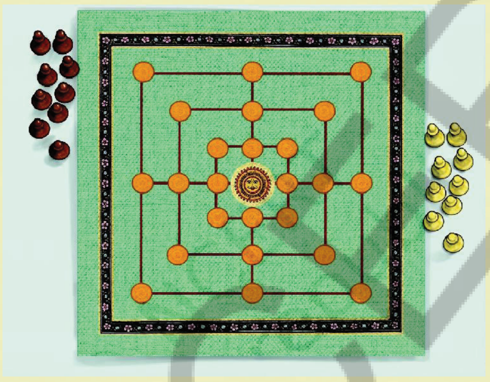
   ஒவ்வொரு நான்கிலக்க சுழல் எண்ணும் 11இன் மடங்கா?

2. **மீண்டும் வரும் மும்மை (Repeating Triple)**

   முதல் மூன்று இலக்கங்கள் சரியாக மீண்டும் வரும்படியான ஆறு இலக்க எண்ணை எழுதவும். எடுத்துக்காட்டு 123, 123 அல்லது 456, 456.

   - நீங்கள் எழுதிய எண்ணை 11 ஆல் வகுக்கவும். மீதி எவ்வளவு கிடைத்தது?

Navakankari, also known as Salu Mane ata, Char-Par, or Navkakri, is a traditional Indian board game that is the same as ?Nine Men's Morris' or 'Mills in the West'. It is a strategy game for two players where the goal is to form lines of three pawns to eliminate the opponent's pawns or block their movement.



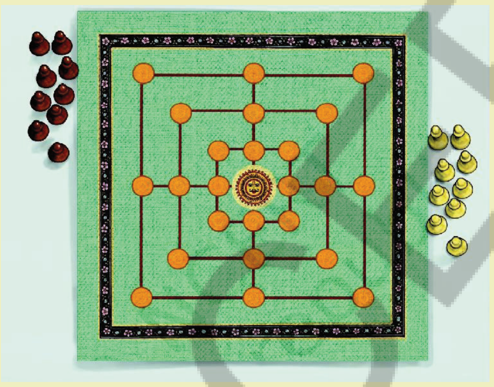
Gameplay

1. Each player starts with 9 pawns. The players take turns in placing their pawns on the marked intersections. An intersection can have at most one pawn.
2. Once all the pawns are placed, the players take turns to move one of their pawns to adjacent empty intersections to form lines of three. The line can be horizontal or vertical.
3. Once a player makes a line with their pawns they can remove any one of the opponent's pawns as long as it is not a part of one of their lines.

A player wins if the opponent has less than 3 pawns or is unable to make a move.

நவகங்கரி

நவகங்கரி, சாளு மனே ஆடா, சார்-பார் அல்லது நவகாக்ரி என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. இது ஒரு பாரம்பரிய இந்திய பலகை விளையாட்டு ஆகும். இது 'நைன் மென்ஸ் மோரிஸ்' அல்லது மேற்கத்திய நாடுகளில் மில்ஸ் என்பதற்கு சமமானது. இது இரண்டு வீரர்களுக்கான ஒரு உத்தி விளையாட்டு ஆகும். இதில் எதிராலியின் காய்களை நீக்க அல்லது அவர்களின் நகர்வை தடுக்க மூன்று காய்களைக் கொண்ட வரிசைகளை உருவாக்குவதே இதன் குறிக்கோளாகும்.



விளையாடும் முறை

1. ஒவ்வொரு வீரரும் 9 காய்களுடன் ஆட்டத்தை தொடங்குவார்கள். வீரர்கள் தங்கள் காய்களை குறிப்பிட்ட சந்திப்புகளில் மாற்றி மாற்றி வைப்பார்கள். ஒரு சந்திப்பில் அதிகபட்சம் ஒரு காய் மட்டுமே இருக்க முடியும்.
2. அனைத்து காய்களும் வைக்கப்பட்டவுடன் ஆட்டக்காரர்கள் ஒவ்வொருவராகத் தங்கள் காய்களில் ஒன்றை அருகிலுள்ள வெற்றுச் சந்திப்புகளுக்கு நகர்த்தி மூன்று காய்கள் கொண்ட வரிசையை உருவாக்குவார்கள். அந்த வரிசை கிடைமட்டமாகவோ அல்லது செங்குத்தாகவோ இருக்கலாம்.
3. ஒரு வீரர் தனது காய்களைக் கொண்டு ஒரு வரிசையை உருவாக்கியவுடன், எதிராளியின் காய்களில் ஏதேனும் ஒன்றை அவர் நீக்கலாம். ஆனால் அந்த காய் எதிராளியின் வரிசைகளில் ஒன்றின் பகுதியாக இருக்கக்கூடாது. எதிராளியிடம் 3க்கும் குறைவான காய்கள் இருந்தாலும் அல்லது ஒரு நகர்வை செய்ய முடியாமல் போனாலும் அந்த வீரர் வெற்றி பெறுவார்.

6 WE DISTRIBUTE, YET THINGS MULTIPLY

Learning outcomes

By the end of this chapter, learner will be able to:

- Reduce complex expressions into simpler forms using distribution. (CG-2)
- Simplify algebraic expressions, expand brackets, perform rapid mental calculations. (CG-2)
- Apply these techniques to algebraic problems and practical scenarios. (CG-10)
- Utilize distribution to calculate products quickly. (CG-2)
- Identify patterns in numeric and algebraic expressions. (CG-1)
- Use distributive property as the foundation for algebra. (CG-2)
- Identify that this chapter acts as a bridge between basic arithmetic and more complex algebraic thinking. (CG-2)

F1X5K2

6.0 Introduction

We have seen how algebra makes use of letter symbols to write general statements about patterns and relations in a compact manner. Algebra can also be used to justify or prove claims and conjectures (like the many properties you saw in the previous chapter) and to solve problems of various kinds.

Distributivity is a property relating multiplication and addition that is captured concisely using algebra. In this chapter, we explore different types of multiplication patterns and show how they can be described in the language of algebra by making use of distributivity.

6.1 Some Properties of Multiplication

Increments in Products

Consider the multiplication of two numbers, say, 23×27.

? 1. By how much does the product increase if the first number (23) is increased by 1?

APSCERT

6 பெருக்கலை பங்கிடுவோம்

கற்றல் விளைவுகள் : மாணவர்கள் இவற்றை செய்வர்..

- ☞ பங்கீட்டை பயன்படுத்தி சிக்கலான கோவைகளை எளிய வடிவங்களாக குறைப்பர்.(CG-2)
- ☞ இயற்கணித கோவைகளைச் சுருக்குதல், அடைப்புக்குறிகளை விரிவுபடுத்துதல், விரைவான மனக்கணக்குகளை செய்வர். (CG-2)
- ☞ இந்த நுட்பங்களை இயற்கணித பிரச்சனைகள் மற்றும் நடைமுறை சூழ்நிலைகளுக்கு பயன்படுத்துவர். (CG-10)
- ☞ பெருக்கற்பலன்களை விரைவாக கணக்கிட பங்கீட்டுப் பண்பை பயன்படுத்துவர்.(CG-2)
- ☞ எண் மற்றும் இயற்கணித கோவைகளில் உள்ள அமைப்புகளை அடையாளம் காணுவர். (CG-1)
- ☞ இயற்கணிதத்தின் அடிப்படையாக பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்துவர். (CG-2)
- ☞ இந்த அத்தியாயம் அடிப்படை எண்கணிதத்திற்கும் சிக்கலான இயற்கணித சிந்தனைக்கும் இடையே ஒரு பாலமாக செயல்படுகிறது என்பதை அடையாளம் காணுவர். (CG-2)

H6W6E3

6.0 அறிமுகம் –

அமைப்புகள் மற்றும் உறவுகள் பற்றிய பொதுவான கூற்றுகளை சுருக்கமான முறையில் எழுத, இயற்கணிதம் எவ்வாறு எழுத்து குறியீடுகளை பயன்படுத்துகிறது என்பதை பார்த்தோம். உரிமைகோரல்கள் மற்றும் யூகங்களை (முந்தைய அத்தியாயத்தில் நீங்கள் பார்த்த பல பண்புகளை போல) நியாயப்படுத்தவும் அல்லது நிரூபிக்கவும் மற்றும் பல்வேறு வகையான பிரச்சனைகளை தீர்க்கவும் இயற்கணிதத்தை பயன்படுத்தலாம்.

பங்கீட்டு பண்பு என்பது பெருக்கல் மற்றும் கூட்டலை தொடர்புபடுத்தும் ஒரு பண்பாகும், இது இயற்கணிதத்தை பயன்படுத்தி சுருக்கமாக விவரிக்கப்படுகிறது. இந்த அத்தியாயத்தில், பல்வேறு வகையான பெருக்கல் அமைப்புகளை ஆராய்வோம். மேலும் பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி இயற்கணித மொழியில் அவற்றை எவ்வாறு விவரிக்கலாம் என்பதை காண்போம்.

6.1 பெருக்கலின் சில பண்புகள்

பெருக்கற்பலன்களில் அதிகரிப்புகள்

இரண்டு எண்களின் பெருக்கலை கருத்தில் கொள்வோம். உதாரணமாக, 23×27.

? 1. முதல் எண் (23) உடன் 1ஐ அதிகபடுத்தினால் பெருக்கற்பலன் எவ்வளவு அதிகமாகும்?

APSCERT

2. What if the second number (27) is increased by 1?

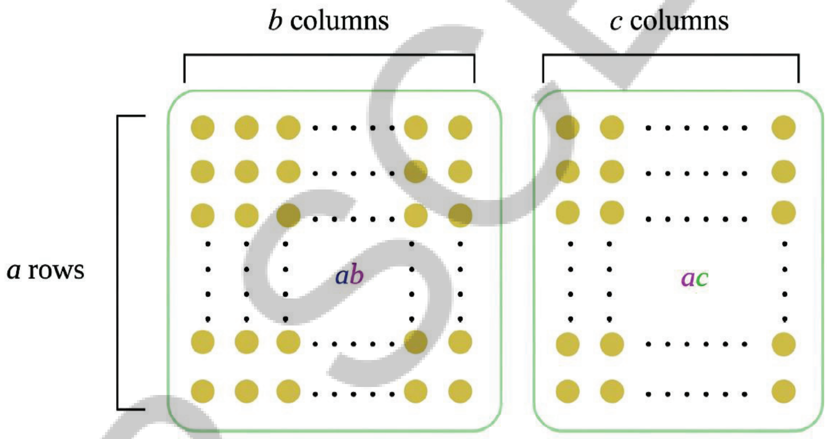
3. How about when both numbers are increased by 1?

Do you see a pattern that could help generalise our observations to the product of any two numbers?

Let us first consider a simpler problem - find the increase in the product when 27 is increased by 1. From the definition of multiplication (and the commutative property), it is clear that the product increases by 23. This can be seen from the distributive property of multiplication as well. If a, b and c are three numbers, then -

$$a\,(b + c) = ab + ac$$

This property can be visualised nicely using a diagram :



a (b + c)

This is called the **distributive property** of multiplication over addition. Using the identity a (b + c) = ab + ac with a = 23, b = 27, and c = 1, we have

$$23\,(27 + 1) = 23 \times 27 + \boxed{23}$$

Increase

Remember that here, a (b + c) and 23 (27 + 1) mean a × (b + c), and 23 × (27 + 1), respectively. We usually skip writing the '×' symbol before or after brackets, just as in the case of expressions like 5a, xy, etc.

AP SCERT

2. இரண்டாவது எண் (27) உடன் 1ஐ அதிகபடுத்தினால் பெருக்கற்பலன் எவ்வளவு அதிகமாகும்?

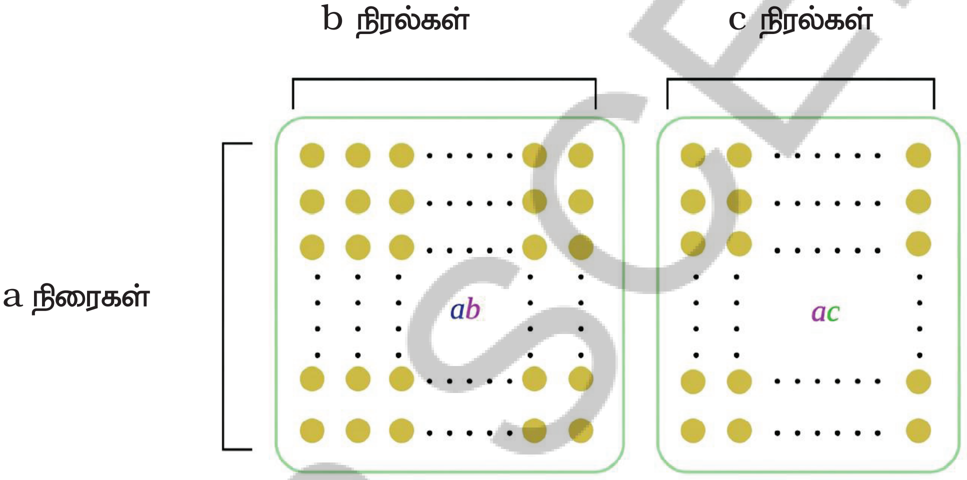
3. இரண்டு எண்களையும் 1 ஆல் அதிகரித்தால் எப்படி இருக்கும்?

எந்த இரு எண்களின் பெருக்கற்பலனுக்கும் நமது உற்றுநோக்கல்களை பொதுமைப்படுத்த உதவும் ஒரு அமைப்பை நீங்கள் காண்கிறீர்களா?

முதலில் ஒரு எளிய பிரச்சனையை பார்ப்போம். 27 ஐ 1 ஆல் அதிகரிக்கும்போது பெருக்கற்பலனில் ஏற்படும் அதிகரிப்பை கண்டறியவும். பெருக்கலின் வரையறையிலிருந்து (மற்றும் மாற்று பண்பு), பெருக்கற்பலன் 23 ஆல் அதிகரிக்கிறது என்பது தெளிவாகிறது. இதை பெருக்கலின் பங்கீட்டு பண்பிலிருந்தும் காணலாம். a, b மற்றும் c ஆகியவை மூன்று எண்கள் எனில்,

$$a(b + c) = ab + ac$$

ஒரு வரைபடத்தை பயன்படுத்தி இந்த பண்பை அழகாக காட்சிப்படுத்தலாம்:



$a(b + c)$

இது கூட்டல் மீதான பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

$a(b + c) = ab + ac$ என்ற முற்றொருமையில், $a = 23$, $b = 27$, மற்றும் $c = 1$ எனில், நாம் பெறுவது

$$23\,(27 + 1) = 23 \times 27 + \boxed{23}$$

அதிகரிப்பு

இங்கே, $a(b + c)$ மற்றும் $23(27 + 1)$ என்பது முறையே $a \times (b + c)$ மற்றும் $23 \times (27 + 1)$ என்பதை குறிக்கிறது என்பதை நினைவில் கொள்க. 5a, xy போன்ற கோவைகளை போலவே, அடைப்புக்குறிகளுக்கு முன்னும் பின்னும் பெருக்கல் '×' குறியீட்டை எழுதுவதை நாம் வழக்கமாக தவிர்க்கிறோம்.

We can also similarly expand (a + b) c using the distributive property as follows -

$$(a + b)\,c = c\,(a + b) \text{ (commutativity of multiplication)}$$
$$= ca + cb \text{ (distributivity)}$$
$$= ac + bc \text{ (commutativity of multiplication)}$$

We can use the distributive property to find, in general, how much a product increases if one or both the numbers in the product are increased by 1. Suppose the initial two numbers are a and b. If one of the numbers, say b, is increased by 1, then we have -

$$a\,(b + 1) = ab + \boxed{a}$$

Increase

Now let us see what happens if both numbers in a product are increased by 1. If in a product ab, both a and b are increased by 1, then we obtain (a + 1) (b + 1).

? How do we expand this?

Let us consider (a + 1) as a single term. Then, by the distributive property, we have

$$(a + 1)(b + 1) = (a + 1)\,b + (a + 1)\,1$$

Again applying the distributive property, we obtain

$$(a + 1)(b + 1) = (a + 1)\,b + (a + 1)\,1$$
$$= ab + \boxed{(b + a + 1)} \quad \ldots\ldots 1$$

Increase

If a = 23, and, b = 27, we get

$$(23 + 1)(27 + 1) = (23 + 1)\,27 + (23 + 1)\,1$$
$$= 23 \times 27 + \boxed{(27 + 23 + 1)}$$

Increase

Thus, the product ab increases by a + b + 1 when each of a and b are increased by 1.

? What would we get if we had expanded (a + 1) (b + 1) by first taking (b + 1) as a single term? Try it?

AP SCERT

பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி $(a + b)\, c$ என்பதையும் இதேபோல் நாம் விரிவுபடுத்தலாம்.

$$(a + b)\, c = c\, (a + b) \quad \text{(பெருக்கலின் மாற்று பண்பு)}$$

$$= ca + cb \quad \text{(பங்கீட்டு பண்பு)}$$

$$= ac + bc \quad \text{(பெருக்கலின் மாற்று பண்பு)}$$

பெருக்கற்பலனில் உள்ள ஒன்று அல்லது இரண்டு எண்களையும் 1 ஆல் அதிகரித்தால், பெருக்கற்பலன் பொதுவாக எவ்வளவு அதிகரிக்கும் என்பதை கண்டறிய பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தலாம். முதலில் உள்ள இரண்டு எண்கள் a மற்றும் b என வைத்துக்கொள்வோம். எண்களில் ஒன்று, உதாரணமாக b, 1 ஆல் அதிகரிக்கப்பட்டால், நாம் பெறுவது–

$$a\,(b + 1) = ab + \boxed{a}$$

– அதிகரிப்பு

இப்போது ஒரு பெருக்கற்பலனில் உள்ள இரண்டு எண்களும் 1 ஆல் அதிகரிக்கப்பட்டால் என்ன நடக்கும் என்று பார்ப்போம். ab என்ற பெருக்கற்பலனில், a மற்றும் b இரண்டும் 1 ஆல் அதிகரிக்கப்பட்டால், நாம் $(a + 1)(b + 1)$ ஐ பெறுகிறோம்.

? இதை எவ்வாறு விரிவுபடுத்துவது?

$(a + 1)$ என்பதை ஒரே உறுப்பாக கருதுவோம். பிறகு பங்கீட்டு பண்பின்படி, நாம் பெறுவது

$$(a + 1)(b + 1) = (a + 1)\, b + (a + 1)\, 1$$

மீண்டும் பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்த, நாம் பெறுவது

$$(a + 1)(b + 1) = (a + 1)\, b + (a + 1)\, 1$$

$$= ab + \boxed{(b + a + 1)} \quad \ldots\ldots\ 1$$

அதிகரிப்பு

ஒருவேளை a = 23 மற்றும் b = 27, எனில், நாம் பெறுவது

$$(23 + 1)(27 + 1) = (23 + 1)\, 27 + (23 + 1)\, 1$$

$$= 23 \times 27 + \boxed{(27 + 23 + 1)}$$

அதிகரிப்பு

எனவே, a மற்றும் b ஒவ்வொன்றும் 1 ஆல் அதிகரிக்கப்படும்போது பெருக்கற்பலன் ab ஆனது $a + b + 1$ ஆல் அதிகரிக்கிறது.

? முதலில் $(b + 1)$ என்பதை ஒரு உறுப்பாக எடுத்துக்கொண்டு $(a + 1)(b + 1)$ ஐ விரிவுபடுத்தியிருந்தால் நமக்கு என்ன கிடைக்கும்? முயன்று பாருங்கள்.

AP SCERT

What happens when one of the numbers in a product is increased by 1 and the other is decreased by 1? Will there be any change in the product?

Let us again take the product ab of two numbers a and b. If a is increased by 1 and b is decreased by 1, then their product will be (a + 1) (b - 1). Expanding this, we get

$$(a + 1)(b - 1) = (a + 1)b - (a + 1)1$$
$$= ab + b - (a + 1)$$
$$= ab + \boxed{b - a - 1} \quad \ldots (2)$$

Increase

(b–a–1>0)

If a = 23, and b = 27, we get

$$(23 + 1)(27 - 1) = (23 + 1)27 - (23 + 1)1$$
$$= 23 \times 27 + 27 - (23 + 1)$$
$$= 23 \times 27 + \boxed{27 - 23 - 1}$$

Increase

Will the product always increase? Find 3 examples where the product decreases.

What happens when a and b are negative integers?

Check by substituting different values for a and b in each of the above cases. For example, a = –5, b = 8; a = –4, b = –5; etc.

We have seen that integers also satisfy the distributive property, that is, if x, y and z are any three integers, then x (y + z) = xy + xz.

Thus, the expressions we have for increase of products hold when the letter-numbers take on negative integer values as well i.e., the expressions in 1 and 2 hold good for negative integers values also.

Recall that two algebraic expressions are equal if they take on the same values when their letter-numbers are replaced by numbers. These numbers could be any integers. Mathematical statements that express the equality of two algebraic expressions, such as

$$a(b + 8) = ab + 8a,$$
$$(a + 1)(b - 1) = ab + b - a - 1, \text{ etc.,}$$

are called **identities**.

By how much will the product of two numbers change if one of the numbers is increased by m and the other by n?

? பெருக்கற்பலனில் உள்ள எண்களில் ஒன்று 1 ஆல் அதிகரிக்கப்பட்டு, மற்றொன்று 1 ஆல் குறைக்கப்பட்டால் என்ன நடக்கும்? பெருக்கற்பலனில் ஏதேனும் மாற்றம் இருக்குமா?

மீண்டும் a மற்றும் b என்ற இரண்டு எண்களின் பெருக்கற்பலன் ab ஐ எடுத்துக்கொள்வோம். a ஆனது 1 ஆல் அதிகரிக்கப்பட்டு, b ஆனது1 ஆல் குறைக்கப்பட்டால், அவற்றின் பெருக்கற்பலன் (a + 1) (b - 1) ஆகும். இதை விரிவுபடுத்த நாம் பெறுவது :

$$(a + 1)(b - 1) = (a + 1)b - (a + 1)1$$
$$= ab + b - (a + 1)$$
$$= ab + \boxed{b - a - 1} \quad \ldots (2)$$

அதிகரிப்பு

$(b - a - 1 > 0)$

a = 23, மற்றும் b = 27, நாம் பெறுவது

$$(23 + 1)(27 - 1) = (23 + 1)27 - (23 + 1)1$$
$$= 23 \times 27 + 27 - (23 + 1)$$
$$= 23 \times 27 + \boxed{27 - 23 - 1}$$

அதிகரிப்பு

? பெருக்கற்பலன் எப்போதும் அதிகரிக்குமா? பெருக்கற்பலன் குறையும் 3 உதாரணங்களை கண்டறியவும்.

? a மற்றும் b குறை முழுக்களாக இருக்கும்போது என்ன நடக்கும்?

மேற்கண்ட ஒவ்வொரு நிகழ்விலும் a மற்றும் b க்கு வெவ்வேறு மதிப்புகளை பிரதியிட்டு சரிபார்க்கவும். உதாரணமாக, $a = -5$, $b = 8$; $a = -4$, $b = -5$ போன்றவை.

முழுக்களுக்கும் பங்கீட்டு பண்பை நிறைவு செய்வதை பார்த்தோம், அதாவது, x, y மற்றும் z என்பவை ஏதேனும் மூன்று முழுக்கள் எனில், $x(y + z) = xy + xz$.

எனவே, எழுத்து-எண்கள் குறை முழுக்களின் மதிப்புகளை எடுக்கும்போதும் பெருக்கற்பலன்களின் அதிகரிப்புக்கான கோவைகள் பொருந்தும், அதாவது, 1 மற்றும் 2 இல் உள்ள கோவைகள் குறை முழு எண் மதிப்புகளுக்கும் பொருந்தும்.

இரண்டு இயற்கணித கோவைகளின் எழுத்து-எண்களுக்கு பதிலாக எண்களை மாற்றும்போது அவை ஒரே மதிப்புகளை பெற்றால் அவை சமமானவை என்பதை நினைவில் கொள்க. இந்த எண்கள் எந்த முழுக்களாகவும் இருக்கலாம். இரண்டு இயற்கணித கோவைகளின் சமத்துவத்தை வெளிப்படுத்தும் கணித கூற்றுகள், **முற்றொருமைகள்** என்று அழைக்கப்படுகின்றன. உதாரணமாக,

$$a(b + 8) = ab + 8a,$$

$(a + 1)(b - 1) = ab + b - a - 1$ போன்றவை.

? இரண்டு எண்களில் ஒன்று m ஆலும் மற்றொன்று n ஆலும் அதிகரிக்கப்பட்டால் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் எவ்வளவு மாறும்?

If a and b are the initial numbers being multiplied, they become a + m and b + n.

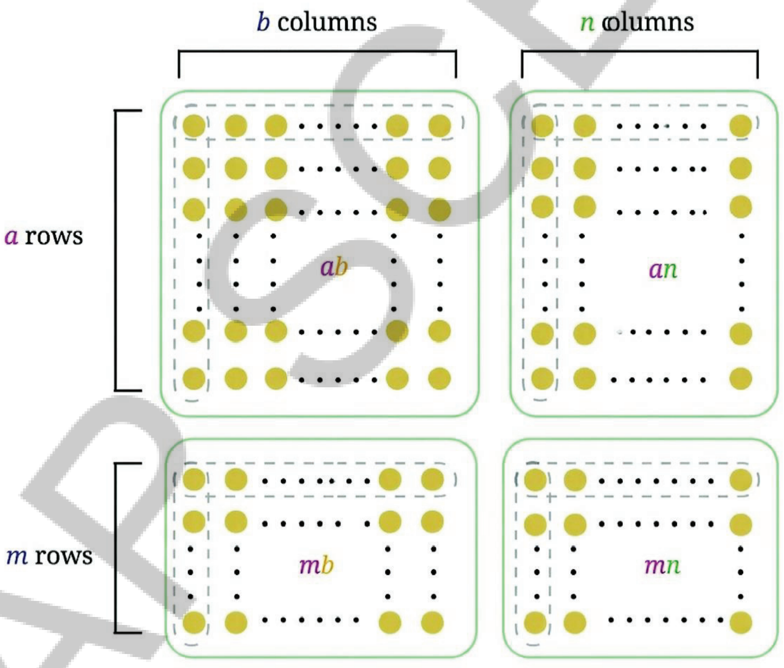
$$(a + m)(b + n) = (a + m)b + (a + m)n$$
$$= ab + mb + an + mn$$

The increase is an + bm + mn.

Notice that the product is the sum of the product of each term of (a + m) with each term of (b + n).

Identity 1 $\quad (a + m)(b + n) = ab + mb + an + mn$

This identity can be visualised as follows -



$(a + m)(b + n)$

This identity can be used to find how products change when the numbers being multiplied are increased or decreased by any amount. Can you see how this identity can be used when one or both numbers are decreased?

For example, let us reconsider the case when one number is increased by 1 and the other decreased by 1. Let us write the product (a + 1) (b - 1) as (a + 1) (b + (-1)). Taking m = 1 and n = -1 in Identity 1, we have

a மற்றும் b என்பவை பெருக்கப்படும் ஆரம்ப எண்கள் எனில், அவை a + m மற்றும் b + n ஆக மாறுகின்றன.

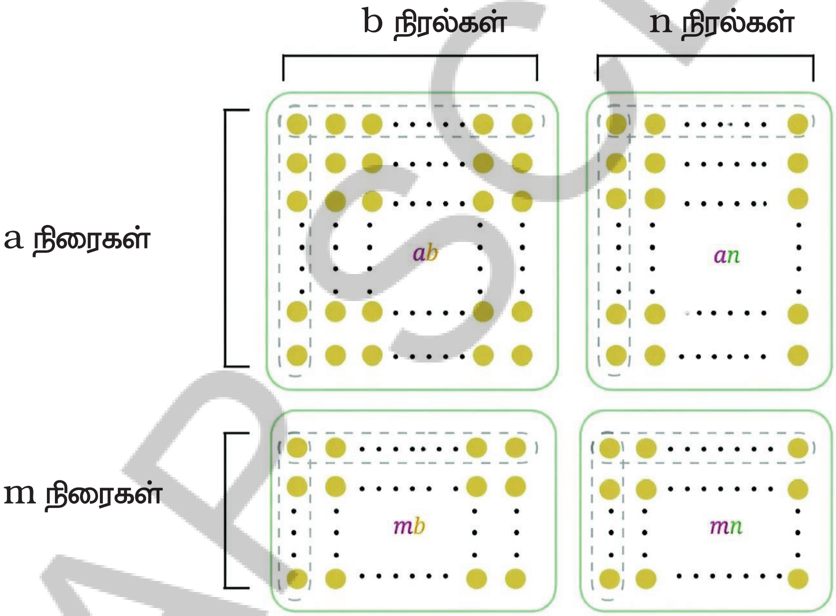
$$(a + m)(b + n) = (a + m)b + (a + m)n$$
$$= ab + mb + an + mn$$

அதிகரிப்பு an + bm + mn ஆகும்.

பெருக்கற்பலன் என்பது (a + m) ன் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் (b + n) ன் ஒவ்வொரு உறுப்புடனும் பெருக்கி வரும் பலன்களின் கூட்டுத்தொகையாகும் என்பதை கவனிக்கவும்.

முற்றொருமை 1 $(a + m)(b + n) = ab + mb + an + mn$

இந்த முற்றொருமையைப் பின்வருமாறு காட்சிப்படுத்தலாம் –



$(a + m)(b + n)$

? பெருக்கப்படும் எண்கள் எந்த அளவிற்கும் அதிகரிக்கப்படும் போதோ அல்லது குறைக்கப்படும்போதோ பெருக்கற்பலன்கள் எவ்வாறு மாறுகின்றன என்பதைக் கண்டறிய இந்த முற்றொருமையை பயன்படுத்தலாம். ஒன்று அல்லது இரண்டு எண்களும் குறைக்கப்படும்போது இந்த முற்றொருமையை எவ்வாறு பயன்படுத்தலாம் என்பதை உங்களால் பார்க்க முடிகிறதா?

உதாரணமாக, ஒரு எண் 1 ஆல் அதிகரிக்கப்பட்டு மற்றொன்று 1 ஆல் குறைக்கப்படும் நிகழ்வை மீண்டும் கவனிப்போம். பெருக்கற்பலன் (a + 1) (b - 1)ஐ (a + 1) (b + (-1)) என எழுதுவோம். முற்றொருமை1 ல் m = 1 மற்றும் n = -1 என எடுத்துக் கொண்டால், நாம் பெறுவது

APSCERT

$$ab + (1) \times b + a \times (-1) + (1) \times (-1) = ab + b - a - 1,$$

which is the same expression that we obtain earlier.

? Use Identity 1 to find how the product changes when

(i) one number is decreased by 2 and the other increased by 3;

(ii) both numbers are decreased, one by 3 and the other by 4.

? Verify the answers by finding the products without converting the subtractions to additions.

Generalising this, we can find the product (a + u) (b - v) as follows.

$$(a + u)(b - v) = (a + u)b - (a + u)v$$
$$= ab + ub - (av + uv)$$
$$= ab + ub - av - uv.$$

Check that this is the same as taking m = u and n = -v in Identity 1.

As in Identity 1, the product (a + u) (b - v) is the sum of the product of each term of a + u (a and u) with each term of b - v (b and (-v)). Notice that the signs of the terms in the products can be determined using the usual rules of integer multiplication.

See how the rules of integer multiplication allows us to handle multiple cases using a single identity!

? Expand (i) (a - u) (b + v), (ii) (a - u) (b - v).

We get

$$(a - u)(b + v) = ab - ub + av - uv, \text{ and}$$
$$(a - u)(b - v) = ab - ub - av + uv.$$

The distributive property is not restricted to two terms within a bracket.

? **Example 1:** Expand $\frac{3a}{2}\left(a - b + \frac{1}{5}\right)$

$$\frac{3a}{2}\left(a - b + \frac{1}{5}\right) = \left(\frac{3a}{2} \times a\right) - \left(\frac{3a}{2} \times b\right) + \left(\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5}\right)$$

The terms can be simplified as follows -

$$\frac{3a}{2} \times a = \frac{3}{2} \times (a \times a)$$

$$ab + (1) \times b + a \times (-1) + (1) \times (-1) = ab + b - a - 1,$$

இது நாம் முன்பு பெற்ற அதே கோவையாகும்.

? முற்றொருமை 1 ஐ பயன்படுத்தி பின்வரும் நிலைகளில் பெருக்கற்பலன் எவ்வாறு மாறுகிறது என்பதை கண்டறியவும்.

(i) ஒரு எண் 2 ஆல் குறைக்கப்பட்டு மற்றொன்று 3 ஆல் அதிகரிக்கப்படும் போது;

(ii) இரண்டு எண்களில் ஒன்று 3 ஆல் மற்றொன்று 4 ஆல் குறைக்கப்படும் போது.

? கழித்தல்களை கூட்டல்களாக மாற்றாமல் பெருக்கற்பலன்களை கண்டறிந்து விடைகளை சரிபார்க்கவும்.

இதை பொதுமைப்படுத்தி $(a + u)\ (b - v)$ என்ற பெருக்கற்பலனை பின்வருமாறு கண்டறியலாம்.

$$\begin{aligned}(a + u)(b - v) &= (a + u)\, b - (a + u)\, v \\ &= ab + ub - (av + uv) \\ &= ab + ub - av - uv.\end{aligned}$$

முற்றொருமை 1 ல் $m = u$ மற்றும் $n = -v$ என்பதற்கு இது சமமா என்பதை சரிபார்க்கவும். முற்றொருமை 1 ல் உள்ளதை போலவே, பெருக்கற்பலன் $(a + u)\ (b - v)$ என்பது $(a + u)$ ன் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் (a மற்றும் u), $(b - v)$ ன் ஒவ்வொரு உறுப்புடனும் (b மற்றும் $(-v)$) பெருக்கி வரும் பலன்களின் கூட்டுத்தொகையாகும். முழுக்களில் பெருக்கலின் வழக்கமான விதிகளை பயன்படுத்தி பெருக்கற்பலன்களில் உள்ள உறுப்புகளின் குறிகளை தீர்மானிக்க முடியும் என்பதை கவனிக்கவும்.

முழுக்கள் பெருக்கலின் விதிகள் எவ்வாறு பல நிகழ்வுகளை ஒரே முற்றொருமையை பயன்படுத்த அனுமதிக்கிறது என்பதை பாருங்கள்!

? விரிவுபடுத்துக : (i) $(a - u)\ (b + v)$, (ii) $(a - u)\ (b - v)$

நாம் பெறுவது

$$(a - u)(b + v) = ab - ub + av - uv, \text{ மற்றும்}$$
$$(a - u)(b - v) = ab - ub - av + uv.$$ మనకు లభించేవి

பங்கீட்டு பண்பு என்பது அடைப்புக்குறிக்குள் உள்ள இரண்டு உறுப்புகளுக்கு மட்டும் கட்டுப்பட்டதல்ல.

? எடுத்துக்காட்டு 1: விரிவுபடுத்துக. $\frac{3a}{2}\left(a - b + \frac{1}{5}\right)$

$$\frac{3a}{2}\left(a - b + \frac{1}{5}\right) = \left(\frac{3a}{2} \times a\right) - \left(\frac{3a}{2} \times b\right) + \left(\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5}\right)$$

உறுப்புகளை பின்வருமாறு சுருக்கலாம்.

$$\frac{3a}{2} \times a = \frac{3}{2} \times (a \times a)$$

APSCERT

Using exponent notation, we can write $\frac{3}{2} \times (a \times a) = \frac{3}{2}a^2$

$$\frac{3a}{2} \times b = \frac{3}{2} \times (a \times b) = \frac{3}{2}ab$$

$$\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5} = (\frac{3}{2} \times \frac{1}{5})a = \frac{3}{10}a$$

So we get

$$\frac{3a}{2}(a - b + \frac{1}{5}) = \frac{3}{2}a^2 - \frac{3}{2}ab + \frac{3}{10}a.$$

? Can any two terms be added to get a single term?

For example, can $\frac{3}{2}a^2$ and $\frac{3}{10}a$ be added to get a single term?

We see that no two terms have exactly the same letter-numbers, which would have allowed them to be simplified into a single term. So, a further simplification of the expression is not possible.

Recall that we call terms having the same letter-numbers as **like terms**.

? Example 2: Expand (a + b) (a + b).

We have $(a + b)(a + b) = (a+b)a + (a + b)b = a \times a + b \times a + ab + b \times b$

$$= a^2 + ba + ab + b^2$$

Since ba = ab, we have two terms having the same letter-numbers ab (or, that are like terms), and so can be added

$$ba + ab = ab + ab = 2ab$$

So we get

$$(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2.$$

? Example 3: Expand $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$.

$(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = (a + b)a^2 + (a + b) \times 2ab + (a + b)b^2$

$= (a \times a^2) + ba^2 + (a \times 2ab) + (b \times 2ab) + ab^2 + (b \times b^2)$

The terms can be simplified as follows -

$$a \times a^2 = a^3 \text{ (why?)}$$

$$ba^2 = a^2b$$

$$a \times 2ab = 2 \times a \times a \times b = 2a^2b$$

$$b \times 2ab = 2 \times a \times b \times b = 2ab^2$$

$$b \times b^2 = b^3$$

AP SCERT

அடுக்கு குறிகளை பயன்படுத்தி $\frac{3}{2} \times (a \times a) = \frac{3}{2} a^2$ என எழுதலாம்.

$$\frac{3a}{2} \times b = \frac{3}{2} \times (a \times b) = \frac{3}{2} ab$$

$$\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5} = (\frac{3}{2} \times \frac{1}{5})a = \frac{3}{10} a$$

எனவே நாம் பெறுவது

$$\frac{3a}{2}(a - b + \frac{1}{5}) = \frac{3}{2} a^2 - \frac{3}{2} ab + \frac{3}{10} a.$$

? ஏதேனும் இரண்டு உறுப்புகளை கூட்டி ஒற்றை உறுப்பை பெற முடியுமா?

உதாரணமாக, $\frac{3}{2} a^2$ மற்றும் $\frac{3}{10} a$ ஐ கூட்டி ஒற்றை உறுப்பை பெற முடியுமா?

எந்த இரண்டு உறுப்புகளும் சரியாக அதே எழுத்து-எண்களை கொண்டிருக்கவில்லை என்பதை நாம் காண்கிறோம். அப்படி இருந்திருந்தால் அவற்றை ஒற்றை உறுப்பாக சுருக்கியிருக்க முடியும். எனவே, கோவையை மேலும் சுருக்குவது சாத்தியமில்லை.

ஒரே எழுத்து-எண்களை கொண்ட உறுப்புகளை **ஓரின உறுப்புகள்** என்று அழைக்கிறோம் என்பதை நினைவில் கொள்க.

? எடுத்துக்காட்டு 2: $(a + b)(a + b)$ ஐ விரிவுபடுத்துக.

$$(a + b)(a + b) = (a+b)a + (a + b)b = a \times a + b \times a + ab + b \times b$$
$$= a^2 + ba + ab + b^2$$

$ba = ab$ என்பதால், ஒரே எழுத்து-எண்களான ab ஐ கொண்ட இரண்டு உறுப்புகள் உள்ளன (அல்லது ஒத்த உறுப்புகள்). எனவே அவற்றைக் கூட்டலாம்.

$$ba + ab = ab + ab = 2ab$$

எனவே நாம் பெறுவது

$$(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2.$$

? எடுத்துக்காட்டு 3: $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$ ஐ விரிவுபடுத்துக.

$$(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = (a + b)a^2 + (a + b) \times 2ab + (a + b)b^2$$
$$= (a \times a^2) + ba^2 + (a \times 2ab) + (b \times 2ab) + ab^2 + (b \times b^2)$$

உறுப்புகளை பின்வருமாறு சுருக்கலாம்.

$$a \times a^2 = a^3 \text{ (ஏன்?)}$$

$$ba^2 = a^2b$$

$$a \times 2ab = 2 \times a \times a \times b = 2a^2b$$

$$b \times 2ab = 2 \times a \times b \times b = 2ab^2$$

$$b \times b^2 = b^3$$

So, $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$.

We see that a^2b and $2a^2b$ have the same letter-numbers (or, are like

$$a^2b + 2a^2b = (1 + 2)\, a^2 b = 3a^2 b.$$

Similarly, ab^2 and $2ab^2$ are like terms and so can be added

$$ab^2 + 2ab^2 = (1 + 2)ab^2 = 3ab^2.$$

Thus, we have

$$(a + b) \times (a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

A Pinch of History

The distributive property of multiplication over addition was implicit in the calculations of mathematicians in many ancient civilisations, particularly in ancient Egypt, Mesopotamia, Greece, China, and India. For example, the mathematicians Euclid (in geometric form) and Aryabhata (in algebraic form) used the distributive law in an implicit manner extensively in their mathematical and scientific works. The first explicit statement of the distributive property was given by Brahmagupta in his work Brahmasphutasiddhanta (Verse 12.55), who referred to the use of the property for multiplication as khanda-gunanam (multiplication by parts). His verse states, "The multiplier is broken up into two or more parts whose sum is equal to it; the multiplicand is then multiplied by each of these and the results added". That is, if there are two parts, then using letter symbols this is equivalent to the identity $(a + b)\, c = ac + bc$. In the next verse (Verse 12.56), Brahmagupta further describes a method for doing fast multiplication using this distributive property, which we explore further in the next section.

Figure it Out - 6.1

1. Observe the multiplication grid below. Each number inside the grid is formed by multiplying two numbers. If the middle number of a 3×3 frame is given by the expression pq, as shown in the figure, write the expressions for the other numbers in the grid.

AP SCERT

எனவே, $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$.

a^2b மற்றும் $2a^2b$ ஆகியவை ஒரே எழுத்து-எண்களை கொண்டுள்ளன (அதாவது, ஓரின உறுப்புகள்) என்பதை நாம் காண்கிறோம்.

$$a^2b + 2a^2b = (1 + 2)\, a^2\, b = 3a^2\, b.$$

இதேபோல், ab^2 மற்றும் $2ab^2$ ஆகியவை ஒத்த உறுப்புகள். எனவே அவற்றை கூட்டலாம்.

$$ab^2 + 2ab^2 = (1 + 2)ab^2 = 3ab^2.$$

எனவே, நாம் பெறுவது

$$(a + b) \times (a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

வரலாற்றில் ஒரு துளி

கூட்டல் மீதான பெருக்கலின் பங்கீட்டு பண்பு பல பண்டைய நாகரிகங்களில், குறிப்பாக பண்டைய எகிப்து, மெசபடோமியா, கிரேக்கம், சீனா மற்றும் இந்தியாவிலுள்ள கணிதவியலாளர்களின் கணக்கீடுகளில் மறைமுகமாக இருந்தது. உதாரணமாக, கணிதவியலாளர்களான யூக்ளிட் (வடிவியல் வடிவத்தில்) மற்றும் ஆரியபட்டர் (இயற்கணித வடிவத்தில்) தங்களின் கணித மற்றும் அறிவியல் பணிகளில் பங்கீட்டு விதியை மறைமுகமாக விரிவாக பயன்படுத்தினர். பங்கீட்டு பண்பின் முதல் வெளிப்படையான கூற்று பிரம்மகுப்தரால் அவரது பிரம்மஸ்புடசித்தாந்தம் (சுலோகம் 12.55) என்ற படைப்பில் வழங்கப்பட்டது, அவர் பெருக்கலுக்கான பண்பின் பயன்பாட்டை கண்ட-குணனம் (பகுதிகளாக பெருக்குதல்) எனக் குறிப்பிட்டார். அவரது சுலோகம் கூறுகிறது, “பெருக்கப்படும் எண் அதன் கூட்டுத்தொகைக்கு சமமான இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது; பின்னர் பெருக்கப்பட வேண்டிய எண் இவற்றில் ஒவ்வொன்றுடனும் பெருக்கப்பட்டு முடிவுகள் கூட்டப்படுகின்றன” என அவரின் சுலோகம் குறிப்பிடுகிறது. அதாவது, இரண்டு பகுதிகள் இருந்தால், எழுத்து குறியீடுகளை பயன்படுத்தும்போது இது $(a + b)\, c = ac + bc$ என்ற முற்றொருமைக்கு சமம். அடுத்த சுலோகத்தில் (சுலோகம் 12.56), பிரம்மகுப்தர் இந்த பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி விரைவாக பெருக்கும் முறையை மேலும் விவரிக்கிறார். அதை நாம் அடுத்த பகுதியில் விரிவாக ஆராய்வோம்.

கண்டுபிடிப்போம் – 6.1

1. கீழே உள்ள பெருக்கல் கட்டத்தை உற்றுநோக்குக. கட்டத்திற்குள் உள்ள ஒவ்வொரு எண்ணும் இரண்டு எண்களை பெருக்குவதன் மூலம் உருவாக்கப்படுகிறது. ஒரு 3×3 கட்டத்தின் நடுவில் உள்ள எண் ‘pq’ என்ற கோவையால் கொடுக்கப்பட்டால், படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, கட்டத்தில் உள்ள மற்ற எண்களுக்கான கோவைகளை எழுதுக.

AP SCERT

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3×5	3×6	3×7
4×5	4×6	4×7
5×5	5×6	5×7

	pq	

2. Expand the following products.

   (i) $(3 + u)(v - 3)$ (ii) $\frac{2}{3}(15 + 6a)$

   (iii) $(10a + b)(10c + d)$ (iv) $(3 - x)(x - 6)$

   (v) $(-5a + b)(c + d)$ (vi) $(5 + z)(y + 9)$

3. Find 3 examples where the product of two numbers remains unchanged when one of them is increased by 2 and the other is decreased by 4. For an example, $1 \times 6 = (1 + 2) \times (6 - 4)$

4. Expand (i) $(a + ab - 3b^2)(4 + b)$, and (ii) $(4y + 7)(y + 11z - 3)$.
5. Expand (i) $(a - b)(a + b)$, (ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ and (iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$, Do you see a pattern? What would be the next identity in the pattern that you see? Can you check it by expanding?

6.1.1 Fast Multiplications Using the Distributive Property

The distributive property can be used to come up with quick methods of multiplication when certain types of numbers are multiplied.

When one of the numbers is 11, 101, 1001, ...

? Use the following multiplications to find the product of a number with 11 in a single step.

(a) 3874×11 (b) 5678×11

Let us take the first multiplication.

$$3874 \times 11 = 3874\,(10 + 1) = 38740 + 3874$$

$$\begin{array}{r} 38740 \\ +\ 3874 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

AP SCERT

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3×5	3×6	3×7
4×5	4×6	4×7
5×5	5×6	5×7

	pq	

2. பின்வரும் பெருக்கற்பலன்களை விரிவுபடுத்துக.

(i) $(3 + u)(v - 3)$ (ii) $\frac{2}{3}(15 + 6a)$

(iii) $(10a + b)(10c + d)$ (iv) $(3 - x)(x - 6)$

(v) $(-5a + b)(c + d)$ (vi) $(5 + z)(y + 9)$

3. இரண்டு எண்களில் ஒன்று 2 ஆல் அதிகரிக்கப்பட்டு மற்றொன்று 4 ஆல் குறைக்கப்படும் போது, இரண்டு எண்களின் பெருக்கற்பலன் மாறாமல் இருக்கும் 3 உதாரணங்களை காண்க. உதாரணத்திற்கு,

$1 \times 6 = (1+ 2) \times (6 - 4)$

4. விரிவுபடுத்துக (i) $(a + ab - 3b^2)(4 + b)$ மற்றும் (ii) $(4y + 7)(y + 11z - 3)$

5. விரிவுபடுத்துக (i) $(a - b)(a + b)$, (ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ மற்றும் (iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$ நீங்கள் ஒரு அமைப்பை பார்க்கிறீர்களா? நீங்கள் காணும் அமைப்பில் அடுத்த முற்றொருமை என்னவாக இருக்கும்? அதை விரிவுபடுத்துவதன் மூலம் சரிபார்க்க முடியுமா?

6.1.1 பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி விரைவான பெருக்கல்

குறிப்பிட்ட வகையான எண்களை பெருக்கும்போது, விரைவான பெருக்கல் முறைகளை கொண்டுவர பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தலாம்.

எண்களில் ஒன்று 11, 101, 1001, …ஆக இருக்கும்போது

? 11 உடன் ஒரு எண்ணின் பெருக்கற்பலனை ஒரே படியில் கண்டறிய பின்வரும் பெருக்கல்களை பயன்படுத்தவும்.

(a) 3874×11 (b) 5678×11

முதல் பெருக்கலை எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$3874 \times 11 = 3874\,(10 + 1) = 38740 + 3874$$

$$\begin{array}{r} 38740 \\ +\ 3874 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

APSCERT

Notice how the digits are getting added.

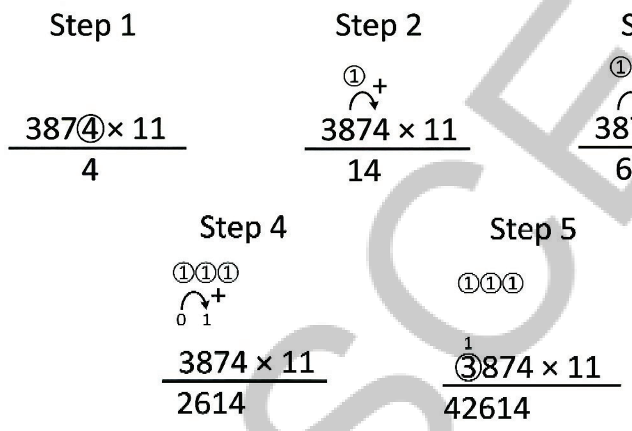
Let us take a 4-digit number dcba, that is, the number that has d in the thousands place, c in the hundreds place, b in the tens place and a in the units place.

$$dcba \times (10 + 1) = dcba \times 10 + dcba.$$

This becomes

d	c	b	a	o
+	d	c	b	a
d	(c + d)	(b + c)	(a + b)	a

This can be used to obtain the product in one line.



? Describe a general rule to multiply a number (of any number of digits) by 11 and write the product in one line.

Evaluate (i) 94 × 11, (ii) 495 × 11, (iii) 3279 × 11, (iv) 4791256 × 11.

? Can we come up with a similar rule for multiplying a number by 101?

