CLASS - 7

جماعت - ہفتم

MATHEMATICS

SEMESTER - 1

ریاضی

سمسٹر - 1

© Government of Andhra Pradesh, Amaravati

First Published 2026

DISCLAIMER

Any form of copying of the content, information and illustrations from this textbook is a punishable offence.

All rights reserved

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published. Without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser. The copyright holder of this book is the Commissioner of School Education, Amaravati, Andhra Pradesh.

This book has been printed on 70 GSM, SS Maplitho, Title Page 220 GSM, White Artcard.

Published by Samagra Shiksha & SCERT - Government of Andhra Pradesh, Amaravati.

APSCERT

Our National Anthem قومی ترانہ

Jana-gana-mana-adhinayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata
Panjaba-Sindhu-Gujarata-Maratha
Dravida-Utkala-Banga
Vindhya-Himachala-Yamuna-Ganga
uchchala-jaladhi-taranga
Tava Subha name jage,
tava subha asisa mage,
gahe tava jaya-gatha.
Jana-gana-mangala-dayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Jaya he, Jaya he, Jaya he,
jaya jaya jaya jaya he.

– Rabindranath Tagore

جن گن من ادھی نایک جیہ ہے
بھارت بھاگیہ ودھاتا
پنجاب، سندھ، گجرات، مراٹھا
ڈراوڈ، اتکل، ونگا
وندھیا، ہماچل، یمنا، گنگا
اچھل جل دھی ترنگا
توشبھ نامے جاگے
توشبھ آسش ماگے
گاہے توجیا گاتھا
جن گن منگل دایک جیہ ہے
بھارت بھاگیہ ودھاتا
جیہ ہے، جیہ ہے، جیہ ہے
جیہ جیہ جیہ جیہ ہے

–رابندر ناتھ ٹیگور

Pledge || عہد

ہندوستان میرا وطن ہے۔ تمام ہندوستانی میرے بھائی اور بہن ہیں۔ مجھے اپنے وطن سے پیار ہے اور میں اس کے عظیم اور گونا گوں ورثے پر فخر کرتا ہوں / کرتی ہوں۔ میں ہمیشہ اس ورثے کے قابل بننے کی کوشش کرتا رہوں گا / کرتی رہوں گی۔ میں اپنے والدین، استادوں اور بزرگوں کی عزت کروں گا / کروں گی اور ہر ایک کے ساتھ خوش اخلاقی کا برتاؤ کروں گا / کروں گی۔ میں جانوروں کے تئیں رحم دلی کا برتاؤ کروں گا / کروں گی۔ میں اپنے وطن اور ہم وطنوں کی خدمت کے لیے اپنے آپ کو وقف کرنے کا عہد کرتا ہوں / کرتی ہوں۔

–پیڈی مرّی وینکٹا سُبّاراؤ

India is my country. All Indians are my brothers and sisters.
I love my country and I am proud of its rich and varied heritage.
I shall always strive to be worthy of it.
I shall give my parents, teachers and all elders respect,
and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.
To my country and my people, I pledge my devotion.
In their well-being and prosperity alone lies my happiness.

- Pydimarri Venkata Subba Rao

Printed in India
at the A.P. Govt., Textbook Press
Amaravati, Andhra Pradesh.

National Education Policy - 2020

The National Education Policy 2020 (NEP 2020) envisions a holistic, flexible, and learner-centred education system. It emphasizes competency-based learning and experiential approaches that make education meaningful and engaging. NEP 2020 highlights the importance of 21st-century skills such as critical thinking, creativity, communication, and problem-solving. It encourages the integration of real-life learning, innovation, and technology-enabled pedagogies. Overall, the policy aims to build an inclusive and future-ready education system that empowers every learner to thrive in a rapidly changing world.

قومی تعلیمی پالیسی 2020 (NEP 2020) ایک ہمہ جہت، لچکدار، اور طالبِ علم مرکز تعلیمی نظام کا تصور پیش کرتی ہے۔ یہ قابلیت پر مبنی تعلیم اور تجرباتی طریقۂ تدریس پر زور دیتی ہے، جو تعلیم کو بامعنی اور دلچسپ بناتے ہیں۔ NEP 2020 تنقیدی سوچ، تخلیقی صلاحیت، ابلاغ، اور مسئلہ حل کرنے جیسی اکیسویں صدی کی مہارتوں کی اہمیت کو اجاگر کرتی ہے۔ یہ حقیقی زندگی سے متعلق سیکھنے، اختراع، اور ٹیکنالوجی پر مبنی تدریسی طریقوں کے انضمام کی حوصلہ افزائی کرتی ہے۔ مجموعی طور پر، یہ پالیسی ایک ایسا جامع اور مستقبل کے تقاضوں سے ہم آہنگ تعلیمی نظام قائم کرنے کا مقصد رکھتی ہے جو ہر سیکھنے والے کو تیزی سے بدلتی ہوئی دنیا میں کامیابی کے ساتھ آگے بڑھنے کے قابل بنائے۔

APSCERT

NCF (SE) 2023 - Curricular Goals

Mathematics education in the middle stage (Grades 6–8) aims to nurture holistic development by building logical thinking, sound reasoning, and confident problem-solving skills in every learner. In alignment with NCF 2023, the focus shifts from rote memorization to deep conceptual understanding, encouraging students to explore, question, and connect mathematical ideas meaningfully. The Curriculum Goals and Competencies outlined in each chapter guide this journey by linking mathematical learning to real-world contexts, preparing students to apply their knowledge thoughtfully in everyday life.

National Curriculum Framework 2023 کے مطابق مڈل اسٹیج (جماعت 6 تا 8) میں ریاضی کی تعلیم کا مقصد ہر طالبِ علم میں ہمہ جہتی نشوونما پیدا کرنا ہے، جس کے ذریعے منطقی سوچ، درست استدلال، اور پُراعتماد مسئلہ حل کرنے کی مہارتیں فروغ پاتی ہیں۔ اس مرحلے میں توجہ رٹنے کی بجائے تصورات کی گہری سمجھ پر دی جاتی ہے، تاکہ طلبہ ریاضیاتی خیالات کو معنی خیز انداز میں دریافت کریں، سوال کریں، اور آپس میں جوڑ سکیں۔ ہر باب میں بیان کردہ نصابی اہداف اور صلاحیتیں اس تعلیمی سفر کی رہنمائی کرتی ہیں، جو ریاضی کے سیکھنے کو حقیقی زندگی کے حالات سے جوڑتی ہیں اور طلبہ کو اپنی معلومات کو روزمرہ زندگی میں سوچ سمجھ کر استعمال کرنے کے لیے تیار کرتی ہیں۔

APSCERT

Curricular Goal	Description	Competencies
CG - 1	Understands numbers and sets of numbers (whole numbers, fractions, integers, rational numbers, and real numbers), looks for patterns, and appreciates relationships between numbers.	C-1.1: Develops a sense for and an ability to manipulate (e.g., read, write, form, compare, estimate, and apply operations) and name (in words) large whole numbers of up to 20 digits, and expresses them in scientific notation using exponents and powers. C-1.2: Discovers, identifies, and explores patterns in numbers and describes rules for their formation (e.g., multiples of 7, powers of 3, prime numbers), and explains relations between different patterns. C-1.3: Learns about the inclusion of zero and negative quantities as numbers, and the arithmetic operations on them, as given by Brahmagupta. C-1.4: Explores and understands sets of numbers, such as whole numbers, fractions, integers, rational numbers, and real numbers, and their properties, and visualises them on the number line. C-1.5: Explores the idea of percentage and applies it to solve problems. C-1.6: Explores and applies fractions (both as ratios and in decimal form) in daily-life situations.
CG - 2	Understands the concepts of variable, constant, coefficient, expression, and (one-variable) equation, and uses these concepts to solve meaningful daily-life problems with procedural fluency.	C-2.1: Understands equality between numerical expressions and learns to check arithmetical equations. C-2.2: Extends the representation of a number in the form of a variable or an algebraic expression using a variable. C-2.3: Forms algebraic expressions using variables, coefficients, and constants and manipulates them through basic operations. C-2.4: Poses and solves linear equations to find the value of an unknown, including to solve puzzles and word problems. C-2.5: Develops own methods to solve puzzles and problems using algebraic thinking.
CG - 3	Understands, formulates, and applies properties and theorems regarding simple geometric shapes (2D and 3D).	C-3.1: Describes, classifies, and understands relationships among different types of two- and three-dimensional shapes using their defining properties/attributes. C-3.2: Outlines the properties of lines, angles, triangles, quadrilaterals, and polygons and applies them to solve related problems. C-3.3: Identifies attributes of three-dimensional shapes (cubes, parallelepipeds, cylinders, cones), works hands-on with material to construct these shapes, and also uses two-dimensional representations of three-dimensional objects to visualise and solve problems. C-3.4: Draws and constructs geometric shapes, such as lines, parallel lines, perpendicular lines, angles, and simple triangles, with specified properties using a compass and straightedge. C-3.5: Understands congruence and similarity as it applies to geometric shapes and identifies similar and congruent triangles.

Curricular Goal	Description	Competencies
CG - 5	Collects, organises, represents (graphically and in tables), and interprets data/information from daily-life experiences.	C-5.1: Collects, organises, and interprets the data using measures of central tendencies such as average/ mean, mode, and median. C-5.2: Selects, creates, and uses appropriate graphical representations (e.g., pictographs, bar graphs, histograms, line graphs, and pie charts) of data to make interpretations.
CG - 7	Engages with puzzles and mathematical problems and develops own creative methods and strategies to solve them.	C-7.1: Demonstrates creativity in discovering one's own solutions to puzzles and other problems, and appreciates the work of others in finding their own, possibly different, solutions. C-7.2: Engages in and appreciates the artistry and aesthetics of puzzle-making and puzzle-solving.
CG - 8	Develops basic skills and capacities of computational thinking, namely, decomposition, pattern recognition, data representation, generalisation, abstraction, and algorithms in order to solve problems where such techniques of computational thinking are effective.	C-8.1: Approaches problems using programmatic thinking techniques such as iteration, symbolic representation, and logical operations and reformulates problems into series of ordered steps (i.e., algorithmic thinking). C-8.2: Learns systematic counting and listing, systematic reasoning about counts and iterative patterns, and multiple data representations; learns to devise and follow algorithms, with an eye towards understanding correctness, effectiveness, and efficiency of algorithms.
CG - 9	Knows and appreciates the development of mathematical ideas over a period of time and the contributions of past and modern mathematicians from India and across the world.	C-9.1: Recognises how concepts (like counting numbers, whole numbers, negative numbers, rational numbers, zero, concepts of algebra, geometry) evolved over a period of time in different civilisations. C-9.2: Knows and appreciates the contributions of specific Indian mathematicians (such as Baudhayana, Pingala, Aryabhata, Brahmagupta, Virahanka, Bhaskara, and Ramanujan).
CG - 10	Knows about and appreciates the interaction of Mathematics with each of their other school subjects.	C-10.1: Recognizes how Mathematics interacts with Science, Social Science, Visual Arts, Music, Vocational Education, and Sports.

CLASS - 7
MATHEMATICS
SEMESTER - 1
CONTENTS

جماعت - ہفتم
ریاضی
سمسٹر - 1
مواد

S.No	Chapter Name	Month	Page.No
	Readiness Programme آمادگی	June جون	2 - 45
1	Large Numbers Around Us ہمارے آس پاس کے بڑے اعداد	July جولائی	46 - 87
2	Arithmetic Expressions حسابی عبارتیں	July جولائی	88 - 135
3	A Peek Beyond the Point ایک نظر نقطہ سے پرے	July - August جولائی - اگست	136 - 205
4	Expressions using Letter-Numbers حروفی اعداد کی مستعمل عبارتیں	August اگست	206 - 257
5	Parallel and Intersecting Lines متوازی اور متقاطع خطوط	August - September اگست - ستمبر	258 - 305
6	Number Play عدد کا کھیل	September ستمبر	306 - 353
7	A Tale of Three Intersecting Lines تین متقاطع خطوط کی کہانی	September - October ستمبر - اکتوبر	354 - 411
	Answers	جوابات	412 - 457
	Integrating Artificial Intelligence (AI)	مصنوعی ذہانت کا انضمام (AI)	458 - 475
	Mind Map	ذہنی خاکہ	476

Icons



Math Talk - Questions for Dicussion



Try This - Out of box thinking



Concept - Clarity

J9M8A3
Teacher Corner

T6B7N2
Student Corner

Y6V7V4

Teacher Corner

- **Key Terms :** Digit, Place Value, Indian system, (Hindu-Arbic Number System) International System, Round Up, Round Down, Approximation
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Digit	Any symbol 0-9 forming a number.	7,24,305 has 6 digits.
Place Value	Value of digit based on position.	5 in 5,32,000 = 5,00,000.
Lakh	Smallest 6-digit number. 1,00,000 = 100 thousands.	–
Crore	Smallest 8-digit number. 100 lakhs = 1,00,00,000.	–
Approximation	Replacing exact value with nearby value.	76,068 ≈ 76,000.
Round Up	Approx. number > actual.	732 people → order 750 sweets.
Round Down	Approx. number < actual.	₹ 470 item → say ₹450.
Indian System	Commas: 3–2–2 pattern from right.	1,23,45,678
International System	Commas every 3 digits from right.	1,000,000 = 1 million = 10 lakhs.

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. One lakh is 1 followed by _____ zeroes.
2. Place value of 4 in 4,85,000 is _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. How many digits does 1 Crore have? ( )
   (a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9

1- ہمارے آس پاس کے بڑے اعداد

F3S6I9

معلم کی سرگرمی

1 اہم اصطلاحات:

عدد، مقام عدد، ہندوستانی نظام اعداد، بین الاقوامی نظام اعداد، اوپر کی طرف گول کرنا، نیچے کی طرف گول کرنا، تخمینہ

1 تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	تعریف	مثال
عدد	0 سے 9 تک کوئی بھی علامت جو عدد بنانے کے لیے استعمال ہو۔	7,24,305 میں 6 اعداد ہیں۔
مقام عدد	کسی عدد کی قیمت اس کی جگہ کے مطابق ہوتی ہے۔	5,32,000 میں 5 کی قیمت 5,00,000 ہے۔
لاکھ	سب سے چھوٹا 6 ہندسوں والا عدد۔	100 ہزار = 1,00,000
کروڑ	سب سے چھوٹا 8 ہندسوں والا عدد۔	100 لاکھ = 1,00,00,000
تخمینہ	اصل عدد کے قریب والی قیمت لینا۔	76,068 ≈ 76,000
اوپر کی طرف گول کرنا	تخمینی عدد اصل عدد سے زیادہ ہو۔	732 افراد کے لیے 750 مٹھائیاں منگوائیں۔
نیچے کی طرف گول کرنا	تخمینی عدد اصل عدد سے کم ہو۔	₹470 کی چیز کو ₹450 کہنا۔
ہندوستانی نظام اعداد	دائیں طرف سے 3–2–2 کے انداز میں کاما لگتے ہیں۔	1,23,45,678
بین الاقوامی نظام اعداد	دائیں طرف سے ہر 3 ہندسوں کے بعد کاما لگتا ہے۔	10 = 1,000,000 لاکھ

طلبہ کی آمادگی – پڑھنا اور مشق

ہدایات: اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں، پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. ایک لاکھ میں 1 کے بعد _____ صفر ہوتے ہیں۔
2. 4,85,000 میں 4 کی مقام عدد _____ ہے۔

ب) کثیر الانتخابی سوالات – صحیح جواب کا انتخاب کیجیے۔

1. 1 کروڑ میں کتنے ہندسے ہوتے ہیں؟ ( )

(a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9

DAY-2 2. ARITHMETIC EXPRESSIONS



- **Key Terms :** Arithmetic Expression, value, operation, Terms, Brackets, Equation
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect eachconcept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Arithmetic Expression	A mathematical phrase with numbers and operations	12+5, 3×4, 5-3
Value of an Arithmetic expression	The result you get after calculating an expression.	13 + 2 = 15, so value is 15
Operation	+, -, ×, ÷	
Terms	Parts of an expression separated by '+' sign + (or) –	In 6×5+3, the terms are 6×5 and 3
Brackets	Symbols ( ) used to decide order of operation	30 + (5×4) → solve 5×4 first
Equation	A statement showing equality	15+7=22



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The value of the expression 8 × 5 is _____.
2. In 15 – 6, the terms are _____ and _____.
3. 30 + (4 × 5) = 30 + _____ = _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which expression has terms 6×3 and 7? ( )
   (a) 6+3×7 (b) 6×3+7 (c) (6+3)×7 (d) 6×(3+7)
2. What is the value of 50 – (12 + 8)? ( )
   (a) 30 (b) 70 (c) 46 (d) 42

APSCERT

2-حسابی عبارات



معلم کی سرگرمی

1 اہم اصطلاحات:

حسابی عبارات، قیمت، عمل، اجزاء، قوسین، مساوات

1 تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	مطلب	مثال
حسابی عبارت	اعداد اور اعمال پر مشتمل ریاضیاتی عبارت۔	5+12، 43×، 5-3
حسابی عبارات کی قیمت	کسی عبارت کو حل کرنے کے بعد حاصل ہونے والا جواب۔	15 = 2 + 13، لہٰذا قیمت 15 ہے۔
عمل	جمع، تفریق، ضرب، تقسیم	+، -، ×، ÷
اجزاء	کسی عبارت کے وہ حصے جو + یا - سے الگ ہوں۔	3+5×6 میں اجزاء 6×5 اور 3 ہیں۔
قوسین	( ) علامتیں جو اعمال کی ترتیب طے کرتی ہیں۔	(5×4) + 30 ← پہلے 5×4 حل کریں۔
مساوات	ایسی عبارت جو برابری ظاہر کرے۔	15+7=22



طلبہ کی آمادگی-پڑھنا اور مشق

ہدایات: اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں، پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. 5 × 8 کی قیمت _____ ہے۔
2. 15 – 6 میں اجزاء _____ اور _____ ہیں۔
3. _____ = _____ + 30 + (4 × 5) = 30

ب) کثیر الانتخابی سوالات - صحیح جواب کا انتخاب کیجیے۔

1. کس عبارت کے اجزاء 6×3 اور 7 ہیں؟ ( )

(a) 6+3×7 (b) 6×3+7 (c) (6+3)×7 (d) 6×(3+7)

2. (12 + 8) – 50 کی قیمت کیا ہے؟ ( )

(a) 30 (b) 70 (c) 46 (d) 42

3. A PEEK BEYOND THE POINT



- **Key Terms :** One-tenth $\left(\frac{1}{10}\right)$, One-hundredth $\left(\frac{1}{100}\right)$, One-thousandth $\left(\frac{1}{1000}\right)$, Decimal Point. Decimal Notation, Place Value (Decimal), Comparing Decimals, Unit Conversion
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
One-tenth $\left(\frac{1}{10}\right)$	One part when a unit is split into 10 equal parts.	Ruler mm marks: each mark = $\left(\frac{1}{10}\right)$ cm = 0.1 cm
One-hundredth $\left(\frac{1}{100}\right)$	One part when a unit is split into 100 equal parts.	1 mm = $\left(\frac{1}{100}\right)$ cm = 0.01 cm
One-thousandth $\left(\frac{1}{1000}\right)$	One part when a unit is split into 1000 equal parts.	1 g = $\left(\frac{1}{1000}\right)$ kg = 0.001 kg
Decimal Point '.'	Dot separating the whole-number part from the fractional part.	In 7.05, dot separates 7 (units) from 05
Decimal Notation	Writing numbers with fractional parts using place value and dot.	$3 + \left(\frac{4}{10}\right)$ = 3.4 ; 7 units and 5 hundredths = 7.05
Place Value (Decimal)	Tenths, Hundredths, Thousandths - Each place decreases 10 times from left to right	2.47: tenths = 4, hundredths = 7
Comparing Decimals	Compare digit by digit from the highest place value.	6.465 > 6.456 because hundredths: 6 > 5
Unit Conversion	Changing measurement using decimal unit relationships.	36 cm = 0.36 m ; 250 paise = Rs 2.50

© NCERT

3-ایک نظر نقطے سے پرے



1 **اہم اصطلاحات:** اعشاریہ کا دسواں حصہ $\left(\frac{1}{10}\right)$، اعشاریہ کا سواں حصہ $\left(\frac{1}{100}\right)$، اعشاریہ کا ہزارواں حصہ $\left(\frac{1}{1000}\right)$
اعشاری نقطہ، اعشاری طرزِ تحریر، اعشاری مقامِ عدد، اعشاری اعداد کا موازنہ، اکائیوں کی تبدیلی

1 **تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں**

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	مطلب	مثال
دسواں حصہ $\left(\frac{1}{10}\right)$	جب ایک اکائی کو 10 برابر حصوں میں تقسیم کیا جائے تو ایک حصہ۔	پیمانے میں ہر نشان = $\left(\frac{1}{10}\right)$ سمر 0.1 سینٹی میٹر ہوتا ہے۔
سواں حصہ $\left(\frac{1}{100}\right)$	جب ایک اکائی کو 100 برابر حصوں میں تقسیم کیا جائے تو ایک حصہ۔	1 ملی میٹر = $\left(\frac{1}{100}\right)$ سمر = 0.01 سینٹی میٹر
ہزارواں حصہ $\left(\frac{1}{1000}\right)$	جب ایک اکائی کو 1000 برابر حصوں میں تقسیم کیا جائے تو ایک حصہ۔	1 گرام = $\left(\frac{1}{1000}\right)$ کلوگرام = 0.001 کلوگرام
اعشاری نقطہ	'.' کی علامت جو صحیح عدد اور اعشاری حصے کو الگ کرتی ہے۔	7.05 میں نقطہ 7 اور 05 کو الگ کرتا ہے۔
اعشاری طرزِ تحریر	اعشاری حصوں کو نقطے کے ساتھ لکھنے کا طریقہ۔	$3.4 = 3 + \left(\frac{4}{10}\right)$، 7.05 = 7 اکائی اور 5 سواں
اعشاری مقامِ عدد	دسویں، سویں اور ہزارویں کے مقامات۔	2.47 میں دسویں کا ہندسہ 4 اور سویں کا 7 ہے۔
اعشاری اعداد کا موازنہ	بڑے مقام سے ہندسہ بہ ہندسہ موازنہ کرنا۔	6.456 > 6.465 کیونکہ سویں کے مقام پر 6 بڑا ہے۔
اکائیوں کی تبدیلی	پیمائش کو دوسری اکائی میں تبدیل کرنا۔	36 سینٹی میٹر = 0.36 میٹر؛ 250 پیسے = 2.50 روپے

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. 1 unit = _____ one-tenths.
2. 10 one-hundredths = _____ one-tenth.
3. The decimal notation for 3 units and 4 one-tenths is _____.
4. 1 cm = _____ mm, so 1 mm = _____ cm.
5. 1 kg = 1000 g, so 85 g = _____ kg.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which decimal equals $\frac{7}{10} + \frac{5}{100}$? ( )

   (a) 7.5 (b) 0.75 (c) 75.0 (d) 0.705

2. Which of the following is the largest? ( )

   (a) 0.9 (b) 0.099 (c) 0.90 (d) 0.909

3. 70.5 means: ( )

   (a) 70 and 5 hundredths (b) 7 and 5 tenths

   (c) 70 and 5 tenths (d) 705 ones

C. Match the following.

Column A		Column B
1. 0.01	( )	A) $\frac{1}{1000}$ m (one-thousandth of a metre)
2. 1 mm	( )	B) Rs 1.00 (one rupee)
3. 100 paise	( )	C) 2 units and 7 one-tenths
4. 2.7	( )	D) One-hundredth $\frac{1}{100}$
5. 0.254 kg	( )	E) 254 grams

Note : The above key terms will also be helpful for understanding, the chapter "Another Peek Beyond the Point" in Semester 2.

طلبہ کی آمادگی-پڑھنا اور مشق

ہدایات : اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں۔ پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. 1 اکائی = _____ دسواں حصے۔
2. 10 سوویں حصے = _____ دسواں حصہ۔
3. 3 اکائیاں اور 4 دسواں حصے کی اعشاری صورت _____ ہے۔
4. 1 سینٹی میٹر = _____ ملی میٹر، لہٰذا 1 ملی میٹر = _____ سینٹی میٹر۔
5. 1 کلو گرام = 1000 گرام، لہٰذا 85 گرام = _____ کلو گرام۔

ب) کثیر الانتخابی سوالات — صحیح جواب منتخب کریں۔

1. $\left(\frac{7}{10} + \frac{5}{100}\right)$ کے عدد کا مساوی اعشاریہ عدد کونسا ہے؟ ( )

(الف) 7.5 (ب) 0.75 (ج) 75.0 (د) 0.705

2. درج ذیل میں سب سے بڑا عدد کون سا ہے؟ ( )

(الف) 0.9 (ب) 0.099 (ج) 0.90 (د) 0.909

3. 70.5 کا مطلب ہے: ( )

(الف) 70 اور 5 سوویں حصے (ب) 7 اور 5 دسواں حصے

(ج) 70 اور 5 دسواں حصے (د) 705 اکائیاں

ج) جوڑ ملایئے۔

کالم (الف)		کالم (ب)
1. 0.01	( )	الف) میٹر کا ہزارواں حصہ $\frac{1}{1000}$
2. 1 ملی میٹر	( )	ب) 1.00 روپیہ
3. 100 پیسے	( )	ج) 2 اکائیاں اور 7 دسواں حصے
4. 2.7	( )	د) سوواں حصہ $\frac{1}{100}$
5. 0.254 کلو گرام	( )	ہ) 254 گرام

نوٹ: مندرجہ بالا اہم اصطلاحات سمسٹر 2 کے باب "ایک نظر نقطے سے پرے" کو سمجھنے میں بھی مددگار ثابت ہوں گی۔

DAY-4 4. EXPRESSIONS USING LETTER-NUMBERS



- **Key Terms :** Letter-Number, Algebraic expression, like terms, distributive property,substiution
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Letter-Number variable	A letter standing for a number we don't know yet.	If Riya is 'n' years old, her father is n + 30 years old.
Algebraic Expression	A combination of letter-numbers and numbers using +, -, ×.	If the cost of one mango is ₹ m then the cost of 5 mangoes is ₹ 5 m.
Like Terms	Terms sharing the same letter-number.	$3a, 7a, -a, \frac{-3}{5}a$
Distributive Property	a(b + c) = ab + ac	3(x + 4) = 3x + 12
Substitution	Replace letter (variable) with a number to find the value.	If perimeter p = 4s, if s = 5 cm, then p = 4×5 = 20 cm.



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. In the expression 7n + 4, the term 7n means 7 _____ n.
2. The simplified form of 3p + 5p + 2p is _____.
3. If a = 5, then the value of 4a - 3 is _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which of these is an algebraic expression? ( )
   a) 5 + 3 b) 4n + 7 c) 12 × 2 d) 100 - 5
2. If p = 3, the value of 2p + 5 is: ( )
   a) 10 b) 8 c) 11 d) 13

APSCERT

4- حرفی اعداد کی مستعمل عبارتیں



معلم کی سرگرمی

1 اہم اصطلاحات: حرفی عدد، الجبری عبارت، ہم جنس حدود، خاصیتِ تقسیم، قیمت معلوم کرنا

1 تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	مطلب	مثال
حرفی عدد	ایسا حرف جو کسی نامعلوم عدد کو ظاہر کرے۔	اگر ریا کی عمر n سال ہے تو اس کے والد کی عمر $n + 30$ سال ہوگی۔
الجبری عبارت	حروف اور اعداد کا مجموعہ جو $+, -, \times$ کے ذریعے بنایا جائے۔	اگر ایک آم کی قیمت m روپے ہے تو 5 آموں کی قیمت 5m ہوگی۔
ہم جنس حدود	وہ حدود جن میں ایک ہی حرف ہو۔	$3a, 7a, -a, \frac{-3}{5}a$
خاصیتِ تقسیم	$a(b + c) = ab + ac$	$3(x + 4) = 3x + 12$
قیمت معلوم کرنا	حرف کی جگہ عدد رکھ کر قیمت معلوم کرنا۔	اگر احاطہ $p = 4s$، اگر $s = 5$ سینٹی میٹر ہو تو، سینٹی میٹر $p=4\times5=20$ ہوگا۔



طلبہ کی آمادگی – پڑھنا اور مشق

ہدایات: اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں، پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. عبارت $4 + 7n$ میں $7n$ کا مطلب 7 _____ n ہے۔
2. $2p + 5p + 3p$ کی سادہ صورت _____ ہے۔
3. اگر $a = 5$ ہو تو $4a - 3$ کی قیمت _____ ہوگی۔

ب) کثیر الانتخابی سوالات — صحیح جواب منتخب کریں۔

1. ان میں سے کون سا الجبری عبارت ہے؟ ( )

(الف) $3 + 5$ (ب) $4n + 7$ (ج) 2×12 (د) $100 - 5$

2. اگر $p = 3$ ہو تو $2p + 5$ کی قیمت کیا ہوگی؟ ( )

(الف) 10 (ب) 8 (ج) 11 (د) 13

5. PARALLEL AND INTERSECTING LINES



- **Key Terms :** Intersecting Lines, Parallel Lines, Perpendicular Lines, Linear Pair, Vertically Opposite Angles, Transversal, Corresponding Angles, Alternate Angles
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition
Intersecting Lines	Two lines that meet at exactly one point on a plane.
Parallel Lines	Lines on the same plane that never meet, no matter how far extended.
Perpendicular Lines	Two lines that intersect at exactly 90° (a right angle).
Linear Pair	Two adjacent angles formed on a straight line; they always add up to 180°.
Vertically Opposite Angles	The pair of equal angles formed across the intersection when two lines cross.
Transversal	A line that crosses two or more other lines at different points.
Corresponding Angles	Angles in the same position at each intersection of a transversal with two lines.
Alternate Angles	Pair of angles on opposite sides of a transversal intersect two lines; equal when lines are parallel.

APSCERT

5– متوازی اور متقاطع خطوط



1 **اہم اصطلاحات:**

متقاطع خطوط، متوازی خطوط، عمودی خطوط، خطی جوڑا، متقابل زاویے، قاطع خط، متناظر زاویے، متبادل زاویے

1 **تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں**

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

تعریف	اصطلاح
دو ایسی لکیریں جو ایک سطح پر صرف ایک نقطے پر ملتی ہیں۔	متقاطع خطوط
ایک ہی سطح پر موجود ایسی لکیریں جو جتنی بھی بڑھائی جائیں کبھی نہ ملیں۔	متوازی خطوط
دو ایسی لکیریں جو $90°$ کے قائمہ زاویے پر ایک دوسرے کو کاٹیں۔	عمودی خطوط
سیدھی لکیر پر بننے والے دو متصل زاویے جن کا مجموعہ ہمیشہ $180°$ ہوتا ہے۔	خطی جوڑا
دو لکیروں کے ایک دوسرے کو کاٹنے سے آمنے سامنے بننے والے برابر زاویے۔	متقابل زاویے
ایسی لکیر جو دو یا زیادہ لکیروں کو مختلف مقامات پر کاٹے۔	قاطع خط
قاطع خط کے دو لکیروں کو کاٹنے سے ایک ہی مقام پر بننے والے زاویے۔	متناظر زاویے
قاطع خط کے مخالف سمتوں پر بننے والے زاویے؛ اگر لکیریں متوازی ہوں تو یہ برابر ہوتے ہیں۔	متبادل زاویے

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. Two lines on the same plane that never meet are called _____ lines.
2. Vertically opposite angles are always _____ to each other.
3. A _____ is a line that crosses two or more lines at different points.
4. Linear pairs always add up to _____.
5. If two lines are intersected by a transversal and formed corresponding angle pairs are equal then the two lines are _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Two lines intersecting at 90° are: ( )

   a) Parallel lines b) Perpendicular lines

   c) Adjacent lines d) Transversal lines

2. Vertically opposite angles are always: ( )

   a) 180° b) 90° c) Equal d) Supplementary

3. When a transversal intersects two parallel lines, Then formed alterate angles are: ( )

   a) Different b) Equal c) 90° each d) 180° each

C. Match the Following.

Column A		Column B
1. Lines that never meet	( )	A) 90°
2. Sum of angles of a linear pair	( )	B) Parallel
3. Right angle measure	( )	C) 180°
4. Vertically opposite angles are always	( )	D) Equal

AP SCERT

طلبہ کی آمادگی-پڑھنا اور مشق

ہدایات: اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں۔ پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. ایک ہی سطح پر موجود دو خطوط جو کبھی نہیں ملتے _____ خطوط کہلاتی ہیں۔
2. متبادل مقابل زاویے ہمیشہ ایک دوسرے کے _____ ہوتے ہیں۔
3. ایسی خط جو دو یا زیادہ خطوط کو مختلف مقامات پر قطع کرتی ہے _____ کہلاتی ہے۔
4. خطی جوڑے کے زاویوں کا مجموعہ ہمیشہ _____ ہوتا ہے۔
5. اگر دو خطوط کو ایک قاطع خط قطع کرنے سے بننے والے متناظر زاویے برابر ہوں تو وہ دونوں خطوط _____ ہوتی ہیں۔

ب) کثیر الانتخابی سوالات — صحیح جواب منتخب کریں۔

1. دو خطوط جو 90° پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں، کہلاتی ہیں: ( )

   (الف) متوازی خطوط (ب) عمودی خطوط

   (ج) متصلہ خطوط (د) قاطع خطوط

2. متبادل مقابل زاویے ہمیشہ ہوتے ہیں: ( )

   (الف) 180° (ب) 90° (ج) برابر (د) تکمیلی

3. جب ایک قاطع خط دو متوازی خطوط کو قطع کرنے پر بننے والے متبادل زاویے ہوتے ہیں: ( )

   (الف) مختلف (ب) برابر (ج) ہر ایک 90° (د) ہر ایک 180°

ج) جوڑ ملایئے۔

کالم (الف)		کالم (ب)
1. وہ خطوط جو کبھی نہ ملیں	( )	الف) 90°
2. خطی جوڑے کے زاویوں کا مجموعہ	( )	ب) متوازی
3. قائمہ زاویہ کی پیمائش	( )	ج) 180°
4. متبادل مقابل زاویے ہمیشہ ہوتے ہیں	( )	د) برابر

APSCERT


Teacher Corner


- **Key Terms :** Even number, odd number, consecutive numbers, Magic square, sequence.
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Even Number	A number that can be split into equal parts (divisible by 2)	4, 8, 12, 100
Odd Number	A number that cannot be split into equal parts (not divisible by 2) ; leaves 1 leftover	3, 7, 11, 99
Consecutive Numbers	Numbers that follow one after another in order (n, n +1)	4 and 5; 11 and 12
Magic Square	A grid where every row, column & diagonal adds to the same number (magic sum)	3×3 grid using 1-9 with magic sum = 15
Sequence	A list of numbers following a specific rule	1, 2, 3, 5, 8, 13 (Virahanka sequence)



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. Adding any 5 odd numbers gives a _____ number.
2. The nth even number is expressed as _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. The magic sum for a 3×3 magic square using numbers 1-9 is: ( )
   (a) 9 (b) 12 (c) 15 (d) 45
2. What is the next number in the sequence 1, 2, 3, 5, 8, 13, ? ( )
   (a) 21 (b) 20 (c) 22 (d) 23

6-عددی کھیل



معلم کی سرگرمی

اہم اصطلاحات: جفت عدد، طاق عدد، مسلسل اعداد، جادوئی مربع، سلسلہ

تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	معنی	مثال
جفت عدد	ایسا عدد جو 2 سے مکمل تقسیم ہو جائے۔	4، 8، 12، 100
طاق عدد	ایسا عدد جو 2 سے مکمل تقسیم نہ ہو اور 1 باقی بچے۔	3، 7، 11، 99
مسلسل اعداد	ایسے اعداد جو ترتیب سے ایک کے بعد ایک آئیں۔	4 اور 5؛ 11 اور 12
جادوئی مربع	ایسا خانوں والا مربع جس کی ہر قطار، ستون اور ترچھی لکیر کا مجموعہ برابر ہو۔	1 سے 9 تک اعداد والے 3×3 مربع کا مجموعہ 15 ہوتا ہے۔
سلسلہ	اعداد کی ایسی فہرست جو کسی خاص اصول کے مطابق ہو۔	1، 2، 3، 5، 8، 13



طلبہ کی آمادگی-پڑھنا اور مشق

ہدایات: اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں۔ پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. کسی بھی 5 طاق اعداد کو جمع کرنے سے _____ عدد حاصل ہوتا ہے۔
2. nواں جفت عدد _____ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ب) کثیر الانتخابی سوالات — صحیح جواب منتخب کریں۔

1. 1 سے 9 تک اعداد والے 3×3 جادوئی مربع کا جادوئی مجموعہ کیا ہے؟ ( )

(الف) 9 (ب) 12 (ج) 15 (د) 45

2. سلسلہ 1، 2، 3، 5، 8، 13 کے بعد اگلا عدد کیا ہوگا؟ ( )

(الف) 21 (ب) 20 (ج) 22 (د) 23

7. A TALE OF THREE INTERSECTING LINES



- **Key Terms :** Triangle, vertex, equilateral triangle, isosceles triangle, scalene triangle, angle sum property, altitude, exterior angle
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition + Example
Triangle	A closed figure with 3 sides, 3 vertices, and 3 angles. e.g., In ΔABC, A, B, C are vertices.
Vertex (Vertices)	Corner point(s) where two sides of a triangle meet. e.g., Point B in ΔABC where sides AB and BC meet.
Equilateral Triangle	A triangle with all three sides equal in length. e.g., ΔABC with AB = BC = CA = 4 cm. Each angle = 60°.
Isosceles Triangle	A triangle with exactly two sides of equal length. e.g., ΔPQR with PQ = PR = 5 cm, QR = 3 cm.
Scalene Triangle	A triangle with all three sides of different lengths. e.g., ΔXYZ with XY = 3 cm, YZ = 4 cm, XZ = 5 cm.
Angle Sum Property	The sum of all three angles of any triangle equals 180°. e.g., In ΔABC, if ∠A = 60° and ∠B = 70°, then ∠C = 50°.
Altitude	A perpendicular line drawn from a vertex to its opposite side. e.g., In ΔABC, the altitude from A meets BC at right angle (90°).
Exterior Angle	Angle formed between one extended side and the adjacent side. e.g., If ∠A = 50°, ∠B = 60°, exterior angle at C = 50° + 60° = 110°.

© NCERT

7- تین متقاطع خطوط کی کہانی



1 **اہم اصطلاحات:**

مثلث، راس، مساوی الاضلاع مثلث، مساوی الساقین مثلث، مختلف الاضلاع مثلث، زاویہ مجموعہ خاصیت، ارتفاع، خارجی زاویہ

1 **تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں**

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	تعریف اور مثال
مثلث	تین ضلعوں، تین راسوں اور تین زاویوں والی بند شکل۔ مثال $\triangle ABC$ میں: A، B، C راس ہیں۔
راس	وہ کونا جہاں مثلث کے دو ضلع ملتے ہیں۔ مثال $\triangle ABC$ میں: نقطہ B جہاں AB اور BC ملتے ہیں۔
مساوی الاضلاع مثلث	ایسا مثلث جس کے تینوں ضلع برابر ہوں۔ مثال $\triangle ABC$ میں: $AB = BC = CA = 4$ سینٹی میٹر۔ ہر زاویہ $60°$ ہوتا ہے۔
مساوی الساقین مثلث	ایسا مثلث جس کے صرف دو ضلع برابر ہوں۔ مثال $\triangle PQR$ میں: $PQ = PR = 5$ سینٹی میٹر، $QR = 3$ سینٹی میٹر۔
مختلف الاضلاع مثلث	ایسا مثلث جس کے تینوں ضلع مختلف ہوں۔ مثال $\triangle XYZ$ میں: $XY = 3$ سینٹی میٹر، $YZ = 4$ سینٹی میٹر، $XZ = 5$ سینٹی میٹر۔
زاویہ جمعی خاصیت	کسی بھی مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ $180°$ ہوتا ہے۔ مثال $\triangle ABC$ میں: اگر $\angle A = 60°$ اور $\angle B = 70°$ ہو تو $\angle C = 50°$ ہوگا۔
ارتفاع	راس سے مقابل ضلع پر قائمہ زاویہ بناتے ہوئے کھینچی گئی لکیر۔ مثال $\triangle ABC$ میں: A سے BC پر کھینچی گئی لکیر $90°$ بناتی ہے۔
خارجی زاویہ	کسی ضلع کو بڑھانے سے بننے والا زاویہ۔ مثال: اگر $\angle A = 50°$ اور $\angle B = 60°$ ہوں تو C پر خارجی زاویہ $110°$ ہوگا۔

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. A triangle has _____ sides, _____ vertices, and _____ angles.
2. In an equilateral triangle, all sides are _____ and each angle measures _____.
3. The sum of all angles of a triangle is always _____.
4. An altitude is _____ drawn from a vertex to the opposite side.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which of the following measurement sides can form a triangle?

   (a) 2 cm, 3 cm, 6 cm (b) 3 cm, 4 cm, 5 cm ( )

   (c) 1 cm, 2 cm, 5 cm (d) 10 cm, 15 cm, 30 cm

2. If two angles of a triangle are 65° and 70°, the third angle is:

   (a) 55° (b) 45° (c) 65° (d) 135° ( )

C. Match the Following.

Column A		Column B
1. Equilateral triangle	( )	A) Perpendicular from vertex to the opposite side
2. Scalene triangle	( )	B) All sides equal
3. Altitude	( )	C) All sides different
4. Exterior angle of a triangle	( )	D) Sum of two non-adjacent interior angles

AP SCERT

طلبہ کی آمادگی-پڑھنا اور مشق

ہدایات : اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں۔ پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. ایک مثلث کے _____ ضلع، _____ راس، اور _____ زاویے ہوتے ہیں۔
2. مساوی الاضلاع مثلث میں تمام ضلع _____ ہوتے ہیں اور ہر زاویہ _____ ہوتا ہے۔
3. مثلث کے تمام زاویوں کا مجموعہ ہمیشہ _____ ہوتا ہے۔
4. ارتفاع ایک _____ ہے جو راس سے مقابل ضلع تک کھینچی جاتی ہے۔

ب) کثیر الانتخابی سوالات — صحیح جواب منتخب کریں۔

1. درج ذیل میں سے کن اضلاع سے مثلث بن سکتا ہے؟ ( )

(الف) 2 سینٹی میٹر، 3 سینٹی میٹر، 6 سینٹی میٹر

(ب) 3 سینٹی میٹر، 4 سینٹی میٹر، 5 سینٹی میٹر

(ج) 1 سینٹی میٹر، 2 سینٹی میٹر، 5 سینٹی میٹر

(د) 10 سینٹی میٹر، 15 سینٹی میٹر، 30 سینٹی میٹر

2. اگر کسی مثلث کے دو زاویے 65° اور 70° ہوں تو تیسرا زاویہ ہوگا: ( )

(الف) 55° (ب) 45° (ج) 65° (د) 135°

ج) جوڑ ملایئے۔

کالم (الف)		کالم (ب)
1. مساوی الاضلاع مثلث	( )	الف) راس سے مقابل ضلع پر قائمہ خط
2. مختلف الاضلاع مثلث	( )	ب) تمام ضلع برابر
3. ارتفاع	( )	ج) تمام ضلع مختلف
4. مثلث کا خارجی زاویہ	( )	د) دو غیر متصل داخلی زاویوں کا مجموعہ

AP SCERT



- **Key Terms :** Fraction, Numerator, Denominator, Mixed fraction, reciprocal, quotient
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Fraction	A number that represents part of a whole when divided into equal parts. Written as $\frac{a}{b}$ where a is the numerator and b is the denominator.	$\frac{1}{2}$ of a pizza means 1 part out of 2 equal parts.
Numerator	The top number in a fraction; shows how many parts are taken.	In $\frac{3}{5}$, the numerator is 3.
Denominator	The bottom number in a fraction; shows total equal parts.	In $\frac{3}{5}$, the denominator is 5.
Mixed Fraction	A number with a whole part and a fraction part.	$2\frac{1}{4}$ (two and one-fourth)
Reciprocal (Multiplicative inverse)	Flip the fraction - swap numerator and denominator.	Reciprocal of $\frac{2}{3}$ is $\frac{3}{2}$.
Product	The result when two or more numbers are multiplied.	$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
Quotient	The result when one number is divided by another.	6 divided by $\frac{1}{4}$ = 24

APSCERT

8-کسور کے ساتھ کام کرنا



1 اہم اصطلاحات:

کسر، نسب نما، شمار کنندہ، مخلوط کسر، معکوس کسر، حاصلِ ضرب، حاصلِ تقسیم

1 تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	تعریف	مثال
کسر	ایسا عدد جو کسی مکمل چیز کے برابر حصوں میں تقسیم ہونے پر ایک یا زیادہ حصوں کو ظاہر کرے۔ $\frac{a}{b}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے a شمار کنندہ اور b نسب نما	$\frac{1}{2}$ پیزا کا مطلب دو برابر حصوں میں سے ایک حصہ ہے۔
شمار کنندہ	کسر میں اوپر والا عدد جو لیے گئے حصوں کی تعداد ظاہر کرتا ہے۔	$\frac{3}{5}$ میں شمار کنندہ 3 ہے۔
نسب نما	کسر میں نیچے والا عدد جو کل برابر حصوں کی تعداد ظاہر کرتا ہے۔	$\frac{3}{5}$ میں نسب نما 5 ہے۔
مخلوط کسر	ایسا عدد جس میں صحیح عدد اور کسر دونوں شامل ہوں۔	$2\frac{1}{4}$ (دو اور ایک چوتھائی)
معکوس کسر	کسر کو الٹ دینا یعنی شمار کنندہ اور نسب نما کی جگہ بدل دینا۔	$\frac{2}{3}$ کا معکوس $\frac{3}{2}$ ہے۔
حاصلِ ضرب	دو یا زیادہ اعداد کو ضرب دینے سے حاصل ہونے والا جواب۔	$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
حاصلِ تقسیم	ایک عدد کو دوسرے عدد پر تقسیم کرنے سے حاصل ہونے والا جواب۔	$6 \div \frac{1}{4} = 24$

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. In the fraction $\frac{5}{8}$, the numerator is _____.
2. The reciprocal of $\frac{3}{7}$ is _____.
3. When we multiply $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$, the product is _____.
4. Dividing $\frac{a}{b}$ by $\frac{c}{d}$ is same as multiplying $\frac{a}{b}$ with _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. What is $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$? ( )

   a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{6}{20}$ c) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{1}{2}$

2. What is $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$? ( )

   a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 2 d) 4

C. Match the Following.

Column A		Column B
1. Numerator of $\frac{5}{9}$	( )	A) $\frac{7}{4}$
2. Reciprocal of $\frac{4}{7}$	( )	B) $\frac{1}{12}$
3. Product of $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$	( )	C) 5

APSCERT

طلبہ کی آمادگی-پڑھنا اور مشق

ہدایات : اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں۔ پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

1. $\frac{5}{8}$ کسر میں شمار کنندہ _____ ہے۔
2. $\frac{3}{7}$ کا معکوس _____ ہے۔
3. جب ہم $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ کو ضرب دیں تو حاصلِ ضرب _____ ہو گا۔
4. $\frac{a}{b}$ کو $\frac{c}{d}$ پر تقسیم کرنا، $\frac{a}{b}$ کو _____ سے ضرب دینے کے برابر ہے۔

ب) کثیر الانتخابی سوالات — صحیح جواب منتخب کریں۔

1. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ کی قیمت کیا ہے؟ ( )

a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{6}{20}$ c) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{1}{2}$

2. $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ کی قیمت کیا ہے؟ ( )

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 2 d) 4

ج) جوڑ ملایئے۔

کالم (الف)		کالم (ب)
1. $\frac{5}{9}$ کا شمار کنندہ	( )	(A) $\frac{7}{4}$
2. $\frac{4}{7}$ کا معکوس	( )	(B) $\frac{1}{12}$
3. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ کا حاصلِ ضرب	( )	(C) 5

APSCERT

9. GEOMETRIC TWINS



- **Key Terms :** Triangle, Vertex (Vertices), Hypotenuse, Altitude, Congruent Figures, Corresponding Parts, Included Angle, Isosceles Triangle, Equilateral Triangle
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Congruent Figures	Figures with exactly the same shape and same size; one can be placed exactly over the other	Two identical coins; both triangles with sides 3 cm, 4 cm, 5 cm
Triangle	A closed figure with 3 sides (line segments) and 3 angles	A yield/warning road sign is triangular
Vertex (Vertices)	The corner points of a figure where two sides meet.	In ΔABC, the vertices are points A, B, and C
Corresponding Parts	Matching sides and angles in two congruent triangles that overlap when superimposed	In $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$: side AB corresponds to XY; $\angle A$ corresponds to $\angle X$
Included Angle	The angle formed between two sides of a triangle (the angle 'sandwiched' between those two sides)	In ΔABC, $\angle B$ is the included angle between sides AB and BC
Hypotenuse	The longest side of a right-angled triangle; always opposite the right angle (90°)	In a right triangle with sides 3 cm , 4 cm, 5 cm - the side of 5 cm is the hypotenuse
Isosceles Triangle	A triangle with exactly two equal sides; the angles opposite those equal sides are also equal	A triangle with sides 5 cm, 5 cm, 7 cm is isosceles

9-جڑواں جیومتریہ



1 اہم اصطلاحات:

متطابق اشکال، مثلث، راس، متناظر اجزاء، شامل زاویہ، وتر، مساوی الساقین مثلث، مساوی الاضلاع مثلث

1. تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	معنی	مثال
متطابق اشکال	ایسی اشکال جن کی شکل اور سائز بالکل ایک جیسے ہوں۔	دو ایک جیسے سکے؛ دو مثلث جن کے اضلاع 3، 4، 5 سم ہوں۔
مثلث	تین ضلعوں اور تین زاویوں والی بند شکل۔	سڑک پر تنبیہی نشان اکثر مثلثی شکل کا ہوتا ہے۔
راس	وہ کونے جہاں دو ضلع آپس میں ملتے ہیں۔	△ABC میں A، B، C راس ہیں۔
متناظر اجزاء	دو متماثل مثلثوں کے وہ ضلع اور زاویے جو ایک دوسرے سے ملتے ہوں۔	△ABC اور △XYZ میں AB ، XY کے متناظر ہیں اور ∠A ، ∠X کے متناظر ہیں۔
شامل زاویہ	دو ضلعوں کے درمیان بننے والا زاویہ۔	△ABC میں ∠B ، AB اور BC کے درمیان شامل زاویہ ہے۔
وتر	قائمہ مثلث کا سب سے بڑا ضلع جو قائم الزاویہ کے مقابل ہوتا ہے۔	3، 4، 5 سم والے قائم الزاویہ مثلث میں 5 سم والا ضلع وتر ہے۔
مساوی الساقین مثلث	ایسا مثلث جس کے دو ضلع برابر ہوں۔ ان اضلاع کے مقابل زاویے بھی مساوی ہوتے ہیں	5، 5، 7 سم والا مثلث مساوی الساقین ہے۔

APSCERT

Term	Meaning	Example
Equilateral Triangle	A triangle with all three sides equal; all three angles are also equal, each measuring 60°	An equilateral triangle with each side 6 cm has each angles = 60°
Altitude	A perpendicular line segment drawn from a vertex to the opposite side (or its extension)	The height of a triangle drawn at 90° to the base



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. Two figures are _____ if they have the same shape and same size.
2. In a right triangle, the side opposite to the 90° angle is called the _____.
3. All three angles of an equilateral triangle each measure _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which condition does NOT guarantee congruence? ( )
   (a) SSS (b) SAS (c) SSA (d) RHS
2. In $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$, the side corresponding to BC is: ( )
   (a) XY (b) YZ (c) XZ (d) ZX

C. Match the Following.

Column A		Column B
1. SSS	( )	A) 2 sides + included angle equal
2. SAS	( )	B) right angle + hypotenuse + 1 side equal
3. RHS	( )	C) all 3 corresponding sides equal

APSCERT

اصطلاح	مطلب	مثال
مساوی الاضلاع مثلث	ایسا مثلث جس کے تینوں ضلع برابر ہوں اور تینوں زاویے بھی برابر یعنی 60° ہوں۔	6 سینٹی میٹر ضلع والے مساوی الاضلاع مثلث کا ہر زاویہ 60° ہوتا ہے۔
ارتفاع	رأس سے مقابل ضلع یا اس کے امتداد پر قائمہ زاویہ (90°) پر کھینچی گئی لکیر۔	مثلث کی بنیاد پر 90° پر کھینچی گئی اونچائی۔



طلبہ کی آمادگی - پڑھنا اور مشق

ہدایات : اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں۔ پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. دو اشکال _____ کہلاتی ہیں اگر ان کی شکل اور سائز ایک جیسے ہوں۔
2. قائمہ مثلث میں 90° زاویہ کے مقابل ضلع کو _____ کہتے ہیں۔
3. مساوی الاضلاع مثلث کے ہر زاویہ کی پیمائش _____ ہوتی ہے۔

ب) کثیر الانتخابی سوالات — صحیح جواب منتخب کریں۔

1. درج ذیل میں کون سی شرط متماثلت کو یقینی نہیں بناتی؟ ( )

(a) SSS (b) SAS (c) SSA (d) RHS

2. $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ میں BC کے متناظر ضلع کون سا ہے؟ ( )

(a) XY (b) YZ (c) XZ (d) ZX

ج) جوڑ ملایئے۔

کالم (الف)		کالم (ب)
SSS.1	( )	الف) دو اضلاع اور شامل زاویہ برابر
SAS.2	( )	ب) قائمہ زاویہ، وتر اور ایک ضلع برابر
RHS.3	( )	ج) تینوں متناظر ضلعے برابر

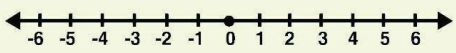
APSCERT

10. OPERATIONS WITH INTEGERS

Teacher Corner

- **Key Terms :** Integer, Positive Integer, Negative Integer, Additive Inverse, Number Line, Magnitude, Multiplier, Multiplicand
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Integer	The set of natural numbers and their negatives, including zero. No fractions or decimals.	..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...
Positive Integer	A natural number which is greater than zero; placed to the right of 0 on a number line.	+5, +12, +100 (the '+' sign is often not written)
Negative Integer	A natural number less than zero; placed to the left of 0 on a number line.	-3, -15, -200 (temperature below 0°C; debt in money)
Additive Inverse	The additive inverse of a number a is -a. Adding a number and its additive inverse always gives 0.	Additive inverse of 7 is -7. Additive inverse of -12 is 12.
Number Line	A straight line with 0 at the centre; positive integers to the right and negative integers to the left.	

ABSCERT

10- صحیح اعداد کے ساتھ ریاضیاتی عمل

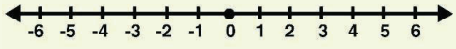


1 اہم اصطلاحات:

صحیح عدد، مثبت صحیح عدد، منفی صحیح عدد، جمعی معکوس، عددی خط، مقدار، ضارب، مضروب

1 تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	مطلب	مثال
صحیح عدد	طبعی اعداد، ان کے منفی اعداد اور صفر کا مجموعہ۔ ان میں کسر یا اعشاریہ شامل نہیں ہوتے۔	..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...
مثبت صحیح عدد	ایسا صحیح عدد جو صفر سے بڑا ہو اور عددی خط پر صفر کے دائیں جانب ہو۔	+5، +12، +100 (+ کی علامت کو اکثر لکھا نہیں جاتا)
منفی صحیح عدد	ایسا صحیح عدد جو صفر سے چھوٹا ہو اور عددی خط پر صفر کے بائیں جانب ہو۔	-3، -15، -200 (درجہ حرارت جو 0 ڈگری سے کم؛ رقم کی کٹوتی)
جمعی معکوس	کسی عدد a کا جمعی معکوس -a ہوتا ہے۔ کسی عدد اور اس کے جمعی معکوس کا مجموعہ ہمیشہ 0 ہوتا ہے۔	7 کا جمعی معکوس -7 ہے؛ -12 کا جمعی معکوس 12 ہے۔
عددی خط	ایک سیدھی لکیر جس کے درمیان میں 0 ہوتا ہے؛ مثبت اعداد دائیں اور منفی اعداد بائیں جانب ہوتے ہیں۔	

APSCERT

Term	Meaning	Example
Magnitude	The size or absolute value of a number, ignoring its sign (direction).	Magnitude of -8 is 8. Magnitude of +8 is also 8.
(+) × (+) or (-) × (-)	Product is always POSITIVE	(+5) × (+6) = +30, (-5) × (-6) = +30
(+) × (-) or (-) × (+)	Product is always NEGATIVE	(+5) × (-6) = -30 or (-5) × (+6)=-30
Multiplier / Multiplicand	In a × b: 'a' is the multiplier (how many times) and 'b' is the multiplicand (what is multiplied).	In (-4) × 3: multiplier = -4, multiplicand = 3, product = -12



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The additive inverse of -17 is _____.
2. (-6) × (-9) = _____ because both integers have _____ signs.
3. -1 × (25) = _____ (Hint: -1 × a = -a)

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1, What is (-8) × (+7)? ( )

(a) +56 (b) -56 (c) +15 (d) -15

C. Match the Following.

Column A		Column B
1. (-12) ÷ (-4)	( )	A) +3
2. (+12) ÷ (-4)	( )	B) -4
3. (-12) ÷ (+3)	( )	C) -3

ARSCERT

اصطلاح	مطلب	مثال
مقدار	کسی عدد کی قدر یا مطلق قیمت، بغیر علامت کے۔	8- کی مقدار 8 ہے، +8 کی مقدار بھی 8 ہے۔
(+) × (+) یا (−) × (−)	حاصلِ ضرب ہمیشہ مثبت ہوتا ہے۔	(+5) × (+6) = +30، (−5) × (−6) = +30
(−) × (+) یا (+) × (−)	حاصلِ ضرب ہمیشہ منفی ہوتا ہے۔	(+5) × (−6) = −30، (−5) × (+6) = −30
ضارب / مضروب	a × b میں 'a' ضارب اور 'b' مضروب ہوتا ہے۔ (حاصل ضرب کیا ہے)	3 × (−4) میں ضارب = −4، مضروب = 3، حاصلِ ضرب = −12

طلبہ کی آمادگی - پڑھنا اور مشق

ہدایات: اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں۔ پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. 17- کا جمعی معکوس _____ ہے۔
2. _____ = (−9) × (−6) کیونکہ دونوں صحیح اعداد کی علامتیں _____ ہیں۔
3. _____ = (25) × 1- (اشارہ: a = -a × -1)

ب) کثیر الانتخابی سوالات — صحیح جواب منتخب کریں۔

1. (+7) × (−8) کیا ہو گا؟ ( )

(a) +56 (b) -56 (c) +15 (d) -15

ج) جوڑ ملایئے۔

کالم (الف)		کالم (ب)
1. (−12) ÷ (−4)	( )	الف) +3
2. (+12) ÷ (−4)	( )	ب) +4
3. (−12) ÷ (+3)	( )	ج) -3

11. FINDING COMMON GROUNDS



- **Key Terms :** Factor, Multiple, Prime Number, Composite Number, Prime Factorisation, Common Factor, Co-prime Numbers, LCM, HCF
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Factor	A number that divides another number exactly, leaving no remainder.	Factors of 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12
Multiple	A number obtained by multiplying a given number by any positive whole number.	Multiples of 4: 4, 8, 12, 16, 20, ...
Prime Number	A positive integer greater than 1 that has only 1 and itself as factors.	2, 3, 5, 7, 11, 13 are primes
Composite Number	A positive integer greater than 1 that has more than two factors (i.e., not prime).	12 is composite: factors are 1, 2, 3, 4, 6, 12
Prime Factorisation	Writing a number as a product of its prime factors only.	$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ (all factors are primes)
Common Factor	A number that is a factor of two or more given numbers.	Common factors of 12 and 18: 1, 2, 3, 6

APSCERT

11 – مشترکہ بنیاد تلاش کرنا



1 **اہم اصطلاحات:**

جزضربی، اضعاف، مفرد عدد، مرکب عدد، مفرد تجزیہ، مشترک جزضربی، باہم مفرد اعداد، ذواضعاف اقل مشترک، عاد اعظم مشترک

1 **تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں**

ہدایات : ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	تعریف	مثال
جزضربی	ایسا عدد جو کسی دوسرے عدد کو بغیر باقی کے مکمل تقسیم کرے۔	12 کے اجزائے ضربی: 1، 2، 3، 4، 6، 12
اضعاف	ایسا عدد جو کسی عدد کو مثبت صحیح اعداد سے ضرب دینے پر حاصل ہو۔	4 کے اضعاف: 4، 8، 12، 16، 20
مفرد عدد	ایسا صحیح عدد جو 1 سے بڑا ہو اور صرف 1 اور خود پر تقسیم ہو۔	2، 3، 5، 7، 11، 13
مرکب عدد	ایسا صحیح عدد جو 1 سے بڑا ہو اور اس کے دو سے زیادہ عوامل ہوں۔	12 ایک مرکب عدد ہے: 1، 2، 3، 4، 6، 12
مفرد اجزائے ضربی	کسی عدد کو صرف مفرد جزضربی کے حاصلِ ضرب کی صورت میں لکھنا۔	$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$
مشترک جزضربی	ایسا عدد جو دو یا زیادہ اعداد کا جزضربی ہو۔	12 اور 18 کے مشترک جزضربی: 1، 2، 3، 6

Term	Definition	Example
Common Multiple	A number that is a multiple of two or more given numbers.	Common multiples of 4 and 6: 12, 24, 36, …
Co-prime Numbers	Two numbers whose common factor is only 1 (their HCF = 1).	8 and 15 are co-prime: HCF = 1
HCF (Highest Common Factor)	The largest number that divides two or more numbers exactly. This is Also called GCD.	HCF of 12 and 16 is 4
LCM (Lowest Common Multiple)	The smallest number that is a common multiple of two or more numbers.	LCM of 6 and 8 is 24



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The Common Factors of 12 and 16 are _____.
2. The LCM of 6 and 8 is _____ because it is the _____ common multiple.
3. The prime factorisation of 90 is 2 × 3 × _____ × _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. What is the HCF of 45 and 75? ( )

   (a) 5 (b) 15 (c) 3 (d) 75

2. The LCM of two co-prime numbers p and q is: ( )

   (a) p + q (b) p × q (c) HCF (d) Cannot be found

AP SCERT

اصطلاح	تعریف	مثال
مشترک اضعاف	ایسا عدد جو دو یا زیادہ اعداد کا اضعاف ہو۔	4اور6 کے مشترک اضعاف: 36،24،12
باہم مفرد اعداد	دو ایسے اعداد جن کا مشترک جزِ ضربی صرف 1 ہو۔	8اور15 باہم مفرد ہیں کیونکہ ان کا اعظم مشترک جزِ ضربی 1 ہے۔
عاد اعظم مشترک	سب سے بڑا عدد جو دو یا زیادہ اعداد کو مکمل تقسیم کرے۔	12اور16 کا عاد اعظم مشترک 4 ہے۔
ذواضعاف اقل مشترک	سب سے چھوٹا عدد جو دو یا زیادہ اعداد کا مشترک مضاعف ہو۔	6اور8 کا ذواضعاف اقل مشترک 24 ہے۔



طلبہ کی آمادگی-پڑھنا اور مشق

ہدایات : اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں۔ پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. 12 اور 16 کے مشترک اجزائے ضربی _____ ہیں۔
2. 6اور8 کا کم ترین مشترک اضعاف _____ ہے کیونکہ یہ سب سے _____ مشترک اضعاف ہے۔
3. 90 کا مفرد تجزیہ 2 × 3 × _____ × _____ ہے۔

ب) کثیر الانتخابی سوالات — صحیح جواب منتخب کریں۔

1. 45اور75 کا عاد اعظم مشترک کیا ہے؟ ( )

(a) 5 (b) 15 (c) 3 (d) 75

2. دو باہم مفرد اعداد p اور q کا ذواضعاف اقل مشترک کیا ہو گا؟ ( )

(الف) p + q (ب) p × q (ج) عاد اعظم مشترک (د) معلوم نہیں کیا جا سکتا

DAY-12 12. CONNECTING THE DOTS



- **Key Terms :** Statistics, Data, Arithmetic Mean (Average), Median, Range
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition & Example
Data	A collection of numbers or facts gathered for study. Example: Marks scored by students in a test: 45, 60, 72, 38, 55
Statistics	The study of collecting, organising, analysing, interpreting, and presenting data. Example: Finding the average score summative assessment of a class is a statistical task.
Arithmetic Mean (Average)	Sum of all values ÷ Number of values. It balances the highs and lows. Example: Mean of 3, 7, 5 = (3+7+5) ÷ 3 = 15 ÷ 3 = 5
Median	The middle value of sorted data. If two middle values exist, take their average. Example: Sorted data: 2, 5, 7, 9, 12 → Median = 7
Range	Difference between the maximum and minimum value in the data. Example: Prices 25, 30, 59 → Range = 59 - 25 = 34



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The mean of 4, 8, 6, 2 = _____
2. The median of 3, 7, 1, 9, 5 (sorted: _____) = _____

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which is a statistical question? ( )
   (a) How many legs does a dog have?
   (b) Average height of the students in your class?
   (c) What is 5 × 6?
   (d) Is water wet?

APSCERT



معلم کی سرگرمی



1 **اہم اصطلاحات:** شماریات، اعداد و شمار، اوسطِ حسابی، وسطانیہ، سعت

1 **تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں**

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	تعریف اور مثال
اعداد و شمار	مطالعہ کے لیے جمع کیے گئے اعداد یا معلومات۔ مثال: طلبہ کے حاصل کردہ نمبر: 45، 60، 72، 38، 55
شماریات	اعداد و شمار کو جمع کرنے، ترتیب دینے، تجزیہ کرنے، سمجھنے اور پیش کرنے کا علم۔ مثال: جماعت کے اوسط عدد معلوم کرنا ایک شماریاتی عمل ہے۔
اوسط حسابی	تمام اعداد کا مجموعہ ÷ اعداد کی تعداد۔ مثال: 3، 7، 5 کا اوسط = (3+7+5) ÷ 3 = 15 ÷ 3 = 5
وسطانیہ	ترتیب دیے گئے اعداد میں درمیانی عدد۔ اگر دو درمیانی اعداد ہوں تو ان کا اوسط لیا جاتا ہے۔ مثال: 2، 5، 7، 9، 12 کا وسطانیہ = 7
سعت	سب سے بڑے اور سب سے چھوٹے عدد کا فرق۔ مثال: 25، 30، 59 کا سعت = 59 - 25 = 34



طلبہ کی آمادگی-پڑھنا اور مشق

ہدایات: اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں۔ پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. 4، 8، 6، 2 کا اوسط =
2. 3، 7، 1، 9، 5 کا وسطانیہ (ترتیب: _____) = _____

ب) کثیر الانتخابی سوالات — صحیح جواب منتخب کریں۔

1. ان میں سے کون سا شماریاتی سوال ہے؟ ( )

(الف) کتے کی کتنی ٹانگیں ہوتی ہیں؟

(ب) آپ کی جماعت کے طلبہ کا اوسط قد کیا ہے؟

(ج) 5 × 6 کیا ہے؟ (د) کیا پانی گیلا ہوتا ہے؟



- **Key Terms :** Line Segment,Bisection, Perpendicular, Perpendicular Bisector, Midpoint, Angle, Angle Bisector, Congruent Triangles, Regular Polygon, Tiling (Tessellation)
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition & Example
Line Segment	A part of a line with two definite endpoints. Example: The segment joining points X and Y, written $\overline{XY}$, has fixed length.
Bisection	Dividing a line segment or angle into two exactly equal parts. Example: If O is the midpoint of $\overline{XY}$, then O bisects $\overline{XY}$.
Perpendicular	Two lines that meet at exactly 90° (a right angle) are called perpendicular. Example: The corner of a square shows two perpendicular lines.
Perpendicular Bisector	A line that is perpendicular to a given segment and passes through its midpoint. Example: Any point on the perpendicular bisector of XY is equidistant from X and Y.
Midpoint	The point that divides a line segment into two equal halves. Example: If XY = 8 cm, the midpoint M lies 4 cm from both X and Y.
Angle	The figure formed by two rays sharing a common endpoint called the vertex. Example: ∠AOB is the angle at vertex O between rays $\overrightarrow{OA}$ and $\overrightarrow{OB}$.
Angle Bisector	A ray that divides an angle into two equal parts. Example: If $\overrightarrow{OC}$ bisects ∠AOB, then ∠AOC = ∠BOC.

13-بناوٹ اور ٹائیلنگ



1 اہم اصطلاحات:

قطعہ خط، ناصف، عمودی، عمودی ناصف، وسطی نقطہ، زاویہ، زاویہ ناصف، متماثل مثلثات، منتظم کثیر ضلعی، فرش بندی

1 تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	تعریف اور مثال
قطعہ خط	خط کا وہ حصہ جس کے دو مختتم سرے ہوں۔ مثال X اور Y کو ملانے والا قطعہ خط $\overline{XY}$ کہلاتا ہے۔
ناصف	کسی قطعہ خط یا زاویہ کو دو بالکل برابر حصوں میں تقسیم کرنا۔ مثال: اگر O، $\overline{XY}$ کا وسطی نقطہ ہو تو O، $\overline{XY}$ کی ناصف کرتا ہے۔
عمودی	دو خطیں جو $90°$ پر ملیں عمودی کہلاتی ہیں۔ مثال: مربع کے کونے میں دو عمودی خطیں ہوتی ہیں۔
عمودی ناصف	ایسی خط جو کسی قطعہ پر عمود ہو اور اس کے وسطی نقطہ سے گزرے۔ مثال $\overline{XY}$ کے عمودی ناصف پر موجود ہر نقطہ X اور Y سے برابر فاصلے پر ہوتا ہے۔
وسطی نقطہ	وہ نقطہ جو قطعہ خط کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرے۔ مثال: اگر $XY = 8$ سم ہو تو وسطی نقطہ M، X اور Y دونوں سے 4 سینٹی میٹر دور ہوگا۔
زاویہ	دو شعاعوں سے بننے والی شکل جن کا مشترک نقطہ راس کہلاتا ہے۔ مثال $\angle AOB$ میں O راس ہے۔
زاویہ ناصف	ایسی شعاع جو زاویہ کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرے۔ مثال: اگر OC، $\angle AOB$ کی ناصف کرے تو $\angle AOC = \angle BOC$ ہوگا۔

Term	Definition & Example
Congruent Triangles	Triangles that have exactly the same shape and size (all sides and angles equal). Example: If $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ by SSS, then all matching sides and angles are equal.
Regular Polygon	A polygon with all sides equal and all angles equal. Example: Equilateral triangle (3 sides, 60° each angle), Square (4 sides, 90° each angle).
Tiling (Tessellation)	Covering a flat surface using shapes that fit together with no gaps and no overlaps. Example: Bathroom floor tiles of squares form a tiling of the plane.



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The perpendicular bisector of XY passes through the _____ of XY.
2. An angle bisector divides an angle into _____ equal parts.
3. An equilateral triangle has all angles equal to _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. To construct the perpendicular bisector of XY, arcs are drawn from X and Y with: ( )
   (a) Different radii (b) Equal radii (c) Any radii (d) No radii
2. The angle between two lines that are perpendicular is: ( )
   (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 180°

C. Match the Following.

	Column A			Column B
1.	90° angle at a point on a line	( )	A)	tiling
2.	45° angle	( )	B)	bisect a 90° angle
3.	Covering a floor with tiles	( )	C)	perpendicular
4.	60° angle	( )	D)	equilateral triangle

APSCERT

اصطلاح	تعریف اور مثال
متماثل مثلثات	ایسے مثلثات جن کی شکل اور سائز بالکل ایک جیسے ہوں، یعنی تمام ضلع اور زاویے برابر ہوں۔ مثال: اگر $\triangle XYZ \cong \triangle ABC$ ہو تو ان کے متناظر ضلع اور زاویے برابر ہوں گے۔
منتظم کثیر ضلعی	ایسا کثیر ضلعی جس کے تمام ضلعے اور تمام زاویے برابر ہوں۔ مثال: مساوی الاضلاع مثلث، مربع۔
فرش بندی	سطح کو ایسی اشکال سے بھرنا جو بغیر خلا اور بغیر ایک دوسرے پر چڑھے مکمل طور پر جڑ جائیں۔ مثال: غسل خانے کے فرش پر مربع ٹائلوں کی ترتیب۔

طلبہ کی آمادگی - پڑھنا اور مشق

ہدایات: اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں۔ پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. XY کا عمودی ناصف، XY کے _____ سے گزرتا ہے۔
2. زاویہ ناصف، زاویہ کو _____ برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔
3. متساوی الاضلاع مثلث کے تمام زاویے _____ ہوتے ہیں۔

ب) کثیر الانتخابی سوالات — صحیح جواب منتخب کریں۔

1. XY کا عمودی ناصف بنانے کے لیے X اور Y سے قوسیں کس طرح کھینچی جاتی ہیں؟ ( )

(الف) مختلف نصف قطر کے ساتھ (ب) برابر نصف قطر کے ساتھ

(ج) کسی بھی نصف قطر کے ساتھ (د) بغیر نصف قطر کے

2. دو عمودی لکیروں کے درمیان زاویہ ہوتا ہے : ( )

ج) جوڑ ملائیے۔

کالم (ب)		کالم (الف)
1. لکیر پر 90° زاویہ	( )	الف) فرش بندی
2. 45° زاویہ	( )	ب) 90° زاویہ کی تنصیف
3. فرش کو ٹائلوں سے ڈھانپنا	( )	ج) عمودی
4. 60° زاویہ	( )	د) مساوی الاضلاع مثلث

14. FINDING THE UNKNOWN



- **Key Terms :** Variable, Equation, LHS/RHS, Solution, Inverse Operations, Trial & Error Method, Expression
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition & Example
Variable	A letter (like x, y, n) used to represent an unknown number. Ex: In 2n + 1 = 99, the letter n is the variable.
Equation	A mathematical statement showing two expressions are equal using '='. Symbol Ex: 3x + 4 = 7 is an equation.
LHS / RHS	LHS = Left Hand Side; RHS = Right Hand Side of an equation. Ex: In 2n + 1 = 99, LHS is 2n + 1 and RHS is 99.
Solution	The value of the variable that makes LHS = RHS. Ex: x = 3 is the solution of x + 4 = 7.
Inverse Operations	Operations that undo each other: addition & subtraction, multiplication & division. Ex: To undo +5, we subtract 5.
Trial & Error Method	Guessing different values for the variable and checking which one satisfies the equation.
Expression	A combination of numbers and variables without an '=' sign. Ex: 2n + 1 is an algebraic expression.



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. In the equation 5x - 4 = 7, the LHS is _____ and RHS is _____.
2. A _____ is the value of the variable that makes the equation true.
3. To solve 2n = 10, we divide both sides by ____. So n = ____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which is an equation? ( )
   (a) 3x + 2 (b) x - 5 = 7 (c) 4y (d) 2 + 3
2. If 3x = 15, what is the value of x?: ( )
   (a) 3 (b) 5 (c) 12 (d) 45

14-نامعلوم کی تلاش



1 **اہم اصطلاحات:** متغیر، مساوات، بائیں جانب / دائیں جانب، حل، عمل معکوس، سعی و خطا طریقہ، تاثر

1 **تصور کی وضاحت — اصطلاحات کو سمجھیں**

ہدایات: ہر اصطلاح کو تعریف اور مثال کے ساتھ سمجھیں۔ ہر تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑیں تاکہ بہتر سمجھ پیدا ہو۔

اصطلاح	تعریف اور مثال
متغیر	ایسا حرف (جیسے x، y، n) جو کسی نامعلوم عدد کو ظاہر کرے۔ مثال: 2n + 1 = 99 میں n متغیر ہے۔
مساوات	ایسی ریاضیاتی عبارت جس میں '=' کی علامت کے ذریعے دو تاثر برابر دکھائے جائیں۔ مثال: x + 4 = 73
بائیں جانب / دائیں جانب	مساوات کے '=' نشان کے بائیں حصے کو LHS اور دائیں حصے کو RHS کہتے ہیں۔ مثال: 2n + 1 = 99 میں LHS = 2n + 1 اور RHS = 99
حل	متغیر کی وہ قیمت جو مساوات کو درست بنائے۔ مثال x + 4 = 7 کا حل: x = 3 ہے۔
عمل معکوس	ایسے اعمال جو ایک دوسرے کے اثر کو ختم کریں، جیسے جمع و تفریق، ضرب و تقسیم۔ مثال: +5 کو ختم کرنے کے لیے 5 منفی کرتے ہیں۔
سعی و خطا طریقہ	مختلف قیمتیں رکھ کر دیکھنا کہ کون سی قیمت مساوات کو درست بناتی ہے۔
تاثر	اعداد اور متغیرات کا مجموعہ جس میں '=' کی علامت نہ ہو۔ مثال n + 12



طلبہ کی آمادگی-پڑھنا اور مشق

ہدایات: اہم اصطلاحات کو غور سے پڑھیں۔ پھر تمام سوالات خود حل کریں۔

الف) خالی جگہیں کو پُر کیجیے۔

1. مساوات 5x - 4 = 7 میں _____ LHS اور _____ RHS ہے۔
2. _____ متغیر کی وہ قیمت ہے جو مساوات کو درست بناتی ہے۔
3. 2n = 10 کو حل کرنے کے لیے دونوں جانب ____ سے تقسیم کرتے ہیں، لہٰذا ____ n =۔

ب) کثیر الانتخابی سوالات — صحیح جواب منتخب کریں۔

1. ان میں سے کون سی مساوات ہے؟ ( )
(a) 3x + 2 (b) x - 5 = 7 (c) 4y (d) 2 + 3

2. اگر 3x = 15 ہو تو x کی قیمت کیا ہوگی؟ ( )
(a) 3 (b) 5 (c) 12 (d) 45

1 LARGE NUMBERS AROUND US

S5P2Z2

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Read, write, and compare large numbers up to 10 crore.
- Understand and apply place value and number systems.
- Estimate and round off numbers appropriately for real-life use.
- Recognise and create patterns in numbers and operations.
- Connect mathematical knowledge to daily life situations involving large numbers.

1.0 Introduction

The Government of Andhra Pradesh has sponsored a great opportunity for government school students who stood first in the Inspire Manak competitions; they are eligible to visit the Science Museum in Delhi.

It was a bright Wednesday morning, and Lakshmi was excited about her trip to the Science Museum. As she entered, she saw a huge board that read:

"The distance from the Earth to the Sun is 149,600,000 kilometers."

Lakshmi's eyes are widened.

"Wow! That's such a big number! How do even scientists read that?" she wondered. Moving ahead, she saw another display about the population of India - 1,420,000,000 people!



"That's even bigger!" she said to her friend Arjun.

AP SCERT

1 ہمارے آس پاس کے بڑے اعداد

I3Q1U6

اکتسابی نتائج:

طلبہ اس قابل بنیں گے

- 10 کروڑ تک کے بڑے اعداد کو پڑھ سکیں، لکھ سکیں اور ان کا موازنہ کر سکیں گے۔
- مقامی قدر (Place Value) اور عددی نظام کو سمجھ سکیں گے اور ان کا اطلاق کر سکیں گے۔
- حقیقی زندگی میں اعداد کے استعمال کا مناسب تخمینہ کرتے ہوئے قریب ترین اعداد لکھ سکیں گے۔
- اعداد اور ریاضیاتی اعمال میں نمونوں (Patterns) کو پہچان سکیں گے اور بنا سکیں گے۔
- بڑے اعداد سے متعلق ریاضیاتی علم کو روزمرہ زندگی کے حالات سے جوڑ سکیں گے۔

1.0 تعارف

آندھرا پردیش کی حکومت نے ان گورنمنٹ اسکولوں کے طلبہ کے لیے ایک بہترین موقع فراہم کیا ہے جنہوں نے "Inspire Manak" مقابلوں میں پہلا مقام حاصل کیا ہے وہ دہلی میں سائنس میوزیم کی سیر کے اہل قرار دیے گئے ہیں۔

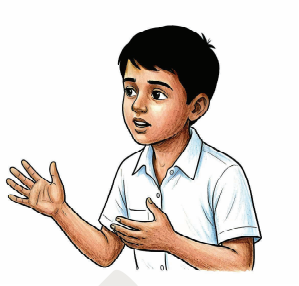
چہار شنبہ کی ایک روشن صبح تھی، اور لکشمی سائنس میوزیم کے اپنے دورے کے حوالے سے بہت پر جوش تھی۔ جیسے ہی وہ اندر داخل ہوئی، اس نے ایک بہت بڑا بورڈ دیکھا جس پر لکھا تھا: 'زمین سے سورج تک کا فاصلہ 149,600,000 کلومیٹر ہے۔" لکشمی کی آنکھیں کھلی کی کھلی رہ گئیں۔

اس نے سوچا، "واہ! یہ کتنا بڑا عدد ہے! سائنسدان اسے کیسے پڑھتے ہوں گے؟" آگے بڑھتے ہوئے اس نے ہندوستان کی آبادی کے بارے میں ایک اور ڈسپلے دیکھا -1,420,000,000 لوگ!



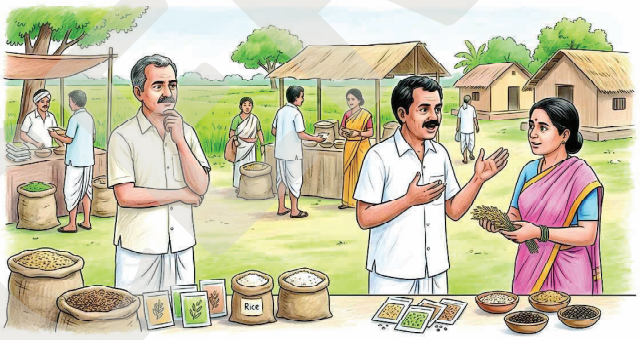
اس نے اپنے دوست ارجن سے کہا، "یہ تو اس سے بھی بڑا ہے!"

Arjun laughed, "That's why we need to learn how to read and write such large numbers. They're everywhere - in science, geography, and even in sports!" Also my mother, Durga said that the Ancient Indian Mathematician Aaryabhatta used large numbers to calculate planetary motion as 4,320,000 revolutions per 'Mahayuga'.



When they returned to school, their Maths teacher smiled and said, "Children, you just explored what our next chapter is all about - Large Numbers Around Us!"

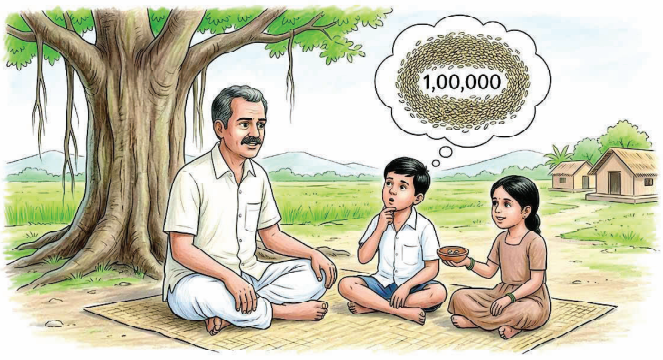
1.1 A Lakh Varieties!



Ramayya is a farmer in Vemavaram, a village in Andhra Pradesh. He visits the market regularly to buy seeds for his rice field. During one such visit he overheard a conversation between Siva and Soujanya. Siva said, "Earlier our country had about a lakh varieties of rice. Farmers used to preserve different varieties of seeds and use them to grow rice. Now, we only have a handful of varieties. Also, farmers have to come to the market to buy seeds".

Soujanya said, "There is a seed bank near my house. So far, they have collected about a hundred indigenous varieties of rice seeds from different places. You can also buy seeds from there."

You may have heard the word 'lakh' before. Do you know how big one lakh is? Let us find out.

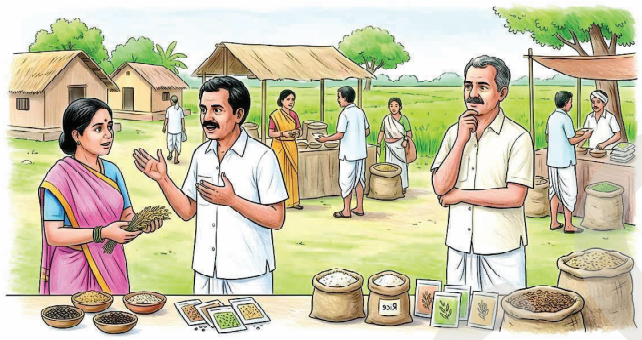


Ramayya shared this incident with his daughter Ratnam and son Surya. Surya was surprised to know that there were about one lakh varieties of rice in this country. He wondered "One lakh! So far I have only tasted 3 varieties. If we tried a new variety each day, would we even come close to tasting all the varieties in a lifetime of 100 years?" What do you think? Guess.



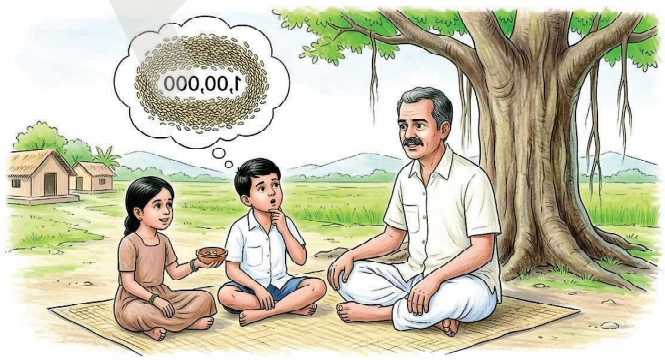
ارجن ہنسا، "اسی لیے ہمیں یہ سیکھنے کی ضرورت ہے کہ اتنے بڑے اعداد کو کیسے پڑھا اور لکھا جاتا ہے – یہ ہر جگہ موجود ہیں – سائنس، جغرافیہ اور یہاں تک کہ کھیلوں میں بھی!" ارجن نے مزید کہا، " میری والدہ، درگا نے بتایا کہ قدیم ہندوستانی ریاضی دان آریہ بھٹ نے سیاروں کی گردش کا حساب لگانے کے لیے بڑے اعداد کا استعمال کیا تھا، جو کہ 4,320,000 چکر فی 'مہایوگ' (Mahayuga) تھے۔" جب وہ اسکول واپس آئے تو ان کے ریاضی کے استاد نے مسکراتے ہوئے کہا، "بچو، آپ نے ابھی ابھی وہی دریافت کیا ہے جس کے بارے میں ہمارا اگلا باب ہے – ہمارے آس پاس کے بڑے اعداد!"

1.1 ایک لاکھ اقسام!



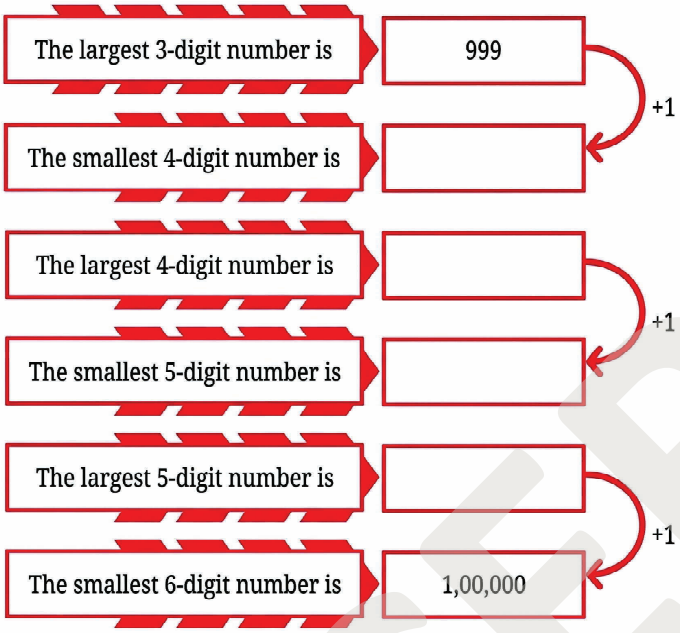
آندھرا پردیش کے ایک قصبہ ویماورم میں رامیا نام کا ایک کسان رہتا ہے۔ وہ اپنے دھان کے کھیت کے لیے بیج خریدنے کی غرض سے روزانہ بازار جاتا ہے۔ اسی طرح کے ایک دورے کے دوران اس نے شوا اور سوجنیا کی گفتگو سنی۔ شیوا نے کہا "پہلے ہمارے ملک میں دھان کی ایک لاکھ قسمیں ہوا کرتی تھیں۔ کسان مختلف قسموں کے بیجوں کو محفوظ رکھتے تھے اور انہیں دھان اگانے کے لیے استعمال کرتے تھے۔ اب ہمارے پاس صرف چند اقسام رہ گئی ہیں۔ نیز بیج خریدنے کے لیے کسانوں کو بھی بازار آنا پڑتا ہے۔"

سوجنیا کہتی ہے "میرے گھر کے قریب ایک بیج بینک ہے۔ اب تک انہوں نے مختلف جگہوں سے چاول کے بیجوں کی تقریباً سو مقامی اقسام جمع کی ہیں آپ وہاں سے بھی بیج خرید سکتے ہیں۔" اس سے پہلے آپ نے لفظ 'لاکھ' تو سنا ہی ہوگا۔ کیا آپ جانتے ہیں ایک لاکھ کتنا بڑا ہوتا ہے؟ آیئے ہم معلوم کرتے ہیں۔ رامیا نے یہ واقعہ اپنی بیٹی رتنم اور بیٹے سوریا کو سنایا۔ سوریا کو یہ جان کر حیرت ہوئی کہ اس ملک میں چاول کی تقریباً ایک لاکھ قسمیں ہوا کرتی تھیں۔ اس نے حیران ہو کر پوچھا

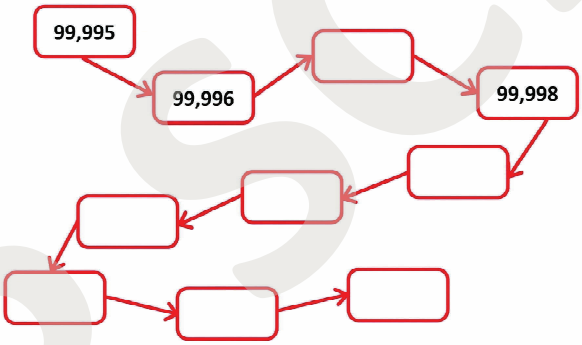


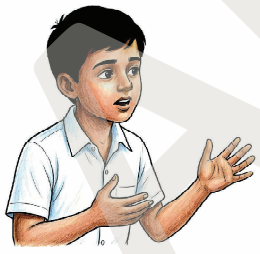
"ایک لاکھ! اب تک میں نے تو صرف 3 قسمیں ہی چکھی ہیں۔ اگر ہم ہر دن ایک نئی قسم کا ذائقہ لیں تو کیا ہم سو سال کی زندگی میں تمام اقسام کو چکھنے کے قریب پہنچ پائیں گے؟" آپ کا کیا خیال ہے؟ اندازہ لگایئے۔

But how much is one lakh? Observe the pattern and fill in the boxes given below.



1,00,000 is read as "One Lakh"



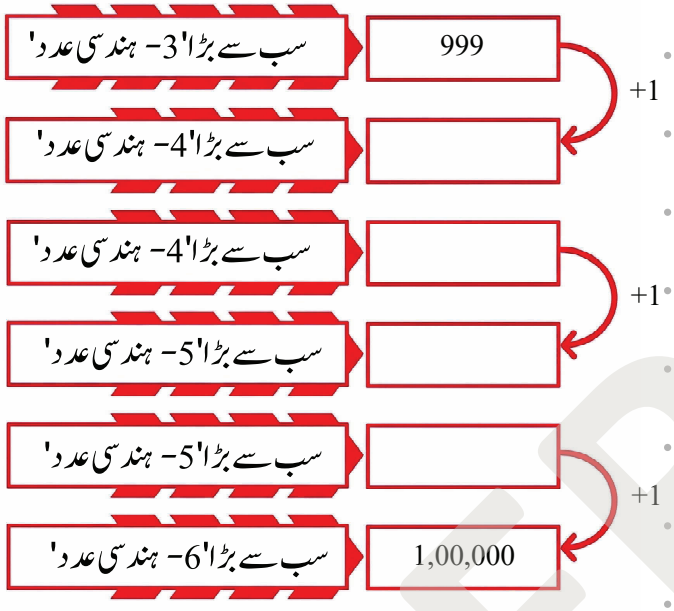


Rakshitha and Surya found that if they ate one variety of rice a day, they would come nowhere close to a lakh in a lifetime! Ratnam suggests, "What if we ate 2 varieties of rice every day? Would we then be able to eat 1 lakh varieties of rice in 100 years?"

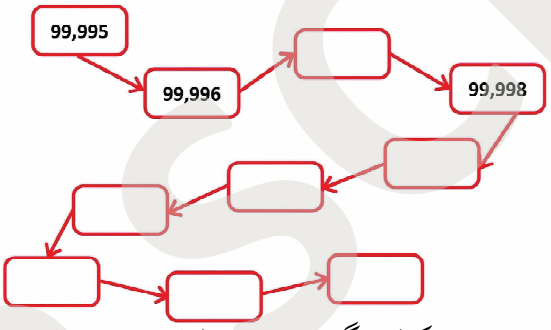


What if a person ate 3 varieties of rice every day? Will they be able to taste all the lakh varieties in a 100 year lifetime? Find out. Surya said, "We know that 365 days are there in a year. if we ignore leap years. If we live for 'y' years, the number of days in our lifetime will be 365 × y."

لیکن ایک لاکھ کتنا ہوتا ہے؟ پیٹرن کا مشاہدہ کیجیے اور ذیل میں دیے گئے خانوں کو بھریے۔

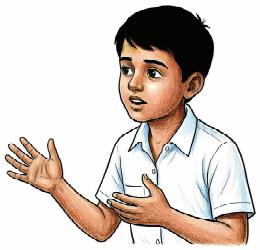


1,00,000 کو "ایک لاکھ" پڑھا جاتا ہے۔





کرشنا اور سوریا یہ پاکر کہ اگر وہ 100 سال تک روزانہ ایک ہی قسم کا چاول کھائیں تو وہ پوری زندگی میں ایک لاکھ سے بھی زیادہ کلو گرام چاول کھائیں گے۔ ریشم مشورہ دیتی ہے، "کیا یہ پروگرام کریں کہ روزانہ 2 قسموں کے چاول کھائیں تو؟ کیا ہم سو سال میں ایک لاکھ قسم کے چاول کھا سکیں گے؟"



اگر کوئی شخص روزانہ 3 قسموں کے چاول کھاتا ہے تو کیا وہ 100 سال کی زندگی میں ایک لاکھ قسم کے چاول کے ذائقے کا لطف اٹھا پائے گا؟ پتہ لگائیے۔ سوریا کہتا ہے "ہم جانتے ہیں کہ ایک سال میں کتنے دن ہوتے ہیں- 365، اگر ہم سال کبیسہ (Leap Year) کو نظر انداز کر دیں تو۔ اگر ہم Y سالوں تک زندہ رہتے ہیں تو ہماری زندگی میں کل دنوں کی تعداد $365 \times y$ ہوگی۔"

? Choose a number for y. How close to one lakh is the number of days in y years, for the y of your choice?



Figure it Out - 1.1

1. According to the 2011 Census, the population of the town of Chintamani was about 75,000. How much less than one lakh is 75,000?
2. The estimated population of Chintamani in the year 2024 is 1,06,000. How much more than one lakh is 1,06,000?
3. By how much did the population of Chintamani increase from 2011 to 2024?

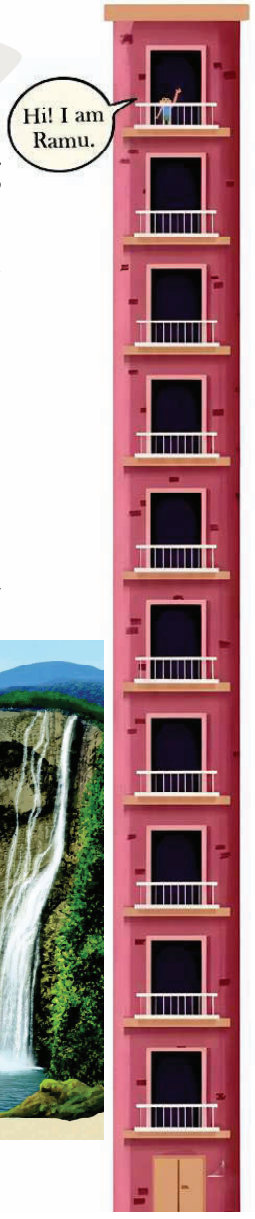
Getting a Feel of Large Numbers

You may have come across interesting facts like these:

- The world's tallest statue is the 'Statue of Unity' in Gujarat depicting Sardar Vallabhbhai Patel. Its height is about 180 metres.
- Kunchikal waterfall in Karnataka is said to drop from a height of about 450 metres.

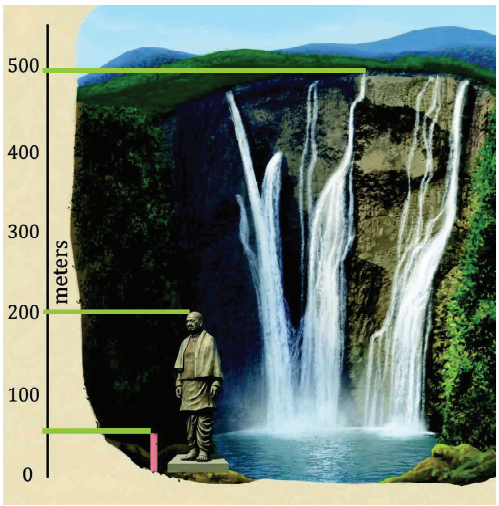
It is not always easy to get a sense of how big these measurements are. But, we can get a better sense of their size when we compare them with something familiar. Let us see an example.

Look at the picture on the right. Ramu is 1 metre tall. If each floor is about four times his height, what is the approximate height of the building?



? Which is taller — The Statue of Unity or this building? How much taller? _____m.

We can see that the height of the Statue of Unity is close to 4 times the height of Ramu's building.



? How much taller is the Kunchikal waterfall than Ramu's building? _____m.

? How many floors should Ramu's building have to be as high as the waterfall? _____ .