? Multiply 3874 by 101.

Let us take a 4-digit number dcba.

$$dcba \times 101 = dcba \times (100 + 1) = dcba \times 100 + dcba.$$

This becomes

d	c	b	a	o	o
+		d	c	b	a
d	c	(b + d)	(a + c)	b	a

? Use this to multiply 3874 × 101 in one line.

AP SCERT

இலக்கங்கள் எவ்வாறு கூட்டப்படுகின்றன என்பதை கவனியுங்கள்.

ஒரு 4-இலக்க எண் dcba ஐ எடுத்துக்கொள்வோம், அதாவது ஆயிரமாவது இடத்தில் d, நூறாவது இடத்தில் c, பத்தாவது இடத்தில் b மற்றும் ஒன்றாம் இடத்தில் a உள்ள எண்,

$$dcba \times (10 + 1) = dcba \times 10 + dcba.$$

இது பின்வருமாறு மாறுகிறது.

d	c	b	a	o
+	d	c	b	a
d	(c + d)	(b + c)	(a + b)	a

பெருக்கற்பலனை ஒரே வரியில் பெற இதை பயன்படுத்தலாம்.

படி 1

387④ × 11
4

படி 2

① +
3874 × 11
14

படி 3

①① +
3874 × 11
614

படி 4

①①① +
0 1
3874 × 11
2614

படி 5

①①①
1
③874 × 11
42614

❓ 11 ஆல் ஒரு எண்ணை (எத்தனை இலக்கங்களாக இருந்தாலும்) பெருக்கி, பெருக்கற்பலனை ஒரே வரியில் எழுதுவதற்கான பொதுவான விதியை விவரிக்கவும்.

மதிப்பிடுக (i) 94×11,(ii) 495×11,(iii) 3279×11,(iv) 4791256×11.

❓ ஒரு எண்ணை 101ஆல் பெருக்குவதற்கு இதேபோன்ற ஒரு விதியைக் கொண்டுவர முடியுமா?

❓ 3874ஐ 101 ஆல் பெருக்குக.

dcba என்ற 4-இலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$dcba \times 101 = dcba \times (100 + 1) = dcba \times 100 + dcba.$$

இது பின்வருமாறு மாறுகிறது.

d	c	b	a	o	o
+		d	c	b	a
d	c	(b + d)	(a + c)	b	a

❓ ஒரே வரியில் 3874 × 101 ஐ பெருக்க இதை பயன்படுத்தவும்.

AP SCERT

What could be a general rule to multiply a number by 101 and write the product in one line? Extend this rule for multiplication by 1001, 10001, ...

Use this to find (i) 89 × 101, (ii) 949 × 101, (iii) 265831 × 1001, (iv) 1111 × 1001, (v) 9734 × 99 and (vi) 23478 × 999.

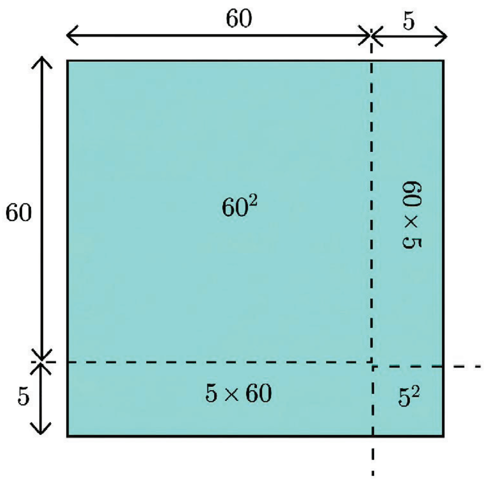
Such methods of applying the distributive property to easily multiply two numbers were discussed extensively in the ancient mathematical works of Brahmagupta (628 CE), Sridharacharya (750 CE) and Bhaskaracharya (Lilavati, 1150 CE). In his work *Brahmasphuta-siddhanta* (Verse 12.56), Brahmagupta refers to such methods for fast multiplication using the distributive property as **ista-gunana.**

6.2 Special Cases of the Distributive Property

Square of the Sum/Difference of Two Numbers

The area of a square of sidelength 60 units is 3600 sq. units (60^2) and that of a square of sidelength 5 units is 25 sq. units (5^2). Can we use this to find the area of a square of sidelength 65 units?

A square of sidelength 65 can be split into 4 regions as shown in the figure - a square of sidelength 60, a square of sidelength 5, and two rectangles of sidelengths 60 and 5. The area of the square of sidelength 65 is the sum of the areas of all its constituent parts. Can you find the areas of the four parts in the figure above?



We get

$65^2 = (60 + 5)^2 = 60^2 + 5^2 + 2 \times (60 \times 5)$.

$= 3600 + 25 + 600 = 4225$ sq. units.

Let us multiply $(60 + 5) \times (60 + 5)$ using the distributive property.

$(60 + 5) \times (60 + 5)$

$= 60 \times 60 + 5 \times 60 + 60 \times 5 + 5 \times 5$

$= 60^2 + 2 \times (60 \times 5) + 5^2$.

AP SCERT

? ஒரு எண்ணை 101ஆல் பெருக்கி, பெருக்கற்பலனை ஒரே வரியில் எழுதுவதற்கான பொதுவான விதி என்னவாக இருக்கும்? 1001, 10001 ஆல் பெருக்க இந்த விதியை விரிவுபடுத்துக.

? இதை பயன்படுத்தி (i) 89×101, (ii) 949×101, (iii) 265831×1001, (iv) 1111×1001, (v) 9734×99 மற்றும் (vi) 23478×999 ஆகியவற்றை கண்டறிக..

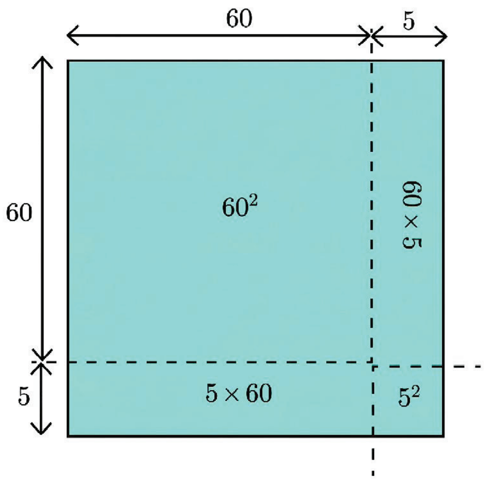
இரண்டு எண்களை எளிதாக பெருக்கப் பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தும் இத்தகைய முறைகள் பிரம்மகுப்தர் (628 CE), ஸ்ரீதராச்சார்யா (750 CE) மற்றும் பாஸ்கராச்சார்யா (லீலாவதி, 1150 CE) ஆகியோரின் பண்டைய கணித படைப்புகளில் விரிவாக விவாதிக்கப்பட்டன. பிரம்மகுப்தர் அவரது படைப்பான பிரம்மஸ்புடசித்தாந்தாவில் (சுலோகம் 12.56), பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி விரைவான பெருக்கலுக்கான இத்தகைய முறைகளை **இஷ்ட-குணனம்** என்று குறிப்பிடுகிறார்.

6.2 பங்கீட்டு பண்பின் சிறப்பு நிகழ்வுகள்

இரண்டு எண்களின் கூட்டல்/கழித்தலின் வர்க்கம்

? 60 அலகுகள் பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு 3600 ச.அலகுகள் (60^2) மற்றும் 5 அலகுகள் பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு 25 ச.அலகுகள் (5^2). 65 அலகுகள் பக்க அளவுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவை கண்டறிய இதை பயன்படுத்தலாமா?

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி 65 பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்தை 4 பகுதிகளாக பிரிக்கலாம் - 60 பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரம், 5 பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரம் மற்றும் 60, 5 பக்க அளவுகளை கொண்ட இரண்டு செவ்வகங்கள். 65 பக்க அளவுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு அதன் அனைத்து பகுதிகளின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலாகும். மேலே உள்ள படத்தில் உள்ள நான்கு பகுதிகளின் பரப்பளவுகளை உங்களால் காண முடிகிறதா?



நாம் பெறுவது

$65^2 = (60 + 5)^2 = 60^2 + 5^2 + 2 \times (60 \times 5)$.

$= 3600 + 25 + 600 = 4225$ ச.அலகுகள்.

பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி $(60 + 5) \times (60 + 5)$ ஐ பெருக்குவோம்.

$(60 + 5) \times (60 + 5)$

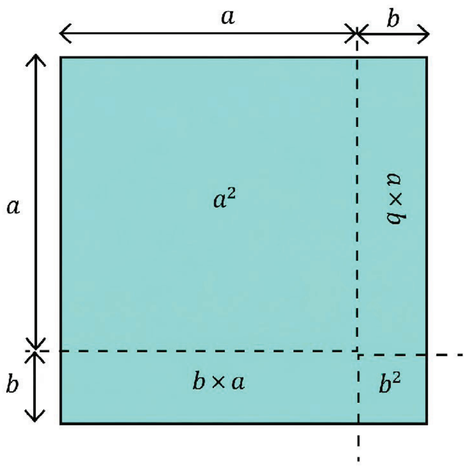
$= 60 \times 60 + 5 \times 60 + 60 \times 5 + 5 \times 5$

$= 60^2 + 2 \times (60 \times 5) + 5^2$.

? What if we write 65^2 as $(30 + 35)^2$ or $(52 + 13)^2$?

Draw the figures and check the area that you get.

Let us look at the general expression for the square of sum of two numbers, $(a + b)^2$.



Using the distributive property, $(a+b)^2$ can be expanded as

$$(a+b) \times (a+b) = a{\times}a + a{\times}b + b{\times}a + b{\times}b$$

$$= a^2 + 2ab + b^2,$$

as we had already seen in Example 2.

Identity 1A $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

? If a and b are any two integers, is $(a + b)^2$ always greater than $a^2 + b^2$? If not, when is it greater?

? Use Identity 1A to find the values of 104^2, 37^2. (Hint: Decompose 104 and 37 into sums or differences of numbers whose squares are easy to compute.)

? Use Identity 1A to write the expressions for the following.

(i) $(m + 3)^2$ (ii) $(6 + p)^2$

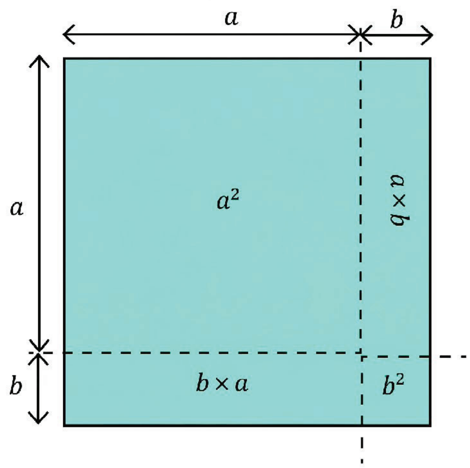
? Expand $(6x + 5)^2$.

Using the Distributive Property	Using the Identity
$(6x + 5)^2 = (6x + 5)(6x + 5)$ $= (6x \times 6x) + (5 \times 6x)$ $+(6x \times 5) + 5 \times 5$ $= (6x)^2 + 2(6x \times 5) + 5^2$ $= 36x^2 + 60x + 25.$	$(6x + 5)^2 = (6x)^2 + 5^2 + 2 \times (6x \times 5)$ $= 36x^2 + 25 + 60x.$ $= 36x^2 + 60x + 25$

APSCERT

? நாம் 65^2 ஐ $(30 + 35)^2$ அல்லது $(52 + 13)^2$ என எழுதினால் என்ன ஆகும்? படங்களை வரைந்து நீங்கள் பெறும் பரப்பளவை சரிபார்க்கவும்.

இரண்டு எண்களின் கூட்டலின் வர்க்கத்திற்கான பொதுவான கோவை $(a+b)^2$ ஐ பார்ப்போம். பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி, $(a+b)^2$ ஐ பின்வருமாறு விரிவுபடுத்தலாம்:



$$(a+b) \times (a+b) = a{\times}a + a{\times}b + b{\times}a + b{\times}b$$

$$= a^2 + 2ab + b^2,$$

எடுத்துக்காட்டு 2-ல் நாம் ஏற்கனவே பார்த்தபடி.

முற்றொருமை 1A $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

? a மற்றும் b ஏதேனும் இரண்டு முழுக்கள் எனில் $(a + b)^2$ எப்போதும் $a^2 + b^2$ ஐ விட பெரியதாக இருக்குமா? இல்லையெனில், அது எப்போது பெரியதாக இருக்கும்?

? 104^2, 37^2 ன் மதிப்புகளை கண்டறிய முற்றொருமை1A ஐ பயன்படுத்தவும். (குறிப்பு:: 104 மற்றும் 37 ஐ அவற்றின் வர்க்கங்களை எளிதாக கணக்கிடக்கூடிய எண்களின் கூட்டல் அல்லது கழித்தலாக பிரிக்கவும்.)

? பின்வருவனவற்றிற்கான கோவைகளை எழுத முற்றொருமை 1A ஐ பயன்படுத்தவும்:

(i) $(m + 3)^2$ (ii) $(6 + p)^2$

? $(6x + 5)^2$ ஐ விரிவுபடுத்துக.

பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்துதல்	**முற்றொருமையை பயன்படுத்துதல்**
$(6x + 5)^2 = (6x + 5)(6x + 5)$ $= (6x \times 6x) + (5 \times 6x)$ $+ (6x \times 5) + 5 \times 5$ $= (6x)^2 + 2(6x \times 5) + 5^2$ $= 36x^2 + 60x + 25$	$(6x + 5)^2 = (6x)^2 + 5^2 + 2 \times (6x \times 5)$ $= 36x^2 + 25 + 60x$ $= 36x^2 + 60x + 25$

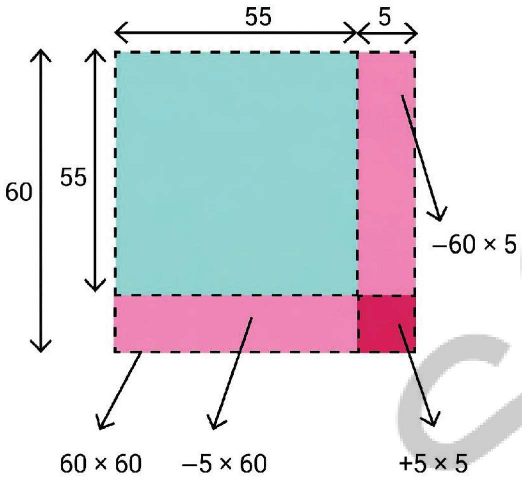
APSCERT

If you have difficulty remembering or using the general rule, you can just apply the distributive property to multiply and get the desired result.

? Expand $(3j + 2k)^2$ using both the identity and by applying the distributive property.

? Can we use 60^2 (= 3600) and 5^2 (= 25) to find the value of $(60 - 5)^2$ or 55^2? Let us approach this through geometry by drawing a square of side length 55 sitting inside a square of side length 60.

Area of a square of sidelength 55 is $(60 - 5)^2 = 55^2$.



We can get the area of the square of sidelength 55 by taking the area of the square of sidelength 60 and removing the areas of the two rectangles of sidelengths 60 and 5, i.e., $60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60)$. By doing this, we remove the area of the small square of sidelength 5 twice. What can we do with this expression to get the actual area?

We can add back the area of the square of sidelength 5 to this expression. That way, we are only subtracting this area once.

So,

$$(60 - 5)^2 = 60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60) + 5^2$$
$$= 3600 - 300 - 300 + 25$$
$$= 3025.$$

The area of the square of sidelength 55 is 3025 sq. units.

We have seen what $(a + b)^2$ gives when expanded. What is the expansion of $(a - b)^2$?

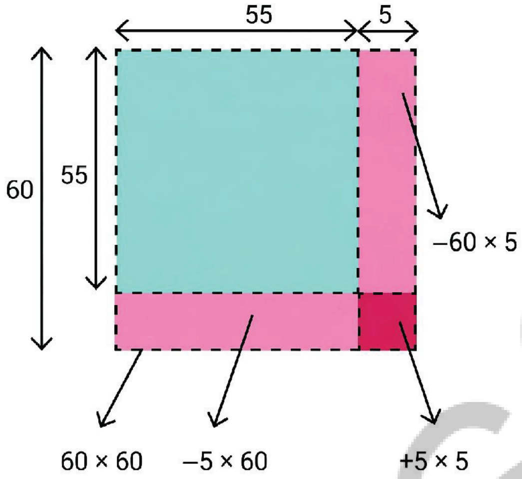
Using the distributive property,

$$(a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$$
$$= (a)^2 - ba - ab + (b)^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2.$$

பொதுவான விதியை நினைவில் கொள்வதற்கோ அல்லது பயன்படுத்துவதற்கோ உங்களுக்கு சிரமமாக இருந்தால், நீங்கள் விரும்பிய முடிவை பெற பெருக்கலின் பங்கீட்டு பண்பை நேரடியாக பயன்படுத்தலாம்.

? முற்றொருமை மற்றும் பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி $(3j + 2k)^2$ ஐ விரிவுபடுத்துக.

? $(60 - 5)^2$ அல்லது 55^2 ன் மதிப்பை கண்டறிய நாம் 60^2 (= 3600) மற்றும் 5^2 (= 25) ஆகியவற்றை பயன்படுத்தலாமா? 60 அலகுகள் பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்திற்குள் 55 அலகுகள் பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்தை வரைவதை வடிவவியலின் மூலம் அணுகுவோம். 55 அலகுகள் பக்க அளவுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு $(60 - 5)^2 = 55^2$.



பக்க நீளம் 60 உடைய சதுரத்தின் பரப்பளவை எடுத்துக்கொண்டு, பக்க நீளங்கள் 60 மற்றும் 5 ஆக கொண்ட இரண்டு செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகளை நீக்குவதன் மூலம் பக்க நீளம் 55 ஐ உடைய சதுரத்தின் பரப்பளவை நாம் பெறலாம். அதாவது, $60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60)$. இதை செய்வதன் மூலம், பக்க நீளம் 5 ஐ உடைய சிறிய சதுரத்தின் பரப்பளவை இருமுறை நீக்குகிறோம். உண்மையான பரப்பளவை பெற இந்த கோவையுடன் நாம் என்ன செய்யலாம்? இந்த கோவையுடன் பக்க நீளம் 5 ஐ உடைய சதுரத்தின் பரப்பளவை மீண்டும் கூட்டலாம். அந்த வகையில், இந்த பரப்பளவை ஒருமுறை மட்டுமே கழிக்கிறோம்.

எனவே,

$$(60 - 5)^2 = 60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60) + 5^2$$
$$= 3600 - 300 - 300 + 25$$
$$= 3025.$$

பக்க நீளம் 55ஐ உடைய சதுரத்தின் பரப்பளவு 3025 ச. அலகுகள்.

$(a + b)^2$ ஐ விரிவுபடுத்தும்போது என்ன கிடைக்கிறது என்பதை பார்த்தோம். $(a - b)^2$ ன் விரிவு என்ன?

பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி,

$$(a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$$
$$= (a)^2 - ba - ab + (b)^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2.$$

We can also use the expansion of $(a + b)^2$ to find the expansion of $(a - b)^2$. Think how.

Hint: $(a - b)^2 = (a + (-b)^2$.

We can now directly use the expansion of $(a + b)^2$.

$(a + (-b)^2 = (a)^2 + (-b)^2 + 2 \times (a) \times (-b)$

Identity 1B $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

Find the general expansion of $(a - b)^2$ using geometry, as we did for 55^2.

Use the identity $(a - b)^2$ to find the values of (a) 99^2 and (b) 58^2.

Expand the following using both Identity 1B and by applying the distributive property

(i) $(b - 6)^2$ (ii) $(- 2a + 3)^2$ (iii) $\left(7y - \frac{3}{4z}\right)^2$

Investigating Patterns

Pattern 1

Look at the following pattern.

$$2\,(2^2 + 1^2) = 3^2 + 1^2$$
$$2\,(3^2 + 1^2) = 4^2 + 2^2$$
$$2\,(6^2 + 5^2) = 11^2 + 1^2$$
$$2\,(5^2 + 3^2) = 8^2 + 2^2.$$

Take a pair of natural numbers. Calculate the sum of their squares. Can you write twice this sum as a sum of two squares? (i.e., as the above Pattern 1)

Try this with other pairs of numbers. Have you figured out a pattern? Notice that $2\,(6^2 + 5^2) = (6 + 5)^2 + (6 - 5)^2$.

Do the identities below help in explaining the observed pattern?

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2)$$

Adding the like terms $a^2 + a^2 = 2a^2$, $b^2 + b^2 = 2b^2$ and $2ab - 2ab = 0$, we get

$$2\,(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2.$$

Pattern 2

Here is a related pattern. Try to describe the pattern using algebra to determine if the pattern always holds.

AP SCERT

? $(a + b)^2$ ன் விரிவை கண்டறிய $(a - b)^2$ ன் விரிவையும் நாம் பயன்படுத்தலாம். எப்படி என்று சிந்தியுங்கள்.

குறிப்பு: $(a - b)^2 = (a + (-b)^2$.

இப்போது நாம் நேரடியாக $(a + b)^2$ ன் விரிவை பயன்படுத்தலாம்.

$(a + (-b)^2 = (a)^2 + (-b)^2 + 2 \times (a) \times (-b)$

முற்றொருமை 1B $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

? 55^2 க்கு செய்தது போல், வடிவியலை பயன்படுத்தி $(a - b)^2$ ன் பொதுவான விரிவை கண்டறியவும்.

? (a) 99^2 மற்றும் (b) 58^2 ஆகியவற்றின் மதிப்புகளை கண்டறிய $(a - b)^2$ முற்றொருமையை பயன்படுத்தவும்.

? முற்றொருமை1B மற்றும் பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றை விரிவுபடுத்துக:

(i) $(b - 6)^2$ (ii) $(- 2a + 3)^2$ (iii) $\left(7y - \dfrac{3}{4z}\right)^2$

அமைப்புகளை ஆராய்தல்

அமைப்பு 1

பின்வரும் அமைப்பை கவனியுங்கள்.

$$2\,(2^2 + 1^2) = 3^2 + 1^2$$
$$2\,(3^2 + 1^2) = 4^2 + 2^2$$
$$2\,(6^2 + 5^2) = 11^2 + 1^2$$
$$2\,(5^2 + 3^2) = 8^2 + 2^2$$

? ஒரு ஜோடி இயல் எண்களை எடுத்து கொள்ளுங்கள். அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூடுதலை கணக்கிடுக. இந்த கூடுதலின் இருமடங்கை இரண்டு வர்க்கங்களின் கூட்டலாக எழுத முடியுமா? (அதாவது, மேலே உள்ள அமைப்பு 1 போல்)

மற்ற எண் ஜோடிகளுடன் இதை முயன்று பாருங்கள். நீங்கள் ஒரு அமைப்பை கண்டுபிடித்துவிட்டீர்களா?

$2\,(6^2 + 5^2) = (6 + 5)^2 + (6 - 5)^2$ என்பதை கவனியுங்கள்.

? கீழே உள்ள முற்றொருமைகள் உற்றுநோக்கப்பட்ட அமைப்பை விளக்க உதவுகின்றனவா?

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2)$$

ஓரின உறுப்புகளை கூட்ட, $a^2 + a^2 = 2a^2$, $b^2 + b^2 = 2b^2$ மற்றும் $2ab - 2ab = 0$

நாம் பெறுவது $2\,(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$

அமைப்பு 2

? இங்கே தொடர்புடைய ஒரு அமைப்பு உள்ளது. அமைப்பு எப்போதும் பொருந்துமா என்பதை தீர்மானிக்க இயற்கணிதத்தை பயன்படுத்தி அமைப்பை விவரிக்க முயலுங்கள்.

AP SCERT

$$9 \times 9 - 1 \times 1 = 10 \times 8$$

$$8 \times 8 - 6 \times 6 = 14 \times 2$$

$$7 \times 7 - 2 \times 2 = 9 \times 5$$

$$10 \times 10 - 4 \times 4 = 14 \times 6$$

The pattern here appears to be $a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)$.

Is this a true identity? Using the distributive property, we get

$$(a + b) \times (a - b) = a^2 - ab + ba - a^2.$$

Adding the like terms, $ab + (-ab) = 0$, we see that indeed

Identity 1C $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$.

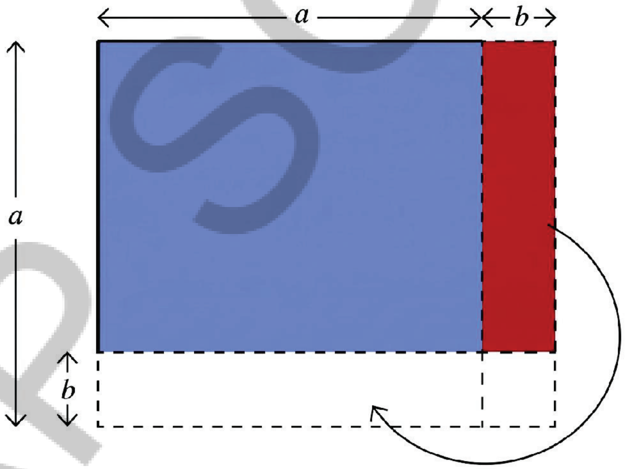
You had seen this identity earlier in Figure it Out 6.1 - 5 (i).

Try This

? Use Identity 1C to calculate 98×102, and 45×55.

? Show that $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$ geometrically.

Hint :



What do we get when this piece is moved?

Sridharacharya (750 CE) gave an interesting method to quickly compute the squares of numbers using Identity 1C! Consider the following modified form of this identity -

$$a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$$

? Why is this identity true?

Now, for example, 31^2 can be found by taking $a = 31$ and $b = 1$.

AP SCERT

$$9 \times 9 - 1 \times 1 = 10 \times 8$$

$$8 \times 8 - 6 \times 6 = 14 \times 2$$

$$7 \times 7 - 2 \times 2 = 9 \times 5$$

$$10 \times 10 - 4 \times 4 = 14 \times 6$$

இங்குள்ள அமைப்பு $a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)$ என தோன்றுகிறது.

இது உண்மையான முற்றொருமையா? பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்த, நாம் பெறுவது

$(a + b) \times (a - b) = a^2 - ab + ba - a^2$.

ஓரின உறுப்புகளை கூட்ட, $ab + (- ab) = 0$. இது உண்மை என்பதை கவனிக்கலாம்.

முற்றொருமை 1C $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$.

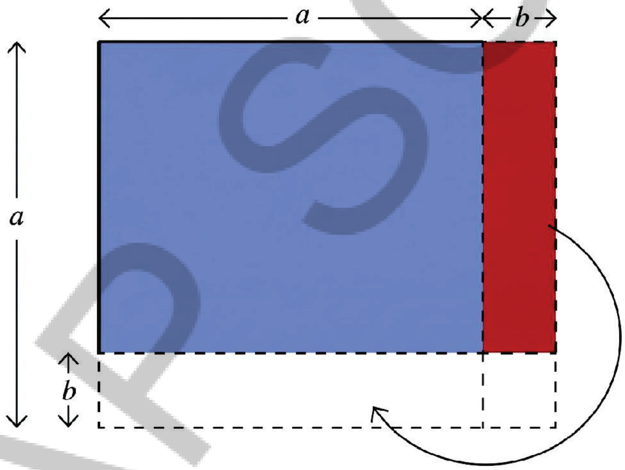
இந்த முற்றொருமையை நீங்கள் முன்னரே கண்டுபிடிப்போம் 6.1–5(i)ல் பார்த்தீர்கள்.

? 98×102 மற்றும் 45×55 ஆகியவற்றை கணக்கிட முற்றொருமை 1C ஐ பயன்படுத்தவும்.

? $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$ என்பதை வடிவியல் முறையில் காட்டுக.

குறிப்பு :

முயற்சி செய்



ஸ்ரீதராச்சார்யா (750 CE) முற்றொருமை 1C ஐ பயன்படுத்தி எண்களின் வர்க்கங்களை விரைவாக கணக்கிட ஒரு சுவாரஸ்யமான முறையை அளித்தார்! இந்த முற்றொருமையின் பின்வரும் மாற்றியமைக்கப்பட்ட வடிவத்தை கருத்தில் கொள்க.

$$a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$$

? இந்த முற்றொருமை ஏன் உண்மை?

இப்போது, உதாரணமாக, $a = 31$ மற்றும் $b = 1$ என எடுத்துக்கொள்வதன் மூலம் 31^2 ஐ கண்டுபிடிக்கலாம்.

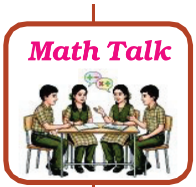
$$31^2 = (31 + 1)(31 - 1) + 1^2$$
$$= 32 \times 30 + 1$$
$$= 961.$$

197^2 can be found by taking a = 197, and b = 3.

$$197^2 = (197 + 3)(197 - 3) + 3^2$$
$$= 200 \times 194 + 9$$
$$= 38809.$$

Figure it Out - 6.2

1. Which is greater: $(a - b)^2$ or $(b - a)^2$? Justify your answer.
2. Express 100 as the difference of two squares.
3. Find 406^2, 72^2, 145^2, 1097^2, and 124^2 using the identities you have learnt so far.
4. Do Patterns 1 and 2 hold only for counting numbers? Do they hold for negative integers as well? What about fractions? Justify your answer.



6.3 Mind the Mistake, Mend the Mistake

We have expanded and simplified some algebraic expressions below to their simplest forms.

(i) Check each of the simplifications and see if there is a mistake.

(ii) If there is a mistake, try to explain what could have gone wrong.

(iii) Then write the correct expression

1. $-3p(-5p + 2q)$
$= -3p + 5p - 2q$
$= p - 2q$

2. $2(x - 1) + 3(x + 4)$
$= 2x - 1 + 3x + 4$
$= 5x + 3$

3. $y + 2(y + 2)$
$= (y + 2)^2$
$= y^2 + 4y + 4$

4. $(5m + 6n)^2$
$= 25m^2 + 36n^2$

5. $(-q + 2)^2$
$= q^2 - 4q + 4$

6. $3a(2b \times 3c)$
$= 6ab + 9ac$
$= 54a2bc$

APSCERT

$$31^2 = (31 + 1)(31 - 1) + 1^2$$
$$= 32 \times 30 + 1$$
$$= 961$$

a = 197, மற்றும் b = 3 என எடுத்துக்கொள்வதன் மூலம், 197^2 ஐ கண்டறியலாம்.

$$197^2 = (197 + 3)(197 - 3) + 3^2$$
$$= 200 \times 194 + 9$$
$$= 38809$$

கண்டுபிடிப்போம் – 6.2

1. எது பெரியது: $(a - b)^2$ அல்லது $(b - a)^2$? உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்துக.
2. 100ஐ இரண்டு வர்க்கங்களின் கழித்தலாக வெளிப்படுத்துக.
3. நீங்கள் இதுவரை கற்ற முற்றொருமைகளை பயன்படுத்தி 406^2, 72^2, 145^2, 1097^2 மற்றும் 124^2 ஆகியவற்றைக் காண்க.
4. அமைப்புகள் 1 மற்றும் 2 கணக்கிடும் எண்களுக்கு மட்டுமே பொருந்துமா? குறை முழுக்களுக்கும் அவை பொருந்துமா? பின்னங்களுக்கும் பொருந்துமா? உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்துக.

6.3 தவற்றைக் கவனியுங்கள், தவற்றைத் திருத்துங்கள்

கீழே உள்ள சில இயற்கணித கோவைகளை அவற்றின் எளிய வடிவங்களுக்கு விரிவுபடுத்தி சுருக்கியுள்ளோம்.

(i) சுருக்கங்கள் ஒவ்வொன்றையும் சரிபார்த்து, அதில் பிழை உள்ளதா என பார்க்கவும்.

(ii) பிழை இருந்தால், என்ன தவறு நடந்திருக்கலாம் என்பதை விளக்க முயலுங்கள்.

(iii) பின்னர் சரியான கோவையை எழுதுக.

①
$$-3p(-5p + 2q)$$
$$= -3p + 5p - 2q$$
$$= p - 2q$$

②
$$2(x - 1) + 3(x + 4)$$
$$= 2x - 1 + 3x + 4$$
$$= 5x + 3$$

③
$$y + 2(y + 2)$$
$$= (y + 2)^2$$
$$= y^2 + 4y + 4$$

④
$$(5m + 6n)^2$$
$$= 25m^2 + 36n^2$$

⑤
$$(-q + 2)^2$$
$$= q^2 - 4q + 4$$

⑥
$$3a(2b \times 3c)$$
$$= 6ab + 9ac$$
$$= 54a2bc$$

APSCERT

(7) $\frac{1}{2}(10s - 6) + 3$
$= 5s - 3 + 3$
$= 5s$

(8) $5w^2 + 6w$
$= 11w^2$

(9) $2a^3 + 3a^3 + 6a^2b + 6ab^2$
$= 5a^3 + 12a^2b^2$

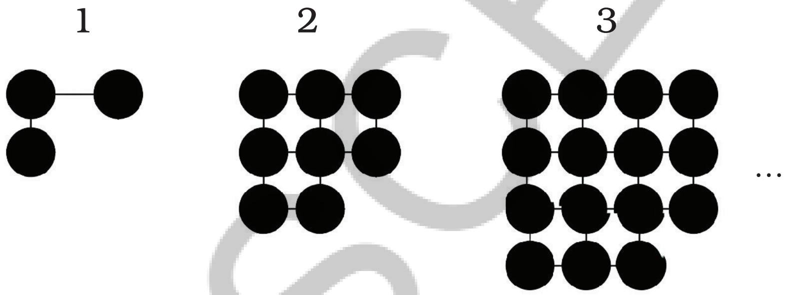
(10) $(x + 2)(x + 5)$
$= (x + 2)x + (x + 2)5$
$= x^2 + 2x + 5x + 10$
$= x^2 + 7x + 10$

(11) $(a + 2)(b + 4)$
$= ab + 8$

(12) $ah^2 + a^2b + a^2b^2$
$= ab(a + b + ab)$

6.4 This Way or That Way, All Ways Lead to the Bay

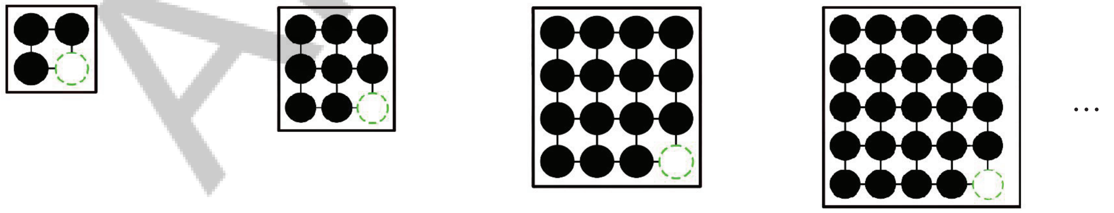
Observe the pattern in the figure below. Draw the next figure in the sequence. How many circles does it have? How many total circles are there in Step 10? Write an expression for the number of circles in Step k.



There are many ways of interpreting this pattern. Here are some possibilities:

Method 1

Step 1   Step 2   Step 3   Step 4   ... Step k



Step 1	Step 2	Step 3	Step 4	... Step k
$2^2 - 1$	$3^2 - 1$	$4^2 - 1$	$5^2 - 1$	
$= (1 + 1)^2 - 1$	$= (2 + 1)^2 - 1$	$= (3 + 1)^2 - 1$	$= (4 + 1)^2 - 1$	$\dots(k + 1)^2 - 1$

AP SCERT

7
$\frac{1}{2}(10s-6)+3$
$=5s-3+3$
$=5s$

8
$5w^2+6w$
$=11w^2$

9
$2a^3+3a^3+6a^2b$
$+6ab^2$
$=5a^3+12a^2b^2$

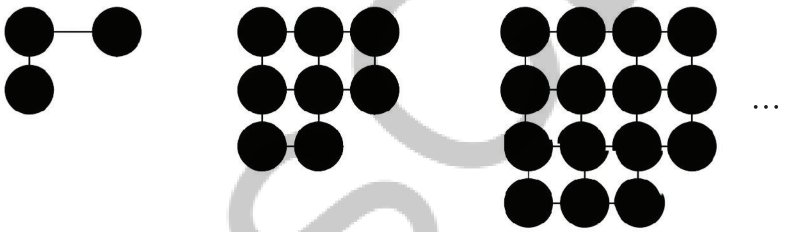
10
$(x+2)(x+5)$
$=(x+2)x+(x+2)5$
$=x^2+2x+5x+10$
$=x^2+7x+10$

11
$(a+2)(b+4)$
$=ab+8$

12
$ah^2+a^2b+a^2b^2$
$=ab(a+b+ab)$

6.4 இந்த வழி அல்லது அந்த வழி, எல்லா வழிகளும் விரிகுடாவிற்கே.

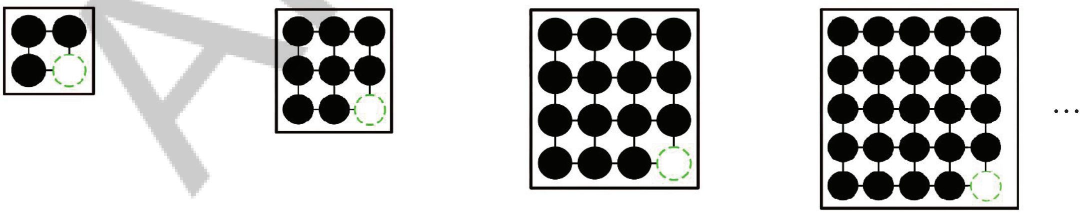
கீழே உள்ள படத்தில் உள்ள அமைப்பை கவனியுங்கள். வரிசையில் அடுத்த படத்தை வரையவும். அதில் எத்தனை வட்டங்கள் உள்ளன? படி 10-இல் மொத்தம் எத்தனை வட்டங்கள் உள்ளன? படி k-ல் உள்ள வட்டங்களின் எண்ணிக்கைக்கான கோவையை எழுதுக.



இந்த அமைப்பை விளக்க பல வழிகள் உள்ளன. சில சாத்தியக்கூறுகள் இங்கே:

முறை 1

படி1	படி 2	படி 3	படி 4	...படி k

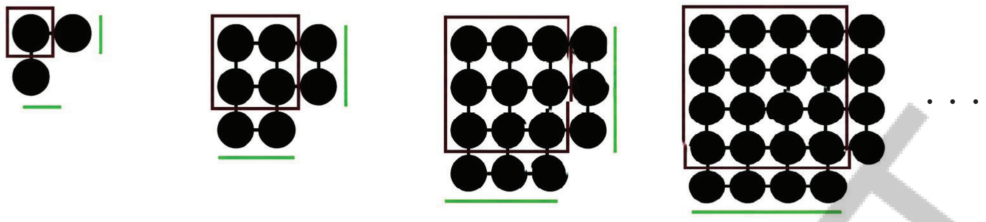


$2^2 - 1$	$3^2 - 1$	$4^2 - 1$	$5^2 - 1$	
$= (1 + 1)^2 - 1$	$= (2 + 1)^2 - 1$	$= (3 + 1)^2 - 1$	$= (4 + 1)^2 - 1$	$...(k + 1)^2 - 1$

AP SCERT

Method 2

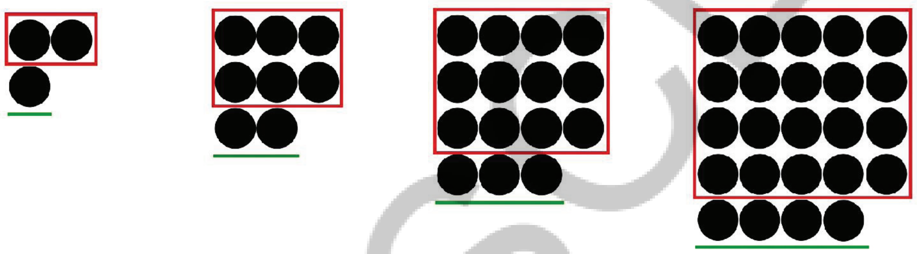
Step 1	Step 2	Step 3	Step 4	. . . Step k



$1 + 2 \times 1$	$2^2 + 2 \times 2$	$3^2 + 2 \times 3$	$4^2 + 2 \times 4$	
$= 1^2 + 2 \times 1$	$= 2^2 + 2 \times 2$	$= 3^2 + 2 \times 3$	$= 4^2 + 2 \times 4$	$. . . k^2 + 2 \times k$

Method 3

Step 1	Step 2	Step 3	Step 4 . . .	Step k

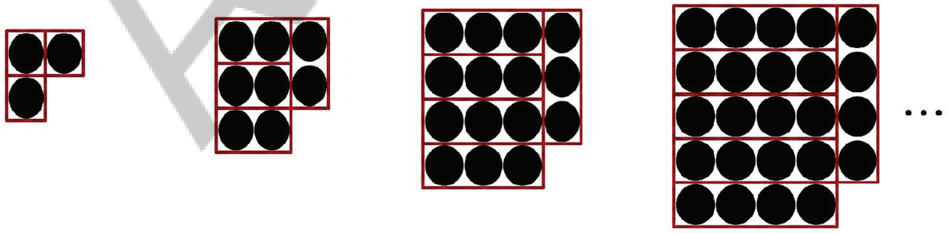


$1 \times 2 + 1$	$2 \times 3 + 2$	$3 \times 4 + 3$	$4 \times 5 + 4$
$= 1 \times (1 + 1) + 1$	$= 2 \times (2 + 1) + 2$	$= 3 \times (3 + 1) + 3$	$= 4 \times (4 + 1) + 4$

$. . . \; k \times (k + 1) + k$

Method 4

Step 1	Step 2	Step 3	Step 4	. . . Step k

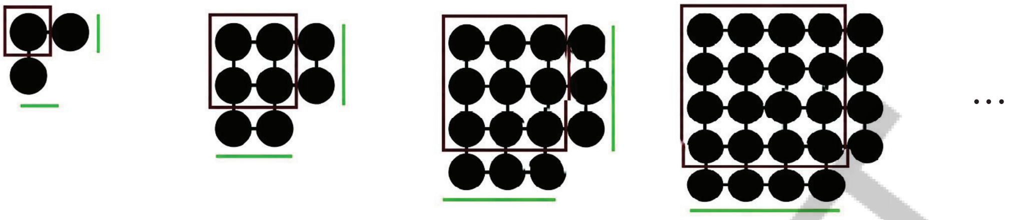


1×3	2×4	3×5	4×6	
$= 1 \times (1 + 2)$	$= 2 \times (2 + 2)$	$= 3 \times (3 + 2)$	$= 4 \times (4 + 2)$	$. . . k \times (k+2)$

AP SCERT

முறை 2

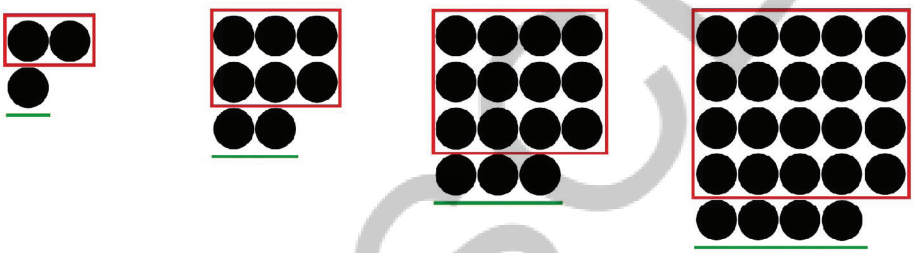
படி 1   படி 2   படி 3   படி 4   ...படி k



$1 + 2 \times 1$	$2^2 + 2 \times 2$	$3^2 + 2 \times 3$	$4^2 + 2 \times 4$	
$= 1^2 + 2 \times 1$	$= 2^2 + 2 \times 2$	$= 3^2 + 2 \times 3$	$= 4^2 + 2 \times 4$	$\ldots k^2 + 2 \times k$

முறை 3

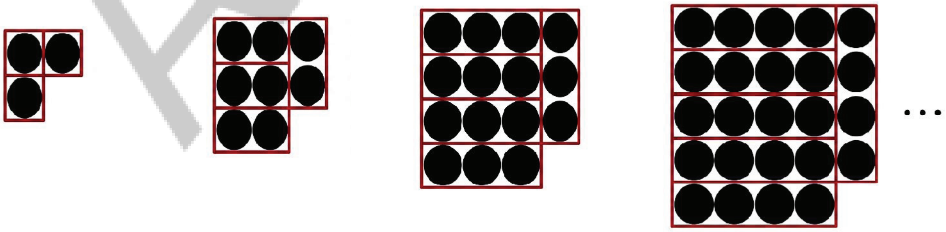
படி 1   படி 2   படி 3   படி 4   ...படி k



$1 \times 2 + 1$	$2 \times 3 + 2$	$3 \times 4 + 3$	$4 \times 5 + 4$	
$= 1 \times (1 + 1) + 1$	$= 2 \times (2 + 1) + 2$	$= 3 \times (3 + 1) + 3$	$= 4 \times (4 + 1) + 4$	
		$\ldots$		$k \times (k + 1) + k$

முறை 4

படி 1   படி 2   படி 3   படி 4   ...படி k



1×3	2×4	3×5	4×6	
$= 1 \times (1 + 2)$	$= 2 \times (2 + 2)$	$= 3 \times (3 + 2)$	$= 4 \times (4 + 2)$	$\ldots k \times (k+2)$

AP SCERT

Does your method match any of these, or is it different? Each expression that we have identified appears different, but are they really different? Since they describe the same pattern, they should all be the same. Let us simplify each expression and find out.

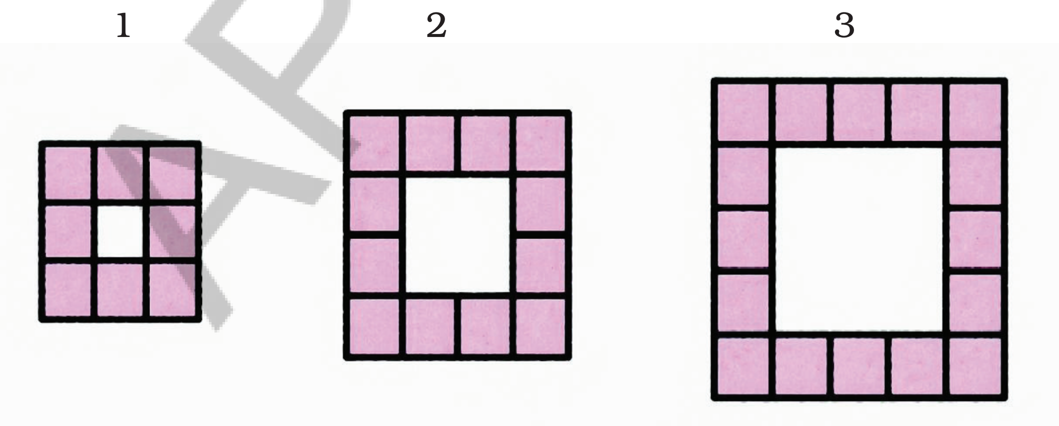
$(k + 1)^2 - 1$	$k^2 + 2 \times k$	$k \times (k + 1) + k$	$k \times (k + 2)$
$= k^2 + 1 + 2k - 1$	$= k^2 + 2k$	$= k^2 + k + k$	$= k^2 + 2k$
$= k^2 + 2k$		$= k^2 + 2k$	

When carried out correctly, all methods lead to the same answer; $k^2 + 2k$. The expression $k^2 + 2k$ gives the number of circles at Step k of this pattern.

In Mathematics, there are often multiple ways of looking at a pattern, and different ways of approaching and solving the same problem. Finding such ways often requires a great deal of creativity and imagination! While one or two of the ways might be your favourite(s), it can be amusing and enriching to explore other ways as well

? Use this formula to find the number of circles in Step 15.

? Consider the pattern made of square tiles in the picture below.



? How many square tiles are there in each figure?

? How many are there in Step 4 of the sequence? What about Step 10?

உங்கள் முறை இவற்றில் ஏதேனும் ஒன்றோடு பொருந்துகிறதா அல்லது வேறுபட்டதா? நாம் அடையாளம் கண்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையும் வேறுபட்டதாக தோன்றுகிறது, ஆனால் அவை உண்மையில் வேறுபட்டவையா? அவை ஒரே அமைப்பை விவரிப்பதால், அவை அனைத்தும் ஒன்றாகவே இருக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு கோவையையும் சுருக்கி இதைக் கண்டுபிடிப்போம்.

$(k + 1)^2 - 1$	$k^2 + 2 \times k$	$k \times (k + 1) + k$	$k \times (k + 2)$
$= k^2 + 1 + 2k - 1$	$= k^2 + 2k$	$= k^2 + k + k$	$= k^2 + 2k$
$= k^2 + 2k$		$= k^2 + 2k$	

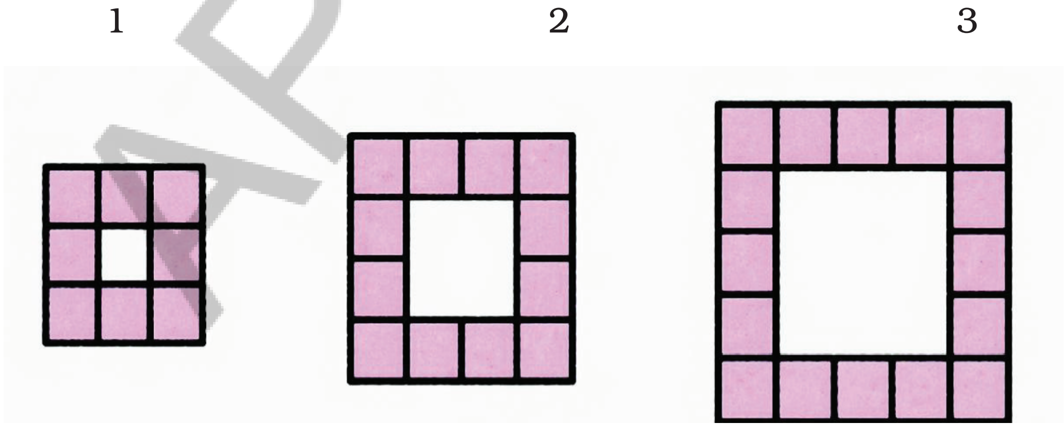
சரியாக செய்யும்போது, அனைத்து முறைகளும் ஒரே விடைக்கு கொண்டு செல்கின்றன;

$k^2 + 2k$ என்ற கோவை இந்த அமைப்பின் kல் உள்ள வட்டங்களின் எண்ணிக்கையை தருகிறது.