Y کے لیے کوئی ایک عدد چن لیجیے۔ Y کے لیے آپ کے چنے ہوئے عدد کے مطابق Y سالوں میں دنوں کی تعداد ایک لاکھ کے کتنے قریب ہوگی؟



حل کیجیے-1.1

1. 2011 کی مردم شماری کے مطابق قصبہ چنتامنی کی آبادی تقریباً 75,000 تھی۔ 75,000 ایک لاکھ سے کتنا کم ہے؟
2. تخمینہ کے مطابق 2024 میں چنتامنی کی آبادی 1,06,000 ہے۔ 1,06,000 ایک لاکھ سے کتنا زیادہ ہے؟
3. سال 2011 سے 2024 تک چنتامنی کی آبادی میں کل کتنا اضافہ ہوا؟

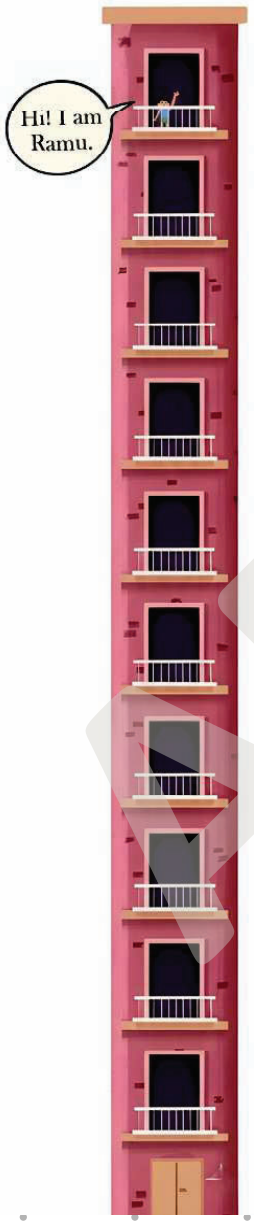
بڑے اعداد کا احساس حاصل کرنا

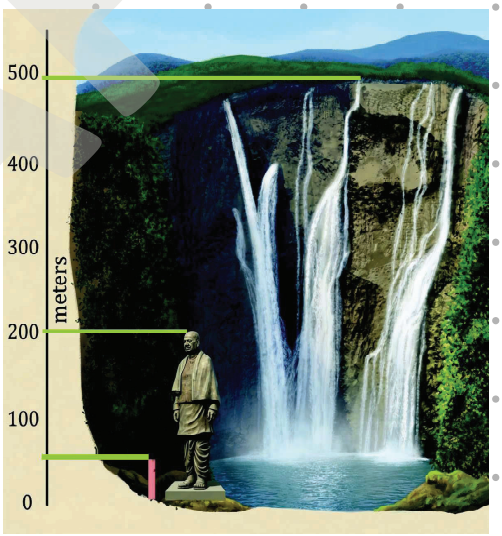
آپ اس طرح کے دلچسپ حقائق سے واقف ہوں گے:

- دنیا کا سب سے اونچا مجسمہ 'مجسمہ اتحاد Statue of Unity' ہے، جو گجرات میں ہے اور وہ سردار ولبھ بھائی پٹیل کا مجسمہ ہے۔ اس کی اونچائی تقریباً 180 میٹر ہے۔
- کہا جاتا ہے کہ کرناٹک میں کنچیکل (Kunchikal) آبشار تقریباً 450 میٹر کی اونچائی سے گرتا ہے۔

یہ سمجھنا ہمیشہ آسان نہیں ہوتا ہے کہ کوئی پیمائش کتنی بڑی ہے۔ لیکن جب ہم ان کا موازنہ کسی جانی پہچانی چیز سے کرتے ہیں تو ان کا اندازہ بہتر طور پر ہوتا ہے۔ آیئے ایک مثال سے اسے سمجھتے ہیں۔

بائیں طرف دی ہوئی تصویر کو دیکھیے، رامو 1 میٹر لمبا ہے۔ اگر اس عمارت کی ہر ایک منزل رامو کی لمبائی سے چار گنا زیادہ ہے تو عمارت کی اونچائی تقریباً کتنی ہوگی؟





کون سی چیز زیادہ اونچی ہے- مجسمہ اتحاد یا یہ عمارت؟

کتنی زیادہ اونچی ہے؟ _____ میٹر۔

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ مجسمہ اتحاد کی اونچائی رامو کی عمارت کی اونچائی سے تقریباً 4 گنا ہے۔

کنچیکل آبشار رامو کی عمارت سے کتنا اونچا ہے؟

_____ میٹر۔

رامو کی عمارت میں کتنی منزلیں اور ہونی چاہئیں تاکہ وہ آبشار جتنی اونچی ہو جائے؟ _____

Is One Lakh a Very Large Number?

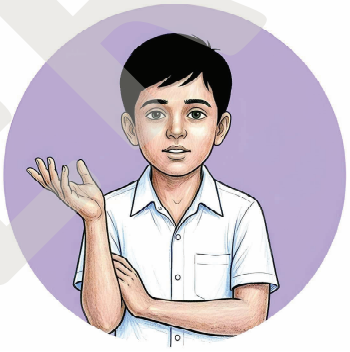


Ramayya asked Rakshitha and Surya, "Is a lakh big or small?"

Rakshitha feels that 1 lakh is a large number:

- "We had one lakh varieties of rice — that is a lot."
- "Living 1 lakh days would mean living for 274 years — that is a really long time!"
- "If 1 lakh people stood shoulder to shoulder in a line they could stretch as far as 38 kilometres."

Surya, however, thinks it is not that big:



- "Do you know that the cricket stadium in Ahmedabad has a seating capacity of more than 1 lakh? One lakh people in such a small area!"
- "Most humans have 80,000 to 1,20,000 hairs on their heads. Imagine, 1 lakh hairs fit in such a tiny space!"
- "I heard that there are some species of fish where a female fish can lay almost one lakh eggs at once very comfortably. Some even lay tens of lakhs of eggs at a time."

? How do you view a lakh — is a lakh big or small?

Reading and Writing Numbers

We have already been using commas for 5-digit numbers like 45,830 in the Indian place value system. As numbers grow bigger, using commas helps in reading the numbers easily. We use a comma in between the digits representing the "ten thousands" place and the "one lakh" place as you have seen just before (1,00,000).

The number name of 12,78,830 is twelve lakh seventy eight thousand eight hundred thirty.

Similarly, the number 15,75,000 in words is fifteen lakh seventy five thousand.

Write each of the numbers given below in words:

(a) 3,00,600
(b) 5,04,085
(c) 27,30,000
(d) 70,53,138

کیا ایک لاکھ بہت بڑا عدد ہے؟



رامیا نے رکشمیتا اور سوریا سے پوچھا گیا، "ایک لاکھ بڑا عدد ہے یا چھوٹا؟"

رکشمیتا کو لگتا ہے کہ 1 لاکھ ایک بڑا عدد ہے:

- "ہمارے پاس چاول کی ایک لاکھ قسمیں تھیں — جو کہ بہت زیادہ ہے۔"
- "ایک لاکھ دن جینے کا مطلب ہے 274 سال جینا — جو کہ واقعی ایک طویل مدت ہے!"
- "اگر ایک لاکھ لوگ کندھے سے کندھا ملا کر ایک صف میں کھڑے ہوں، تو وہ 38 کلومیٹر کی دوری تک پھیل سکتے ہیں۔" تاہم سوریا کا خیال ہے کہ یہ اتنا بڑا نہیں ہے:



- "کیا آپ جانتے ہیں کہ احمد آباد کے کرکٹ اسٹیڈیم میں ایک لاکھ سے زیادہ لوگوں کے بیٹھنے کی گنجائش ہے — اتنی چھوٹی جگہ میں 1 لاکھ لوگ!"
- "زیادہ تر انسانوں کے سر پر 80,000 سے 1,20,000 تک بال ہوتے ہیں — تصور کیجیے کہ اتنی چھوٹی سی جگہ میں ایک لاکھ بال فٹ ہو گئے ہیں۔"
- "میں نے سنا ہے کہ مچھلیوں کی کچھ اقسام ایسی ہیں جن میں ایک مادہ مچھلی ایک ساتھ بہت آرام سے ایک لاکھ انڈے دے سکتی ہے۔ کچھ تو ایک وقت میں دس لاکھ انڈے بھی دیتی ہیں۔"

آپ ایک لاکھ کو کیسے دیکھتے ہیں — ایک لاکھ بڑا عدد ہے یا چھوٹا؟

اعداد کو پڑھنا اور لکھنا

ہم پہلے ہی ہندوستانی مقامی قدری نظام (Indian Place Value System) میں 5 ہندسوں والے اعداد جیسے 45,830 کے لیے سکتہ (Comma) کا استعمال کرتے آرہے ہیں۔ جیسے جیسے اعداد بڑے ہوتے جاتے ہیں اسی حساب سے سکتوں کا استعمال کرنے سے اعداد کو پڑھنے میں سہولت ہوتی ہے۔ ہم ہندسوں کے درمیان "دس ہزار" اور "ایک لاکھ" کی جگہ کو ظاہر کرنے کے لیے سکتہ کا استعمال کرتے ہیں — جیسا کہ آپ نے پہلے دیکھا ہے (1,00,000)۔

عدد 12,78,830 کو لفظوں میں لکھا جائے تو یہ **بارہ لاکھ اٹھتر ہزار آٹھ سو تیس** ہوگا۔

اسی طرح عدد 15,75,000 کو لفظوں میں لکھا جائے تو یہ **پندرہ لاکھ پچھتر ہزار** ہوگا۔

مندرجہ ذیل اعداد کو لفظوں میں لکھیے:

a) 3,00,600　　b) 5,04,085

c) 27,30,000　　d) 70,53,138

Write the corresponding number in the Indian place value system for each of the following:

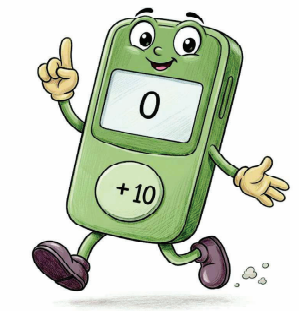
(a) One lakh twenty three thousand four hundred and fifty six
(b) Four lakh seven thousand seven hundred and four
(c) Fifty lakhs five thousand and fifty
(d) Ten lakhs two hundred and thirty five

Teacher's Note : Encourage students to make connections between these facts. For example, can the whole population of Amalapuram fit in the stadium? How can we imagine the line of 38 km, having a lakh people, sitting next to each other in the stadium? Add some more connections accordingly.

1.2 Land of Tens

In the **Land of Tens**, there are special calculators with special buttons.

1. The **Tedious Tens** only has a +10 button. How many times should it be pressed to show:



(a) Five hundred? _____
(b) 780? _____
(c) 1000? _____
(d) 3700? _____
(e) 10,000? _____
(f) One lakh? _____
(g) _____? 435 times

2. The **Handy Hundreds** only has a +100 button. How many times should



(a) Four hundred?_____ times
(b) 3,700? _____
(c) 10,000? _____
(d) Fifty three thousand? _____
(e) 90,000? _____
(f) 97,600? _____
(g) 1,00,000? _____

مندرجہ ذیل فقروں کو ہندوستانی مقامی قدری نظام کے مطابق عدد کی صورت میں لکھیے:

(a) ایک لاکھ تینتیس ہزار چار سو چھپن

(b) چار لاکھ سات ہزار سات سو چار

(c) پچاس لاکھ پانچ ہزار پچاس

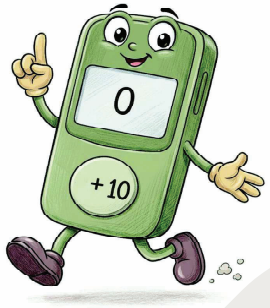
(d) دس لاکھ دو سو پینتیس

اساتذہ کے لیے نوٹ: طلباء کو ان حقائق کے مابین ربط پیدا کرنے کی ترغیب دیجیے۔ مثال کے طور پر، کیا امل پورم کی پوری آبادی اسٹیڈیم میں سما سکتی ہے؟ کیا ہم اس میں 38 کلو میٹر ایسی لمبی قطار کا تصور کر سکتے ہیں جس میں ایک لاکھ لوگ ایک دوسرے کے آگے پیچھے بیٹھے ہوں؟ اس کے ساتھ مزید ربط شامل کریں۔

1.2 دہائیوں کی دنیا

دہائیوں کی دنیا میں مخصوص بٹن والے خاص تخمینہ کار (Calculator) ہوتے ہیں۔

1. **دبنگ دہائی (Tedious Tens):** تخمینہ کار میں +10 کا صرف ایک بٹن ہے۔ ن نیچے دیے گئے عدد کو دکھانے کے لیے اسے کتنی مرتبہ دبانا ہوگا:



(a) پانچ سو؟ _____

(b) 780؟ _____

(c) 1000؟ _____

(d) 3700؟ _____

(e) 10,000؟ _____

(f) ایک لاکھ؟ _____

(g) 435 مرتبہ؟ _____

2. **شاندار سینکڑے (Handy Hundreds):** تخمینہ کار میں +100 کا صرف ایک بٹن ہے۔ نیچے دیے گئے اعداد کو دکھانے کے لیے کتنی مرتبہ اس بٹن کو دبانا ہوگا:



(a) چار سو؟ _____

(b) 3,700؟ _____

(c) 10,000؟ _____

(d) ترپن ہزار؟ _____

(e) 90,000؟ _____

(f) 97,600؟ _____

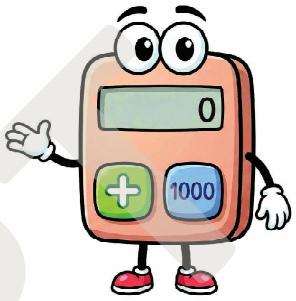
(g) 1,00,000؟ _____

(h) _____? 582 times

(i) How many hundreds are required to make ten thousand?

(j) How many hundreds are required to make one lakh?

(k) Handy Hundreds says, "There are some numbers which Tedious Tens and Thoughtful Thousands can't show but I can." Is this statement true? Think and explore.



3. The **Thoughtful Thousands** only has a +1000 button. How many times should it be pressed to show :

(a) Three thousand? 3 times

(b) 10,000? _____

(c) Fifty three thousand? _____

(d) 90,000? _____

(e) One Lakh? _____

(f) _____? 153 times

(g) How many thousands are required to make one lakh?



4. **Creative Chitti** is a different kind of calculator. It has the following buttons:+1, +10, +100, +1000, +10000, +100000 and+1000000. It always has multiple ways of doing things. "How so?", you might ask. To get the number 321, it presses +10 thirty two times and +1 once. Will it get 321? Alternatively, it can press +100 two times and +10 twelve times and +1 once.

5. Two of the many different ways to get 5072 are shown below:

These two ways can be expressed as:

(a) (50 × 100) + (7 × 10) + (2 × 1) = 5072

(b) (3×1000) + (20×100) + (72 ×1) = 5072

? Find a different way to get 5072 and write an expression for the same

Buttons	5072	
+10,00,000		
+1,00,000		
+10,000		
+1,000		3
+100	50	20
+10	7	
+1	2	72



Figure it Out - 1.2

For each number given below, write expressions for at least two different ways to obtain the number through button clicks. Think like Chitti and be creative.

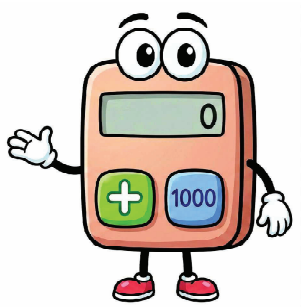
(h) _____ 582؟ مرتبہ

(i) دس ہزار حاصل کرنے کے لیے کتنے سینکڑوں کی ضرورت ہے؟

(j) ایک لاکھ حاصل کرنے کے لیے کتنے سینکڑوں کی ضرورت ہے؟

(k) شاندار سینکڑے تحسیب کار کہتا ہے، "کچھ اعداد ایسے ہیں جو دبنگ دہائی تحسیب کار نہیں دکھا سکتا لیکن میں دکھا سکتا ہوں۔" کیا بیان درست ہے؟ سوچیے اور دریافت کیجیے۔

3. **مفکر ہزاری:** تحسیب کار میں 1000+ کا صرف ایک بٹن ہے۔



نیچے دیے گئے اعداد کو دکھانے کے لیے اسے کتنی مرتبہ دبانا ہوگا:

(a). تین ہزار؟ _____ (b). 10,000؟ _____

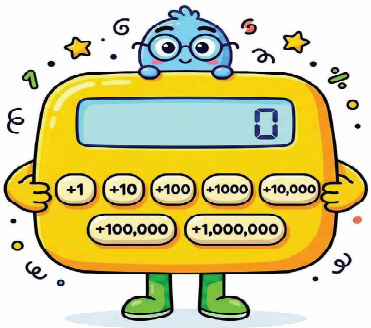
(c). ترپین ہزار؟ _____ (d). 90,000؟ _____

(e). ایک لاکھ؟ _____ (f). _____ 153؟ مرتبہ

(g) ایک لاکھ بنانے کے لیے کتنے ہزار درکار ہیں؟

4. **چالاک چٹی:** ایک الگ قسم کا کیالکولیٹر کار ہے اس میں درج ذیل بٹن ہیں:

+1,+10,+100,+1000,+10000,+1,00,000



اس کے پاس ہمیشہ کام کرنے کے کئی طریقے ہوتے ہیں۔ "ایسا کیسے؟" آپ پوچھ سکتے ہیں۔ عدد 321 حاصل کرنے کے لیے یہ 10+ کو تیس مرتبہ اور 1+ کو ایک مرتبہ دباتا ہے۔ کیا اسے 321 حاصل ہوگا؟ یا پھر یہ 100+ کو دو مرتبہ، 10+ کو بارہ مرتبہ اور 1+ کو ایک مرتبہ دبا سکتا ہے۔

Buttons	5072	
+10,00,000		
+1,00,000		
+10,000		
+1,000		3
+100	50	20
+10	7	
+1	2	72

5. 5072 حاصل کرنے کے کئی طریقوں میں سے دو مندرجہ ذیل ہیں:

(a) $(50 \times 100)+(7 \times 10)+(2 \times 1) = 5072$

(b) $(3\times1000)+(20\times100)+(72 \times 1) = 5072$

5072 حاصل کرنے کے لیے مختلف طریقہ تلاش کیجیے اور اس کی حسابی عبارت لکھیے۔



حل کیجیے-1.2

نیچے دیے ہوئے ہر عدد کے لیے بٹن دبانے کے طریقہ کار کے ذریعے نمبر حاصل کرنے کی کم از کم دو مختلف حسابی عبارتیں لکھیے- چٹی کی طرح سوچیں اور چالاک بنیں۔

(a) 8300

(b) 40629

(c) 56354

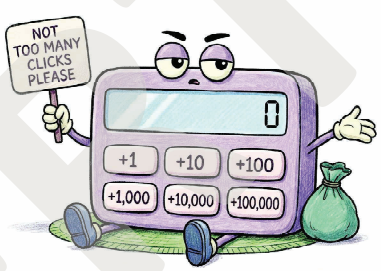
(d) 66666

(e) 367813

Creative Chitti has some questions for you —

(a) You have to make exactly 30 button presses. What is the largest 3-digit number you can make? What is the smallest 3-digit number you can make?

(b) 997 can be made using 25 clicks. Can you make 997 with a different number of clicks?



Create questions like these and challenge your classmates.

Systematic Sippy is a different kind of calculator. It has the following buttons: +1, +10, +100, +1000, +10000, +100000. It wants to be used as minimally as possible.

? How can we get the numbers (a) 5072, (b) 8300 using as few button clicks as possible?

Find out which buttons should be clicked and how many times to get the desired numbers given in the table. The aim is to click as few buttons as possible.

Here is one way to get the number 5072. This method uses 23 button clicks in total.

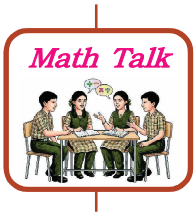
Is there another way to get 5072 using less than 23 button clicks? Write the expression for the same.

Buttons	5072
+10,00,000	
+1,00,000	
+10,000	
+1,000	5
+100	0
+10	6
+1	12



Figure it Out - 1.3

1. For the numbers in the previous exercise, find out how to get each number by making the smallest number of button clicks and write the expression.
2. Do you see any connection between each number and the corresponding smallest number of button clicks?
3. If you notice, the expressions for the least button clicks also give the Indian place value notation of the numbers. Think about why this is so.



(a) 8300

(b) 40629

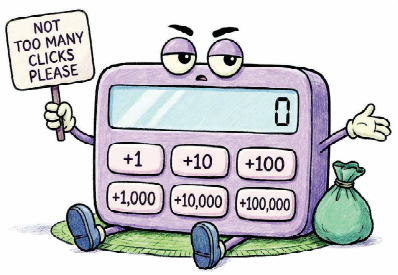
(c) 56354

(d) 66666

(e) 367813

چالاک چیٹی کے پاس آپ کے لیے کچھ سوالات ہیں—

(a) آپ کو ٹھیک 30 مرتبہ بٹن دبانا ہے- 3 ہندسوں والا سب سے بڑا عدد کیا ہے جو آپ حل کر سکتے ہیں؟ 3 ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد کیا ہے جو آپ حل کر سکتے ہیں؟



(b) 25 مرتبہ بٹن دبا کر 997 حاصل کیا جا سکتا ہے۔ کیا آپ کسی اور تعداد میں بٹن دبا کر 997 حاصل کر سکتے ہیں؟ خوب سوچ کر آپ اس طرح کے سوال بنائیے اور اپنے ہم جماعتوں سے پوچھ کر انہیں چیلنج کیجیے۔

منظم پسی ایک مختلف قسم کا تحسیب کار ہے— اس میں درج ذیل بٹن ہیں:

+100000, +10000, +1000, +100, +10, +1

یہ چاہتا ہے کہ اسے استعمال کرتے ہوئے کم سے کم بٹن دبائے جائیں۔

ہم کم سے کم بٹن دبا کر اعداد (a) 5072، (b) 8300 کیسے حاصل کر سکتے ہیں؟

معلوم کیجیے کہ کون سے بٹن کتنی مرتبہ دبانے ہوں گے تاکہ جدول میں دیے گئے مطلوبہ اعداد حاصل ہو سکیں- مقصد ہے کہ کم سے کم بٹن دبائے جائیں۔

یہاں ایک طریقہ پہلے سے ہے جس سے 5072 حاصل کیا جا سکتا ہے۔ اس طریقے میں مجموعی طور پر 23 مرتبہ بٹن دبایا جاتا ہے۔

کیا کوئی اور طریقہ ہے جس سے 5072 کو 23 سے کم مرتبہ بٹن دبا کر حاصل کیا جا سکے؟ اس کی حسابی عبارت لکھیے۔

Buttons	5072
+10,00,000	
+1,00,000	
+10,000	
+1,000	5
+100	0
+10	6
+1	12



حل کیجیے- 1.3

1. پچھلی مشق میں دیے گئے اعداد کے لیے معلوم کیجیے کہ کم سے کم بٹن دبا کر ہر عدد کو کیسے حاصل کیا جا سکتا ہے اور ان کی حسابی عبارت لکھیے۔



2. آپ کو ہر عدد اور اس کے کم سے کم بٹن دبانے کی تعداد کے درمیان کوئی تعلق نظر آتا ہے؟

3. آپ غور کریں تو کم سے کم بٹن دبانے میں ہندوستانی مقامی قدری نظام بھی جھلکتا ہے۔ سوچیے ایسا کیوں ہے؟

What if we press the +10,00,000 button ten times? What number will come up? How many zeroes will it have? What should we call it? The number will be 100 lakhs, which is also called a crore. 1 crore is written as 1,00,00,000 - it is 1 followed by seven zeroes.

1.3 Of Crores and Crores!

The table below shows some numbers according to both the Indian system and the American system (also called the International system) of naming numerals and placing commas. Observe the placement of commas in both systems.

Indian System		American System	
1,000	One thousand	1,000	One thousand
10,000	Ten thousand	10,000	Ten thousand
1,00,000	One lakh	100,000	Hundred thousand
10,00,000	Ten lakhs	1,000,000	One million
1,00,00,000	One crore	10,000,000	Ten million
10,00,00,000	Ten crores	100,000,000	Hundred million
1,00,00,00,000	One arab or One hundred crores	1,000,000,000	One billion

The Indian system of naming numbers is also followed in Bhutan, Nepal, Sri Lanka, Pakistan, Bangladesh, Maldives, Afghanistan, and Myanmar. The words lakh and crore originate from the Sanskrit words laksha and koti. The American system is also used in many countries.

Observe the number of zeroes in 1 lakh and 1 crore.

1 lakh, written in numbers would be 1 followed by 5 zeroes. 1 crore, written in numbers would be 1 followed by 7 zeroes.

A lakh is a hundred times a thousand, a crore is a hundred times a lakh and an arab is a hundred times a crore (i.e., a hundred thousand is 1 lakh, 100 lakhs is 1 crore, and 100 crores is 1 arab).

How many zeros does a thousand lakh have?

The number 9876501234 can be easily read by placing commas first:

(a) 9,87,65,01,234 → 9 arab 87 crore 65 lakhs 1 thousand and 234 or 987 crore 65 lakh 1 thousand 234 (in the Indian system).

(b) 9,876,501,234 → 9 billion 876 million 501 thousand 234 (in the American system).

اگر ہم دس مرتبہ 10,00,000 + کے بٹن دباتے ہیں تو کیا ہو گا؟ کون سا عدد آئے گا؟ اس میں کتنے صفر ہوں گے؟

اسے ہم کیا نام دیں گے؟ یہ 100 لاکھ ہو گا جسے ایک کروڑ بھی کہا جاتا ہے۔

1 کروڑ کو 1,00,00,000- ایسے لکھا جاتا ہے — اس میں 1 کے بعد سات صفر ہوتے ہیں۔

1.3 کروڑوں اور صرف کروڑوں کی باتیں!

درج ذیل جدول میں کچھ اعداد ہندوستانی مقامی قدری نظام اور کچھ امریکی مقامی قدری نظام (بین الاقوامی مقامی قدری نظام) کے مطابق دیے گئے ہیں۔ دونوں نظاموں میں اعداد کو الفاظ میں لکھنے اور سکتہ لگانے کے طریقے کا مشاہدہ کیجیے —

ہندوستانی عددی نظام		امریکی عددی نظام	
1,000	ہزار	1,000	ہزار
10,000	دس ہزار	10,000	دس ہزار
1,00,000	ایک لاکھ	1,000,000	سو ہزار
10,00,000	دس لاکھ	10,000,000	ایک ملین
1,00,00,000	ایک کروڑ	100,000,000	دس ملین
10,00,00,000	دس کروڑ	1,000,000,000	سو ملین
1,00,00,00,000	سو کروڑ یا ایک ارب	10,000,000,000	ایک بلین

بھوٹان، نیپال، سری لنکا، پاکستان، بنگلہ دیش، مالدیپ، افغانستان اور میانمار میں بھی ہندوستانی نظام ہی استعمال ہوتا ہے۔ لاکھ اور کروڑ سنسکرت کے الفاظ لکش اور کوٹی سے آئے ہیں۔ امریکی نظام بھی کئی ممالک میں استعمال ہوتا ہے۔

- ایک لاکھ اور ایک کروڑ میں صفر کی تعداد کا مشاہدہ کیجیے —
- 1 لاکھ کو ہندسوں میں لکھیں تو 1 کے بعد 5 صفر ہوتے ہیں۔
- ایک کروڑ کو ہندسوں میں لکھیں تو 1 کے بعد 7 صفر ہوتے ہیں۔
- ایک لاکھ ایک ہزار کا سو گنا ہے، ایک کروڑ ایک لاکھ کا سو گنا ہے، اور ایک ارب ایک کروڑ کا سو گنا ہوتا ہے۔

(یعنی سو ہزار = 1 لاکھ، 100 لاکھ = 1 کروڑ، اور 100 کروڑ = 1 ارب ہے)۔

ایک ہزار لاکھ میں کتنے صفر ہوتے ہیں؟ _____

❓ عدد 9876501234 کو سکتہ لگا کر آسانی سے پڑھا جا سکتا ہے:

(a) 9,87,65,01,234 ⟵ 9 ارب 87 کروڑ 65 لاکھ 1 ہزار 234 اور یا 987 کروڑ 65 لاکھ 1 ہزار 234 (ہندوستانی عددی نظام میں) —

(b) 9,876,501,234 ⟵ 9 بلین 876 ملین 501 ہزار 234 (امریکی عددی نظام میں) —



Figure it Out - 1.4

1. Read the following numbers in Indian place value notation and write their number names in both the Indian and American systems:
   (a) 4050678 (b) 48121620
   (c) 20022002 (d) 246813579
   (e) 345000543 (f) 1020304050
2. Write the following numbers in Indian place value notation:
   (a) One crore one lakh one thousand ten
   (b) One billion one million one thousand one
   (c) Ten crore twenty lakh thirty thousand forty
   (d) Nine billion eighty million seven hundred thousand six hundred
3. Compare and write '<', '>' or '=':
   (a) 30 thousand ____ 3 lakhs
   (b) 500 lakhs _____ 5 million
   (c) 800 thousand ____ 8 million
   (d) 640 crore _____ 60 billion
   We shall come across even bigger numbers in later grades.

1.4 Exact and Approximate Values



What do you think of this conversation? Have you read or heard such headlines or statements?

Very often, exact numbers are not required and just an approximation is sufficient. For example, according to the 2011 census, the population of Amalapuram town is 76,068. Instead, saying that the population is about 75,000 is enough to give an idea of how big the quantity is.



حل کیجیے-1.4

1. مندرجہ ذیل اعداد کو ہندوستانی مقامی قدری نظام کے مطابق لکھیے اور ہندوستانی و بین الاقوامی عددی نظام کے مطابق ان کو لفظوں میں لکھیے۔

(الف) 4050678 (ب) 48121620

(ج) 20022002 (د) 246813579

(ہ) 345000543 (و) 1020304050

2. مندرجہ ذیل اعداد کو ہندوستانی مقامی قدری نظام کے مطابق ہندسوں میں لکھیے:

(الف) ایک کروڑ ایک لاکھ ایک ہزار دس

(ب) ایک ارب بیس لاکھ ملین ایک ہزار ایک

(ج) دس کروڑ بیس لاکھ تیس ہزار چالیس

(د) نو ملین تیس لاکھ سات سو ہزار چھ سو

3. موازنہ کیجیے اور "$>$"، "$<$" یا "$=$" کا استعمال کیجیے:

(الف) 30 ہزار _____ 3 لاکھ

(ب) 500 لاکھ _____ 5 ملین

(ج) 800 ہزار _____ 8 ملین

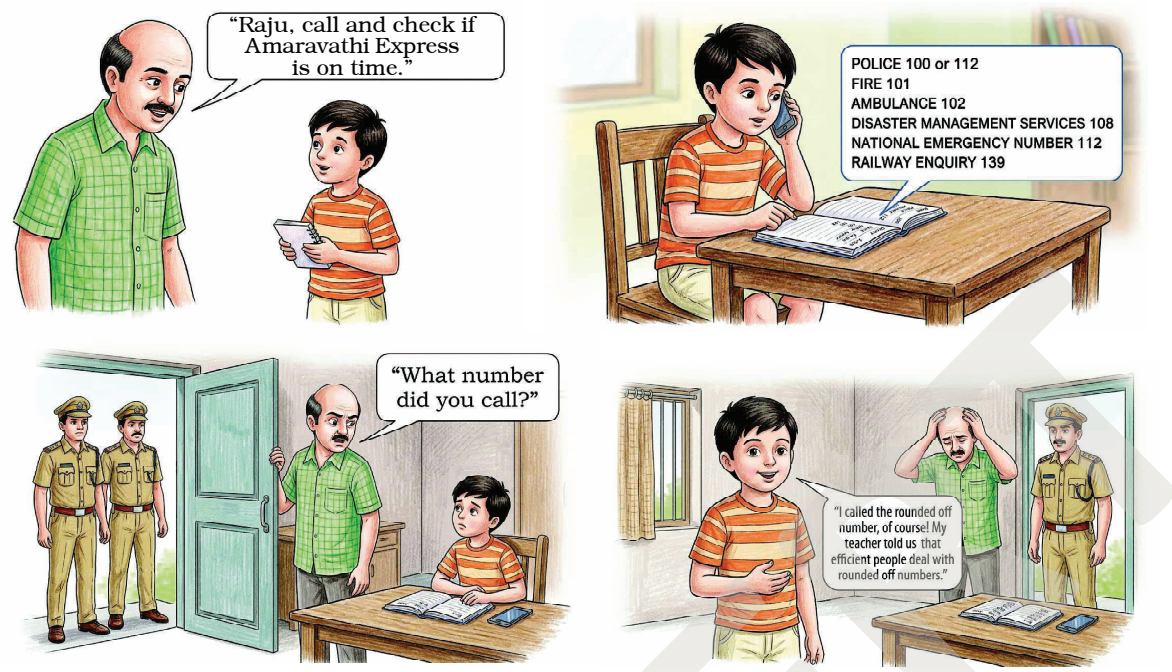
(د) 640 کروڑ _____ 60 ملین

1.4 قطعی درست اور تخمینی قدری



اس گفتگو کے بارے میں آپ کا کیا خیال ہے؟ کیا آپ نے ایسی سرخیاں یا بیانات پڑھے یا سنے ہیں؟

اکثر، قطعی درست اعداد کی ضرورت نہیں ہوتی ہے۔ صرف ایک تخمینہ (اندازہ) کافی ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر 2011 کی مردم شماری کے مطابق املاپورم قصبے کی آبادی 76,068 ہے۔ سرسری نگاہ سے یہ کہنا کہ آبادی تقریباً 75,000 ہے، تخمینہ لگانے کے لیے کافی سمجھا جاتا ہے۔



There are situations where it makes sense to round up a number (rounding up is when the approximated number is more than the actual number). For example, if a school has 732 people including students, teachers and staff: the principal might order 750 sweets instead of 700 sweets.

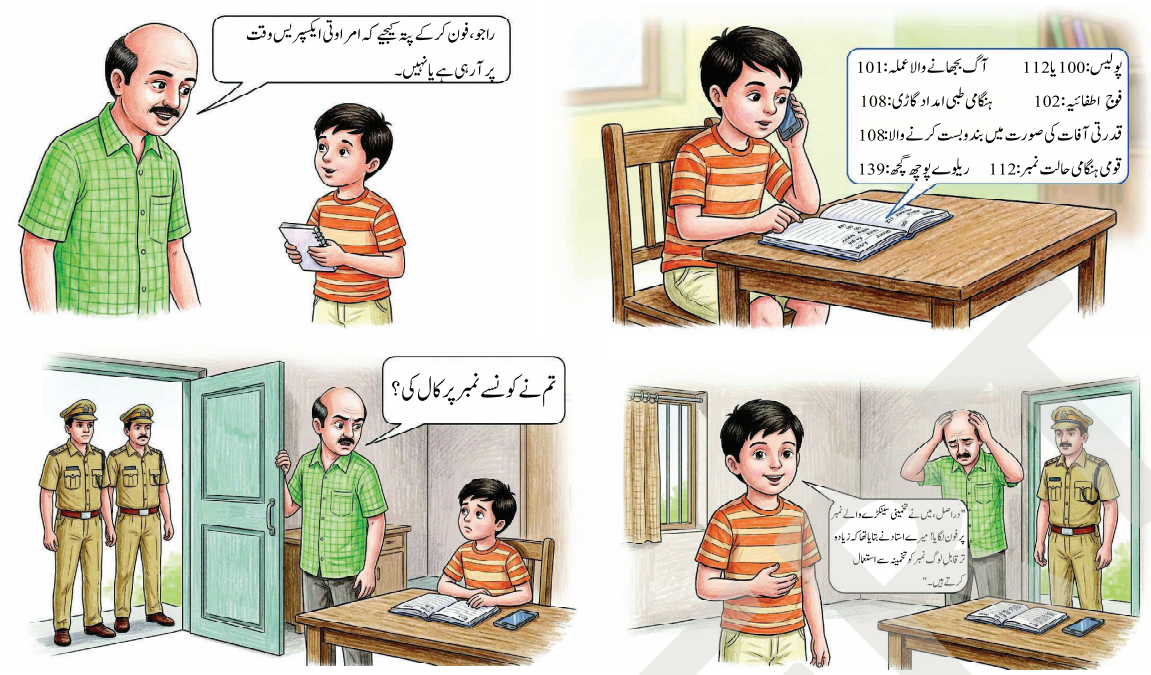
There are situations where it is better to round down (rounding down is when the approximated number is less than the actual number). For example, if the cost of an item is ₹470, the shopkeeper may say that the cost is around ₹450 instead of saying it is around ₹500.

Think and share situations where it is appropriate to (a) round up, (b) round down, (c) either rounding up or rounding down is okay and (d) when exact numbers are needed.

Nearest Neighbours

With large numbers it is useful to know the nearest thousand, lakh or crore. For example, the nearest neighbours of the number 6,72,85,183 are shown in the table below.

Nearest thousand	6,72,85,000
Nearest ten thousand	6,72,90,000
Nearest lakh	6,73,00,000
Nearest ten lakh	6,70,00,000
Nearest crore	7,00,00,000



کچھ حالات میں اعداد کو اوپر کی طرف بڑھانا درست ہوتا ہے۔ (اوپر کی طرف بڑھانے کا مطلب ہے کہ تخمینے والا عدد اصل عدد سے زیادہ ہوتا ہے۔) مثال: اگر کسی اسکول میں طلباء، اساتذہ اور عملہ سمیت کل 732 افراد ہیں، تو پرنسپل 700 مٹھائیوں کے بجائے 750 مٹھائیاں منگوا سکتا ہے۔

کچھ حالات میں اعداد کو نیچے کی طرف گھٹانا بہتر ہوتا ہے۔ (نیچے کی طرف گھٹانے کا مطلب ہے کہ تخمینے والا عدد اصل عدد سے کم ہوتا ہے۔) مثال: اگر کسی چیز کی قیمت 470 روپے ہے، تو دکاندار یہ کہنے کے بجائے کہ اس کی قیمت تقریباً 500 روپے ہے، وہ یہ کہہ سکتا ہے کہ یہ تقریباً 450 روپے کی ہوگی۔

سون چیلو ران حالات کے بارے میں بتائیے جہاں مناسب ہوگا: (a) اوپر کی طرف بڑھانا۔ (b) نیچے کی طرف گھٹانا۔ (c) اوپر یا نیچے دونوں میں سے کسی ایک طرف بڑھانا ٹھیک ہوگا۔ (d) جب قطعی درست اعداد کی ضرورت ہو۔

قریب ترین پڑوسی اعداد

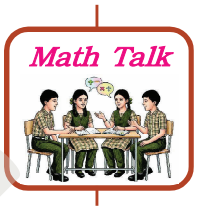
بڑے اعداد کے تعلق سے یہ جاننا سودمند ہوتا ہے کہ ان میں ہزار، لاکھ یا کروڑ کے قریب ترین کون سا عدد ہے۔ مثال کے طور پر عدد 6,72,85,183

6,72,85,000	قریب ترین ہزار
6,72,90,000	قریب ترین دس ہزار
6,73,00,000	قریب ترین لاکھ
6,70,00,000	قریب ترین دس لاکھ
7,00,00,000	قریب ترین کروڑ

? Similarly, write the five nearest neighbours for these numbers:

(a) 3,87,69,957

(b) 29,05,32,481



? I have a number for which all five nearest neighbours are 5,00,00,000. What could the number be? How many such numbers are there?

Hasantika and Srestha are estimating the values of simple expressions.

1. 4,63,128 + 4,19,682,

Hasantika: "The sum is near 8,00,000 and is more than 8,00,000."

Srestha : "The sum is near 9,00,000 and is less than 9,00,000."

(a) Are these estimates correct? Whose estimate is closer to the sum?

(b) Will the sum be greater than 8,50,000 or less than 8,50,000? Why do you think so?

(c) Will the sum be greater than 8,83,128 or less than 8,83,128? Why do you think so?

(d) Exact value of 4,63,128 + 4,19,682 = _____

2. 14,63,128 – 4,90,020

Hasantika: "The difference is near 10,00,000 and is less than 10,00,000."

Srestha : "The difference is near 9,00,000 and is more than 9,00,000."

(a) Are these estimates correct? Whose estimate is closer to the difference?

(b) Will the difference be greater than 9,50,000 or less than 9,50,000? Why do you think so?

(c) Will the difference be greater than 9,63,128 or less than 9,63,128? Why do you think so?

(d) Exact value of 14,63,128 – 4,90,020 = _____

Note to the Teacher: Ask students questions like — "what could the numbers be if the sum had to be less than 8,50,000."

APSCERT



؟ اسی طرح، ان اعداد کے پانچ قریب ترین پڑوسی لکھیے:

3,87,69,957.(a)

29,05,32,481.(b)

؟ میرے پاس ایک عدد ہے جس کے تمام پانچ قریب ترین پڑوسی 5,00,00,000 ہیں۔ وہ عدد کیا ہو سکتا ہے؟ ایسے کتنے اعداد ہو سکتے ہیں؟

حسنتیکا اور سریستھا سادہ عبارات کی قدر کا تخمینہ لگا رہی ہیں:

4,19,682 + 4,63,128.1

- حسنتیکا: "حاصلِ جمع تقریباً 8,00,000 کے قریب ہے اور 8,00,000 سے زیادہ ہے۔"
- سریستھا: "حاصلِ جمع 9,00,000 کے قریب ہے اور 9,00,000 سے کم ہے۔"

(a) کیا یہ اندازے درست ہیں؟ کس کا اندازہ حاصلِ جمع کے قریب ہے؟

(b) کیا حاصلِ جمع 8,50,000 سے زیادہ ہو گا یا کم؟ آپ کو ایسا کیوں لگتا ہے؟

(c) کیا حاصلِ جمع 8,83,128 سے زیادہ ہو گا یا کم؟ آپ کو ایسا کیوں لگتا ہے؟

(d) 4,19,682 + 4,63,128 کی قطعی درست قدر = _____ ہے۔

4,90,020 - 14,63,128.2

- حسنتیکا: "فرق تقریباً 10,00,000 کے قریب ہے اور 10,00,000 سے کم ہے۔"
- سریستھا: "فرق تقریباً 9,00,000 کے قریب ہے اور 9,00,000 سے زیادہ ہے۔"

(a) کیا یہ تخمینے درست ہیں؟ کس کا تخمینہ فرق کے زیادہ قریب ہے؟

(b) کیا فرق 9,50,000 سے زیادہ ہو گا یا کم؟ آپ کو ایسا کیوں لگتا ہے؟

(c) کیا فرق 9,63,128 سے زیادہ ہو گا یا کم؟ آپ کو ایسا کیوں لگتا ہے؟

(d) 14,63,128 - 4,90,020 کی قطعی درست قدر = _____ ہے۔

اساتذہ کے لیے نوٹ: طلبہ سے اس طرح کے سوالات پوچھیے جیسے "اگر حاصلِ جمع 8,50,000 سے کم ہو تو اعداد کیا ہو سکتے ہیں؟"

AP SCERT

Populations of Cities

Observe the populations of some Indian cities in the table below.

Rank	City	Population (2011)	Population (2001)
1	Mumbai	1,24,42,373	1,19,78,450
2	New Delhi	1,10,07,835	98,79,172
3	Bengaluru	84,25,970	43,01,326
4	Hyderabad	68,09,970	36,37,483
5	Ahmedabad	55,70,585	35,20,085
6	Chennai	46,81,087	43,43,645
7	Kolkata	44,86,679	45,72,876
8	Surat	44,67,797	24,33,835
9	Vadodara	35,52,371	16,90,000
10	Pune	31,15,431	25,38,473
11	Jaipur	30,46,163	23,22,575
12	Lucknow	28,15,601	21,85,927
13	Kanpur	27,67,031	25,51,337
14	Nagpur	24,05,665	20,52,066
15	Indore	19,60,631	14,74,968
16	Thane	18,18,872	12,62,551
17	Bhopal	17,98,218	14,37,354
18	Visakhapatnam	17,28,128	13,45,938
19	Pimpri-Chinchwad	17,27,692	10,12,472
20	Patna	16,84,222	13,66,444

AP SCERT

شہروں کی آبادی

مندرجہ ذیل جدول میں کچھ ہندوستانی شہروں کی آبادی کا مشاہدہ کیجیے:

	شہر	آبادی(2011)	آبادی(2001)
1	ممبئی	1,24,42,373	1,19,78,450
2	نئی دہلی	1,10,07,835	98,79,172
3	بنگلور	84,25,970	43,01,326
4	حیدرآباد	68,09,970	36,37,483
5	احمد آباد	55,70,585	35,20,085
6	چنئی	46,81,087	43,43,645
7	کولکتہ	44,86,679	45,72,876
8	سورت	44,67,797	24,33,835
9	وڈودرا	35,52,371	16,90,000
10	پونے	31,15,431	25,38,473
11	جے پور	30,46,163	23,22,575
12	لکھنؤ	28,15,601	21,85,927
13	کانپور	27,67,031	25,51,337
14	ناگپور	24,05,665	20,52,066
15	اندور	19,60,631	14,74,968
16	تھانے	18,18,872	12,62,551
17	بھوپال	17,98,218	14,37,354
18	وشاکھاپٹنم	17,28,128	13,45,938
19	پمپری-چنچواڑ	17,27,692	10,12,472
20	پٹنہ	16,84,222	13,66,444

APSCERT

From the information given in the table, answer the following questions by approximation:

1. What is your general observation about this data? Share it with the class.
2. How much is the population of Pune in 2011? Approximately, by how much has it increased compared to 2001?
3. Which city's population increased the most between 2001 and 2011?
4. Are there cities whose population has almost doubled? Which are they?
5. By what number should we multiply Patna's population to get a number/population close to that of Mumbai?

Fascinating Facts about Large Numbers

Some interesting facts about large numbers are hidden below. Calculate the product or quotient to uncover the facts. Once you find the product or quotient, read the number in both Indian and American naming systems. Share your thoughts and questions about the fact with the class after you discover each number.

1250×380

is the number of kirtanas composed by Purandaradasa according to legends.
Purandaradasa was a composer and singer in the 15th century. His kirtanas spanned social reform, bhakti and spirituality. He systematised methods for teaching Carnatic music which is followed to the present day.





How many years did he live to compose so many songs? At what age did he start composing songs? If he composed 4,75,000 songs, how many songs per year did he have to compose?

© NCERT

جدول میں دی ہوئی معلومات کی روشنی میں مندرجہ ذیل سوالات کا اندازہ لگا کر جواب دیجیے:

1. آپ کا اس ڈیٹا کے بارے میں عمومی مشاہدہ کیا ہے؟ کلاس کو بتائیے۔
2. 2011 میں پونے کی آبادی کتنی تھی؟ 2001 کے مقابلے میں تقریباً اس میں کتنا اضافہ ہوا؟
3. 2001 اور 2011 کے درمیان کس شہر کی آبادی میں سب سے زیادہ اضافہ ہوا؟
4. کیا ایسے شہر ہیں جن کی آبادی تقریباً دوگنی ہو گئی؟ وہ کون سے ہیں؟
5. ہمیں پٹنہ کی آبادی کو کس عدد سے ضرب دینا چاہیے تاکہ وہ عدد یا آبادی کی تعداد مل سکے جو ممبئی کی آبادی کے قریب ترین ہو۔

بڑے اعداد کے بارے میں دلچسپ حقائق

بڑے اعداد سے متعلق کچھ دلچسپ حقائق نیچے چھپے ہوئے ہیں۔ حقائق سے پردہ اٹھانے کے لیے حاصلِ ضرب یا حاصلِ تقسیم کا حساب لگائیے۔ جب آپ کو حاصلِ ضرب یا حاصلِ تقسیم مل جائے تو ہندوستانی اور امریکی نظام کے مطابق اعداد کو پڑھیے۔ ہر عدد کی دریافت کے بعد اس کے بارے میں اپنی جماعتوں کو اپنے خیالات اور سوالات بتائیے۔



1250 × 380

روایتوں کے مطابق یہ ان کیرتنوں کی تعداد ہے جو پُرندر داس نے تخلیق کیے۔ وہ 15ویں صدی کے ایک گلوکار اور موسیقار تھے۔ ان کے کیرتنوں نے سماجی اصلاح، بھکتی اور روحانیت کو فروغ دیا۔ انہوں نے کرناٹک موسیقی کی تدریس اور سیکھنے کے طریقے کو منظم کیا، جس پر آج بھی عمل کیا جاتا ہے۔



اتنے زیادہ گانے بنانے کے لیے وہ کتنے سال تک زندہ رہے ہوں گے؟ انہوں نے کس عمر میں گانا بنانا شروع کیا؟ اگر انہوں نے 4,75,000 گانے بنائے تو اس حساب سے انہوں نے ہر سال کتنے گانے بنائے؟

2100 × 70,000

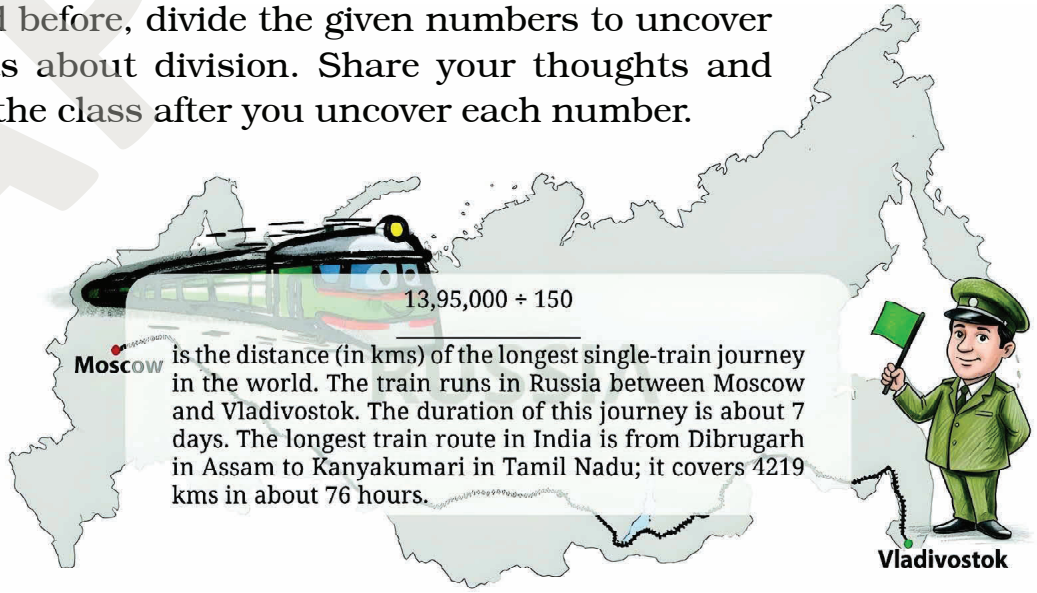
is the approximate distance in kilometers, between the Earth and the Sun.
This distance keeps varying throughout the year.
The farthest distance is about 152 million kilometers.



6400 × 62,500

is the average number of litres of water the Amazon river discharges into the Atlantic Ocean every second. The river's flow into the Atlantic is so much that drinkable freshwater is found even 160 kilometers into the open sea.

As you did before, divide the given numbers to uncover interesting facts about division. Share your thoughts and questions with the class after you uncover each number.



13,95,000 ÷ 150

is the distance (in kms) of the longest single-train journey in the world. The train runs in Russia between Moscow and Vladivostok. The duration of this journey is about 7 days. The longest train route in India is from Dibrugarh in Assam to Kanyakumari in Tamil Nadu; it covers 4219 kms in about 76 hours.

2100 × 70,000

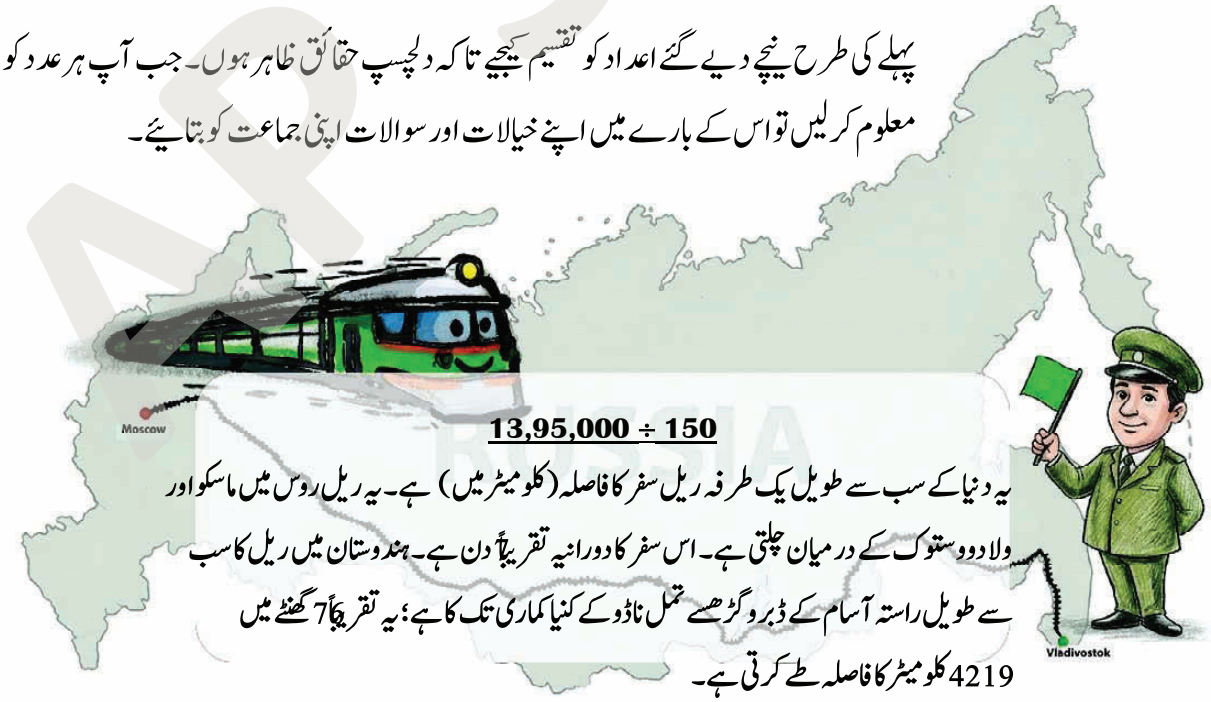
یہ زمین اور سورج کے درمیان کا فاصلہ کلومیٹر میں اندازے کے مطابق تحریر کیا گیا ہے۔
یہ فاصلہ سال بھر بدلتا رہتا ہے۔ سب سے زیادہ فاصلہ تقریباً 152 ملین کلومیٹر ہے۔



6400 × 62,500

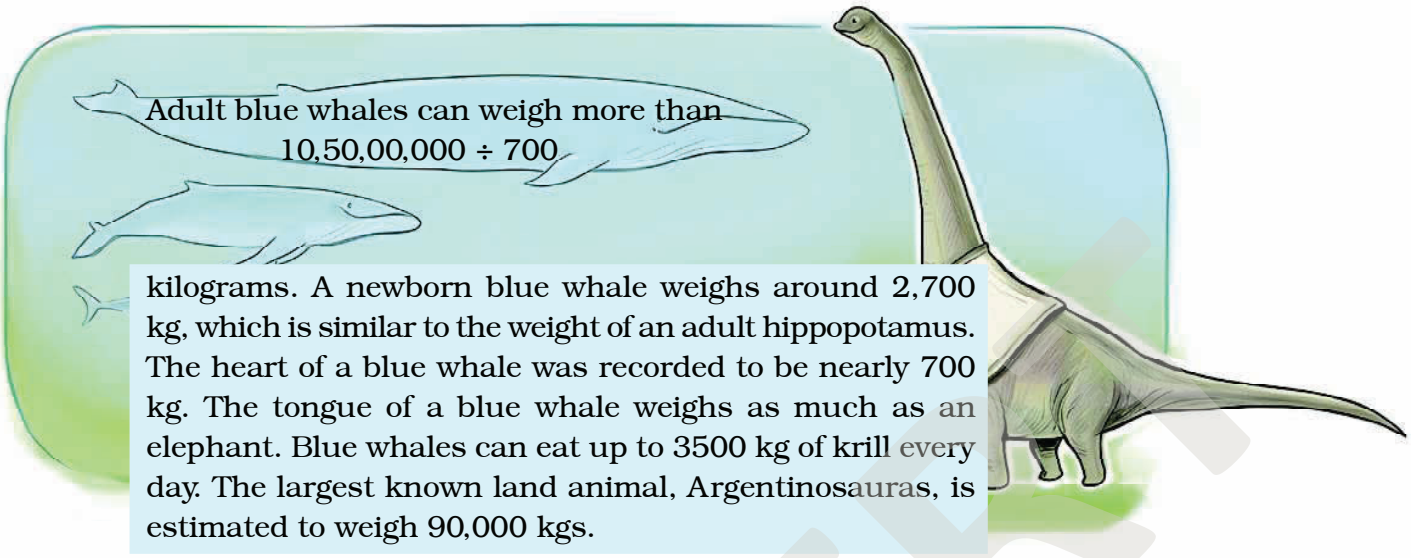
یہ اوسط مقدار لیٹر میں اس پانی کی ہے جو ایمیزون دریا سے ہر سیکنڈ میں بحر اوقیانوس میں گرتا ہے۔ بحر اوقیانوس میں دریا کا بہاؤ اتنا زیادہ ہوتا ہے کہ پینے کے قابل تازہ میٹھا پانی کھلے سمندر میں 160 کلومیٹر کی دوری تک بھی پایا جاتا ہے۔

پہلے کی طرح نیچے دیے گئے اعداد کو تقسیم کیجیے تاکہ دلچسپ حقائق ظاہر ہوں۔ جب آپ ہر عدد کو معلوم کر لیں تو اس کے بارے میں اپنے خیالات اور سوالات اپنی جماعت کو بتائیے۔



13,95,000 ÷ 150

یہ دنیا کے سب سے طویل یک طرفہ ریل سفر کا فاصلہ (کلومیٹر میں) ہے۔ یہ ریل روس میں ماسکو اور ولادووستوک کے درمیان چلتی ہے۔ اس سفر کا دورانیہ تقریباً 7 دن ہے۔ ہندوستان میں ریل کا سب سے طویل راستہ آسام کے ڈبروگڑھ سے تمل ناڈو کے کنیا کماری تک کا ہے؛ یہ تقریباً 7 گھنٹے میں 4219 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے۔



kilograms. A newborn blue whale weighs around 2,700 kg, which is similar to the weight of an adult hippopotamus. The heart of a blue whale was recorded to be nearly 700 kg. The tongue of a blue whale weighs as much as an elephant. Blue whales can eat up to 3500 kg of krill every day. The largest known land animal, Argentinosauras, is estimated to weigh 90,000 kgs.



Large Number Fact

In a single gram of healthy soil there can be 100 million to 1 billion bacteria and 1 lakh to 1 million fungi, which can support plants' growth and health.

Share such large-number facts you know / come across with your class.

Veda Numbers:

Number names in ancient Bharat

Vedas used words for numbers.

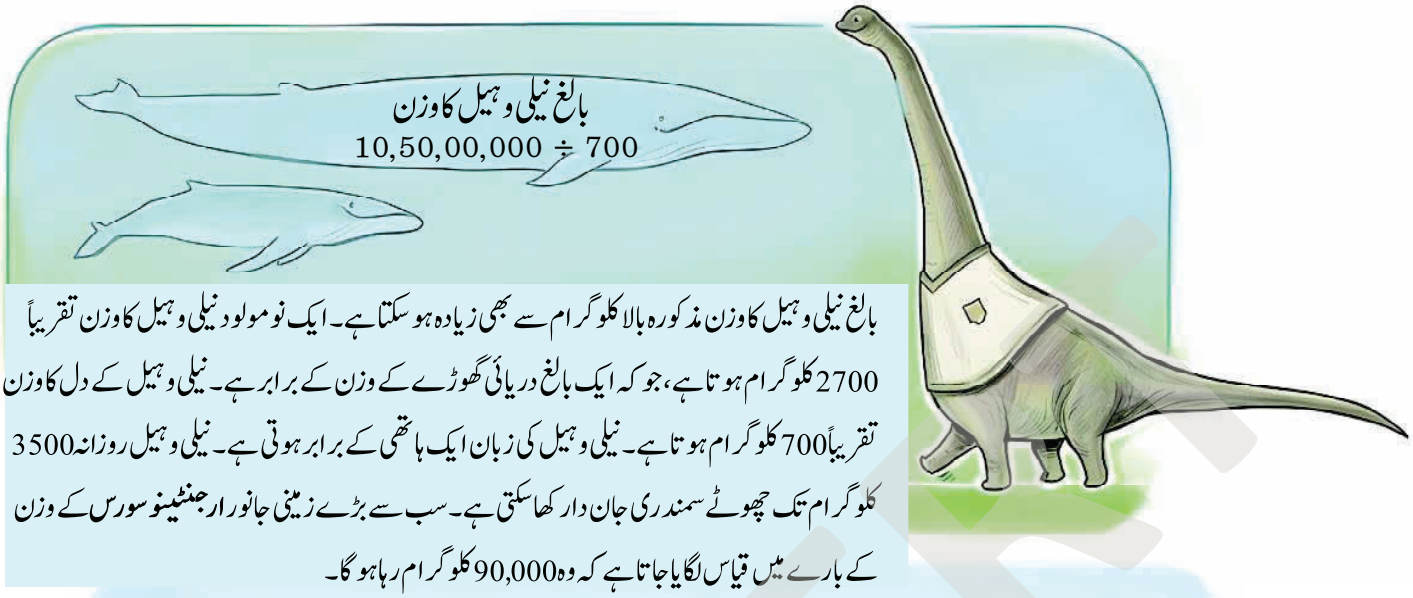
For example, Tridasati = Trimsat = $3 \times 10 = 30$

Ekatrimsat (eka+trimsat) = $30 + 1 = 31$

Yajurveda referred the height number as parardha = 10^{12} = 1 lakh crore.

Siddhartha (Gowtama Buddha) counted numbers upto Tallakshana = 10^{53}

Ramayana mentioned numbers up Mahayuga 10^{62}.



بالغ نیلی وہیل کا وزن مذکورہ بالا کلو گرام سے بھی زیادہ ہو سکتا ہے۔ ایک نومولود نیلی وہیل کا وزن تقریباً 2700 کلو گرام ہوتا ہے، جو کہ ایک بالغ دریائی گھوڑے کے وزن کے برابر ہے۔ نیلی وہیل کے دل کا وزن تقریباً 700 کلو گرام ہوتا ہے۔ نیلی وہیل کی زبان ایک ہاتھی کے برابر ہوتی ہے۔ نیلی وہیل روزانہ 3500 کلو گرام تک چھوٹے سمندری جان دار کھا سکتی ہے۔ سب سے بڑے زمینی جانور ارجنٹینو سورس کے وزن کے بارے میں قیاس لگایا جاتا ہے کہ وہ 90,000 کلو گرام رہا ہو گا۔

$52,00,00,00,000 \div 130$

یہ سال 2021 میں جمع ہونے والے عالمی پلاسٹک کچرے کا وزن ہے جو کہ ٹن میں ہے۔



بڑے اعداد کی حقیقت

ایک گرام صحت مند مٹی میں تقریباً 100 ملین سے 1 بلین بیکٹیریا اور 1 لاکھ سے 10 لاکھ پھپھوندیاں ہو سکتی ہیں جو پودوں کی نشو نما اور صحت کو بڑھاتی ہیں۔

اس طرح کے بڑے اعداد والے حقائق جن سے آپ واقف ہیں، ان کے بارے میں اپنی جماعت کو بتائیے۔

ویدک اعداد:

قدیم بھارت میں اعداد کے نام ویدوں (Vedas) میں اعداد کے لیے الفاظ کا استعمال کیا جاتا تھا۔

مثال کے طور پر: تری داشتی =

ایکاتریم ست (ایکا + تریم ست) =

یجروید: اس میں سب سے بڑی تعداد کو 'پرارودھ' کہا گیا ہے 10^{12} (یعنی 1 لاکھ کروڑ)۔

سدھارتھا (گوتم بدھ): انہوں نے 'تلاکشانا' 10^{53} تک گنتی کی۔ رامائن: اس میں 'مہایوگ' $=10^{62}$ تک کے اعداد کا ذکر ملتا ہے۔

1.6 Did You Ever Wonder...?

Surya is amused by all these interesting facts about large numbers. While thinking about these, he came up with an unusual question, "Could the entire population of Mumbai fit into 1 lakh buses?"

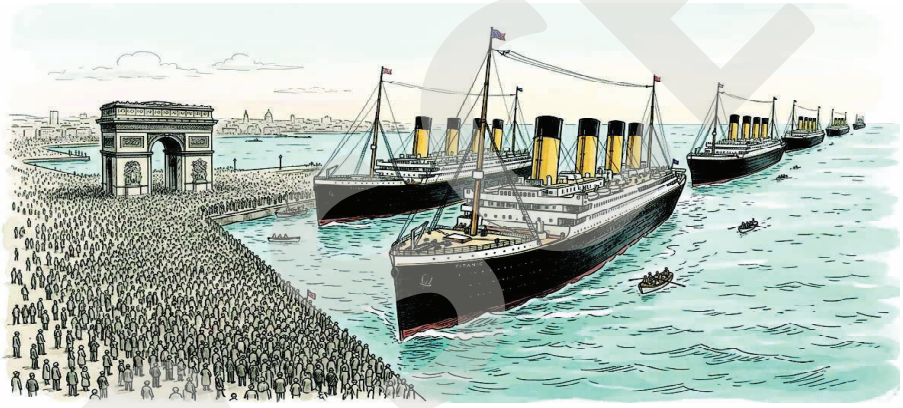
What do you think?

How can we find out?

Let us assume a bus can accommodate 50 people. Then 1 lakh buses can accommodate 1 lakh × 50 = 50 lakh people.

The population of Mumbai is more than 1 crore 24 lakhs (we saw this in an earlier table). So, the entire population of Mumbai cannot fit in 1 lakh buses.

The RMS Titanic ship carried about 2500 passengers. Can the population of Mumbai fit into 5000 such ships?



Inspired by this strange question, Rakshitha wondered, "If I could travel 100 kilometers every day, could I reach the Moon in 10 years?" (The distance between the Earth and the Moon is 3,84,400 km.)

How far would she have travelled in a year?

How far would she have travelled in 10 years?

Is it not easier to perform these calculations in stages? You can use this method for all large calculations.

Find out if you can reach the Sun in a lifetime, if you travel 1000 kilometers every day. (You had written down the distance between the Earth and the Sun in a previous exercise.)

Make necessary reasonable assumptions and answer the questions below:

1.6 کیا آپ نے کبھی سوچا....؟

سور یا بڑے اعداد کے دلچسپ حقائق کو جان کر حیران ہو جاتا ہے۔ ان کے بارے میں غور و فکر کرتے ہوئے اس کے دماغ میں ایک انوکھا سوال آتا ہے- "کیا ممبئی کی پوری آبادی کو ایک لاکھ بسوں میں بٹھایا جا سکتا ہے؟"

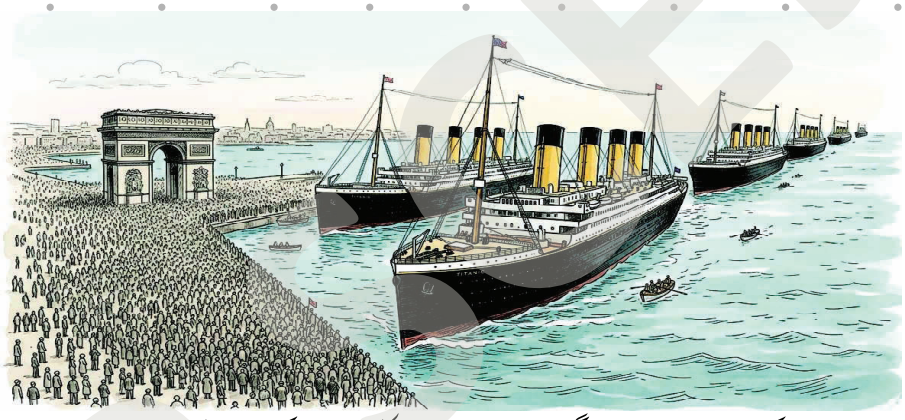
آپ کا کیا خیال ہے؟

ہم کیسے معلوم کر سکتے ہیں؟

فرض کیجیے کہ ایک بس میں 50 افراد بیٹھ سکتے ہیں- تو پھر 1 لاکھ بسوں میں 1 لاکھ x 50 = 50 لاکھ افراد بیٹھ سکتے ہیں۔

ممبئی کی کل آبادی 1 کروڑ 24 لاکھ سے زیادہ ہے (جیسا کہ ہم یہ پہلے ایک جدول میں دیکھ چکے ہیں) اس لیے ممبئی کی پوری آبادی ایک لاکھ بسوں میں نہیں بیٹھ سکتی۔

؟ آر ایم ایس ٹیٹانک (RMS Titanic) جہاز میں تقریباً 2500 مسافر سوار تھے۔ کیا ممبئی کی آبادی کو ایسے 5000 جہازوں میں بٹھایا جا سکتا ہے؟



اس انوکھے سوال سے متاثر ہو کر رکشیتا نے سوچا "اگر میں روزانہ 100 کلو میٹر سفر کروں، تو کیا میں 10 سالوں میں چاند تک پہنچ سکتی ہوں؟" (زمین اور چاند کے درمیان 3,84,400 کلو میٹر کا فاصلہ ہے)۔

- وہ ایک سال میں کتنا سفر طے کرے گی؟
- وہ دس سال میں کتنا سفر طے کرے گی؟

ان حسابات کو اگر مرحلہ وار انجام دیا جائے تو کیا یہ آسان نہیں ہو گا؟ آپ یہ طریقہ تمام بڑے حسابات کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔

؟ معلوم کیجیے کہ اگر آپ روزانہ 1000 کلو میٹر کا سفر طے کریں تو کیا زندگی بھر سفر کرتے رہنے کے بعد آپ سورج تک پہنچ سکتے ہیں؟ (آپ نے گزشتہ مشق میں زمین اور سورج کے درمیان کا فاصلہ لکھا تھا)۔

؟ معقول ضروری مفروضات کے ساتھ درج ذیل سوالوں کے جوابات دیجیے:

(a) If a single sheet of paper weighs 5 grams, could you lift one lakh sheets of paper together at the same time?

(b) If 250 babies are born every minute across the world, will a million babies be born in a day?

(c) Can you count 1 million coins in a day? Assume you can count 1 coin every second.

Think and create more such fun questions and share them with your class.



Figure it Out - 1.5

1. Using all digits from 0 – 9 exactly once (the first digit cannot be 0) to create a 10-digit number, write the
   (a) Largest multiple of 5
   (b) Smallest even number
2. The number 10,30,285 in words is Ten lakhs thirty thousand two hundred eighty five, which has 43 letters. Give a 7-digit number name which has the maximum number of letters.
3. Write a 9-digit number where exchanging any two digits results in a bigger number. How many such numbers exist?
4. Strike out 10 digits from the number 12345123451234512345 so that the remaining number is as large as possible.
5. The words 'zero' and 'one' share letters 'e' and 'o'. The words 'one' and 'two' share a letter 'o', and the words 'two' and 'three' also share a letter 't'. How far do you have to count to find two consecutive numbers which do not share an English letter in common?



6. Suppose you write down all the numbers 1, 2, 3, 4, ..., 9, 10, 11, ... The tenth digit you write is '1' and the eleventh digit is '0', as part of the number 10.
   (a) What would the 1000th digit be? At which number would it occur?
   (b) What number would contain the millionth digit?
   (c) When would you have written the digit '5' for the 5000th time?



© NCERT not to be republished

(a) اگر کسی کاغذ کے ایک ورق کا وزن 5 گرام ہو تو کیا آپ ایک ہی وقت میں ایک لاکھ کاغذ کے اوراق اٹھا سکتے ہیں؟

(b) اگر دنیا بھر میں ایک منٹ میں 250 بچے پیدا ہوتے ہوں تو کیا ایک دن میں 10 لاکھ بچے پیدا ہونگے؟

(c) کیا آپ ایک دن میں 1 ملین سیکنڈ گن سکتے ہیں؟ فرض کیجیے کہ آپ ہر ایک سیکنڈ میں 1 سیکنڈ گن سکتے ہیں۔

اس طرح کے مزید دلچسپ سوالات سوچیے اور اپنے ہم جماعتوں کو بتائیے۔



حل کیجیے-1.5

1. 0 سے 9 تک کے سبھی ہندسے صرف ایک مرتبہ استعمال کرتے ہوئے 10 ہندسوں والا ایک عدد بنائیے اور لکھیے (واضح رہے کہ پہلا ہندسہ '0' نہیں ہو سکتا)۔

(a) 5 کا سب سے بڑا ضعف (Multiple)

(b) سب سے چھوٹا جفت عدد (Even Number)

2. 10,30,285 کو الفاظ میں لکھا جائے تو یہ بنتا ہے "دس لاکھ تیس ہزار دو سو پچاسی"۔
جس میں انگریزی کے 41 حروف ہیں۔ ایسا 7 ہندسوں والا عدد بنائیے جس کو الفاظ میں لکھنے پر سب سے زیادہ حروف استعمال ہوں۔

3. ایسا 9 ہندسوں والا عدد لکھیے جس کے کسی بھی دو ہندسوں کا تبادلہ کرنے سے ایک بڑا عدد بنے۔ ایسے کتنے اعداد ہو سکتے ہیں؟

4. عدد 123451234512345123451234 میں سے کوئی بھی 10 ہندسے ہٹا دیجیے تاکہ جو عدد باقی بچے وہ ممکنہ حد تک سب سے بڑا ہو۔

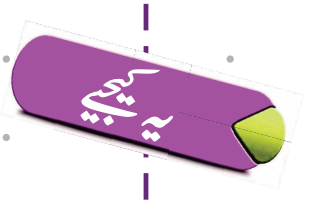
5. الفاظ 'Zero' اور 'One' میں 'e' اور 'o' دونوں حروف آئے ہیں۔ الفاظ 'One' اور 'Two' میں حرف 'o' مشترک ہے اور 'Two' اور 'Three' میں حرف 't' مشترک ہے۔ تو آپ کو کتنے عدد تک گنتی کرنی ہوگی تاکہ آپ کو ایسے مسلسل دو عدد ملیں جس میں کوئی انگریزی حرف مشترک نہ ہو؟

6. فرض کیجیے کہ آپ 1,2,3,4,..... ,9,10,11,..... تمام اعداد لکھتے جا رہے ہیں تو دسواں ہندسہ جو آپ لکھیں گے وہ '1' اور گیارہواں ہندسہ '0' ہے جو کہ عدد 10 کا حصہ ہے۔



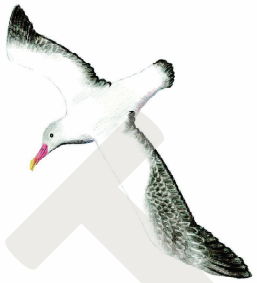
(a) ہزارواں ہندسہ کیا ہوگا؟ یہ کس نمبر پر آئے گا؟

(b) کس نمبر پر دس لاکھواں ہندسہ ہوگا؟



(c) آپ نے پانچ ہزارویں مرتبہ '5' ہندسہ کب لکھا ہوگا؟

7. A calculator has only '+10,000' and '+100' buttons. Write an expression describing the number of button clicks to be made for the following numbers:
   (a) 20,800
   (b) 92,100
   (c) 1,20,500
   (d) 65,30,000
   (e) 70,25,700



8. How many lakhs make a billion?
9. You are given two sets of number cards numbered from 1 – 9. Place a number card in each box below to get the (a) largest possible sum (b) smallest possible difference of the two resulting numbers.





10. You are given some number cards; 4000, 13000, 300, 70000, 150000, 20, 5. Using the cards get as close as you can to the numbers below using any operation you want. Each card can be used only once for making a particular number.
    (a) 1,10,000: Closest I could make is
    $4000 \times (20 + 5) + 13000 = 1,13,000$
    (b) 2,00,000:
    (c) 5,80,000:
    (d) 12,45,000:
    (e) 20,90,800:





11. Find out how many coins should be stacked to match the height of the Statue of Unity. Assume each coin is 1 mm thick.
12. Grey-headed albatrosses have a roughly 7-feet wide wingspan. They are known to migrate across several oceans. Albatrosses can cover about 900 – 1000 km in a day. One of the longest single trips recorded is about 12,000 km. How many days would such a trip take to cross the Pacific Ocean approximately?

7. ایک کیالکولیٹر کار میں صرف '1+', '100+', '10,000+' کے بٹن ہیں۔ درج ذیل اعداد کو حاصل کرنے کے لیے کتنی بار کس بٹن کو دبانا پڑے گا؟ اس کی وضاحت کرنے والی ایک حسابی عبارت لکھیے:

(a) 20,800

(b) 92,100

(c) 1,20,500

(d) 65,30,000

(e) 70,25,700



8. کتنے لاکھ سے ایک ارب (billion) بنتا ہے؟

9. آپ کو عددی کارڈ کے دو سیٹ دیے گئے ہیں جن میں 1 سے 9 تک کی گنتی لکھی ہوئی ہے۔ نیچے دیے گئے ہر ڈبے میں ایک عددی کارڈ رکھیے جس سے آپ کو دونوں اعداد کا (a) سب سے بڑا ممکنہ حاصلِ جمع (b) سب سے چھوٹا ممکنہ حاصلِ تفریق مل سکے۔



10. آپ کو کچھ عددی کارڈ دیے گئے ہیں: 4000,13000,300,70000,150000,20,5

آپ ان کارڈوں کا استعمال کر کے درج ذیل اعداد کے کتنا قریب پہنچ سکتے ہیں؟ آپ کوئی بھی عمل یعنی جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم اپنی پسند کے مطابق کر سکتے ہیں۔ لیکن یہ دھیان رہے کہ ایک مخصوص عدد بنانے کے لیے ہر کارڈ کو صرف ایک بار ہی استعمال کیا جا سکتا ہے۔

(a) 1,10,000 : قریب ترین عدد جو میں بنا سکا وہ ہے:

$$4000 \times (20 + 5) + 13000 = 1,13,000$$

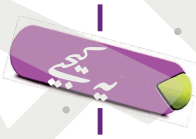
(b) 2,00,000

(c) 5,80,000

(d) 12,45,000

(e) 20,90,800





11. معلوم کیجیے کہ مجسمۂ اتحاد کے برابر اونچائی تک پہنچنے کے لیے کتنے سکے ایک دوسرے پر رکھنے ہوں گے؟ فرض کیجیے کہ ہر ایک سکے کی موٹائی ایک ملی میٹر ہے۔

12. سرمئی سر والے بہت دور تک پرواز کرنے والے البتروس (Albatrosses) پرندوں کے پروں کا پھیلاؤ تقریباً 7 فٹ چوڑا ہوتا ہے۔ وہ کئی سمندروں کے مہاجر پرندوں کے طور پر جانے جاتے ہیں۔ البتروس روزانہ تقریباً 900-1000 کلو میٹر کا فاصلہ طے کرتے ہیں۔ ان کا سب سے طویل ترین ایک طرفہ سفر تقریباً 12,000 کلو میٹر درج کیا گیا ہے۔ بحر الکاہل (Pacific Ocean) کو پار کرنے میں اس طرح کے ایک طرفہ سفر میں تقریباً کتنے دن لگیں گے؟

13. A bar-tailed godwit holds the record for the longest recorded non-stop flight. It travelled 13,560 km from Alaska to Australia without stopping. Its journey started on 13 October 2022 and continued for about 11 days. Find out the approximate distance it covered every day. Find out the approximate distance it covered every hour.

14. Bald eagles are known to fly as high as 4500 – 6000 m above the ground level. Mount Everest is about 8850 m high. Aeroplanes can fly as high as 10,000 – 12,800 m. How many times bigger are these heights compared to Ramu's building?

SUMMARY

- We came across large numbers — lakhs, crores and arabs; millions and billions. We learnt how to read and write these numbers in the Indian and American/International naming systems.
  (a) 1 lakh is 1 followed by 5 zeroes: 1,00,000
  (b) 1 crore is 1 followed by 7 zeroes: 1,00,00,000
  (c) 1 million is 1 followed by 6 zeroes: 1,000,000 (which is also ten lakhs)
  (d) 1 arab is 1 followed by 9 zeroes: 1,000,000,000 (which is also 100 crore or 1 billion)
- We generally round up or round down large numbers. Many times it is enough just to know roughly how big or small something is.
- To get a sense of large numbers or quantities, we can check how many times bigger they are compared to numbers or quantities that are more familiar.
- We saw how to factorise numbers and regroup them to make multiplications simpler.
- We carried out interesting thought experiments such as — "Would one be able to watch 1000 movies in a year?"

13. **لمبی ٹھونگ** (bar-tailed godwit) نامی پرندہ بغیر رکے سب سے طویل پرواز کے لیے جانا جاتا ہے۔ اس نے الاسکا سے آسٹریلیا تک 13560 کلومیٹر کا سفر بغیر رکے طے کیا۔ اس کا سفر 13 اکتوبر 2022 کو شروع ہوا تھا اور تقریباً 11 دن تک جاری رہا۔ بتائیے کہ اس نے اندازاً ہر روز کتنا فاصلہ طے کیا ہو گا؟ بتائیے کہ اس نے تقریباً ہر گھنٹے میں کتنا فاصلہ طے کیا ہو گا؟

14. **گنجے عقاب** کو زمین کی سطح سے 4500 سے 6000 میٹر تک اونچی پرواز کرنے کے لیے جانا جاتا ہے۔ ماؤنٹ ایورسٹ تقریباً 8850 میٹر بلند ہے، ہوائی جہاز 10,000 سے 12,800 میٹر کی بلندی تک پرواز کر سکتے ہیں۔ یہ اونچائیاں سومو کی عمارت کے مقابلے میں کتنی زیادہ ہیں؟

خلاصہ

- ہم نے بڑے اعداد — جیسے لاکھ، کروڑ، ارب، ملین اور بلین کے بارے میں معلومات حاصل کیں۔ ہم نے یہ بھی سیکھا کہ ہندوستانی اور امریکی / بین الاقوامی نظامِ عدد میں ان اعداد کو کیسے پڑھا اور لکھا جاتا ہے۔
  a) 1 لاکھ وہ عدد ہے جس میں 1 کے بعد 5 صفر آتے ہیں: 1,00,000
  b) 1 کروڑ وہ عدد ہے جس میں 1 کے بعد 7 صفر آتے ہیں: 1,00,00,000
  c) 1 ملین وہ عدد ہے جس میں 1 کے بعد 6 صفر آتے ہیں: 1,000,000 (اس کو 10 لاکھ بھی کہتے ہیں)
  d) ایک ارب وہ عدد ہے جس میں ایک 1 کے بعد 9 صفر آتے ہیں: 1,00,00,00,000 (اس کو 100 کروڑ یا ایک بلین بھی کہتے ہیں)
- ہم عام طور پر بڑے اعداد کو اوپر کی طرف بڑھا کر یا نیچے کی طرف گھٹا کر لکھتے ہیں۔ کئی مرتبہ صرف یہ جاننا کافی ہوتا ہے کہ کوئی چیز کتنی بڑی یا کتنی چھوٹی ہے۔
- بڑے اعداد یا مقداروں کا اندازہ لگانے کے لیے ہم یہ معلوم کر سکتے ہیں کہ وہ زیادہ مانوس اعداد کے مقابلے میں کتنے گنا بڑے ہیں۔
- ہم نے اعداد کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کا طریقہ بھی سیکھا تاکہ ضرب کا عمل آسان ہو سکے اور ضرب کو آسان بنانے کے لیے ان کی نئی گروپ بندی کر کے دوبارہ گروپ کیسے کیا جائے۔
- ہم نے غور و فکر پر مبنی دلچسپ تبصرے بھی کیے جیسے کہ "کوئی شخص ایک سال میں 1000 فلمیں دیکھ سکتا ہے؟"



We can write digits as shown in the image below



You can either use toothpicks or matchsticks, or just write the digits in this way, using lines to represent sticks. To make the digit 7, three sticks are needed.

Write or make the number 5108. How many sticks are required?

1. Make or write the number 42,019. It would require exactly 23 sticks.
2. Starting with 42,019, add or write two more sticks, and make a bigger number. One example is 42,078. What other numbers bigger than 42,019 can you make in this way?
3. Preetham wants to insert the digit '1' somewhere among the digits '4', '2', '0', '1' and '9'. Where should he place the digit '1' to get the biggest possible number?
4. What other numbers can he make by placing the digit '1'?

1. Make or write the number 63,890.
2. Starting with 63,890, rearrange exactly four sticks and make a bigger number. One example is 88,078. What other numbers bigger than 63,890 can you make in this way?

1. Make any number using exactly 24 sticks or lines.
2. What is the biggest number that can be made using 24 sticks or lines?
3. What is the smallest number that can be made using 24 sticks or lines?

Make your own questions and challenge each other



© NCERT



ہم ہندسوں کو درج ذیل تصویر میں دکھائے گئے طریقے کے مطابق لکھ سکتے ہیں



آپ یا تو خلال یا ماچس کی تیلیوں کا استعمال کر سکتے ہیں یا صرف تیلیوں کی نمائندگی لکیروں سے کرتے ہوئے، اس طرح ہندسوں کو لکھ سکتے ہیں۔

- ہندسہ 7 بنانے کے لیے تین تیلیوں کی ضرورت ہوتی ہے۔
- عدد 5108 بنائیے یا لکھیے- اس کے لیے کل کتنی تیلیوں کی ضرورت ہوگی؟

1. عدد 42,019 بنائیے یا لکھیے- اس کے لیے کل 23 تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔
2. 42,019 سے شروع کرتے ہوئے ایک یا دو مزید تیلیاں جوڑ کر ایک بڑا عدد بنائیے- اس کی ایک مثال 42,078 ہے۔ اس طرح آپ عدد 42,019 سے بڑے کون کون سے اعداد بنا سکتے ہیں؟
3. پر یتھم '4'، '2'، '0'، '1' اور '9' ہندسوں کے درمیان '1' کا ہندسہ ڈالنا چاہتا ہے- وہ '1' کو کہاں رکھے تاکہ سب سے بڑا ممکنہ عدد حاصل ہو سکے؟
4. ہندسہ '1' لگا کر وہ اور کون کون سے اعداد بنا سکتے ہیں؟

1. عدد 63,890 کو بنائیے یا لکھیے-
2. 63,890 سے شروع کرتے ہوئے، صرف چار تیلیوں کو کسی دوسری ترتیب میں رکھ کر اس سے ایک بڑا عدد بنائیے- اس کی ایک مثال 88,078 ہے۔ اس طرح آپ 63,890 سے بڑے اور کون کون سے اعداد بنا سکتے ہیں؟

1. صرف 24 تیلیوں یا لکیروں کا استعمال کرتے ہوئے کوئی بھی عدد بنائیے۔
2. 24 تیلیوں یا لکیروں کا استعمال کرتے ہوئے سب سے بڑا عدد کون سا بنایا جا سکتا ہے؟
3. 24 تیلیوں یا لکیروں کا استعمال کرتے ہوئے سب سے چھوٹا عدد کون سا بنایا جا سکتا ہے؟

اپنے خود کے سوالات تیار کیجیے اور ایک دوسرے کو چیلنج کیجیے۔



2 ARITHMETIC EXPRESSIONS

P5R7N5

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Understand the meaning and evaluate the values of simple algebraic expressions.
- Compare mathematical expressions through logical reasoning rather than direct calculation.
- Read and evaluate complex expressions accurately using terms and brackets.
- Apply commutative and associative properties of addition to simplify calculations.
- Resolve brackets correctly by changing internal signs when preceded by a negative sign.
- Utilize the distributive property to expand and simplify mathematical expressions.

2.0 Introduction

In a village, Subbamma washes and irons clothes for the villagers. When she finishes, she returns them and charges total money calculating instantly without using pen and paper. For example, one family gave her 29 sarees. She charges ₹725 right away, at ₹25 per saree. Can you guess how she is able to figure it out in her mind quickly and correctly? This chapter gives such tricks to calculate easily.

2.1 Simple Expressions

You may have seen mathematical phrases like 13 + 2, 20 - 4, 12 × 5, and 18 ÷ 3. Such phrases are called **arithmetic expressions.**

Every arithmetic expression has a value which is the number it evaluates to. For example, the value of the expression 13 + 2 is 15. This expression can be read as '13 plus 2' or 'the sum of 13 and 2'.

2 حسابی عبارتیں

B7R2X4

اکتسابی نتائج :

طلبہ اس قابل بنیں گے:

- آسان الجبری عبارتوں کے معنی سمجھ سکیں گے اور ان کی قدریں معلوم کر سکیں گے۔
- ریاضیاتی عبارتوں کا براہِ راست حساب کیے بغیر منطقی استدلال کے ذریعے موازنہ کر سکیں گے۔
- اصطلاحات اور قوسین کے ساتھ پیچیدہ عبارتوں کو درست طور پر پڑھ اور حل کر سکیں گے۔
- حساب کو آسان بنانے کے لیے جمع کی بندشی اور تقلیبی خصوصیات کا استعمال کر سکیں گے۔
- منفی علامت آنے پر قوسین کے اندر کی علامتوں کو درست طور پر تبدیل کرتے ہوئے قوسین کو ختم کر سکیں گے۔
- تقسیمی خاصیت کا استعمال کرتے ہوئے ریاضیاتی عبارتوں کو توسیع اور سادہ بنا سکیں گے۔

2.0 تعارف

ایک گاؤں میں سبّاٹا گاؤں والوں کے کپڑے دھوتی اور استری کرتی ہے۔ جب وہ کام مکمل کر لیتی ہے تو کپڑے واپس کرتے وقت قلم اور کاغذ استعمال کیے بغیر فوراً حساب لگا کر رقم بتا دیتی ہے۔ مثال کے طور پر، ایک خاندان نے اسے 29 ساڑھیاں دیں۔ وہ فی ساڑھی 25 روپے کے حساب سے فوراً 725 روپے بتا دیتی ہے۔ کیا آپ اندازہ لگا سکتے ہیں کہ وہ ذہن میں اتنی جلدی اور درست حساب کیسے کر لیتی ہے؟ اس باب میں اسی طرح آسانی سے حساب کرنے کی ترکیبیں بیان کی گئی ہیں۔

2.1 آسان عبارتیں

آپ نے ریاضیاتی عبارتیں دیکھی ہوں گی جیسے :

$2 + 13$، $20 - 4$، 12×5، $18 \div 3$

ایسی عبارتوں کو **حسابی عبارتیں** کہا جاتا ہے۔

ہر حسابی عبارت کی ایک **قدر** ہوتی ہے، یعنی وہ عدد جو اس عبارت کو حل کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر، $2 + 13$ کی قدر 15 ہے۔ اس عبارت کو اس طرح بھی پڑھا جا سکتا ہے:

- "2 جمع 13" یا "2 اور 13 کا مجموعہ"

We use the equality sign '=' to denote the relationship between an arithmetic expression and its value. For example: 13 + 2 = 15.

Example 1 : Mallika spends ₹ 25 every day for lunch. Write the expression for the total amount she spends on lunch in a week from Monday to Friday.

The expression for the total amount is 5 × 25.

5 × 25 is "5 times 25" or "the product of 5 and 25".

Different expressions can have the same value. Here are multiple ways to express the number 12, using two numbers and any of the four operations +, - , × and ÷

10 + 2, 15 - 3, 3 × 4, 24 ÷ 2.

Choose your favourite number and write as many expressions as you can having that value.

2.1.1 Comparing Expressions

As we compare numbers using '=', '<' and '>' signs, we can also compare expressions. We compare expressions based on their values and write the 'equal to', 'greater than' or 'less than' sign accordingly. For example, 10 + 2 > 7 + 1

because the value of 10 + 2 = 12 is greater than the value of 7 + 1 = 8.

Similarly,

13 - 2 < 4 × 3.



Figure it Out - 2.1

1. Fill in the blanks to make the expressions equal on both sides of the = sign:

   (a) 13 + 4 = _____ + 6 (b) 22 + _____ = 6 × 5

   (c) 8 × _____ = 64 ÷ 2 (d) 34 - _____ = 25

2. Arrange the following expressions in ascending (increasing) order of their values.

   (a) 67 - 19 (b) 67 - 20 (c) 35 + 25

   (d) 5 × 11 (e) 120 ÷ 3

AP SCERT

ہم حسابی عبارت اور اس کی قدر کے درمیان تعلق ظاہر کرنے کے لیے مساوی کی علامت '=' استعمال کرتے ہیں۔

مثال: $13 + 2 = 15$

مثال 1 : مالیکا روزانہ دوپہر کے کھانے پر 25 روپے خرچ کرتی ہے۔ پیر سے جمعہ تک ایک ہفتے میں دوپہر کے کھانے پر خرچ ہونے والی کل رقم کی عبارت لکھیے۔

کل رقم کی عبارت 25×5 ہے

25×5 کو "5 ضرب 25" یا "5 اور 25 کا حاصل ضرب" کہتے ہیں۔

مختلف عبارات کی قدر ایک جیسی ہو سکتی ہے۔ یہاں عدد 12 کو ظاہر کرنے کے چند مختلف طریقے دیے گئے ہیں، جن میں دو اعداد اور چار بنیادی اعمال $(+, -, \times, \div)$ استعمال کیے گئے ہیں:

$2 + 10$، $15 - 3$، 3×4، $24 \div 2$

اپنا پسندیدہ عدد منتخب کیجیے اور اس قدر والی جتنی ممکن ہوں عبارات لکھیے۔

2.1.1 عبارات کا موازنہ

جس طرح ہم اعداد کا موازنہ '='، '<' اور '>' کی علامتوں سے کرتے ہیں، اسی طرح ہم عبارات کا بھی موازنہ کر سکتے ہیں۔ ہم عبارات کی قدروں کی بنیاد پر ان کا موازنہ کرتے ہیں اور مناسب علامت یعنی "برابر"، "بڑا" یا "چھوٹا" استعمال کرتے ہیں۔ مثلاً $1 + 7 < 2 + 10$

کیونکہ $2 + 10 = 12$ کی قدر، $1 + 7 = 8$ کی قدر سے زیادہ ہے۔ اسی طرح:

$13 - 2 < 4 \times 3$



حل کیجیے–2.1

1. خالی جگہوں کو پُر کیجیے تاکہ '=' کے دونوں طرف عبارتیں مساوی ہو جائیں:

(a) $13 + 4 = \_\_\_\_ + 6$ (b) $22 + \_\_\_\_ = 6 \times 5$

(c) $8 \times \_\_\_\_ = 64 \div 2$ (d) $34 - \_\_\_\_ = 25$

2. مندرجہ ذیل عبارتیں کو ان کی قدروں کے لحاظ سے صعودی (بڑھتی ہوئی) ترتیب میں لکھیے۔

(a) $67 - 19$ (b) $67 - 20$ (c) $35 + 25$

(d) 5×11 (e) $120 \div 3$

Example 2 : Which is greater?

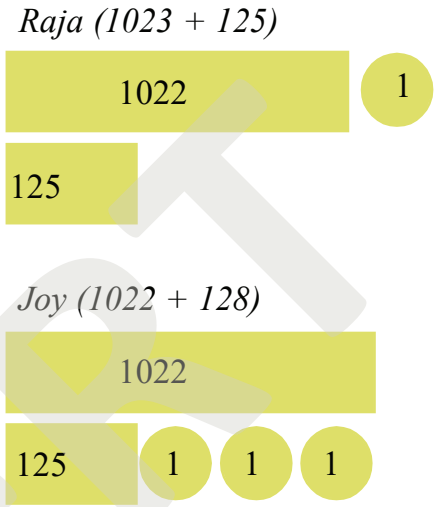
1023 + 125 or 1022 + 128?

Imagining a situation could help us answer this without finding the values. Raja had 1023 marbles and got 125 more today. Now he has 1023 + 125 marbles. Joy had 1022 marbles and got 128 more today. Now he has 1022 + 128 marbles. Who has more?

This situation can be represented as shown in the picture on the right. To begin with, Raja had 1 more marble than Joy. But Joy got 3 more marbles than Raja today. We can see that Joy has (two) more marbles than Raja now.

That is,

1023 + 125 < 1022 + 128.



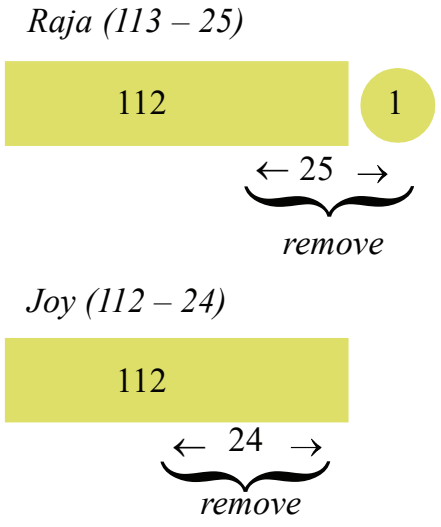
Example 3 : Which is greater? 113 – 25 or 112 – 24?

Imagine a situation, Raja had 113 marbles and lost 25 of them. He has 113 – 25 marbles. Joy had 112 marbles and lost 24 today. He has 112 – 24 marbles. Who has more marbles left with them?

Raja had 1 marble more than Joy. But he also lost 1 marble more than Joy did. Therefore, theyhave an equal number of marbles now.

That is,

113 – 25 = 112 – 24.



APSCERT

مثال 2: کون سا زیادہ ہے؟

$125 + 1023$ یا $128 + 1022$؟

کسی صوتِ حال کا تصور کرنا ہمیں ان کی اصل قدریں معلوم کیے بغیر جواب دینے میں مدد دے سکتا ہے۔

راجا کے پاس 1023 کنچے تھے اور آج اسے مزید 125 کنچے ملے۔

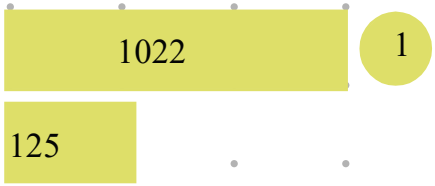
اب اس کے پاس $1023 + 125$ کنچے ہیں۔

جوئے کے پاس 1022 کنچے تھے اور آج اسے مزید 128 کنچے ملے۔

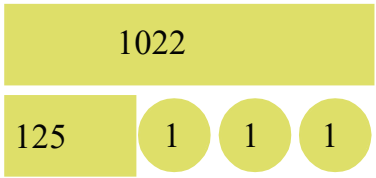
اب اس کے پاس $1022 + 128$ کنچے ہیں۔

اب بتائیے کہ کس کے پاس زیادہ کنچے ہیں؟

راجا $(1023 + 125)$



جائے $(1022 + 128)$



اس صوتِ حال کو دائیں طرف دی گئی تصویر سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

شروع میں راجا کے پاس جوئے سے 1 کنچہ زیادہ تھا، لیکن آج جوئے کو راجا سے 3 کنچے زیادہ ملے۔

لہٰذا اب جوئے کے پاس راجا سے 2 کنچے زیادہ ہیں۔

یعنی:

$1023 + 125 < 1022 + 128$

مثال 3: کون سا زیادہ ہے؟

$113 - 25$ یا $112 - 24$؟

ایک صوتِ حال کا تصور کیجیے۔

راجا کے پاس 113 کنچے تھے اور اس نے ان میں سے 25 کھو دیے۔

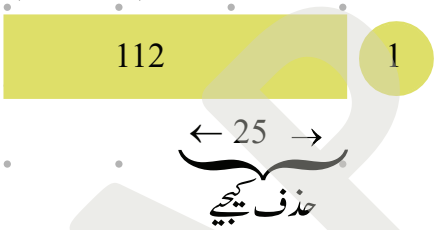
اب اس کے پاس $113 - 25$ کنچے باقی ہیں۔

جوئے کے پاس 112 کنچے تھے اور اس نے آج 24 کنچے کھو دیے۔

اب اس کے پاس $112 - 24$ کنچے باقی ہیں۔

اب بتائیے کہ کس کے پاس زیادہ کنچے بچے ہیں؟

راجا $(113 - 25)$



جائے $(112 - 24)$



شروع میں راجا کے پاس جوئے سے 1 کنچہ زیادہ تھا، لیکن اس نے جوئے سے 1 کنچہ زیادہ کھو بھی دیا۔

لہٰذا اب دونوں کے پاس برابر تعداد میں کنچے ہیں۔ یعنی:

$113 - 25 = 112 - 24$

APSCERT

? Use '>' or '<' or '=' in each of the following expressions to compare them. Can you do it without complicated calculations? Explain your thinking in each case.