கணிதத்தில், ஒரு அமைப்பை பார்ப்பதற்கு பல வழிகள் உள்ளன, மேலும் அதே சிக்கலை அணுகுவதற்கும் தீர்ப்பதற்கும் வெவ்வேறு வழிகள் உள்ளன. இத்தகைய வழிகளை கண்டறிய அதிக அளவு படைப்பாற்றலும் கற்பனையும் தேவை! இந்த வழிகளில் ஒன்று அல்லது இரண்டு உங்களுக்கு பிடித்தமானதாக இருக்கலாம், ஆனால் மற்ற வழிகளை ஆராய்வதும் சுவாரஸ்யமாகவும் வளமானதாகவும் இருக்கும்.

? படி 15–ல் உள்ள வட்டங்களின் எண்ணிக்கையை கண்டறிய இந்த சூத்திரத்தை பயன்படுத்தவும்.

? கீழே உள்ள படத்தில் சதுர ஓடுகளால் செய்யப்பட்ட அமைப்பை கவனியுங்கள்.



? ஒவ்வொரு படத்திலும் எத்தனை சதுர ஓடுகள் உள்ளன?

? வரிசையின் படி 4–ல் எத்தனை உள்ளன? படி 10–ல் எத்தனை உள்ளன?

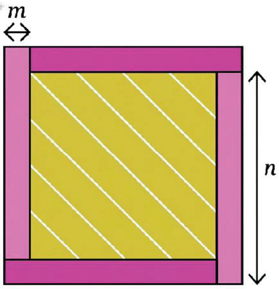
AP SCERT

Write an algebraic expression for the number of tiles in Step n. Share your methods with the class. Can you find more than one method to arrive at the answer?

Find the area of the (interior) shaded region in the figure below. All four rectangles have the same dimensions.

Tadang's method:

The total region is a square of side (m + n) with an area $(m + n)^2$.



Subtracting the area of four rectangles from the total area will give the area of the interior shaded region. That is, $(m + n)^2 - 4mn$.

Yusuf's method:

The shaded region is a square with sidelength (n - m). So, its area is $(n - m)^2$.

By expanding both expressions, check that $(m + n)^2 - 4mn = (n - m)^2$.

Find out the area of the region with slanting lines in the figure. All three rectangles have the same dimensions (Fig. 1).

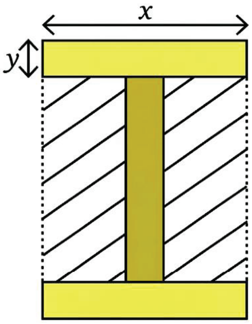


Fig. 1

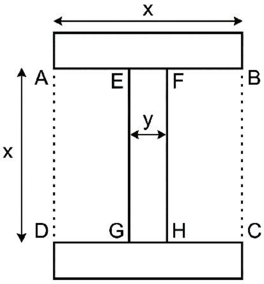
Anusha's method:

Required area = Area (ABCD) - Area (EFGH)

Area of ABCD = x^2.

Area of EFGH = xy.

Required area = $x^2 - xy$.



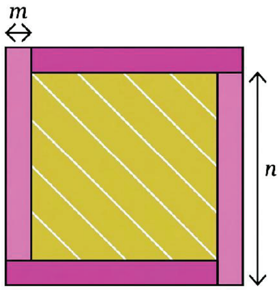
? படி 'n' ல் உள்ள ஓடுகளின் எண்ணிக்கைக்கு ஒரு இயற்கணித கோவையை எழுதுக. உங்கள் முறைகளை வகுப்பறையில் பகிரவும். விடையை அடைய ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட முறைகளை உங்களால் காண முடிகிறதா?

? கீழே உள்ள படத்தில் நிழலிடப்பட்ட (உட்புற) பகுதியின் பரப்பளவை காண்க. நான்கு செவ்வகங்களும் ஒரே அளவுகளைக் கொண்டுள்ளன.

தடாங்கின் முறை:

மொத்த பகுதியானது $(m + n)$ பக்க அளவையும் $(m + n)^2$ பரப்பளவையும் கொண்ட ஒரு சதுரமாகும். மொத்த பரப்பளவிலிருந்து நான்கு செவ்வகங்களின் பரப்பளவை கழித்தால், உட்புற நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு கிடைக்கும். அதாவது,

$(m + n)^2 - 4mn$.

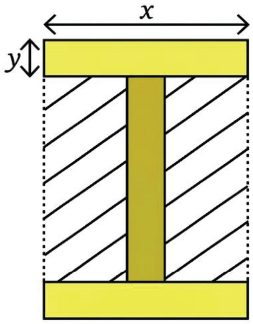


யூசுப்பின் முறை:

நிழலிடப்பட்ட பகுதி $(n - m)$ பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரமாகும். எனவே, அதன் பரப்பளவு $(n - m)^2$.

? இரண்டு கோவைகளையும் விரிவுபடுத்துவதன் மூலம், $(m + n)^2 - 4mn = (n - m)^2$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

? படத்தில் சாய்வான கோடுகள் உள்ள பகுதியின் பரப்பளவை கண்டறியவும். மூன்று செவ்வகங்களும் ஒரே அளவுகளை கொண்டுள்ளன (படம் 1).



படம் 1

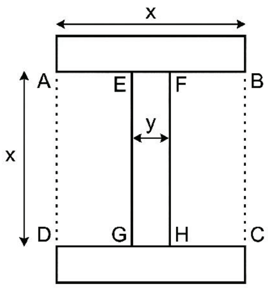
அனுஷாவின் முறை:

தேவையான பரப்பளவு = (ABCD)ன் பரப்பளவு – (EFGH)ன் பரப்பளவு

ABCDன் பரப்பளவு = x^2

EFGHன் பரப்பளவு = xy

தேவையான பரப்பளவு = $x^2 - xy$



AP SCERT

Vaishnavi's method:

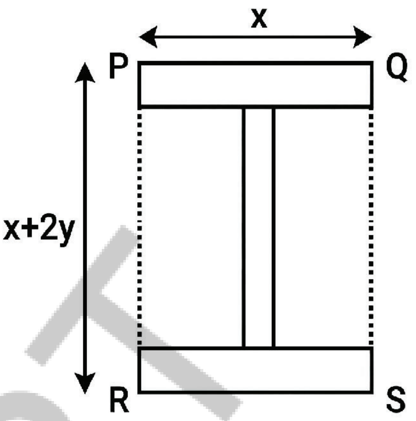
QS = y + x + y

= x + 2y.

Area of PQSR = x (x + 2y)

Required area = Area of PQSR - (area of the three rectangles

= x (x + 2y) - 3xy.



Aditya's method:

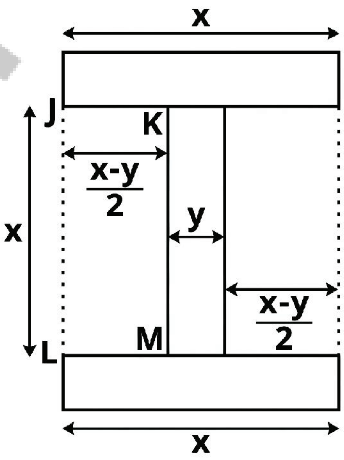
The required area is 2 times the area of JKML.

$$JK = \frac{x-y}{2}, KM = x$$

Area (JKML) = $x\frac{(x-y)}{2}$

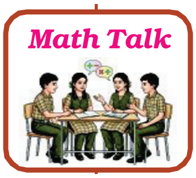
Required area = 2 × Area of JKML

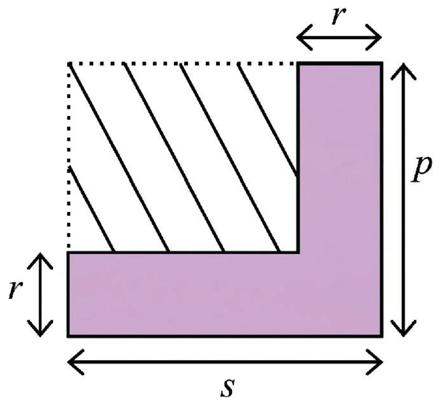
$= 2x\frac{(x-y)}{2} = x(x-y)$



? By expanding the expressions, verify that all three expressions are equivalent. If x = 8 and y = 3, find the area of the shaded region.

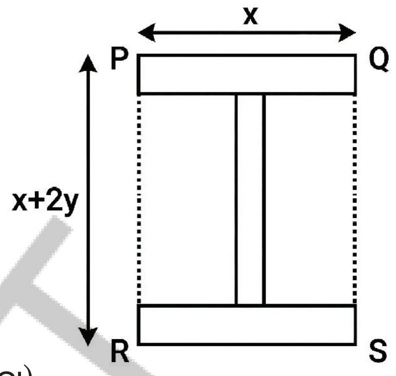
? Write an expression for the area of the dashed region in the figure below. Use more than one method to arrive at the answer. Substitute p = 6, r = 3.5, and s = 9, and calculate the area.





APSCERT

வைஷ்ணவியின் முறை:



QS = y + x + y

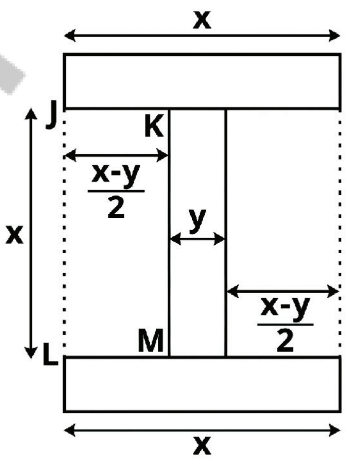
= x + 2y.

PQSR ன் பரப்பளவு = x (x + 2y)

தேவையான பரப்பளவு = PQSR ன் பரப்பளவு – (மூன்று செவ்வகங்களின் பரப்பளவு)

$$= x(x + 2y) - 3xy$$

ஆதித்யாவின் முறை:



தேவையான பரப்பளவு JKML ன் பரப்பளவை விட 2 மடங்காகு

$$JK = \frac{x-y}{2}, KM = x$$

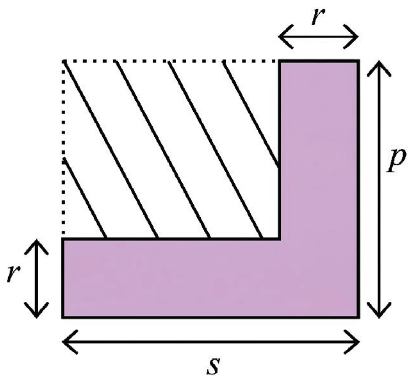
பரப்பளவு (JKML) = $x\frac{(x-y)}{2}$

தேவையான பரப்பளவு = 2 × JKML பரப்பளவு

$$= 2x\frac{(x-y)}{2} \quad = x(x-y)$$

? கோவைகளை விரிவுபடுத்துவதன் மூலம் மூன்று கோவைகளும் சமமானவை என்பதை சரிபார்க்கவும். x = 8 மற்றும் y = 3 எனில், நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவை காண்க.

? கீழே உள்ள படத்தில் கோடுகளிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவிற்கான கோவையை எழுதுக. விடையை அடைய ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட முறைகளை பயன்படுத்தவும். p = 6, r = 3.5 மற்றும் s = 9 என பிரதியிட்டு பரப்பளவை கணக்கிடுக.



AP SCERT

Figure it Out - 6.3

1. Compute these products using the suggested identity.

   (i) 46^2 using Identity 1A for $(a + b)^2$

   (ii) 397×403 using Identity 1C for $(a + b)(a - b)$

   (iii) 91^2 using Identity 1B for $(a - b)^2$

   (iv) 43×45 using Identity 1C for $(a + b)(a - b)$

2. Use either a suitable identity or the distributive property to find each of the following products.

   (i) $(p - 1)(p + 11)$ (ii) $(3a - 9b)(3a + 9b)$

   (iii) $-(2y + 5)(3y + 4)$ (iv) $(6x + 5y)^2$

   (v) $(2x - \frac{1}{2})^2$ (vi) $(7p) \times (3r) \times (p + 2)$

3. For each statement identify the appropriate algebraic expression(s).

   (i) Two more than a square number.

   $2 + s$ $(s + 2)^2$ $s^2 + 2$ $s^2 + 4$ $2s^2$ 2^2s

   (ii) The sum of the squares of two consecutive numbers

   $m^2 + n^2$ $(m + n)^2$ $m^2 + 1$ $m^2 + (m + 1)^2$

   $m^2 + (m - 1)^2$ $(m + (m + 1))^2$ $(2m)^2 + (2m + 1)^2$

4. Consider any 2 by 2 square of numbers in a calendar, as shown in the figure.

February

Su	M	Tu	W	Th	F	Sa
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

AP SCERT

கண்டுபிடிப்போம் - 6.3

1. பரிந்துரைக்கப்பட்ட முற்றொருமையை பயன்படுத்தி இந்த பெருக்கற்பலன்களை கணக்கிடுக.

   (i) $(a + b)^2$ க்கான முற்றொருமை 1A ஐ பயன்படுத்தி 46^2

   (ii) $(a + b)(a - b)$ க்கான முற்றொருமை 1C ஐ பயன்படுத்தி 397×403

   (iii) $(a - b)^2$ க்கான முற்றொருமை 1B ஐ பயன்படுத்தி 91^2

   (iv) $(a + b)(a - b)$ க்கான முற்றொருமை 1C ஐ பயன்படுத்தி 43×45

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு பெருக்கற்பலனையும் கண்டறிய பொருத்தமான முற்றொருமை அல்லது பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தவும்.

   (i) $(p - 1)(p + 11)$ (ii) $(3a - 9b)(3a + 9b)$

   (iii) $-(2y + 5)(3y + 4)$ (iv) $(6x + 5y)^2$

   (v) $(2x - \frac{1}{2})^2$ (vi) $(7p) \times (3r) \times (p + 2)$

3. ஒவ்வொரு கூற்றுக்கும் பொருத்தமான இயற்கணித கோவை(களை) அடையாளம் காண்க.

   (i) ஒரு வர்க்க எண்ணை விட இரண்டு அதிகம்.

   $2 + s$ $(s + 2)^2$ $s^2 + 2$ $s^2 + 4$ $2s^2$ 2^2s

   (ii) அடுத்தடுத்த இரண்டு எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்.

   $m^2 + n^2$ $(m + n)^2$ $m^2 + 1$ $m^2 + (m + 1)^2$

   $m^2 + (m - 1)^2$ $(m + (m + 1))^2$ $(2m)^2 + (2m + 1)^2$

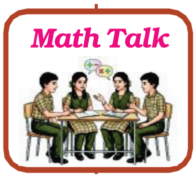
4. படத்தில் காட்டியபடி, நாள்காட்டியில் எண்களின் ஏதேனும் ஒரு 2×2 சதுரத்தை கருத்தில் கொள்க.

பிப்ரவரி

Su	M	Tu	W	Th	F	Sa
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

AP SCERT

Find products of numbers lying along each diagonal - $4 \times 12 = 48$, $5 \times 11 = 55$. Do this for the other 2 by 2 squares. What do you observe about the diagonal products? Explain why this happens.



Hint: Label the numbers in each 2 by 2 square as

a	(a + 1)
a + 7	(a + 8)

5. Verify which of the following statements are true.

   (i) $(k + 1)(k + 2) - (k + 3)$ is always 2.

   (ii) $(2q + 1)(2q - 3)$ is a multiple of 4.

   (iii) Squares of even numbers are multiples of 4, and squares of odd numbers are 1 more than multiples of 8.

   (iv) $(6n + 2)^2 - (4n + 3)^2$ is 5 less than a square number.

6. A number leaves a remainder of 3 when divided by 7, and another number leaves a remainder of 5 when divided by 7. What is the remainder when their sum, difference, and product are divided by 7?

7. Choose three consecutive numbers, square the middle one, and subtract the product of the other two. Repeat the same with other sets of numbers. What pattern do you notice? How do we write this as an algebraic equation? Expand both sides of the equation to check that it is a true identity.

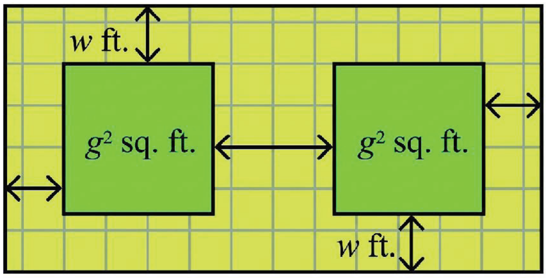
8. What is the algebraic expression describing the following steps - add any two numbers. Multiply this by half of the sum of the two numbers? Prove that this result will be half of the square of the sum of the two numbers.

9. Which is larger? Find out without fully computing the product.

   (i) 14×26 or 16×24

   (ii) 25×75 or 26×74

10. A tiny park is coming up in Dhauli. The plan is shown in the figure. The two square plots, each of area g^2 sq. ft., will have a green cover. All the remaining area is a walking path w ft. wide that needs to be tiled. Write an expression for the area that needs to be tiled.

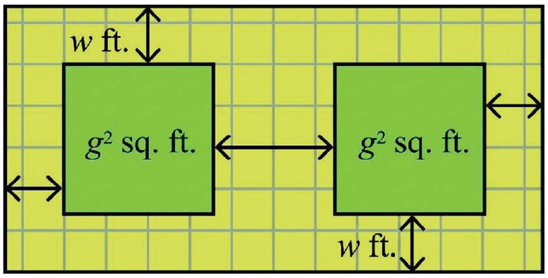


ஒவ்வொரு மூலைவிட்டத்திலும் உள்ள எண்களின் பெருக்கற்பலனை காண்க. $4 \times 12 = 48$, $5 \times 11 = 55$. மற்ற 2×2 சதுரங்களுக்கும் இதைச் செய்யுங்கள். மூலைவிட்ட பெருக்கற்பலன்களை பற்றி நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்? இது ஏன் நிகழ்கிறது என்பதை விளக்குக.

குறிப்பு: ஒவ்வொரு 2 × 2 சதுரத்திலும் உள்ள எண்களை பின்வருமாறு குறிக்கவும்.

a	(a + 1)
a + 7	(a + 8)

5. பின்வரும் கூற்றுகளில் எவை உண்மையானவை என்பதை சரிபார்க்கவும்.
   (i) (k + 1) (k + 2) - (k + 3) ன்பது எப்போதும் 2 ஆகும்.
   (ii) (2q + 1) (2q - 3) என்பது 4 இன் மடங்கு ஆகும்.
   (iii) இரட்டை எண்களின் வர்க்கங்கள் 4ன் மடங்குகளாகும். மேலும் ஒற்றை எண்களின் வர்க்கங்கள் 8ன் மடங்குகளை விட 1 அதிகம்.
   (iv) $(6n + 2)^2 - (4n + 3)^2$ என்பது ஒரு வர்க்க எண்ணை விட 5 குறைவு.
6. ஒரு எண்ணை 7 ஆல் வகுக்கும்போது மீதி 3 கிடைக்கிறது. மற்றொரு எண்ணை 7 ஆல் வகுக்கும்போது மீதி 5 கிடைக்கிறது. அவற்றின் கூட்டல், கழித்தல் மற்றும் பெருக்கற்பலனை 7 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதி என்ன?
7. அடுத்தடுத்த மூன்று எண்களை தேர்ந்தெடுக்கவும். நடுவில் உள்ளதை வர்க்கமாக்கவும், மற்ற இரண்டின் பெருக்கற்பலனை கழிக்கவும். மற்ற எண்களின் தொகுப்புகளுடன் இதை மீண்டும் செய்யவும். நீங்கள் என்ன அமைப்பை கவனிக்கிறீர்கள்? இதை ஒரு இயற்கணித சமன்பாடாக எவ்வாறு எழுதுவது? இது ஒரு உண்மையான முற்றொருமை என்பதை சரிபார்க்க சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களையும் விரிவுபடுத்துக.
8. பின்வரும் படிகளை விவரிக்கும் இயற்கணித கோவை என்ன? ஏதேனும் இரண்டு எண்களை கூட்டவும். இந்த விடையை இரண்டு எண்களின் கூடுதலின் பாதியால் பெருக்கவும்? இந்த முடிவு இரண்டு எண்களின் கூடுதலின் வர்க்கத்தின் பாதியாக இருக்கும் என்பதை நிரூபிக்கவும்.
9. எது பெரியது? பெருக்கற்பலனை முழுமையாக கணக்கிடாமலேயே கண்டறியவும்.
   (i) 14 × 26 அல்லது 16 × 24
   (ii) 25 × 75 அல்லது 26 × 74
10. தௌலியில் ஒரு சிறிய பூங்கா உருவாகி வருகிறது. அதன் திட்டம் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. தலா g^2 சதுர அடி பரப்பளவு கொண்ட இரண்டு சதுர மனைகளில், பசுமை போர்வை அமைக்கப்படும். மீதமுள்ள அனைத்து பகுதியும் w அடி அகலமுள்ள நடைபாதையாகும். அதில் ஓடுகள் பதிக்கப்பட வேண்டும். ஓடுகள் பதிக்கப்பட வேண்டிய பரப்பளவிற்கான ஒரு கோவையை எழுதுக.

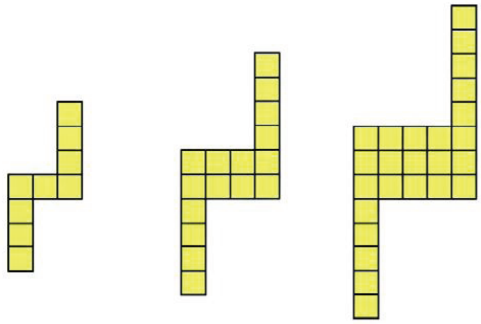


11. For each pattern shown below,

(i) Draw the next figure in the sequence.

(ii) How many basic units are there in Step 10?

(iii) Write an expression to describe the number of basic units in Step y.



Step 1 Step 2 Step 3

Step 1 Step 2 Step 3

AP SCERT

SUMMARY

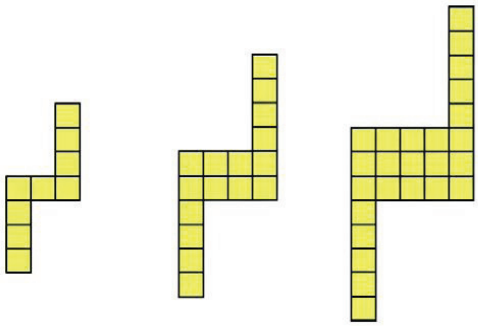
- We extended the distributive property to find the product of two expressions each of which has two terms. The general form for the same is $(a + b) \times (c + d) = ac + ad + bc + bd$.
- We saw some special cases of this identity.
  - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  - $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
  - $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
- We considered different patterns, and explored how to understand them using algebra. We saw that, often, there are multiple ways to solve a problem and arrive at the same correct answer. Finding different methods to approach and solve the same problem is a creative process.

11. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு அமைப்பிற்கும்,

(i) வரிசையில் அடுத்த படத்தை வரையவும்.

(ii) படி 10-ல் எத்தனை அடிப்படை அலகுகள் உள்ளன?

(iii) படி y-ல் உள்ள அடிப்படை அலகுகளின் எண்ணிக்கையை விவரிக்க ஒரு கோவையை எழுதுக.



படி 1 படி 2 படி 3

படி 1 படி 2 படி 3

பாடச் சுருக்கம்

- ஒவ்வொன்றும் இரண்டு உறுப்புகளை கொண்ட இரண்டு கோவைகளின் பெருக்கற்பலனை கண்டறியப் பங்கீட்டு பண்பை விரிவுபடுத்தினோம். இதற்கான பொதுவான வடிவம்

  $(a + b) \times (c + d) = ac + ad + bc + bd$..
- இந்த முற்றொருமைகளின் சில சிறப்பு நிகழ்வுகளை பார்த்தோம்.
  - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  - $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
  - $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
- பல்வேறு அமைப்புகளை கருத்தில் கொண்டு, இயற்கணிதத்தை பயன்படுத்தி அவற்றை எவ்வாறு புரிந்துகொள்வது என்பதை ஆராய்ந்தோம். ஒரு பிரச்சனையை தீர்ப்பதற்கும் அதே சரியான விடையை அடைவதற்கும் பல வழிகள் இருப்பதை நாம் அடிக்கடிப் பார்த்தோம். ஒரே சிக்கலை அணுகுவதற்கும் தீர்ப்பதற்கும் வெவ்வேறு வழிகளை கண்டறிவது ஒரு ஆக்கப்பூர்வமான செயல்முறையாகும்.

APSCERT

IT'S PUZZLE TIME!

Coin Conjoin

Arrange 10 coins in a triangle as shown in the figure below on the left. The task is to turn the triangle upside down by moving one coin at a time. How many moves are needed? What is the minimum number of moves?

A triangle of 3 coins can be inverted (turned upside down) with a single move, and a triangle of 6 coins can be inverted by moving 2 coins.

The 10-coin triangle can be flipped with just 3 moves; did you figure out how? Find out the minimum possible moves needed to flip the next bigger triangle having 15 coins. Try the same for bigger triangular numbers.

Is there a simple way to calculate the minimum number of coin moves needed for any such triangular arrangement?

இது புதிர் நேரம்!

நாணய சேர்க்கை

கீழே இடதுபுறம் உள்ள படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி 10 நாணயங்களை ஒரு முக்கோண வடிவில் வரிசைப்படுத்தவும். ஒவ்வொரு முறையும் ஒரு நாணயத்தை நகர்த்துவதன் மூலம் முக்கோணத்தைத் தலைகீழாக மாற்றுவதே பணியாகும். எத்தனை நகர்வுகள் தேவை? குறைந்தபட்ச நகர்வுகளின் எண்ணிக்கை என்ன?

3 நாணயங்கள் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை ஒரே ஒரு நகர்வின் மூலம் தலைகீழாக (கீழே மேல்நோக்கி) திருப்ப முடியும்., மேலும் 6 நாணயங்கள் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை 2 நாணயங்களை நகர்த்துவதன் மூலம் தலைகீழாக திருப்பலாம்.

10 நாணயங்கள் கொண்ட முக்கோணத்தை வெறும் 3 நகர்வுகளில் திருப்பிவிடலாம்; எப்படி என்று கண்டுபிடித்தீர்களா? அடுத்த பெரிய முக்கோணமான 15 நாணயங்களைக் கொண்ட முக்கோணத்தைத் திருப்ப தேவையான குறைந்தபட்ச நகர்வுகளை கண்டறியவும். பெரிய முக்கோண எண்களுக்கும் இதையே முயன்று பாருங்கள்.

இத்தகைய முக்கோண அமைப்புகளுக்கு தேவையான குறைந்தபட்ச நாணய நகர்வுகளை கணக்கிட ஏதேனும் எளிய வழி உள்ளதா?

7 PROPORTIONAL REASONING-1

Learning outcomes : Learners will be able to

- Understand and explain ratio as a comparison of two quantities (CG-1)
- Recognise equivalent and proportional ratios (CG-1)
- Simplify ratios to lowest form using HCF (CG-8)
- Apply proportional reasoning in real-life contexts (recipes, scaling, speed, cost) (CG-10)
- Use Rule of Three (Trairasika) and cross multiplication to solve proportions (CG-9)
- Divide quantities in a given ratio and justify reasoning (CG-6)
- Convert between related units in proportion-based problems (CG-8)
- Communicate mathematical reasoning clearly through contextual analysis and discussion. (CG-6)

B7Z4D3

AP SCERT

7.0 Introduction

Proportional reasoning helps us understand how two quantities change in relation to each other. It is the foundation of comparing, scaling, and solving problems involving ratios and proportions in real life.

We often use proportional reasoning when resizing images, mixing ingredients, sharing profits, or converting units. When two quantities increase or decrease in the same ratio, we say they are proportional.

For example, if the width and height of a picture both double, the image looks the same but larger - showing similarity through proportion.

Using ratios, simplest forms, and cross multiplication, we can identify proportional relationships and solve real-life problems, such as recipes, distances, or sharing money fairly.

7.1 Observing Similarity in Change

We are all familiar with digital images. We often change the size and orientation of these images to suit our needs. Observe the set of images below

7 விகிதசம பகுத்தறிவு - 1

கற்றல் விளைவுகள் : மாணவர்கள் இவற்றைச் செய்வர்..

- ☞ இரண்டு அளவுகளின் ஒப்பீடாக விகிதத்தை புரிந்துகொண்டு விளக்குவர்.(CG-1)
- ☞ சமமான மற்றும் விகிதசம விகிதங்களை அடையாளம் காணுவர். (CG-1)
- ☞ மீ.பொ.வ ஐ பயன்படுத்தி விகிதங்களை எளிய வடிவத்திற்கு சுருக்குவர்.(CG-8)
- ☞ நடைமுறை சூழல்களில் (சமையல் குறிப்புகள், அளவிடுதல், வேகம், செலவு) விகிதசம பகுத்தறிவை பயன்படுத்துவர்.(CG-10)
- ☞ விகிதசமங்களை தீர்க்க மூவிகித விதி மற்றும் குறுக்கு பெருக்கலை பயன்படுத்துவர்.(CG-9)
- ☞ கொடுக்கப்பட்ட விகிதத்தில் அளவுகளை பிரித்தல் மற்றும் காரணங்களை நியாயப்படுத்துவர். (CG-6)
- ☞ விகிதசம அடிப்படையிலான கணக்குகளில் அளவுகளை தொடர்புடைய அலகுகளுக்கு இடையே மாற்றுவர். (CG-8)
- ☞ சூழல் பகுப்பாய்வு மற்றும் விவாதம் மூலம் கணித காரணங்களை தெளிவாக தொடர்புகொள்வர். (CG-6)

W8E6C8

AP SCERT

7.0 அறிமுகம்

இரண்டு அளவுகள் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புடையதாக எவ்வாறு மாறுகின்றன என்பதை புரிந்துகொள்ள விகிதசம பகுத்தறிவு உதவுகிறது. இது நிஜ வாழ்க்கையில் விகிதங்கள் மற்றும் விகிதசம கணக்குகளை ஒப்பிடுவதற்கும், அளவிடுவதற்கும் மற்றும் தீர்ப்பதற்கும் அடித்தளமாகும்.

படங்களின் அளவை மாற்றியமைக்கும்போதும், பொருட்களை கலக்கும்போதும், லாபத்தை பகிர்ந்துகொள்ளும்போதும் அல்லது அலகுகளை மாற்றும்போதும் நாம் பெரும்பாலும் விகிதசம பகுத்தறிவை பயன்படுத்துகிறோம். இரண்டு அளவுகள் ஒரே விகிதத்தில் அதிகரிக்கும்போது அல்லது குறையும்போது, அவை விகிதசமத்தில் இருப்பதாக கூறுவோம்.

உதாரணமாக, ஒரு படத்தின் அகலமும் உயரமும் இரட்டிப்பாகும் போது, படம் அதே போல தோன்றும், ஆனால் பெரியதாக இருக்கும் – இது விகிதசமத்தின் மூலம் ஒற்றுமையை காட்டுகிறது.

விகிதங்கள், எளிய வடிவங்கள் மற்றும் குறுக்கு பெருக்கல் ஆகியவற்றை பயன்படுத்தி, நாம் விகிதசம உறவுகளை அடையாளம் காண முடியும் மற்றும் சமையல் குறிப்புகள், தூரங்கள் அல்லது பணத்தை நியாயமாக பகிர்ந்துகொள்வது போன்ற நிஜ வாழ்க்கை பிரச்சனைகளைத் தீர்க்க முடியும்.

7.1 மாற்றத்தில் உள்ள ஒற்றுமையைக் கவனித்தல்

நாம் அனைவரும் டிஜிட்டல் படங்களை நன்கு அறிவோம். நம் தேவைக்கேற்ப இந்த படங்களின் அளவையும் நோக்குநிலையையும் நாம் அடிக்கடி மாற்றுகிறோம். கீழே உள்ள படங்களின் தொகுப்பைக் கவனிக்கவும்.

Image A

Image B

Image C

Image D

Image E

We can see that all the images are of different sizes.

Which images look similar and which ones look different?

Images (A, C, and D) look similar, eventhough they have different sizes.

Do images B and E look like the other three images?

No, they are slightly distorted. The tiger appears elongated in B, and compressed and fatter in E!

Why?

You may notice that images A, C, and D are rectangular, but E is square.May be that is why E looks different. But B is also a rectangle! Why does it look different from the other rectangular images?

Can we observe any pattern to answer this question?

Perhaps by measuring the rectangles?

AP SCERT

படம் A

படம் B

படம் C

படம் D

படம் E

அனைத்து படங்களும் வெவ்வேறு அளவுகளில் இருப்பதை காணலாம்.

எந்த படங்கள் ஒரே மாதிரியாகத் தெரிகின்றன, எவை வித்தியாசமாக தெரிகின்றன?

படங்கள் (A, C, மற்றும் D) வெவ்வேறு அளவுகளில் இருந்தாலும், ஒரே மாதிரியாக தெரிகின்றன.

படங்கள் B மற்றும் E மற்ற மூன்று படங்களை போல தெரிகின்றனவா?

இல்லை, அவை சற்று சிதைந்துள்ளன. B ல் புலி நீளமாகவும், E ல் நசுக்கப்பட்டு பருமனாகவும் தெரிகிறது!

ஏன்?

A, C, மற்றும் D ஆகிய படங்கள் செவ்வக வடிவில் இருப்பதையும், E சதுர வடிவில் இருப்பதையும் நீங்கள் கவனிக்கலாம். அதனால் தான் E வித்தியாசமாக தெரிகிறது. ஆனால் B-யும் ஒரு செவ்வகம் தானே! மற்ற செவ்வக படங்களிலிருந்து அது ஏன் வித்தியாசமாக தெரிகிறது?

இந்த வினாவிற்கு பதிலளிக்க ஏதேனும் அமைப்பை நாம் கவனிக்க முடிகிறதா? ஒருவேளை செவ்வகங்களை அளப்பதன் மூலமாகவா?

Image	Width (in mm)	Height (in mm)
Image A	60	40
Image B	40	20
Image C	30	20
Image D	90	60
Image E	60	60

? What makes images A, C, and D appear similar, and B and E different?

When we compare image A with C, we notice that the width of C is half that of A. The height is also half of A. Both the width and height have **changed by the same factor** (through multiplication), 1/2 in this case. Since the widths and heights have changed by the same factor, the **images look similar**.

When we compare image A with image B, we notice that the width of B is 20 millimetre (mm) less than that of A. The height too is 20 mm less than the height of A. Even though the difference (through subtraction) is the same, the images look different. Have the width and height changed by the same factor? The height of B is half the height of A. But the width of B is not half the width of A. Since the width and height have not changed by the same factor, the images look different.

? Can you check by what factors the width and height of image D change as compared to image A? Are the factors the same?

Images A, C, and D look similar because their widths and heights have changed by the same factor. We say that the changes to their widths and heights are **proportional**.

7.2 Ratios

We use the notion of a ratio to represent such proportional relationships in mathematics.

We can say that the ratio of width to height of image A is 60 : 40.

The numbers 60 and 40 are called the terms of the ratio.

The ratio of width to height of image C is 30 : 20, and that of image D is 90 : 60.

AP SCERT

படம்	அகலம் (மி.மீ.-ல்)	உயரம் (மி.மீ.-ல்)
படம் A	60	40
படம் B	40	20
படம் C	30	20
படம் D	90	60
படம் E	60	60

? A, C மற்றும் D ஆகிய படங்கள் ஒரே மாதிரியாகவும், B மற்றும் E படங்கள் வித்தியாசமாகவும் தெரிய காரணம் என்ன?

படம் A ஐ C யுடன் ஒப்பிடும்போது, Cன் அகலம் A ன் அகலத்தில் பாதி என்பதை நாம் கவனிக்கிறோம். உயரமும் A ல் பாதி. அகலம் மற்றும் உயரம் ஆகிய இரண்டும் **ஒரே காரணியால் (பெருக்கல் மூலம்) மாறியுள்ளன**, அதாவது இங்கே அது 1/2. அகலமும் உயரமும் ஒரே காரணியால் மாறியுள்ளதால், **படங்கள் ஒரே மாதிரியாக தெரிகின்றன.** படம் Aஐ படம் Bயுடன் ஒப்பிடும்போது, B ன் அகலம் A ன் அகலத்தை விட 20 மில்லிமீட்டர் (மிமீ) குறைவு என்பதை நாம் கவனிக்கிறோம். உயரமும் A-யின் உயரத்தை விட 20 மிமீ குறைவு. வித்தியாசம் (கழித்தல் மூலம்) ஒரே மாதிரியாக இருந்தாலும், படங்கள் வித்தியாசமாகத் தெரிகின்றன. அகலமும் உயரமும் ஒரே காரணியால் மாறியுள்ளனவா? B ன் உயரம் A ன் உயரத்தில் பாதி. ஆனால் B ன் அகலம் A ன் அகலத்தில் பாதி இல்லை. அகலமும் உயரமும் ஒரே காரணியால் மாறாததால், படங்கள் வித்தியாசமாக தெரிகின்றன.

? படம் A உடன் ஒப்பிடும்போது படம் D ன் அகலமும் உயரமும் எந்த காரணியால் மாறுகின்றன என்பதை சரிபார்க்க முடியுமா? காரணிகள் ஒரே மாதிரியாக உள்ளதா?

A, C மற்றும் D ஆகிய படங்களின் அகலங்களும் உயரங்களும் ஒரே காரணியால் மாறியுள்ளதால் அவை ஒரே மாதிரியாக தெரிகின்றன. அவற்றின் அகலங்கள் மற்றும் உயரங்களில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் **விகிதசமத்தில்** உள்ளன என்று கூறுகிறோம்.

7.2 விகிதங்கள்

கணிதத்தில் இத்தகைய விகிதசம உறவுகளை குறிக்க விகிதம் என்ற கருத்தை நாம் பயன்படுத்துகிறோம்.

படம் A-ன் அகலம் மற்றும் உயரத்தின் விகிதம் 60 : 40 என்று கூறலாம்.

60 மற்றும் 40 என்ற எண்கள் விகிதத்தின் உறுப்புகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

படம் Cன் அகலம் மற்றும் உயரத்தின் விகிதம் 30 : 20, மற்றும் படம் Dன் விகிதம் 90 : 60.

AP SCERT

In a ratio of the form a : b, we can say that for every 'a' units of the first quantity, there are 'b' units of the second quantity.

So, in image A, we can say that for every 60 mm of width, there are 40 mm of height.

We can say that the ratios of width to height of images A, C, and D are proportional because the terms of these ratios change by the same factor. Let us see how.

Note : Ratio compares quantities of same kind or part to part but fraction compares part-to-whole.

Image A — 60 : 40

Multiplying both the terms by $\frac{1}{2}$, we get

$$60 \times \frac{1}{2} : 40 \times \frac{1}{2}$$

which is 30 : 20, the ratio of width to height in image C.

? By what factor should we multiply the ratio 60 : 40 (image A) to get 90 : 60 (image D)?

A more systematic way to compare whether the ratios are proportional is to reduce them to their simplest form and see if these simplest forms are the same.

7.3 Ratios in their Simplest Form

We can reduce ratios to their simplest form by dividing the terms by their HCF.

In image A, the terms are 60 and 40. What is the HCF of 60 and 40? It is 20. Dividing the terms by 20, we get the ratio of image A to be 3 : 2 in its simplest form.

The ratio of image D is 90 : 60. Dividing both terms by 30 (HCF of 90 and 60), we get the simplest form to be 3 : 2. So the ratios of images A and D are proportional as well.

What is the simplest form of the ratios of images B and E?

The ratio of image B is 40 : 20; in its simplest form, it is 2 : 1.

The ratio of image E is 60 : 60; in its simplest form, it is 1 : 1.

AP SCERT

a : b என்ற வடிவத்தில் உள்ள ஒரு விகிதத்தில், முதல் அளவின் ஒவ்வொரு ‘a’ அலகிற்கும், இரண்டாவது அளவின் ‘b’ அலகுகள் உள்ளன என்று கூறலாம்.

எனவே, படம் A ல், ஒவ்வொரு 60 மி.மீ. அகலத்திற்கும், 40 மி.மீ. உயரம் உள்ளது என்று கூறலாம்.

A, C மற்றும் D ஆகிய படங்களின் அகலம் மற்றும் உயரத்தின் விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் உள்ளன என்று கூறலாம், ஏனெனில் இந்த விகிதங்களின் உறுப்புகள் ஒரே காரணியால் மாறுகின்றன. எப்படி என்று பார்ப்போம்.

குறிப்பு: விகிதம் என்பது ஒரே வகையான அல்லது பகுதிக்கு-பகுதி அளவுகளை ஒப்பிடுகிறது, ஆனால் பின்னம் என்பது பகுதிக்கு-முழு அளவை ஒப்பிடுகிறது.

படம் A - 60 : 40

இரண்டு உறுப்புகளையும் $\frac{1}{2}$ ஆல் பெருக்க

நமக்கு கிடைப்பது, $60 \times \frac{1}{2} : 40 \times \frac{1}{2}$

இது 30 : 20, அதாவது படம் C ன் அகலம் மற்றும் உயரத்தின் விகிதம்.

? 90 : 60 (படம் D) பெற 60 : 40 (படம் A) என்ற விகிதத்தை எந்த காரணியால் பெருக்க வேண்டும்?

விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் உள்ளதை ஒப்பிடுவதற்கான முறையான வழி, அவற்றை எளிய வடிவத்திற்குச் சுருக்கி, இந்த எளிய வடிவங்கள் ஒரே மாதிரியாக உள்ளதா என்று பார்ப்பதாகும்.

7.3 எளிய வடிவத்தில் விகிதங்கள்

உறுப்புகளை அவற்றின் மீ.பொ.கா (HCF) ஆல் வகுப்பதன் மூலம் விகிதங்களை அவற்றின் எளிய வடிவத்திற்குச் சுருக்கலாம்.

படம் A ல், உறுப்புகள் 60 மற்றும் 40. 60 மற்றும் 40ன் மீ.பொ.கா என்ன? இது 20 ஆகும். உறுப்புகளை 20 ஆல் வகுக்க, படம் A ன் விகிதம் அதன் எளிய வடிவத்தில் 3 : 2 என்று கிடைக்கிறது.

படம் D ன் விகிதம் 90 : 60. இரண்டு உறுப்புகளையும் 30ஆல் (90 மற்றும் 60 ன் மீ.பொ.கா) வகுக்க, எளிய வடிவம் 3 : 2 என்று கிடைக்கிறது. எனவே படங்கள் A மற்றும் Dன் விகிதங்களும் விகிதசமத்தில் உள்ளன.

B மற்றும் E படங்களின் விகிதங்களின் எளிய வடிவம் என்ன?

படம் B ன் விகிதம் 40 : 20; இதன் எளிய வடிவத்தில், இது 2 : 1.

படம் E ன் விகிதம் 60 : 60; இதன் எளிய வடிவத்தில், இது 1 : 1

These ratios are not the same as 3 : 2. So, we can say that the ratios of width to height of images B and E are not proportional to the ratios of images A, C, and D.

When two ratios are the same in their simplest forms, we say that the ratios are in **proportion**, or that the ratios are **proportional**. We use the '::' symbol to indicate that they are proportional.
So a : b :: c : d indicates that the ratios a : b and c : d are proportional.

Thus,

60 : 40 :: 30 : 20 and 60 : 40 :: 90 : 60.

7.4 Problem Solving with Proportional Reasoning

Example 1: Are the ratios 3:4 and 72:96 proportional?

3: 4 is already in its simplest form.

To find the simplest form of 72 : 96, we need to divide both terms by their HCF.

What is the HCF of 72 and 96?

The HCF of 72 and 96 is 24. Dividing both terms by 24, we get 3:4. Since both ratios in their simplest form are the same, they are proportional.

Example 2 : Thanwika wanted to make lemonade for a celebration. She made 6 glasses of lemonade in a vessel and added 10 spoons of sugar to the drink. Her father expected more people to join the celebration. So he asked her to make 18 more glasses of lemonade.

To make the lemonade with the same sweetness, how many spoons of sugar should she add?

To maintain the same sweetness, the ratio of the number of glasses of lemonade to the number of spoons of sugar should be proportional. For 6 glasses of lemonade, she added 10 spoons of sugar. The ratio of glasses of lemonade to spoons of sugar is 6:10. If she needs to make 18 more glasses of lemonade, how many spoons of sugar should she use? We can model this problem as 6:10::18:?

APSCERT

இந்த விகிதங்கள் 3 : 2 க்குச் சமமானவை அல்ல. எனவே, B மற்றும் E படங்களின் அகலம் மற்றும் உயரத்தின் விகிதங்கள், A, C மற்றும் D படங்களின் விகிதங்களுக்கு விகிதசமத்தில் இல்லை என்று கூறலாம்.

இரண்டு விகிதங்கள் அவற்றின் எளிய வடிவங்களில் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும்போது, அந்த விகிதங்கள் **விகிதசமத்தில்** உள்ளன என்று கூறுகிறோம். அவை **விகிதசமத்தில்** உள்ளன என்பதைக் குறிக்க '::' என்ற குறியீட்டை பயன்படுத்துகிறோம்.
எனவே a : b :: c : d என்பது a : b மற்றும் c : d ஆகிய விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் உள்ளன என்பதைக் குறிக்கிறது.

அதாவது,

60 : 40 :: 30 : 20 மற்றும் 60 : 40 :: 90 : 60.

7.4 விகிதசம பகுத்தறிவு மூலம் கணக்குகளை தீர்த்தல்

எடுத்துக்காட்டு 1: 3 : 4 மற்றும் 72 : 96 ஆகிய விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் உள்ளனவா?

3 : 4 ஏற்கனவே அதன் எளிய வடிவத்தில் உள்ளது.

72 : 96 ன் எளிய வடிவத்தை கண்டறிய, இரண்டு உறுப்புகளையும் அவற்றின் மீ.பொ.கா–ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

? 72 மற்றும் 96 ன் மீ.பொ.கா என்ன?

72 மற்றும் 96 ன் மீ.பொ.கா 24. இரண்டு உறுப்புகளையும் 24 ஆல் வகுக்க, 3 : 4 கிடைக்கிறது. இரண்டு விகிதங்களும் எளிய வடிவத்தில் ஒரே மாதிரியாக இருப்பதால், அவை விகிதசமத்தில் உள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 2: அவள் ஒரு பாத்திரத்தில் 6 டம்ளர் எலுமிச்சைச் சாறு தயாரித்து அதில் 10 ஸ்பூன் சர்க்கரை சேர்த்தாள். அவளுடைய தந்தை மேலும் பலரை எதிர்பார்ப்பதாக கூறி, மேலும் 18 டம்ளர் எலுமிச்சைச் சாறு தயாரிக்கும்படி அவளிடம் கூறினார்.

? அதே இனிப்புடன் எலுமிச்சைச் சாறு தயாரிக்க, அவள் எத்தனை ஸ்பூன் சர்க்கரை சேர்க்க வேண்டும்?

அதே இனிப்பை பராமரிக்க, எலுமிச்சைச் சாறு டம்ளர்களின் எண்ணிக்கைக்கும் சர்க்கரை ஸ்பூன்களின் எண்ணிக்கைக்கும் உள்ள விகிதம் விகிதசமமாக இருக்க வேண்டும். 6 டம்ளர் எலுமிச்சைச் சாற்றுக்கு, அவள் 10 ஸ்பூன் சர்க்கரை சேர்த்தாள். எலுமிச்சைச் சாறு டம்ளர்களுக்கும் சர்க்கரை ஸ்பூன்களுக்கும் உள்ள விகிதம் 6 : 10. அவள் மேலும் 18 டம்ளர் எலுமிச்சைச் சாறு தயாரிக்க வேண்டுமென்றால், எத்தனை ஸ்பூன் சர்க்கரை பயன்படுத்த வேண்டும்? இந்த கணக்கை 6 : 10 :: 18 : ? என நாம் மாதிரிப்படுத்தலாம்.

APSCERT

We know that each term in the ratio must change by the same factor, for the ratios to be proportional.

? How can we find the factor of change in the ratio?

The first term has increased from 6 to 18. To find the factor of change, we can divide 18 by 6 to get 3.

These condterm should also change by the same factor. When 10 increases by a factor of 3, it becomes 30. Thus,

6:10::18:30.

So, she should use 30 spoons of sugar to make 18 glasses of lemonade with the same sweetness as earlier.

? **Example 3 :** Nitin and Hari were constructing a compound wall around their house. Nitin was building the longer side, 60 ft in length, and Hari was building the shorter side, 40 ft in length. Nitin used 3 bags of cement but Hari used only 2 bags of cement. Nitin was worried that the wall Hari built would not be as strong as the wall he built because she used less cement.

? Is Nitin correct in his thinking?

In Nitin and Hari's case, we should compare the ratio of the length of the wall to the bags of cement used by each of them and see whether they are proportional.

The ratio in Nitin'scaseis60:3,i.e.,20:1(in its simplest form). The ratio in Hari's case is 40 : 2, i.e., 20 : 1 (in its simplest form).

Since both ratios are proportional, the walls are equally strong. Nitin should not worry!

? **Example 4 :** In my school, there are 5 teachers and 170 students. The ratio of teachers to students in my school is 5 : 170. Count the numberof teachers and students in your school. What is the ratio of teachers to students in your school? Write it below.

? Is the teacher-to-student ratio in your school proportional to the one in my school?

? **Example 5 :** Measure the width and height (to the nearest cm) of the blackboard in your classroom. What is the ratio of width to height of the blackboard?______ : _____

AP SCERT

விகிதங்கள் விகிதசமமாக இருக்க, விகிதத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் ஒரே காரணியால் மாற வேண்டும் என்பது நமக்கு தெரியும்.

விகிதத்திற்கு மாற்ற காரணியை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது?

முதல் உறுப்பு 6 லிருந்து 18 ஆக அதிகரித்துள்ளது. மாற்ற காரணியை கண்டறிய, 18 ஐ 6 ஆல் வகுக்க 3 கிடைக்கும்.