(a) 245 + 289 ☐ 246 + 285

(b) 273 – 145 ☐ 272 – 144

(c) 364 + 587 ☐ 363 + 589

(d) 124 + 245 ☐ 129 + 245

(e) 213 – 77 ☐ 214 – 76

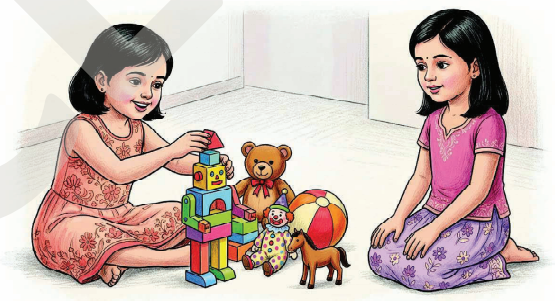
2.2 Reading and Evaluating Complex Expressions

Sometimes, when an expression is not accompanied by a context, there can be more than one way of evaluating its value. In such cases, we need some tools and rules to specify how exactly the expression has to be evaluated.

To give an example with language, look at the following sentences:

(a) Sentence: "Tulasi sat next to a friend with toys".

Tulasi



Tulasi



Meaning: The friend has toys and Tulasi sat next to her.

(b) Sentence: "Tulasi sat next to a friend, with toys".

Meaning: Tulasi has the toys and she sat with them next to her friend.

This sentence without the punctuation could have been interpreted in two different ways. The appropriate use of a comma specifies how the sentence has to be understood.

© NCERT

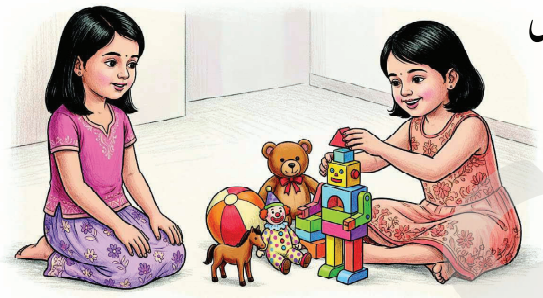
؟ مندرجہ ذیل عبارات میں '>' یا '<' یا '=' استعمال کرتے ہوئے ان کا موازنہ کیجیے۔
کیا آپ یہ پیچیدہ حساب کے بغیر کر سکتے ہیں؟ ہر صورت میں اپنی سوچ بیان کیجیے۔

(a) 245 + 289	☐	246 + 285
(b) 273 – 145	☐	272 – 144
(c) 364 + 587	☐	363 + 589
(d) 124 + 245	☐	129 + 245
(e) 213 – 77	☐	214 – 76

2.2 پیچیدہ حسابی عبارتوں کو پڑھنا اور ان کی قدر معلوم کرنا

کبھی کبھی جب کسی عبارت کے ساتھ کوئی صورت حال موجود نہ ہو تو اس کی قدر معلوم کرنے کے ایک سے زیادہ طریقے ہو سکتے ہیں۔ ایسی صورتوں میں ہمیں کچھ آلات، اصول اور طریقوں کی ضرورت ہوتی ہے تاکہ یہ واضح ہو سکے کہ عبارت کو کس طرح حل کرنا ہے۔

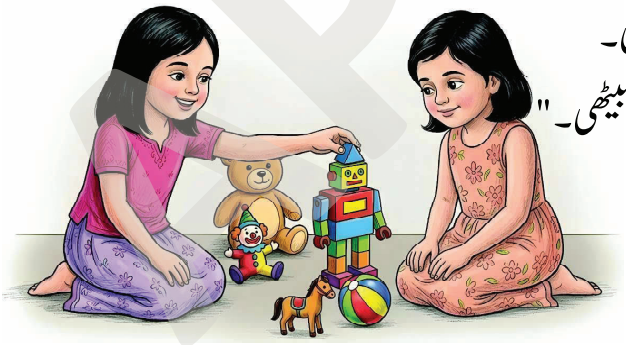
تلسی



مثال کے طور پر زبان کے ساتھ درج ذیل جملے کو دیکھیے:

(الف) جملہ: "تلسی ایک ایسے دوست کے پاس بیٹھی جس کے پاس کھلونے تھے۔"

تلسی



مطلب: دوست کے پاس کھلونے تھے اور تلسی اس کے پاس بیٹھی۔

(ب) جملہ: "تلسی اپنے کھلونوں کے ساتھ ایک دوست کے پاس بیٹھی۔"

مطلب: تلسی کے پاس کھلونے تھے اور وہ انہیں ساتھ لے کر اپنی دوست کے پاس بیٹھی۔

بغیر رموز واوقاف کے اس جملے کو دو مختلف طریقوں سے سمجھا جا سکتا تھا۔

وقفہ (کاما) کے درست استعمال سے یہ واضح ہو جاتا ہے کہ جملے کو کس طرح سمجھنا ہے۔

Let us see an expression that can be evaluated in more than one way.

Example 4 : Mallesh brought 30 marbles to the playground. Arun brought 5 bags of marbles with 4 marbles in each bag. How many marbles did Mallesh and Arun bring to the playground? Mallesh summarized this by writing the mathematical expression —

$$30 + 5 \times 4.$$

Without knowing the context behind this expression, Purna found the value of this expression to be 140. He added 30 and 5 first, to get 35, and then multiplied 35 by 4 to get 140.

Mallesh found the value of this expression to be 50. He multiplied 5 and 4 first to get 20 and added 20 to 30 to get 50.

In this case, Mallesh is right. But why did Purna get it wrong?

Just looking at the expression $30 + 5 \times 4$, it is not clear whether we should do the addition first or multiplication.

Just as punctuation marks are used to resolve confusions in language, brackets and the notion of terms are used in mathematics to resolve confusions in evaluating expressions.

2.2.1 Brackets in Expressions

In the expression to find the number of marbles $30 + 5 \times 4$ we had to first multiply 5 and 4, and then add this product to 30. This order of operations is clarified by the use of brackets as follows:

$$30 + (5 \times 4).$$

When evaluating an expression having brackets, we need to first find the values of the expressions inside the brackets before performing other operations. So, in the above expression, we first find the value of 5×4, and then do the addition. Thus, this expression describes the number of marbles:

$$30 + (5 \times 4) = 30 + 20 = 50.$$

APSCERT

آیئے ایک ایسی عبارت دیکھتے ہیں جس کی قدر ایک سے زیادہ طریقوں سے معلوم کی جا سکتی ہے۔

مثال 4 : Mallesh کھیل کے میدان میں 30 کنچے لایا۔ ارون 5 تھیلے کنچوں کے لایا اور ہر تھیلے میں 4 کنچے تھے۔ بتایئے کہ Mallesh اور ارون کُل کتنے کنچے کھیل کے میدان میں لائے؟ Mallesh نے اس صورتِ حال کو درج ذیل ریاضیاتی عبارت سے ظاہر کیا:

$$30 + 5 \times 4.$$

اس عبارت کے پس منظر کو جانے بغیر پورنا نے اس کی قدر 140 معلوم کی۔

اس نے پہلے 30 اور 5 کو جمع کیا، جس سے 35 حاصل ہوا، پھر 35 کو 4 سے ضرب دے کر 140 حاصل کیا۔

Mallesh نے اس عبارت کی قدر 50 معلوم کی۔

اس نے پہلے 5 اور 4 کو ضرب دیا، جس سے 20 حاصل ہوا، پھر 20 کو 30 میں جمع کر کے 50 حاصل کیا۔

اس صورت میں Mallesh درست تھا۔ لیکن پورنا غلط کیوں ہوا؟

صرف عبارت $30 + 5 \times 4$ کو دیکھنے سے یہ واضح نہیں ہوتا کہ پہلے جمع کیا جائے یا ضرب۔

جس طرح زبان میں ابہام دور کرنے کے لیے رموز و اوقاف استعمال ہوتے ہیں، اسی طرح ریاضی میں عبارات کو حل کرنے میں ابہام دور کرنے کے لیے قوسین اور اصطلاحات کا استعمال کیا جاتا ہے۔

2.2.1 عبارات میں قوسین

کنچوں کی تعداد معلوم کرنے والی عبارت $30 + 5 \times 4$ میں ہمیں پہلے 5 اور 4 کو ضرب دینا تھا، پھر حاصلِ ضرب کو 30 میں جمع کرنا تھا۔

اس ترتیب عمل کو قوسین کے ذریعے اس طرح واضح کیا جاتا ہے: $30 + (5 \times 4)$

جب کسی عبارت میں قوسین ہوں تو ہمیں پہلے قوسین کے اندر موجود عبارت کی قدر معلوم کرنی ہوتی ہے، پھر باقی اعمال انجام دیے جاتے ہیں۔

لہٰذا اوپر دی گئی عبارت میں پہلے 5×4 کی قدر معلوم کی جاتی ہے، پھر جمع کیا جاتا ہے۔

اس طرح یہ عبارت کنچوں کی تعداد کو ظاہر کرتی ہے:

$$30 + (5 \times 4) = 30 + 20 = 50.$$

Example 5 : Irfan bought a pack of biscuits for ₹15 and a packet of toor dal for ₹56. He gave the shopkeeper ₹100. Write an expression that can help us calculate the change Irfan will get back from the shopkeeper.

Irfan spent ₹15 on a biscuit packet and ₹56 on toor dal. So, the total cost in rupees is 15 + 56. He gave ₹100 to the shopkeeper. So, he should get back 100 minus the total cost. Can we write that expression as—

$$100 - 15 + 56 \ ?$$

Can we first subtract 15 from 100 and then add 56 to the result? We will get 141. It is absurd that he gets more money than he paid the shopkeeper!

We can use brackets in this case:

$$100 - (15 + 56).$$

Evaluating the expression within the brackets first, we get 100 minus 71, which is 29. So, Irfan will get back ₹29.

2.2.2 Terms in Expressions

Suppose we have the expression $30 + 5 \times 4$ without any brackets. Does it have no meaning?

When there are expressions having multiple operations, and the order of operations is not specified by the brackets, we use the notion of terms to determine the order.

Terms are the parts of an expression separated by a '+' sign. For example, in 12+7, the terms are 12 and 7, as marked below.

$$12 + 7 = \quad (12) \quad + \quad (7)$$

AP SCERT

مثال 5: عرفان نے 15 روپے کا بسکٹ کا ایک پیکٹ اور 56 روپے کی تور دال کا ایک پیکٹ خریدا۔ اس نے دکاندار کو 100 روپے دیے۔ ایسی عبارت لکھیے جو یہ معلوم کرنے میں مدد دے کہ عرفان کو دکاندار سے کتنی رقم واپس ملے گی۔

عرفان نے بسکٹ پر 15 روپے اور تور دال پر 56 روپے خرچ کیے۔ لہٰذا کل قیمت: $15 + 56$

اس نے دکاندار کو 100 روپے دیے، اس لیے اسے واپس ملنے والی رقم ہو گی 100 میں سے کل قیمت منفی۔

کیا ہم اس عبارت کو اس طرح لکھ سکتے ہیں؟

$$100 - 15 + 56 \ ?$$

کیا ہم پہلے 100 میں سے 15 منفی کر کے پھر حاصل میں 56 جمع کر سکتے ہیں؟

اگر ایسا کریں تو جواب 141 آئے گا، جو بے معنی ہے، کیونکہ عرفان دکاندار کو دی گئی رقم سے زیادہ واپس نہیں لے سکتا! اس صورت میں ہم قوسین استعمال کرتے ہیں:

$$100 - (15 + 56)$$

پہلے قوسین کے اندر کی عبارت حل کرتے ہیں:

$$15 + 56 = 71$$

پھر: $100 - 71 = 29$

لہٰذا عرفان کو 29 روپے واپس ملیں گے۔

2.2.2 عبارات میں ارکان

فرض کیجیے ہمارے پاس عبارت $4 \times 5 + 30$ بغیر قوسین کے موجود ہے۔ کیا اس کا کوئی مطلب نہیں ہو گا؟

جب کسی عبارت میں ایک سے زیادہ اعمال ہوں اور قوسین کے ذریعے اعمال کی ترتیب واضح نہ کی گئی ہو تو ہم ترتیب معلوم کرنے کے لیے **ارکان** کا تصور استعمال کرتے ہیں۔

ارکان عبارت کے وہ حصے ہوتے ہیں جو '+' کی علامت سے الگ کیے جاتے ہیں۔

مثال کے طور پر $7 + 12$ میں اصطلاحات 12 اور 7 ہیں۔

$$12 + 7 = \text{(12)} + \text{(7)}$$

We will keep marking each term of an expression as above. Note that this way of marking the terms is not a usual practice. This will be done until you become familiar with this concept.

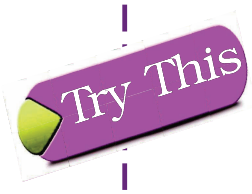
Now, what are the terms in 83 – 14? We know that subtracting a number is the same as adding the inverse of the number. Recall that the inverse of a given number has the sign opposite to it. For example, the inverse of 14 is –14, and the inverse of –14 is 14. Thus, subtracting 14 from 83 is the same as adding –14 to 83. That is,

$$83 - 14 = (83) + (-14)$$

Thus, the terms of the expression 83 – 14 are 83 and –14.

? Check if replacing subtraction by addition in this way does not change the value of the expression, by taking different examples.

? Can you explain why subtracting a number is the same as adding its inverse, using the Token Model of integers that we saw in the Class 6 textbook of mathematics?



All subtractions in an expression are converted to additions in this manner to identify the terms.

Here are some more examples of expressions and their terms:

$-18 - 3 = (-18) + (-3)$

$6 \times 5 + 3 = (6 \times 5) + (3)$

$2 - 10 + 4 \times 6 = (2) + (-10) + (4 \times 6)$

Note that 6×5, 4×6 are single terms as they do not have any '+' sign.

In the following table, some expressions are given. Complete the table.

AP SCERT

ہم ہر عبارت کی ارکان کو اسی طرح نشان زد کرتے رہیں گے۔ یاد رہے کہ ارکان کو اس طرح نشان لگانا عام طریقہ نہیں ہے۔ یہ صرف اس وقت تک کیا جائے گا جب تک آپ اس تصور سے اچھی طرح واقف نہ ہو جائیں۔

اب دیکھیے 14 – 83 میں ارکان کون سے ہیں؟ ہم جانتے ہیں کہ کسی عدد کو منفی کرنا، اس عدد کے معکوس کو جمع کرنے کے برابر ہوتا ہے۔ یاد کیجیے کہ کسی عدد کے معکوس پر اس کے مخالف علامت ہوتی ہے۔

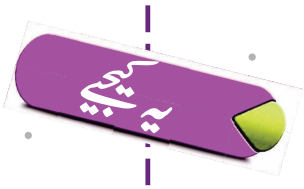
مثال کے طور پر: 14 کا معکوس = 14– اور 14– کا معکوس = 14

لہٰذا 83 میں سے 14 منفی کرنا، 83 میں 14 – جمع کرنے کے برابر ہے۔

یعنی: $83 - 14 = (83) + (-14)$

اس طرح عبارت 14–83 کی ارکان ہیں 83 اور 14 –

- مختلف مثالیں لے کر جانچیے کہ اس طریقے سے منفی کو جمع میں تبدیل کرنے سے عبارت کی قدر تبدیل نہیں ہوتی۔
- کیا آپ جماعت ششم کی ریاضی میں پڑھے گئے صحیح اعداد کے "ٹوکن ماڈل" کی مدد سے یہ وضاحت کر سکتے ہیں کہ کسی عدد کو منفی کرنا اس کے معکوس کو جمع کرنے کے برابر کیوں ہوتا ہے؟



ارکان معلوم کرنے کے لیے عبارت میں موجود تمام منفی اعمال کو اسی طرح جمع میں تبدیل کیا جاتا ہے۔

مزید مثالیں:

$-18 - 3 = (-18) + (-3)$

$6 \times 5 + 3 = (6 \times 5) + (3)$

$2 - 10 + 4 \times 6 = (2) + (-10) + (4 \times 6)$

نوٹ کیجیے کہ 5 × 6 اور 6 × 4 واحد رکن ہیں، کیونکہ ان میں '+' کی علامت موجود نہیں ہے۔

مندرجہ ذیل جدول میں کچھ عبارات دی گئی ہیں۔ جدول مکمل کیجیے۔

AP SCERT

Expression	Expression as the sum of its terms	Terms
13 – 2 + 6	(13) + (– 2) + (6)	13, – 2, 6
5 + 6 × 3	(5) + (6 × 3)	
4 + 15 – 9	( ) + ( ) + ( )	
23 – 2 × 4 + 16	( ) + ( ) + ( )	
28 + 19 – 8	( ) + ( ) + ( )	

Now we will see how terms are used to determine the order of operations to find the value of an expression.

We will start with expressions having only additions (with all the subtractions suitably converted into additions).

? Does changing the order in which the terms are added give different values?

2.2.3 Swapping and Grouping

Let us consider a simple expression having only two terms.

? **Example 6 :** Madhu is flying a drone from a terrace. The drone goes 6 m up and then 4 m down. Write an expression to show how high the final position of the drone is from the terrace.

The drone is 6 – 4 = 2 m above the terrace. Writing it as sum of terms:

(6) + (– 4) = (2)

Will the sum change if we swap the terms?

(– 4) + (6) = (2)

It doesn't in this case.

We already know that swapping the terms does not change the sum when both the terms are positive numbers.

? Will this also hold when there are terms having negative numbers as well? Take some more expressions and check.

APSCERT

ارکان	عبارت کو ارکان کے مجموعہ کی صورت میں	عبارت
6 ،–2،13	(13)+(–2)+(6)	13 – 2 + 6
	(5)+(6 × 3)	5 + 6 × 3
	◯ ◯ ◯	4 + 15 – 9
	◯ ◯ ◯	23 – 2 × 4 + 16
	◯ ◯ ◯	28 + 19 – 8

اب ہم دیکھیں گے کہ کسی عبارت کی قدر معلوم کرنے کے لیے ارکان کو اعمال کی ترتیب طے کرنے میں کیسے استعمال کیا جاتا ہے۔

ہم ایسی عبارات سے آغاز کریں گے جن میں صرف جمع ہو (اور تمام منفی اعمال کو مناسب طریقے سے جمع میں تبدیل کر دیا گیا ہو)۔

کیا ارکان کو مختلف ترتیب میں جمع کرنے سے مختلف قدریں حاصل ہوتی ہیں؟

2.2.3 تبادلہ اور گروہ بندی

آیئے ایک سادہ عبارت پر غور کرتے ہیں جس میں صرف دو ارکان ہوں۔

مثال 6: مدھو ایک چھت سے ڈرون اڑا رہی ہے۔ ڈرون پہلے 6 میٹر اوپر جاتا ہے اور پھر 4 میٹر نیچے آتا ہے۔ ایک عبارت لکھیے جو ظاہر کرے کہ ڈرون کی آخری حالت چھت سے کتنی اونچائی پر ہے۔

ڈرون چھت سے $6 - 4 = 2$ میٹر اوپر ہے۔ اسے ارکان کے مجموعے کی صورت میں یوں لکھا جا سکتا ہے:

$$(6)+(-4)=(2)$$

کیا ارکان کی جگہ بدل دینے سے مجموعہ تبدیل ہو گا؟

$$(-4)+(6)=(2)$$

اس صورت میں مجموعہ تبدیل نہیں ہوتا۔

ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ اگر دونوں ارکان مثبت اعداد ہوں تو ان کی جگہ بدلنے سے مجموعہ تبدیل نہیں ہوتا۔

کیا یہ بات اس وقت بھی درست ہو گی جب ارکان میں منفی اعداد بھی شامل ہوں؟ مزید چند عبارات لے کر خود جانچیے۔

Can you explain why this is happening using the Token Model of integers that we saw in the Class 6 textbook of mathematics?

Try This

Thus, in an expression having two terms, swapping them does not change the value.

Term 1 + Term 2 = Term 2 + Term 1

Now consider an expression having three terms: (–7) + 10 + (–11). Let us add these terms in the following two different orders:

(– 7 + 10) + (– 11)

(adding the first two terms and then adding their sum to the third term)

(– 7) + (10 + – 11)

(adding the last two terms and then adding their sum to the first term)

What do you see? The sums are the same in both cases.

Again, we know that while adding positive numbers, grouping them in any of the above two ways gives the same sum.

Will this also hold when there are terms having negative numbers as well? Take some more expressions and check.

Can you explain why this is happening using the Token Model of integers that we saw in the Class 6 textbook of mathematics?

Try This

Thus, grouping the terms of an expression in either of the following ways gives the same value.

(Term 1 + Term 2) + Term 3 = Term 1 + (Term 2 + Term 3)

Let us consider the expression (–7) + 10 + (–11) again. What happens when we change the order and add –7 and –11 first, and then add this sum to 10? Will we get the same sum as before?

We see that adding the terms of the expression (–7) + 10 + (–11) in any order gives the same sum of –8.

© NCERT

یہ کیجیے

؟ کیا آپ جماعت ششم کی ریاضی میں پڑھے گئے صحیح اعداد کے "ٹوکن ماڈل" کی مدد سے وضاحت کر سکتے ہیں کہ ایسا کیوں ہو رہا ہے؟

لہٰذا، دو ارکان والی عبارت میں ارکان کی جگہ بدلنے سے عبارت کی قدر تبدیل نہیں ہوتی۔

(رکن 1) + (رکن 2) = (رکن 2) + (رکن 1)

اب تین ارکان والی عبارت پر غور کیجیے (11–) + 10 + (7–) آیئے ان ارکان کو درج ذیل دو مختلف طریقوں سے جمع کریں:

((7–) + 10) + (11–)

(پہلے دو ارکان کو جمع کیا گیا، پھر حاصل کو تیسرے رکن میں جمع کیا گیا)

(7–) + (10 + (11–))

(آخری دو ارکان کو جمع کیا گیا، پھر حاصل کو پہلے رکن میں جمع کیا گیا)

آپ کیا دیکھتے ہیں؟ دونوں صورتوں میں مجموعہ ایک ہی آتا ہے۔ ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ مثبت اعداد کو جمع کرتے وقت، انہیں اوپر دیے گئے کسی بھی طریقے سے گروہ بند کرنے پر مجموعہ ایک ہی رہتا ہے۔

؟ کیا یہ بات اس وقت بھی درست ہو گی جب ارکان میں منفی اعداد بھی شامل ہوں؟ مزید چند عبارات لے کر جانچیے۔

یہ کیجیے

؟ کیا آپ جماعت ششم کی ریاضی میں پڑھے گئے صحیح اعداد کے "ٹوکن ماڈل" کی مدد سے وضاحت کر سکتے ہیں کہ ایسا کیوں ہو رہا ہے؟

لہٰذا، کسی عبارت کے ارکان کو درج ذیل دونوں طریقوں سے گروہ بند کرنے پر ایک ہی قدر حاصل ہوتی ہے:

((رکن 1) + (رکن 2)) + (رکن 3) = (رکن 1) + ((رکن 2) + (رکن 3))

اب دوبارہ عبارت (11–) + 10 + (7–) پر غور کیجیے۔ اگر ہم ترتیب بدل دیں اور پہلے 7 – اور 11 – کو جمع کریں، پھر اس حاصل کو 10 میں جمع کریں، تو کیا پہلے جیسا ہی مجموعہ حاصل ہو گا؟

ہم دیکھتے ہیں کہ عبارت (11–) + 10 + (7–) کے ارکان کو کسی بھی ترتیب سے جمع کرنے پر مجموعہ 8 – ہی حاصل ہوتا ہے۔

Does adding the terms of an expression in any order give the same value? Take some more expressions and check. Consider expressions with more than 3 terms also.

Try This

Can you explain why this is happening using the Token Model of integers that we saw in the Class 6 textbook of mathematics?

Thus, the addition of terms in any order gives the same value. Therefore, in an expression having only additions, it does not matter in what order the terms are added: they all give the same value.

Now let us consider expressions having multiplication and division also, without the order of operations specified by the brackets. The values of such expressions are found by first evaluating the terms. Once all the terms are evaluated, they are added.

For example, the expression 30 + 5 × 4 is evaluated as follows:

$30 + 5 \times 4 = \underset{\text{(30)}}{30} + \underset{\text{(5 × 4)}}{5 \times 4} = \underset{\text{(30)}}{30} + \underset{\text{(20)}}{20} = \underset{\text{(50)}}{50}$

The expression 5 × (3 + 2) + 78 + 3 is evaluated as follows:

$5 \times (3 + 2) + 78 + 3 = \underset{\text{(5 × (3 + 2))}}{5 \times (3 + 2)} + \underset{\text{(7 × 8)}}{7 \times 8} + \underset{\text{(3)}}{3}$

Where (3+2) is first evaluated and this sum is multiplied by 5 (= 25). The expression 7 × 8 is evaluated (= 56). This simplifies to 25 + 56 + 3 = 84.

Manasa is adding a long list of numbers. It took her five minutes to add them all and she got the answer 11749. Then she realised that she had forgotten to include the fourth number 9055. Does she have to start all over again?

1342
774
8611
9055
1022

In mathematics we use the phrase **commutative property** of addition instead of saying "swapping terms does not change the sum". Similarly, "grouping does not change the sum" is called the **associative property of addition.**

Swapping the Order of Things in Everyday Life

Manasa is going outside to play. Her mother says, "Wear your hat and shoes!" Which one should she wear first?



She can wear her hat first and then her shoes. Or she can wear her shoes first and then her hat.



Manasa will look exactly the same in both cases. Imagine a different situation: Manasa's mother says "Wear your socks and shoes!" Now the order matters.

کیا کسی عبارت کے ارکان کو کسی بھی ترتیب سے جمع کرنے پر ایک ہی قدر حاصل ہوتی ہے؟ مزید چند عبارات لے کر جانچیے۔ تین سے زیادہ ارکان والی عبارات پر بھی غور کیجیے۔

یہ کیجیے

کیا آپ جماعت ششم کی ریاضی میں پڑھے گئے صحیح اعداد کے "ٹوکن ماڈل" کی مدد سے وضاحت کر سکتے ہیں کہ ایسا کیوں ہوتا ہے؟

لہٰذا، ارکان کو کسی بھی ترتیب سے جمع کرنے پر ایک ہی قدر حاصل ہوتی ہے۔

اسی لیے، ایسی عبارت میں جس میں صرف جمع ہو، اس بات سے فرق نہیں پڑتا کہ ارکان کس ترتیب سے جمع کیے جائیں؛ ہر صورت میں ایک ہی قدر حاصل ہوتی ہے۔

اب ہم ایسی عبارات پر غور کرتے ہیں جن میں ضرب اور تقسیم بھی ہوں اور قوسین کے ذریعے اعمال کی ترتیب واضح نہ کی گئی ہو۔ ایسی عبارات کی قدر معلوم کرنے کے لیے پہلے ہر رکن کی قدر معلوم کی جاتی ہے۔ تمام ارکان کی قدریں معلوم ہونے کے بعد انہیں جمع کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر $30 + 5 \times 4$ کو اس طرح حل کیا جاتا ہے:

$$30 + 5 \times 4 = (30) + (5 \times 4) = (30) + (20) = (50)$$

عبارت $3 + 8 \times 7 + (3 + 2) \times 5$ کو اس طرح حل کیا جاتا ہے:

$$5 \times (3 + 2) + 78 + 3 = (5 \times (3 + 2)) + (7 \times 8) + (3)$$

1342
774
8611
9055
1022

یہاں پہلے $(3 + 2)$ کی قدر معلوم کی گئی، پھر اس حاصل کو 5 سے ضرب دیا گیا، جس سے 25 حاصل ہوا۔

اسی طرح $7 \times 8 = 56$ اب عبارت $84 = 3 + 56 + 25$ بن جاتی ہے۔

مانسا ایک لمبی فہرست کے اعداد جمع کر رہی تھی۔ اسے تمام اعداد جمع کرنے میں پانچ منٹ لگے اور اس کا جواب 11749 آیا۔ پھر اسے یاد آیا کہ وہ چوتھا عدد 9055 شامل کرنا بھول گئی تھی۔ کیا اسے دوبارہ شروع سے پورا حساب کرنا ہوگا؟

ریاضی میں "ارکان کی جگہ بدلنے سے مجموعے میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی" **جمع کی بندشی خاصیت** کہتے ہیں۔ اسی طرح "گروہ بندی سے مجموعے میں تبدیلی نہیں ہوتی" **جمع کی تقلیبی خاصیت** کہتے ہیں۔

روزمرہ زندگی میں ترتیب بدلنا





مانسا باہر کھیلنے جا رہی ہے۔ اس کی والدہ کہتی ہیں۔ "ٹوپی اور جوتے پہن لو!" وہ پہلے کون سی چیز پہنتی ہے؟ وہ پہلے ٹوپی پہن سکتی ہے اور پھر جوتے، یا پہلے جوتے پہن سکتی ہے اور پھر ٹوپی۔ مانسا کی والدہ کہتی ہیں۔ "موزے اور جوتے پہن لو!" اب ترتیب اہم ہو جاتی ہے۔

She should wear socks and then shoes. If she wears shoes and then socks, Manasa will feel very uncomfortable and look very different. Now Let us discuss such type of situtions in mathematics involving arithmetic expression

2.2.4 More Expressions and Their Terms

Example 7 : Anu, Charan, Madhu, and John went to a hotel and ordered four dosas. Each dosa cost ₹23, and they wish to thank the waiter by tipping ₹5. Write an expression describing the total cost.

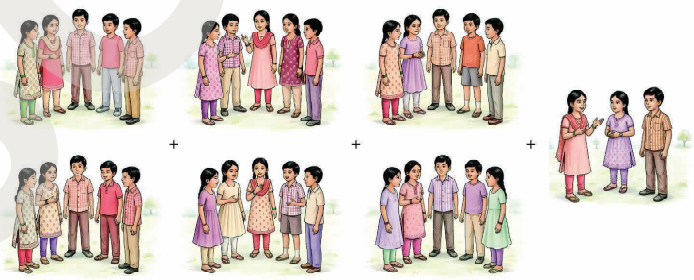
Cost of 4 dosas = 4 × 23

Can the total amount with tip be written as 4 × 23 + 5? Evaluating it, we get

$4 \times 23 + 5 = (4 \times 23) + (5) = (92) + (5) = (97)$

Thus, 4 × 23 + 5 is a correct way of writing the expression.

If the total number of friends goes up to 7 and the tip remains the same, how much will they have to pay? Write an expression for this situation and identify its terms.



Example 8 : Children in a class are playing "Fire in the mountain, run, run, run!". Whenever the teacher calls out a number, students are supposed to arrange them selves in groups of that number. Whoever is not part of the announced group size, is out.

Rupa wanted to rest and sat on one side. The other 33 students were playing the game in the class.

The teacher called out '5'. Once children settled, Rupa wrote

6 × 5 + 3

(understood as 3 more than 6 × 5)

Think and discuss why she wrote this.

The expression written as a sum of terms is—

(6 × 5) + (3)

اسے پہلے موزے اور پھر جوتے پہننے چاہئیں۔ اگر وہ پہلے جوتے اور پھر موزے پہنے گی تو اسے بے آرامی محسوس ہو گی اور اس کی شکل بھی مختلف لگے گی۔ اب آیئے ریاضی میں حسابی عبارات سے متعلق ایسی ہی صوتِ حالوں پر گفتگو کرتے ہیں۔

2.2.4 مزید عبارات اور ان کے ارکان

مثال 7: انو، چرن، مدھو اور جان ایک ہوٹل گئے اور انہوں نے چار دوسا منگوائے۔ ہر دوسا کی قیمت 23 روپے تھی اور وہ ویٹر کو 5 روپے انعام (ٹپ) دینا چاہتے تھے۔ کل خرچ کو ظاہر کرنے والی عبارت لکھیے۔

4 دوسا کی قیمت $= 4 \times 23$

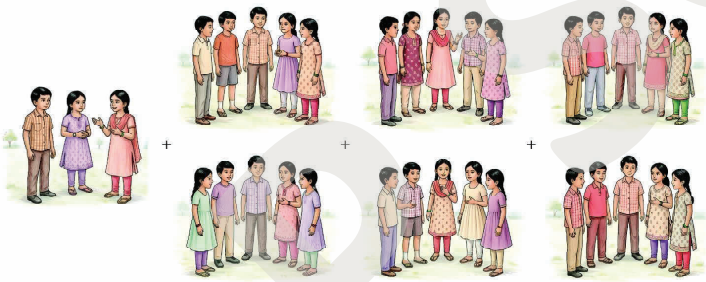
کیا ٹپ سمیت کل رقم کو $4 \times 23 + 5$ لکھا جا سکتا ہے؟ اس عبارت کی قدر معلوم کرتے ہیں:

$4 \times 23 + 5 = (4 \times 23) + (5) = (92) + (5) = (97)$

لہٰذا $4 \times 23 + 5$ عبارت لکھنے کا درست طریقہ ہے۔

اگر دوستوں کی تعداد 7 ہو جائے اور ٹپ وہی رہے، تو انہیں کتنی رقم ادا کرنی ہو گی؟ اس صوتِ حال کے لیے ایک عبارت لکھیے اور اس کے ارکان معلوم کیجیے۔

مثال 8: ایک جماعت کے بچے "پہاڑ پر آگ لگی؛ بھاگو، بھاگو، بھاگو!" کھیل رہے تھے۔ جب بھی استاد کوئی عدد پکارتے، بچوں کو اسی تعداد کے گروہوں میں تقسیم ہونا ہوتا تھا۔ جو بچہ اعلان کردہ تعداد والے گروہ میں شامل نہ ہو پاتا، وہ کھیل سے باہر ہو جاتا۔



روپا آرام کرنا چاہتی تھی، اس لیے وہ ایک طرف بیٹھ گئی۔ باقی 33 بچے جماعت میں کھیل رہے تھے۔ استاد نے "5" پکارا۔ جب بچے گروہوں میں منظم ہو گئے تو روپا نے لکھا:

$6 \times 5 + 3$

(یعنی: 6×5 سے 3 زیادہ)

سون چیے اور گفتگو کیجیے کہ اس نے ایسا کیوں لکھا۔ یہ عبارت ارکان کے مجموعے کی صورت میں یوں لکھی جاتی ہے

$(6 \times 5) + (3)$

For each of the cases below, write the expression and identify its terms:

If the teacher had called out '4', Rupa would write _____

If the teacher had called out '7', Rupa would write _____

Write expressions like the above for your class size.

Example 9 : Raghu bought 100 kg of rice from the wholesale market and packed them into 2 kg packets. He already had four 2 kg packets. Write an expression for the number of 2 kg packets of rice he has now and identify the terms.

He had 4 packets. The number of new 2 kg packets of rice is $100 \div 2$, which we also write as $\frac{100}{2}$.

The number of 2 kg packets he has now is $4 + \frac{100}{2}$. The terms are—

(4) and $\left(\frac{100}{2}\right)$.

Example10 : Krishna has to pay ₹432 to a shopkeeper using coins of ₹1 and ₹5, and notes of ₹10, ₹20, ₹50 and ₹100. How can he do it?

There is more than one possibility. For example,

$$432 = 4 \times 100 + 1 \times 20 + 1 \times 10 + 2 \times 1$$

Meaning: 4 notes of ₹100, 1 note of ₹20, 1 note of ₹10 and 2 coins of ₹1

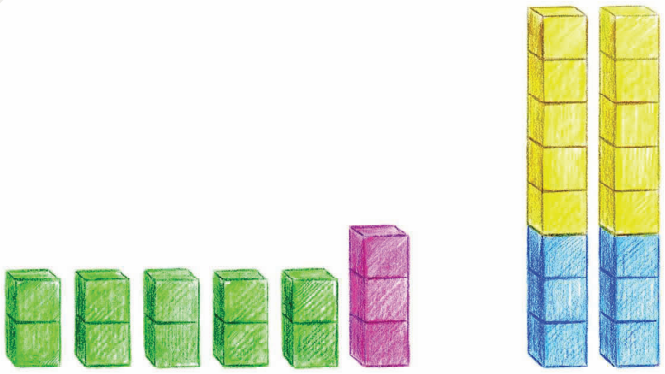
$$432 = 8 \times 50 + 1 \times 10 + 4 \times 5 + 2 \times 1$$

Meaning: 8 notes of ₹50, 1 note of ₹10, 4 notes of ₹5 and 2 coins of ₹1

Identify the terms in the two expressions above.

Can you think of some more ways of giving ₹432 to someone?

Example 11 : Here are two pictures. Which of these two arrangements matches with the expression $5 \times 2 + 3$?



APSCERT

؟ مندرجہ ذیل ہر صورت میں عبارت لکھیے اور اس کے ارکان معلوم کیجیے:

اگر استاد نے '4' پکارا ہو تا تو روپا لکھتی: _____

اگر استاد نے '7' پکارا ہو تا تو روپا لکھتی: _____

اپنی جماعت کی تعداد کے مطابق بھی اسی طرح کی عبارات لکھیے۔

؟ **مثال 9:** رگھو نے تھوک بازار سے 100 کلو گرام چاول خریدے اور انہیں 2 کلو گرام کے پیکٹوں میں بھر دیا۔ اس کے پاس پہلے سے 2 کلو گرام کے 4 پیکٹ موجود تھے۔ ایک عبارت لکھیے جو یہ ظاہر کرے کہ اب اس کے پاس 2 کلو گرام کے کل کتنے پیکٹ ہیں، اور اس کے ارکان معلوم کیجیے۔

اس کے پاس پہلے سے 4 پیکٹ تھے۔ 2 کلو گرام کے نئے پیکٹوں کی تعداد: $100 \div 2$ ہے،

جسے اس طرح بھی لکھتے ہیں: $\frac{100}{2}$

اب اس کے پاس 2 کلو گرام کے کل پیکٹ: $\frac{100}{2} + 4$ ہیں۔ اس عبارت کے ارکان ہیں:

4 اور $\frac{100}{2}$

؟ **مثال 10:** کرشنا کو ایک دکاندار کو 432 روپے ادا کرنے ہیں۔ وہ 1 روپے اور 5 روپے کے سکّوں، اور 10، 20، 50 اور 100 روپے کے نوٹوں کا استعمال کر سکتا ہے۔ وہ یہ کیسے کر سکتا ہے؟ اس کے ایک سے زیادہ طریقے ہو سکتے ہیں۔

مثال کے طور پر:

$$432 = 4 \times 100 + 1 \times 20 + 1 \times 10 + 2 \times 1$$

مطلب: 100 کے 4 نوٹ، 20 کا 1 نوٹ، 10 کا 1 نوٹ، اور 1 روپے کے 2 سکّے۔ اسی طرح:

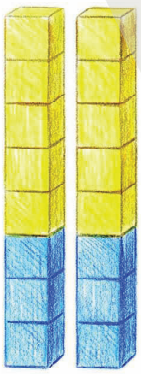
$$432 = 8 \times 50 + 1 \times 10 + 4 \times 5 + 2 \times 1$$

مطلب: 50 کے 8 نوٹ، 10 کا 1 نوٹ، 5 کے 4 نوٹ، اور 1 روپے کے 2 سکّے۔

؟ اوپر دی گئی دونوں عبارات کے ارکان معلوم کیجیے۔

؟ کیا آپ 432 روپے ادا کرنے کے مزید طریقے سوچ سکتے ہیں؟

؟ **مثال 11:** یہاں دو تصویریں دی گئی ہیں۔ ان میں سے کون سی ترتیب عبارت $3 + 2 \times 5$ سے مطابقت رکھتی ہے؟





Let us write this expression as a sum of terms.

$$(5 \times 2) + (3) = (10) + (3) = (13)$$

This expression $5 \times 2 + 3$ can be understood as 3 more than 5×2, which illustrates the arrangement on the left.

? What is the expression for the arrangement in the right making use of the number of yellow and blue squares?

Do you recall the use of brackets? We need to use brackets for this.

$$2 \times (5 + 3)$$

Notice that this arrangement can also be described using—

$5 + 3 + 5 + 3$ OR

$5 \times 2 + 3 \times 2$ OR

$2 \times 5 + 2 \times 3$



Figure it Out - 2.2

1. Find the values of the following expressions by writing the terms in each case.
   (a) $28 - 7 + 8$ (b) $39 - 2 \times 6 + 11$
   (c) $40 - 10 + 10 + 10$ (d) $48 - 10 \times 2 + 16 \div 2$
   (e) $6 \times 3 - 4 \times 8 \times 5$
2. Write a story/situation for each of the following expressions and find their values.
   (a) $89 + 21 - 10$ (b) $5 \times 12 - 6$
   (c) $4 \times 9 + 2 \times 6$
3. For each of the following situations, write the expression describing the situation, identify its terms and find the value of the expression.
   (a) Queen Alia gave 100 gold coins to Princess Elsa and 100 gold coins to Princess Anna last year. Princess Elsa used the coins to start a business and doubled her coins. Princess Anna bought jewellery and has only half of the coins left. Write an expression describing how many gold coins Princess Elsa and Princess Anna together have.
   (b) A metro train ticket between two stations is ₹40 for an adult and ₹20 for a child. What is the total cost of tickets:
   (i) for four adults and three children?
   (ii) for two groups having three adults each?

© NCERT

آیئے اس عبارت کو ارکان کے مجموعے کی صورت میں لکھتے ہیں:

$(5 \times 2) + (3) = (10) + (3) = (13)$

عبارت $3 + 2 \times 5$ کا مطلب ہے "2×5 سے 3 زیادہ" یہ بائیں طرف والی ترتیب کو ظاہر کرتا ہے۔

دائیں طرف والی ترتیب کے لیے، پیلے اور نیلے خانوں کی تعداد استعمال کرتے ہوئے کون سی عبارت لکھی جاسکتی ہے؟

کیا آپ کو قوسین کا استعمال یاد ہے؟ اس کے لیے ہمیں قوسین استعمال کرنا ہوں گے:

$2 \times (5 + 3)$

غور کیجیے کہ اس ترتیب کو اس طرح بھی بیان کیا جاسکتا ہے:

$5 + 3 + 5 + 3$ یا

$5 \times 2 + 3 \times 2$ یا

$2 \times 5 + 2 \times 3$



حل کیجیے-2.2

1. درج ذیل عبارات کی قدر معلوم کیجیے اور ہر صورت میں ارکان لکھیے۔

(a) $28 - 7 + 8$ (b) $39 - 2 \times 6 + 11$

(c) $40 - 10 + 10 + 10$ (d) $48 - 10 \times 2 + 16 \div 2$

(e) $6 \times 3 - 4 \times 8 \times 5$

2. درج ذیل عبارات کے لیے ایک کہانی / صورتِ حال لکھیے اور ان کی قدریں معلوم کیجیے۔

(a) $89 + 21 - 10$ (b) $5 \times 12 - 6$

(c) $4 \times 9 + 2 \times 6$

3. درج ذیل صورتِ حالوں کے لیے عبارت لکھیے، اس کے ارکان معلوم کیجیے اور عبارت کی قدر نکالیے۔

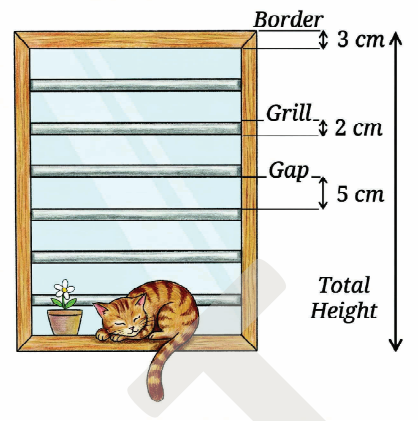
a) ملکہ عالیہ نے پچھلے سال شہزادی ایلسا کو 100 سونے کے سکّے اور شہزادی اینا کو بھی 100 سونے کے سکّے دیے۔ شہزادی ایلسا نے ان سکّوں سے کاروبار شروع کیا اور اس کے سکّے دگنے ہوگئے۔ شہزادی اینا نے زیورات خرید لیے اور اس کے پاس صرف آدھے سکّے باقی رہ گئے۔ ایک عبارت لکھیے جو ظاہر کرے کہ اب شہزادی ایلسا اور شہزادی اینا کے پاس مجموعی طور پر کتنے سونے کے سکّے ہیں۔

b) دو اسٹیشنوں کے درمیان میٹرو ٹرین کا ٹکٹ ایک بالغ کے لیے 40 روپے اور ایک بچے کے لیے 20 روپے ہے۔ ٹکٹوں کی کل قیمت معلوم کیجیے:

(i) چار بالغوں اور تین بچوں کے لیے

(ii) دو ایسے گروہوں کے لیے جن میں ہر ایک میں تین بالغ ہوں۔

(c) Find the total height of the window by writing an expression describing the relationship among the measurements shown in the picture.



2.2.5 Removing Brackets — I

Let us find the value of this expression,

$$200 - (40 + 3).$$

We first evaluate the expression inside the bracket to 43 and then subtract it from 200. But it is simpler to first subtract 40 from 200:

$$200 - 40 = 160.$$

And then subtract 3 from 160:

$$160 - 3 = 157.$$

What we did here was 200 – 40 – 3. Notice, that we did not do

$$200 - 40 + 3.$$

So, $200 - (40 + 3) = 200 - 40 - 3$.

Example 12 : We also saw this earlier in the case of Irfan purchasing a biscuit packet (₹15) and a toor dal packet (₹56). When he paid ₹100, the change he gets in rupees is:

$$100 - (15 + 56) = 29.$$

The change could also have been calculated as follows:

(a) First subtract the cost of the biscuit packet (15) from 100:

$$100 - 15 = 85.$$

This is the amount the shopkeeper owes Irfan if he had purchased only the biscuits. As he has purchased toor dal also, its cost is taken from this remaining amount of 85.

(b) So, to find the change, we need to subtract the cost of toor dal from 85.

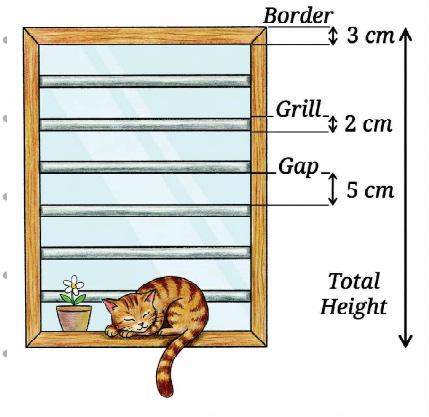
$$85 - 56 = 29.$$

What we have done here is **100 – 15 – 56.** So,

$$100 - (15 + 56) = 100 - 15 - 56.$$

Notice how upon **removing the brackets preceded by a negative sign,** the signs of the terms inside the brackets change. Observe the signs of 40 and 3 in the first example, and that of 15 and 56 in the second.

AP SCERT



(c) تصویر میں دکھائی گئی پیمائشوں کے باہمی تعلق کو ظاہر کرنے والی ایک عبارت لکھ کر کھڑکی کی کل اونچائی معلوم کیجیے۔

2.2.5 قوسین کو ہٹانا — I

آیئے اس عبارت کی قدر معلوم کرتے ہیں،

$200 - (40 + 3)$

ہم پہلے قوسین کے اندر والی عبارت کی قدر معلوم کرتے ہیں $40 + 3 = 43$

پھر اسے 200 میں سے منفی کرتے ہیں۔

لیکن ایک آسان طریقہ یہ ہے کہ پہلے 200 میں سے 40 منفی کریں:

$200 - 40 = 160$

اور پھر 160 میں سے 3 منفی کریں: $160 - 3 = 157$

ہم نے یہاں دراصل یہ کیا $200 - 40 - 3$ غور کیجیے کہ ہم نے یہ نہیں کیا $200 - 40 + 3$

لہٰذا: $200 - (40 + 3) = 200 - 40 - 3$

مثال 12: ہم نے یہی بات اس وقت بھی دیکھی تھی جب عرفان نے 15 روپے کا بسکٹ پیکٹ اور 56 روپے کی تور دال خریدی تھی۔

جب اس نے دکاندار کو 100 روپے دیے تو اسے واپس ملنے والی رقم تھی: $100 - (15 + 56) = 29$

باقی رقم اس طرح بھی معلوم کی جاسکتی تھی:

a) پہلے بسکٹ پیکٹ کی قیمت 15 کو 100 میں سے منفی کریں: $100 - 15 = 85$

یہ وہ رقم ہے جو صرف بسکٹ خریدنے کی صورت میں دکاندار کو عرفان کو واپس دینی تھی۔ چونکہ عرفان نے تور دال بھی خریدی تھی، اس لیے اس کی قیمت بھی باقی رقم 85 میں سے منفی کی جائے گی۔

b) لہٰذا باقی رقم معلوم کرنے کے لیے ہم کو تور دال کی قیمت میں سے 85 کو تفریق کرنے کی ضرورت ہے

$85 - 56 = 29$

ہم نے یہاں دراصل یہ کیا $100 - 15 - 56$

لہٰذا: $100 - (15 + 56) = 100 - 15 - 56$

غور کیجیے کہ جب منفی علامت کے بعد آنے والی قوسین کو ہٹایا جاتا ہے تو قوسین کے اندر موجود ارکان کی علامتیں تبدیل ہو جاتی ہیں۔ پہلی مثال میں 40 اور 3 کی علامتوں کو، اور دوسری مثال میں 15 اور 56 کی علامتوں کو غور سے دیکھیے۔

Example 13 : Consider the expression 500 – (250 – 100). Is it possible to write this expression without the brackets?