இரண்டாவது உறுப்பும் அதே காரணியால் மாற வேண்டும். 10 ஐ 3 என்ற காரணியால் பெருக்கும்போது, அது 30 ஆகிறது. எனவே,

$$6 : 10 :: 18 : 30$$

எனவே, அவள் முன்பு போலவே அதே இனிப்புடன் 18 டம்ளர் எலுமிச்சைச் சாறு தயாரிக்க 30 ஸ்பூன் சர்க்கரையை பயன்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3: நிதினும் ஹரியும் தங்கள் வீட்டைச் சுற்றி ஒரு சுற்றுச்சுவர் கட்டிக் கொண்டிருந்தனர். நிதின் 60 அடி நீளமுள்ள பெரிய பக்கத்தையும், ஹரி 40 அடி நீளமுள்ள சிறிய பக்கத்தையும் கட்டிக் கொண்டிருந்தனர். நிதின் 3 மூட்டை சிமெண்டை பயன்படுத்தினார், ஆனால் ஹரி 2 மூட்டை சிமெண்டை மட்டுமே பயன்படுத்தினார். ஹரி குறைந்த சிமெண்டை பயன்படுத்தியதால், அவர் கட்டிய சுவர் தான் கட்டிய சுவரை போல வலுவாக இருக்காது என்று நிதின் கவலைப்பட்டார்.

நிதினின் எண்ணம் சரியானதா?

நிதின் மற்றும் ஹரியின் விஷயத்தில், சுவரின் நீளத்திற்கும் அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் பயன்படுத்திய சிமெண்ட் மூட்டைகளுக்கும் உள்ள விகிதத்தை ஒப்பிட்டு, அவை விகிதசமத்தில் உள்ளதா என்று பார்க்க வேண்டும்.

நிதினின் விகிதம் $60 : 3$, அதாவது $20 : 1$ (அதன் எளிய வடிவத்தில்).

ஹரியின் விகிதம் $40 : 2$, அதாவது $20 : 1$ (அதன் எளிய வடிவத்தில்).

இரண்டு விகிதங்களும் விகிதசமத்தில் இருப்பதால், சுவர்கள் சமமான வலுவுடன் உள்ளன. நிதின் கவலைப்பட தேவையில்லை!

எடுத்துக்காட்டு 4: என் பள்ளியில், 5 ஆசிரியர்களும் 170 மாணவர்களும் உள்ளனர். என் பள்ளியில் ஆசிரியர்களுக்கும் மாணவர்களுக்கும் உள்ள விகிதம் $5 : 170$. உங்கள் பள்ளியில் உள்ள ஆசிரியர்கள் மற்றும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை கணக்கிடுங்கள். உங்கள் பள்ளியில் ஆசிரியர்களுக்கும் மாணவர்களுக்கும் உள்ள விகிதம் என்ன? அதைக் கீழே எழுதுங்கள்.

உங்கள் பள்ளியில் உள்ள ஆசிரியர்–மாணவர் விகிதம் என் பள்ளியில் உள்ள விகிதத்திற்கு விகிதசமமாக உள்ளதா?

எடுத்துக்காட்டு 5: உங்கள் வகுப்பறையில் உள்ள கரும்பலகையின் அகலத்தையும் உயரத்தையும் (அருகிலுள்ள செ.மீ–க்கு) அளவிடவும். கரும்பலகையின் அகலத்திற்கும் உயரத்திற்கும் உள்ள விகிதம் என்ன?_______ : ______

AP SCERT

- Can you draw a rectangle in your notebook whose width and height are proportional to the ratio of the blackboard?
- Compare the rectangle you have drawn to those drawn by your classmates. Do they all look the same?

Note to the Teacher: Give more such examples that students can relate to and ask them to give reasons why they think they are correct. Engaging with these problems and finding solutions through a process of proportional reasoning should go along with learning procedures and methods to solve the problems.

Example 6 : When Neelima was 3 years old, her mother's age was 10 times her age. What is the ratio of Neelima's age to her mother's age? What would be the ratio of their ages when Neelima is 12 years old? Would it remain the same?

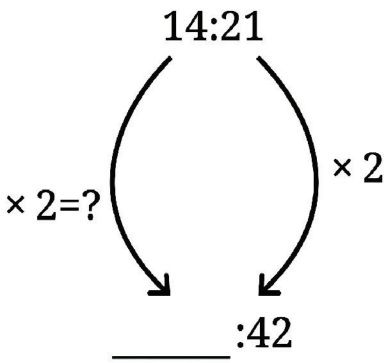
The ratio of Neelima's age to her mother's age when Neelima is3 years old is 3 :30 (her mother's age is 10 times Neelima's age). In the simplest form, it is 1 : 10.

WhenNeelimais12yearsold(i.e.,9yearslater),theratiooftheirages will be 12 : 39 (9 years later, her mother would be 39 years old). In the simplest form, it is 4 : 13.

When we add (or subtract)the same number from the terms of a ratio, the ratio changes and is not necessarily proportional to the original ratio.

Example 7: Fill in the missing numbers for the following ratios that are proportional to 14 : 21.

______: 42   6 : ______   2 : ______



In the first ratio, we don't know the first term. But the second term is 42. It is 2 times the second term of the ratio 14:21. So, the first term should also be 2 times 14 (the first term). Hence the proportional ratio is 28:42.

AP SCERT

? கரும்பலகையின் விகிதத்திற்கு அகலமும் உயரமும் விகிதசமத்தில் இருக்குமாறு ஒரு செவ்வகத்தை உங்கள் நோட்டுப்புத்தகத்தில் வரைய முடியுமா?

? நீங்கள் வரைந்த செவ்வகத்தை உங்கள் வகுப்பு நண்பர்கள் வரைந்த செவ்வகங்களுடன் ஒப்பிடுக. அவை அனைத்தும் ஒரே மாதிரியாக தெரிகின்றனவா?

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு : மாணவர்கள் தொடர்புபடுத்தக்கூடிய இது போன்ற பல உதாரணங்களை கொடுத்து, அவை சரியென்று அவர்கள் நினைப்பதற்கான காரணங்களை கூறச் சொல்லுங்கள். இந்த கணக்குகளில் ஈடுபடுவதும், விகிதசம பகுத்தறிவின் மூலம் தீர்வுகளை கண்டறிவதும், கணக்குகளை தீர்ப்பதற்கான நடைமுறைகள் மற்றும் வழிமுறைகளை கற்றுக்கொள்வதோடு இணைந்து நிகழ வேண்டும்.

? **எடுத்துக்காட்டு 6:** நீலிமாவுக்கு 3 வயதாக இருந்தபோது, அவளுடைய தாயின் வயது அவளுடைய வயதைப் போல 10 மடங்கு. நீலிமாவின் வயதிற்கும் அவளது தாயின் வயதிற்கும் உள்ள விகிதம் என்ன? நீலிமாவுக்கு 12 வயதாக இருக்கும்போது அவர்களின் வயது விகிதம் என்னவாக இருக்கும்? அது அப்படியே இருக்குமா?

நீலிமாவுக்கு 3 வயதாக இருக்கும்போது நீலிமாவின் வயதிற்கும் அவளது தாயின் வயதிற்கும் உள்ள விகிதம் 3:30 (அவளது தாயின் வயது நீலிமாவின் வயதைப் போல 10 மடங்கு). எளிய வடிவத்தில், இது 1:10.

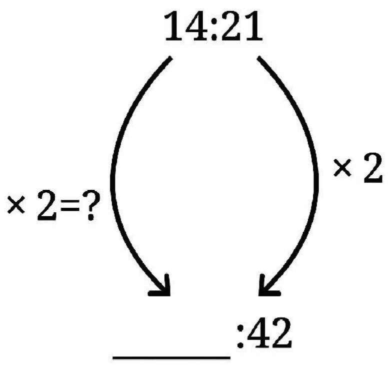
நீலிமாவுக்கு 12 வயதாகும்போது (அதாவது 9 ஆண்டுகளுக்கு பிறகு), அவர்களின் வயது விகிதம் 12:39 ஆக இருக்கும் (9 ஆண்டுகளுக்கு பிறகு, அவளது தாயின் வயது 39 ஆக இருக்கும்). எளிய வடிவத்தில், இது 4:13.

ஒரு விகிதத்தின் உறுப்புகளுடன் ஒரே எண்ணை கூட்டும்போது (அல்லது கழிக்கும்போது), விகிதம் மாறுகிறது மற்றும் அது அசல் விகிதத்திற்கு விகிதசமமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

? **எடுத்துக்காட்டு 7:** 14 : 21 என்ற விகிதத்திற்கு விகிதசமமாக இருக்கும் பின்வரும் விகிதங்களுக்கான விடுபட்ட எண்களை நிரப்புக.

_____ : 42   6 : _____   2 : _____

முதல் விகிதத்தில், முதல் உறுப்பு நமக்கு தெரியாது. ஆனால் இரண்டாவது உறுப்பு 42. இது 14 : 21 என்ற விகிதத்தின் இரண்டாவது உறுப்பை போல 2 மடங்கு. எனவே, முதல் உறுப்பும் 14ன் (முதல் உறுப்பு) 2 மடங்காக இருக்க வேண்டும். எனவே விகிதசமமான விகிதம் 28 : 42 ஆகும்.



For the second ratio, the first term is 6.

What factor should we multiply 14 by to get 6? Can it be an integer? Or should it be a fraction?

We can model this as 14y = 6. So, y = $\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$

So, we need to multiply 21 (the second term of 14 : 21) also by the same factor $\frac{3}{7}$

$21 \times \frac{3}{7}$ is 9. So, the ratio is 6 : 9.

In the third ratio, the first term is 2.

We can see that when we divide 14 (the first term of 14 : 21) by 7 (HCF of 14 and 21) we get 2.

If we divide 21 also by 7, we get 3. So, the ratio is 2 : 3.

Filter Coffee!

Filter coffee is a beverage made by mixing coffee decoction with milk. Manjunath usually mixes 15 mL of coffee decoction with 35 mL of milk to make one cup of filter coffee in his coffee shop.

In this case, we can say that the ratio of coffee decoction to milk is 15 : 35.

If customers want 'stronger' filter coffee, Manjunath mixes 20 mL of decoction with 30 mL of milk. The ratio here is 20 : 30.

Why is this coffee stronger?

And when they want 'lighter' filter coffee, he mixes 10 mL of coffee and 40 mL of milk, making the ratio 10 : 40.

Why is this coffee lighter?

AP SCERT

இரண்டாவது விகிதத்திற்கு, முதல் உறுப்பு 6.

? 14ஐ எந்த காரணியால் பெருக்கினால் 6 கிடைக்கும்? அது ஒரு முழு எண்ணாக இருக்க முடியுமா? அல்லது அது ஒரு பின்னமாக இருக்க வேண்டுமா?

இதை நாம் $14y = 6$ என எழுதலாம். எனவே, $y = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$

எனவே, 21 ஐயும்(14 : 21 ன் இரண்டாவது உறுப்பு) அதே காரணியான $\frac{3}{7}$ ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

$21 \times \frac{3}{7} = 9.$

எனவே, விகிதம் 6 : 9.

மூன்றாவது விகிதத்தில், முதல் உறுப்பு 2.

14 ஐ (14 : 21 ன் முதல் உறுப்பு) 7 ஆல் (14 மற்றும் 21 ன் மீ.பொ.கா) வகுக்கும் போது 2 கிடைக்கிறது என்பதை நாம் காணலாம்.

21 ஐயும் 7 ஆல் வகுத்தால் 3 கிடைக்கும். எனவே விகிதம் 2 : 3 ஆகும்.

ஃபில்டர் காபி!

ஃபில்டர் காபி என்பது காபி டிகாஷனை பாலுடன் கலந்து தயாரிக்கப்படும் ஒரு பானமாகும். மஞ்சுநாத் வழக்கமாக தனது காபி கடையில் ஒரு கப் ஃபில்டர் காபி தயாரிக்க 15 மி.லி காபி டிகாஷனை 35 மி.லி பாலுடன் கலக்கிறார். இந்த நிலையில், காபி டிகாஷன் மற்றும் பாலின் விகிதம் 15: 35 என்று கூறலாம்.

வாடிக்கையாளர்கள் 'ஸ்ட்ராங்கான' ஃபில்டர் காபியை விரும்பினால், மஞ்சுநாத் 20 மி.லி டிகாஷனை 30 மி.லி பாலுடன் கலக்கிறார். இங்கு விகிதம் 20:30.

? இந்த காபி ஏன் ஸ்ட்ராங்காக இருக்கிறது?

மேலும் அவர்களுக்கு 'லைட்டான' ஃபில்டர் காபி தேவைப்படும்போது, அவர் 10 மி.லி காபி டிகாஷனை 40 மி.லி பாலுடன் கலக்கிறார், இதனால் விகிதம் 10: 40 ஆகிறது.

? இந்த காபி ஏன் லைட்டாக இருக்கிறது?

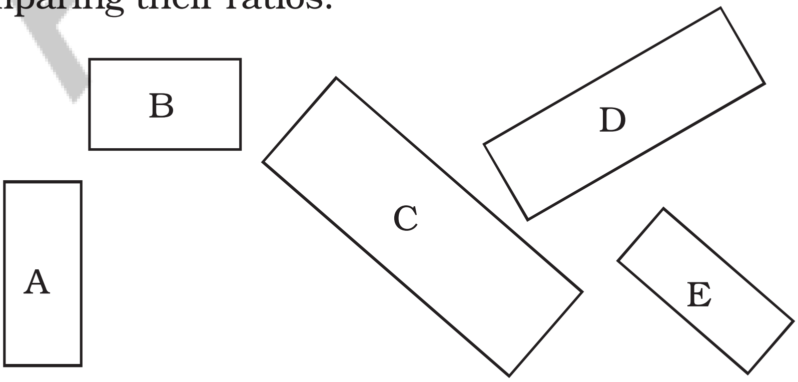
AS SCERT

The following table shows the different ratios in which Manjunath mixes coffee decoction with milk. Write in the last column if the coffee is stronger or lighter than the regular coffee.

Coffee Decoction (in mL)	Milk (in mL)	Regular/Strong/Light
300	600	
150	500	
200	400	
24	56	
100	300	

Figure it Out - 7.1

1. Circle the following statements of proportion that are true.
   (i) 4 : 7 :: 12 : 21 (ii) 8 : 3 :: 24 : 6
   (iii) 7 : 12 :: 12 : 7 (iv) 21 : 6 :: 35 : 10
   (v) 12 : 18 :: 28 : 12 (vi) 24 : 8 :: 9 : 3
2. Give 3 ratios that are proportional to 4 : 9.
   ______ : ______ ______ : ______ ______ : ______
3. Fill in the missing numbers for these ratios that are proportional to 18 : 24.
   3 : ______ 12 : ______ 20 : ______ 27 : ______
4. Look at the following rectangles. Which rectangles are similar to each other? You can verify this by measuring the width and height using a scale and comparing their ratios.



AP SCERT

மஞ்சுநாத் காபி டிகாஷனை பாலுடன் கலக்கும் வெவ்வேறு விகிதங்களை கீழ்க்கண்ட அட்டவணை காட்டுகிறது. வழக்கமான காபியை விட காபி ஸ்ட்ராங்காக உள்ளதா அல்லது லைட்டாக உள்ளதா என்பதை கடைசி நெடுவரிசையில் எழுதுக.

காபி டிகாஷன்(மி.லி-ல்)	பால்(மி.லி-ல்)	ரெகுலர்/ஸ்ட்ராங்/லைட்
300	600	
150	500	
200	400	
24	56	
100	300	

கண்டுபிடிப்போம் - 7.1

1. பின்வரும் விகிதசம கூற்றுகளில் சரியானவற்றை வட்டமிடுக.

   (i) 4 : 7 :: 12 : 21 (ii) 8 : 3 :: 24 : 6

   (iii) 7 : 12 :: 12 : 7 (iv) 21 : 6 :: 35 : 10

   (v) 12 : 18 :: 28 : 12 (vi) 24 : 8 :: 9 : 3

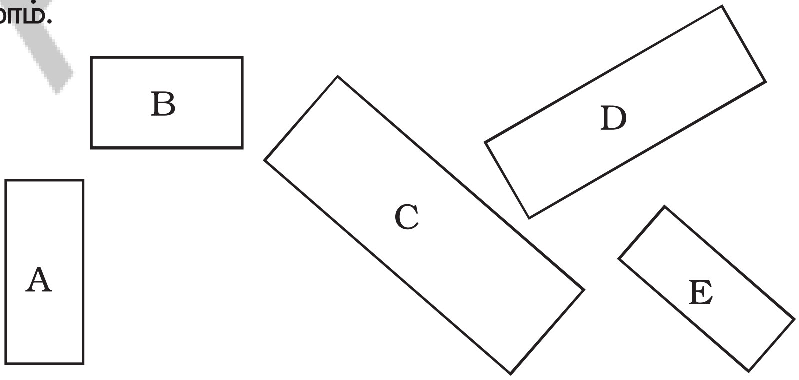
2. 4 : 9 என்ற விகிதத்திற்கு விகிதசமமாக உள்ள 3 விகிதங்களை கொடுக்கவும்.

   ______ : ______ ______ : ______ ______ : ______

3. 18 : 24 என்ற விகிதத்திற்கு விகிதசமமாக உள்ள இந்த விகிதங்களில் விடுபட்ட எண்களை நிரப்புக.

   3 : ______ 12 : ______ 20 : ______ 27 : ______

4. பின்வரும் செவ்வகங்களை பார்க்கவும். எந்த செவ்வகங்கள் ஒன்றுக்கொன்று ஒரே மாதிரியாக உள்ளன? ஒரு அளவுகோலை பயன்படுத்தி அகலம் மற்றும் உயரத்தை அளவிடுவதன் மூலமும் அவற்றின் விகிதங்களை ஒப்பிடுவதன் மூலமும் நீங்கள் இதை சரிபார்க்கலாம்.

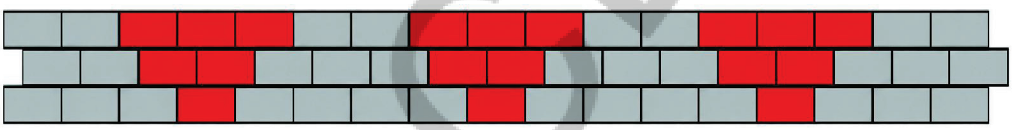


APSCERT

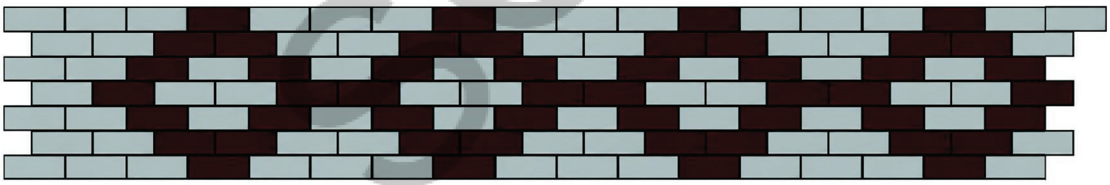
5. Look at the following rectangle. Can you draw a smaller rectangle and a bigger rectangle with the same width to height ratio in your notebooks? Compare your rectangles with your classmates' drawings. Are all of them the same? If they are different from yours, can you think why? Are they wrong?

6. The following figure shows a small portion of a long brick wall with patterns made using coloured bricks. Each wall continues this pattern throughout the wall. What is the ratio of grey bricks to coloured bricks? Try to give the ratios in their simplest form.

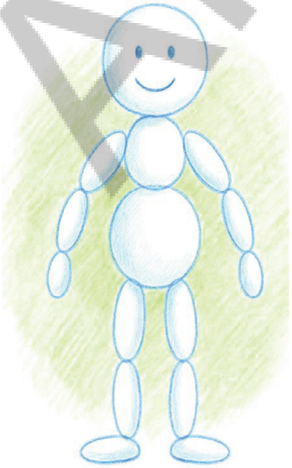
(a)



(b)



7. Let us draw some human figures. Measure your friend's body — the lengths of their head, torso, arms, and legs. Write the ratios as mentioned below—



head : torso

______ : ______

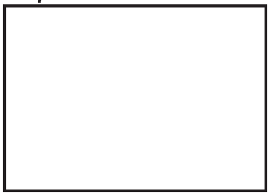
torso : arms

______ : ______

torso : legs

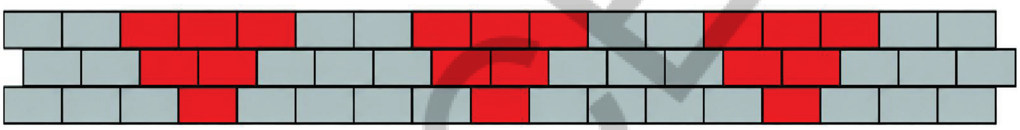
______ : ______

5. பின்வரும் செவ்வகத்தை பார்க்கவும். அதே அகலம் மற்றும் உயர விகிதத்தை கொண்ட ஒரு சிறிய செவ்வகத்தையும் ஒரு பெரிய செவ்வகத்தையும் உங்கள் நோட்டுப்புத்தகத்தில் வரைய முடியுமா?
உங்கள் செவ்வகங்களை உங்கள் வகுப்பு நண்பர்களின் வரைபடங்களுடன் ஒப்பிடவும். அவை அனைத்தும் ஒரே மாதிரியாக உள்ளனவா?
அவை உங்களுடையதிலிருந்து வேறுபட்டிருந்தால், ஏன் என்று உங்களால் யோசிக்க முடிகிறதா? அவை தவறானவையா?

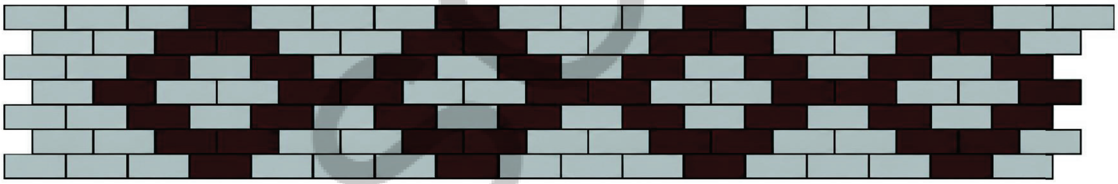


6. பின்வரும் படம் வண்ண செங்கற்களை பயன்படுத்தி உருவாக்கப்பட்ட அமைப்புகளுடன் கூடிய நீண்ட செங்கல் சுவரின் ஒரு சிறிய பகுதியை காட்டுகிறது. ஒவ்வொரு சுவரும் இந்த அமைப்பை சுவர் முழுவதும் நீட்டிக்கிறது. சாம்பல் நிற செங்கற்களுக்கும் வண்ண செங்கற்களுக்கும் உள்ள விகிதம் என்ன? விகிதங்களை அவற்றின் எளிய வடிவத்தில் கொடுக்க முயற்சிக்கவும்.

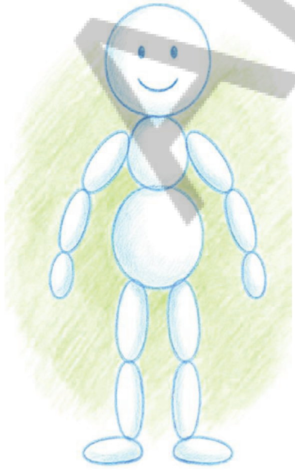
(a)



(b)



7. சில மனித உருவங்களை வரைவோம். உங்கள் நண்பரின் உடலை அளவிடவும்— அவர்களின் தலை, உடல், கைகள் மற்றும் கால்களின் நீளங்கள். கீழே குறிப்பிட்டுள்ளபடி விகிதங்களை எழுதுக—



தலை : உடல்

_______ : _______

உடல் : கைகள்

_______ : _______

உடல் : கால்கள்

_______ : _______

Now, draw a figure with head, torso, arms, and legs with equivalent ratios as above.

Does the drawing look more realistic if the ratios are proportional? Why? Why not?

Note to the Teacher: In all these activities, encourage students to reason why their drawings are proportional.

Trairasika — The Rule of Three

Example 8: For the mid-day meal in a school with 120 students, the cook usually makes 15 kg of rice. On a rainy day, only 80 students came to school. How many kilograms of rice should the cook make so that the food is not wasted?

The ratio of the number of students to the amount of rice needs to be proportional.

$$\text{So, } 120 : 15 :: 80 : ?$$

What is the factor of change in the first term?

We can find that by dividing the terms $\frac{80}{120} = \frac{2}{3}$

The number of students is reduced by a factor of $\frac{2}{3}$

On multiplying the weight of rice by the same factor, we get, $15 \times \frac{2}{3} = 10$.

So, the cook should make 10 kg of rice on that day.

The situation above is a typical example of a problem where we need to use proportional reasoning to find a solution. Four quantities are linked proportionally, out of which three are known and we must find the fourth, unknown, quantity.

To solve such problems, we can model two proportional ratios using algebraic notation as —

$$a : b :: c : d.$$

For these two ratios to be proportional, we know that term c should be a multiple of term a by a factor, say f, and term d should be a multiple of term b by the same factor f. So,

$$c = f\,a \;\ldots(1)$$

$$d = f\,b \;\ldots(2)$$

AP SCERT

இப்போது, மேலே உள்ள அதே விகிதங்களை கொண்டு தலை, உடல், கைகள் மற்றும் கால்கள் உள்ள ஒரு உருவத்தை வரையவும்.

விகிதங்கள் விகிதசமமாக இருந்தால் வரைபடம் மிகவும் யதார்த்தமாக தெரிகிறதா? ஏன்? ஏன் இல்லை?

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு: இந்த அனைத்து செயல்பாடுகளிலும், மாணவர்கள் தங்கள் வரைபடங்கள் ஏன் விகிதசமமாக உள்ளன என்பதற்கான காரணத்தை கூற அவர்களை ஊக்குவிக்கவும்.

த்ரைராசிகா – மூவிகித விதி

எடுத்துக்காட்டு 8: 120 மாணவர்களை கொண்ட ஒரு பள்ளியில் மதிய உணவிற்காக, சமையல்காரர் வழக்கமாக 15 கிலோ அரிசியை சமைக்கிறார். ஒரு மழை நாளில், 80 மாணவர்கள் மட்டுமே பள்ளிக்கு வந்தனர். உணவு வீணாகாமல் இருக்க சமையல்காரர் எத்தனை கிலோ அரிசி சமைக்க வேண்டும்? மாணவர்களின் எண்ணிக்கைக்கும் அரிசியின் அளவிற்கும் உள்ள விகிதம் விகிதசமமாக இருக்க வேண்டும்.

எனவே, $120 : 15 :: 80 : ?$

முதல் உறுப்பில் மாற்ற காரணி என்ன?

உறுப்புகளை வகுப்பதன் மூலம் அதை கண்டறியலாம் $\dfrac{80}{120} = \dfrac{2}{3}$

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை $\dfrac{2}{3}$ என்ற காரணியால் குறைக்கப்படுகிறது.

அரிசியின் எடையை அதே காரணியால் பெருக்கினால் நமக்கு கிடைப்பது, $15 \times \dfrac{2}{3} = 10.$

எனவே, சமையல்காரர் அன்று 10 கிலோ அரிசியைச் சமைக்க வேண்டும்.

மேற்கண்ட சூழ்நிலை, ஒரு தீர்வை அடைய நாம் விகிதசம பகுத்தறிவை பயன்படுத்த வேண்டிய கணக்கிற்கு ஒரு சிறந்த எடுத்துக்காட்டாகும். நான்கு அளவுகள் விகிதசமமாக இணைக்கப்பட்டுள்ளன, அவற்றில் மூன்று அளவுகள் நமக்குத் தெரியும், நான்காவது தெரியாத அளவை நாம் கண்டறிய வேண்டும்.

இத்தகைய கணக்குகளைத் தீர்க்க, இயற்கணித குறியீட்டை பயன்படுத்தி இரண்டு விகிதசம விகிதங்களை பின்வருமாறு நாம் எழுதலாம்—

$$a : b :: c : d.$$

இந்த இரண்டு விகிதங்களும் விகிதசமமாக இருக்க, உறுப்பு c என்பது உறுப்பு a ஐ f என்ற காரணியால் பெருக்கி கிடைப்பதாகவும், உறுப்பு d என்பது உறுப்பு b ஐ அதே காரணி f ஆல் பெருக்கி கிடைப்பதாகவும் இருக்க வேண்டும் என்பது நமக்குத் தெரியும். எனவே,

$$c = f\,a \quad ...(1)$$

$$d = f\,b \quad ...(2)$$

APSCERT

From (1) and (2), we can say that,

$$f = \frac{c}{a} \text{ and } f = \frac{d}{b}.$$

$$\text{Therefore, } \frac{c}{a} = \frac{d}{b}.$$

Multiplying both sides by ab, we get,

$$ab \times \frac{c}{a} = ab \times \frac{d}{b}$$

$$\cancel{a}b \times \frac{c}{\cancel{a}} = a\cancel{b} \times \frac{d}{\cancel{b}}$$

$$bc = ad \text{ or } ad = bc$$

Thus, when a : b :: c : d, then ad = bc. This is known as cross multiplication of terms.

Since ad = bc, we can show that $d = \frac{bc}{a}$.

Two ratios are proportional if their terms are equal when cross multiplied. The fourth unknown quantity can be found through such cross multiplication.

In ancient India, Aryabha.a (199 CE) and others called such problems of proportionality Rule of Three problems. There were 3 numbers given — the prama.a (measure — 'a' in our case), the phala (fruit — 'b' in our case), and the ichchha (requisition — 'c' in our case). To find the ichchhaphala (yield — 'd' in our case), Aryabhata says,

"Multiply the phala by the ichchha and divide the resulting product by the pramana."

In other words, Aryabhata says,

"pramana : phala :: ichchha : ichchhaphala," therefore,

pramana × ichchhaphala = phala × ichchha.

Thus,

$$\text{ichchhaphala} = \frac{\textit{phala} \times \textit{ichchha}}{\textit{pramana}}$$

Using the cross multiplication method proposed by Aryabha.a, ancient Indians solved complex problems that involved proportionality.

Example 9: A car travels 90 km in 150 minutes. If it continues at the same speed, what distance will it cover in 4 hours?

AP SCERT

(1) மற்றும் (2) லிருந்து நாம் கூறலாம்,

$$f = \frac{c}{a} \quad \text{மற்றும்} \quad f = \frac{d}{b}.$$

$$\text{எனவே,} \ \frac{c}{a} = \frac{d}{b}.$$

இருபுறமும் ab ஆல் பெருக்க, நமக்கு கிடைப்பது,

$$ab \times \frac{c}{a} = ab \times \frac{d}{b}$$

$$\cancel{a}b \times \frac{c}{\cancel{a}} = a\cancel{b} \times \frac{d}{\cancel{b}}$$

$$bc = ad \text{ or } ad = bc$$

எனவே, $a : b :: c : d$ எனும்போது, $ad = bc$ ஆகிறது. இது உறுப்புகளின் குறுக்கு பெருக்கல் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

$ad = bc$, என்பதால், நாம் $d = \frac{bc}{a}$ எனக் காட்டலாம்..

இரண்டு விகிதங்களை குறுக்கே பெருக்கும்போது அவற்றின் உறுப்புகள் சமமாக இருந்தால் அவை விகிதசமமாக இருக்கும். நான்காவது தெரியாத அளவை இத்தகைய குறுக்கு பெருக்கல் மூலம் கண்டறியலாம்.

பண்டைய இந்தியாவில், ஆரியபட்டா(199 CE) மற்றும் பலர் இத்தகைய விகிதசம கணக்குகளை மூவிகித விதி கணக்குகள் என்று அழைத்தனர். 3 எண்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன: பிரமாணா (அளவு – நமது எடுத்துக்காட்டில்‘a’), பலன்(பழம்/விளைவு – நமது எடுத்துக்காட்டில் ‘b’), மற்றும் இச்சா (தேவை – நமது எடுத்துக்காட்டில் ‘c’). இச்சாபலனை (மகசூல் – நமது எடுத்துக்காட்டில் ‘d’) கண்டுபிடிக்க, ஆரியபட்டா கூறுகிறார், “பலனை இச்சாவால் பெருக்கி, வரும் பெருக்கற்பலனை பிரமாணாவால் வகுக்கவும்.” வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால்,

“பிரமாணா : பலன் :: இச்சா : இச்சாபலன்,” என்று ஆரியபட்டா கூறுகிறார்,

எனவே, பிரமாணா × இச்சாபலன் = பலன் × இச்சா.

எனவே,

$$\text{இச்சாபலன்} = \frac{(\text{பலன்} \times \text{இச்சா})}{\text{பிரமாணா}}$$

ஆரியபட்டா முன்மொழிந்த குறுக்கு பெருக்கல் முறையை பயன்படுத்தி, பண்டைய இந்தியர்கள் விகிதசமத்தை உள்ளடக்கிய சிக்கலான கணக்குகளை தீர்த்தனர்.

எடுத்துக்காட்டு 9: ஒரு கார் 150 நிமிடங்களில் 90 கி.மீ பயணிக்கிறது. அது அதே வேகத்தில் தொடர்ந்து சென்றால், 4 மணி நேரத்தில் எவ்வளவு தூரத்தை கடக்கும்?

APSCERT

If it continues at the same speed, the ratio of the time taken should be proportional to the ratio of the distance covered.

$$150 : 90 :: 4 : ?$$

Is this the right way to formulate the question?

No, because 150 is in minutes, but 4 is in hours. The second ratio should use the same units for time as the first ratio. Since 4 hours is 240 minutes, the right form is

$$150 : 90 :: 240 : ?$$

How can you find the distance covered in 240 minutes?

Discuss with your classmates and find the answer using different strategies.

Note to the Teacher: Instead of giving one 'method' to solve the problem of the distance, encourage students to reason out the answer through different strategies. They can use their understanding of equivalent fractions and equivalent ratios to find the answer.

We can model this proportion as

$$150 : 90 :: 240 : x.$$

By cross multiplication, we get

$$150 \times x = 240 \times 90$$

Therefore, $$x = \frac{240 \times 90}{150}$$

$$= \frac{\overset{48}{\cancel{240}} \times \overset{3}{\cancel{90}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{150}}} = 144$$

The distance covered by the car in 4 hours is 144 km.

Example 10: A small farmer in Himachal Pradesh sells each 200 g packet of tea for ₹200. A large estate in Meghalaya sells each 1 kg packet of tea for ₹800. Are the weight-to-price ratios in both places proportional?

The ratio of weight to price of the Himachal tea is 200 : 200.

What is the weight to price ratio of the Meghalaya tea? Is it 1 : 800?

This would not be appropriate, because we considered the weight in

AP SCERT

அது அதே வேகத்தில் தொடர்ந்து சென்றால், எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட நேரத்தின் விகிதம் கடக்கப்படும் தூரத்தின் விகிதத்திற்கு விகிதசமமாக இருக்க வேண்டும்.

$$150 : 90 :: 4 : ?$$

கேள்வியை உருவாக்குவதற்கு இது சரியான வழியா?

இல்லை, ஏனெனில் 150 என்பது நிமிடங்களில் உள்ளது, ஆனால் 4, என்பது மணிநேரங்களில் உள்ளது. இரண்டாவது விகிதமும் முதல் விகிதத்தை போலவே நேரத்திற்கு அதே அலகுகளை பயன்படுத்த வேண்டும். 4 மணிநேரம் என்பது 240 நிமிடங்கள் என்பதால், சரியான வடிவம்

$$150 : 90 :: 240 : ?$$

240 நிமிடங்களில் கடந்த தூரத்தை நீங்கள் எவ்வாறு கண்டுபிடிக்கலாம்?

உங்கள் நண்பர்களுடன் விவாதித்து வெவ்வேறு உத்திகளை பயன்படுத்தி விடையை கண்டறியவும்.

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு: கணக்கை தீர்க்க ஒரு ‘முறையை’ மட்டும் வழங்குவதற்கு பதிலாக, வெவ்வேறு உத்திகள் மூலம் விடையை கண்டறிய மாணவர்களை ஊக்குவிக்கவும். விடையை கண்டறிய சமமான பின்னங்கள் மற்றும் சமமான விகிதங்கள் குறித்த அவர்களின் புரிதலை அவர்கள் பயன்படுத்தலாம்.

இந்த விகிதசமத்தை நாம் இவ்வாறு உருவாக்கலாம்:

$$150 : 90 :: 240 : x.$$

குறுக்கு பெருக்கல் மூலம், நாம் பெறுவது

$$150 \times x = 240 \times 90$$

எனவே,
$$x = \frac{240 \times 90}{150}$$

$$= \frac{\overset{48}{\cancel{240}} \times \overset{3}{\cancel{90}}}{\underset{1}{\cancel{\underset{5}{\cancel{150}}}}} = 144$$

கார் 4 மணி நேரத்தில் கடந்த தூரம் 144 கி.மீ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 10: இமாச்சலப் பிரதேசத்தைச் சேர்ந்த ஒரு சிறு விவசாயி ஒவ்வொரு 200 கிராம் தேயிலை பொட்டலத்தையும் ₹200 க்கு விற்கிறார். மேகாலயாவில் உள்ள ஒரு பெரிய தோட்டம் ஒவ்வொரு 1 கிலோ தேயிலை பொட்டலத்தையும் ₹800 க்கு விற்கிறது. இரண்டு இடங்களிலும் உள்ள எடை மற்றும் விலையின் விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் உள்ளனவா?

இமாச்சல தேயிலையின் எடைக்கும் விலைக்கும் உள்ள விகிதம் 200 : 200.

மேகாலயா தேயிலையின் எடைக்கும் விலைக்கும் உள்ள விகிதம் என்ன? இது 1 : 800 ஆகுமா? இது பொருத்தமானதாக இருக்காது, ஏனெனில் நாம் எடையை இமாச்சலத்தின் விஷயத்தில் கிராம்களில் எடுத்துக்கொண்டோம்.

AP SCERT

grams in the case of Himachal. So, the weight to price ratio is 1000 : 800 in Meghalaya after we convert the weight to grams.

To check if the ratios are proportional, we need to see if both ratios are the same in their simplest forms.

The Himachal tea ratio in its simplest form is 1 : 1.

The Meghalaya tea ratio in its simplest form is 5 : 4.

So, the ratios are not proportional.

? Which tea is more expensive? Why?

Note to the Teacher: Encourage a discussion on the more expensive tea, how they came to their conclusions and what the reasons for that tea being more expensive could be.

To answer the question as to which tea is more expensive, we should compare the price of tea for the same weight in both places. What is the price of 1 kg of tea from Meghalaya? It is ₹800.

In Himachal, if 200 g of tea costs rupees 200, what is the cost of 1 kg of tea?

Let us say that the price of 1 kg of tea is x rupees. 200 g is $\frac{1}{5}$ of 1 kg.

So, $\frac{1}{5} \times x = 200$.

Multiplying both sides by 5, we get

$$\frac{1}{5} \times x \times 5 = 200 \times 5$$

$$\frac{1}{\cancel{5}} \times x \times \cancel{5} = 1000$$

$$x = 1000.$$

So, the cost of 1 kg of tea is 800 in Meghalaya and 1,000 in Himachal Pradesh.

Therefore, the tea from Himachal Pradesh is more expensive.

Activity 1: Take your favourite dish. Find out all the ingredients and their respective quantities needed to make the dish for your family. Suppose you are celebrating a festival and you want to invite 15 guests. Find out the quantities of the ingredients required to cook the same dish for them.

AP SCERT

எனவே, எடையை கிராம்களாக மாற்றிய பிறகு, மேகாலயாவில் எடைக்கும் விலைக்கும் உள்ள விகிதம் 1000 : 800 ஆகிறது.

விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் உள்ளனவா என்பதை சரிபார்க்க, இரண்டு விகிதங்களும் அவற்றின் எளிய வடிவங்களில் ஒரே மாதிரியாக உள்ளதா என்று நாம் பார்க்க வேண்டும்.

இமாச்சல தேயிலை விகிதம் அதன் எளிய வடிவத்தில் 1 : 1.

மேகாலயா தேயிலை விகிதம் அதன் எளிய வடிவத்தில் 5 : 4.

எனவே, விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் இல்லை.

? எந்த தேயிலை மிகவும் விலையுயர்ந்தது? ஏன்?

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு: எந்த தேயிலை அதிக விலையுயர்ந்தது, அவர்கள் எவ்வாறு அந்த முடிவுக்கு வந்தார்கள் மற்றும் அந்த தேயிலை அதிக விலையுயர்ந்ததாக இருப்பதற்கான காரணங்கள் என்ன என்பது பற்றி விவாதிக்க ஊக்குவிக்கவும்.

எந்த தேயிலை அதிக விலையுயர்ந்தது என்ற கேள்விக்கு பதிலளிக்க, இரண்டு இடங்களிலும் ஒரே எடைக்கான தேயிலையின் விலையை நாம் ஒப்பிட வேண்டும். மேகாலயாவிலிருந்து வரும் 1 கிலோ தேயிலையின் விலை என்ன? அது ₹800.

இமாச்சலப் பிரதேசத்தில், 200 கிராம் தேயிலையின் விலை ₹200 என்றால், 1 கிலோ தேயிலையின் விலை என்ன?

1 கிலோ தேயிலையின் விலை x ரூபாய் என்று வைத்துக் கொள்வோம்.

200 கிராம் என்பது 1 கிலோவில் $\frac{1}{5}$ ஆகும்.

எனவே, $\frac{1}{5} \times x = 200$.

இருபுறமும் 5-ஆல் பெருக்க, நமக்குக் கிடைப்பது

$$\frac{1}{5} \times x \times 5 = 200 \times 5$$
$$\frac{1}{\cancel{5}} \times x \times \cancel{5} = 1000$$
$$x = 1000.$$

எனவே, 1 கிலோ தேயிலையின் விலை மேகாலயாவில் ₹ 800 மற்றும் இமாச்சலப் பிரதேசத்தில் ₹ 1,000. எனவே, இமாச்சலப் பிரதேச தேயிலை அதிக விலையுயர்ந்தது.

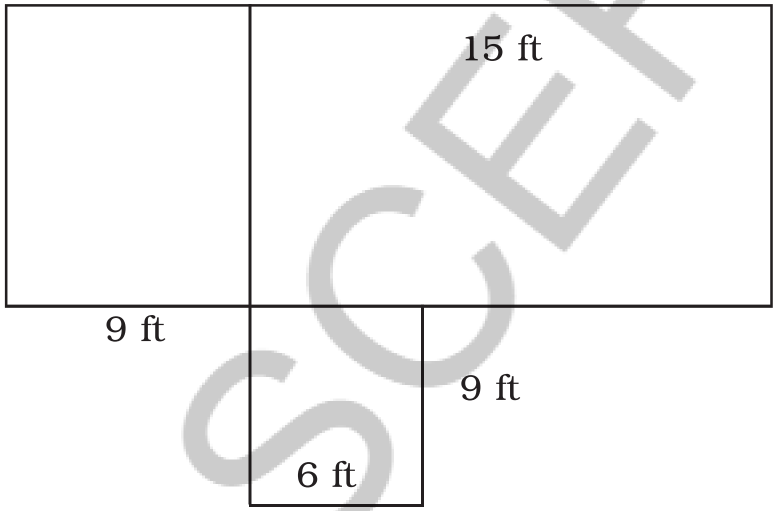
செயல்பாடு 1: உங்களுக்கு பிடித்த உணவை எடுத்து கொள்ளுங்கள். உங்கள் குடும்பத்திற்காக அந்த உணவை சமைக்கத் தேவையான அனைத்து பொருட்களையும் அவற்றின் அளவுகளையும் கண்டறியவும். நீங்கள் ஒரு பண்டிகையை கொண்டாடுகிறீர்கள் என்றும், 15 விருந்தினர்களை அழைக்க விரும்புகிறீர்கள் என்றும் வைத்துக்கொள்வோம். அவர்களுக்காக அதே உணவை சமைக்கத் தேவையான பொருட்களின் அளவை கண்டறியவும்.

AP SCERT

Figure it Out - 7.2

1. The Earth travels approximately 940 million kilometres around the Sun in a year. How many kilometres will it travel in a week?

2. A mason is building a house in the shape shown in the diagram. He separates two rooms. To build a wall of 10-feet, he requires approximately 1450 bricks. How many bricks would he need to build the house? Assume all walls are of the same height and thickness.



? Puneeth's father went from Lucknow to Kanpur in 2 hours by riding his motorcycle at a speed of 50 km/h. If he drives at 75 km/h, how long will it take him to reach Kanpur? Can we form this problem as a proportion —

$$50 : 2 :: 75 : ___ .$$

Would it take Puneeth's father more time or less time to reach Kanpur? Think about it.

Even though this problem looks similar to the previous problems, it cannot be solved using the Rule of Three!

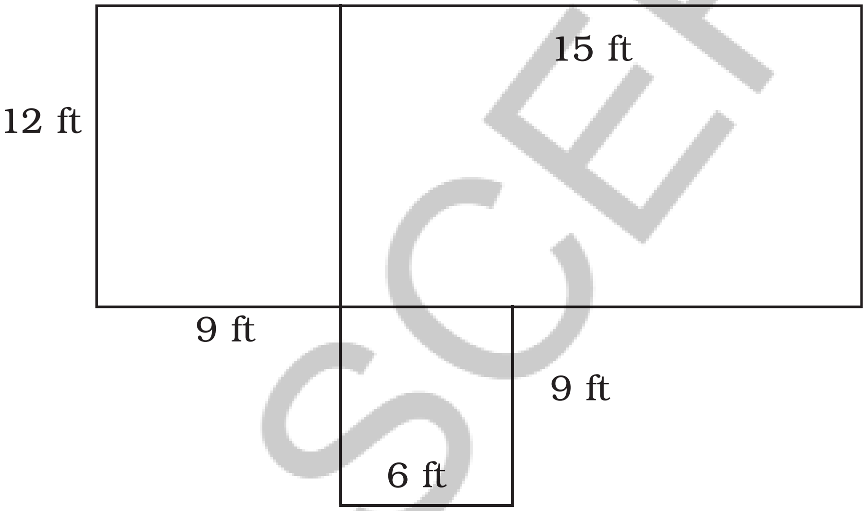
The time of travel would actually decrease when the speed increases. So this problem cannot be modelled as $50 : 2 :: 75 : ___$

AP SCERT

கண்டுபிடிப்போம் - 7.2

1. பூமி சூரியனைச் சுற்றி ஒரு வருடத்தில் தோராயமாக 940 மில்லியன் கிலோமீட்டர் பயணிக்கிறது. ஒரு வாரத்தில் அது எத்தனை கிலோமீட்டர் பயணிக்கும்?

2. ஒரு கொத்தனார் படத்தில் உள்ள வடிவத்தில் ஒரு வீட்டைக் கட்டுகிறார். அவர் இரண்டு அறைகளை பிரிக்கிறார். 10 அடி சுவர் கட்ட, அவருக்கு தோராயமாக 1450 செங்கற்கள் தேவை. வீட்டை கட்ட அவருக்கு எத்தனை செங்கற்கள் தேவைப்படும்? அனைத்து சுவர்களும் ஒரே உயரம் மற்றும் தடிமன் கொண்டவை என்று எடுத்துக்கொள்ளுங்கள்.



? புனித்தின் தந்தை லக்னோவிலிருந்து கான்பூருக்கு தனது மோட்டார் சைக்கிளில் 50 கி.மீ/மணி வேகத்தில் சென்று 2 மணி நேரத்தில் அடைந்தார். அவர் 75 கி.மீ/மணி வேகத்தில் ஓட்டினால், கான்பூரை அடைய எவ்வளவு நேரம் ஆகும்? இந்த கணக்கை பின்வரும் விகிதசமமாக நாம் அமைக்க முடியுமா?

$$50 : 2 :: 75 : \text{——}.$$

புனித்தின் தந்தை கான்பூரை அடைய அதிக நேரம் ஆகுமா அல்லது குறைந்த நேரம் ஆகுமா? அதைப் பற்றி சிந்தியுங்கள்.

இந்த கணக்கு முந்தைய கணக்குகளை போலவே தோன்றினாலும், இதை மூவிகித விதியை பயன்படுத்தி தீர்க்க முடியாது!

வேகம் அதிகரிக்கும் போது பயண நேரம் உண்மையில் குறையும். எனவே இந்த கணக்கை $50 : 2 :: 75 :$ ——என உருவாக்க முடியாது.

AP SCERT

Activity 2: Go to the market and collect the prices of different sizes of shampoo containers of the same shampoo and create a table like the one given below. See if the volume of shampoo is proportional to the price.

Container	Volume	Price
Sachet	6 mL	₹2
Small bottle	180 mL	₹154
Medium bottle	340 mL	₹276
Large bottle	1000 mL	₹540

Let us compare the ratios for the sample table above.

The ratio of the volume of a sachet to a small bottle is 6 : 180. The ratio of their prices is 2 : 154. Are these ratios proportional?

Why do you think that the ratio of the prices is not proportional to the ratio of the volumes?

Discuss the pros and cons of different size bottles for the company and for customers. For reducing ecological footprint, what would you recommend to the company and to the customer?

Does the same occur for other products? Make similar tables for other products in the market, capturing different prices for different measures of the same product, e.g., rice or atta (flour).

Observe the products for which the prices are proportional to the different measures.

Discuss in class the proportionality of prices to measures of the same product.

Note to the Teacher: Give a project to students. Start by dividing the class into groups. Each group should go to one shop and collect prices for different measures of the same product. For example, they should note down the prices of 500 g of rice, 1 kg of rice, and 10 kg of rice. They should make tables with measure sizes and prices, and present them to the rest of the class. They should discuss if the prices are proportional or not, and why.

AP SCERT

செயல்பாடு 2: சந்தைக்கு சென்று, ஒரே ஷாம்பூவின் வெவ்வேறு அளவிலான ஷாம்பூ பாட்டில்களின் விலைகளை சேகரித்து, கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதை போன்ற ஒரு அட்டவணையை உருவாக்கவும். ஷாம்பூவின் அளவு விலைக்கு விகிதசமமாக உள்ளதா என்று பார்க்கவும்.