To evaluate this expression, we need to subtract 250 – 100 = 150 from 500:

$$500 - (250 - 100) = 500 - 150 = 350.$$

If we were to directly subtract 250 from 500, then we would have subtracted 100 more than what we needed to. So, we should add back that 100 to 500 – 250 to make the expression take the same value as 500 – (250 – 100). This sequence of operations is 500 – 250+100. Thus,

$$500 - (250 - 100) = 500 - 250 + 100.$$

Check that 500 – (250 – 100) is not equal to 500 – 250 – 100. Notice again that **when the brackets preceded by a negative sign** are removed, the signs of the terms inside the brackets change. In this case, the signs of 250 and – 100 change to – 250 and 100.

Example 14 : Meena has a rare coin collection. She has 28 coins in one bag and 35 coins in another. She gifts her friend 10 coins from the second bag. Write an expression for the number of coins left with Meena.

This can be expressed by 28 + (35 – 10).

We know that this is the same as 28 + (35 + (–10)). Since the terms can be added in any order, this expression can simply be written as 28 + 35 + (–10), or 28 + 35 – 10. Thus,

$$28 + (35 - 10) = 28 + 35 - 10 = 53.$$

When the brackets are NOT preceded by a negative sign, the terms within them do not change their signs upon removing the brackets. Notice the sign of the terms 35 and – 10 in the above expression.



Rather than simply remembering rules for when to change the sign and when not to, you can figure it out for yourself by thinking about the meanings of the expressions.

2.2.6 Tinker the Terms I

What happens to the value of an expression if we increase or decrease the value of one of its terms?

Some expressions are given in following three columns. In each column, one or more terms are changed from the first expression. Go through the example (in the first column) and fill the blanks, doing as little computation as possible.

مثال 13: اس عبارت پر غور کیجیے $500 - (250 - 100)$۔ کیا اس عبارت کو قوسین کے بغیر لکھنا ممکن ہے؟

اس عبارت کی قدر معلوم کرنے کے لیے ہمیں پہلے $250 - 100 = 150$ معلوم کرنا ہوگا، پھر اسے 500 میں سے منفی کریں گے:

$$500 - (250 - 100) = 500 - 150 = 350$$

اگر ہم براہِ راست 500 میں سے 250 منفی کر دیں، تو ہم ضرورت سے 100 زیادہ منفی کر چکے ہوں گے۔ اس لیے 500 – 250 میں دوبارہ 100 جمع کرنا ہوگا تاکہ عبارت کی قدر وہی رہے جو $500 - (250 - 100)$ کی ہے۔ یہ عمل اس طرح ہوگا $500 - 250 + 100$ لہٰذا،

$$500 - (250 - 100) = 500 - 250 + 100$$

یہ بھی جانچیے کہ $500 - (250 - 100)$ اور $500 - 250 - 100$ برابر نہیں ہیں۔ ایک بار پھر غور کیجیے کہ جب منفی علامت کے بعد آنے والی قوسین کو ہٹایا جاتا ہے تو قوسین کے اندر موجود ارکان کی علامتیں تبدیل ہو جاتی ہیں۔ اس مثال میں 250 اور 100 – کی علامتیں تبدیل ہو کر 250– اور +100 بن گئیں۔

مثال 14: مینا کے پاس نایاب سکّوں کا مجموعہ ہے۔ اس کے ایک تھیلے میں 28 سکّے اور دوسرے تھیلے میں 35 سکّے ہیں۔ وہ دوسرے تھیلے میں سے اپنے دوست کو 10 سکّے تحفے میں دے دیتی ہے۔ مینا کے پاس باقی بچنے والے سکّوں کی تعداد کے لیے ایک عبارت لکھیے۔

اسے اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے: $28 + (35 - 10)$

ہم جانتے ہیں کہ یہ اسی کے برابر ہے $28 + (35 + (-10))$ چونکہ ارکان کو کسی بھی ترتیب سے جمع کیا جاسکتا ہے، اس لیے اس عبارت کو سادہ طور پر یوں بھی لکھا جاسکتا ہے $28 + 35 + (-10)$ یا $28 + 35 - 10$

لہٰذا: $28 + (35 - 10) = 28 + 35 - 10 = 53$

جب قوسین سے پہلے منفی علامت موجود نہ ہو تو قوسین ہٹانے پر اندر موجود ارکان کی علامتیں تبدیل نہیں ہوتیں۔ اوپر دی گئی عبارت میں 35 اور –10 کی علامتوں پر غور کیجیے۔



صرف اصول یاد رکھنے کے بجائے کہ کب علامت بدلنی ہے اور کب نہیں، آپ عبارات کے مفہوم پر غور کر کے خود بھی یہ بات سمجھ سکتے ہیں۔

2.2.6 ارکان کا پھیر و بدل I

اگر کسی عبارت کے ایک یا زیادہ ارکان کی قدر بڑھا دی جائے یا کم کر دی جائے تو عبارت کی قدر پر کیا اثر پڑتا ہے؟

نیچے دیے گئے تین ستونوں میں کچھ عبارات دی گئی ہیں۔ ہر ستون میں پہلی عبارت کے ایک یا زیادہ ارکان تبدیل کیے گئے ہیں۔ پہلے کالم میں دی گئی مثال کو غور سے دیکھیے اور کم سے کم حساب کرتے ہوئے خالی جگہیں پُر کیجیے۔

53 + (–16) = 37	53 + (–16) = 37	(–87) + (–16) = ◯
54 + (–16) = 38 54 is one more than 53, so the value will be 1 more than 37.	52 + (–16) = ◯ 52 is one less than 53, so the value will be 1 less than 37.	(–88) + (–15) = ◯
		(–86) + (–18) = ◯
53 + (–15) = ◯ Is –15 one more or one less than –16?	53 + (–17) = ◯ Is –17 one more or one less than –16?	(–97) + (–26) = ◯



Figure it Out - 2.3

1. Fill in the blanks with numbers, and boxes with operation signs such that the expressions on both sides are equal.
   (a) 24 + (6 – 4) = 24 + 6 ☐ ____
   (b) 38 + (____ ☐ ____) = 38 + 9 – 4
   (c) 24 – (6 +4) = 24 ☐ 6 – 4
   (d) 24 – 6 – 4 = 24 – 6 ☐ ____
   (e) 27 – (8 + 3) = 27 8 3
   (f) 27– (____ ☐ ____) = 27 – 8 + 3
2. Remove the brackets and write the expression having the same value.
   (a) 14 + (12 + 10) (b) 14 – (12 + 10)
   (c) 14 + (12 – 10) (d) 14 – (12 – 10)
   (e) –14 + 12 – 10 (f) 14 – (–12 – 10)
3. Find the values of the following expressions. For each pair, first try to guess whether they have the same value. When are the two expressions equal?
   (a) (6 + 10) – 2 and 6 + (10 – 2)
   (b) 16 – (8 – 3) and (16 – 8) – 3
   (c) 27 – (18 + 4) and 27 + (–18 – 4)
4. In each of the sets of expressions below, identify those that have the same value. Do not evaluate them, but rather use your understanding of terms.

APSCERT

$(-87) + (-16) = \bigcirc$	$53 + (-16) = 37$	$53 + (-16) = 37$
$(-88) + (-15) = \bigcirc$	$52 + (-16) = \bigcirc$ 52 ایک کم ہے 53 سے لہٰذا قدر 37 سے ایک کم ہے	$54 + (-16) = 38$ 54 ایک زیادہ ہے 53 سے لہٰذا قدر 37 سے ایک زیادہ ہے
$(-86) + (-18) = \bigcirc$	$53 + (-17) = \bigcirc$ کیا 17 ایک زیادہ یا ایک کم ہے 16 سے؟	$53 + (-15) = \bigcirc$ کیا 15 ایک زیادہ یا ایک کم ہے 16 سے؟
$(-97) + (-26) = \bigcirc$		

حل کیجیے–2.3

1. خالی جگہوں میں اعداد اور خانوں میں مناسب عملی علامتیں بھریے تاکہ دونوں طرف کی عبارات برابر ہوں۔ قوسین کو ہٹا کر وہ عبارت لکھیے جس کی قدر برابر ہو۔

(a) $24 + (6 - 4) = 24 + 6 \square \_\_\_\_$

(b) $38 + (\_\_\_\_ \square \_\_\_\_) = 38 + 9 - 4$

(c) $24 - (6 + 4) = 24 \square 6 - 4$

(d) $24 - 6 - 4 = 24 - 6 \square \_\_\_\_$

(e) $27 - (8 + 3) = 27\ 8\ 3$

(f) $27 - (\_\_\_\_ \square \_\_\_\_) = 27 - 8 + 3$

2. درج ذیل عبارات کی قدریں معلوم کیجیے۔

(a) $14 + (12 + 10)$ (b) $14 - (12 + 10)$

(c) $14 + (12 - 10)$ (d) $14 - (12 - 10)$

(e) $-14 + 12 - 10$ (f) $14 - (-12 - 10)$

3. ہر جوڑے کے لیے پہلے اندازہ لگائیے کہ آیا دونوں کی قدر برابر ہوگی یا نہیں۔ دونوں عبارات کب برابر ہوتی ہیں؟

(a) $6 + (10 - 2)$ اور $(6 + 10) - 2$

(b) $(16 - 8) - 3$ اور $16 - (8 - 3)$

(c) $27 + (-18 - 4)$ اور $27 - (18 + 4)$

4. ذیل میں دی گئی عبارات کے مجموعوں میں ان عبارات کی نشاندہی کیجیے جن کی قدر برابر ہے۔ انہیں حل نہ کیجیے بلکہ ارکان کے بارے میں اپنی سمجھ استعمال کیجیے۔

APSCERT

(a) 319 + 537, 319 – 537, – 537 + 319, 537 – 319

(b) 87 + 46 – 109, 87 + 46 – 109, 87 + 46 – 109, 87 – 46 + 109, 87 – (46 + 109), (87 – 46) + 109

5. Add brackets at appropriate places in the expressions such that they lead to the values indicated as shown in the below example 65 - 18 + 12 = 35 , the correct expression is 65 - (18 + 12)= 35

(a) 34 – 9 + 12 = 13

(b) 56 – 14 – 8 = 34

(c) –22 – 12 + 10 + 22 = – 22

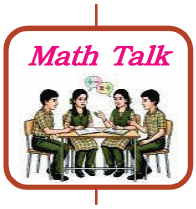
6. Using only reasoning of how terms change their values, fill the blanks to make the expressions on either side of the equality (=) equal.

(a) 423 + _____= 419 + _____

(b) 207 – 68 = 210 – _____

7. Using the numbers 2, 3 and 5, and the operators '+' and '–', and brackets, as necessary, generate expressions to give as many different values as possible. For example, 2 – 3 + 5 = 4 and 3 – (5 – 2) = 0.

8. Whenever Radhika has to subtract 9 from a number, she subtracts 10 and adds 1 to it. For example, 36 – 9 = 26 + 1.



(a) Do you think she always gets the correct answer? Why?

(b) Can you think of other similar strategies? Give some examples.

9. Consider the two expressions: a) 73 – 14 + 1, b) 73 – 14 – 1. For each of these expressions, identify the expressions from the following collection that are equal to it.

(a) 73 – (14 + 1) b) 73 – (14 – 1)

(c) 73 + (– 14 + 1) d) 73 + (– 14 – 1)

Removing Brackets — II

Example 15 : Phani and Prem went to a hotel. Each of them ordered a vegetable cutlet and a rasgulla. A vegetable cutlet costs ₹43 and a rasgulla costs ₹24. Write an expression for the amount they will have to pay.

As each of them had one vegetable cutlet and one rasagulla, each of their shares can be represented by 43 + 24.

What about the total amount they have to pay? Can it be described by the expression: 2 × 43 + 24?

(a) 319 + 537, 319 - 537, - 537 + 319, 537 - 319

(b) 87 + 46 - 109, 87 + 46 - 109, 87 + 46 - 109, 87 - 46 + 109, 87 - (46 + 109), (87 - 46) + 109

5. مناسب جگہوں پر قوسین لگائیے تاکہ عبارت دی گئی قیمت کے برابر ہو جائے۔ مثال:

$65 - 18 + 12 = 35$، صحیح صورت $65 - (18 + 12) = 35$

(a) $34 - 9 + 12 = 13$

(b) $56 - 14 - 8 = 34$

(c) $-22 - 12 + 10 + 22 = -22$

6. صرف ارکان کی قیمت میں تبدیلی کی سمجھ استعمال کرتے ہوئے خالی جگہیں پُر کیجیے تاکہ "=" کے دونوں طرف قیمت برابر ہو جائے۔

(a) $423 + \_\_\_\_\_ = 419 + \_\_\_\_\_$

(b) $207 - 68 = 210 - \_\_\_\_\_$

7. اعداد 2، 3 اور 5 اور علامات "+"، "–" اور ضرورت کے مطابق قوسین استعمال کرتے ہوئے زیادہ سے زیادہ مختلف قیمتوں والی عبارات بنائیے۔ مثالیں: $2 - 3 + 5 = 4$ اور $3 - (5 - 2) = 0$

8. جب بھی رادھیکا کو کسی عدد میں سے 9 منفی کرنا ہوتا ہے تو وہ پہلے 10 منفی کرتی ہے اور پھر 1 جمع کر دیتی ہے۔

مثال: $36 - 9 = 26 + 1$



(a) کیا آپ سمجھتے ہیں کہ اسے ہمیشہ درست جواب ملتا ہے؟ کیوں؟

(b) کیا آپ ایسی اور حکمتِ عملیاں سوچ سکتے ہیں؟ چند مثالیں دیجیے۔

9. درج ذیل دو عبارات پر غور کیجیے: (a) $73 - 14 + 1$ (b) $73 - 14 - 1$

مندرجہ ذیل عبارات میں سے ہر ایک کے برابر عبارات کی نشاندہی کیجیے۔

(a) 73 - (14 + 1) b) 73 - (14 - 1)

(c) 73 + (- 14 + 1) d) 73 + (- 14 - 1)

قوسین کو ہٹانا — II

مثال 15: پھنی اور پریم ایک ہوٹل گئے۔ ان دونوں نے ایک سبزی کٹ لیٹ اور ایک رس گلہ منگوایا۔ ایک سبزی کٹ لیٹ کی قیمت ₹43 اور ایک رس گلہ کی قیمت ₹24 ہے۔ ان دونوں کو کل کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟ اس کے لیے ایک عبارت لکھیے۔

چونکہ ان دونوں نے ایک ایک سبزی کٹ لیٹ اور ایک ایک رس گلہ لیا، اس لیے ہر ایک کے حصے کو اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے $24 + 43$

اب دونوں کی کل رقم کیا ہوگی؟ کیا اسے اس عبارت سے ظاہر کیا جاسکتا ہے $24 + 43 \times 2$؟

Writing it as sum of terms gives:

$$(2 \times 43) + (24)$$

This expression means 24 more than 2×43. But, we want an expression which means twice or double of $43 + 24$.

We can make use of brackets to write such an expression:

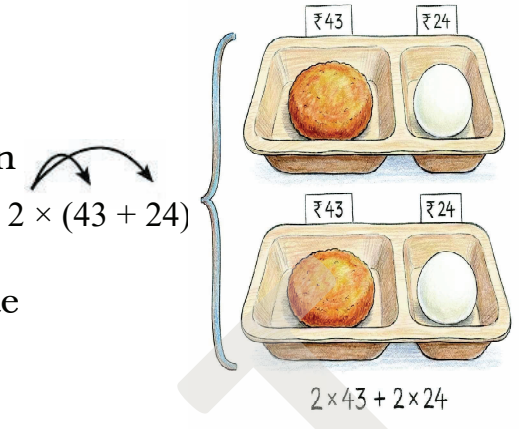
$$2 \times (43 + 24).$$

So, we can say that together they have to pay $2 \times (43 + 24)$. This is also the same as paying for two vegetable cutlets and two rasgullas:

$$2 \times 43 + 2 \times 24.$$

Therefore,

$$2 \times (43 + 24) = 2 \times 43 + 2 \times 24.$$



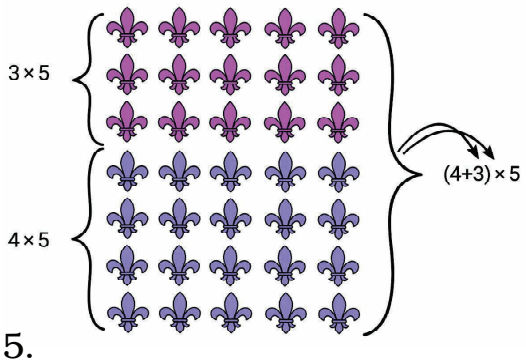
If another friend, Satish, joins them and orders the same items, what will be the expression for the total amount to be paid?

Example 16 : In the Republic Day parade, there are boy scouts and girl guides marching together. The scouts march in 4 rows with 5 scouts in each row. The guides march in 3 rows with 5 guides in each row (see the figure below). How many scouts and guides are marching in this parade?

The number of boy scouts marching is 4×5. The number of girl guides marching is 3×5.

The total number of scouts and guides will be $4 \times 5 + 3 \times 5$.

This can also be found by first finding the total number of rows, i.e., $4 + 3$, and then multiplying their sum by the number of children in each row. Thus, the number of boys and girls can be found by $(4 + 3) \times 5$.



Therefore, $4 \times 5 + 3 \times 5 = (4 + 3) \times 5$.

Computing these expressions, we get

$$4 \times 5 + 3 \times 5 = (4 \times 5) + (3 \times 5) = (20) + (15) = (35)$$

$$(4 + 3) \times 5 = 7 \times 5 = 35$$

اسے ارکان کی صورت میں لکھنے پر حاصل ہوتا ہے:

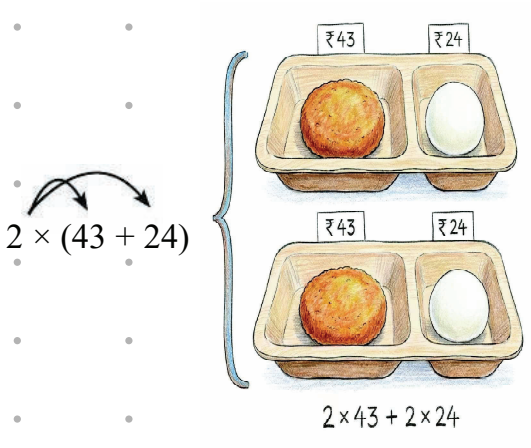
$(2 \times 43)+(24)$

یہ عبارت "2 × 43 سے 24 زیادہ" کے معنی دیتی ہے۔

لیکن ہمیں ایسی عبارت چاہیے جو "43 + 24 کا دوگنا" ہوں۔

اس کے لیے ہم قوسین استعمال کرتے ہیں:

$2 \times (43 + 24)$



لہٰذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ دونوں کو مل کر $2 \times (43 + 24)$ رقم ادا کرنی ہوگی۔ یہ اس کے بھی برابر ہے کہ دو سبزی کٹ لیٹ اور دو رس گلے کی قیمت ادا کی جائے: $2 \times 43 + 2 \times 24$

لہٰذا: $2 \times (43 + 24) = 2 \times 43 + 2 \times 24$

اگر ان کا ایک اور دوست ستیش بھی ان کے ساتھ شامل ہو جائے اور وہی چیزیں منگوائے، تو کل رقم کی عبارت کیا ہوگی؟

مثال 16: یوم جمہوریہ کی پریڈ میں لڑکے اسکاؤٹس بن کر اور لڑکیاں گائیڈز بن کر ایک ساتھ مارچ کر رہے ہیں۔ اسکاؤٹس کے 4 قطاریں ہیں اور ہر قطار میں 5 اسکاؤٹس ہیں۔ گائیڈز کی 3 قطاریں ہیں اور ہر قطار میں 5 گائیڈز ہیں۔ پریڈ میں کل کتنے اسکاؤٹس اور گائیڈز مارچ کر رہے ہیں؟

اسکاؤٹس بنے لڑکوں کی تعداد: 4×5 گائیڈز بنے لڑکیوں کی تعداد: 3×5

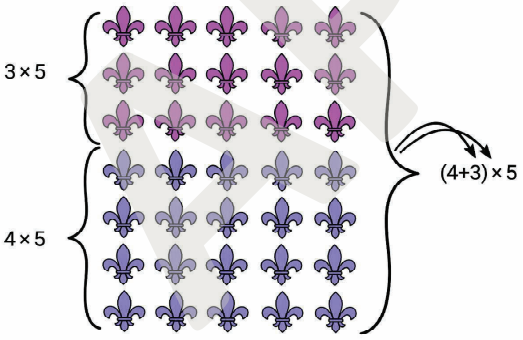
لہٰذا کل تعداد ہوگی: $4 \times 5 + 3 \times 5$

اسے ایک اور طریقے سے بھی معلوم کیا جا سکتا ہے۔

پہلے قطاروں کی کل تعداد معلوم کریں: $4 + 3$

پھر اس مجموعے کو ہر قطار میں بچوں کی تعداد یعنی 5 سے ضرب دیں:

$(4 + 3) \times 5$



لہٰذا: $4 \times 5 + 3 \times 5 = (4 + 3) \times 5$

ان عبارات کی قیمت معلوم کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$4 \times 5 + 3 \times 5 = (4 \times 5) + (3 \times 5) = (20) + (15) = (35)$

$(4 + 3) \times 5 = 7 \times 5 = 35,$

? $5 \times 4 + 3 = 5 \times (4 + 3)$. Can you explain why?
Is $5 \times (4 + 3) = 5 \times (3 + 4) = (3 + 4) \times 5$?

Take away point : The observations that we have made in the previous two examples can be seen in a general way as follows.

Consider $10 \times 98 + 3 \times 98$. This means taking the sum of 10 times 98 and 3 times 98.

$$\underbrace{98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98}_{\text{10 times}} + \underbrace{98 + 98 + 98}_{\text{3 times}}$$

Clearly, this is the same as 10 + 3 = 13 times 98. Thus,

$$10 \times 98 + 3 \times 98 = (10 + 3) \times 98.$$

Writing this equality the other way, we get

$$(10 + 3)\ 98 = 10 \times 98 + 3 \times 98.$$

Swapping the numbers in the products above, this property can be seen in the following form:

$$98 \times 10 + 9 \times 83 = 98\ (10 + 3), \text{ and}$$
$$98\ (10 + 3) = 98 \times 10 + 98 \times 3.$$

Similarly, let us consider the expression $14 \times 10 - 6 \times 10$. This means subtracting 6 times 10 from 14 times 10.

$$\overbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}^{\text{14 times}}$$

Clearly, this is 14 – 6 = 8 times 10. Thus,

$$14 \times 10 - 6 \times 10 = (14 - 6) \times 10,$$

or

$$(14 - 6) \times 10 = 14 \times 10 - 6 \times 10$$

This property can be nicely summed up as follows:

The multiple of a sum (difference) is the same as the sum (difference) of the multiples. This property is called distributive property of multiplication over sum (difference).

2.2.8. Tinker the Terms II

Let us understand what happens when we change the numbers occurring in a product.

APSCERT

؟ $5 \times 4 + 3 = 5 \times (4 + 3)$. کیا آپ وضاحت کر سکتے ہیں کیوں؟

کیا $5 \times (4 + 3) = (3 + 4) \times 5 = 5 \times (3 + 4)$؟

حاصلِ گفتگو: پچھلی دو مثالوں میں جو مشاہدات ہم نے کیے، انہیں عمومی صورت میں اس طرح دیکھا جا سکتا ہے۔

$98 \times 3 + 98 \times 10$ پر غور کریں۔ اس کا مطلب ہے 98 کے 10 گنا اور 98 کے 3 گنا کا مجموعہ لینا۔

$$\underbrace{98 + 98 + 98}_{\text{3 مرتبہ}} + \underbrace{98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98}_{\text{10 مرتبہ}}$$

واضح ہے کہ یہ $10 + 3 = 13$ مرتبہ 98 کے برابر ہے۔ لہٰذا، $98 \times (10 + 3) = 98 \times 3 + 98 \times 10$.

اس مساوات کو دوسری طرف سے لکھیں تو ہمیں ملتا ہے: $98 \times 10 + 98 \times 3 = 98 \times (10 + 3)$.

اوپر حاصلِ ضرب میں اعداد کی ترتیب بدلنے سے اس خاصیت کو اس شکل میں بھی دیکھا جا سکتا ہے:

$98 \times (10 + 3) = 98 \times 10 + 98 \times 3$ اور

$98 \times (10 + 3) = 98 \times 10 + 98 \times 3$.

اسی طرح، $14 \times 10 - 6 \times 10$ پر غور کریں۔ اس کا مطلب ہے 14 مرتبہ 10 میں سے 6 مرتبہ 10 کو منفی کرنا۔

$$\underbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + \cancel{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}}_{\text{14 مرتبہ}}$$

واضح ہے کہ یہ $14 - 6 = 8$ مرتبہ 10 کے برابر ہے۔ لہٰذا،

$14 \times 10 - 6 \times 10 = (14 - 6) \times 10$,

یا

$(14 - 6) \times 10 = 14 \times 10 - 6 \times 10$.

اس خاصیت کو خوبصورتی سے اس طرح بیان کیا جا سکتا ہے:

کسی مجموعہ (یا فرق) کا مضرب، ارکان کے مضارب کے مجموعہ (یا فرق) کے برابر ہوتا ہے۔ اس خاصیت کو مجموعہ (یا فرق) پر ضرب کی تقسیمی خاصیت کہتے ہیں۔

2.2.8 ارکان کا پھیر و بدل—II

آیئے سمجھتے ہیں کہ جب ہم حاصلِ ضرب میں موجود اعداد کو تبدیل کرتے ہیں تو کیا ہوتا ہے۔

APSCERT

Example 17 : Given 53 × 18 = 954. Find out 63 × 18.

As 63 × 18 means 63 times 18,

$63 \times 18 = (53 + 10) \times 18$

$= 53 \times 18 + 10 \times 18$

$= 954 + 180$

$= 1134.$

Example 18 : Find an effective way of evaluating 97 × 25.

97 × 25 means 97 times 25.

We can write it as (100 – 3) × 25

We know that this is the same as the difference of 100 times 25 and 3 times 25:

$$97 \times 25 = 100 \times 25 - 3 \times 25$$

Find this value.

Use this method to find the following products:

(a) 95 × 8

(b) 104 × 15

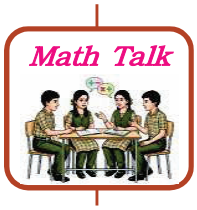
(c) 49 × 50

Is this quicker than the multiplication procedure you use generally?

Which other products might be quicker to find like the ones above?



Figure it Out - 2.4



1. Fill in the blanks with numbers, and boxes by signs, so that the expressions on both sides are equal.

(a) 3 × (6 + 7) = 3 × 6 + 3 × 7

(b) (8 + 3) × 4 = 8 × 4 + 3 × 4

(c) 3 × (5 + 8) = 3 × 5 ☐ 3 × ____

(d) (9 + 2) × 4 = 9 × 4 ☐ 2 × ____

(e) 3 × (____ + 4) = 3 ____ + ____

(f) (____ + 6) × 4 = 13 × 4 + ____

(g) 3 × (____ + ____) = 3 × 5 + 3 × 2

(h) (____ + ____) × ____ = 2 × 4 + 3 × 4

(i) 5 × (9 – 2) = 5 × 9 – 5 × ____

(j) (5 – 2) × 7 = 5 × 7 – 2 × ____

(k) 5 × (8 – 3) = 5 × 8 ☐ 5 × ____

APSCERT

مثال 17 : اگر $53 \times 18 = 954$ ہو، تو 63×18 معلوم کریں۔

چونکہ 63×18 کا مطلب 18 کے 63 گنا ہے،

$$63 \times 18 = (53 + 10) \times 18$$
$$= 53 \times 18 + 10 \times 18$$
$$= 954 + 180$$
$$= 1134.$$

مثال 18: 25×97 معلوم کرنے کا ایک مؤثر طریقہ تلاش کریں۔

25×97 کا مطلب 25 کے 97 گنا ہے۔ ہم اسے $25 \times (100 - 3)$ لکھ سکتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ یہ 25×100 اور 25×3 کے فرق کے برابر ہے:

$$97 \times 25 = 100 \times 25 - 3 \times 25$$

اس کی قیمت معلوم کریں۔

اسی طریقے سے درج ذیل حاصلِ ضرب معلوم کریں:

(a) 95×8

(b) 104×15

(c) 49×50

کیا یہ طریقہ اُس عام ضرب کے طریقے سے زیادہ تیز ہے جو آپ عموماً استعمال کرتے ہیں؟

اور کون سے حاصلِ ضرب اس طرح جلدی معلوم کیے جاسکتے ہیں؟



حل کیجیے–2.4



1. اعداد اور خانوں میں مناسب علامتیں بھر کر دونوں طرف کی عبارات کو برابر بنائیں۔

(a) $3 \times (6 + 7) = 3 \times 6 + 3 \times 7$

(b) $(8 + 3) \times 4 = 8 \times 4 + 3 \times 4$

(c) $3 \times (5 + 8) = 3 \times 5 \square 3 \times \_\_\_\_$

(d) $(9 + 2) \times 4 = 9 \times 4 \square 2 \times \_\_\_\_$

(e) $3 \times (\_\_\_\_ + 4) = 3 \_\_\_\_ + \_\_\_\_$

(f) $(\_\_\_\_ + 6) \times 4 = 13 \times 4 + \_\_\_\_$

(g) $3 \times (\_\_\_\_ + \_\_\_\_) = 3 \times 5 + 3 \times 2$

(h) $(\_\_\_\_ + \_\_\_\_) \times \_\_\_\_ = 2 \times 4 + 3 \times 4$

(i) $5 \times (9 - 2) = 5 \times 9 - 5 \times \_\_\_\_$

(j) $(5 - 2) \times 7 = 5 \times 7 - 2 \times \_\_\_\_$

(k) $5 \times (8 - 3) = 5 \times 8 \square 5 \times \_\_\_\_$

APSCERT

(l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7$ ☐ 3×7

(m) $5 \times (12 - \_\_\_\_) = \_\_\_\_$ ☐ $5 \times \_\_\_\_$

(n) $(15 - \_\_\_\_) \times 7 = \_\_\_\_$ ☐ 6×7

(o) $5 \times (\_\_\_\_ - \_\_\_\_) = 5 \times 9 - 5 \times 4$

(p) $(\_\_\_\_ - \_\_\_\_) \times \_\_\_\_ = 17 \times 7 - 9 \times 7$

2. In the boxes below, fill '<', '>' or '=' after analysing the expressions on the LHS and RHS. Use reasoning and understanding of terms and brackets to figure this out and not by evaluating the expressions.

(a) $(8 - 3) \times 29$ ☐ $(3 - 8) \times 29$

(b) $15 + 9 \times 18$ ☐ $(15 + 9) \times 18$

(c) $23 \times (17 - 9)$ ☐ $23 \times 17 + 23 \times 9$

(d) $(34 - 28) \times 42$ ☐ $34 \times 42 - 28 \times 42$

3. Here is one way to make 14: $\underline{2} \times (\underline{1} + \underline{6}) = 14$. Are there other ways of getting 14? Fill them out below:

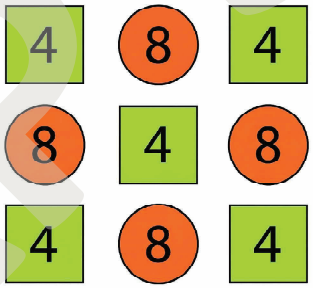
(a) _____ × (_____ + _____) = 14

(b) _____ × (_____ + _____) = 14

(c) _____ × (_____ + _____) = 14

(d) _____ × (_____ + _____) = 14

4. Find out the sum of the numbers given in each picture below in at least two different ways. Describe how you solved it through expressions.



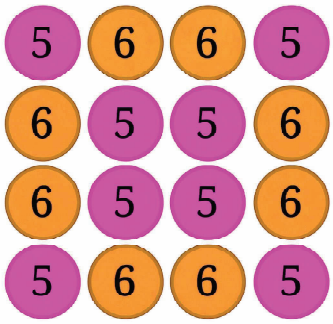




Figure it Out - 2.5

1. Read the situations given below. Write appropriate expressions for each of them and find their values.

(a) The district market in Ongole operates on all seven days of a week. Rahim supplies 9 kg of mangoes each day from his

(l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7$ ☐ 3×7

(m) $5 \times (12 - \_\_\_\_) = \_\_\_\_$ ☐ $5 \times \_\_\_\_$

(n) $(15 - \_\_\_\_) \times 7 = \_\_\_\_$ ☐ 6×7

(o) $5 \times (\_\_\_\_ - \_\_\_\_) = 5 \times 9 - 5 \times 4$

(p) $(\_\_\_\_ - \_\_\_\_) \times \_\_\_\_ = 17 \times 7 - 9 \times 7$

2. نیچے دیے گئے خانوں میں '>' ، '<' یا '=' بھریں۔LHS اور RHS کی عبارات کا تجزیہ کر کے جواب معلوم کریں۔
عبارات کی قیمت معلوم کرنے کے بجائے ارکان اور قوسین کی سمجھ استعمال کریں۔

(a) $(8 - 3) \times 29$ ☐ $(3 - 8) \times 29$

(b) $15 + 9 \times 18$ ☐ $(15 + 9) \times 18$

(c) $23 \times (17 - 9)$ ☐ $23 \times 17 + 23 \times 9$

(d) $(34 - 28) \times 42$ ☐ $34 \times 42 - 28 \times 42$

3. 14 بنانے کا ایک طریقہ یہ ہے: $14 = (1 + 6) \times 2$ کیا 14 حاصل کرنے کے اور بھی طریقے ہیں؟ انہیں نیچے مکمل کریں:

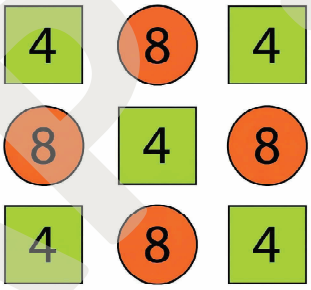
(a) _____ × (_____ + _____) = 14

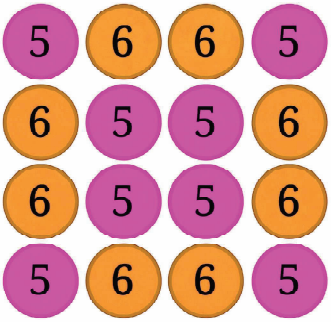
(b) _____ × (_____ + _____) = 14

(c) _____ × (_____ + _____) = 14

(d) _____ × (_____ + _____) = 14

4. نیچے دی گئی ہر تصویر میں موجود اعداد کا مجموعہ کم از کم دو مختلف طریقوں سے معلوم کریں۔عبارات کے ذریعے وضاحت کریں کہ آپ نے اسے کیسے حل کیا۔





حل کیجیے–2.5



1. نیچے دی گئی صورتِ حال کو پڑھیں۔ہر ایک کے لیے مناسب عبارت لکھیں اور اس کی قیمت معلوم کریں۔

a) اونگول کے ضلعی بازار میں ہفتے کے ساتوں دن کاروبار ہوتا ہے۔رحیم اپنے باغ سے ہر روز 9 کلو آم فراہم کرتا ہے۔

APSCERT

orchard and Shyam supplies 11 kg of mangoes each day from his orchard to this market. Find the amount of mangoes supplied by them in a week to the local district market.

(b) Bhanu earns ₹20,000 per month. She spends₹₹5,000 on rent, ₹5,000 on food, and ₹2,000 on other expenses every month. What is the amount Bhanu will save by the end of a year?

(c) During the daytime a snail climbs 3 cm up a post, and during the night while asleep, accidentally slips down by 2 cm. The post is 10cm high, and a delicious treat is on its top. In how many days will the snail get the treat?

2. Murari reads a two-page story every day except on Tuesdays and Saturdays. How many stories would he complete reading in 8 weeks? Which of the expressions below describes this scenario?

(a) $5 \times 2 \times 8$
(b) $(7 - 2) \times 8$
(c) 8×7
(d) $7 \times 2 \times 8$
(e) $7 \times 5 - 2$
(f) $(7 + 2) \times 8$
(g) $7 \times 8 - 2 \times 8$
(h) $(7 - 5) \times 8$

3. Find different ways of evaluating the following expressions:

(a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$
(b) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$

4. Compare the following pairs of expressions using '<', '>' or '=' by reasoning.

(a) $49 - 7 + 8$	☐	$49 - 7 + 8$
(b) $83 \times 42 - 18$	☐	$83 \times 40 - 18$
(c) $145 - 17 \times 8$	☐	$145 - 17 \times 6$
(d) $23 \times 48 - 35$	☐	$23 \times (48 - 35)$
(e) $(16 - 11) \times 12$	☐	$-11 \times 12 + 16 \times 12$
(f) $(76 - 53) \times 88$	☐	$88 \times (53 - 76)$
(g) $25 \times (42 + 16)$	☐	$25 \times (43 + 15)$
(h) $36 \times (28 - 16)$	☐	$35 \times (27 - 15)$

APSCERT

ارچارڈ اور شیام باغ سے ہر روز 11 کلو آم اس بازار کو فراہم کرتا ہے۔ معلوم کریں کہ ایک ہفتے میں دونوں مل کر مقامی ضلعی بازار کو کتنے کلو آم فراہم کرتے ہیں۔

b) بانو ہر ماہ ₹20,000 کماتی ہے۔ وہ ہر ماہ ₹5,000 کرایہ، ₹5,000 کھانے، اور ₹2,000 دیگر اخراجات پر خرچ کرتی ہے۔ معلوم کریں کہ سال کے آخر تک بانو کتنی رقم بچائے گی۔

c) دن کے وقت ایک گھونگا کھمبے پر 3 سینٹی میٹر اوپر چڑھتا ہے، اور رات کو سوتے وقت اتفاقاً 2 سینٹی میٹر نیچے پھسل جاتا ہے۔ کھمبے کی اونچائی 10 سینٹی میٹر ہے اور اس کے اوپر ایک لذیذ چیز رکھی ہوئی ہے۔ معلوم کریں کہ گھونگا کتنے دنوں میں اس چیز تک پہنچے گا۔

2. مراری منگل اور سنیچر کے علاوہ ہر روز دو صفحات پر مشتمل ایک کہانی پڑھتا ہے۔ وہ 8 ہفتوں میں کتنی کہانیاں مکمل پڑھے گا؟ نیچے دی گئی کون سی عبارت اس صورتِ حال کو ظاہر کرتی ہے؟

(a) $5 \times 2 \times 8$
(b) $(7 - 2) \times 8$
(c) 8×7
(d) $7 \times 2 \times 8$
(e) $7 \times 5 - 2$
(f) $(7 + 2) \times 8$
(g) $7 \times 8 - 2 \times 8$
(h) $(7 - 5) \times 8$

3. درج ذیل عبارات کی قیمت مختلف طریقوں سے معلوم کریں:

(a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$
(b) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$

4. درج ذیل عبارات کے جوڑوں کا '>'، '<' یا '=' کی مدد سے تقابل کریں۔ استدلال کے ذریعے جواب دیں۔

(a) $49 - 7 + 8$	☐	$49 - 7 + 8$
(b) $83 \times 42 - 18$	☐	$83 \times 40 - 18$
(c) $145 - 17 \times 8$	☐	$145 - 17 \times 6$
(d) $23 \times 48 - 35$	☐	$23 \times (48 - 35)$
(e) $(16 - 11) \times 12$	☐	$-11 \times 12 + 16 \times 12$
(f) $(76 - 53) \times 88$	☐	$88 \times (53 - 76)$
(g) $25 \times (42 + 16)$	☐	$25 \times (43 + 15)$
(h) $36 \times (28 - 16)$	☐	$35 \times (27 - 15)$

APSCERT

5. Identify which of the following expressions are equal to the given expression without computation. You may rewrite the expressions using terms or removing brackets. There can be more than one expression which is equal to the given expression.

(a) 83 – 37 – 12

(i) 84 – 38 – 12 (ii) 84 – (37 + 12)

(iii) 83 – 38 – 13 (iv) – 37 + 83 –12

(b) 93 + 37 × 44 + 76

(i) 37 + 93 × 44 + 76 (ii) 93 + 37 × 76 + 44

(iii) (93 + 37) × (44 + 76) (iv) 37 × 44 + 93 + 76

6. Choose a number and create ten different expressions having that value. For example, if I choose 15, one expression to get 15 is (2 × 7) + 1, another is (3 × 6) - 3, ..

SUMMARY

- We have been reading and evaluating simple expressions for quite some time now. Here we started by revising the meaning of some simple expressions and their values.
- We learnt how to compare certain expressions through reasoning instead of bluntly evaluating them.
- To help read and evaluate complex expressions without confusion, we use terms and brackets.
- When an expression is written as a sum of terms, changing the order of the terms or grouping the terms does not change the value of the expression. This is because the "commutative property of addition" and the "associative property of addition", respectively.
- To evaluate expressions within brackets, we saw that when we remove brackets preceded by a negative sign, the terms within the bracket change their sign.
- We also learnt about the "distributive property" — multiplying a number with an expression inside brackets is equal to the multiplying the number with each term in the bracket.

APSCERT

5. بغیر حساب کیے معلوم کیجیے کہ درج ذیل میں سے کون سی عبارات دی گئی عبارت کے برابر ہیں۔ آپ عبارات کو ارکان کی صورت میں لکھ کر یا قوسین ہٹا کر دوبارہ لکھ سکتے ہیں۔ ممکن ہے ایک سے زیادہ عبارات برابر ہوں۔

(a) 83 - 37 - 12

(i) 84 - 38 - 12 (ii) 84 - (37 + 12)

(iii) 83 - 38 - 13 (iv) - 37 + 83 - 12

(b) 93 + 37 × 44 + 76

(i) 37 + 93 × 44 + 76 (ii) 93 + 37 × 76 + 44

(iii) (93 + 37) × (44 + 76) (iv) 37 × 44 + 93 + 76

6. کوئی ایک عدد منتخب کیجیے اور اس قیمت کی دس مختلف عبارات بنائیے۔ مثال کے طور پر اگر میں 15 منتخب کروں، تو 15 حاصل کرنے کی ایک عبارت 1 + (7 × 2) ہوگی، جبکہ دوسری عبارت 3 – (6 × 3) ہوگی۔

خلاصہ

- ہم کافی عرصے سے آسان عبارات کو پڑھتے اور ان کی قیمت معلوم کرتے آرہے ہیں۔ یہاں ہم نے چند آسان عبارات اور ان کی قیمت کے مفہوم کا اعادہ کیا۔
- ہم نے سیکھا کہ بعض عبارات کا موازنہ براہِ راست قیمت معلوم کیے بغیر صرف استدلال کے ذریعے بھی کیا جاسکتا ہے۔
- پیچیدہ عبارات کو بغیر الجھن کے پڑھنے اور ان کی قیمت معلوم کرنے کے لیے ہم ارکان اور قوسین کا استعمال کرتے ہیں۔
- جب کسی عبارت کو ارکان کے مجموعے کی صورت میں لکھا جائے، تو ارکان کی ترتیب بدلنے یا ان کی گروہ بندی کرنے سے عبارت کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی۔ اس کی وجہ جمع کی "بند شی خاصیت" (Commutative Property of Addition) اور "تقلیبی خاصیت" (Associative Property of Addition) ہیں۔
- قوسین کے اندر موجود عبارات کی قیمت معلوم کرتے وقت ہم نے دیکھا کہ اگر منفی علامت کے بعد آنے والے قوسین کو ہٹایا جائے تو قوسین کے اندر موجود ارکان کی علامات تبدیل ہو جاتی ہیں۔
- ہم نے "تقسیمی خاصیت (Distributive Property)" کے بارے میں بھی سیکھا — یعنی قوسین کے اندر موجود عبارت کو کسی عدد سے ضرب دینا، قوسین کے ہر رکن کو الگ الگ اسی عدد سے ضرب دینے کے برابر ہوتا ہے۔



Using three 3's along with the four operations (addition, subtraction, multiplication, and division) and brackets as needed we can create several expressions. For example, (3 + 3)/3 = 2, 3 + 3 – 3 = 3, 3 × 3 + 3 = 12, and so on.

Using four 4's, create expressions to get all values from 1 to 20.

Using the numbers 1, 2, 3, 4, and 5 exactly once in any order get as many values as possible between –10 and +10.

Using the numbers 0 to 9 exactly once in any order, make an expression with a value 100.

What other similar interesting questions can you ask?



© NCERT



تین 3 اعداد کو چار بنیادی عملیات (جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم) کے ساتھ، اور ضرورت کے مطابق قوسین استعمال کرتے ہوئے، ہم کئی عبارات بنا سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر $(3 + 3)/3 = 2$, $3 \times 3 + 3 = 12$, $3 + 3 - 3 = 3$، وغیرہ۔

چار 4 اعداد استعمال کرتے ہوئے 1 سے 20 تک تمام قیمتوں کے لیے عبارات بنائیے۔

اعداد 1، 2، 3، 4، اور 5 کو کسی بھی ترتیب میں، لیکن ہر ایک کو صرف ایک مرتبہ استعمال کرتے ہوئے، 10 – سے 10 + کے درمیان جتنی ممکن ہو اتنی قیمتیں حاصل کیجیے۔

0 سے 9 تک تمام اعداد کو کسی بھی ترتیب میں، لیکن ہر ایک کو صرف ایک مرتبہ استعمال کرتے ہوئے، ایسی عبارت بنائیے جس کی قیمت 100 ہو۔

آپ اس طرح کے اور کون سے دلچسپ سوالات پوچھ سکتے ہیں؟



© NCERT

3 A PEEK BEYOND THE POINT

M2Y4T2

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Understands and represents rational numbers in decimal form.
- Applies decimal concepts to solve real-life measurement problems.
- Develops fluency in manipulating and comparing decimal numbers.
- Understands patterns and relationships between numbers.
- Recognizes the limitations and context-specific use of decimal notation.

3.0 Introduction

Karthik's mother was fixing a toy. She was trying to join two pieces with the help of a screw. Karthik was watching his mother with great curiosity. His mother was unable to join the pieces. Karthik asked why. His mother said that the screw was not of the right size.



She brought another screw from the box and was able to fix the toy. The two screws looked the same to Karthik. But when he observed them closely, he saw they were of slightly different lengths.



Karthik was fascinated by how such a small difference in lengths could matter so much. He was curious to know the difference in lengths. He was also curious to know how little the difference was because the screws looked nearly the same.

In the following figure, screws are placed above a scale. Measure them and write their length in the space provided.

3 ایک نظر نقطے سے پرے

C1R8T6

اکتسابی نتائج:

طلبہ اس قابل بنیں گے :

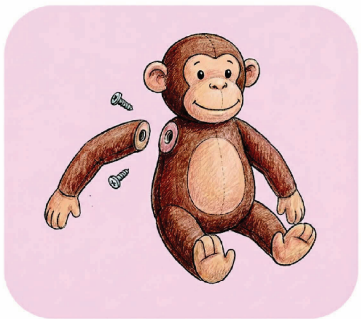
- نسبتی اعداد کو اعشاری صورت میں سمجھیں گے اور ظاہر کریں گے۔
- اعشاری تصورات کو حقیقی زندگی کے پیمائشی مسائل حل کرنے میں استعمال کریں گے۔
- اعشاری اعداد کو حل کرنے، استعمال کرنے اور ان کا موازنہ کرنے میں مہارت پیدا کریں گے۔
- اعداد میں موجود نمونوں اور تعلقات کو سمجھیں گے۔
- اعشاری علامت نویسی کی حدود اور اس کے مخصوص حالات میں استعمال کو پہچانیں گے۔

3.0 تعرف



کارتک کی والدہ ایک کھلونا ٹھیک کر رہی تھیں۔ وہ ایک اسکرو (screw) کی مدد سے دو حصوں کو جوڑنے کی کوشش کر رہی تھیں۔ کارتک بڑی دلچسپی سے اپنی ماں کو دیکھ رہا تھا۔ اس کی ماں ان دونوں حصوں کو جوڑنے میں کامیاب نہیں ہو پا رہی تھی۔ کارتک نے وجہ جاننے کی کوشش کی۔ اس کی ماں نے بتایا کہ اسکرو (screw) درست سائز کا نہیں ہے۔

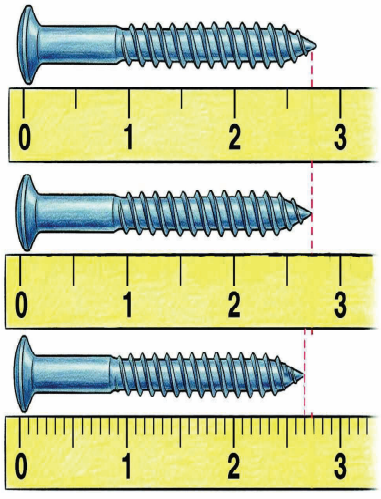
انھوں نے ڈبے سے دوسرا اسکرو (screw) نکالا اور کھلونے کو ٹھیک کر دیا۔ کارتک کو دونوں اسکرو (screw) ایک جیسے لگے، لیکن جب اس نے غور سے دیکھا تو محسوس کیا کہ دونوں کی لمبائی میں تھوڑا سا فرق تھا۔





کارتک کو یہ دیکھ کر بہت حیرانی ہوئی کہ اتنا چھوٹا سا فرق بھی اتنی اہمیت رکھتا ہے۔ اب کارتک دونوں اسکروؤں (screw) کی لمبائی کا فرق جاننا چاہتا تھا۔ وہ یہ بھی جاننا چاہتا تھا کہ یہ فرق کتنا معمولی ہے کیوں کہ دونوں اسکرو (screw) تقریباً ایک جیسے نظر آ رہے تھے۔

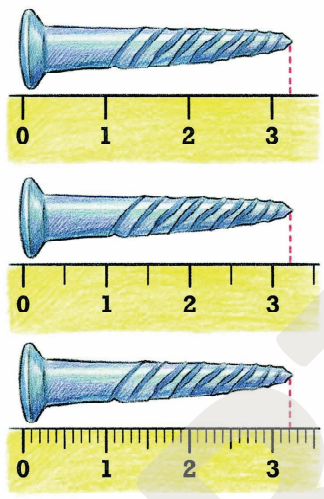
اگلے صفحہ پر دی گئی تصویر میں اسکروؤں (screws) کو ایک پیمانے (Scale) پر رکھا گیا ہے۔ ان کی پیمائش کیجیے اور دی گئی جگہ پر ان کی لمبائی لکھیے۔



Between 2 cm and 3 cm

More than $2\frac{1}{2}$ cm but less than 3 cm

$2\frac{7}{10}$ cm



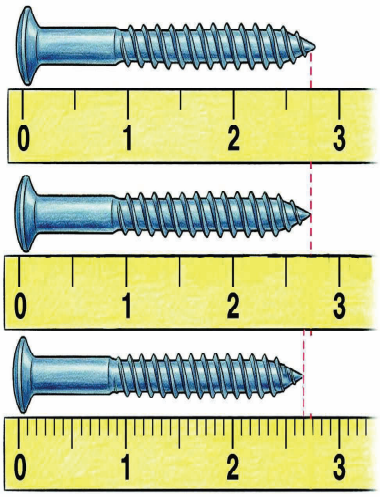
Which scale helped you measure the length of the screws accurately? Why?

What is the meaning of $2\frac{7}{10}$ cm (the length of the first screw)?

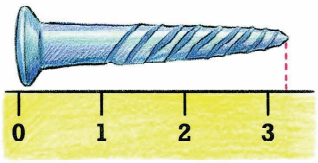
As seen on the ruler, the unit length between two consecutive numbers is divided into 10 equal parts. To get the length $2\frac{7}{10}$ cm, we go from 0 to 2 and then take seven parts of $\frac{1}{10}$. The length of the screw is 2 cm and $\frac{7}{10}$ cm. Similarly, we can make sense of the length $3\frac{2}{10}$ cm. We read $2\frac{7}{10}$ cm as **two and seven-tenth centimeters,** and $3\frac{2}{10}$ cm as **three and two-tenth centimeters.**

Length	Can be read as
$4\frac{3}{10}$ cm	
$5\frac{8}{10}$ cm	
$8\frac{4}{10}$ cm	

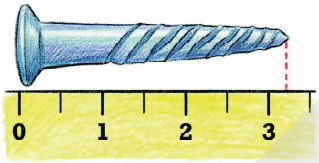
APSCERT



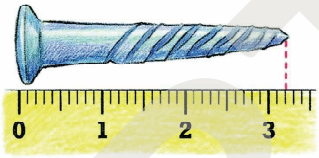
$2\ cm$ اور $3cm$ کے درمیان



$2\frac{1}{2}\ cm$ سے زیادہ مگر $3cm$ سے کم



$2\frac{7}{10}\ cm$



اسکروؤں کی لمبائی کو درست طریقے سے ناپنے میں کون سا پیمانہ مددگار ثابت ہوا؟ کیوں؟

$2\frac{7}{10}$ cm (پہلے اسکرو کی لمبائی) کا کیا مطلب ہے؟ جیسا کہ اسکیل پر دیکھا جا سکتا ہے، دو مسلسل اعداد کے درمیان ایک اکائی لمبائی کو 10 برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ $2\frac{7}{10}$ cm کی لمبائی حاصل کرنے کے لیے ہم 0 سے 2 تک جاتے ہیں اور پھر اس کے بعد 10 میں سے 7 حصے لیتے ہیں۔

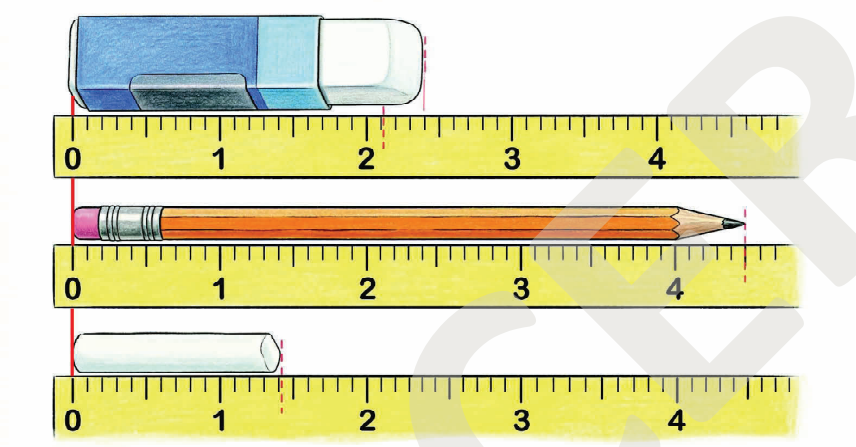
اسا سکرو کی لمبائی 2 cm اور $\frac{7}{10}$ cm ہے۔ اسی طرح ہم $3\frac{2}{10}$ cm کی لمبائی کو بھی سمجھ سکتے ہیں۔

ہم $2\frac{7}{10}$ cm کو "**دو اور دسواں کا سات سینٹی میٹر**" پڑھتے ہیں۔ اور $3\frac{2}{10}$ cm کو "**تین اور دسواں کا دو سنٹی میٹر**" پڑھتے ہیں۔

لمبائی	اس طرح پڑھا جاتا ہے
$4\frac{3}{10}$	
$5\frac{8}{10}$	
$8\frac{4}{10}$	

APSCERT

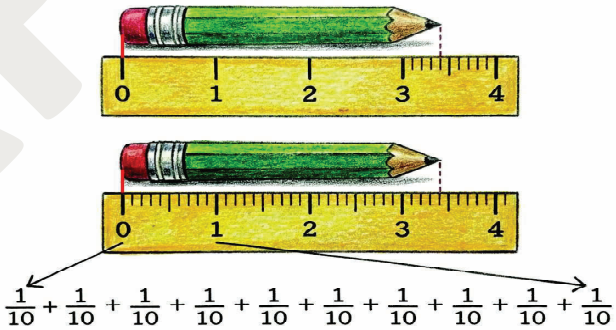
- Can you explain why the unit was divided into smaller parts to measure the screws?
- Measure the following objects using a scale and write their measurements in centimeters (as shown earlier for the lengths of the screws): pen, sharpener, and any other object of your choice.
- Write the measurements of the objects shown in the picture:



As seen here, when exact measures are required we can make use of smaller units of measurement.

3.1 A Tenth Part

The length of the pencil shown in the figure below is $3\frac{4}{10}$ units, which can also be read as 3 units and four one-tenths, i.e., $(3 \times 1) + \left(4 \times \frac{1}{10}\right)$ units.



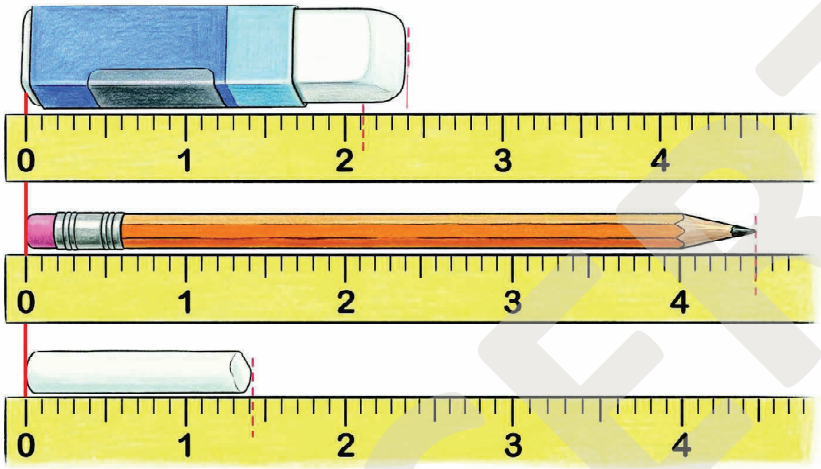
$= 10$ times $\frac{1}{10} = 10 \times \frac{1}{10} = 1$ unit

This length is the same as 34 one-tenths units because 10 one-tenths units make one unit.

کیا آپ وضاحت کر سکتے ہیں کہ اسکروؤں کی پیمائش کے لیے اکائی کو چھوٹے حصوں میں کیوں تقسیم کیا گیا؟

اسکیل کی مدد سے درج ذیل اشیاء کی پیمائش کیجیے اور ان کی لمبائی سینٹی میٹر میں لکھیے (جیسے پہلے اسکروؤں کی لمبائی لکھی گئی تھی) : قلم، شارپنر، اور اپنی پسند کی کوئی دوسری چیز۔

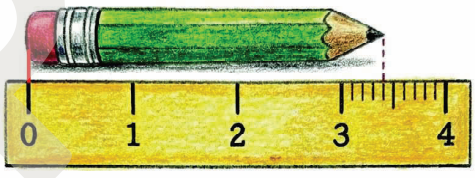
تصویر میں دکھائی گئی اشیاء کی پیمائش لکھیے:

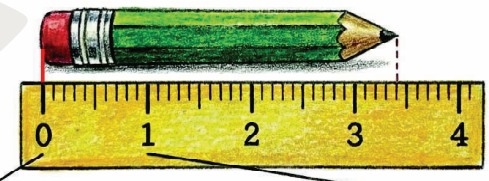


جیسا کہ یہاں دیکھا گیا، جب بالکل درست پیمائش درکار ہو تو ہم پیمائش کی چھوٹی اکائیوں کا استعمال کر سکتے ہیں۔

3.1 دسواں حصہ

ذیل میں دی گئی شکل میں دکھائی گئی پنسل کی لمبائی $3\frac{4}{10}$ اکائیاں ہے، جسے 3 اکائیاں اور دسوں کا چار حصہ بھی پڑھا جا سکتا ہے، یعنی $(3 \times 1) + \left(4 \times \frac{1}{10}\right)$ اکائیاں





$$\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}$$

10 مرتبہ $\frac{1}{10}$ = $10 \times \frac{1}{10}$ = 1 اکائی

یہ لمبائی 34 ایک-دسویں اکائیوں کے برابر بھی ہے، کیونکہ 10 ایک-دسویں اکائیاں مل کر ایک مکمل اکائی بناتی ہیں۔

$34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ (34 one-tenths)

$= 1 + 1 + 1 + \frac{4}{10}$ (3 and 4 one - tenths)

A few numbers with fractional units are shown below along with how to read them.

$4\ \frac{1}{10} \longrightarrow$ **'four and one-tenth'**

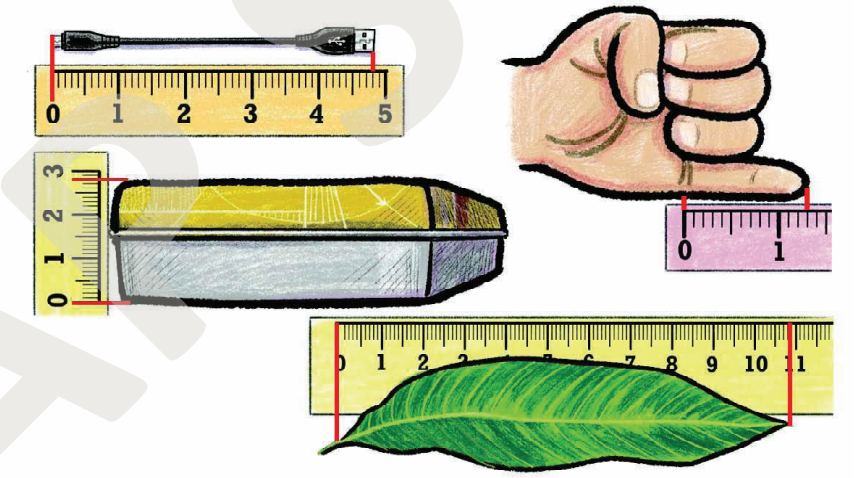
$\frac{4}{10} \longrightarrow$ **'four one-tenths' or 'four-tenths'**

$\frac{41}{10} \longrightarrow$ **'forty-one one-tenths' or 'forty-one tenths'**

$41\frac{1}{10} \longrightarrow$ **'forty-one and one-tenth'**

For the objects shown below, write their lengths in two ways and read them aloud. An example is given for the USB cable. (Note that the unit length used in each diagram is not the same).

The length of the USB cable is 4 and $\frac{8}{10}$ units or $\frac{48}{10}$ units.



Arrange the following lengths in increasing order:

(a) $\frac{9}{10}$ (b) $1\frac{7}{10}$ (c) $\frac{130}{10}$ (d) $13\frac{1}{10}$

(e) $10\frac{5}{10}$ (f) $7\frac{6}{10}$ (g) $6\frac{7}{10}$ (h) $\frac{4}{10}$

Try This

© NCERT

$$34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} \quad (34 \text{ دسواں حصہ})$$

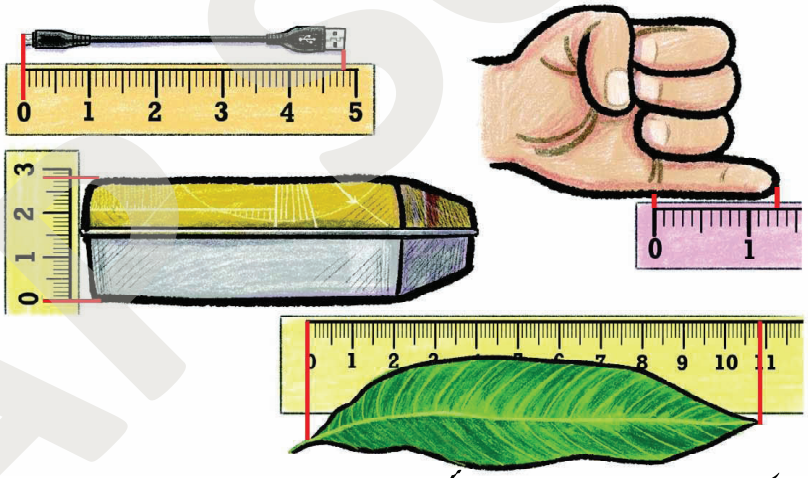
$$= 1 + 1 + 1 + \frac{4}{10} \quad (3 \text{ اور } 4 \text{ دسواں حصہ})$$

ذیل میں کسری اکائیوں کے ساتھ کچھ اعداد اور انہیں پڑھنے کا طریقہ دیا گیا ہے:

- $4\frac{1}{10}$ 'چار اور ایک دسواں حصہ'
- $\frac{4}{10}$ 'چار دسواں حصہ'
- $\frac{41}{10}$ 'اکتالیس دسواں حصہ'
- $41\frac{1}{10}$ 'اکتالیس اور ایک دسواں حصہ'

نیچے دی گئی اشیاء کی لمبائی دو طریقوں سے لکھیے اور انہیں بلند آواز میں پڑھیے۔ یو-ایس-بی (USB) کیبل کی ایک مثال دی گئی ہے۔ (نوٹ کریں کہ ہر خاکے میں استعمال کی گئی اکائی کی لمبائی یکساں نہیں ہے)۔

یو-ایس-بی کیبل کی لمبائی 4 اور $\frac{8}{10}$ اکائی یا $\frac{48}{10}$ اکائی ہے۔



درج ذیل لمبائیوں کو صعودی ترتیب (بڑھتی ہوئی ترتیب) میں ترتیب دیجیے:

(a) $\frac{9}{10}$ (b) $1\frac{7}{10}$ (c) $\frac{130}{10}$ (d) $13\frac{1}{10}$

(e) $10\frac{5}{10}$ (f) $7\frac{6}{10}$ (g) $6\frac{7}{10}$ (h) $\frac{4}{10}$

© NCERT

Arrange the following lengths in increasing order:

$4\frac{1}{10}, \frac{4}{10}, \frac{41}{10}, 41\frac{1}{10}$

Try This

Example 1 : Karthik is measuring some of his body parts. The length of Karthik's lower arm is $2\frac{7}{10}$ units, and that of his upper arm is $3\frac{6}{10}$ units. What is the total length of his arm?

To get the total length, let us see the lower and upper arm length as 2 units and 7 one-tenths, and 3 units and 6 one-tenths, respectively.

So, there are (2 + 3) units and (7 + 6) one-tenths. Together, they make 5units and 13 one-tenths. But 13 one-tenths is 1 unit and 3 one-tenths. So, the total length is 6 units and 3 one-tenths.

(a) $(2+3)+\left(\frac{7}{10}+\frac{6}{10}\right)$

$=(2+3)+\left(\frac{13}{10}\right)$

$=5+\frac{13}{10}$

$=5+\frac{10}{10}+\frac{3}{10}=5+1+\frac{3}{10}$

$=6+\frac{3}{10}$

$=6\frac{3}{10}$

(b) $2\frac{7}{10}$

$+\ 3\frac{6}{10}$

$= 5\frac{13}{10}$

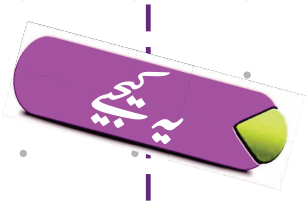
$= 6\frac{3}{10}$

Or, both the lengths can be converted to tenths and then added:

(c) 27 one-tenths and 35 one-tenths is 62 one-tenths $\frac{27}{10}+\frac{35}{10}=\frac{62}{10}$

$\frac{62}{10}$ is the same as 60 one-tenths $\left(\frac{60}{10}\right)$ and 2 one-tenths $\left(\frac{2}{10}\right)$, which is equal to 6 units and 2 one-tenths, i.e., $6\frac{2}{10}$

AP SCERT



درج ذیل لمبائیوں کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں لکھیں:

$$4\frac{1}{10}, \frac{4}{10}, \frac{41}{10}, 41\frac{1}{10}$$

مثال 1: کارتھک اپنے جسم کے کچھ حصوں کی پیمائش کر رہا ہے۔ کارتھک کے نچلے بازو کی لمبائی $2\frac{7}{10}$ اکائیاں ہے، اور اس کے اوپری بازو کی لمبائی $3\frac{6}{10}$ اکائیاں ہے۔ اس کے پورے بازو کی کل لمبائی کیا ہے؟

کل لمبائی معلوم کرنے کے لیے، آیئے نچلے اور اوپری بازو کی لمبائی کو بالترتیب 2 اکائیاں اور 7 دسویں حصے، اور 3 اکائیاں اور 6 دسویں حصے کے طور پر دیکھتے ہیں۔

چنانچہ، یہاں $(2+3)$ اکائیاں اور $(7+6)$ دسویں حصے ہیں۔ یہ سب مل کر 5 اکائیاں اور 13 دسویں حصے بنتے ہیں۔ لیکن 13 دسویں حصے کا مطلب 1 اکائی اور 3 دسویں حصے ہے۔ اس لیے کل لمبائی 6 اکائیاں اور 3 دسویں حصے ہے۔

(a) $$(2+3)+\left(\frac{7}{10}+\frac{6}{10}\right)$$

$$=(2+3)+\left(\frac{13}{10}\right)$$

$$=5+\frac{13}{10}$$

$$=5+\frac{10}{10}+\frac{3}{10}=5+1+\frac{3}{10}$$

$$=6+\frac{3}{10}$$

$$=6\frac{3}{10}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 2\frac{7}{10} \\ +\ 3\frac{6}{10} \\ \hline = 5\frac{13}{10} \\ = 6\frac{3}{10} \end{array}$$

یا، دونوں لمبائیوں کو دسویں حصوں میں تبدیل کر کے بھی جمع کیا جا سکتا ہے:

(c) 27 دسویں حصے اور 35 دسویں حصے مل کر 62 دسویں حصے بنتے ہیں $\frac{27}{10} \div \frac{35}{10} = \frac{62}{10}$

$\frac{62}{10}$ وہی ہے جو 60 دسویں حصے $\left(\frac{60}{10}\right)$ اور 2 دسویں حصے $\left(\frac{2}{10}\right)$ مل کر بنتے ہیں۔

جو کہ 6 اکائیوں اور 2 دسویں حصوں کے برابر ہے، یعنی $6\frac{2}{10}$

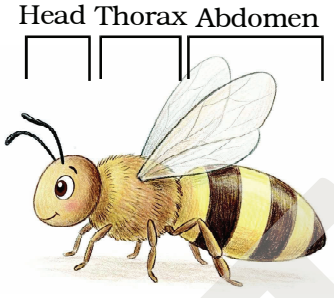
AP SCERT

? The lengths of the body parts of a honeybee are given. Find its total length.

Head: $2\frac{3}{10}$ units

Thorax: $5\frac{4}{10}$ units

Abdomen: $7\frac{5}{10}$ units



? The length of Kalpana's hand is $12\frac{4}{10}$ units, and her palm is $6\frac{7}{10}$ units, as shown in the picture. What is the length of the longest (middle) finger?

The length of the finger can be found by evaluating $\left(12+\frac{4}{10}\right)-\left(6+\frac{7}{10}\right)$. This can be done in different ways. For example,

(a) $12+\frac{4}{10}-6-\frac{7}{10}$

$=(12-6)+\left(\frac{4}{10}-\frac{7}{10}\right)$

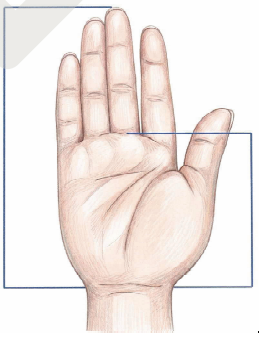
$=6-\frac{3}{10}$

$=5+1-\frac{3}{10}$

$=5+\frac{10}{10}-\frac{3}{10}$

$=5+\frac{7}{10}=5\frac{7}{10}$

Discuss what is being done here and why.



(b) $12\frac{4}{10} \longrightarrow 11\frac{14}{10}$

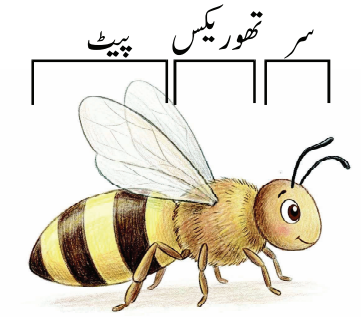
$-6\frac{7}{10} \qquad -6\frac{7}{10}$

$=5\frac{7}{10}$

As in the case of counting numbers, it is convenient to start subtraction from the tenths. We cannot remove 7 one-tenths from 4 one-tenths. So we split a unit from 12 and convert it to 10 one-tenths. Now, the number has 11 units and 14 one-tenths. We subtract 7 onetenths from 14 one-tenths and then subtract 6 units from 11 units.

APSCERT

شہد کی مکھی کے جسم کے حصوں کی لمبائی دی گئی ہے۔ اس کی کل لمبائی معلوم کیجیے۔

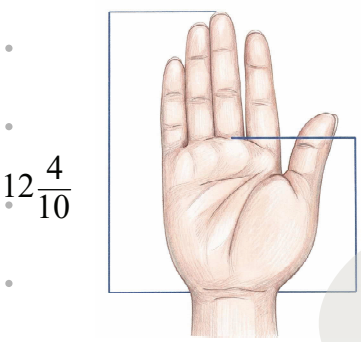


- سر: $2\frac{3}{10}$ اکائی
- تھوریکس: $5\frac{4}{10}$ اکائی
- پیٹ: $7\frac{5}{10}$ اکائی

کلپنا کے ہاتھ کی لمبائی $12\frac{4}{10}$ اکائی ہے، اور اس کی ہتھیلی کی لمبائی $6\frac{7}{10}$ اکائی ہے، جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔ اس کی سب سے بڑی (درمیانی) انگلی کی لمبائی کیا ہے؟

انگلی کی لمبائی درج ذیل طریقے سے معلوم کی جاسکتی ہے:

$\left(12+\frac{4}{10}\right)-\left(6+\frac{7}{10}\right)$ اسے مختلف طریقوں سے حل کیا جاسکتا ہے۔ مثال کے طور پر:



(a) $12+\frac{4}{10}-6-\frac{7}{10}$

$=(12-6)+\left(\frac{4}{10}-\frac{7}{10}\right)$

$=6-\frac{3}{10}$

$=5+1-\frac{3}{10}$

$=5+\frac{10}{10}-\frac{3}{10}$

$=5+\frac{7}{10}=5\frac{7}{10}$

(b) $12\frac{4}{10}\longrightarrow 11\frac{14}{10}$

$-6\frac{7}{10}\qquad -6\frac{7}{10}$

$=5\frac{7}{10}$

جس طرح ہم عام اعداد کی گنتی میں کرتے ہیں، یہاں بھی 'دسویں حصے' (tenths) سے تفریق شروع کرنا آسان رہتا ہے۔ چونکہ ہم 4 دسویں حصوں میں سے 7 دسویں حصے نہیں نکال سکتے، اس لیے ہم 12 میں سے ایک اکائی ادھار لیتے ہیں اور اسے 10 دسویں حصوں میں بدل دیتے ہیں۔ اب ہمارے پاس 11 اکائیاں اور 14 دسویں حصے ہو گئے۔ ہم 14 دسویں حصوں میں سے 7 دسویں حصے گھٹاتے ہیں اور پھر 11 اکائیوں میں سے 6 اکائیاں گھٹاتے ہیں۔

APSCERT

Try computing the difference by converting both lengths to tenths.



Figure it Out - 3.1

1. A Celestial Pearl Danio's length is $2\frac{4}{10}$ cm, and the length of a Philippine Goby is $\frac{9}{10}$ cm. What is the difference in their lengths?
2. How big are these fish compared to your finger?



Celestial Pearl Danio



Philippine Goby

3. Observe the given sequences of numbers. Identify the change after each term and extend the pattern:

(a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10},$ _____, _____, _____, _____

(b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10},$ _____, _____, _____, _____

(c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10},$ _____, _____, _____, _____

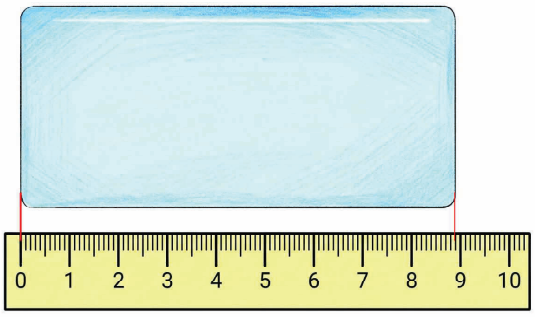
(d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10},$ _____, _____, _____, _____

(e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10},$ _____, _____, _____, _____

(f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10},$ _____, _____, _____, _____

3.2 A Hundredth Part

The length of a sheet of paper was $8\frac{9}{10}$ units, which can also be said as 8 units and 9 one-tenths. It is folded in half along its length. What is its length now?



APSCERT

دونو لمبائیوں کو 'دسویں حصے' (tenths) میں تبدیل کر کے فرق معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔



حل کیجیے–3.1

1. ایک 'سیلس ٹیال پرل ڈینیو' (مچھلی) کی لمبائی $2\frac{4}{10}$ سینٹی میٹر ہے، اور 'فلپائن گوبی' کی لمبائی $\frac{9}{10}$ سینٹی میٹر ہے۔ ان کی لمبائیوں میں کتنا فرق ہے؟
2. آپ کی انگلی کے مقابلے میں یہ مچھلیاں کتنی بڑی ہیں؟



فلپائن گوبی



سیلس ٹیال پرل ڈینیو

3. دیے گئے اعداد کے سلسلوں کا مشاہدہ کیجیے۔ ہر عدد کے بعد آنے والی تبدیلی کی شناخت کیجیے اور اس نمونے کو آگے بڑھائیے:

(a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10},$ _____, _____, _____, _____

(b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10},$ _____, _____, _____, _____

(c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10},$ _____, _____, _____, _____

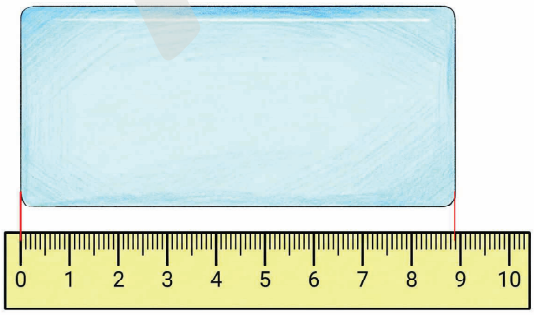
(d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10},$ _____, _____, _____, _____

(e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10},$ _____, _____, _____, _____

(f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10},$ _____, _____, _____, _____

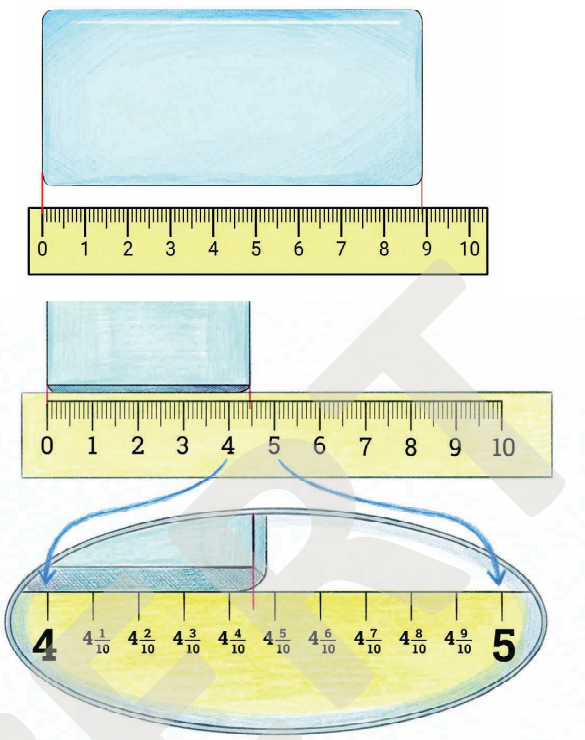
3.2 سوال حصہ

کاغذ کی ایک شیٹ کی لمبائی $8\frac{9}{10}$ اکائی تھی، جسے 8 اکائیاں اور 9 دسویں حصے بھی کہا جا سکتا ہے۔ اسے اس کی لمبائی کے رخ سے آدھا موڑا گیا ہے۔ اب اس کی لمبائی کیا ہے؟



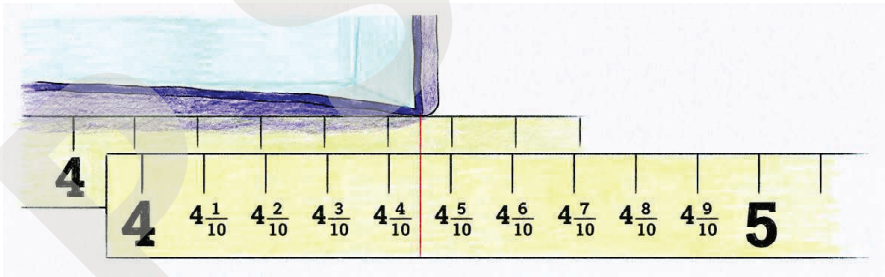
APSCERT

We can say that its length is between $4\frac{4}{10}$ units and $4\frac{5}{10}$ units. But we cannot state its exact measurement, since there are no markings. Earlier, we split a unit into 10 one-tenths to measure smaller lengths. We can do something similar and split each one-tenth into 10 parts.



? What is the length of this smaller part? How many such smaller parts make a unit length?

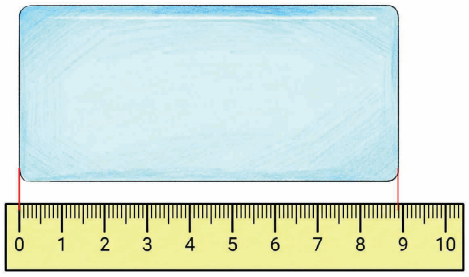
As shown in the figure below, each one-tenth has 10 smaller parts, and there are 10 one-tenths in a unit; therefore, there will be 100



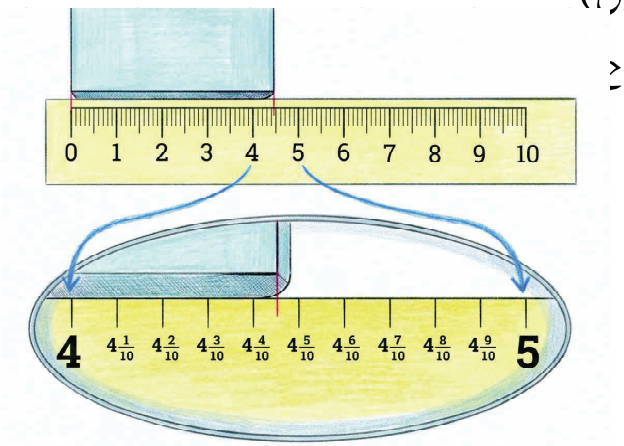
smaller parts in a unit. Therefore, one part's length will be $\frac{1}{100}$ of a unit. Returning to our question, what is the length of the folded paper? We can see that it ends at $4\frac{4}{10}\frac{5}{100}$, read as **4 units and 4 one-tenths and 5 one-hundredths.**

? How many one-hundredths make one-tenth? Can we also say that the length is 4 units and 45 one-hundredths?





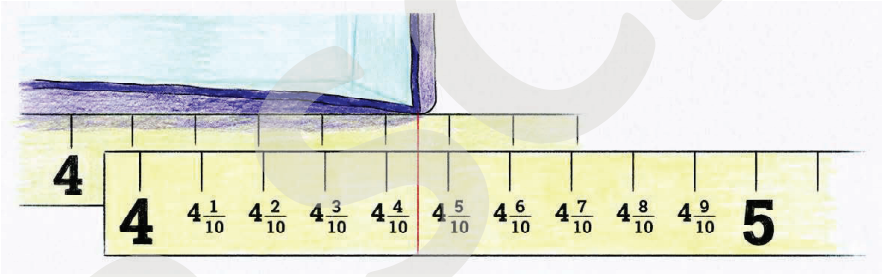
ہم کہہ سکتے ہیں کہ اس کی لمبائی $4\frac{4}{10}$ اکائی اور $4\frac{5}{10}$ اکائی کے درمیان ہے۔ لیکن ہم اس کی درست پیمائش نہیں بتا سکتے کیونکہ وہاں کوئی نشانات نہیں ہیں۔ اس سے پہلے، ہم نے چھوٹی لمبائیوں کی پیمائش کے لیے ایک اکائی کو 10 برابر حصوں (دسویں حصوں) میں تقسیم کیا تھا۔ ہم کچھ ایسا ہی کر سکتے ہیں اور ہر ایک دسویں کو مزید 10 حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔



؟ اس چھوٹے حصے کی لمبائی کیا ہے؟

ایسے کتنے چھوٹے حصے مل کر ایک اکائی بناتے ہیں؟

جیسا کہ نیچے دی گئی تصویر میں دکھایا گیا ہے، ہر ایک دسویں حصے میں 10 مزید چھوٹے حصے ہیں، اور ایک اکائی میں 10 دسویں حصے ہوتے ہیں؛ لہٰذا، ایک اکائی میں کل 100 چھوٹے حصے ہوں گے۔ اس لیے، ایک حصے کی لمبائی ایک اکائی کا $\frac{1}{100}$ ہو گی۔ واپس اپنے سوال کی طرف آتے ہیں، مڑے ہوئے کاغذ کی لمبائی کیا ہے؟ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ یہ $4\frac{4}{10}\frac{5}{100}$ پر ختم ہوتا ہے، جسے **4 اکائیاں، 4 دسویں حصے اور 5 سویں حصے** پڑھا جاتا ہے۔



ریاضی بحث



؟ کتنے سویں حصے مل کر ایک دسواں حصہ بناتے ہیں؟

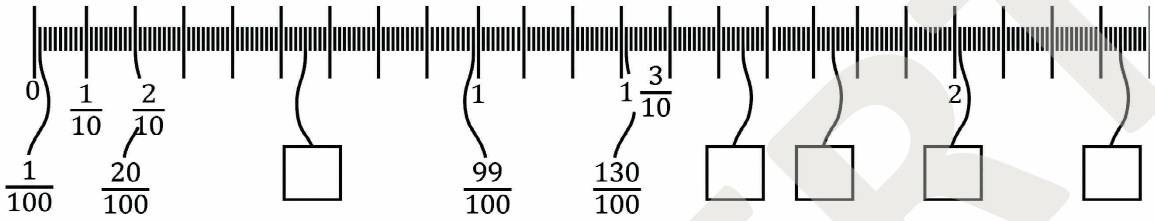
کیا ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ لمبائی 4 اکائیاں اور 45 سویں حصے ہے؟

APSCERT

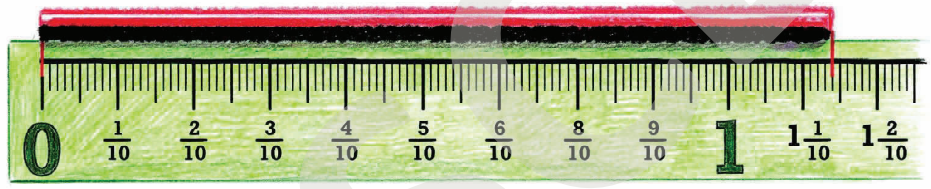


Figure it Out - 3.2

1. Observe the figure below. Notice the markings and the corresponding lengths written in the boxes when measured from 0. Fill the lengths in the empty boxes.



The length of the wire in the first picture is given in three different ways. Can you see how they denote the same length?



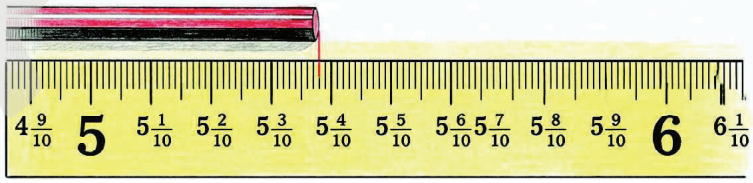
$1\frac{1}{10}\frac{4}{100}$ **One and one-tenth and four-hundredths**

$1\frac{14}{100}$ **One and fourteen-hundredths**

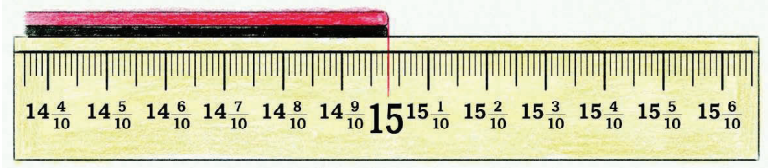
$\frac{114}{100}$ **One Hundred and Fourteen-hundredths**

2. For the lengths shown below write the measurements and read out the measures in words.

a)

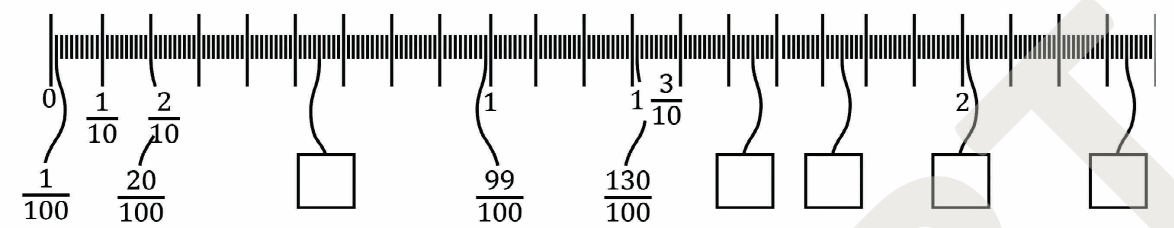


b)

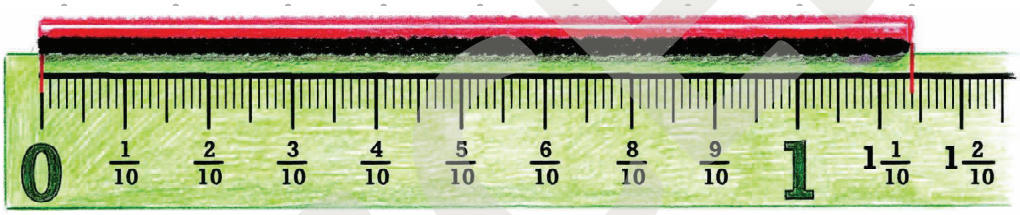


حل کیجیے-3.2

1۔ نیچے دی گئی شکل کا مشاہدہ کیجیے۔ نشانات اور ان کے مطابق خانوں میں لکھی گئی لمبائیوں پر غور کیجیے جو 0 سے ناپی گئی ہیں۔ خالی خانوں میں لمبائیاں لکھیے۔



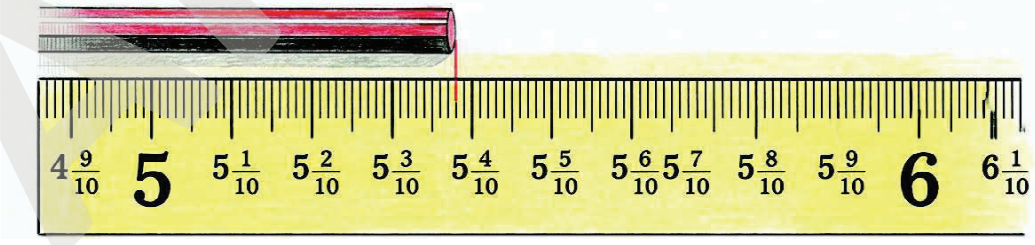
پہلی تصویر میں تار کی لمبائی تین مختلف طریقوں سے دی گئی ہے۔ کیا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ کس طرح ایک ہی لمبائی کو ظاہر کرتے ہیں؟



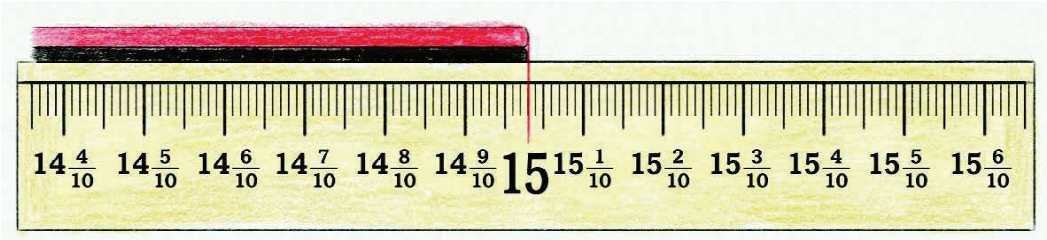
- $1\frac{1}{10}\frac{4}{100}$: ایک اور ایک دسواں حصہ اور چار-سویں حصے
- $1\frac{14}{100}$: ایک اور چودہ-سویں حصے
- $\frac{114}{100}$: ایک سو اور چودہ-سویں حصے

2۔ نیچے دکھائی گئی لمبائیوں کے لیے پیمائش لکھیے اور ان پیمائشوں کو الفاظ میں پڑھیے:

۱)

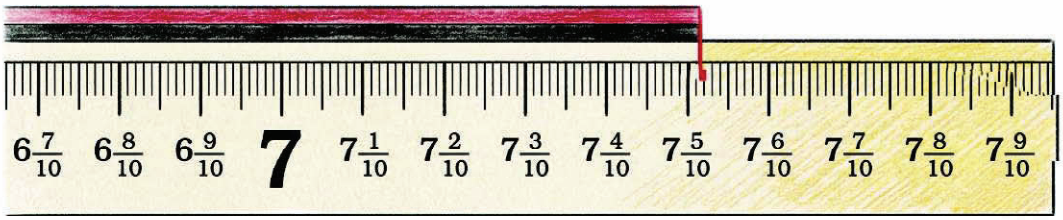


۲)

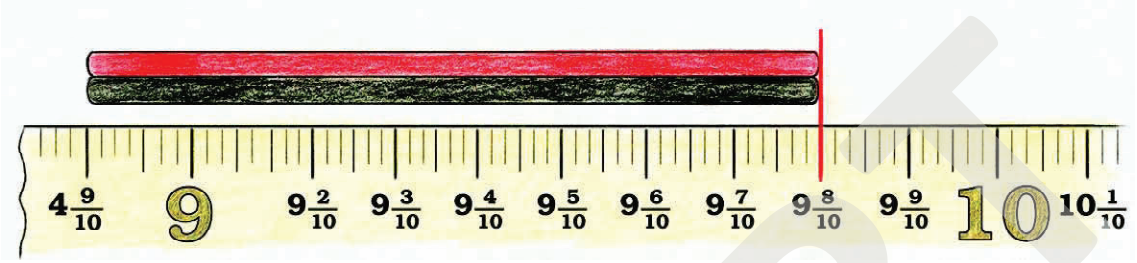


APSCERT

c)



d)



3. In each group, identify the longest and the shortest lengths. Mark each length on the scale.

(a) $\frac{3}{10}, \frac{3}{100}, \frac{33}{100}$



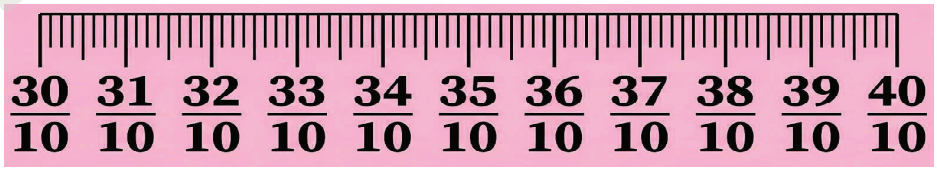
(b) $3\frac{1}{10}, \frac{30}{10}, 1\frac{3}{10}$



(c) $\frac{45}{100}, \frac{54}{100}, \frac{5}{10}, \frac{4}{10}$

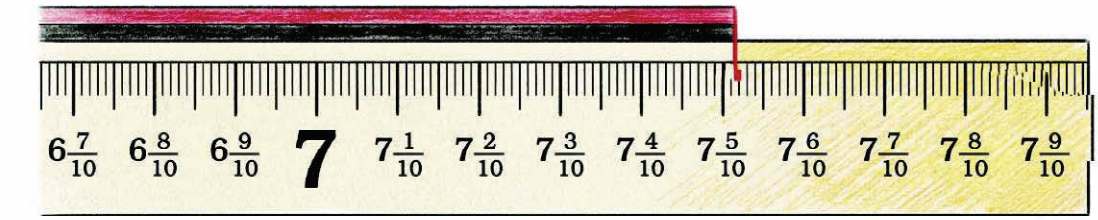


(d) $3\frac{6}{10}, 3\frac{6}{100}, 3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$

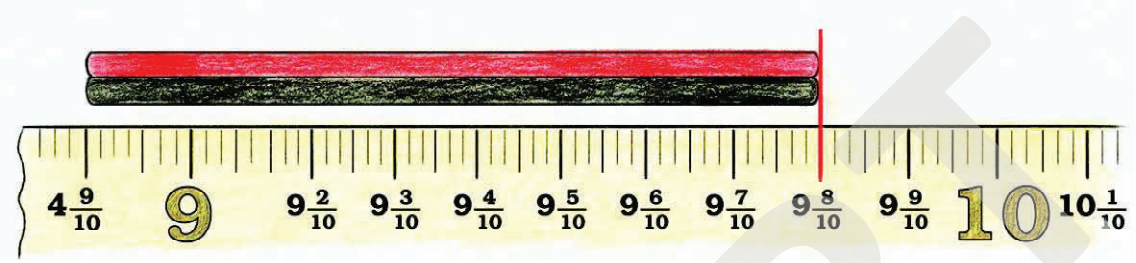


© NCERT

c)



d)



3- ہر گروپ میں سب سے لمبی اور سب سے چھوٹی لمبائیوں کی شناخت کیجیے۔ اسکیل پر ہر لمبائی کا نشان لگائیے:

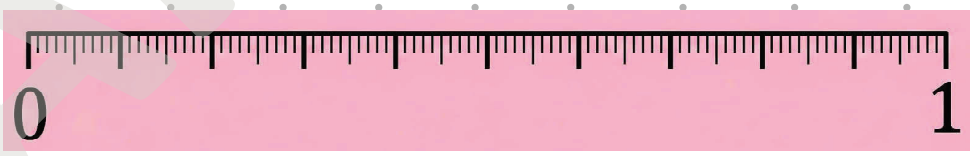
(a) $\frac{3}{10}, \frac{3}{100}, \frac{33}{100}$



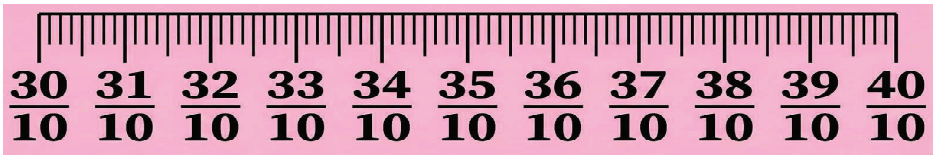
(b) $3\frac{1}{10}, \frac{30}{10}, 1\frac{3}{10}$



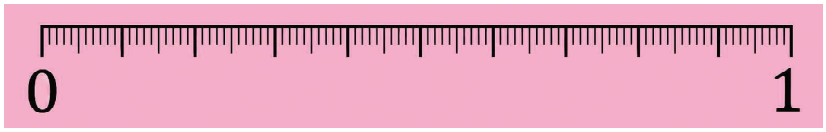
(c) $\frac{45}{100}, \frac{54}{100}, \frac{5}{10}, \frac{4}{10}$



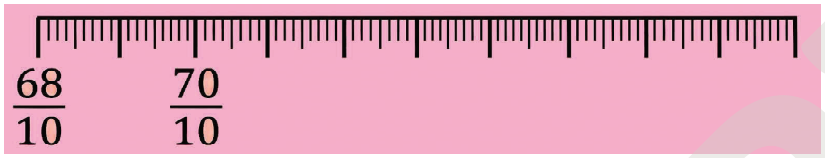
(d) $3\frac{6}{10}, 3\frac{6}{100}, 3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$



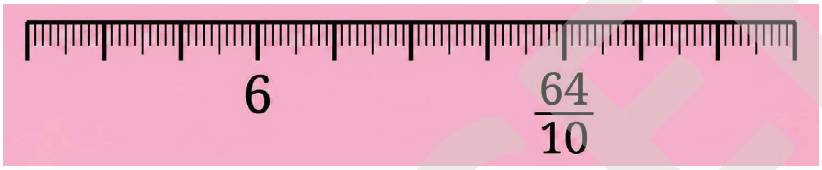
(e) $\frac{8}{10}, \frac{2}{100}, \frac{9}{100}, 1\frac{8}{100}$



(f) $7\frac{3}{10}\frac{5}{100}, 7\frac{5}{10}, 7\frac{41}{100}$



(g) $\frac{65}{10}\frac{15}{100}, 5\frac{87}{100}, 5\frac{7}{100}$



Example 2 : What will be the sum of $15\ \frac{3}{10}\frac{4}{100}$ and $2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$?