கொள்கலன்	அளவு	விலை
சிறு பொட்டலம்	6 மி.லி	₹2
சிறிய பாட்டில்	180 மி.லி	₹154
நடுத்தர பாட்டில்	340 மி.லி	₹276
பெரிய பாட்டில்	1000 மி.லி	₹540

மேலே உள்ள மாதிரி அட்டவணைக்கான விகிதங்களை ஒப்பிடுவோம். ஒரு சிறு பொட்டலம் மற்றும் ஒரு சிறிய பாட்டிலின் அளவுகளின் விகிதம் 6 : 180. அவற்றின் விலைகளின் விகிதம் 2 : 154. இந்த விகிதங்கள் விகிதசமமாக உள்ளனவா?

விலைகளின் விகிதம் அளவுகளின் விகிதத்திற்கு ஏன் விகிதசமமாக இல்லை என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள்?

நிறுவனத்திற்கும் வாடிக்கையாளர்களுக்கும் வெவ்வேறு அளவிலான பாட்டில்களின் நன்மைகள் மற்றும் தீமைகள் குறித்து விவாதிக்கவும். சுற்றுச்சூழல் பாதிப்பை குறைக்க, நிறுவனத்திற்கும் வாடிக்கையாளருக்கும் நீங்கள் என்ன பரிந்துரைப்பீர்கள்?

பிற தயாரிப்புகளுக்கும் இது நிகழ்கிறதா?

ஒரே தயாரிப்பின் வெவ்வேறு அளவீடுகளுக்கு வெவ்வேறு விலைகளைப் பதிவு செய்து, சந்தையில் உள்ள பிற தயாரிப்புகளுக்கும் இதே போன்ற அட்டவணைகளை உருவாக்கவும். (எடுத்துக்காட்டு: அரிசி அல்லது கோதுமை மாவு)

எந்த தயாரிப்புகளுக்கு விலைகள் வெவ்வேறு அளவீடுகளுக்கு விகிதசமமாக உள்ளன என்பதை கவனிக்கவும்.

ஒரே தயாரிப்பின் அளவீடுகளுக்கு விலைகளின் விகிதசமம் குறித்து வகுப்பில் விவாதிக்கவும்.

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு: மாணவர்களுக்கு ஒரு செயல்திட்டம் கொடுங்கள். வகுப்பை குழுக்களாக பிரித்து தொடங்கவும். ஒவ்வொரு குழுவும் ஒரு கடைக்கு சென்று ஒரே பொருளின் வெவ்வேறு அளவுகளுக்கான விலைகளை சேகரிக்க வேண்டும். உதாரணமாக, அவர்கள் 500 கிராம் அரிசி, 1 கிலோ அரிசி மற்றும் 10 கிலோ அரிசியின் விலைகளை குறித்து கொள்ள வேண்டும். அவர்கள் அளவுகள் மற்றும் விலைகளுடன் அட்டவணைகளை உருவாக்கி, அவற்றை வகுப்பின் மற்றவர்களிடம் முன்வைக்க வேண்டும். விலைகள் விகிதசமமாக உள்ளதா இல்லையா என்பதையும், ஏன் என்பதையும் அவர்கள் விவாதிக்க வேண்டும்.

APSCERT

7.5 Sharing, but Not Equally!

Activity 3: Form a pair. Collect 12 countable objects or counters (it can be coins, seeds, or pebbles). Now, shxare them between the two of you in different ways.

If you divide them equally, what is the ratio of the number of counters with each of you?

Each of you will get 6 counters. So, the ratio is 6 : 6, or 1 : 1 in its simplest form.

Now let us not share equally.

If your partner gets 5 counters, how many objects will you get? What is the ratio of the counters?

The ratio of the counters of your partner to yours is 5 : 7.

Now, if you want to share the counters between the two of you in the ratio of 3 : 1, how many counters would each of you get?

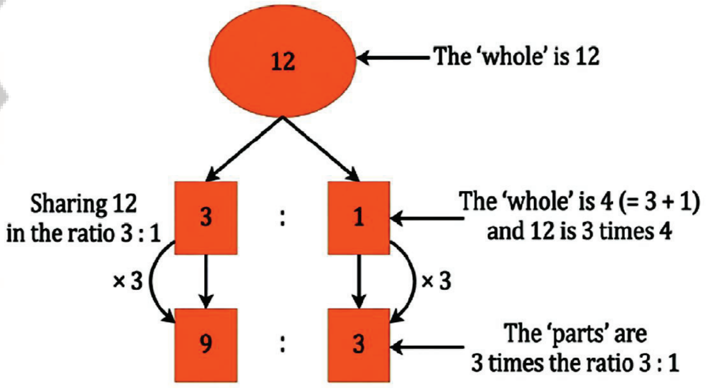
Share the counters in different ways and see which combination is in the ratio 3 : 1.

One way to share the counters in the ratio of 3 : 1 is as follows —

1. Your partner takes 3 counters and you take 1 counter. There are now 8 counters left.
2. Your partner takes 3 more counters and you take 1 more counter. There are now 4 counters left.
3. Your partner takes 3 more counters and you take 1 more counter. There are no more counters left.

So, your partner gets 9 counters in total and you get 3 counters.

When we divide 12 counters in the ratio of 3 : 1 between two people, one gets 9 counters and the other gets 3 counters.



APSCERT

7.5 சமமாக இல்லாமல் பகிர்தல்!

செயல்பாடு 3: ஒரு ஜோடியாக சேரவும். எண்ணக்கூடிய 12 பொருட்களை அல்லது கவுண்டர்களை சேகரிக்கவும் (அது நாணயங்கள், விதைகள் அல்லது கூழாங்கற்களாக இருக்கலாம்). இப்போது, அவற்றை உங்கள் இருவருக்கும் இடையில் வெவ்வேறு வழிகளில் பகிர்ந்து கொள்ளுங்கள்.

அவற்றை நீங்கள் சமமாக பிரித்தால், உங்கள் ஒவ்வொருவரிடமும் உள்ள கவுண்டர்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதம் என்ன? உங்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் 6 கவுண்டர்கள் கிடைக்கும். எனவே, விகிதம் 6 : 6, அல்லது அதன் எளிய வடிவத்தில் 1 : 1. இப்போது நாம் சமமாக பகிர்ந்து கொள்ள வேண்டாம்.

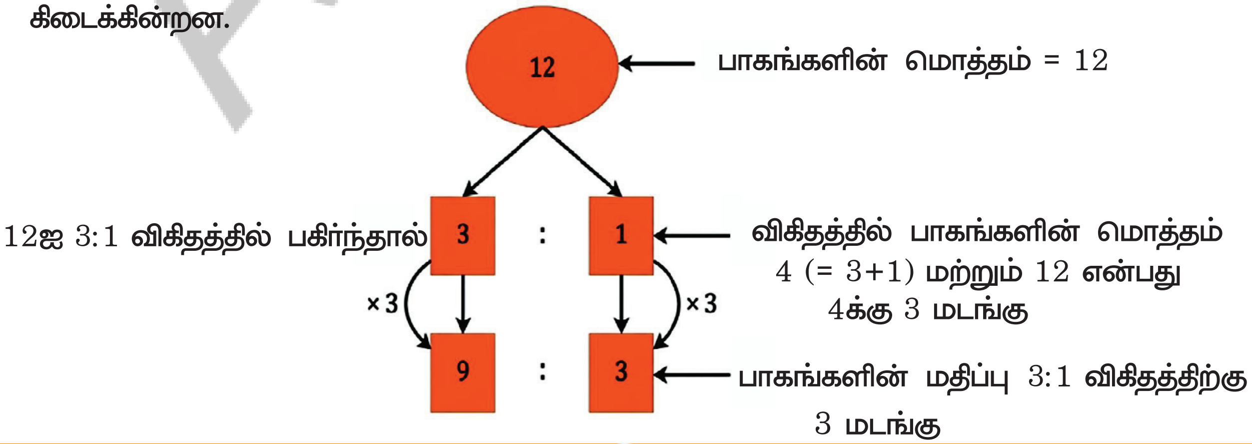
உங்கள் நண்பருக்கு 5 கவுண்டர்கள் கிடைத்தால், உங்களுக்கு எத்தனை பொருட்கள் கிடைக்கும்? கவுண்டர்களின் விகிதம் என்ன? உங்கள் நண்பரின் கவுண்டர்களுக்கும் உங்களுடைய கவுண்டர்களுக்கும் உள்ள விகிதம் 5 : 7.

இப்போது, நீங்கள் இருவருக்கிடையே கவுண்டர்களை 3 : 1 என்ற விகிதத்தில் பகிர்ந்து கொள்ள விரும்பினால், உங்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் எத்தனை கவுண்டர்கள் கிடைக்கும்? கவுண்டர்களை வெவ்வேறு வழிகளில் பகிர்ந்து கொண்டு, எந்த பகிர்வு 3 : 1 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது என்பதை பார்க்கவும்.

கவுண்டர்களை 3 : 1 என்ற விகிதத்தில் பகிர்ந்து கொள்வதற்கான ஒரு வழி பின்வருமாறு:

1. உங்கள் நண்பர் 3 கவுண்டர்களை எடுத்துக்கொள்கிறார் மற்றும் நீங்கள் 1 கவுண்டரை எடுத்துக்கொள்கிறீர்கள். இப்போது 8 கவுண்டர்கள் மீதமுள்ளன.
2. உங்கள் நண்பர் மேலும் 3 கவுண்டர்களை எடுத்துக்கொள்கிறார் மற்றும் நீங்கள் மேலும் 1 கவுண்டரை எடுத்துக்கொள்கிறீர்கள். இப்போது 4 கவுண்டர்கள் மீதமுள்ளன.
3. உங்கள் நண்பர் மேலும் 3 கவுண்டர்களை எடுத்துக்கொள்கிறார் மற்றும் நீங்கள் மேலும் 1 கவுண்டரை எடுத்துக்கொள்கிறீர்கள். இப்போது கவுண்டர்கள் எதுவும் மீதமில்லை.

எனவே, உங்கள் நண்பருக்கு மொத்தம் 9 கவுண்டர்களும், உங்களுக்கு 3 கவுண்டர்களும் கிடைக்கும். 12 கவுண்டர்களை இரண்டு நபர்களுக்கிடையே 3 : 1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும்போது, ஒருவருக்கு 9 கவுண்டர்களும் மற்றொருவருக்கு 3 கவுண்டர்களும் கிடைக்கின்றன.



- Now, if you want to share 42 counters between the two of you in the ratio of 4 : 3, how will you do it?

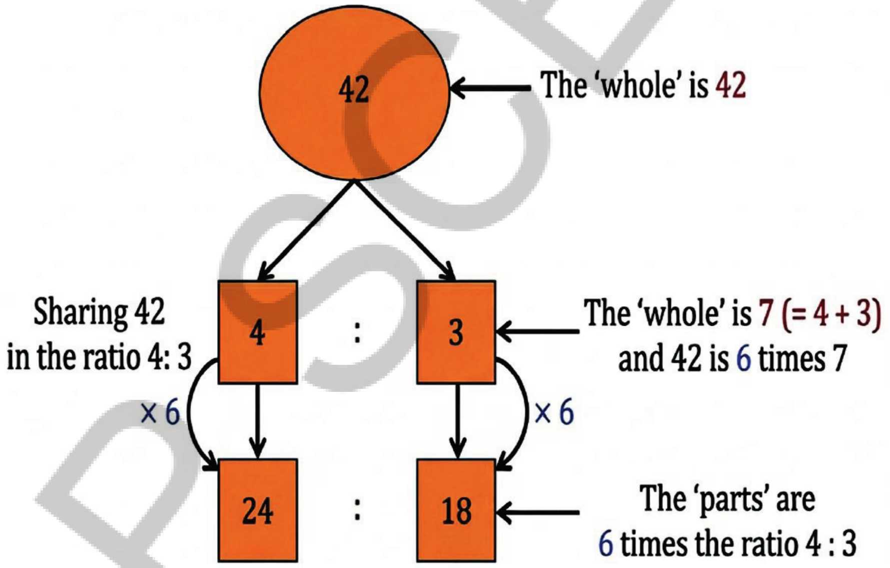
  Using the same procedure would take a long time! There is a simpler way to share the whole with parts in a specified ratio.

  You need to divide 42 into groups such that your partner gets 4 groups and you get 3 groups.

- What is the size of each group?

  If your partner gets 4 groups and you get 3 groups, the total number of groups is 7. So, the size of each group is 42 ÷ 7 = 6.

  Multiplying the number of groups by the size of each group, your partner gets 24 counters and you get 18 counters, when you share 42 counters in the ratio of 4 : 3.



In general, when we want to divide a quantity, say x, in the ratio m: n, we do the following:

1. We need to split x into groups such that it can be divided into two parts where the first part has m groups and the second part has n groups.
2. But what is the size of each group? This can be found out by dividing x by the number of groups. The number of groups are m + n. So, the size of each group is $\frac{x}{m + n}$

APSCERT

- இப்போது, நீங்கள் 42 கவுண்டர்களை இருவருக்கிடையே 4 : 3 என்ற விகிதத்தில் பகிர்ந்து கொள்ள விரும்பினால், அதை எவ்வாறு செய்வீர்கள்?

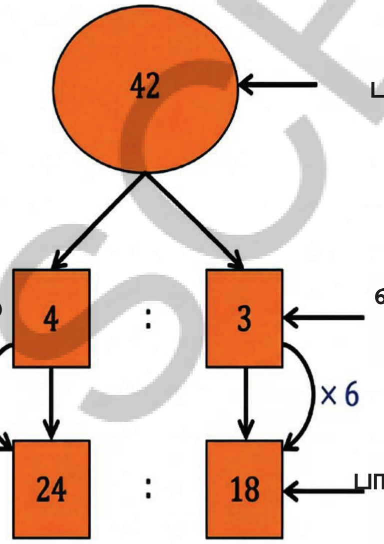
  அதே நடைமுறையை பயன்படுத்துவதற்கு நீண்ட நேரம் எடுக்கும்! ஒரு குறிப்பிட்ட விகிதத்தில் ஒரு முழுமையை பகுதிகளாக பகிர்ந்துகொள்ள ஒரு எளிய வழி உள்ளது.

  உங்கள் நண்பருக்கு 4 குழுக்களும் உங்களுக்கு 3 குழுக்களும் கிடைக்கும்படி 42-ஐ குழுக்களாக நீங்கள் பிரிக்க வேண்டும்.

- ஒவ்வொரு குழுவின் அளவு என்ன?

  உங்கள் நண்பருக்கு 4 குழுக்களும் உங்களுக்கு 3 குழுக்களும் கிடைத்தால், மொத்தக் குழுக்களின் எண்ணிக்கை 7. எனவே, ஒவ்வொரு குழுவின் அளவு $42 \div 7 = 6$.

  குழுக்களின் எண்ணிக்கையை ஒவ்வொரு குழுவின் அளவால் பெருக்கினால், 42 கவுண்டர்களை 4 : 3 என்ற விகிதத்தில் பகிரும்போது உங்கள் நண்பருக்கு 24 கவுண்டர்களும் உங்களுக்கு 18 கவுண்டர்களும் கிடைக்கும்.



பொதுவாக, x என்ற ஒரு அளவை நாம் $m : n$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்க விரும்பினால், நாம் பின்வருவனவற்றைச் செய்கிறோம்:

1. முதல் பகுதியில் m குழுக்களும் இரண்டாவது பகுதியில் n குழுக்களும் இருக்குமாறு x ஐ இரண்டு பகுதிகள் கொண்ட குழுக்களாக நாம் பிரிக்க வேண்டும்.
2. ஆனால் ஒவ்வொரு குழுவின் அளவு என்ன? இதை x ஐ குழுக்களின் எண்ணிக்கையால் வகுப்பதன் மூலம் கண்டறியலாம். குழுக்களின் எண்ணிக்கை $m + n$. எனவே, ஒவ்வொரு குழுவின் அளவு $\frac{x}{m+n}$.

3. So, the first part has $m \times \frac{x}{m+n}$ objects and the second part has $n \times \frac{x}{m+n}$ objects.

Thus, if we want to divide a quantity x in the ratio of m: n, then the parts will be $m \times \frac{x}{m+n}$ and $n \times \frac{x}{m+n}$. We see that

$$m \times \frac{x}{m+n} : n \times \frac{x}{m+n} :: m : n.$$

Example 11: Prashanti and Bhuvan started a food cart business near their school. Prashanti invested ₹75,000 and Bhuvan invested ₹25,000. At the end of the first month, they gained a profit of ₹4,000. They decided that they would share the profit in the same ratio as that of their investment. What is each person's share of the profit?

The ratio of their investment is 75000 : 25000.

Reducing this ratio to its simplest form, we get 3 : 1.

3 + 1 is 4 and dividing the profit of 4000 by 4, we get 1000.

So, Prashanti's share is 3 × 1000 and Bhuvan's share is 1 × 1000.

So, Prashanti would get ₹3,000 and Bhuvan would get ₹1,000 of the profit.

Example 12: Amixture of 40kg contains sand and cement inthe ratio of 3 : 1. How much cement should be added to the mixture to make the ratio of sand to cement 5 : 2?

Let us find the quantity of sand and cement in the original mixture.

The ratio is 3 : 1 and the total weight is 40 kg.

So, the weight of sand is $\frac{3}{(3+1)} \times 40 = 30$ kg.

The weight of cement is $\frac{1}{(3+1)} \times 40 = 10$ kg.

The weight of sand is the same in the new mixture. It remains 30. But the new ratio of sand to cement is 5 : 2. So the question is,

$$5 : 2 :: 30 : ?$$

If the ratio is 5 : 2, then the second term is $\frac{2}{5}$ times the first term. Since the new ratio is equivalent to 5 : 2, the second term in the new ratio should also be $\frac{2}{5}$ times of 30.

$$\frac{2}{5} \times 30 = 12.$$

AP SCERT

3. எனவே, முதல் பகுதியில் $m \times \frac{x}{m+n}$ பொருட்களும் இரண்டாவது பகுதியில் $n \times \frac{x}{m+n}$ பொருட்களும் உள்ளன.

எனவே, நாம் x ஐ , m : n என்ற விகிதத்தில் பிரிக்க விரும்பினால், அதன் பகுதிகள் $m \times \frac{x}{m+n}$ மற்றும் $n \times \frac{x}{m+n}$ ஆக இருக்கும்.

$m \times \frac{x}{m+n} : n \times \frac{x}{m+n} :: m : n$ என நாம் காண்கிறோம்

எடுத்துக்காட்டு 11: பிரசாந்தியும் புவனும் சேர்ந்து தங்கள் பள்ளிக்கு அருகில் ஒரு உணவு கடை தொழிலை தொடங்கினர். பிரசாந்தி ₹ 75,000 மற்றும் புவன் ₹ 25,000 ஐ முதலீடு செய்தனர். முதல் மாதத்தின் முடிவில், அவர்கள் ₹ 4,000 லாபம் ஈட்டினர். தங்கள் முதலீட்டின் அதே விகிதத்தில் லாபத்தை பகிர்ந்து கொள்ள அவர்கள் முடிவு செய்தனர். லாபத்தில் ஒவ்வொருவரின் பங்கு என்ன?

அவர்களது முதலீட்டின் விகிதம் 75000 : 25000.

இந்த விகிதத்தை அதன் எளிய வடிவத்திற்கு சுருக்கினால், நாம் 3 : 1 ஐ பெறுகிறோம்.

3 + 1 = 4 மற்றும் லாபமான 4000 ஐ 4 ஆல் வகுத்தால் 1000 கிடைக்கும்.

எனவே, பிரசாந்தியின் பங்கு 3×1000 மற்றும் புவனின் பங்கு 1×1000.

எனவே, லாபத்தில் பிரசாந்தி ₹ 3,000 மற்றும் புவன் ₹ 1,000 பெறுவார்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 12: 40 கிலோ கலவையில் மணல் மற்றும் சிமெண்ட் 3 : 1 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது. மணல் மற்றும் சிமெண்டின் விகிதத்தை 5:2 ஆக மாற்றுவதற்கு இந்த கலவையில் எவ்வளவு சிமெண்ட் சேர்க்க வேண்டும்?

அசல் கலவையில் மணல் மற்றும் சிமெண்டின் அளவை கண்டுபிடிப்போம். விகிதம் 3 : 1 மற்றும் மொத்த எடை 40 கிலோ. எனவே,மணலின் எடை $\frac{3}{(3+1)} \times 40 = 30$ கி.கி.

சிமெண்டின் எடை $\frac{1}{(3+1)} \times 40 = 10$ கி.கி.

புதிய கலவையிலும் மணலின் எடை அதேதான். அது 30-ஆகவே உள்ளது. ஆனால் மணல் மற்றும் சிமெண்டின் புதிய விகிதம் 5 : 2. எனவே கேள்வி என்னவென்றால்,

$$5 : 2 :: 30 : ?$$

விகிதம் 5 : 2 என்றால், இரண்டாவது உறுப்பு முதல் உறுப்பின் $\frac{2}{5}$ மடங்காகும். புதிய விகிதம் 5:2-க்குச் சமமாக இருப்பதால், புதிய விகிதத்தின் இரண்டாவது உறுப்பும் 30-ன் $\frac{2}{5}$ மடங்காக இருக்க வேண்டும்.

$$\frac{2}{5} \times 30 = 12.$$

APSCERT

The new mixture should have 12 kg of cement if the ratio of sand to cement is to be 5 : 2.

There is 10 kg of cement already. So, we need to add 2 kg of cement to the original mixture.

Figure it Out - 7.3

1. Divide .4,500 into two parts in the ratio 2 : 3.
2. In a science lab, acid and water are mixed in the ratio of 1 : 5 to make a solution. In a bottle that has 240 mL of the solution, how much acid and water does the solution contain?
3. Blue and yellow paints are mixed in the ratio of 3 : 5 to produce green paint. To produce 40 mL of green paint, how much of these two colours are needed? To make the paint a lighter shade of green, I added 20 mL of yellow to the mixture. What is the new ratio of blue and yellow in the paint?
4. To make soft idlis, you need to mix rice and urad dal in the ratio of 2 : 1. If you need 6 cups of this mixture to make idlis tomorrow morning, how many cups of rice and urad dal will you need?
5. I have one bucket of orange paint that I made by mixing red and yellow paints in the ratio of 3 : 5. I added another bucket of yellow paint to this mixture. What is the ratio of red paint to yellow paint in the new mixture?

7.6 Unit Conversions

We have noticed earlier that solving problems with proportionality often requires us to convert units from one system to another. Here are a few important unit conversions for your reference.

Length

1 metre = 3.281 feet

Area

1 square metre = 10.764 square feet

1 acre = 43,560 square feet

1 hectare = 10,000 square metres

1 hectare = 2.471 acres

AP SCERT

மணல் மற்றும் சிமெண்டின் விகிதம் 5:2 ஆக இருக்க வேண்டுமானால் புதிய கலவையில் 12 கிலோ சிமெண்ட் இருக்க வேண்டும்.

ஏற்கனவே 10 கிலோ சிமெண்ட் உள்ளது. எனவே, அசல் கலவையில் நாம் 2 கிலோ சிமெண்ட் சேர்க்க வேண்டும்.

கண்டுபிடிப்போம் - 7.3

1. 4,500 ஐ 2 : 3 என்ற விகிதத்தில் இரு பகுதிகளாக பிரிக்கவும்.
2. ஒரு அறிவியல் ஆய்வகத்தில், ஒரு கரைசலை தயாரிக்க அமிலமும் நீரும் 1 : 5 என்ற விகிதத்தில் கலக்கப்படுகின்றன. 240 மி.லி கரைசலை கொண்ட ஒரு பாட்டிலில், எவ்வளவு அமிலமும் நீரும் இருக்கும்?
3. பச்சை நிற வண்ணப்பூச்சை உருவாக்க நீல மற்றும் மஞ்சள் வண்ணப்பூச்சுகள் 3 : 5 என்ற விகிதத்தில் கலக்கப்படுகின்றன. 40 மி.லி பச்சை வண்ணப்பூச்சை உருவாக்க, இந்த இரண்டு வண்ணங்களில் எவ்வளவு தேவை? வண்ணப்பூச்சை வெளிர் பச்சை நிறமாக மாற்ற, நான் கலவையில் 20 மி.லி மஞ்சளைச் சேர்த்தேன். வண்ணப்பூச்சில் நீலம் மற்றும் மஞ்சளின் புதிய விகிதம் என்ன?
4. மென்மையான இட்லி தயாரிக்க, நீங்கள் அரிசி மற்றும் உளுத்தம் பருப்பை 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் கலக்க வேண்டும். நாளை காலை இட்லி செய்ய உங்களுக்கு 6 கப் இந்த கலவை தேவைப்பட்டால், உங்களுக்கு எத்தனை கப் அரிசி மற்றும் உளுத்தம் பருப்பு தேவைப்படும்?
5. சிவப்பு மற்றும் மஞ்சள் வண்ணப்பூச்சுகளை 3 : 5 என்ற விகிதத்தில் கலந்து நான் தயாரித்த ஒரு வாளி ஆரஞ்சு வண்ணப்பூச்சு என்னிடம் உள்ளது. இந்த கலவையுடன் இன்னொரு வாளி மஞ்சள் வண்ணப்பூச்சை சேர்த்தேன். புதிய கலவையில் சிவப்பு வண்ணப்பூச்சுக்கும் மஞ்சள் வண்ணப்பூச்சுக்கும் உள்ள விகிதம் என்ன?

7.6 அலகு மாற்றங்கள்

விகிதசமம் தொடர்பான கணக்குகளைத் தீர்க்க, அலகுகளை ஒரு அமைப்பிலிருந்து மற்றொரு அமைப்பிற்கு மாற்ற வேண்டியது அடிக்கடி அவசியமாகிறது என்பதை நாம் முன்பே கவனித்தோம். உங்கள் குறிப்புக்கான சில முக்கியமான அலகு மாற்றங்கள் இங்கே உள்ளன.

நீளம்

1 மீட்டர் = 3.281 அடி

பரப்பளவு

1 சதுர மீட்டர் = 10.764 சதுர அடி

1 ஏக்கர் = 43,560 சதுர அடி

1 ஹெக்டேர் = 10,000 சதுர மீட்டர்

1 ஹெக்டேர் = 2.471 ஏக்கர்

AP SCERT

Volume 1 millilitre (mL) = 1 cubic centimetre (cc)

1 litre = 1,000 mL or 1,000 cc

Temperature

Temperature conversion between Fahrenheit and Celsius is a bit more complicated. $0^oC = 32^oF$, and

$$\text{Fahrenheit} = \frac{9}{5} \times \text{Celsius} + 32 \text{ and}$$

$$\text{Celsius} = \frac{5}{9} \times (\text{Fahrenheit} - 32)$$

For example, 25^oC is 77^oF.

Figure it Out - 7.4

1. Anagh mixes 600 mL of orange juice with 900 mL of apple juice to make a fruit drink. Write the ratio of orange juice to apple juice in its simplest form.
2. Last year, we hired 3 buses for the school trip. We had a total of 162 students and teachers who went on that trip and all the buses were full. This year we have 204 students. How many buses will we need? Will all the buses be full?
3. The area of Delhi is 1,484 sq. km and the area of Mumbai is 550 sq. km. The population of Delhi is approximately 30 million and that of Mumbai is 20 million people. Which city is more crowded? Why do you say so?

4. A crane of height 155 cm has its neck and the rest of its body in the ratio 4 : 6. For your height, if your neck and the rest of the body also had this ratio, how tall would your neck be?
5. Let us try an ancient problem from Lilavati. At that time weights were measured in a unit named palas and niskas was a unit of money. "If $2\frac{1}{2}$ palas of saffron costs $\frac{3}{7}$ niskas, O expert businessman! tell me quickly what quantity of saffron can be bought for 9 niskas?"

APSCERT

கொள்ளளவு 1 மில்லிலிட்டர் (மி.லி) = 1 கன சென்டிமீட்டர்(cc)

1 லிட்டர் = 1,000 மி.லி அல்லது 1,000 cc

வெப்பநிலை

பாரன்ஹீட் மற்றும் செல்சியஸுக்கு இடையிலான வெப்பநிலை மாற்றம் சற்று சிக்கலானது.

$0^oC = 32^oF$ மற்றும்

$$\text{பாரன்ஹீட்} = \frac{9}{5} \times \text{செல்சியஸ்} + 32 \quad \text{மற்றும்}$$

$$\text{செல்சியஸ்} = \frac{5}{9} \times (\text{பாரன்ஹீட்} - 32)$$

எடுத்துக்காட்டாக, 25^oC என்பது 77^oF.

கண்டுபிடிப்போம் – 7.4

1. அனாக் 600 மி.லி ஆரஞ்சு சாற்றை 900 மி.லி ஆப்பிள் சாற்றுடன் கலந்து ஒரு பழச் சாறைத் தயாரிக்கிறான். ஆரஞ்சு சாற்றுக்கும் ஆப்பிள் சாற்றுக்கும் உள்ள விகிதத்தை அதன் எளிய வடிவத்தில் எழுதுக.
2. கடந்த ஆண்டு, பள்ளி சுற்றுலாவுக்காக நாங்கள் 3 பேருந்துகளை வாடகைக்கு எடுத்தோம். அந்த சுற்றுலாவுக்கு சென்ற மாணவர்கள் மற்றும் ஆசிரியர்கள் மொத்தம் 162 பேர், மேலும் அனைத்து பேருந்துகளும் நிரம்பியிருந்தன. இந்த ஆண்டு எங்களிடம் 204 மாணவர்கள் உள்ளனர். எங்களுக்கு எத்தனை பேருந்துகள் தேவைப்படும்? அனைத்து பேருந்துகளும் நிரம்பியிருக்குமா?
3. டெல்லியின் பரப்பளவு 1,484 சதுர கி.மீ மற்றும் மும்பையின் பரப்பளவு 550 சதுர கி.மீ. டெல்லியின் மக்கள் தொகை தோராயமாக 30 மில்லியன் மற்றும் மும்பையின் மக்கள் தொகை 20 மில்லியன். எந்த நகரம் அதிக கூட்ட நெரிசல் மிக்கது? நீங்கள் ஏன் அவ்வாறு கூறுகிறீர்கள்?

4. 155 செ.மீ உயரம் கொண்ட ஒரு கொக்கின் கழுத்து மற்றும் அதன் உடலின் மற்ற பகுதிகள் 4 : 6 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. உங்கள் உயரத்திற்கு, உங்கள் கழுத்து மற்றும் உடலின் மற்ற பகுதிகளும் இதே விகிதத்தில் இருந்தால், உங்கள் கழுத்து எவ்வளவு உயரமாக இருக்கும்?
5. லீலாவதி கணிதத்திலிருந்து ஒரு பழங்கால கணக்கை முயற்சிப்போம். அந்த நேரத்தில் எடைகள் பலம் என்ற அலகிலும், பணம் நிஷ்கா என்ற அலகிலும் அளவிடப்பட்டன. “$2\frac{1}{2}$ பலம் குங்குமப்பூவின் விலை $\frac{3}{7}$ நிஷ்கா என்றால், ஓ நிபுணத்துவம் வாய்ந்த வணிகரே! 9 நிஷ்காக்களுக்கு எவ்வளவு குங்குமப்பூ வாங்கலாம் என்பதை விரைவாக என்னிடம் கூறுங்கள்?”

APSCERT

6. Taswika is a 1-year-old girl. Her elder brother is 5 years old. What will be Taswika's age when the ratio of her age to her brother's age is 1 : 2?
7. The mass of equal volumes of gold and water are in the ratio 37 : 2. If 1 litre of water is 1 kg in mass, what is the mass of 1 litre of gold?
8. It is good farming practice to apply 10 tonnes of cow manure for 1 acre of land. A farmer is planning to grow tomatoes in a plot of size 200 ft by 500 ft. How much manure should he buy? (Please refer to the section on Unit Conversions earlier in this chapter).
9. A tap takes 15 seconds to fill a mug of water. The volume of the mug is 500 mL. How much time does the same tap take to fill a bucket of water if the bucket has a 10-litre capacity?
10. One acre of land costs ₹15,00,000. What is the cost of 2,400 square feet of the same land?
11. A tractor can plough the same area of a field 4 times faster than a pair of oxen. A farmer wants to plough his 20-acre field. A pair of oxen takes 6 hours to plough an acre of land. How much time would it take if the farmer used a pair of oxen to plough the field? How much time would it take him if he decides to use a tractor instead?
12. The ₹10 coin is an alloy of copper and nickel called 'cupro-nickel'. Copper and nickel are mixed in a 3 : 1 ratio to get this alloy. The mass of the coin is 7.74 grams. If the cost of copper is ₹906 per kg and the cost of nickel is ₹1,341 per kg, what is the cost of these metals in a ₹10 coin?

SUMMARY

- Ratios in the form of a : b indicate that for every 'a' unit of the first quantity, there are 'b' units of the second quantity. 'a' and 'b' are the terms in the ratio.
- Two ratios — a : b and c : d — are proportional (written a : b :: c : d) if their terms change by the same factor, i.e., if ad = bc.
- If x is divided into two parts in the ratio m : n, then the quantity of the first part is $m \times \frac{x}{m+n}$ and the quantity of the second part is $n \times \frac{x}{m+n}$.

AP SCERT

6. தஸ்விகா 1 வயது சிறுமி. அவளுடைய அண்ணனுக்கு 5 வயது. அவளுடைய வயதிற்கும் அவளது அண்ணனின் வயதிற்கும் உள்ள விகிதம் 1 : 2 ஆக இருக்கும்போது தஸ்விகாவின் வயது என்னவாக இருக்கும்?
7. தங்கம் மற்றும் நீரின் சம கன அளவுகளின் நிறைகள் 37 : 2 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. 1 லிட்டர் நீரின் நிறை 1 கிலோ என்றால், 1 லிட்டர் தங்கத்தின் நிறை என்ன?
8. 1 ஏக்கர் நிலத்திற்கு 10 டன் மாட்டு உரம் பயன்படுத்துவது ஒரு நல்ல விவசாய நடைமுறையாகும். ஒரு விவசாயி 200 அடி x 500 அடி அளவுள்ள ஒரு நிலத்தில் தக்காளி பயிரிட திட்டமிட்டுள்ளார். அவர் எவ்வளவு உரம் வாங்க வேண்டும்? (இந்த பாடத்தில் உள்ள அலகு மாற்றங்கள் பகுதியை பார்க்கவும்).
9. ஒரு குவளை நீரை நிரப்ப ஒரு குழாய்க்கு 15 வினாடிகள் ஆகின்றன. குவளையின் அளவு 500 மி.லி. ஒரு வாளி 10 லிட்டர் கொள்ளளவு கொண்டிருந்தால், அதே குழாய் வாளியை நிரப்ப எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?
10. ஒரு ஏக்கர் நிலத்தின் விலை ₹15,00,000. அதே நிலத்தின் 2,400 சதுர அடியின் விலை என்ன?
11. ஒரு டிராக்டர் மூலம் ஒரு ஜோடி எருதுகளை விட 4 மடங்கு வேகமாக ஒரு வயலின் அதே பரப்பளவை உழ முடியும். ஒரு விவசாயி தனது 20 ஏக்கர் நிலத்தை உழ விரும்புகிறார். ஒரு ஏக்கர் நிலத்தை உழ ஒரு ஜோடி எருதுகளுக்கு 6 மணி நேரம் ஆகிறது. வயலை உழுவதற்கு விவசாயி ஒரு ஜோடி எருதுகளை பயன்படுத்தினால் எவ்வளவு நேரம் ஆகும்? அதற்கு பதிலாக அவர் ஒரு டிராக்டரை பயன்படுத்த முடிவு செய்தால் அவருக்கு எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?
12. ₹10 நாணயம் என்பது தாமிரம் மற்றும் நிக்கல் சேர்ந்த 'குப்ரோ-நிக்கல்' எனப்படும் ஓர் உலோகக் கலவையாகும். இந்த உலோக கலவையை பெற தாமிரம் மற்றும் நிக்கல் 3 : 1 என்ற விகிதத்தில் கலக்கப்படுகின்றன. நாணயத்தின் நிறை 7.74 கிராம். ஒரு கிலோகிராம் தாமிரத்தின் விலை ₹ 906 மற்றும் ஒரு கிலோகிராம் நிக்கலின் விலை ₹1,341 எனில், ஒரு ₹10 நாணயத்தில் உள்ள இந்த உலோகங்களின் விலை என்ன?

பாடச் சுருக்கம்

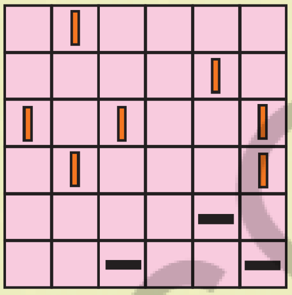
- a : b என்ற வடிவத்தில் உள்ள விகிதங்கள், முதல் அளவின் ஒவ்வொரு 'a' அலகிற்கும், இரண்டாவது அளவின் 'b' அலகுகள் உள்ளன என்பதை குறிக்கின்றன. 'a' மற்றும் 'b' என்பவை விகிதத்தின் உறுப்புகள்.
- இரண்டு விகிதங்கள் a : b மற்றும் c : d அவற்றின் உறுப்புகள் ஒரே காரணியால் மாறினால், அதாவது ad = bc ஆக இருந்தால், அவை விகிதசமத்தில் உள்ளன (a : b :: c : d என எழுதப்படும்).
- x என்பது m : n என்ற விகிதத்தில் இரு பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டால், முதல் பகுதியின் அளவு $m \times \frac{x}{m+n}$ மற்றும் இரண்டாவது பகுதியின் அளவு $n \times \frac{x}{m+n}$ ஆகும்.

APSCERT

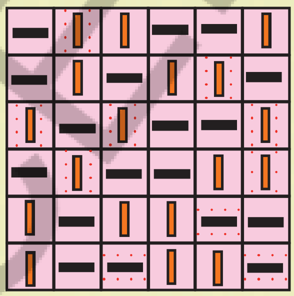
Binairo

Binairo, also known as Takuzu, is a logic puzzle with simple rules. Binairo is generally played on a square grid with no particular size. Some cells start out filled with two symbols: here horizontal and vertical lines. The rest of the cells are empty. The task is to fill cells in such a way that:

1. Each row and each column must contain an equal number of horizontal and vertical lines.
2. More than two horizontal or vertical lines can't be adjacent.
3. Each row is unique. Each column is unique.

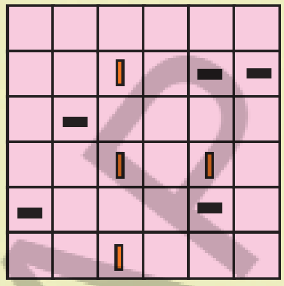


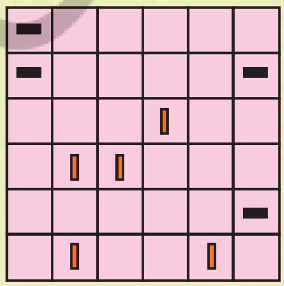
Puzzles

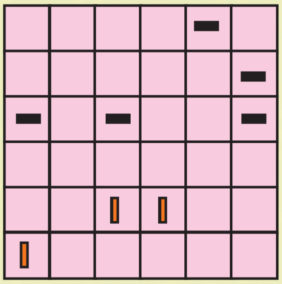


Solution

Solve the following Binairo puzzles:







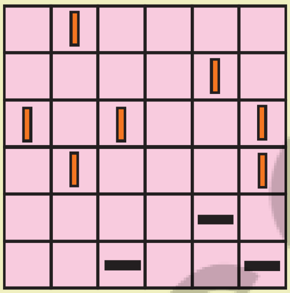
இது புதிர் நேரம்!

பினைரோ

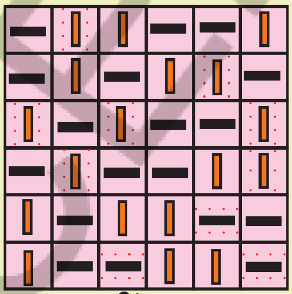
பினைரோ, தாகுசு என்றும் அழைக்கப்படுகிறது, இது எளிய விதிகளை கொண்ட ஒரு தர்க்க புதிராகும். பினைரோ பொதுவாகக் குறிப்பிட்ட அளவு இல்லாத ஒரு சதுரக் கட்டத்தில் விளையாடப்படுகிறது. சில அறைகள் ஆரம்பத்திலேயே இரண்டு குறியீடுகளால் நிரப்பப்பட்டிருக்கும்: இங்கு கிடைமட்ட மற்றும் செங்குத்து கோடுகள் இருக்கும். மீதமுள்ள அறைகள் காலியாக உள்ளன.

அறைகளை பின்வருமாறு நிரப்புவதே நாம் செய்ய வேண்டிய பணியாகும்:

1. ஒவ்வொரு நிரையும் ஒவ்வொரு நிரலும் சம எண்ணிக்கையிலான கிடைமட்ட மற்றும் செங்குத்து கோடுகளை கொண்டிருக்க வேண்டும்.
2. இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட கிடைமட்ட அல்லது செங்குத்து கோடுகள் அருகருகே இருக்க முடியாது.
3. ஒவ்வொரு நிரையும் தனித்துவமானது. ஒவ்வொரு நிரலும் தனித்துவமானது.

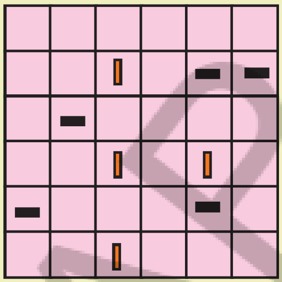


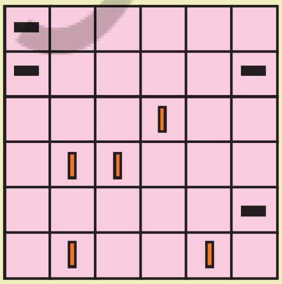
புதிர்கள்

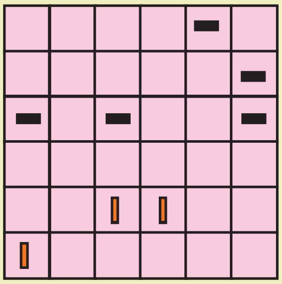


தீர்வு

பின்வரும் பினைரோ புதிர்களை தீர்க்கவும்:







ANSWERS

Figure it out - 1.1

1. 2032, 2048, and 1027 are not perfect squares.
2. 108^2, 292^2 3. 15625 + 251   4. 21m   5. 900
6. The smallest number to multiply by is 3.
   The square root of the product is 168.
7. There are exactly '2n' numbers between n^2 and $(n+1)^2$
   (i) 32 (ii) 198
8. $4^2 + 5^2 + 20^2 = (21)^2$
   $9^2 + 10^2 + (90)^2 = (91)^2$
9. Total Tiny Squares = 81 × 25 = 2025
   $3^4 \times 5^2$ prime factorisation

Figure it out - 1.2

1. 30 and 22   2. 7
3. (i) False. Because, the cube of any odd number is odd
   (ii) False. The cube of 2 ends with 8
   (iii) False. For example, 10^3 = 1000 is a 4 - digit number
   (iv) False. The cube of largest two digit number $(99)^3$ = 970299 has only 6 digits
   (v) False. The factors of 8, which is cube of 2 = 1, 2 ,4, 8 (even number)
4. (i) yes, the cube root of 1331 can be guessed without factorization. $10 < \sqrt[3]{1331} < 20$, as 1331 ends with 1, its cube root also ends with 1
   So, the cube root of 1331 is 11
   (ii) 4,913: $10 < \sqrt[3]{4913} < 20$, as 4913 ends with 3, its cube root ends with 7 So, the cube root of 4913 = 17
   (iii) 12,167: $20 < \sqrt[3]{12167} < 30$, as 12,617 ends with 7, its cube root ends with 3
   So, the cube root of 12, 617 is 23.
   (iv) 32
5. $67^3 - 66^3$. Because it involves the highest base numbers raised to the highest power.

AP SCERT

விடைகள்

கண்டுபிடிப்போம் - 1.1

1. 2032, 2048, மற்றும் 1027 2. 108^2, 292^2

3. 15625 + 251 4. 21மீ 5. 900

6. பெருக்க வேண்டிய மிகச்சிறிய எண் 3. பெருக்குத்தொகையின் வர்க்கமூலம் 168.

7. n^2 மற்றும் $(n+1)^2$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே சரியாக '2n' எண்கள் உள்ளன.

   (i) 32 (ii) 198

8. $4^2 + 5^2 + 20^2 = (21)^2$

   $9^2 + 10^2 + (90)^2 = (91)^2$

9. மொத்த சிறிய சதுரங்கள் = 81 × 25 = 2025

   $3^4 \times 5^2$ பகா காரணிப்படுத்துதல்

கண்டுபிடிப்போம் - 1.2

1. 30 மற்றும் 22. 2. 7

3. (i) தவறு. ஏனென்றால், எந்தவொரு ஒற்றைப்படை எண்ணின் கனமும் ஒற்றைப்படையாகவே இருக்கும்

   (ii) தவறு. 2 இன் கனம் 8 இல் முடிகிறது

   (iii) தவறு. எடுத்துக்காட்டாக, 10^3 = 1000 என்பது ஒரு 4-இலக்க எண்.

   (iv) தவறு. மிகப்பெரிய இரண்டு இலக்க எண்ணான (99) இன் கனம் $(99)^3$ = (970299) கொண்டுள்ளது 6 இலக்கங்களை மட்டுமே

   (v) தவறு. 2 இன் கனமான 8 இன் காரணிகள் = 1, 2, 4, 8 (இரட்டைப்படை எண்)

4. ஆம், காரணிப்படுத்தல் இல்லாமலேயே 1331 இன் கனமூலத்தை யூகிக்க முடியும்.

   (i) $10 < \sqrt[3]{1331} < 20$; 1331 ஆனது 1இல் முடிவதால், அதன் கனமூலமும் 1 லேயே முடியும் எனவே, 1331 இன் கனமூலம் 11. ஆகும்.

   (ii) 4,913: $10 < \sqrt[3]{4913} < 20$; 4913 ஆனது 3இல் முடிவதால், அதன் கனமூலம் 7இல் முடியும் எனவே, 4913 ன் கனமூலம் = 17.

   (iii) 112,167: $20 < \sqrt[3]{12167} < 30$; 12,167 ஆனது 7இல் முடிவதால், அதன் கனமூலம் 3இல் முடியும் எனவே, 12,167 ன் கனமூலம் 23.

   (iv) 32

5. $67^3 - 66^3$. ஏனெனில் இது அதிகபட்ச அடுக்கிற்கு உயர்த்தப்பட்ட அதிகபட்ச அடிமான எண்களைக் கொண்டுள்ளது.

Reason :

(i) Cubes vs. Squares: The difference between consecutive cubes ($a^3 - b^3$) grows much faster than the difference between consecutive squares ($a^2 - b^2$). Therefore, (i) and (ii) will be significantly larger than (iii) and (iv).

(ii) Magnitude of Bases: Between the two cube expressions, uses much larger base numbers (67 vs 66). Since the difference is ($a^2 + ab + b^2$), larger values of a and b will result in a much larger sum.

Conclusion : The greatest value is **(i) 67^3 - 66^3**.

Figure it out - 2.1

1. (i) 6^4 (ii) y^2 (iii) b^4 (iv) $5^2 \times 7^3$
   (iv) $2^2 \times a^2$ (vi) $a^3 \times c^4 \times d^1$
2. (i) $648 = 2^3 \times 3^4$ (ii) $405 = 3^4 \times 5$
   (iii) $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ (iv) $3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$
3. (i) 2000 (ii) 392 (iii) 768 (iv) 225
   (v) 90000 (vi) –32000000

Figure it out - 2.2

1. 6 2. 200 bottles
3. (i) 64^3: $(2^6)^3$, $(4^3)^3$, $(8^2)^3$ (ii) 192^8: $(2^6 \times 3)^8$, $192^4 \times 192^4$, $(192^2)^4$
   (iii) 32^{-5}: $(2^5)^{-5}$, $32^{-2} \times 32^{-3}$, $(32^{-1})^5$
4. (i) Sometimes True (e.g., 1 and 64 are both; 8 is only a cube).
   (ii) Always True (Any x^4 is $(x^2)^2$).
   (iii) Always True (For integers; $x^5 \div x^3 = x^2$).
   (iv) Always True ($a^3 \times b^3 = (ab)^3$).
   (v) Never True (46 is not divisible by 4).
5. (i) 10^{-7} (ii) 5^3 (iii) 9^{-11} (iv) 13^6 (v) $m^{14}n^{21}$
6. (i) 1.44 (ii) 0.0144 (iii) 0.000144 (iv) 14400
7. $2^4 \times 3^6$, $6^4 \times 3^2$, and $18^2 \times 6^2$. (All these are equal to 11,664)
8. (i) 3^4 (ii) 2^8 (iii) 2^{100}
9. 10 digits (10^{10} = 10 billion)
10. Numbers that are both Squares and Cubes
    Examples: 1, 64, 729, 4096
    General Description: Any number that is a 6th power (n^6).

APSCERT

காரணம்:

(i) கனங்கள் vs வர்க்கங்கள்: அடுத்தடுத்த வர்க்கங்களுக்கு $(a^2 - b^2)$ இடையிலான வித்தியாசத்தை விட, அடுத்தடுத்த கனங்களுக்கு $(a^3 - b^3)$ இடையிலான வித்தியாசம் மிக வேகமாக வளர்கிறது. எனவே, (i) மற்றும் (ii) ஆகியவற்றை விட (iii) மற்றும் (iv) கணிசமாக பெரியதாக இருக்கும்.

(ii) அடிமானங்களின் அளவு: இவ்விரு கனச் சமன்பாடுகளுக்கு இடையே, மிக அதிகமான மதிப்புடைய அடிமான எண்களே (67 மற்றும் 66) பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் வித்தியாசம் $(a^2 + ab + b^2)$ என்ற வடிவத்தில் அமைவதால், a மற்றும் b ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் அதிகமாக இருக்கும்போது, அவற்றின் கூட்டுத்தொகையும் மிக அதிகமாகவே அமையும்.

முடிவு: மிகப்பெரிய மதிப்பு (i) $67^3 - 66^3$.

கண்டுபிடிப்போம் – 2.1

1. (i) 6^4 (ii) y^2 (iii) b^4 (iv) $5^2 \times 7^3$
   (iv) $2^2 \times a^2$ (vi) $a^3 \times c^4 \times d^1$
2. (i) $648 = 2^3 \times 3^4$ (ii) $405 = 3^4 \times 5$
   (iii) $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ (iv) $3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$
3. (i) 2000 (ii) 392 (iii) 768 (iv) 225
   (v) 90000 (vi) –32000000

கண்டுபிடிப்போம் – 2.2

1. 6 2. 200 பாட்டில்கள்
3. (i) 64^3: $(2^6)^3$, $(4^3)^3$, $(8^2)^3$ (ii) 192^8: $(2^6 \times 3)^8$, $192^4 \times 192^4$, $(192^2)^4$
   (iii) 32^{-5}: $(2^5)^{-5}$, $32^{-2} \times 32^{-3}$, $(32^{-1})^5$
4. (i) சில நேரங்களில் உண்மை (1 மற்றும் 64 ஆகிய இரண்டும். 8 என்பது கனம் மட்டுமே).
   (ii) எப்போதும் உண்மை (ஏதேனும் x^4 எண்ணை $(x^2)^2$ ஆக எழுதலாம்)
   (iii) எப்போதும் உண்மை(முழு எண்களுக்கு; $x^5 \div x^3 = x^2$).
   (iv) எப்போதும் உண்மை $(a^3 \times b^3 = (ab)^3)$.
   (v) ஒருபோதும் உண்மை இல்லை (46 என்பது 4 ஆல் வகுபடாது)
5. (i) 10^{-7} (ii) 5^3 (iii) 9^{-11} (iv) 13^6 (v) $m^{14}n^{21}$
6. (i) 1.44 (ii) 0.0144 (iii) 0.000144 (iv) 14400
7. $2^4 \times 3^6$, $6^4 \times 3^2$ மற்றும் $18^2 \times 6^2$ இவை அனைத்தும் 11,664 க்கு சமம்.
8. (i) 3^4 (ii) 2^8 (iii) 2^{100}
9. 10 இலக்கங்கள் $(10^{10}$ = 10 பில்லியன்கள்)
10. வர்க்கங்கள் மற்றும் கனங்கள் இரண்டாகவும் உள்ள எண்கள்:
    எடுத்துக்காட்டுகள்: 1, 64, 729, 4096.
    பொதுவான விளக்கம்: 6வது அடுக்கில் உள்ள எந்தவொரு எண்ணும் (n^6) .

AP SCERT

11. Characters available: 62 (10 digits + 26 lowercase + 26 uppercase)
62^5 (or 916,132,832 codes)

12. (v) 2×10^9 (vi) $10^9 + 10^9$

13. i) 2.43×10^{11} pieces (world population = 8.1×10^9 approximately)
ii) 5×10^{12} honeybees
iii) 3.078×10^{23} bacterial cells (world population = 8.1×10^9 approximately)

14. Approximately 31.7 years ago (roughly August 1994).

Figure it out - 3.1

1. Stick Method - Mathematical Operations
If we use a number system consisting of sticks (tally marks) without using Hindu-Arabic numerals or names, we can perform operations through physical grouping:
Addition : Simply combine two separate collections of sticks into one large pile.
Example: (| | |) + (| |) = (| | | | |)
Subtraction: From the first collection, remove as many sticks as there are in the second collection. The remaining sticks represent the result.
Multiplication: Lay out the first collection of sticks as many times as there are sticks in the second collection. For example, to multiply 3 by 2, you place a group of 3 sticks down twice.
Division: Determine how many times you can "take away" the divisor group from the dividend group. The number of times you successfully remove it is the **quotient**, and any sticks left over are the **remainder**.

2. Extending the Letter System (Method 2)
In a system where 'a' through 'z' represent 1 to 26, we can extend it to represent infinite numbers using a Positional (Base- 26) System:
Place Value : Just as we move from 9 to 10, we can move from 'z' (26) to **'aa'** (27). In this system, the first 'a' represents the "26s" place, and the second 'a' represents the "1s" place.
Column Logic : This is identical to how Microsoft Excel names its columns (A, B... Z, AA, AB...). To represent very large numbers, you simply add more letters (e.g., 'aaa' for numbers beyond $26 \ times 26$).
Additive Extension : Another way is to use specific letter combinations to represent milestones (like 'aa' = 50, 'aaa' = 100), similar to the Roman numeral logic.

11. கிடைக்கும் எழுத்துருக்கள்: 62 (10 எண்கள் + 26 சிறிய எழுத்துக்கள் + 26 பெரிய எழுத்துக்கள்)

62^5 (அல்லது 916,132,832 குறியீடுகள்)

12. (v) 2×10^9 (vi) $10^9 + 10^9$

13. i) 2.43×10^{11} துண்டுகள் (உலக மக்கள் தொகை தோராயமாக= 8.1×10^9)

ii) 5×10^{12} தேனீக்கள்

iii) 3.078×10^{23} பாக்டீரியா செல்கள் (உலக மக்கள் தொகை தோராயமாக = 8.1×10^9)

14. தோராயமாக 31.7 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு (சுமார் ஆகஸ்ட் 1994).

கண்டுபிடிப்போம் – 3.1

1. குச்சி முறை (Stick Method) – கணித செயல்பாடுகள்

இந்து-அரபு எண்களையோ பெயர்களையோ பயன்படுத்தாமல் குச்சிகளைக் (நேர்கோட்டுக் குறிகள்) கொண்ட எண் முறையைப் பயன்படுத்தினால், நாம் அவற்றை இயற்பியல் ரீதியாக ஒன்றிணைப்பதன் மூலம் செயல்பாடுகளைச் செய்ய முடியும்::

கூட்டல்: இரண்டு தனித்தனி குச்சிகளின் தொகுப்பை ஒரே பெரிய குவியலாக இணைக்க வேண்டும். எடுத்துக்காட்டு: (| | |) + (| |) = (| | | | |)

கழித்தல்: முதல் தொகுப்பிலிருந்து, இரண்டாவது தொகுப்பில் உள்ள குச்சிகளின் எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப குச்சிகளை அகற்றவும். மீதமுள்ள குச்சிகள் முடிவைக் குறிக்கின்றன.

பெருக்கல்: இரண்டாவது தொகுப்பில் உள்ள குச்சிகளின் எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப, முதல் தொகுப்பு குச்சிகளை அத்தனை முறை வைக்கவும். எடுத்துக்காட்டாக, 3 ஐ 2 ஆல் பெருக்க, 3 குச்சிகள் கொண்ட குழுவை இரண்டு முறை வைக்க வேண்டும்

வகுத்தல்: வகுபடும் குழுவி◌ருந்து வகுக்கும் குழுவை எத்தனை முறை 'எடுக்க' முடியும் என்பதை தீர்மானிக்கவும். அதை நீங்கள் வெற்றிகரமாக எடுக்கும் முறைகளின் எண்ணிக்கை **ஈவு** ஆகும், மேலும் மீதமுள்ள குச்சிகள் **மீதி** ஆகும்.

2. எழுத்து முறையை விரிவுபடுத்துதல்

'a' முதல் 'z' வரை எழுத்துகள், 1 முதல் 26 ஐக் குறிக்கும் அமைப்பில், முடிவற்ற எண்களைக் குறிக்க இடமதிப்பு

இடமதிப்பு : 9 லிருந்து 10 க்கு செல்வது போல 'z' (26) லிருந்து 'aa' (27) க்குச் செல்லலாம். இந்த அமைப்பில், முதல் 'a' என்பது "26" களின்' இடத்தையும், இரண்டாவது 'a' என்பது "1களின்" இடத்தையும் குறிக்கிறது.

நெடுவரிசை தர்க்கம் : இது மைக்ரோசாப்ட் எக்செல் (Excel) அதன் நெடுவரிசைகளுக்கு எவ்வாறு பெயரிடுகிறது (A, B... Z, AA, AB...). என்பதையே ஒத்ததாகும். மிகப் பெரிய எண்களைக் குறிக்க, நீங்கள் அதிக எழுத்துக்களைச் சேர்க்கலாம் (எ.கா: 26 / times 26 க்கும் அதிகமான எண்களுக்கு 'aaa').

கூட்டல் நீட்டிப்பு: ரோமானிய எண் தர்க்கத்தைப் போலவே, மைல்கற்களைக் குறிக்க குறிப்பிட்ட எழுத்து சேர்க்கைகளைப் பயன்படுத்துவது மற்றொரு வழியாகும் (எ.கா: 'aa' = 50, 'aaa' = 100).

3. Here is a sample "Shape-Based System" designed for clarity:

Symbol	Value
Dot (.)	1
Vertical Line (ǀ)	5
Triangle (∆)	10
Square (□)	50

Rules for Writing :

Symbols are written from largest value to smallest value.

Example 13: ∆... (One Triangle + 3 Dots)

Example 67: □∆ ǀ.. (One Square + One Triangle + One Line + 2 Dots)

Figure it out - 3.2

1. (i) MCCXXII

(ii) MMCMXCIX

(iii) CCCII

(iv) DCCXV

Figure it out - 3.3

1. The Hindu-Arabic numeral system is considered one of the greatest inventions in mathematics because of its logical efficiency.

Why Hindu system is more efficient?

1. Place Value System: Value of a digit depends on its position

   Example: 345 = 3 hundreds + 4 tens + 5 ones

   Roman system has no place value

2. Use of Zero (0): Zero is a powerful placeholder

   Distinguishes 5, 50, 500

   Roman numerals do not have zero

AP SCERT

3. தெளிவுக்காக வடிவமைக்கப்பட்ட ஒரு மாதிரி 'வடிவ-அடிப்படையிலான முறை' இதோ:

குறியீடு	மதிப்பு
புள்ளி (.)	1
செங்குத்து கோடு (ǀ)	5
முக்கோணம் (Δ)	10
சதுரம் (□)	50

எழுதுவதற்கான விதிகள் :

குறியீடுகள் மிகப்பெரிய மதிப்பிலிருந்து சிறிய மதிப்புக்கு எழுதப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 13: Δ ... (ஒரு முக்கோணம் + 3 புள்ளிகள்)

எடுத்துக்காட்டு 67: □Δ ǀ.. (ஒரு சதுரம் + ஒரு முக்கோணம் + ஒரு கோடு + 2 புள்ளிகள்)

கண்டுபிடிப்போம் - 3.2

1. (i) MCCXXII

(ii) MMCMXCIX

(iii) CCCII

(iv) DCCXV

கண்டுபிடிப்போம் - 3.3

1. இந்து-அரபு எண் முறை மிகவும் செயல்திறன் மிக்கது. ஏன்?

இந்து-அரபு எண் முறையானது அதன் தர்க்கரீதியான திறனினால் கணிதத்தின் சிறந்த கண்டுபிடிப்புகளில் ஒன்றாகக் கருதப்படுகிறது.

1. இடமதிப்பு முறை : ஒரு இலக்கத்தின் மதிப்பு அதன் நிலையைப் பொறுத்தது (எடுத்துக்காட்டு: 345 என்பது 3 நூறுகள் + 4 பத்துகள் + 5 ஒன்றுகள்). ரோமானிய முறையில் இடமதிப்பு இல்லை

2. பூஜ்யத்தின் (0) பயன்பாடு : பூஜ்யம் ஒரு சக்திவாய்ந்த இடநிரப்பியாகும் இது 5, 50, 500 ஐ வேறுபடுத்துகிறது ரோமானிய எண்களில் பூஜ்ஜியம் இல்லை

AP SCERT

3. Compact Representation: Large numbers written easily

   1000 vs M

   10,000 vs MMMMMMMMMM

4. Easy Calculations: Addition, subtraction, multiplication, division are simple and systematic Roman system is very difficult for calculations

5. Only 10 Symbols Needed: Digits: 0-9

   Roman system uses many symbols and rules (I, V, X, L, C, D, M)

6. Universal Usage: Used worldwide in science, commerce, technology

   Roman system is mostly used for labels (clocks, chapters, etc.)

2. To refine the Shape-Based System (Dot, Line, Triangle, Square),

1. Introduce a Zero Symbol (The Placeholder)

   In the old system, to write "one hundred," you might have to draw two squares (50+50). By adding a Zero (◯), we can reuse the "1" symbol (Dot) in a different position to mean ten, a hundred, or more.

2. Define a Base (Base-10)

   Instead of having a new symbol for every major number (10, 50, 100), we only need symbols for 0 through 9. Once we reach ten, we move to the next "place."

   Refined Symbols (0-9):

   0: ◯ (Circle)

   1: . (Dot)   2: ..   3: ...   4: ....   5: ǀ (Line)

   6: ǀ.   7: ǀ..   8: ǀ...   9: ǀ....

3. Applying Place Value

   Now, the position of the symbol determines its value. Each position to the left is 10 times greater than the one to its right.

   Example: Representing 1222

   Old Additive System: □□ ... (too many symbols!)

AP SCERT

3. கச்சிதமான பிரதிநிதித்துவம்: பெரிய எண்களை எளிதாக எழுதலாம் (எ.கா: 1000 க்கு பதிலாக ரோமன் எண்களில் 'M' எழுதலாம். ஆனால் 10,000 க்கு மிகவும் கடினம்).

1000 vs M

10,000 vs MMMMMMMMMM

4. எளிதான கணக்கீடுகள்: கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் ஆகியவை எளிமையானவை மற்றும் முறையானவை ரோமானிய முறையில் கணக்கீடுகள் செய்வது மிகவும் கடினம்

5. **10** குறியீடுகள் மட்டுமே தேவை: 0 லிருந்து 9 ரோமானிய முறை பல குறியீடுகள் மற்றும் விதிகளைப் பயன்படுத்துகிறது (I, V, X, L, C, D, M).

6. உலகளாவிய பயன்பாடு: அறிவியல், வர்த்தகம், தொழில்நுட்பம் ஆகியவற்றில் உலகம் முழுவதும் பயன்படுத்தப்படுகிறது ரோமானிய முறை பெரும்பாலும் லேபிள்களுக்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது (கடிகாரங்கள், அத்தியாயங்கள் போன்றவை)

2. வடிவ-அடிப்படையிலான முறையை (புள்ளி, கோடு, முக்கோணம், சதுரம்) செம்மைப்படுத்த:

1. ஒரு பூஜ்ய குறியீட்டை (இடநிரப்பி) அறிமுகப்படுத்துதல் பழைய முறையில், 'நூறு' என எழுத, நீங்கள் இரண்டு சதுரங்களை (50+50) வரைய வேண்டியிருக்கலாம். ஒரு பூஜ்யத்தை (◯) சேர்ப்பதன் மூலம், பத்து, நூறு அல்லது அதற்கு மேற்பட்டவற்றைக் குறிக்க வேறு இடத்தில் '1' குறியீட்டை (புள்ளி) மீண்டும் பயன்படுத்தலாம்.

2. ஒரு அடிமானத்தை வரையறுத்தல் (அடிமானம் −10): ஒவ்வொரு பெரிய எண்ணிற்கும் (10, 50, 100) ஒரு புதிய குறியீட்டைக் கொண்டிருப்பதற்குப் பதிலாக, 0 முதல் 9 வரையிலான குறியீடுகள் மட்டுமே தேவை. நாம் பத்தை அடைந்தவுடன், அடுத்த 'இடத்திற்கு' செல்கிறோம்.

   செம்மைப்படுத்தப்பட்ட குறியீடுகள் 0−9 வரை

   0: ◯ (வட்டம்)

   1: . (புள்ளி)   2: ..   3: ...   4: ....   5: । (கோடு)

   6: ।.   7: ।..   8: ।...   9: ।....

3. இடமதிப்பைப் பயன்படுத்துதல் இப்போது, குறியீட்டின் நிலை அதன் மதிப்பை தீர்மானிக்கிறது. இடப்பக்கம் உள்ள நிலை அதன் வலப்பக்கம் உள்ளதை விட 10 மடங்கு பெரியது. எடுத்துக்காட்டு:

   எடுத்துக்காட்டு: 1222 ஐக் குறிப்பது

   பழைய கூட்டல் முறை : □ □ ... (மிக அதிக குறியீடுகள்!)

Refined Place Value System: * 1 (Thousands) | 2 (Hundreds) | 2 (Tens) | 2 (Ones)

- . | .. | .. | ..
- Written as: . .. .

Example: Representing 50

Old Additive System: ?

Refined Place Value System:

5 (Tens) | 0 (Ones)

| | ◯ Written as: | ◯

Figure it out - 3.4

1. 10458= 10000 + 400 + 50 + 8

Representation :

1 finger (10000) 4 coils (400) 5 heel bones (50) 8 strokes (8)

1023 = 1000 + 20 + 3

Representation:

1 lotus 2 heel bones 3 strokes 2660 = 2000 + 600 + 60

Representation :

2 lotus 6 coils 6 heel bones 784= 700 + 80 + 4

Representation :

7 coils 8 heel bones 4 strokes 1111= 1000 + 100 + 10 + 1

Representation :

1 lotus 1 coil 1 heel bone 1 stroke

70707 = 70000 + 700 + 7

Representation :

7 fingers 7 coils 7 strokes

2. (i) 276 (ii) 4322

Figure it out - 3.5

1. 15 = □□□

50 = ⬡ ⬡

137 = □□□ Δ Δ

293 = □□ ⬡ □□□ Δ Δ Δ

651 = ~ ⬡ Δ

AP SCERT

செம்மைப்படுத்தப்பட்ட இடமதிப்பு முறை:

1 (ஆயிரங்கள்) | 2 (நூறுகள்) | 2 (பத்துகள்) | 2 (ஒன்றுகள்)

. | .. | .. | ..

எழுதப்படும் முறை: . .. .

எடுத்துக்காட்டு: 50 ஐக் குறிப்பது

பழைய கூட்டல் முறை : □

செம்மைப்படுத்தப்பட்ட இடமதிப்பு முறை:

5 (பத்துகள்) | 0 (ஒன்றுகள்)

| | ◯ எழுதப்படும் முறை: | ◯

கண்டுபிடிப்போம் – 3.4

எகிப்திய எண்முறை கூட்டல் முறையை அடிப்படையாகக் கொண்டது. அதாவது, விரும்பிய மதிப்பு எட்டப்படு வரை குறியீடுகள் மீண்டும் மீண்டும் பயன்படுத்தப்பட வேண்டும்.

1. 10,458: 10,000 + 400 + 50 + 8

விளக்கம் :

1 விரல் (10000), 4 சுருள்கள் (400), 5 குதிக்கால் எலும்புகள் (50), 8 கோடுகள் (8).

1,023: 1,000 + 20 + 3

விளக்கம்:

1 தாமரை 2 குதிக்கால் எலும்புகள் 3 கோடுகள் 2,660: 2,000 + 600 + 60

விளக்கம்:

2 தாமரை 6 சுருள்கள் 6 குதிக்கால் எலும்புகள். 784: 700 + 80 + 4

விளக்கம்:

7 சுருள்கள் 8 குதிக்கால் எலும்புகள் 4 கோடுகள் 1,111: 1,000 + 100 + 10 + 1

விளக்கம் :

1 தாமரை 1 சுருள் 1 குதிக்கால் எலும்பு 1 கோடு 70,707: 70,000 + 700 + 7

விளக்கம்:

7 விரல்கள் 7 சுருள்கள் 7 கோடுகள்

2. (i) 276 (ii) 4322

கண்டுபிடிப்போம் – 3.5

1. விடை:

15 = □□□

50 = ⬡ ⬡

137 = □□□ Δ Δ

293 = □□ ⬡ □□□ Δ Δ Δ

651 = ~ ⬡ Δ

APSCERT

2. No, every number can be represented.

Reason: Base-5 is a positional number system. It uses powers of 5 : 5^0, 5^1, 5^2, 5^3,...

3. Landmark Numbers (Base-7): 1, 7, 49, 343, 2401, 16807, ...

Figure it out - 3.6

1. **Technically, yes, but conventionally, no.**

Why it could happen: The Egyptian system is purely **additive**. Unlike our positional system, there is no mathematical "error" in writing ten to represent the number 10.

Why it was avoided: The Egyptians created higher-value symbols specifically to make writing and reading efficient. Since 10 strokes equal 1 heel bone , repeating a symbol 10 times defeats the purpose of the higher-value sign. It's like trying to pay for a 100-rupee item using 100 one-rupee coins; it's valid, but highly impractical. In formal inscriptions, symbols were almost always "rolled over" to the next higher power of ten once they reached a count of 10.

2. To create a Positional Base-4 System, we only need 4 symbols. Let's use: □ = (Circle), 1 = (Triangle), 2 = (Square), 3 = (Hexagon).

The "Landmark Numbers" (place values) are $4^0 = 1$, $4^1 = 4$, and $4^2 = 16$

3. In the Positional Base-5 System we discussed (using symbols for 0, 1, 2, 3, 4), multiplying by 5 is incredibly simple-it follows the same logic as multiplying by 10 in our decimal system.

The Rule:

To multiply any number by 5, simply shift all symbols one position to the left and add a Zero symbol (□) at the end (the units place).

Example: If the number is 3 (⬡), multiplying by 5 makes it 15.

AP SCERT

2. இல்லை, ஒவ்வொரு எண்ணையும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்த முடியும்.

காரணம்: அடிமானம்-5 என்பது ஒரு இடமதிப்பு எண் முறை. இது 5 இன் அடுக்குகளைப் TVu TÓj Õ¡ \ Õ. $5^0, 5^1, 5^2, 5^3, \ldots$

3. மைல்கல் எண்கள் (அடிமானம்-7) : 1, 7, 49, 343, 2401, 16807, …

கண்டுபிடிப்போம் – 3.6

1. **தொழில்நுட்ப ரீதியாக, ஆம், ஆனால் வழக்கப்படி இல்லை.**

ஏன் இது நடக்கலாம்: எகிப்திய அமைப்பு முற்றிலும் **கூட்டல்** முறையானது. நமது இடமதிப்பு அமைப்பைப் போலன்றி, 10 ஐக் குறிக்க பத்தை எழுதுவதில் எந்த கணிதப் 'பிழையும்' இல்லை.

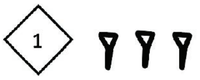
இது ஏன் தவிர்க்கப்பட்டது: எழுதுவதையும் படிப்பதையும் எளிதாக்குவதற்காக எகிப்தியர்கள் அதிக மதிப்புள்ள குறியீடுகளை உருவாக்கினர். 10 கோடுகள் 1 குதிக்கால் எலும்புக்கு சமம் என்பதால், ஒரு குறியீட்டை 10 முறை திரும்பத் திரும்ப எழுதுவது அதிக மதிப்புள்ள குறியீட்டின் நோக்கத்தை வீணடிக்கிறது. இது 100 ரூபாய் பொருளுக்கு 100 ஒரு ரூபாய் நாணயங்களைப் பயன்படுத்தி பணம் செலுத்த முயற்சிப்பது போன்றது; இது செல்லுபடியாகும், ஆனால் மிகவும் நடைமுறைக்கு ஒவ்வாதது. முறையான கல்வெட்டுகளில், குறியீடுகள் 10 ஐ அடைந்தவுடன், அவை அடுத்த அதிகபட்ச பத்தின் அடுக்குக்கு 'மாற்றப்பட்டன'

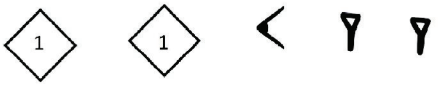
2. அடிமானம்-4 இடமதிப்பு முறையை உருவாக்க, நமக்கு 4 குறியீடுகள் மட்டுமே தேவை இதைப் பயன்படுத்துவோம்: 0 = □ (வட்டம்), 1 = முக்கோணம் 2 = சதுரம், 3 = அறுகோணம் 'மைல்கல் எண்கள்' (இடமதிப்புகள்) $4^0 = 1$, $4^1 = 4$ மற்றும் $4^2 = 16$

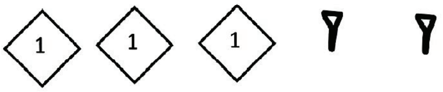
3. நாம் விவாதித்த அடிமானம்-5 இடமதிப்பு முறையில் (0, 1, 2, 3, 4 க்கான குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி), 5 ஆல் பெருக்குவது நம்பமுடியாத அளவிற்கு எளிமையானது-நமது தசம முறையில் 10 ஆல் பெருக்கும் அதே தர்க்கத்தையே இது பின்பற்றுகிறது. விதி: எந்த எண்ணையும் 5 ஆல் பெருக்க, அனைத்து குறியீடுகளையும் இடதுபுறம் ஒரு நிலை நகர்த்தி, கடைசியில் (ஒன்றுகள் இடத்தில்) ஒரு பூஜ்ஜிய குறியீட்டை (□) சேர்க்கவும். எடுத்துக்காட்டு: எண் 3 (⬡) எனில், அதை 5 ஆல் பெருக்கும்போது அது 15 ஆகிறது.

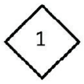
APSCERT

Figure it out - 3.7

1. (i) 63 

   (ii) 132 

   (iii) 200 

   (iv) 60 

   (v) 3605

Figure it out - 3.8

1. **The Chinese Rod Numeral System (Zong and Heng)**

   The Chinese used **Zong** (vertical) and **Heng** (horizontal) symbols to prevent confusion in their place-value system.

- **Why alternate?** They alternated to clearly distinguish between adjacent place values (Units, Tens, Hundreds, etc.). If you have two digits side-by-side, alternating the orientation acts as a "visual border."
- **Representing 41 using only Zong:**
  - 4 would be four vertical lines: | | | |
  - 1 would be one vertical line: |
  - **Representation:** | | | | |
- **Misinterpretation:** Without a significant space or alternating symbols, | | | | | could easily be read as 5 (five vertical lines) instead of **41**. Alternating (Heng for Tens, Zong for Units) makes it ≡ |, which is unmistakably **41**.

2. **The Role of Hindu Numerals and Zero (0)**

   Daily Life & Professions:

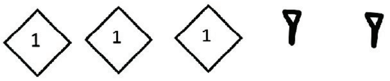
- **Banking/Finance :** Interest rates, balances, and stock markets are impossible without 0 and place value.
- **Engineering/Construction :** Precise measurements (0.001mm) require decimal place values.
- **Computers/IT :** Everything digital is built on Binary (0 and 1).
- **Daily :** Setting alarms, checking prices at the market, or measuring medicine doses.

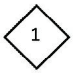
AP SCERT

கண்டுபிடிப்போம் - 3.7

1. (i) 63

   (ii) 132

   (iii) 200 

   (iv) 60 

   (v) 3605

கண்டுபிடிப்போம் - 3.8

1. **சீன குச்சி எண் முறை** (Zong மற்றும் Heng)

   சீனர்கள் தங்கள் இடமதிப்பு முறையில் குழப்பத்தைத் தவிர்ப்பதற்காக Zong (செங்குத்து) மற்றும் Heng (கிடைமட்ட)குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தினர்.

- **ஏன் மாற்றி மாற்றிப் பயன்படுத்த வேண்டும்?** அருகிலுள்ள இடமதிப்புகளை (ஒன்றுகள், பத்துகள், நூறுகள் போன்றவை) தெளிவாக வேறுபடுத்த அவர்கள் மாற்றி மாற்றிப் பயன்படுத்தினர். அருகருகே இரண்டு இலக்கங்கள் இருந்தால், திசையை மாற்றுவது ஒரு 'காட்சி எல்லையாக' செயல்படுகிறது.
- Zong **ஐ மட்டுமே பயன்படுத்தி 41ஐக் குறிப்பது:**
  - 4 என்பது நான்கு செங்குத்து கோடுகளாக இருக்கும்: | | | |
  - 1 என்பது ஒரு செங்குத்து கோடாக இருக்கும்: |
  - **பிரதிநிதித்துவம்:** | | | | |
- தவறாகப் புரிந்துகொள்ளுதல்: குறிப்பிடத்தக்க இடைவெளி அல்லது மாற்று குறியீடுகள் இல்லாமல், |||| | என்பதை 41 க்கு பதிலாக 5 (ஐந்து செங்குத்து கோடுகள்) என எளிதில் படிக்கலாம். மாற்றிப் பயன்படுத்துவது (பத்துகளுக்கு Heng, ஒன்றுகளுக்கு Zong) அதை ≡ | ஆக்குகிறது, இது சந்தேகத்திற்கு இடமின்றி 41 ஆகும்.

2. **இந்து எண்கள் மற்றும் பூஜ்யத்தின் (0) பங்கு:**

   அன்றாட வாழ்க்கை & தொழில்கள்:

- **வங்கி / நிதி** : வட்டி விகிதங்கள், இருப்புகள் மற்றும் பங்குச் சந்தைகள் ஆகியவை 0 மற்றும் இடமதிப்பு இல்லாமல் சாத்தியமற்றவை.
- **பொறியியல் / கட்டுமானம்:** துல்லியமான அளவீடுகளுக்கு (0.001mm) தசம இடமதிப்புகள் தேவை.
- **கணினிகள் / IT:** டிஜிட்டல் தொழில்நுட்பம் அனைத்தும் பைனரி (0 மற்றும் 1) அடிப்படையில் கட்டமைக்கப்பட்டுள்ளது.
- **தினசரி:** அலாரங்களை அமைத்தல், சந்தையில் விலைகளைச் சரிபார்த்தல் அல்லது மருந்து அளவுகளை அளவிடுதல்.

APSCERT

Life without 0 :

Our lives would be mathematically "heavy." Without 0 and place value, we would likely still be using systems like Roman Numerals. Simple multiplication like 25×12 would take a long time to solve on paper, and advanced physics, space travel, or modern internet technology would likely not exist.

4. Counting with 8 Fingers (Base-8 and Base-5)

   If humans had only 8 fingers, we would likely have used Base-8 (Octal).

- Base-8 Numerals: We would only have symbols 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. The number "8" would be written as 10.
- Base-5 Numerals: We would only use 0, 1, 2, 3, 4. The number "5" would be written as 10.

Converting the Decimal Number 25 :

Base System	**Calculation**	**Representation**
Base-10	2(10) + 5(1)	**25**
Base-8	3(8) + 1(1)	**31**
Base-5	1(25) + 0(5) + 0(1)	**100**
Base-2	1(16)+1(8)+0(4)+0(2)+1(1)	**11001**

Figure it out - 4.1

1. **Rectangle (i) :**

   $\angle OAB = 30^\circ$ $\angle OBA = 30^\circ$ $\angle AOB = 120^\circ$

   $\angle OAD = 60^\circ$ $\angle ODA = 60^\circ$ $\angle AOD = 60^\circ$

   $\angle ODC = 30^\circ$ $\angle OCD = 30^\circ$ $\angle DOC = 120^\circ$

   $\angle OCB = 60^\circ$ $\angle OBC = 60^\circ$ $\angle BOC = 60^\circ$

   Rectangle (ii) :

   Center angles : 110° and 70°

   Base angles (Wide triangles): 35°, 35°

   Base angles (Narrow triangles): 55°, 55°

2. **Quadrilateral Types**

   (i) Rectangle (ii) Rectangle (iii) Square (iv) Rectangle

AP SCERT

'0' இல்லாத வாழ்க்கை :

நமது வாழ்க்கை கணித ரீதியாக 'கடினமாக' இருக்கும். 0 மற்றும் இடமதிப்பு இல்லாமல், நாம் இப்போதும் ரோமானிய எண்கள் போன்ற முறைகளையே பயன்படுத்திக் கொண்டிருப்போம். காகிதத்தில் $25/ மடங்குகள் 12$ போன்ற எளிய பெருக்கலை தீர்க்க நீண்ட நேரம் எடுக்கும், மேலும் மேம்பட்ட இயற்பியல், விண்வெளிப் பயணம் அல்லது நவீன இணையத் தொழில்நுட்பம் போன்றவை இருக்க வாய்ப்பில்லை.

4. 8 விரல்களால் எண்ணுதல் (அடிமானம்-8 மற்றும் அடிமானம்-5)

   மனிதர்களுக்கு 8 விரல்கள் மட்டுமே இருந்திருந்தால், நாம் பெரும்பாலும் அடிமானம்-8 ஐ (Octal) பயன்படுத்தியிருப்போம்

- அடிமானம்-8 எண்கள்: நம்மிடம் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ஆகிய குறியீடுகள் மட்டுமே இருக்கும். '8' என்ற எண் 10 என்று எழுதப்பட்டிருக்கும்.
- அடிமானம்-5 எண்கள்: நாம் 0, 1, 2, 3, 4 ஐ மட்டுமே பயன்படுத்துவோம். '5' என்ற எண் 10 என்று எழுதப்பட்டிருக்கும்.

தசம எண் 25 ஐ மாற்றுதல்::

அடிமான முறை	கணக்கீடு	பிரதிநிதித்துவம்
அடிமானம்-10	2(10) + 5(1)	**25**
அடிமானம்-8	3(8) + 1(1)	**31**
அடிமானம்-5	1(25) + 0(5) + 0(1)	**100**
அடிமானம்-2	1(16)+1(8)+0(4)+0(2)+1(1)	**11001**

கண்டுபிடிப்போம் - 4.1

1. **செவ்வகம் (i) :**

   $\angle OAB = 30^o$ $\angle OBA = 30^o$ $\angle AOB = 120^o$

   $\angle OAD = 60^o$ $\angle ODA = 60^o$ $\angle AOD = 60^o$

   $\angle ODC = 30^o$ $\angle OCD = 30^o$ $\angle DOC = 120^o$

   $\angle OCB = 60^o$ $\angle OBC = 60^o$ $\angle BOC = 60^o$

   செவ்வகம் (ii) :

   மையக் கோணங்கள் : 110° மற்றும் 70°

   அடிக் கோணங்கள் (அகன்ற முக்கோணங்கள்) : 35°, 35°

   அடிக் கோணங்கள் (குறுகிய முக்கோணங்கள்) : 55°, 55°

2. **நாற்கரங்களின் வகைகள்**

   (i) செவ்வகம் (ii) செவ்வகம் (iii) சதுரம் (iv) செவ்வகம்

AP SCERT

3. Figure APML

Figure: Square.

Reason: Diagonals are equal, bisect each other, and are perpendicular.

4. Exact 90° with Sticks

Method: Cross two equal sticks at their exact midpoints. Adjust them until the four distances between the stick ends (measured with the thread) are all equal.

5. No.

Reason: A quadrilateral with opposite sides parallel and equal is a parallelogram.

Figure it out - 4.2

1. (i) Parallelogram: $\angle E = 140^\circ$, $\angle A = 40^\circ$, $\angle R = 140^\circ$

(ii) Parallelogram: $\angle Q = 70^\circ$, $\angle R = 110^\circ$, $\angle S = 70^\circ$

(iii) Rhombus:

$\angle XVU = 30^\circ$ (Total $\angle UVW = 60^\circ$)

$\angle UXW = 60^\circ$ (Split into 30°, 30° by diagonal)

$\angle U = 120^\circ$ (Split into 60°, 60° by diagonal)

$\angle W = 120^\circ$ (Split into 60°, 60° by diagonal)

(iv) Rhombus:

$\angle OEI = 20^\circ$ ($\angle AEI = 40^\circ$)

$\angle IOA = 40^\circ$ (Split into 20°, 20° by diagonal)

$\angle A = 140^\circ$ (Split into 70°, 70° by diagonal)

$\angle I = 140^\circ$ (Split into 70°, 70° by diagonal)

Figure it out - 4.3

1. Sides: All four sides are 4 cm.
   - Angles: 60°, 120°, 60°, 120° (Rhombus).
2. Kite Construction
   - Draw diagonal AC = 8 cm.
   - Draw a perpendicular line through AC at any point (not necessarily the midpoint).
   - Measure 3 cm on both sides of AC along this line to mark points B and D.
   - Join A, B, C, D.
3. Remaining Angles in Trapeziums
   - Left Trapezium: Top-left angle = 45°,Top-right angle = 75°

APSCERT

3. படம் APML

படம் : சதுரம் (Square).

காரணம்: மூலைவிட்டங்கள் சமம், ஒன்றுக்கொன்று இருசமக்கூறிடும், மேலும் செங்குத்தானவை.

4. குச்சிகளுடன் சரியாக 90°

முறை: இரண்டு சமமான குச்சிகளின் மையப்புள்ளிகளில் சரியாக குறுக்கிடவும். குச்சியின் முனைகளுக்கு இடையிலான நான்கு தூரங்களும் (நூலால் அளக்கப்படும்) சமமாக இருக்கும் வரை அவற்றை சரிசெய்யவும்.

5. இல்லை.

காரணம்: எதிர் பக்கங்கள் இணையாகவும் சமமாகவும் உள்ள ஒரு நாற்கரம் இணைகரமாகும்.

கண்டுபிடிப்போம் - 4.2

1. (i) இணைகரம்

$\angle E = 140^{\circ}$, $\angle A = 40^{\circ}$, $\angle R = 140^{\circ}$

(ii) இணைகரம்

$\angle Q = 70^{\circ}$, $\angle R = 110^{\circ}$, $\angle S = 70^{\circ}$

(iii) சாய்சதுரம்

$\angle XVU = 30^{\circ}$ (மொத்தம் $\angle UVW = 60^{\circ}$)

$\angle UXW = 60^{\circ}$ (மூலைவிட்டத்தால் 30°, 30° ஆகப் பிரிக்கப்படுகிறது)

$\angle U = 120^{\circ}$ (மூலைவிட்டத்தால் 60°, 60° ஆகப் பிரிக்கப்படுகிறது)

$\angle W = 120^{\circ}$ (மூலைவிட்டத்தால் 60°, 60° ஆகப் பிரிக்கப்படுகிறது)

(iv) சாய்சதுரம்

$\angle OEI = 20^{\circ}$ ($\angle AEI = 40^{\circ}$)

$\angle IOA = 40^{\circ}$ (மூலைவிட்டத்தால் 20°, 20° ஆகப் பிரிக்கப்படுகிறது)

$\angle A = 140^{\circ}$ (மூலைவிட்டத்தால் 70°, 70° ஆகப் பிரிக்கப்படுகிறது)

$\angle I = 140^{\circ}$ (மூலைவிட்டத்தால் 70°, 70° ஆகப் பிரிக்கப்படுகிறது)

கண்டுபிடிப்போம் - 4.3

1. பக்கங்கள்: நான்கு பக்கங்களும் 4 செ.மீ.

- கோணங்கள்: 60°, 120°, 60°, 120° (சாய்சதுரம்).

2. பட்டம் வரைதல்

- மூலைவிட்டம் AC = 8 செ.மீ வரையவும்.
- AC இன் வழியாக ஏதாவது ஒரு புள்ளியில் (மையப்புள்ளியாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை) ஒரு செங்குத்துக் கோட்டை வரையவும்.
- B மற்றும் D புள்ளிகளைக் குறிக்க, இந்தக் கோட்டின் வழியே AC இன் இருபுறமும் 3 செ.மீ அளவிடவும்.
- A, B, C, D ஐ இணைக்கவும்

3. சரிவகங்களில் மீதமுள்ள கோணங்கள்

இடது சரிவகம்: மேல்-இடது கோணம் = 45°, மேல்-வலது கோணம் = 75°.

APSCERT

- Right (Isosceles) Trapezium: Top-right angle = 100°, Bottom-left angle = 80°, Bottom-right angle = 80°.

4. Venn Diagram Questions
   (i) Rhombus and Square.
   (ii) Yes (a Square is both).
   (iii) No. Every rhombus is a kite, but not every kite is a rhombus. A rhombus is a kite with all sides equal.
5. $\angle IOD = 30^{\circ}$
7. Square.
   Other ways: By choosing points on each side that are an equal distance from each vertex (e.g., let CU = AX = SW = EV).
8. Yes.
9. Parallelogram.
10. Yes, the sum is 360° (By joining B and D you have two triangles)
11. (i) False (It could be a rectangle). (ii) True.
    (iii) True. (iv) False (It could be a kite).
    (v) True. (vi) True. (vii) False.

Figure it out - 5.1

1. 7, 8, 9, 10
2. p - 1, p - 2, p - 3, p - 4
3. (i) Sometimes true (e.g., 2 + 4 = 6 is true; 2 + 2 = 4 is false).
   (ii) Never true (Every number divisible by 18 is divisible by 9, but the reverse is not true; e.g., 9 is not divisible by 18, yet it is divisible by 9).
   (iii) Sometimes true (e.g., 1 + 1= 2 is true; 3 + 3 = 6 is false).
   (iv) Always true (Multiples of 6 and 9 are both divisible by 3, so their sum must be).
   (v) Sometimes true (e.g., 6+3=9 is true; 12+3=15 is false).
4. Numbers: 14, 26, 38
   Expression: 12n + 2(where n is a non-negative integer).
5. 91   6. True
7. (i) 4779 + 661: 1 (Sum of remainders is 5 + 3 = 8; 8 ÷ 7 leaves remainder 1)
   (ii) 4779 - 661: 2 (Difference of remainders is 5 - 3 = 2)
8. 59
   Each remainder is exactly 1 less than the divisor. Thus, the number is LCM (3, 4, 5) - 1, which is 60 - 1 = 59.

AP SCERT

வலது (இருசமபக்க) சரிவகம்: மேல்-வலது கோணம் = 100°, கீழ்-இடது கோணம் = 80°, கீழ்-வலது கோணம் = 80°

4. வென் வரைபடக் கேள்விகள்
   (i) சாய்சதுரம் மற்றும் சதுரம்.
   (ii) ஆம் (ஒரு சதுரம் இரண்டுமே ஆகும்).
   (iii) இல்லை. ஒவ்வொரு சாய்சதுரமும் ஒரு பட்டமாகும், ஆனால் ஒவ்வொரு பட்டமும் ஒரு சாய்சதுரம் அல்ல. ஒரு சாய்சதுரம் என்பது அனைத்து பக்கங்களும் சமமாக உள்ள ஒரு பட்டமாகும்.
5. $\angle IOD = 30^{o}$
7. சதுரம்.
   பிற வழிகள்: ஒவ்வொரு முனையிலிருந்தும் சமமான தூரத்தில் உள்ள புள்ளிகளை ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் (எ.கா: CU = AX = SW = EV என இருக்கட்டும்).
8. ஆம்.
9. இணைகரம்
10. ஆம், கூடுதல் 360° ஆகும்(B மற்றும் D ஐ இணைப்பதன் மூலம் உங்களுக்கு இரண்டு முக்கோணங்கள் கிடைக்கும்.)
11. (i) தவறு (இது ஒரு செவ்வகமாக இருக்கலாம்). (ii) உண்மை
    (iii) உண்மை (iv) தவறு (இது ஒரு பட்டமாக இருக்கலாம்).
    (v) உண்மை (vi) உண்மை. (vii) தவறு

கண்டுபிடிப்போம் – 5.1

1. 7, 8, 9, 10
2. p - 1, p - 2, p - 3, p - 4
3. (i) சில நேரங்களில் உண்மை: (எ.கா:2 + 4 = 6 உண்மை; ஆனால் 2 + 2 = 4 தவறு).
   (ii) ஒருபோதும் உண்மை இல்லை: (18ஆல் வகுபடும் ஒவ்வொரு எண்ணும் 9ஆல் வகுபடும், ஆனால் மறுதலை உண்மை இல்லை; எ.கா., 9 ஆனது 18 ஆல் வகுபடாது, ஆனால் அது 9 ஆல் வகுபடும்)).
   (iii) சில நேரங்களில் உண்மை: (எ.கா: 1 + 1 = 2 உண்மை; ஆனால் 3 + 3 = 6 தவறு).
   (iv) எப்போதும் உண்மை: (6 மற்றும் 9 இன் மடங்குகள் இரண்டும் 3 ஆல் வகுபடும், எனவே அவற்றின் கூடுதலும் வகுபடும்).
   (v) சில நேரங்களில் உண்மை: (எ.கா: 6 + 3 = 9 என்பது உண்மை; ஆனால் 12 + 3 = 15 என்பது தவறு).
4. எண்கள்: 14, 26, 38
   கோவை 12n + 2 (n என்பது குறை அல்லாத முழு எண்).
5. 91 6. உண்மை
7. (i) 4779 + 661: 1 (மீதிகளின் கூடுதல் 5 + 3 = 8; இந்த 8 ஐ வகுத்தால் 7ஆனது மீதி 1 ஐத் தருகிறது)
   (ii) 4779 – 661: 2 (மீதிகளின் வித்தியாசம் 5 – 3 = 2)
8. 59
   ஒவ்வொரு மீதியும் வகுத்தியை விட சரியாக 1 குறைவு. எனவே, அந்த எண்: LCM (3, 4, 5) – 1, இது 60 – 1 = 59.

APSCERT

Figure it out - 5.2

1. (i) 123 (Sum 6) - No
   (ii) 405 (Sum 9) - Yes
   (iii) 8888 (Sum 32) - No
   (iv) 93547 (Sum 28) - No
   (v) 358095 (Sum 30) - No
2. 288
3. 6003
4. 11

Figure it out - 5.3

1. 6 (5 + 1 = 6)
2. Digital roots will increase by 2 in a cycle (e.g., 1, 3, 5, 7, 9, 2, 4...) because 1+1=2.
3. 4 (9a and 36b have digital root 9; 13 has digital root 4)
4. Conjectures
   (i) No direct relation between parity and digital root.
   (ii) The digital root is the remainder when divided by 9 (if digital root is 9, remainder is 0).

Figure it out - 5.4

1. z = 0 or z = 9
   Sum of digits 3+1+z+5 = 9+z. Both 0 and 9 make the sum a multiple of 9.
2. True
3. Multiple of 6 if: Both are odd multiples (e.g., 3+9=12) or both are even multiples (e.g., 6+12=18).
   Not if: One is odd and one is even (e.g., 3+6=9).
4. (i) True. Changing digit order doesn't change the sum of digits.
   (ii) Yes. All shuffles are still multiples of 9.
5. Conditions: b must be even (0, 2, 4, 6, 8) and sum of digits (17 + a + b) must be a multiple of 9.
   - Pairs (a, b): (1, 0), (8, 2), (6, 4), (4, 6), (2, 8)
6. Conditions: Last two digits (q8) must be divisible by 4; alternating sum (3-p+7-q+8) must be a multiple of 11.
   Pairs (p, q): (7, 0), (3, 4), (8, 8)
7. Consecutive Numbers (Multiple of 2, 3, 4)
   Numbers: 2, 3, 4 or 14, 15, 16 or 26, 27, 28
   Occurrence: Every 12 numbers.

AP SCERT

கண்டுபிடிப்போம் – 5.2

1. (i) 123 (கூடுதல் 6) – வகுபடாது (ii) 405 (கூடுதல் 9) – வகுபடும்.
   (iii) 8888 (கூடுதல் 32) – வகுபடாது (iv) 93547 (கூடுதல் 28) – வகுபடாது
   (v) 358095 (கூடுதல் 30) – வகுபடாது
2. 288 3. 6003 4. 11

கண்டுபிடிப்போம் – 5.3

1. 6 (5 + 1 = 6)
2. இலக்க மூலங்கள் ஒரு சுழற்சியில் 2 அதிகரிக்கும்: (எ.கா: 1, 3, 5, 7, 9, 2, 4...) ஏனெனில் 1+1 = 2.
3. 4 (9a மற்றும்36b ஆனது இலக்க மூலம் 9 ஐக் கொண்டுள்ளது; 13 ஆனது இலக்க மூலம் 4 ஐக் கொண்டுள்ளது).
4. அனுமானங்கள்:
   (i) ஒற்றை/இரட்டைப் தன்மைக்கும் இலக்க மூலத்திற்கும் நேரடித் தொடர்பு இல்லை.
   (ii) இலக்க மூலம் என்பது 9 ஆல் வகுக்கப்படும் போது கிடைக்கும் மீதி ஆகும் (இலக்க மூலம் 9 ஆக இருந்தால், மீதி 0 ஆகும்).

கண்டுபிடிப்போம் – 5.4

1. z = 0 அல்லது z = 9
   இலக்கங்களின் கூடுதல் 3 + 1 + z + 5 = 9 + z ஆகும். 0 அல்லது 9 இரண்டும் கூடுதலை 9 இன் மடங்காக்குகின்றன
2. உண்மை
3. 6 இன் மடங்கு எனில்: இரண்டும் ஒற்றைப்படை மடங்குகள் (எ.கா: 3 + 9 = 12) அல்லது இரண்டும் இரட்டைப்படை மடங்குகள்(எ.கா: 6 + 12 = 18).
   அல்ல எனில்: ஒன்று ஒற்றைப்படை மற்றும் ஒன்று இரட்டைப்படை (எ.கா: 3 + 6 = 9).
4. (i) உண்மை: இலக்கங்களின் வரிசையை மாற்றுவது இலக்கங்களின் கூடுதலை மாற்றாது.
   (ii) ஆம்: அனைத்து மாற்றங்களும் இன்னமும் 9 இன் மடங்குகளே.
5. நிபந்தனைகள்: b னது இரட்டைப்படையாக (0, 2, 4, 6, 8) இருக்க வேண்டும் மற்றும் இலக்கங்களின் கூடுதல் (17 + a + b) ஆனது 9 இன் மடங்காக இருக்க வேண்டும்.
   ஜோடிகள் (a, b): (1, 0), (8, 2), (6, 4), (4, 6), (2, 8)
6. நிபந்தனைகள்: கடைசி இரண்டு இலக்கங்கள் (q8) 4 ஆல் வகுபட வேண்டும். மாற்று கூடுதல் (3-p+7-q+8) 11 இன் மடங்காக இருக்க வேண்டும்.
   ஜோடிகள் (p, q): (7, 0), (3, 4), (8, 8)
7. அடுத்தடுத்த எண்கள் (2, 3, 4 ల இன் மடங்கு):
   எண்கள்: 2, 3, 4 లేదా 14, 15, 16 அல்லது 26, 27, 28.
   ஒவ்வொரு 12 எண்களுக்கும் ஒரு முறை இது வரும்.

APSCERT

8. 45,000, 45,036, 45,072, 45,108, 45,144

9. 5p-4, 5p-2, 5p, 5p+2, 5p+4

10. Example: 100005 (Reversed is500001 - fails even check).
   - Correct Example: 111120 (Div by 15; reversed is 021111 - fails).
   - Valid Answer: 122220 (Div by 15; reversed is 022221 - fails).
   - Valid Answer: 444420 (Div by 15; reversed is 024444 - Divisible by 6).

11. False.

12. (i) Always True (Result is 18n, which is a multiple of 9).
    (ii) Always True (Sum is 6n+6).
    (iii) Always True (Parity and sum of digits remain the same).
    (iv) Never True (Simplifies to 12b - 28, 12b is a multiple of 12, but 28 is not.)

13. Every integer, when divided by 3, leaves a remainder of 0, 1, or 2. Let's look at the different combinations of three numbers based on these remainders:

Case	Remainder Types	Example Numbers	Sum of Remainders	Divisible by 3?
All Same	(0, 0, 0)	3, 6, 9	0	Yes
All Same	(1, 1, 1)	1, 4, 7	3	Yes
All Same	(2, 2, 2)	2, 5, 8	6	Yes
All Different	(0, 1, 2)	3, 4, 5	3	Yes
Two Same	(1, 1, 0)	1, 4, 3	2	No
Two Same	(2, 2, 1)	2, 5, 4	5	No

Generalization: The sum of any three integers is divisible by 3 if and only if the numbers either all leave the same remainder when divided by 3, or they each leave a different remainder (one 0, one 1, and one 2)

14. Two consecutive integers: always a multiple of 2.
    Three consecutive integers: always a multiple of $2 \times 3 = 6$.
    Four consecutive integers: always a multiple of 24
    Five consecutive integers: always a multiple of 120
    General Rule: The product of n consecutive integers is always divisible by n!

8. எண்கள்: 45,000, 45,036, 45,072, 45,108, 45,144.

9. 5p-4, 5p-2, 5p, 5p+2, 5p+4

10. எடுத்துக்காட்டுகள்:

100005: (தலைகீழாக மாற்றினால் 500001 இரட்டைப்படை சோதனையில் தோல்வி).

- சரியான எடுத்துக்காட்டு 111120: (இது 15 ஆல் வகுபடும்; தலைகீழாக மாற்றினால் 021111 – தோல்வி).
- சரியான எடுத்துக்காட்டு 122220: (இது 15 ஆல் வகுபடும்; தலைகீழாக மாற்றினால் 022221 – தோல்வி).
- சரியான எடுத்துக்காட்டு 444420: (இது15 ஆல் வகுபடும்; தலைகீழாக மாற்றினால் 024444 – 6 ஆல் வகுபடும்).

11. தவறு.

12. (i) எப்போதும் உண்மை:முடிவு 18n. இது 9 இன் மடங்கு.

(ii) எப்போதும் உண்மை:கூடுதல் 6n+6.

(iii) எப்போதும் உண்மை:ஒற்றை/இரட்டைத் தன்மை மற்றும் இலக்கங்களின் கூடுதல் அப்படியே இருக்கும்

(iv) ஒருபோதும் உண்மை இல்லை: இது 12b – 28 ஆக சுருக்கப்படுகிறது. 12b என்பது 12 இன் மடங்கு, ஆனால் 28 அல்ல.

13. ஒவ்வொரு முழு எண்ணும் 3 ஆல் வகுக்கப்படும் போது 0, 1, அல்லது 2 ஐ மீதியாகத் தரும். இந்த மீதிகளின் அடிப்படையில் மூன்று எண்களின் வெவ்வேறு சேர்க்கைகளைப் பார்ப்போம்

நிலை	மீதி வகைகள்	எடுத்துக்காட்டு எண்கள்	மீதிகளின் கூடுதல்	3 ஆல் வகுபடுமா?
அனைத்தும் சமம்	(0, 0, 0)	3, 6, 9	0	ஆம்
அனைத்தும் சமம்	(1, 1, 1)	1, 4, 7	3	ஆம்
அனைத்தும் சமம்	(2, 2, 2)	2, 5, 8	6	ஆம்
அனைத்தும் வெவ்வேறு	(0, 1, 2)	3, 4, 5	3	ஆம்
இரண்டு சமம்	(1, 1, 0)	1, 4, 3	2	இல்லை
இரண்டு சமம்	(2, 2, 1)	2, 5, 4	5	இல்லை

பொதுவாக்கம்:

மூன்று முழு எண்களின் கூடுதல் 3 ஆல் வகுபடும் எனில், அந்த எண்கள் 3 ஆல் வகுக்கப்படும் போது அனைத்தும் ஒரே மீதியைக் கொண்டிருக்க வேண்டும் அல்லது அவை ஒவ்வொன்றும் வெவ்வேறு மீதியைக் கொண்டிருக்க வேண்டும் (ஒரு 0, ஒரு 1 மற்றும் ஒரு 2)

14. இரண்டு அடுத்தடுத்த முழு எண்கள்: எப்போதும் 2 இன் மடங்கு.

மூன்று அடுத்தடுத்த முழு எண்கள்: எப்போதும் $2 \times 3 = 6$ இன் மடங்கு.

நான்கு அடுத்தடுத்த முழு எண்கள்: எப்போதும் 24 இன் மடங்கு.

ஐந்து அடுத்தடுத்த முழு எண்கள்: எப்போதும் 120 இன் மடங்கு.

பொது விதி: n அடுத்தடுத்த முழு எண்களின் பெருக்குத்தொகை எப்போதும் n! (n-பேக்டோரியல்) ஆல் வகுபடும்

15. Cryptarithms

(i) EF × E = GGG

E = 3, F = 7, G = 1.

(ii) WOW ×5 = MEOW

M = 2, E = 6, O = 2, W = 5. (Note: In some cryptarithms, letters must be distinct. Since M and O are both 2 here, we check other O values. If O=7, 575 × 5 = 2875. Here M=2, E=8, O=7, W=5. All distinct!)

16. Venn Diagram: Multiples of 4, 8, and 32 the set of multiples of 32 is a subset of multiples of 8, which is a subset of multiples of 4.

The correct diagram is three concentric circles:

Innermost circle: Multiples of 32

Middle circle: Multiples of 8

Outermost circle: Multiples of 4

Figure it out - 6.1

1. The expressions for the 3 × 3 grid are:

(p-1)(q-1)	(p-1)q	(p-1)(q+1)
p(q-1)	pq	p(q+1)
(p+1)(q-1)	(p+1)q	(p+1)(q+1)

2. (i) 3v - 9 + uv - 3u

(ii) 10 + 4a

(iii) 100ac + 10ad + 10bc + bd

(iv) $3x - 18 - x^2 + 6x = -x^2 + 9x - 18$

(v) -5ac - 5ad + bc + bd

(vi) 5y + 45 + zy + 9z

AP SCERT

15. கிரிப்டரிதம்ஸ் :

(i) $EF \times E = GGG$

$E = 3, F = 7, G = 1.$

(ii) $WOW \times 5 = MEOW$

$M = 2, E = 6, O = 2, W = 5$ (குறிப்பு: சில கிரிப்டரிதம்களில், எழுத்துக்கள் வெவ்வேறானதாக இருக்க வேண்டும். இங்கு O = 7 என எடுத்துக்கொண்டால் $575 \times 5 = 2875$ ஆகும். அப்போது, M = 2, E = 8, O = 7, W = 5. அனைத்தும் வெவ்வேறானவை!)

16. வென் வரைபடம்: 4, 8, மற்றும் 32 இன் மடங்குகள்.

32 இன் மடங்குகளின் கணம் 8 இன் மடங்குகளின் உட்கணமாகும், இது 4 இன் மடங்குகளின் உட்கணமாகும்.

சரியான வரைபடம் மூன்று பொதுமைய வட்டங்கள் :

உள்ளமைந்த வட்டம்: 32 இன் மடங்குகள்.

நடு வட்டம்: 8 இன் மடங்குகள்.

வெளிப்புற வட்டம்: 4 இன் மடங்குகள்.

கண்டுபிடிப்போம் – 6.1

1. 3×3 கட்டத்திற்கான கோவைகள்:

$(p-1)(q-1)$	$(p-1)q$	$(p-1)(q+1)$
$p(q-1)$	pq	$p(q+1)$
$(p+1)(q-1)$	$(p+1)q$	$(p+1)(q+1)$

2. (i) $3v - 9 + uv - 3u$

(ii) $10 + 4a$

(iii) $100ac + 10ad + 10bc + bd$

(iv) $3x - 18 - x^2 + 6x = -x^2 + 9x - 18$

(v) $-5ac - 5ad + bc + bd$

(vi) $5y + 45 + zy + 9z$

AP SCERT

3. $xy = (x + 2)(y - 4)$.

$xy = xy - 4x + 2y - 8$.

$y = 2x + 4$.

Examples:

If $x = 1$, then $y = 6$. Check: $1 \times 6 = 6$; $(1+2)(6-4) = 3 \times 2 = 6$.

If $x = 2$, then $y = 8$. Check: $2 \times 8 = 16$; $(2+2)(8-4) = 4 \times 4 = 16$.

If $x = 5$, then $y = 14$. Check: $5 \times 14 = 70$; $(5+2)(14-4) = 7 \times 10 = 70$.

4. (i) $4a + 5ab + ab^2 - 12b^2 - 3b^3$

(ii) $4y^2 + 44yz - 5y + 77z - 21$

5. (i) $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

(ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

(iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4$

The Pattern:

The product of (a-b) and a sum of terms where the powers of a decrease while b increase results in the difference of the two variables raised to the n-th power.

Next Identity:

$(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$

Check by expanding:

$a(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) - b(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$

$= (a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4) - (a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^5)$

$= a^5 - b^5$

Figure it out - 6.2

1. They are equal.

Justification:

When you square a number, the result is always non-negative, regardless of whether the base is positive or negative. Note that $(b - a)$ is simply the negative of $(a - b)$, which can be written as $-(a - b)$

$(b - a)^2 = [-(a - b)]^2 = (-1)^2 . (a - b)^2 = 1 . (a - b)^2 = (a - b)^2$

2. $26^2 - 24^2$

$(14.5)^2 - (10.5)^2$

3. $xy = (x + 2)(y - 4)$.

$xy = xy - 4x + 2y - 8$.

$y = 2x + 4$.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

$x = 1$, எனில் $y = 6$. சரிபார்க்க: $1 \times 6 = 6$; $(1+2)(6-4) = 3 \times 2 = 6$.

$x = 2$, எனில் $y = 8$. சரிபார்க்க: $2 \times 8 = 16$; $(2+2)(8-4) = 4 \times 4 = 16$.

$x = 5$, எனில் $y = 14$. சரிபார்க்க: $5 \times 14 = 70$; $(5+2)(14-4) = 7 \times 10 = 70$.

4. (i) $4a + 5ab + ab^2 - 12b^2 - 3b^3$

(ii) $4y^2 + 44yz - 5y + 77z - 21$

5. (i) $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

(ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

(iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4$

வடிவமைப்பு:

$(a - b)$ இன் பெருக்குத்தொகை மற்றும் a இன் அடுக்குகள் குறையும் போது b இன் அடுக்குகள் அதிகரிக்கும் உறுப்புகளின் கூடுதல், இரண்டு மாறிகளின் n-வது அடுக்கின் வித்தியாசத்தை அளிக்கிறது.

அடுத்த முற்றொருமை:

$(a - b) (a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$

விரிவாக்குவதன் மூலம் சரிபார்க்கவும்:

$a(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) - b(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$

$= (a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4) - (a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^5)$

$= a^5 - b^5$

கண்டுபிடிப்போம் – 6.2

1. அவை சமம்

நியாயப்படுத்துதல்: நீங்கள் ஒரு எண்ணை வர்க்கமாக்கும்போது, அடிமானம் நேர்மறையாகவோ அல்லது எதிர்மறையாகவோ இருந்தாலும், முடிவு எப்போதும் குறை அல்லாததாகவே இருக்கும் $(b - a)$ என்பது வெறுமனே $(a - b)$ இன் எதிர்மறை என்பதை நினைவில் கொள்க, இது $-(a - b)$ என எழுதப்படலாம்.

$(b - a)^2 = [-(a - b)]^2 = (a - b)^2$

2. $26^2 - 24^2$

$(14.5)^2 - (10.5)^2$

AP SCERT

3. $406^2 = 164{,}836$

$72^2 = 5{,}184$

$145^2 = 21{,}025$

$1097^2 = 1{,}203{,}409$

$124^2 = 15{,}376$

4. Yes, they hold for all real numbers.

Justification:

Algebraic identities are derived using the laws of arithmetic (distributive, commutative, and associative properties). These laws apply to all real numbers, including negative integers and fractions.

For negative integers: If a = -2 and b = 3, then $(a+b)^2 = (-2+3)^2 = 1^2 = 1$.

Using the identity: $(-2)^2 + 2(-2)(3) + 3^2 = 4 - 12 + 9 = 1$. It works.

For fractions: If $a = \frac{1}{2}$, then $a^2 = \frac{1}{4}$. The logic of "length times width" for an area model still applies mathematically even when the dimensions are not whole numbers.

Figure it out - 6.3

1. (i) $46^2 = 2116$ (ii) $397 \times 403 = 159{,}991$

(iii) $91^2 = 8281$ (iv) $43 \times 45 = 1935$

2. (i) $p^2 + 10p - 11$ (ii) $9a^2 - 81b^2$

(iii) $-6y^2 - 23y - 20$ (iv) $36x^2 + 60xy + 25y^2$

(v) $4x^2 - 2x + 0.25$ (vi) $21p^2r+42pr$

3. Identify the Appropriate Algebraic Expression(s)

(i) $s^2 + 2$ (ii) $m^2 + (m + 1)^2$ and $m^2 + (m - 1)^2$

4. Calendar Square Investigation

In a calendar, numbers in a row increase by 1, and numbers in a column increase by 7 (representing one week).

Observation for other 2×2 squares:

- Let's take the square starting at 6: 6, 7, 13, 14

Diagonal 1: $6 \times 14 = 84$

Diagonal 2: $7 \times 13 = 91$

Difference: $91 - 84 = 7$

AP SCERT

3. $406^2 = 164,836$

$72^2 = 5,184$

$145^2 = 21,025$

$1097^2 = 1,203,409$

$124^2 = 15,376$

4. ஆம், அவை அனைத்து மெய்யெண்களுக்கும் பொருந்தும்.

நியாயப்படுத்துதல்: கணித விதிகளைப் பயன்படுத்தி (பங்கீட்டு, பரிமாற்று மற்றும் சேர்ப்பு பண்புகள்) இயற்கணித முற்றொருமைகள் பெறப்படுகின்றன. இந்த விதிகள் குறை முழு எண்கள் மற்றும் பின்னங்கள் உட்பட அனைத்து மெய்யெண்களுக்கும் பொருந்தும்.

குறை முழு எண்களுக்கு: $a = -2$ மற்றும் $b = 3$ எனில்,

$(a+b)^2 = (-2+3)^2 = 1^2 = 1$ ஆகும். முற்றொருமையைப் பயன்படுத்த,

$(-2)^2 + 2(-2)(3) + 3^2 = 4 - 12 + 9 = 1$ இது சரி போகிறது

பின்னங்களுக்கு: $a = \frac{1}{2}$ எனில், $a^2 = \frac{1}{4}$ ஆகும். அப்போது 'நீளம் பெருக்கல் அகலம்' என்ற தர்க்கம் பரிமாணங்கள் முழு எண்களாக இல்லாதபோதும் கணித ரீதியாக ஒரு பரப்பளவு மாதிரிக்கு பொருந்தும்.

கண்டுபிடிப்போம் - 6.3

1. (i) $46^2 = 2116$ (ii) $397 \times 403 = 159,991$

(iii) $91^2 = 8281$ (iv) $43 \times 45 = 1935$

2. (i) $p^2 + 10p - 11$ (ii) $9a^2 - 81b^2$

(iii) $-6y^2 - 23y - 20$ (iv) $36x^2 + 60xy + 25y^2$

(v) $4x^2 - 2x + 0.25$ (vi) $21p^2r+42pr$

3. (i) $s^2 + 2$ (ii) $m^2 + (m + 1)^2$ and $m^2 + (m - 1)^2$

4. ஒரு நாள்காட்டியில், ஒரு வரிசையில் உள்ள எண்கள் 1 ஆல் அதிகரிக்கும், மற்றும் ஒரு நெடுவரிசையில் உள்ள எண்கள் 7 ஆல் அதிகரிக்கும் (ஒரு வாரத்தைக் குறிக்கிறது).

மற்ற 2×2 சதுரங்களுக்கான கவனிப்பு:

- 6 இல் தொடங்கும் சதுரத்தை எடுத்துக்கொள்வோம். எண்கள்: 6, 7, 13, 14

  மூலைவிட்டம் 1 : $6 \times 14 = 84$

  மூலைவிட்டம் 2 : $7 \times 13 = 91$

  வித்தியாசம்: $91 - 84 = 7$

AP SCERT

- Let's take the square starting at 18: 18, 19, 25, 26

  Diagonal 1: $18 \times 26 = 468$

  Diagonal 2: $19 \times 25 = 475$

  Difference: $475 - 468 = 7$

Conclusion: The product of the numbers on the "upward" diagonal is always 7 more than the product of the numbers on the "downward" diagonal.

5. (i) False. (ii) False. (iii) True (iv) False

6. Sum Remainder: 1

   Difference Remainder: 2

   Product Remainder: 1

7. Pattern: The square of the middle number is always 1 more than the product of the two neighbors.

   Algebraic Equation: $n^2 - (n-1)(n+1) = 1$

   Verification: Expanding the right side: $n^2 - (n^2 - 1) = n^2 - n^2 + 1 = 1$. The identity holds.

8. $(a+b) \times \frac{1}{2}(a+b)$

9. (i) 16×24 is larger. (ii) 26×74 is larger.

10. $8gw + 8w^2$.

11. Yellow L-shape Pattern:

    (i) Next Figure (Step 4): The horizontal middle grows by 1 unit, and the vertical "arms" grow by 1 unit each.

    (ii) Units in Step 10: $12^2 = 144$

    (iii) Expression for Step y: $(y + 2)^2$

    Blue Square Pattern:

    (i) Next Figure (Step 4): A 5×5 grid with the bottom-right corner 1×1 square missing.

    (ii) Units in Step 10:131

    (iii) Expression for Step y: $(y+1)^2 + y$ or $y^2 + 3y + 1$

AP SCERT

- 18 இல் தொடங்கும் சதுரத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்: 18, 19, 25, 26

  மூலைவிட்டம்1: $18 \times 26 = 468$

  மூலைவிட்டம்2: $19 \times 25 = 475$

  வித்தியாசம்: $475 - 468 = 7$

முடிவு : 'மேல்நோக்கிய' மூலைவிட்டத்தில் உள்ள எண்களின் பெருக்குத்தொகையானது எப்போதும் 'கீழ்நோக்கிய' மூலைவிட்டத்தில் உள்ள எண்களின் பெருக்குத்தொகையை விட 7 அதிகம்.

5. (i) தவறு. (ii) தவறு. (iii) சரி (iv) தவறு.

6. கூடுதல் மீதி 1

   வித்தியாசம் மீதி 2

   பெருக்குத்தொகை மீதி: 1

7. தவறு முறை :

   நடு எண்ணின் வர்க்கம் எப்பொழுதும் அதன் இரண்டு அண்டை எண்களின் பெருக்குத்தொகையை விட 1 அதிகமாக இருக்கும்

   இயற்கணித சமன்பாடு : $n^2 - (n-1)(n+1) = 1$

   இயற்கணித சமன்பாடு :

   வலது பக்கத்தை விரிவுபடுத்துதல்:

   $n^2 - (n^2 - 1) = n^2 - n^2 + 1 = 1$. முற்றொருமை பொருந்துகிறது.

8. $(a+b) \times \frac{1}{2}(a+b)$

9. (i) 16×24

   (ii) 26×74

10. $8gw + 8w^2$.

11. மஞ்சள் L-வடிவ முறை

    (i) அடுத்த உருவம் : கிடைமட்ட நடுப்பகுதி 1 அலகால் வளர்கிறது, மற்றும் செங்குத்து 'கைகள்' ஒவ்வொன்றும் 1 அலகால் வளர்கின்றன.

    (ii) 10இல் உள்ள அலகுகள்: $12^2 = 144$

    (iii) 'y' க்கான கோவை : $(y + 2)^2$

    நீல சதுர முறை :

    (i) அடுத்த உருவம் (படி 4) : கீழ்-வலது மூலையில் 1×1 சதுரம் இல்லாத ஒரு 5×5 கட்டம்.

    (ii) படி 10 இல் உள்ள அலகுகள்: 131

    (iii) 'y' க்கான கோவை : $(y+1)^2 + y$ లేదా $y^2 + 3y + 1$

AP SCERT

Figure it out - 7.1

1. (i), (iv) and (vi).
2. 8 : 18, 12 : 27, 40 : 90
3. 4, 16, $26\frac{2}{3}$, 36
5. Are all of them the same?
   No, your rectangles and your classmates' drawings will likely look different in size, but they should have the same shape.
   If they are different, are they wrong?
   Not necessarily! They are only "wrong" if their width-to-height ratio is different from the original.
6. (a) 11:6 (b) 3:2

Figure it out - 7.2

1. 18,076,923.08 km
2. 15,660

Figure it out - 7.3

1. ₹ 1,800 and ₹ 2,700.
2. The solution contains 40ml of acid and 200ml of water.
3. To produce 40ml of green paint:
   Blue : 15 ml
   Yellow : 25 ml
   New ratio 1 : 3
4. You need 4 cups of rice and 2 cups of urad dal.
5. 3 : 13.

Figure it out - 7.4

1. 2:3
2. You will need 4 buses. Since 3.77 is not a whole number
3. Mumbai
4. If you are 160 cm tall, your neck would be 64 cm
5. 52.5 palas of saffron.
6. Taswika will be 4 years old (and her brother will be 8).
7. 1 litre of gold has a mass of 18.5 kg
8. approximately 23 tonnes of manure.
9. 5 minutes (300 seconds).
10. ₹ 82,645
11. 30 hours
12. ₹ 7.86.

AP SCERT

கண்டுபிடிப்போம் - 7.1

1. (i), (iv) மற்றும் (vi).
2. 8 : 18, 12 : 27, 40 : 90
3. 4, 16, $26\frac{2}{3}$, 36
5. அவை அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவையா?
   இல்லை, உங்கள் செவ்வகங்களும் உங்கள் வகுப்புத் தோழர்களின் வரைபடங்களும் அளவில் வித்தியாசமாகத் தோன்றலாம்,
   ஆனால் அவை ஒரே வடிவத்தைக் கொண்டிருக்க வேண்டும். அவை வேறுபட்டிருந்தால், அவை தவறானவையா?
   அவசியமில்லை! அவற்றின் அகல-உயர விகிதம் அசலிலிருந்து வேறுபட்டிருந்தால் மட்டுமே அவை 'தவறானவை'.
6. (a) 11:6 (b) 3:2

கண்டுபிடிப்போம் - 7.2

1. 18,076,923.08 கி.மீ. 2. 15,660

கண்டுபிடிப்போம் - 7.3

1. ₹ 1,800 மற்றும் ₹ 2,700.
2. இக்கரைசலில் 40 மி.லி அமிலம் மற்றும் 200 மி.லி தண்ணீர் உள்ளது.
3. 40 மி.லி பச்சை வண்ணப்பூச்சை உருவாக்க:
   நீலம்: 15 மி.லி
   மஞ்சள்: 25 மி.லி
   புதிய விகிதம் 1 : 3.
4. 4 கப் அரிசி மற்றும் 2 உளுத்தம் பருப்பு தேவைப்படும்.
5. 3 : 13.

கண்டுபிடிப்போம் - 7.4

1. 2:3
2. 4 பேருந்துகள் தேவைப்படும். ஏனெனில் (3.77 ஒரு முழு எண் அல்ல).
3. மும்பை
4. நீங்கள் 160 செ.மீ உயரம் இருந்தால், உங்கள் கழுத்து 64 செ.மீ ஆக இருக்கும்.
5. 52.5 பலம் குங்குமப்பூ
6. தஸ்விகாவிற்கு 4 வயதாக இருக்கும் (மற்றும் அவரது சகோதரருக்கு 8 வயதாக இருக்கும்)
7. 1 லிட்டர் தங்கத்தின் நிறை 18.5 கி.கி
8. தோராயமாக 23 டன் உரம்.
9. 5 நிமிடங்கள் (300 வினாடிகள்).
10. ₹ 82,645. 11. 30 மணி நேரம் 12. ₹ 7.86.

INTEGRATING ARTIFICIAL INTELLIGENCE (AI)

K6B4U8

Learning Outcomes : The student will be able to:

1. Understand and explain how mathematical concepts such as patterns, ratios, algebra, and classification are connected to the basic components of Artificial Intelligence.
2. Use basic AI terminology correctly, including dataset, algorithm, pattern recognition, bias, fairness, and prediction, in the context of Mathematics.
3. Apply and explore AI-supported thinking in Mathematics by framing clear prompts and analysing AI-generated responses step-by-step.
4. Demonstrate safe and responsible use of AI tools, including verifying answers, protecting personal information, and avoiding misuse during examinations.
5. Develop confidence and critical thinking, recognising that AI supports learning but does not replace mathematical reasoning or teacher guidance.

Jasvi was sitting under a neem tree after helping her father in the fields. Her father was checking the weather forecast on his mobile phone before deciding when to water the crops.

"How does the phone know it will rain tomorrow?" Jasvi asked.

"It studies old weather data and finds patterns," her father replied. "Artificial Intelligence, or AI, helps in predicting weather, crop prices, and even soil conditions."

That evening, Jasvi opened her Class 8 Mathematics textbook and read the chapter A Square and a Cube. She noticed the pattern in square numbers:1, 4, 9, 16, 25...

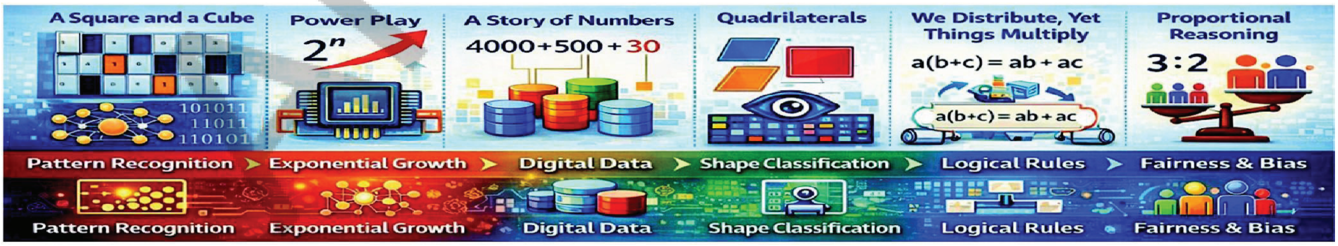
Each number was made by multiplying a number by itself.

She thought, "If I know the rule, I can predict the next square number."

Then she understood something important.

AI also studies data, finds patterns, and makes predictions — just like we find patterns in Mathematics.

Let us now see how our Mathematics chapters are connected to AI.



Foundations of AI in Mathematics Learning.

The mathematical ideas in these chapters help students understand how Artificial Intelligence (AI) works. Concepts like pattern recognition in A Square and a Cube and exponential growth in Power Play show how AI systems identify patterns and scale quickly. Just as square numbers follow clear structures, AI models depend on good data quality and proper sampling to recognise correct patterns. If the sample data is incomplete, the AI

Disclaimer : "The use of AI tools by students must be strictly under the direct guidance and supervision of teachers and parents / guardians".

செயற்கை நுண்ணறிவை(AI) ஒருங்கிணைத்தல்

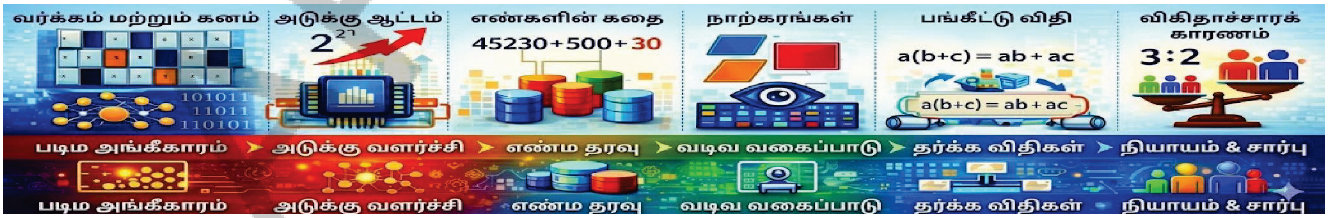
கற்றல் விளைவுகள் : மாணவர்கள் இவற்றை செய்வர்..

1. கணித கருத்துகளான அமைப்புகள், விகிதங்கள், இயற்கணிதம் மற்றும் வகைப்படுத்துதல் ஆகியவை செயற்கை நுண்ணறிவின் அடிப்படை கூறுகளுடன் எவ்வாறு தொடர்புடையவை என்பதை புரிந்துகொண்டு விளக்குவர்.
2. கணிதத்தின் பின்னணியில், தரவுத்தொகுப்பு, அல்காரிதம், அமைப்பு கண்டறிதல், சார்புநிலை, நேர்மை மற்றும் கணிப்பு உள்ளிட்ட அடிப்படை AI கலைச்சொற்களை சரியாக பயன்படுத்துவர்.
3. தெளிவான தூண்டுதல்களை (பிராம்ப்ட்கள்) உருவாக்குவதன் மூலமும், AI-உருவாக்கிய பதில்களை படிப்படியாக பகுப்பாய்வு செய்வதன் மூலமும் கணிதத்தில் AI-ஆதரவு சிந்தனையை பயன்படுத்துதல் மற்றும் ஆராய்வர்.
4. பதில்களை சரிபார்த்தல், தனிப்பட்ட தகவல்களை பாதுகாத்தல் மற்றும் தேர்வுகளின் போது தவறாக பயன்படுத்துவதை தவிர்த்தல் உள்ளிட்ட AI கருவிகளின் பாதுகாப்பான மற்றும் பொறுப்பான பயன்பாட்டை வெளிப்படுத்துவர்.
5. AI கற்றலுக்கு துணைபுரிகிறது, ஆனால் அது கணித பகுத்தறிவையோ (அ) ஆசிரியரின் வழிகாட்டுதலையோ மாற்றாது என்பதை உணர்ந்து, தன்னம்பிக்கை மற்றும் விமர்சன சிந்தனையை வளர்ப்பர்.

வயலில் தன் தந்தைக்கு உதவி செய்த பின் ஜாஸ்வி ஒரு வேப்ப மரத்தடியில் அமர்ந்திருந்தாள். பயிர்களுக்கு எப்போது தண்ணீர் பாய்ச்சுவது என்று முடிவெடுப்பதற்கு முன் அவளது தந்தை தன் மொபைல் போனில் வானிலை முன்னறிவிப்பை சரிபார்த்து கொண்டிருந்தார். “நாளை மழை பெய்யும் என்று போனுக்கு எப்படி தெரியும்?” என ஜாஸ்வி கேட்டாள். “அது பழைய வானிலை தரவுகளை படித்து அமைப்புகளை கண்டறிகிறது,” என்று அவளது தந்தை பதிலளித்தார்.“வானிலை, பயிர் விலை, மற்றும் மண்ணின் நிலைமைகளை கணிக்கவும் கூட செயற்கை நுண்ணறிவு அல்லது AI உதவுகிறது.”

அன்று மாலை, ஜாஸ்வி தனது 8-ஆம் வகுப்பு கணித புத்தகத்தை திறந்து, வர்க்கம் மற்றும் கனம் என்ற பாடத்தை படித்தாள். வர்க்க எண்களில் உள்ள அமைப்பை அவள் கவனித்தாள்:1, 4, 9, 16, 25… ஒவ்வொரு எண்ணும் ஒரு எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்குவதன் மூலம் உருவாக்கப்பட்டது. “எனக்கு விதி தெரிந்தால், அடுத்த வர்க்க எண்ணை என்னால் கணிக்க முடியும்” என்று அவள் நினைத்தாள். அப்போது அவளுக்கு ஒரு முக்கியமான விஷயம் புரிந்தது. கணிதத்தில் நாம் அமைப்புகளை கண்டுபிடிப்பது போலவே – AI-யும் தரவுகளை படிக்கிறது, அமைப்புகளை கண்டறிகிறது, மற்றும் கணிப்புகளை செய்கிறது.

நமது கணித பாடங்கள் எவ்வாறு AI உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளன என்பதை இப்போது பார்ப்போம்.

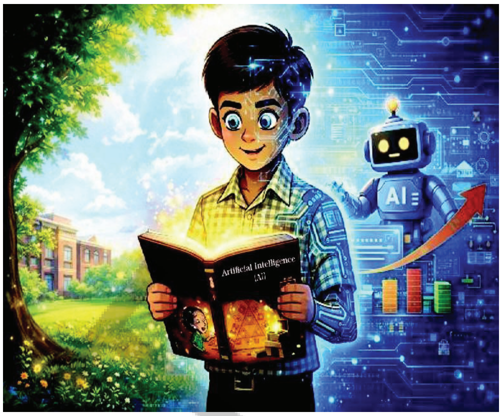


கணித கற்றலில் AIன் அடிப்படை

இந்த பாடங்களில் உள்ள கணித கருத்துக்கள் செயற்கை நுண்ணறிவு (AI) செயல்படும் முறையை மாணவர்கள் புரிந்துகொள்ள உதவுகின்றன. ‘வர்க்கம் மற்றும் கனம்’ பாடத்தில் அமைப்பு கண்டறிதல் மற்றும் ‘அடுக்குகளின் விளையாட்டு’ பாடத்தில் அடுக்கு வளர்ச்சி போன்ற கருத்துக்கள், அமைப்புகளை கண்டறிந்து விரைவாக அளவிடும் முறையை AI அமைப்புகள் காட்டுகின்றன. வர்க்க எண்கள் தெளிவான கட்டமைப்புகளை பின்பற்றுவது போலவே, சரியான அமைப்புகளை அடையாளம் காண AI மாதிரிகள் சிறந்த தரவு தரம் மற்றும் சரியான மாதிரி எடுத்தல் ஆகியவற்றை சார்ந்துள்ளன.

பொறுப்புதுறப்பு: “மாணவர்கள் AI கருவிகளை பயன்படுத்துவது கண்டிப்பாக ஆசிரியர்கள் மற்றும் பெற்றோர்கள்/பாதுகாவலர்களின் நேரடி வழிகாட்டுதல் மற்றும் மேற்பார்வையின் கீழ் மட்டுமே இருக்க வேண்டும்”.

model may give incorrect conclusions. In Proportional Reasoning, balanced ratios help students understand fair comparison, similar to how statistical surveys require representative data.



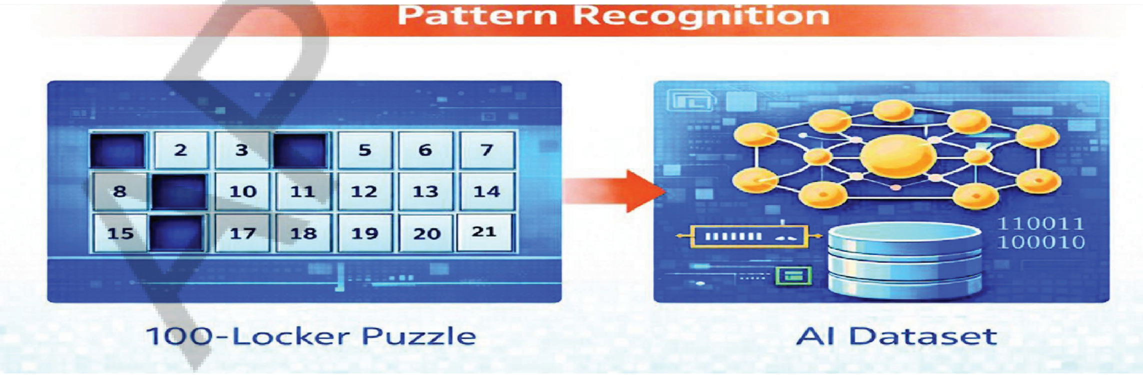
Chapters like Number Play and We Distribute, Yet Things Multiply develop logical reasoning and algebraic thinking, which are important for understanding probability, rule-based systems and AI decision-making. When AI predicts results, it calculates likelihoods based on patterns in a dataset. If the dataset is unbalanced, bias in datasets can affect predictions. In A Story of Numbers, correct number representation connects to data annotation and digital data encoding. In Quadrilaterals, classification of shapes relates to computer vision, where systems recognise shapes using labelled features.

Together, these mathematical foundations help students understand that AI depends on structured reasoning, fairness, and correct data. By learning about proportion, logical proof, and pattern analysis, students develop awareness of fairness in AI predictions, recognise sampling errors, and understand the importance of unbiased and well-annotated data. Mathematics builds the critical thinking needed to use AI systems responsibly and ethically.

Guidance: - Guidance to the Teacher

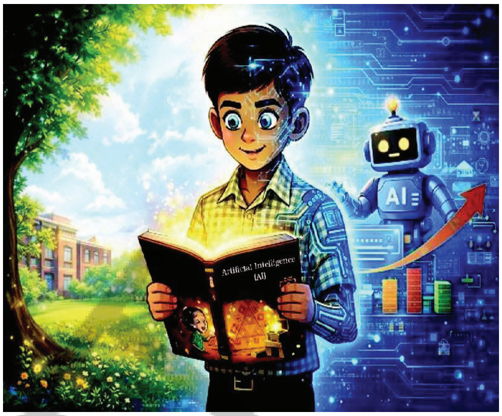
Teachers may help students connect the mathematical ideas in these chapters with how Artificial Intelligence (AI) works. Concepts such as patterns, proportions, and logical reasoning show how AI systems identify patterns and make predictions from data. Teachers can use simple classroom examples to explain that correct and balanced data is important for fair results. These discussions help students understand the role of mathematics in responsible and ethical use of AI.

Example 1: Pattern Recognition in Square Numbers



In the 100-locker puzzle, only lockers with square numbers remain open (1, 4, 9, 16...). This happens because square numbers have an odd number of factors. Careful observation of the pattern helps identify this rule.

In AI systems, machines also identify repeated structures in data. If the dataset is complete and properly sampled, the system recognises the pattern correctly.



மாதிரி தரவு முழுமையற்றதாக இருந்தால், தவறான முடிவுகளை தரக்கூடும். 'விகிதசம பகுத்தறிவு' பாடத்தில், புள்ளிவிவர ஆய்வுகளுக்கு எவ்வாறு மாதிரி தரவு தேவையோ, அதேபோல சரியான ஒப்பீட்டை புரிந்துகொள்ள சமச்சீர் விகிதங்கள் மாணவர்களுக்கு உதவுகின்றன.

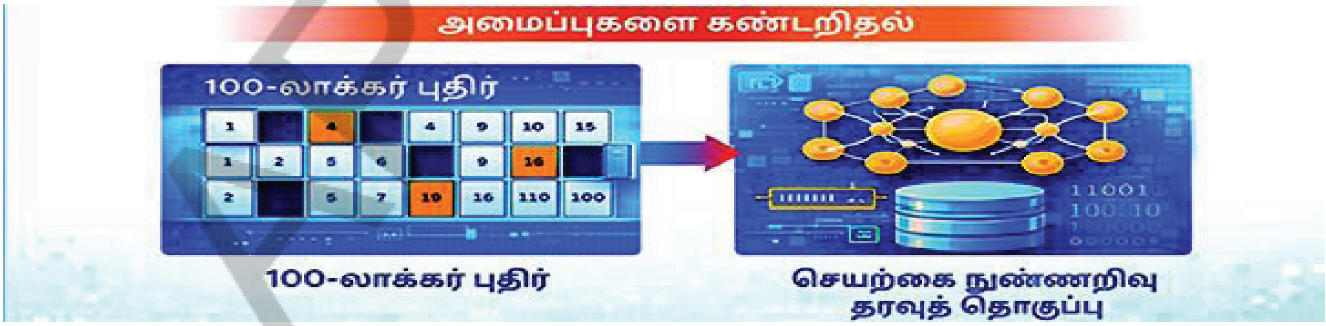
'எண் விளையாட்டு' மற்றும் 'நாம் விநியோகிக்கிறோம், ஆனாலும் பொருள்கள் பெருகுகின்றன' போன்ற பாடங்கள் தர்க்கரீதியான பகுத்தறிவு மற்றும் இயற்கணித சிந்தனையை வளர்க்கின்றன, இவை நிகழ்தகவு, விதி அடிப்படையிலான அமைப்புகள் மற்றும் AI முடிவெடுத்தல் ஆகியவற்றை புரிந்துகொள்வதற்கு முக்கியமானவை. AI முடிவுகளை கணிக்கும் போது, அது தரவுத்தொகுப்பில் உள்ள அமைப்புகளின் அடிப்படையில் சாத்தியக்கூறுகளை கணக்கிடுகிறது. தரவுத்தொகுப்பு சமநிலையற்றதாக இருந்தால், தரவுத்தொகுப்புகளில் உள்ள சார்புநிலை கணிப்புகளை பாதிக்கலாம். 'எண்களின் கதை' பாடத்தில், சரியான எண் மாதிரி தரவு சிறுகுறிப்பு மற்றும் டிஜிட்டல் தரவு குறியாக்கத்துடன் இணைக்கப்படுகிறது. 'நாற்கரங்கள்' பாடத்தில், வடிவங்களின் வகைப்பாடு கணினி பார்வையுடன் தொடர்புடையது, அங்கு கணினிகள் லேபிளிடப்பட்ட அம்சங்களை பயன்படுத்தி வடிவங்களை அங்கீகரிக்கின்றன.

ஒருங்கிணைந்து, இந்த கணித அடிப்படைகள், AI ஆனது கட்டமைக்கப்பட்ட பகுத்தறிவு, நேர்மை மற்றும் சரியான தரவை சார்ந்துள்ளது என்பதை மாணவர்கள் புரிந்துகொள்ள உதவுகின்றன. விகிதம், தர்க்கரீதியான நிரூபணம் மற்றும் அமைப்பு பகுப்பாய்வு பற்றி அறிந்துகொள்வதன் மூலம், மாணவர்கள் AI கணிப்புகளில் நேர்மை பற்றிய விழிப்புணர்வை வளர்த்துக் கொள்கிறார்கள், மாதிரி பிழைகளை அங்கீகரிக்கிறார்கள், மேலும் சார்பற்ற மற்றும் நன்கு சிறுகுறிப்பு செய்யப்பட்ட தரவின் முக்கியத்துவத்தைப் புரிந்துகொள்கிறார்கள். AI அமைப்புகளை பொறுப்பாகவும் நெறிமுறையாகவும் பயன்படுத்துவதற்கு தேவையான விமர்சன சிந்தனையை கணிதம் உருவாக்குகிறது.

வழிகாட்டுதல்: -ஆசிரியருக்கான வழிகாட்டுதல்

இந்த பாடங்களின் கணித கருத்துக்களை செயற்கை நுண்ணறிவு (AI) எவ்வாறு செயல்படுகிறது என்பதோடு இணைக்க ஆசிரியர்கள் மாணவர்களுக்கு உதவலாம். அமைப்புகள், விகிதங்கள் மற்றும் தர்க்கரீதியான பகுத்தறிவு போன்ற கருத்துக்கள், AI அமைப்புகள் எவ்வாறு அமைப்புகளை கண்டறிகின்றன மற்றும் தரவிலிருந்து கணிப்புகளை செய்கின்றன என்பதை காட்டுகின்றன. நியாயமான முடிவுகளுக்கு சரியான மற்றும் சமநிலையான தரவு முக்கியம் என்பதை விளக்க ஆசிரியர்கள் எளிய வகுப்பறை எடுத்துக்காட்டுகளை பயன்படுத்தலாம். AI ன் பொறுப்பான மற்றும் நெறிமுறை பயன்பாட்டில் கணிதத்தின் பங்கை மாணவர்கள் புரிந்துகொள்ள இந்த கலந்துரையாடல்கள் உதவுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 1: வர்க்க எண்களில் அமைப்பு கண்டறிதல்

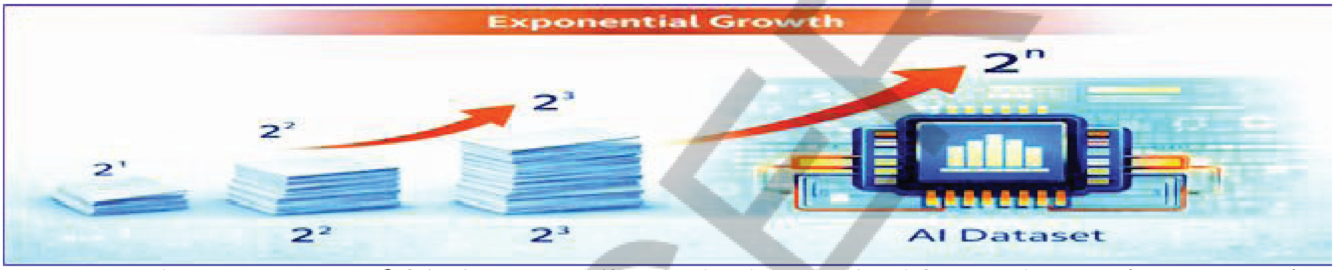


100–லாக்கர் புதிரில், வர்க்க எண்களை கொண்ட லாக்கர்கள் மட்டுமே திறந்திருக்கும் (1, 4, 9, 16...). வர்க்க எண்கள் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலான காரணிகளை கொண்டிருப்பதால் இது நிகழ்கிறது. அமைப்பை கவனமாக உற்றுநோக்குவது இந்த விதியை கண்டறிய உதவுகிறது.

AI அமைப்புகளில், இயந்திரங்களும் தரவுகளில் மீண்டும் மீண்டும் வரும் கட்டமைப்புகளை கண்டறிகின்றன. தரவுத்தொகுப்பு முழுமையாகவும் சரியான மாதிரியாகவும் எடுக்கப்பட்டால், AI அமைப்பு அந்த அமைப்பை சரியாக அடையாளம் காண்கிறது.

Thinking with AI :	If an AI app is used to solve the 100-locker puzzle, what numbers must it check before deciding which lockers remain open? Explain how the system would look for factor patterns and identify square numbers before giving the final answer. Scan the QR code for more information.
Key Words:	**Pattern Recognition:** Identifying repeated or regular structures. **Dataset:** A collection of organised information. **Sampling:** Selecting a part of data to study. **Artificial Intelligence (AI):** Technology that enables machines to analyse and recognise patterns.

Example 2: Exponential Growth

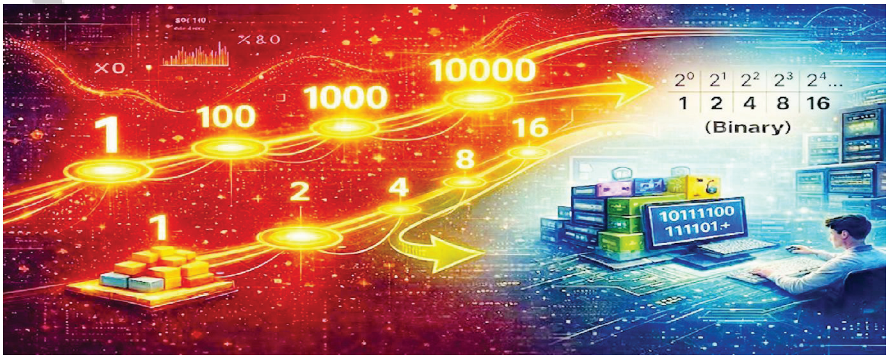


When a paper is folded repeatedly, its thickness doubles each time (2^1, 2^2, 2^3...). This is called exponential growth. The increase becomes very large after many folds.

In AI systems, computational processes and data size may grow rapidly in a similar way. Understanding exponents helps in understanding how fast systems can scale.

Thinking with AI :	If an AI system processes data that doubles every step (like 2^1, 2^2, 2^3...), what information must it analyse to predict how large the data will become after many steps? Explain how the system compares exponential growth with linear growth before deciding how much storage or processing power is needed. Scan the QR code for more information.
Key Words:	**Exponent:** A number showing repeated multiplication. **Base:** The number being multiplied repeatedly. **Exponential Growth:** Rapid increase by repeated multiplication. **Computation:** Processing of numerical data by a system.

Example 3: Landmark Numbers and Number Systems



AI உடன் சிந்தித்தல்:	100–லாக்கர் புதிரை தீர்க்க ஒரு AI செயலி பயன்படுத்தப்பட்டால், எந்த லாக்கர்கள் திறந்திருக்கும் என்பதை முடிவு செய்வதற்கு முன் அது எந்த எண்களை சரிபார்க்க வேண்டும்? இறுதி பதிலை கொடுப்பதற்கு முன், அமைப்பு எவ்வாறு காரணி அமைப்புகளை தேடும் மற்றும் வர்க்க எண்களை அடையாளம் காணும் என்பதை விளக்குக. மேலும் தகவலுக்கு QR குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும்.
முக்கிய சொற்கள்:	**அமைப்பு கண்டறிதல்:** திரும்ப வரும் (அ) வழக்கமான கட்டமைப்புகளை அடையாளம் காணுதல். **தரவுத்தொகுப்பு:** ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட தகவல்களின் தொகுப்பு. **மாதிரி எடுத்தல்:** படிப்பதற்காக தரவின் ஒரு பகுதியைத் தேர்ந்தெடுத்தல். **செயற்கை நுண்ணறிவு(AI):** தரவை பகுப்பாய்வு செய்து அமைப்புகளை அங்கீகரிக்க இயந்திரங்களுக்கு உதவும் தொழில்நுட்பம்.

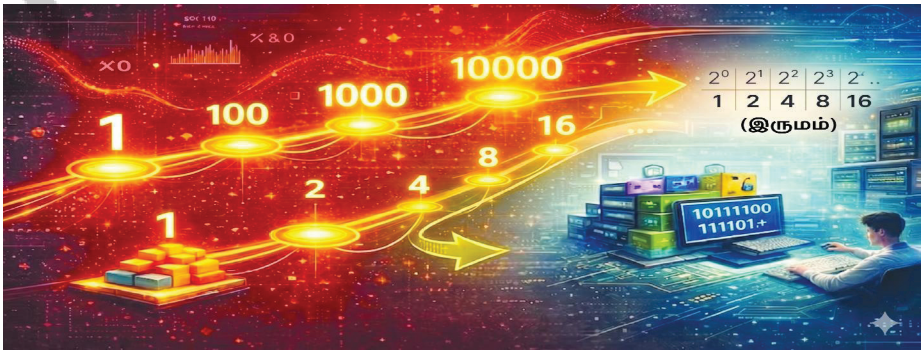
எடுத்துக்காட்டு 2: அடுக்கு வளர்ச்சி

ஒரு காகிதம் தொடர்ந்து மடிக்கப்படும்போது, அதன் தடிமன் ஒவ்வொரு முறையும் இரட்டிப்பாகிறது. ($2^1, 2^2, 2^3$……) இது அடுக்கு வளர்ச்சி எனப்படும். பல மடிப்புகளுக்கு பிறகு அதிகரிப்பு மிக பெரியதாகிவிடும்.

AIல், கணக்கீட்டு செயல்முறைகள் மற்றும் தரவு அளவு இதே வழியில் வேகமாக வளரக்கூடும். அடுக்குகள் பற்றிய புரிதல், அமைப்புகள் எவ்வளவு வேகமாக அளவிட முடியும் என புரிந்துகொள்ள உதவுகிறது.

AI உடன் சிந்தித்தல்:	ஒவ்வொரு படியிலும் இரட்டிப்பாகும் தரவை ஒரு AI அமைப்பு செயல்படுத்தினால் ($2^1, 2^2, 2^3$… போன்றவை), பல படிகளுக்கு பிறகு தரவு எவ்வளவு பெரியதாக மாறும் என்பதை கணிக்க அது எந்த தகவலை பகுப்பாய்வு செய்ய வேண்டும்? எவ்வளவு சேமிப்பு அல்லது செயலாக்க சக்தி தேவை என்பதை தீர்மானிக்கும் முன் அமைப்பு எவ்வாறு அடுக்கு வளர்ச்சியை நேரியல் வளர்ச்சியுடன் ஒப்பிடுகிறது என்பதை விளக்குக. மேலும் தகவலுக்கு QR குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும்.
முக்கிய சொற்கள்:	**அடுக்கு:** மீண்டும் மீண்டும் பெருக்கப்படுவதைக் காட்டும் ஒரு எண். **அடிமானம்:** மீண்டும் மீண்டும் பெருக்கப்படும் எண். **அடுக்கு வளர்ச்சி:** மீண்டும் மீண்டும் பெருக்குவதன் மூலம் விரைவான அதிகரிப்பு. **கணக்கீடு:** ஒரு அமைப்பால் எண்ணியல் தரவை செயலாக்குதல்.

எடுத்துக்காட்டு 3: முக்கிய எண்கள் மற்றும் எண் அமைப்புகள்



Landmark numbers are easily recognisable reference numbers in a number system. They help us understand and work with large numbers. In the decimal (base-10) system, landmark numbers are:

1, 10, 100, 1000, ... (powers of 10)

For example: $7{,}482 = 7 \times 1000 + 4 \times 100 + 8 \times 10 + 2$

Here, 1000, 100, 10, and 1 are landmark numbers.

In any base-n system, landmark numbers are powers of n (n^0, n^1, n^2, ...). Landmark numbers act as anchors in mathematics. In AI, powers of a base act as anchors for storing and computing data efficiently.

Thinking with AI :	If an AI system processes very large numbers, how does using andmark numbers (like powers of 10 or powers of 2) help it organise data and perform calculations efficiently? Scan the QR code for more information
Key Words:	**Landmark Numbers:** Reference numbers used for grouping. **Base:** The number that determines the system (e.g., 10 in decimal). **Power:** Repeated multiplication (e.g., $10^2 = 100$). **Positional System:** Value depends on position.

Example 4: Classification of Quadrilaterals

Quadrilaterals are classified based on properties such as equal sides, right angles, or parallel sides. For example, a rectangle has equal opposite sides and right angles.

Similarly, AI systems classify images by studying features such as edges and shapes. If the features match stored patterns, the image is grouped accordingly.

Thinking with AI :	If an AI system is designed to identify different quadrilaterals from images, what properties must it check before classifying a shape? Explain how the system would examine features such as equal sides, right angles, and parallel sides before deciding whether the shape is a rectangle, square, or another quadrilateral. Scan the QR code to explore how digital systems classify shapes using features and pattern matching.
Key Words:	**Classification:** Grouping based on common features. **Property:** A defining characteristic. **Feature:** A measurable characteristic used for identification. **Pattern Matching:** Comparing data to known patterns.

AP SCERT

முக்கிய எண்கள் என்பன ஒரு எண் அமைப்பில் எளிதில் அடையாளம் காணக்கூடிய குறிப்பு எண்களாகும். பெரிய எண்களை புரிந்துகொள்ளவும் அவற்றுடன் செயல்படவும் அவை நமக்கு உதவுகின்றன. தசம (அடிமானம்–10) முறையில், முக்கிய எண்கள்:

1, 10, 100, 1000, ... (10 ன் அடுக்குகள்).

எடுத்துக்காட்டாக: $7,482 = 7 \times 1000 + 4 \times 100 + 8 \times 10 + 2$

இங்கே, 1000, 100, 10, மற்றும் 1 என்பன முக்கிய எண்கள் ஆகும். எந்தவொரு அடிமானம்–n அமைப்பிலும், முக்கிய எண்கள் nன் அடுக்குகளாகும் n (n^0, n^1, n^2, ...).கணிதத்தில் முக்கிய எண்கள் அடி ஆதாரங்களாக செயல்படுகின்றன. AIல், ஒரு அடிமானத்தின் அடுக்குகள் தரவை சேமிப்பதற்கும் திறமையாக கணக்கிடுவதற்கும் அடி ஆதாரங்களாக செயல்படுகின்றன.

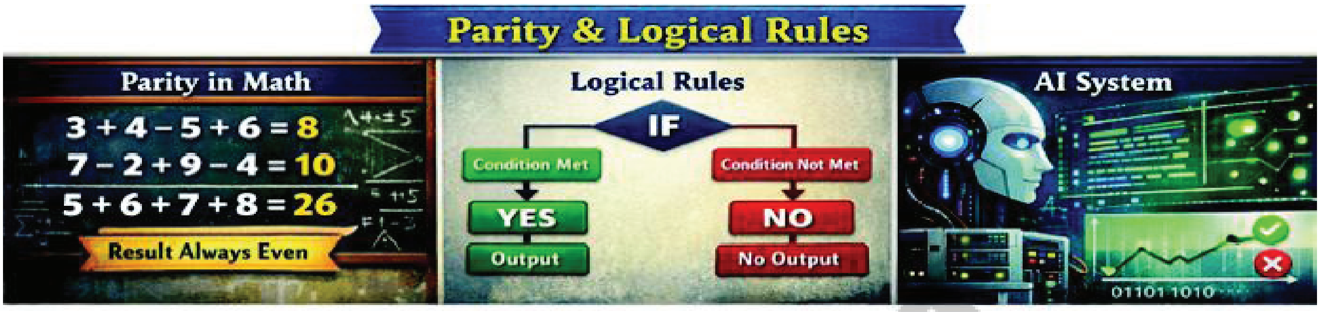
AI உடன் சிந்தித்தல்:	ஒரு AI அமைப்பு மிக பெரிய எண்களை செயல்படுத்தினால், முக்கிய எண்களை பயன்படுத்துவது (10ன் அடுக்குகள் அல்லது 2ன் அடுக்குகள் போன்றவை) தரவை ஒழுங்கமைக்கவும் கணக்கீடுகளை திறமையாக செய்யவும் எவ்வாறு உதவுகிறது? மேலும் தகவலுக்கு QR குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும்.
முக்கிய சொற்கள்:	**முக்கிய எண்கள்:** குழுவாக்குவதற்கு பயன்படுத்தப்படும் குறிப்பு எண்கள். **அடிமானம்:** அமைப்பை தீர்மானிக்கும் எண் (எ.கா. தசமத்தில் 10). **அடுக்கு:** மீண்டும் மீண்டும் பெருக்கப்படுதல் (எ.கா. $10^2 = 100$). **இடமதிப்பு முறை:** மதிப்பு நிலையை பொறுத்தது.

எடுத்துக்காட்டு 4: நாற்கரங்களின் வகைப்பாடு

நாற்கரங்கள் சமமான பக்கங்கள், செங்கோணங்கள் அல்லது இணை பக்கங்கள் போன்ற பண்புகளின் அடிப்படையில் வகைப்படுத்தப்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு செவ்வகம் சமமான எதிர் பக்கங்களையும் செங்கோணங்களையும் கொண்டுள்ளது. இதேபோல், AI அமைப்புகள் விளிம்புகள் மற்றும் வடிவங்கள் போன்ற அம்சங்களை படிப்பதன் மூலம் படங்களை வகைப்படுத்துகின்றன. சேமிக்கப்பட்ட அமைப்புகளுடன் அம்சங்கள் பொருந்தினால், படம் அதற்கேற்ப குழுவாக்கப்படும்.

AI உடன் சிந்தித்தல்:	ஒரு AI அமைப்பு படங்களிலிருந்து நாற்கரங்களின் அடையாளம் காண வடிவமைக்கப்பட்டிருந்தால், அது வகைப்படுத்துவதற்கு முன்பு என்ன பண்புகளை சரிபார்க்க வேண்டும்? அந்த வடிவம் செவ்வகமா, சதுரமா (அ) வேறு நாற்கரமா என்பதை தீர்மானிக்கும் முன், சமமான பக்கங்கள், செங்கோணங்கள் மற்றும் இணை பக்கங்கள் போன்ற அம்சங்களை அமைப்பு எவ்வாறு ஆராயும் என்பதை விளக்குக. டிஜிட்டல் அமைப்புகள் எவ்வாறு பண்புகள் மற்றும் அமைப்பு ஒப்பீடு மூலம் வடிவங்களை வகைப்படுத்துகின்றன என்பதை ஆராய QR குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும்.
முக்கிய சொற்கள்:	**வகைப்பாடு:** பொதுவான அம்சங்களின் அடிப்படையில் குழுவாக்குதல். **பண்பு:** ஒரு வரையறுக்கும் தன்மை. **அம்சம்:** அடையாளங்காணும் அளவிடகூடிய பண்பு. **அமைப்பு ஒப்பீடு:** தெரிந்த அமைப்புகளுடன் தரவை ஒப்பிடுதல்.

Example 5: Parity and Logical Rules



When four consecutive numbers are combined using + and – signs, the result is always even. This shows that mathematical expressions follow consistent logical rules. In AI, rule-based systems also follow defined conditions to produce output.

Thinking with AI :	If an AI system is programmed to check whether the result of four consecutive numbers (combined with + and – signs) is even or odd, what rules must it follow before giving the answer? Explain how the system would apply parity rules step-by-step to decide whether the final result is even. Scan the QR code for more information.
Key Words:	**Parity:** Whether a number is even or odd. **Logical Rule:** A condition that determines an outcome. **Algorithm:** A step-by-step procedure to solve a problem. **Prediction:** A result based on rules or probability.

Example 6: Distributive Property and Algorithms

The distributive property states that, a (b + c) = ab + ac.
This shows a clear step-by-step process.
Similarly, an algorithm in AI follows fixed steps to process input data and produce output.

Thinking with AI :	If an AI system is designed to expand algebraic expressions like a(b+c), what steps must it follow before giving the final answer? Explain how the system would apply the distributive rule step-by-step toproduce the correct output. Scan the QR code for more information
Key Words:	**Distributive Property:** Multiplying a number across terms inside brackets. **Input:** Data given to a system. **Processing:** Performing operations on input data.

எடுத்துக்காட்டு 5: சமநிலை மற்றும் தர்க்க விதிகள்

நான்கு அடுத்தடுத்த எண்கள் + மற்றும் − குறிகளை பயன்படுத்தி சேர்க்கும் போது, முடிவு எப்போதும் இரட்டையாகவே இருக்கும். கணித கோவைகள் சீரான தர்க்கரீதியான விதிகளை பின்பற்றுவதை இது காட்டுகிறது. AIல், விதி அடிப்படையிலான அமைப்புகளும் வெளியீட்டை உருவாக்க வரையறுக்கப்பட்ட நிபந்தனைகளை பின்பற்றுகின்றன.

AI உடன் சிந்தித்தல்:	நான்கு அடுத்தடுத்த எண்களின் முடிவு (+, − குறிகளுடன் இணைந்தது) இரட்டையா அல்லது ஒற்றையா என்பதை சரிபார்க்க ஒரு AI அமைப்பு நிரல் செய்யப்பட்டிருந்தால், பதிலை கொடுப்பதற்கு முன் அது என்ன விதிகளை பின்பற்ற வேண்டும்? இறுதி முடிவு இரட்டையா என்பதை தீர்மானிக்க சமநிலை விதிகளை படிப்படியாக எவ்வாறு பயன்படுத்தும் என்பதை விளக்குக. மேலும் தகவலுக்கு QR குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும்.
முக்கிய சொற்கள்:	**சமநிலை:** ஒரு எண் இரட்டையா அல்லது ஒற்றையா என்பது. **தர்க்க விதி:** ஒரு முடிவை தீர்மானிக்கும் நிபந்தனை. **அல்காரிதம்:** ஒரு சிக்கலை தீர்க்கும் படிப்படியான செயல்முறை. **கணிப்பு:** விதிகள் அல்லது நிகழ்தகவின் அடிப்படையிலான ஒரு முடிவு.

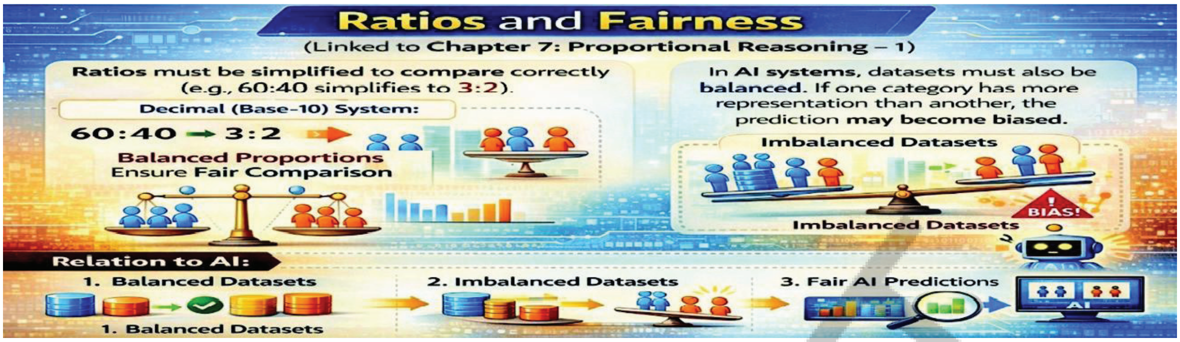
எடுத்துக்காட்டு 6: பங்கீட்டு பண்பு மற்றும் அல்காரிதம்கள்

பங்கீட்டு பண்பின் படி, $a(b + c) = ab + ac$.

இது ஒரு தெளிவான படிப்படியான செயல்முறையை காட்டுகிறது. இதேபோல், AIல் உள்ள ஒரு அல்காரிதம் உள்ளீட்டு தரவை செயலாக்கவும் வெளியீட்டை உருவாக்கவும் நிலையான படிகளை பின்பற்றுகிறது.

AI உடன் சிந்தித்தல்:	ஒரு AI அமைப்பு $a(b+c)$ போன்ற இயற்கணித கோவைகளை விரிவுபடுத்த வடிவமைக்கப்பட்டிருந்தால், இறுதி பதிலை கொடுப்பதற்கு முன் அது என்ன படிகளை பின்பற்ற வேண்டும்? சரியான வெளியீட்டை உருவாக்க, அமைப்பு எவ்வாறு பங்கீட்டு விதியை படிப்படியாக பயன்படுத்தும் என்பதை விளக்குக. மேலும் தகவலுக்கு QR குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும்.
முக்கிய சொற்கள்:	**பங்கீட்டு பண்பு:** அடைப்புக்குறிக்குள் உள்ள உறுப்புகளுடன் ஒரு எண்ணை பெருக்குதல். **உள்ளீடு:** அமைப்புக்கு வழங்கப்படும் தரவு. **செயலாக்கம்:** உள்ளீட்டு தரவில் செயல்பாடுகளை செய்தல்.

Example 7: Ratios and Fairness



Ratios must be simplified to compare correctly (e.g., 60:40 simplifies to 3:2). Balanced proportions ensure correct comparison.

In AI systems, datasets must also be balanced. If one category has more representation than another, the prediction may become biased.

Thinking with AI :	If an AI system compares two groups of data, what must it check to ensure the comparison is fair and balanced? Explain how simplifying ratios (like 60:40 to 3:2) helps in making correct comparisons. What might happen if the data is not balanced? Scan the QR code to explore how digital systems use proportional reasoning to avoid biased predictions.
Key Words:	**Ratio:** Comparison of two quantities. **Proportion:** Equality of two ratios. **Bias:** Unfair preference due to uneven data. **Fairness:** Equal and balanced representation.

Guidance: - Before introducing **Artificial Intelligence (AI)**, first teach the textbook concept clearly through examples and practice. Ensure students understand the mathematics before connecting it to **AI applications**. Introduce **AI terminology** only after students see the link between mathematical reasoning and **intelligent systems**. Keep the explanation simple and syllabus-based.

Before any **AI-based activity**, ask students to revise textbook methods. Teach them to write clear prompts and verify **AI-generated responses** with the textbook. Emphasise responsible use of **AI tools**. **AI** should support learning, not replace practice or logical reasoning.

Exploring with AI

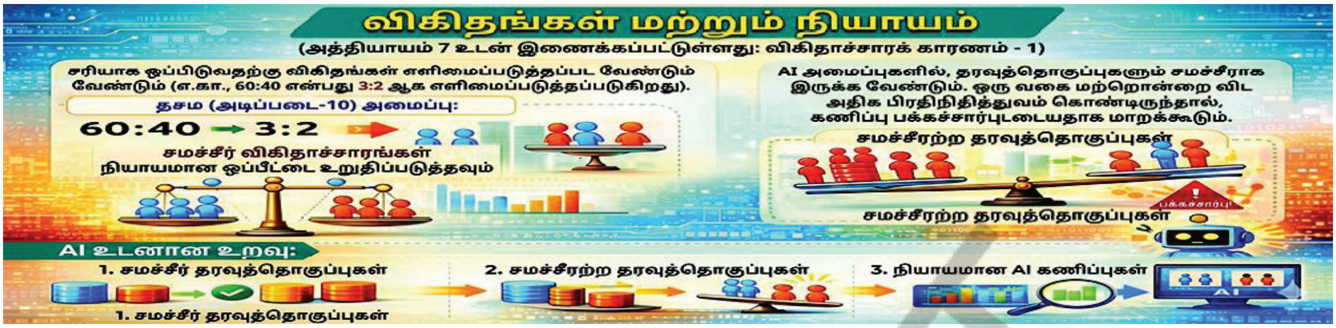
Understanding AI in Mathematics Learning

Artificial Intelligence (AI) helps computers analyse data, recognise patterns, and make predictions based on rules and probability. In Mathematics learning, AI can help explain concepts such as square numbers, exponents, ratios, algebraic expansion, and geometric reasoning in simple steps. However, AI does not replace textbook learning, teacher guidance, or regular practice. The textbook remains the primary and reliable source of mathematical knowledge. AI is only a supportive learning tool.

Mathematics develops skills such as logical reasoning, pattern recognition, proportional thinking, classification, and proof. These same skills form the foundation of intelligent systems. Just as mathematical problems require correct steps and balanced reasoning, AI systems depend on accurate data, proper sampling, and fair representation.

AP SCERT

எடுத்துக்காட்டு 7: விகிதங்கள் மற்றும் நேர்மை



சரியாக ஒப்பிட விகிதங்கள் எளிமையாக்கப்பட வேண்டும் (எ.கா.60:40 ஐ 3:2 ஆக சுருக்கப்படுகிறது). சமச்சீர் விகிதங்கள் சரியான ஒப்பீட்டை உறுதி செய்கின்றன.

AI அமைப்புகளில், தரவுத்தொகுப்புகளும் சமநிலையில் இருக்க வேண்டும். ஒரு வகை மற்றொரு வகையை விட அதிக மதிப்பை கொண்டிருந்தால், கணிப்பு பாரபட்சமாக மாறக்கூடும்.

AI உடன் சிந்தித்தல்:	ஒரு AI அமைப்பு தரவின் இரண்டு குழுக்களை ஒப்பிடும் போது, அது நியாயமானதாகவும் சமநிலையானதாகவும் இருப்பதை உறுதிசெய்ய அது எதனை சரிபார்க்க வேண்டும்? விகிதங்களை எளிமைப்படுத்துவது (60:40 இலிருந்து 3:2 போன்றவை) எவ்வாறு சரியான ஒப்பீடுகளை செய்ய உதவுகிறது என்பதை விளக்குக. தரவு சமநிலையில் இல்லை என்றால் என்ன நடக்கும்? டிஜிட்டல் அமைப்புகள் சார்புடைய கணிப்புகளை தவிர்க்க விகிதசம சிந்தனையை எவ்வாறு பயன்படுத்துகின்றன என்பதை ஆராய QR குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும்.
முக்கிய சொற்கள்:	**விகிதம்:** இரண்டு அளவுகளின் ஒப்பீடு. **விகிதசமம்:** இரண்டு விகிதங்களின் சமத்துவம். **சார்புநிலை:** சமமற்ற தரவு காரணமாக ஏற்படும் நியாயமற்ற விருப்பம். **நேர்மை:** சமமான மற்றும் சமநிலையான மதிப்பு.

வழிகாட்டுதல்: - செயற்கை நுண்ணறிவை (AI) அறிமுகப்படுத்துவதற்கு முன், முதலில் பாடநூல் கருத்தை எடுத்துக்காட்டுகள் மற்றும் பயிற்சி மூலம் தெளிவாக கற்பிக்கவும். கணிதத்தை **AI பயன்பாடுகளுடன்** இணைப்பதற்கு முன் மாணவர்கள் அதனை புரிந்து கொண்டுள்ளதை உறுதி செய்யவும். கணித பகுத்தறிவிற்கும் **நுண்ணறிவு அமைப்புகளுக்கும்** இடையிலான தொடர்பை மாணவர்கள் பார்த்த பிறகே **AI கலைச்சொற்களை** அறிமுகப்படுத்தவும். விளக்கத்தை எளிமையாகவும் பாடத்திட்டத்தின் அடிப்படையிலும் வைத்திருக்கவும்.

எந்தவொரு **AI அடிப்படையிலான செயலுக்கும்** முன், மாணவர்களை பாடநூல் முறைகளைத் திருப்புதல் செய்யச் சொல்லுங்கள். தெளிவான தூண்டுதல்களை எழுதவும் பாடநூலை கொண்டு **AI உருவாக்கிய பதில்களை** சரிபார்க்கவும். அவர்களுக்குக் கற்பிக்கவும். **AI கருவிகளின்** பொறுப்பான பயன்பாட்டை வலியுறுத்தவும். **AI** கற்றலுக்கு துணைபுரிய வேண்டும், பயிற்சி அல்லது தர்க்கரீதியான பகுத்தறிவுக்கு மாற்றாக இருக்கக்கூடாது.

AI உடன் ஆராய்தல்

கணித கற்றலில் AI ஐ புரிந்துகொள்ளுதல்:

செயற்கை நுண்ணறிவு (AI) கணினிகளுக்கு தரவை பகுப்பாய்வு செய்யவும், அமைப்புகளை அடையாளம் காணவும், விதிகள் மற்றும் நிகழ்தகவு ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் கணிப்புகளைச் செய்யவும் உதவுகிறது. கணித கற்றலில், வர்க்க எண்கள், அடுக்குகள், விகிதங்கள், இயற்கணித விரிவு மற்றும் வடிவியல் பகுத்தறிவு போன்ற கருத்துக்களை எளிய படிகளில் விளக்க AI உதவலாம். இருப்பினும், AI பாடநூல் கற்றல், ஆசிரியர் வழிகாட்டுதல் அல்லது வழக்கமான பயிற்சியை மாற்றாது. கணித அறிவின் முதன்மை மற்றும் நம்பகமான ஆதாரமாக பாடநூல் உள்ளது. AI என்பது ஒரு துணை கற்றல் கருவி மட்டுமே.

தர்க்கரீதியான பகுத்தறிவு, அமைப்பு கண்டறிதல், விகிதசம சிந்தனை, வகைப்பாடு மற்றும் நிரூபணம் போன்ற திறன்களை கணிதம் வளர்க்கிறது. இதே திறன்கள் நுண்ணறிவு அமைப்புகளின் அடிப்படையை உருவாக்குகின்றன. கணித சிக்கல்களுக்கு எவ்வாறு சரியான படிகள் மற்றும் சமநிலையான பகுத்தறிவு தேவையோ, அதேபோல, AI அமைப்புகள் துல்லியமான தரவு, சரியான மாதிரி மற்றும் நியாயமான பிரதிநிதித்துவம் ஆகியவற்றைச் சார்ந்துள்ளன.

Accessing AI for Mathematics Learning

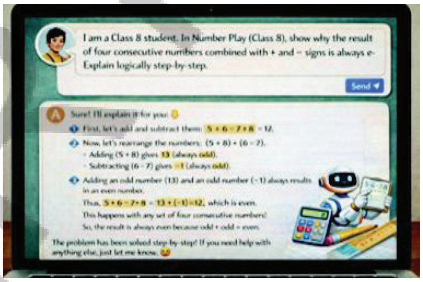
AI tools may be used in school computer laboratories under teacher supervision or at home with parental guidance. AI must be used strictly for educational purposes and only after completing textbook exercises.

Safe and Responsible Use of AI

- Do not share personal information (name, school details, passwords).
- Do not copy AI responses without understanding.
- Always verify AI-generated answers with textbook methods.
- Do not use AI during examinations.
- Use AI only to improve clarity and reasoning.

Responsible use of AI strengthens honesty, discipline, and critical thinking.

Writing Effective Prompts in Mathematics:



A prompt is the instruction given to an AI tool.
A good Mathematics prompt should include:

- Class level (Class 8)
- Chapter name
- Clear concept
- Request for step-by-step explanation (if needed)

Example Prompt:

"I am a Class 8 student. In Number Play (Class 8), show why the result of four consecutive numbers combined with + and – signs are always even. Explain logically step-by-step."

Types of Prompts in Mathematics Learning:

To obtain clear and meaningful responses from an AI tool, prompts should be written according to the purpose of learning.

In Mathematics, prompts may be framed in three main ways:

1. **Concept Understanding Prompt:** This type of prompt is used to understand a mathematical concept clearly in simple language. **Example:** "I am a Class 8 student. In the chapter A Square and a Cube, please explain why only square numbers remain open in the 100-locker puzzle in simple language with one clear example."
2. **Comparison or Analytical Prompt :** This type of prompt is used to compare two mathematical ideas or analyse differences and similarities. **Example:**"I am a Class 8 student. Please explain the difference between linear growth and exponential growth from the chapter Power Play with suitable examples." OR "I am studying Quadrilaterals in Class 8. Please compare a rectangle and a parallelogram by listing their similarities and differences."
3. **Application or Activity-Based Prompt:** This type of prompt is used to apply mathematical knowledge in real-life situations or activities. **Example:** "I am a Class 8 student. In Proportional Reasoning, help me design a simple real-life activity to show how ratios are used in cooking or map reading. Explain the steps clearly." OR "In the chapter We Distribute, Yet Things Multiply, create a real-life word problem where the distributive property is used and solve it step-by-step."

Do AI Make Mistakes?

Yes. AI systems depend completely on the data used to train them. If the dataset is incomplete or biased, AI may produce incorrect or unfair results. Sometimes AI may generate answers that look correct but contain mistakes. Therefore, all AI-generated solutions must be verified using textbook methods. AI supports learning but cannot replace mathematical reasoning or teacher guidance.

கணித கற்றலுக்கு AIஐ அணுகுதல்:

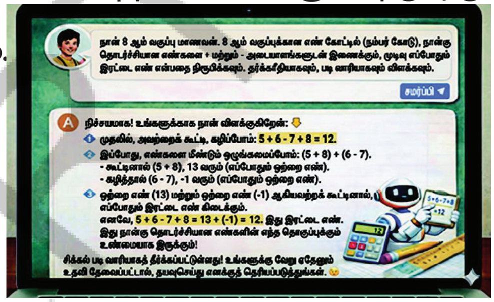
பள்ளி கணினி ஆய்வகங்களில் ஆசிரியர் மேற்பார்வையின் கீழ் அல்லது வீட்டில் பெற்றோர் வழிகாட்டுதலுடன் AI கருவிகளை பயன்படுத்தலாம். AI கண்டிப்பாக பாடநூல் பயிற்சிகளை முடித்த பிறகு மற்றும் கல்வி நோக்கங்களுக்காக மட்டுமே பயன்படுத்தப்பட வேண்டும்,

AIன் பாதுகாப்பான மற்றும் பொறுப்பான பயன்பாடு

- தனிப்பட்ட தகவல்களை (பெயர், பள்ளி விவரங்கள், கடவுச்சொற்கள்) பகிர வேண்டாம்.
- புரிந்துகொள்ளாமல் AI பதில்களை நகலெடுக்க வேண்டாம்.
- AI உருவாக்கிய பதில்களை எப்போதும் பாடநூல் முறைகளுடன் சரிபார்க்கவும்.
- தேர்வுகளின் போது AI ஐ பயன்படுத்த வேண்டாம்.
- தெளிவு மற்றும் பகுத்தறிவை மேம்படுத்த மட்டுமே AIஐ பயன்படுத்தவும்.

AI இன் பொறுப்பான பயன்பாடு நேர்மை, ஒழுக்கம் மற்றும் விமர்சன சிந்தனையை வலுப்படுத்துகிறது.

கணிதத்தில் பயனுள்ள பிராம்ப்ட்களை எழுதுதல்:



பிராம்ட் என்பது AI கருவிக்கு வழங்கப்படும் அறிவுறுத்தலாகும். ஒரு நல்ல கணித பிராம்ட்(தூண்டுதல்) பின்வருவனவற்றை கொண்டிருக்க வேண்டும்:

- வகுப்பு நிலை (வகுப்பு 8)
- பாடத்தின் பெயர்
- தெளிவான கருத்து
- படிப்படியான விளக்கத்திற்கான கோரிக்கை(தேவைப்பட்டால்)

எடுத்துக்காட்டு பிராம்ப்ட்:

“நான் 8-ஆம் வகுப்பு மாணவன். எண் விளையாட்டு (வகுப்பு 8) பாடத்தில், நான்கு அடுத்தடுத்த எண்கள் + மற்றும் − குறிகளுடன் இணைக்கப்படும் போது முடிவு ஏன் எப்போதும் இரட்டையாக இருக்கும் என்பதை காட்டு. தர்க்கரீதியாக படிப்படியாக விளக்கு.”

கணித கற்றலில் பிராம்ப்ட்களின் வகைகள்:

AI கருவியிலிருந்து தெளிவான மற்றும் அர்த்தமுள்ள பதில்களை பெற, கற்றலின் நோக்கத்திற்கு ஏற்ப தூண்டுதல்கள் எழுதப்பட வேண்டும்.

கணிதத்தில், பிராம்ப்ட்களை மூன்று முக்கிய வழிகளில் உருவாக்கலாம்:

1. **கருத்து புரிதல் பிராம்ப்ட்:** கணித கருத்தை எளிய மொழியில் தெளிவாக புரிந்துகொள்ள இந்த வகை தூண்டுதல் பயன்படுத்தப்படுகிறது. **எடுத்துக்காட்டு:** “நான் 8-ஆம் வகுப்பு மாணவன். வர்க்கம் மற்றும் கனம் பாடத்தில், 100-லாக்கர் புதிரில் வர்க்க எண்கள் மட்டுமே ஏன் திறந்திருக்கும் என்பதை எளிய மொழியில் ஒரு தெளிவான எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்கவும்.”
2. **ஒப்பீடு அல்லது பகுப்பாய்வு பிராம்ப்ட்:** இரண்டு கணித கருத்துக்களை ஒப்பிட அல்லது வேறுபாடுகள் மற்றும் ஒற்றுமைகளை பகுப்பாய்வு செய்ய இந்த வகை பிராம்ப்ட் பயன்படுத்தப்படுகிறது. **எடுத்துக்காட்டு:** “நான் 8-ஆம் வகுப்பு மாணவன். அடுக்குகளின் விளையாட்டு பாடத்திலிருந்து நேரியல் வளர்ச்சிக்கும் அடுக்கு வளர்ச்சிக்கும் உள்ள வித்தியாசத்தை பொருத்தமான எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விளக்கவும்.” அல்லது “நான் 8 ஆம் வகுப்பில் ‘நாற்கரங்கள்’ படிக்கிறேன். ஒரு செவ்வகம் மற்றும் ஒரு இணைகரம் ஆகியவற்றின் ஒற்றுமைகள் மற்றும் வேறுபாடுகளை பட்டியலிட்டு ஒப்பிடவும்.”
3. **பயன்பாடு அல்லது செயல்பாடு சார்ந்த பிராம்ப்ட்:** உண்மையான வாழ்க்கைச் சூழ்நிலைகள் அல்லது செயல்பாடுகளில் கணித அறிவை பயன்படுத்த இந்த வகை தூண்டுதல் பயன்படுத்தப்படுகிறது. **எடுத்துக்காட்டு:** “நான் 8-ஆம் வகுப்பு மாணவன். விகிதசம பகுப்பாய்வு பாடத்தில், சமையல் அல்லது வரைபடம் படிப்பதில் விகிதங்களின் பயன்பாட்டை காட்ட எளிய நிஜ வாழ்க்கை செயல்பாட்டை வடிவமைக்க எனக்கு உதவுங்கள். படிகளை தெளிவாக விளக்கவும்.” அல்லது “நாம் விநியோகிக்கிறோம், ஆனாலும் பொருள்கள் பெருகுகின்றன பாடத்தில், பங்கீட்டு பண்பு பயன்படுத்தப்படும் ஒரு நிஜ வாழ்க்கை வழி கணக்கை உருவாக்கி, அதை படிப்படியாக தீர்க்கவும்.”

AI தவறுகள் செய்யுமா?

ஆம். AI அமைப்புகள் அவற்றுக்கு பயிற்சி அளிக்க பயன்படுத்தப்படும் தரவுகளையே முழுமையாக சார்ந்துள்ளன. தரவுத்தொகுப்பு முழுமையடையாததாகவோ அல்லது சார்புடையதாகவோ இருந்தால், AI தவறான அல்லது நியாயமற்ற முடிவுகளை உருவாக்கக்கூடும். சில நேரங்களில் AI சரியானதாக தோன்றும் ஆனால் தவறுகளை கொண்ட பதில்களை உருவாக்கலாம். எனவே, AI-உருவாக்கிய அனைத்து தீர்வுகளும் பாடநூல் முறைகளைப் பயன்படுத்தி சரிபார்க்கப்பட வேண்டும். AI கற்றலுக்கு துணைபுரிகிறது ஆனால் கணித பகுத்தறிவு அல்லது ஆசிரியரின் வழிகாட்டுதலுக்கு மாற்றாக அமையாது.

Myth	Truth
AI is unsafe for students.	AI is safe when used responsibly and without sharing personal information.
AI understands problems like humans.	AI recognises patterns but does not truly understand like humans.
AI decisions are always unbiased.	If the dataset has bias, AI results can also be biased.

Chapter-wise AI-Supported Exploration

Tasks for Students to Explore with AI (Mathematics – Semester 1)

Chapter	Foundational Level	Analytical Level	Creative Level
Chapter 1: A Square and a Cube	• List first 10 square numbers. • Define perfect square.	• Explain why only square numbers remain open in the locker problem.	• Compare pattern recognition in number puzzles with AI pattern detection.
Chapter 2 : Power Play	• Define exponent and base. • Calculate simple powers.	• Compare linear and exponential growth.	• Explain how exponential growth relates to data processing in AI.
Chapter 3 : A Story of Numbers	• Write numbers in expanded form. • Explain place value.	• Compare ancient and modern number systems.	• Relate number representation to digital data storage in AI systems.
Chapter 4 : Quadrilaterals	• Define rectangle and square. • List properties of diagonals.	• Prove diagonals of rectangle are equal.	• Compare shape classification in geometry with image classification in AI.
Chapter 5 : Number Play	• Identify even and odd numbers.	• Analyse parity patterns in expressions	• Explain how rule-based systems in AI follow logical patterns.
Chapter 6 : We Distribute, Yet Things Multiply	• Expand a(b+c).	• Analyse changes in product when numbers increase.	• Compare distributive property with algorithmic steps in AI.
Chapter 7 : Proportional Reasoning – 1	• Define ratio and proportion.	• Simplify ratios using HCF.	• Explain how balanced ratios relate to fairness and unbiased datasets in AI.

Guidance: Before introducing AI connections, complete the related mathematical concept through textbook examples and problem-solving activities. Ensure that students clearly understand the mathematical idea before linking it to AI applications. Encourage students to explain similarities between mathematical reasoning and AI systems in their own words. Demonstrate how to frame subject-specific prompts and verify AI-generated responses using textbook methods. Monitor student interaction with AI tools carefully. Reinforce that AI should deepen conceptual clarity and not replace regular practice or logical reasoning.

Conclusion: The first seven chapters of Semester 1 develop essential mathematical skills such as pattern recognition, logical proof, proportional reasoning, algebraic expansion, and classification. These same skills form the foundation of intelligent systems. By strengthening mathematical thinking and using technology responsibly, students develop critical, ethical, and disciplined understanding of both Mathematics and Artificial Intelligence.

AP SCERT

கற்பனை	உண்மை
மாணவர்களுக்கு AI பாதுகாப்பற்றது.	பொறுப்புடனும் தனிப்பட்ட தகவல்களை பகிராமலும் பயன்படுத்தப்படும் போது AI பாதுகாப்பானது.
AI மனிதர்களை போலவே பிரச்சினைகளை புரிந்துகொள்கிறது.	AI அமைப்புகளை கண்டறிகிறது, ஆனால் மனிதர்களை போல உண்மையிலேயே புரிந்துகொள்வதில்லை.
AI முடிவுகள் எப்போதும் சார்பற்றவை.	தரவுத்தொகுப்பில் சார்புநிலை இருந்தால், AI முடிவுகளும் சார்புடையதாக இருக்கலாம்.

பாடம் வாரியான AI-ஆதரவு தேடல்

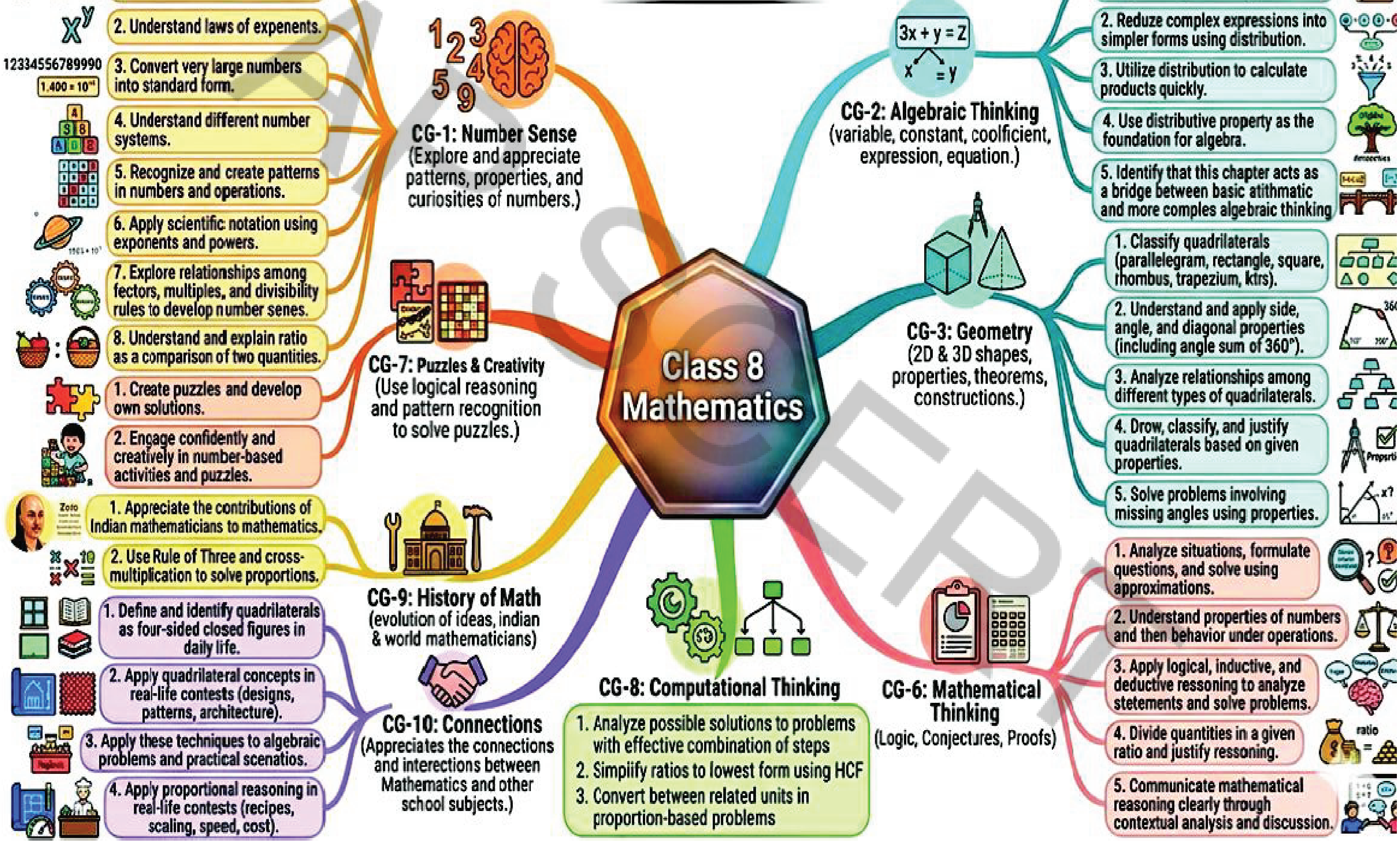
மாணவர்களுக்கான AI ல் தேடல் பணிகள் (கணிதம்-பருவம் 1)

பாடம்	அடிப்படை நிலை	பகுப்பாய்வு நிலை	ஆக்க நிலை
பாடம் 1: வர்க்கம் மற்றும் கனம்	• முதல் 10 வர்க்க எண்களை பட்டியலிடவும். முழுவர்க்கத்தை வரையறு.	• லாக்கர் கணக்கில் வர்க்க எண்கள் மட்டும் ஏன் திறந்திருக்கும் என விவரி	• எண் புதிர்களில் அமைப்பு கண்டறிதலை AI அமைப்பு கண்டறிதலோடு ஒப்பிடவும்.
பாடம் 2: அடுக்குகளின் விளையாட்டு.	• அடுக்கு மற்றும் அடிமானத்தை வரையறு. எளிய அடுக்குகளை காண்	• நேரிய மற்றும் அடுக்கு வளர்ச்சியை ஒப்பிடவும்.	• அடுக்கு வளர்ச்சி AI-ல் உள்ள தரவு செயலாக்கத்துடன் தொடர்புடையதை விளக்குக.
பாடம் 3: எண்களின் கதை	• எண்களை விரிவான வடிவில் எழுதவும். இடமதிப்பை விளக்குக.	• பழங்கால மற்றும் நவீன எண் முறைகளை ஒப்பிடவும்.	• எண் அமைப்பை AI அமைப்புகளின் டிஜிட்டல் தரவு சேமிப்போடு தொடர்புபடுத்தவும்.
பாடம் 4: நாற்கரங்கள்	• செவ்வகம் மற்றும் சதுரத்தை வரையறு. மூலைவிட்டங்களின் பண்புகளை பட்டியலிடு.	• செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமம் என நிரூபிக்கவும்.	• வடிவவியலில் உள்ள வடிவ வகைப்பாட்டை AIல் உள்ள பட வகைபாட்டோடு ஒப்பிடவும்.
பாடம் 5: எண் விளையாட்டு.	• இரட்டை மற்றும் ஒற்றை எண்களை அடையாளம் காணவும்.	• கோவைகளில் சமநிலை அமைப்புகளை பகுப்பாய்வு செய்யவும்.	• AI விதி அடிப்படையிலான அமைப்புகள் தர்க்க அமைப்புகளை பின்பற்றும் என்பதை விளக்குக.
பாடம் 6: பெருக்கலை பங்கிடுதல்	• a(b+c)ஐ விரிவாக்கவும்.	• எண்கள் அதிகரிக்கும் போது பெருக்கற்பலனில் ஏற்படும் மாற்றங்களை பகுப்பாய்வு செய்யவும்.	• பங்கீட்டு பண்பை AI-ல் உள்ள அல்காரித படிகளுடன் ஒப்பிடவும்.
பாடம் 7: விகிதசம பகுத்தறிவு	• விகிதம் மற்றும் விகிதசமத்தை வரையறுக்கவும்.	• மீ.பொ.வ-ஐ பயன்படுத்தி விகிதங்களை எளிமைப்படுத்தவும்.	• சமச்சீர் விகிதங்கள் AI ல் உள்ள நேர்மை மற்றும் சார்பற்ற தரவு தொகுப்புகளோடு உள்ள தொடர்பை விளக்குக.

வழிகாட்டுதல்: AI இணைப்புகளை அறிமுகப்படுத்துவதற்கு முன், பாடநூல் எடுத்துக்காட்டுகள் மற்றும் கணக்கை தீர்க்கும் செயல்பாடுகள் மூலம் தொடர்புடைய கணித கருத்தை முடிக்கவும். AI பயன்பாடுகளுடன் இணைப்பதற்கு முன் மாணவர்கள் கணித கருத்தை தெளிவாக புரிந்துகொள்வதை உறுதி செய்யவும். கணித பகுத்தறிவு, AI அமைப்புகள் இடையிலான ஒற்றுமைகளை மாணவர்கள் தங்கள் சொந்த வார்த்தைகளில் விளக்க ஊக்குவிக்கவும். பாடம் சார்ந்த பிராம்ப்ட்கள் மற்றும் பதில்களை பாடநூல் முறைகளுடன் சரிபார்ப்பதை செய்துகாட்டவும். AI கருவிகளுடன் மாணவர்களின் தொடர்பை கவனமாக கண்காணிக்கவும். AI கருத்தியல் தெளிவை ஆழப்படுத்த வேண்டும் என்றும், அது வழக்கமான பயிற்சி அல்லது தர்க்கரீதியான பகுத்தறிவுக்கு ஈடாகாது என்றும் வலியுறுத்தவும்.

முடிவுரை: பருவம் 1ல் முதல் ஏழு பாடங்கள் அமைப்பு கண்டறிதல், தர்க்கரீதியான நிரூபணம், விகிதசம சிந்தனை, இயற்கணித விரிவு மற்றும் வகைப்பாடு போன்ற தேவையான கணித திறன்களை வளர்க்கின்றன மேலும் நுண்ணறிவு அமைப்புகளின் அடிப்படையை உருவாக்குகின்றன. கணித சிந்தனையை வலுப்படுத்துவதன் மூலமும், தொழில்நுட்பத்தை பொறுப்புடன் பயன்படுத்துவதன் மூலமும், மாணவர்கள் கணிதம் மற்றும் செயற்கை நுண்ணறிவு ஆகிய இரண்டிலும் ஆழ்ந்த, நெறிமுறை மற்றும் ஒழுக்கமான புரிதலை வளர்த்து கொள்கிறார்கள்.

MIND MAP


Class 8 Mathematics
CG-1: Number Sense
(Explore and appreciate patterns, properties, and curiosities of numbers.)
1. Identify and explore number patterns and describe rules.
2. Understand laws of expenents.
3. Convert very large numbers into standard form.
4. Understand different number systems.
5. Recognize and create patterns in numbers and operations.
6. Apply scientific notation using exponents and powers.
7. Explore relationships among fectors, multiples, and divisibility rules to develop number senes.
8. Understand and explain ratio as a comparison of two quantities.
CG-7: Puzzles & Creativity
(Use logical reasoning and pattern recognition to solve puzzles.)
1. Create puzzles and develop own solutions.
2. Engage confidently and creatively in number-based activities and puzzles.
CG-9: History of Math
(evolution of ideas, indian & world mathematicians)
1. Appreciate the contributions of Indian mathematicians to mathematics.
2. Use Rule of Three and cross-multiplication to solve proportions.
CG-10: Connections
(Appreciates the connections and interections between Mathematics and other school subjects.)
1. Define and identify quadrilaterals as four-sided closed figures in daily life.
2. Apply quadrilateral concepts in real-life contests (designs, patterns, architecture).
3. Apply these techniques to algebraic problems and practical scenatios.
4. Apply proportional reasoning in real-life contests (recipes, scaling, speed, cost).
CG-8: Computational Thinking
1. Analyze possible solutions to problems with effective combination of steps
2. Simplify ratios to lowest form using HCF
3. Convert between related units in proportion-based problems
CG-2: Algebraic Thinking
(variable, constant, coolficient, expression, equation.)
3x + y = Z
x
= y
1. Represent numbers using variables and general algebraic expressions.
2. Reduze complex expressions into simpler forms using distribution.
3. Utilize distribution to calculate products quickly.
4. Use distributive property as the foundation for algebra.
5. Identify that this chapter acts as a bridge between basic atithmatic and more comples algebraic thinking
CG-3: Geometry
(2D & 3D shapes, properties, theorems, constructions.)
1. Classify quadrilaterals (parallelegram, rectangle, square, rhombus, trapezium, ktrs).
2. Understand and apply side, angle, and diagonal properties (including angle sum of 360°).
3. Analyze relationships among different types of quadrilaterals.
4. Drow, classify, and justify quadrilaterals based on given properties.
5. Solve problems involving missing angles using properties.
CG-6: Mathematical Thinking
(Logic, Conjectures, Proofs)
1. Analyze situations, formulate questions, and solve using approximations.
2. Understand properties of numbers and then behavior under operations.
3. Apply logical, inductive, and deductive ressoning to analyze statements and solve problems.
4. Divide quantities in a given ratio and justify ressoning.
5. Communicate mathematical reasoning clearly through contextual analysis and discussion.
ratio