This can be solved in different ways. Some are shown below.

(a) **Method 1**

$$(15+2)+\left(\frac{3}{10}+\frac{6}{10}\right)+\left(\frac{4}{100}+\frac{8}{100}\right)$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{12}{100}$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{1}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=17+\frac{10}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=18\frac{2}{100}$$

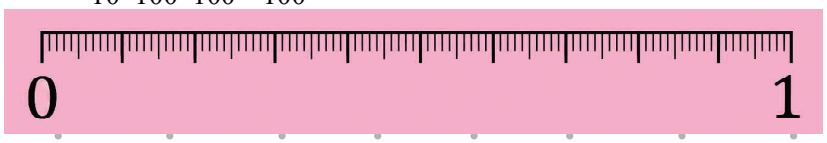
10 hundredths is the same as 1 tenth.

(b) **Method 2**

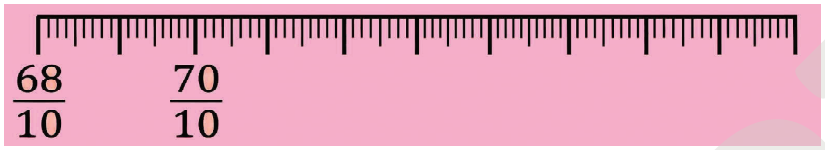
$$\begin{array}{rl} & 15\frac{3}{10}\frac{4}{100} \\ + & 2\frac{6}{10}\frac{8}{100} \\ \hline = & 17\frac{9}{10}\frac{12}{100} \\ = & 17\frac{10}{10}\frac{2}{100} \\ = & 18\frac{2}{100} \end{array}$$

APSCERT

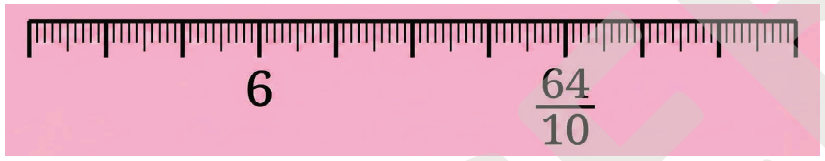
(e) $\frac{8}{10}, \frac{2}{100}, \frac{9}{100}, 1\frac{8}{100}$



(f) $7\frac{3}{10}\frac{5}{100}, 7\frac{5}{10}, 7\frac{41}{100}$



(g) $\frac{65}{10}\frac{15}{100}, 5\frac{87}{100}, 5\frac{7}{100}$



مثال2: $15\frac{3}{10}\frac{4}{100}$ اور $2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ کا مجموعہ کیا ہو گا؟

اسے مختلف طریقوں سے حل کیا جا سکتا ہے۔ کچھ طریقے ذیل میں دیے گئے ہیں۔

(الف) طریقہ 1

$$(15+2)+\left(\frac{3}{10}+\frac{6}{10}\right)+\left(\frac{4}{100}+\frac{8}{100}\right)$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{12}{100}$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{1}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=17+\frac{10}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=18\frac{2}{100}$$

10 سویں حصے 1 دسویں حصے کے برابر ہوتے ہیں۔

(ب) طریقہ 2

$$\begin{array}{rl} & 15\frac{3}{10}\frac{4}{100} \\ + & 2\frac{6}{10}\frac{8}{100} \\ \hline = & 17\frac{9}{10}\frac{12}{100} \\ = & 17\frac{10}{10}\frac{2}{100} \\ = & 18\frac{2}{100} \end{array}$$

APSCERT

Are both these methods different?

Observe the addition done below for 483 + 268. Do you see any similarities between the methods shown above?



(400 + 80 + 3) + (200 + 60 + 8)

= (400 + 200) + (80 + 60) + (3 + 8)

= 600 + 140 +11

= 600 + 150 + 1

= 600 + 100 + 50 + 1

= 700 + 50 + 1

= 751

One can also find the sum $15\frac{3}{10}\frac{4}{100}+2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ by converting to hundredths, as follows.

(c) $(15 + 2) + \left(\frac{34}{100}+\frac{68}{100}\right)$

$= 17+\frac{102}{100}$

$= 17 + 1 + \frac{2}{100}$

$= 18\frac{2}{100}$

100 hundredths is the same as 1 unit.

(d) $\left(\frac{1534}{100}\right)+\left(\frac{268}{100}\right)$

$=\frac{1802}{100}$

$=\frac{1800}{100}+\frac{2}{100}$

$=18\frac{2}{100}$

15 is the same as 1500 hundredths and 2 is the same as 200 hundredths.

Example 3 : What is the difference: $25\ \frac{9}{10} - 6\frac{4}{10}\frac{7}{100}$?

One way to solve this is as follows:

$25\frac{9}{10} \longrightarrow 25\frac{8}{10}\frac{10}{100} \longrightarrow 25\frac{8}{10}\frac{10}{100}$

$-6\frac{4}{10} \qquad -6\frac{4}{10}\frac{7}{100} \qquad -6\frac{4}{10}\frac{7}{100}$

$19\frac{4}{10}\frac{3}{100}$

APSCERT



؟ کیا یہ دونوں طریقے مختلف ہیں؟

؟ ذیل میں دی گئی جمع 483 +268 کا مشاہدہ کیجیے۔ کیا آپ کو اوپر دکھائے گئے طریقوں اور اس میں کوئی مماثلت نظر آتی ہے؟

$$(400 + 80 + 3) + (200 + 60 + 8)$$
$$= (400 + 200) + (80 + 60) + (3 + 8)$$
$$= 600 + 140 + 11$$
$$= 600 + 150 + 1$$
$$= 600 + 100 + 50 + 1$$
$$= 700 + 50 + 1$$
$$= 751$$

کوئی شخص سویں حصوں میں تبدیل کر کے بھی $15\frac{3}{10}\frac{4}{100} + 2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ کا مجموعہ معلوم کر سکتا ہے، جیسا کہ ذیل میں دیا گیا ہے:

100 سویں حصے 1 اکائی کے برابر ہوتا ہیں۔

(c) $(15 + 2) + \left(\frac{34}{100} + \frac{68}{100}\right)$

$$= 17 + \frac{102}{100}$$
$$= 17 + 1 + \frac{2}{100}$$
$$= 18\frac{2}{100}$$

15 برابر ہے 1500 سوویں کے اور 2 برابر ہے 200 سوویں کے

(d) $\left(\frac{1534}{100}\right) + \left(\frac{268}{100}\right)$

$$= \frac{1802}{100}$$
$$= \frac{1800}{100} + \frac{2}{100}$$
$$= 18\frac{2}{100}$$

مثال 3: $25\frac{9}{10}$ اور $6\frac{4}{10}\frac{7}{100}$ میں کتنا فرق ہے؟ اسے حل کرنے کا ایک طریقہ یہ ہے:

$$25\frac{9}{10} \longrightarrow 25\frac{8}{10}\frac{10}{100} \longrightarrow 25\frac{8}{10}\frac{10}{100}$$
$$-6\frac{4}{10} \qquad -6\frac{4}{10}\frac{7}{100} \qquad -6\frac{4}{10}\frac{7}{100}$$
$$19\frac{4}{10}\frac{3}{100}$$

APSCERT

Solve this by converting to hundredths.



Example 4 : What is the difference $15\frac{3}{10}\frac{4}{100} - 2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$?

One way to solve this is as follows:

$15\frac{3}{10}\frac{4}{100}$ $15\frac{2}{10}\frac{14}{100}$ $14\frac{12}{10}\frac{14}{100}$

$-2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ $-2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ $-2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$

$= 12\frac{6}{10}\frac{6}{100}$



Observe the subtraction done below for 653 – 268. Do you see any similarities with the methods shown above?

(600 + 50 + 3) – (200 + 60 + 8)

= (600 – 200) + (50 – 60) + (3 – 8)

= (600 – 200) + (40 – 60) + (13 – 8)

= (600 – 200) + (40 – 60) + 5

= (500 – 200) + (140 – 60) + 5

= 300 + 80 + 5

= 385



Figure it Out - 3.3

Find the sums and differences:

(a) $\frac{3}{10} + 3\frac{4}{100}$

(b) $9\frac{5}{10}\frac{7}{100} + 2\frac{1}{10}\frac{3}{100}$

(c) $15\frac{6}{10}\frac{4}{100} + 14\frac{3}{10}\frac{6}{100}$

(d) $7\frac{7}{100} - 4\frac{4}{100}$

(e) $8\frac{6}{100} - 5\frac{3}{100}$

(f) $12\frac{6}{100}\frac{2}{100} - \frac{9}{10}\frac{9}{100}$

3.3 Decimal Place Value

You may have noticed that whenever we need to measure something more accurately, we split a part into 10 (smaller) equal parts ? we split a unit into 10 one-tenths and then split each one-tenth into 10, onehundredths and then we use these smaller parts to measure.

APSCERT



اسے سویں حصوں میں تبدیل کر کے حل کیجیے۔

مثال 4: $15\frac{3}{10}\frac{4}{100}$ اور $2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ کے درمیان کیا فرق ہے؟

اسے حل کرنے کا ایک طریقہ درج ذیل ہے:

$15\frac{3}{10}\frac{4}{100}$ $15\frac{2}{10}\frac{14}{100}$ $14\frac{12}{10}\frac{14}{100}$

$-2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ $-2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ $-2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$

$=12\frac{6}{10}\frac{6}{100}$



ذیل میں دی گئی تفریق 653 – 268 کا مشاہدہ کیجیے۔ کیا آپ کو اوپر دکھائے گئے طریقوں اور اس میں کوئی مماثلت نظر آتی ہے؟

$(600 + 50 + 3) - (200 + 60 + 8)$

$= (600 - 200) + (50 - 60) + (3 - 8)$

$= (600 - 200) + (40 - 60) + (13 - 8)$

$= (600 - 200) + (40 - 60) + 5$

$= (500 - 200) + (140 - 60) + 5$

$= 300 + 80 + 5$

$= 385$



حل کیجیے – 3.3

مجموعہ اور فرق معلوم کیجیے:

(a) $\frac{3}{10}+3\frac{4}{100}$

(b) $9\frac{5}{10}\frac{7}{100}+2\frac{1}{10}\frac{3}{100}$

(c) $15\frac{6}{10}\frac{4}{100}+14\frac{3}{10}\frac{6}{100}$

(d) $7\frac{7}{100}-4\frac{4}{100}$

(e) $8\frac{6}{100}-5\frac{3}{100}$

(f) $12\frac{6}{100}\frac{2}{100}-\frac{9}{10}\frac{9}{100}$

3.3 اعشاریہ کی مقامی قیمت

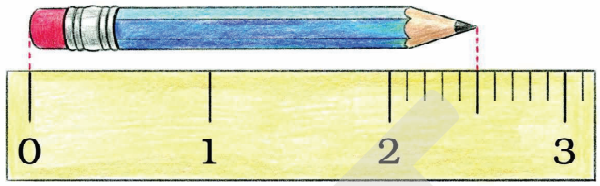
آپ نے غور کیا ہو گا کہ جب بھی ہمیں کسی چیز کی زیادہ درست پیمائش کرنے کی ضرورت ہوتی ہے، ہم ایک حصے کو 10 مزید چھوٹے برابر حصوں میں تقسیم کر دیتے ہیں۔ ہم نے ایک اکائی کو 10 دسویں حصوں میں تقسیم کیا اور پھر ہر ایک دسویں حصے کو مزید 10 سویں حصوں میں تقسیم کیا، اور پھر ہم ان چھوٹے حصوں کو پیمائش کے لیے استعمال کرتے ہیں۔

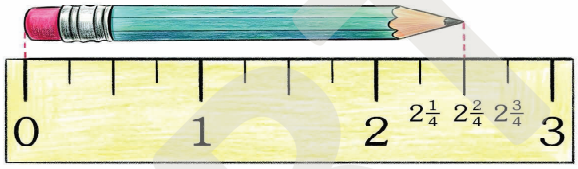
AP SCERT

Can we not split a unit into 4 equal parts, 5 equal parts, 8 equal parts, or any other number of equal parts instead?

Yes, we can. The example below compares how the same length is represented when the unit is split into 10 equal parts and when the unit is split into 4 equal parts.

If an even more precise measure is needed, each quarter can further be split into four equal parts. Each part then measures $\frac{1}{16}$ of a unit, i.e., 16 such parts make 1 unit.







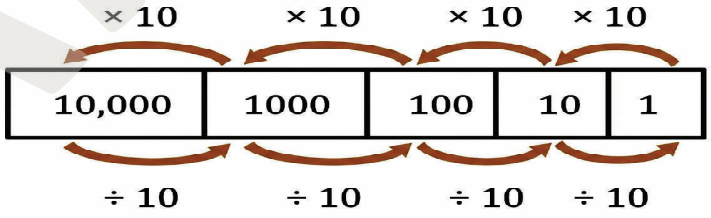
Then why split a unit into 10 parts every time?

The reason is the special role that 10 plays in the Indian place value system. For a whole number written in the Indian place value system — for example, 284 — the place value of 2 is hundreds (100), that of 8 is tens (10), and that of 4 is one (1). Each place value is 10 times bigger than the one immediately to its right. Equivalently, each place value is 10 times smaller than the one immediately to its left:

10 ones make 1 ten,

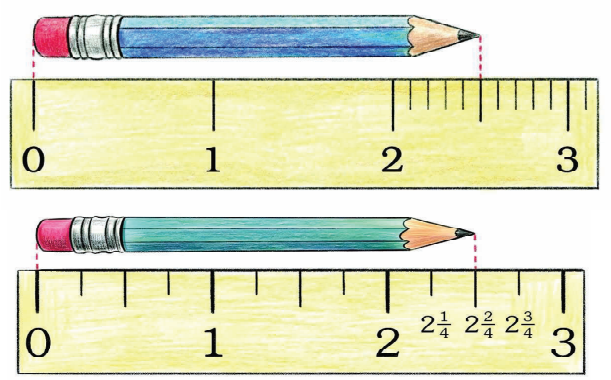
10 tens make 1 hundred,

10 hundreds make 1 thousand, and so on.

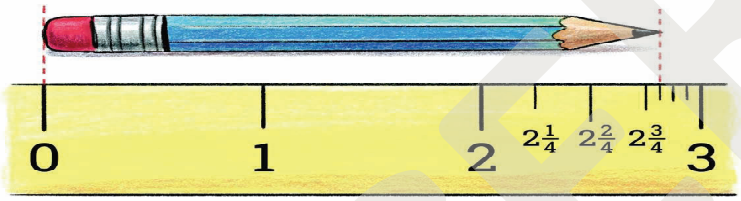


In order to extend this system of writing numbers to quantities smaller than one, we divide one into 10 equal parts. What does this give? It gives one-tenth. Further dividing it into 10 parts gives one-hundredth, and so on.

کیا ہم ایک اکائی کو 4 مساوی حصوں، 5 مساوی حصوں، 8 مساوی حصوں یا کسی دوسری تعداد میں تقسیم نہیں کر سکتے؟



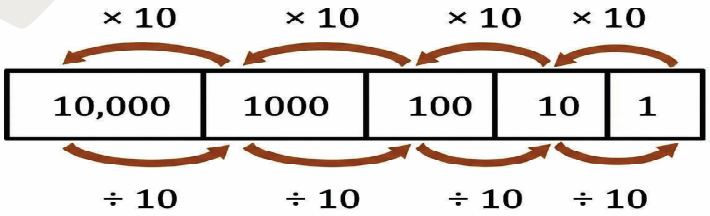
ہاں، ہم کر سکتے ہیں۔ نیچے دی گئی مثال میں موازنہ کیا گیا ہے کہ ایک ہی لمبائی کو کس طرح ظاہر کیا جاتا ہے جب اکائی کو 10 مساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے اور جب اکائی کو 4 مساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے۔ اگر مزید درست پیمائش کی ضرورت ہو، تو ہر چوتھائی (quarter) کو مزید چار مساوی حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ اس طرح ہر حصہ ایک اکائی کا $\frac{1}{16}$ حصہ ہوتا ہے، یعنی ایسے 16 حصے مل کر 1 اکائی بناتے ہیں۔



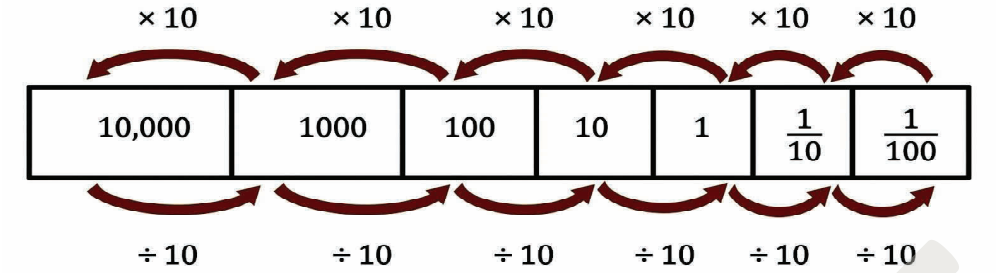
پھر ہر بار ایک اکائی کو 10 حصوں میں ہی کیوں تقسیم کیا جاتا ہے؟

اس کی وجہ وہ خاص اہمیت ہے جو ہندوستانی مقام قدر کے نظام میں عدد 10 کو حاصل ہے۔ مثال کے طور پر ہندوستانی مقام قدر کے نظام میں لکھے گئے ایک مکمل عدد '284' میں '2' کی مقامی قیمت سینکڑا (100) ہے، '8' کی دہائی (10) ہے اور '4' کی اکائی (1) ہے۔ ہر مقامی قیمت اپنے دائیں جانب والی قیمت سے 10 گنا بڑی ہوتی ہے۔ اسی طرح، ہر مقامی قیمت اپنے بائیں جانب والی قیمت سے 10 گنا چھوٹی ہوتی ہے:

- 10 اکائیاں مل کر 1 دہائی بناتی ہیں۔
- 10 دہائیاں مل کر 1 سینکڑا بناتی ہیں۔
- 10 سینکڑے مل کر 1 ہزار بناتے ہیں، اور اسی طرح یہ سلسلہ چلتا رہتا ہے۔

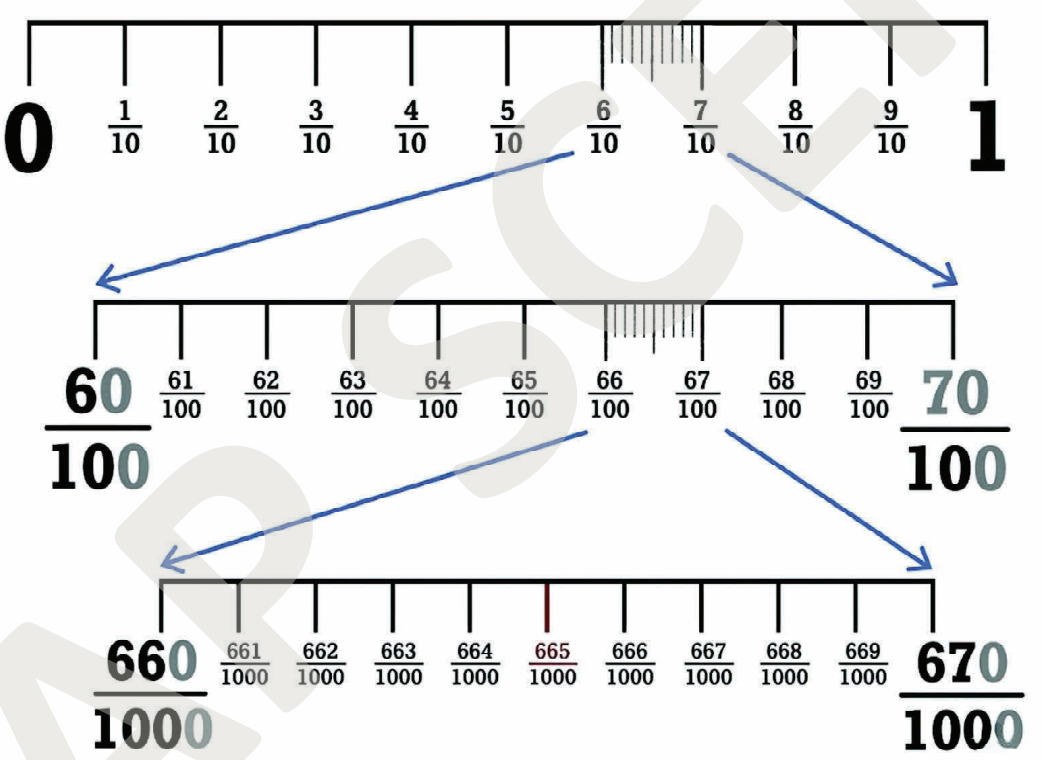


اعداد لکھنے کے اس نظام کو ایک سے چھوٹی مقداروں تک لے جانے کے لیے، ہم ایک کو 10 مساوی حصوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ اس سے ہمیں کیا حاصل ہوتا ہے؟ اس سے ہمیں 'دسواں حصہ' حاصل ہوتا ہے۔ اسے مزید 10 حصوں میں تقسیم کرنے سے 'سواں حصہ' حاصل ہوتا ہے، اور اسی طرح یہ سلسلہ آگے بڑھتا ہے۔



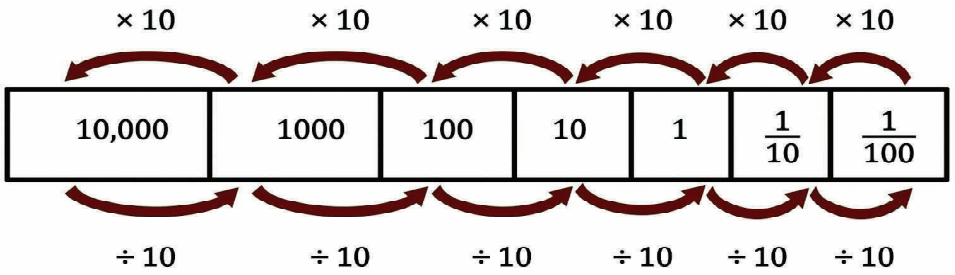
Can we extend this further?

What will the fraction be when $\frac{1}{100}$ is split into 10 equal parts? It will be $\frac{1}{1000}$, i.e., a thousand such parts make up a unit.



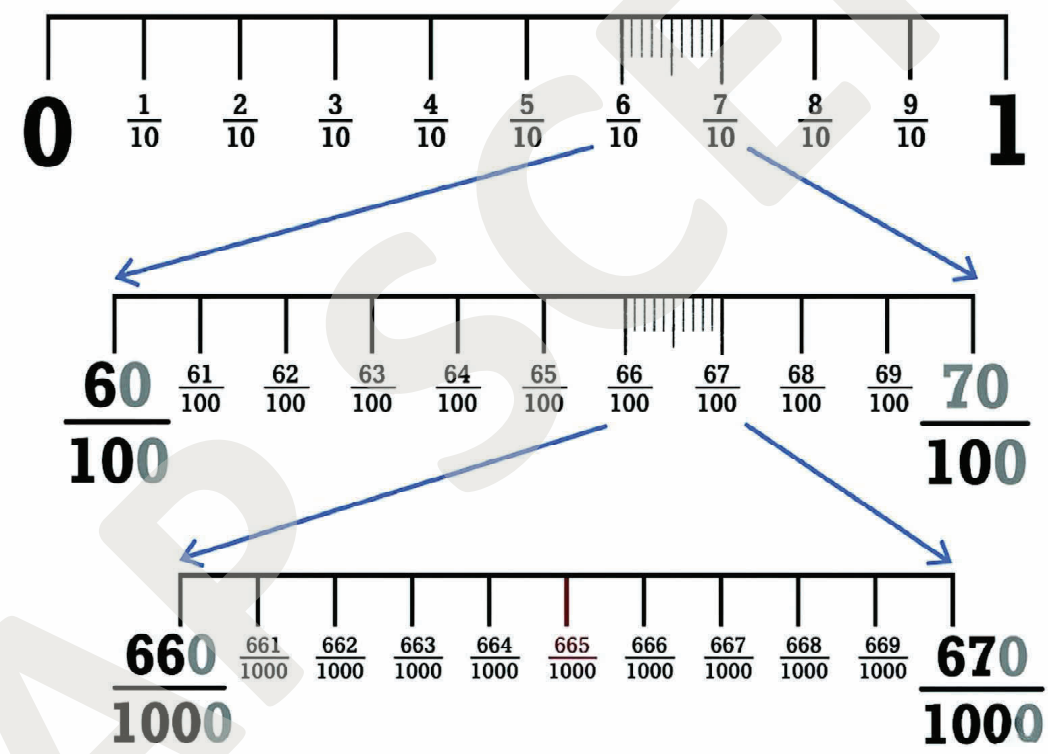
Just as when we extend to the left of 10,000, we get bigger place values at each step, we can also extend to the right of $\frac{1}{1000}$, getting smaller place values at each step.

APSCERT



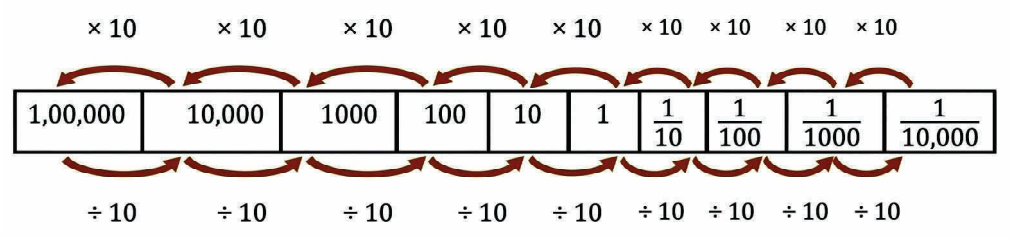
کیا ہم اسے مزید آگے بڑھا سکتے ہیں؟

جب $\frac{1}{100}$ کو 10 برابر حصوں میں تقسیم کیا جائے گا تو کسر کیا ہو گی؟ یہ $\frac{1}{1000}$ ہو گی، یعنی ایسے ایک ہزار حصے مل کر ایک اکائی بناتے ہیں



جس طرح جب ہم 10,000 کے بائیں جانب بڑھتے ہیں تو ہمیں ہر قدم پر بڑی مقامی قیمتیں حاصل ہوتی ہیں، بالکل اسی طرح ہم $\frac{1}{1000}$ کے دائیں جانب بھی بڑھ سکتے ہیں جس سے ہر قدم پر چھوٹی مقامی قیمتیں حاصل ہوتی ہیں

© NCERT



This way of writing numbers is called the "decimal system" since it is based on the number 10; **"decem"** means ten in Latin, which in turn is cognate to the Sanskrit dasha meaning 10, with similar words for 10 occurring across many Indian languages including Odia, Konkani, Marathi, Gujarati, Hindi, Kashmiri, Bodo, and Assamese. We shall learn about other ways of writing numbers in later grades.

How Big?

We already know that a hundred 10s make 1000, and a hundred 100s make 10000.

? We can ask similar questions about fractional parts:

(a) How many thousandths make one unit?

(b) How many thousandths make one tenth?

(c) How many thousandths make one hundredth?

(d) How many tenths make one ten?

(e) How many hundredths make one ten?

? Make a few more questions of this kind and answer them.

Notation, Writing and Reading of Numbers

We have been writing numbers in a particular way, say 456, instead of writing them as 4 × 100 (4 hundreds) + 5 × 10 (5 tens) + 6 × 1 (6 ones). Similarly, can we skip writing tenths and hundredths?

? Can the quantity $4\frac{2}{10}$ be written as 42 (skipping the $\frac{1}{10}$ in $2 \times \frac{1}{10}$) ?



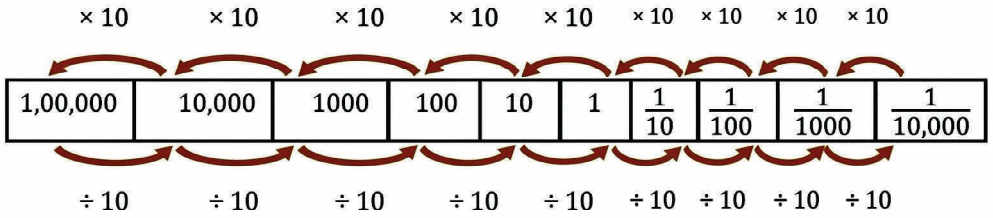
If yes, how would we know if 42 means 4 tens and 2 units or it means 4 units and 2 tenths?

Similarly, 705 could mean:

(a) 7 hundreds, and 0 tens and 5 ones (700 + 0 + 5)

(b) 7 tens and 0 units and 5 tenths $\left(70+0+\frac{5}{10}\right)$

(c) 7 units and 0 tenths and 5 hundredths $\left(7+\frac{0}{10}+\frac{5}{100}\right)$



اعداد لکھنے کے اس طریقے کو "**اعشاریہ نظام**" کہا جاتا ہے کیونکہ یہ عدد 10 پر مبنی ہے۔ لاطینی زبان میں "decem" کا مطلب دس ہے، جو کہ سنسکرت کے لفظ "دشا" سے ملتا جلتا ہے جس کا مطلب بھی 10 ہے۔ اسی طرح کے الفاظ کئی ہندوستانی زبانوں بشمول اوڈیا، کونکنی، مراٹھی، گجراتی، ہندی، کشمیری، بوڈو اور آسامی میں بھی ملتے ہیں۔ ہم اگلی جماعتوں میں اعداد لکھنے کے دوسرے طریقوں کے بارے میں سیکھیں گے۔

کتنا بڑا؟

ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ سو دہائیاں مل کر 1000 بناتی ہیں، اور سو سینکڑے مل کر 10,000 بناتے ہیں۔

ہم کسر کے حصوں کے بارے میں بھی اسی طرح کے سوالات پوچھ سکتے ہیں:

(الف) کتنے ہزارویں حصے مل کر ایک اکائی بناتے ہیں؟

(ب) کتنے ہزارویں حصے مل کر ایک دسواں حصہ بناتے ہیں؟

(ج) کتنے ہزارویں حصے مل کر ایک سواں حصہ بناتے ہیں؟

(د) کتنے دسویں حصے مل کر ایک دہائی بناتے ہیں؟

(ہ) کتنے سویں حصے مل کر ایک دہائی بناتے ہیں؟

اس طرح کے کچھ مزید سوالات بنائیں اور ان کے جوابات دیں۔

اعداد کی علامت، تحریر اور پڑھنا



ہم اعداد کو ایک خاص طریقے سے لکھتے رہے ہیں، مثلاً 456، بجائے اس کے کہ انہیں 4 x100 (4 سینکڑے) 5 x10 (5 دہائیاں) +1 x 6 (6 اکائیاں) کی شکل میں لکھیں۔ اسی طرح، کیا ہم دسویں اور سویں حصوں کو لکھنا چھوڑ سکتے ہیں؟ کیا مقدار $4\frac{2}{10}$ کو 42 لکھا جا سکتا ہے؟ (جس میں $2 \times \frac{1}{10}$ میں موجود $\frac{1}{10}$ کو چھوڑ دیا جائے)؟ اگر ہاں، تو ہمیں کیسے معلوم ہو گا کہ 42 کا مطلب 4 دہائیاں اور 2 اکائیاں ہیں یا اس کا مطلب 4 اکائیاں اور 2 دسویں حصے ہیں؟

اسی طرح، 705 کا مطلب ہو سکتا ہے:

(الف) 7 سینکڑے، 0 دہائیاں اور 5 اکائیاں $(700 + 0 + 5)$

(ب) 7 دہائیاں، 0 اکائیاں اور 5 دسویں حصے $(70 + 0 + \frac{5}{10})$

(ج) 7 اکائیاں، 0 دسویں حصے اور 5 سویں حصے $(7 + \frac{0}{10} + \frac{5}{100})$

APSCERT

Since these are different quantities, we need to have distinct ways of writing them.

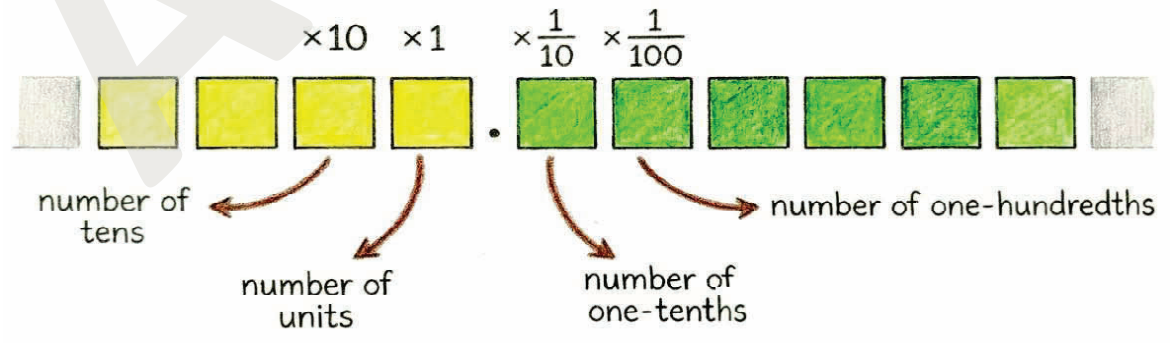
To identify the place value where integers end and the fractional parts start, we use a point or period (‘.’) as a separator, called a **decimal point.**

The above quantities in decimal notation are then:

Quantity	Decimal Notation
7 hundreds and 5 ones (700 + 0 + 5)	705
7 tens and 5 tenths $\left(70+0+\frac{5}{10}\right)$	70.5
7 units and 5 hundredths $\left(7+0+\frac{5}{100}\right)$	7.05

These numbers, when shown through place value, are as follows:

Decimal number	Hundreds	Tens	Units	Tenths	Hundredths
705	7×100	0×10	5×1		
70.5		7×10	0×1	$5 \times \frac{1}{10}$	
7.05			7×1	$0 \times \frac{1}{10}$	$0 \times \frac{1}{100}$



APSCERT

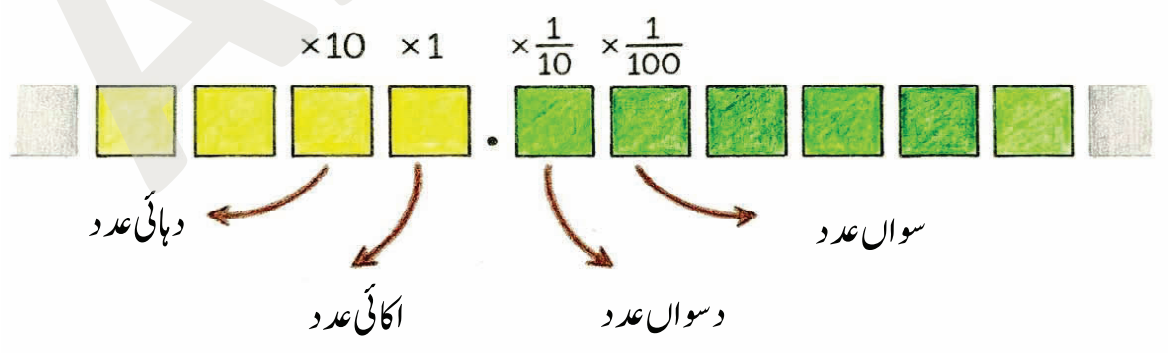
چونکہ یہ مختلف مقداریں ہیں، اس لیے ہمیں انہیں لکھنے کے لیے الگ الگ طریقوں کی ضرورت ہے۔

مقامی قیمت میں اس جگہ کی نشاندہی کرنے کے لیے جہاں صحیح اعداد ختم ہوتے ہیں اور کسر کے حصے شروع ہوتے ہیں، ہم ایک نقطہ یا فل اسٹاپ (.) کو علیحدگی کرنے والے کے طور پر استعمال کرتے ہیں، جسے **اعشاریہ** کہا جاتا ہے۔

اعشاریہ نظام	مقدار
705	7 سینکڑے اور 5 اکائیاں $(5+0+700)$
70.5 دہائیاں اور	5 دسویں حصے $(\frac{5}{10}+0+70)$
7.05	7 اکائیاں اور 5 سویں حصے $(\frac{5}{100}+0+7)$

جب ان اعداد کو مقامی قیمت کے لحاظ سے ظاہر کیا جائے تو ان کی تفصیل کچھ یوں ہو گی:

اعشاریہ عدد	سینکڑا	دہائی	اکائی	دسواں	سواں
705	7×100	0×10	5×1		
70.5		7×10	0×1	$5 \times \frac{1}{10}$	
7.05			7×1	$0 \times \frac{1}{10}$	$0 \times \frac{1}{100}$



Thus decimal notation is a natural extension of the Indian place value system to numbers also having fractional parts. Just as 705 means $7 \times 100 + 5 \times 1$, the number 70.5 means $7 \times 10 + 5 \times \frac{1}{10}$, and 7.05 means $7 \times 1 + 5 \times \frac{1}{100}$.

We have seen how to write numbers using the decimal point ('.'). But how do we read/say these numbers?

We know that 705 is read as **seven hundred and five.**

70.5 is read as **seventy point five,** short for **seventy and five-tenths.**

7.05 is read as **seven point zero five,** short for **seven and five hundredths.**

0.274 is read as **zero point two seven four.** We don't read it as **zero point two hundred and seventy four** as 0.274 means **2 one-tenths and 7 one-hundredths and 4 one-thousandths.**

Try This

? Make a place value table similar to the one above. Write each quantity in decimal form and in terms of place value, and read the number:

(a) 2 ones, 3 tenths and 5 hundredths

(b) 1 ten and 5 tenths

(c) 4 ones and 6 hundredths

(d) 1 hundred, 1 one and 1 hundredth

(e) $\frac{8}{100}$ and $\frac{9}{10}$

(f) $\frac{5}{100}$

(g) $\frac{1}{10}$

(h) $2\frac{1}{100}, 4\frac{1}{10}$ and $7\frac{7}{1000}$

In the chapter on large numbers, we learned how to write 23 hundreds.

23 hundreds = $23 \times 100 = 2000 + 300 = 2300$.

Thousands	Hundreds	Tens	Units
	23		
2	3	0	0

Similarly, 23 tens would be:

23 tens = $23 \times 10 = 200 + 30 = 230$.

AP SCERT

اس طرح اعشاری نظام، ہندوستانی مقامی قیمت کے نظام کی ایک قدرتی توسیع ہے تاکہ ان اعداد کو بھی شامل کیا جاسکے جن میں کسر کے حصے ہوتے ہیں۔ جس طرح 705 کا مطلب ہے $5 \times 1 + 7 \times 100$، اسی طرح عدد 70.5 کا مطلب $5 \times \frac{1}{10} + 7 \times 10$ ہے، اور 7.05 کا مطلب $5 \times \frac{1}{100} + 7 \times 1$ ہے۔

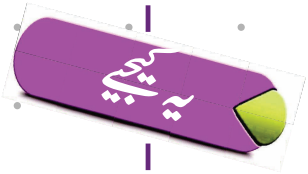
ہم دیکھ چکے ہیں کہ اعشاریہ (.) کا استعمال کرتے ہوئے اعداد کیسے لکھے جاتے ہیں۔ لیکن ہم ان اعداد کو کیسے پڑھتے یا بولتے ہیں؟

ہم جانتے ہیں کہ 705 کو **سات سو پانچ** پڑھا جاتا ہے۔

70.5 کو **ستر اعشاریہ پانچ** پڑھا جاتا ہے، جو **ستر اور پانچ دسویں حصوں** کی مختصر شکل ہے۔

7.05 کو **سات اعشاریہ صفر پانچ** پڑھا جاتا ہے، جو **سات اور پانچ سویں حصوں** کی مختصر شکل ہے۔

0.274 کو **صفر اعشاریہ دو سات چار** پڑھا جاتا ہے۔ ہم اسے **صفر اعشاریہ دو سو چوہتر** نہیں پڑھتے کیونکہ 0.274 کا مطلب **2 دسویں حصے، 7 سویں حصے اور 4 ہزارویں حصے ہے۔**



اوپر دی گئی جدول کی طرح مقامی قیمت کی ایک جدول بنائیں۔ ہر مقدار کو اعشاریہ کی شکل میں اور مقامی قیمت کے لحاظ سے لکھیں، اور عدد کو پڑھیں:

a) 2 اکائیاں، 3 دسویں حصے اور 5 سویں حصے

b) 1 دہائی اور 5 دسویں حصے

c) 4 اکائیاں اور 6 سویں حصے

d) 1 سینکڑا، 1 اکائی اور 1 سواں حصہ

e) $\frac{8}{100}$ اور $\frac{9}{10}$

f) $\frac{5}{100}$

g) $\frac{1}{10}$

h) $2\frac{1}{100}$ ، $4\frac{1}{10}$ اور $7\frac{7}{1000}$

بڑے اعداد کے باب میں، ہم نے سیکھا کہ 23 سینکڑوں کو کیسے لکھا جاتا ہے۔

23 سینکڑے $= 23 \times 100 = 2000 + 300 = 2300$

ہزار	سینکڑا	دہائی	اکائی
	23		
2	3	0	0

اسی طرح، 23 دہائیاں ہوں گی:

23 دہائیاں $= 23 \times 10 = 200 + 30 = 230$

AP SCERT

Thousands	Hundreds	Tens	Units
		23	
	2	3	0

Example 5 : How can we write 234 tenths in decimal form?

234 tenths = $\frac{234}{10}$

$= \frac{200}{10} + \frac{30}{10} + \frac{4}{10}$

$= 20 + 3 + \frac{4}{10}$

= 23.4

Hundreds	Tens	Units	Tenths	Hundredths
			234	
	2	3	4	

Write these quantities in decimal form:

(a) 234 hundredths, (b) 105 tenths.

Try This

3.4 Units of Measurement

Length Conversion

We have been using a scale to measure length for a few years. We already know that 1 cm = 10 mm (millimeters).

How many cm is 1 mm?

1 mm = $\frac{1}{10}$ cm = 0.1 cm (i.e., one-tenth of a cm).

How many cm is (a) 5 mm? (b) 12 mm?

5 mm = $\frac{5}{10}$cm = 0.5 cm

12 mm = 10 mm + 2 mm

= 1 cm + $\frac{2}{10}$cm

= 1.2 cm.

APSCERT

ہزار	سینکڑا	دہائی	اکائی
		23	
	2	3	0

مثال 5: ہم 234 دسویں حصوں کو اشاری شکل میں کیسے لکھ سکتے ہیں؟

234 دسویں حصے =

$$= \frac{234}{10}$$

$$= \frac{200}{10} + \frac{30}{10} + \frac{4}{10}$$

$$= 20 + 3 + \frac{4}{10}$$

$$= 23.4$$

سینکڑا	دہائی	اکائی	دسواں	سواں
			234	
	2	3	4	

ان مقداروں کو اعشاری شکل میں لکھیں:

(الف) 234 سویں حصے، (ب) 105 دسویں حصے

3.4 پیمائش کی اکائیاں

لمبائی کی تبدیلی

ہم چند سالوں سے لمبائی ماپنے کے لیے پیمانے (scale) کا استعمال کر رہے ہیں۔ ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ 1 سمر = 10 ملی میٹر

1 ملی میٹر کتنے سمر ہوتا ہے؟

1 ملی میٹر = $\frac{1}{10}$ سمر = 0.1 سمر (یعنی ایک سمر کا دسواں حصہ)

کتنے سمر ہوتے ہیں (الف) 5 ملی میٹر؟ (ب) 12 ملی میٹر؟

5 ملی میٹر = $\frac{5}{10}$ سمر = 0.5 سمر

12 ملی میٹر = 10 ملی میٹر + 2 ملی میٹر

= 1 سمر + $\frac{2}{10}$ سمر

= 1.2 سمر

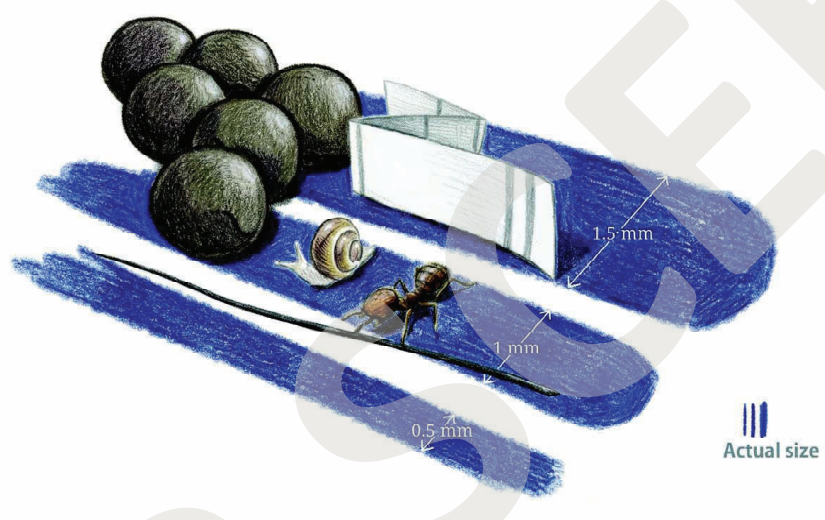
How many mm is 5.6 cm? Since each cm has 10 mm, 5.6 cm (5 cm + 0.6 cm) is 56 mm.

Try This

Fill in the blanks below (mm <–> cm)

12 mm = 1.2 cm	56 mm = 5.6 cm	70 mm = _____
_____ = 0.9 cm	134 mm =_____	_____ = 203.6 cm

The illustration below shows how small some things are! Try taking an approximate measurement of each.



- The three blue stripes represent the typical relative sizes of pen strokes: fine stroke, medium stroke, and bold stroke.
- A human hair is about 0.1 mm in thickness.
- The thickness of a newspaper can range from 0.05 to 0.08 mm.
- Mustard seeds have a thickness of 1 – 2 mm.
- The smallest ant species discovered so far, Carabera Bruni, has a total length of 0.8 – 1 mm. They are found in Sri Lanka and China.
- The smallest land snail species discovered so far, Acmella Nana, has a shell diameter of 0.7 mm. They are found in Malaysia.

We also know that 1 m = 100 cm. Based on this, we can say that

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{m} = 0.01 \text{ m}.$$

5.6 سمر میں کتنے ملی میٹر ہوتے ہیں؟ چونکہ ہر سمر میں 10 ملی میٹر ہوتے ہیں،

اس لیے 5.6 سمر (5 سمر + 0.6 سینٹی میٹر) = 56 ملی میٹر ہو گا۔

نیچے دی گئی خالی جگہیں پُر کیجیے (ملی میٹر <--> سینٹی میٹر)

12 ملی میٹر = 1.2 سمر	56 ملی میٹر = 5.6 سمر	70 ملی میٹر = _____
0.9 سمر = _____	134 ملی میٹر = _____	203.6 سینٹی میٹر = _____

نیچے دی گئی تصویر یہ دکھاتی ہے کہ بعض چیزیں کتنی چھوٹی ہوتی ہیں ! ہر ایک کی تقریباً پیمائش لینے کی کوشش کیجیے۔



- تین نیلی پٹیاں قلم کی لکیر کے عام نسبتی سائز کو ظاہر کرتی ہیں: باریک لکیر، درمیانی لکیر، اور موٹی لکیر۔
- انسانی بال کی موٹائی تقریباً 0.1 ملی میٹر ہوتی ہے۔
- اخبار کے کاغذ کی موٹائی تقریباً 0.05 سے 0.08 ملی میٹر تک ہوتی ہے۔
- رائی کے دانوں کی موٹائی تقریباً 1 سے 2 ملی میٹر ہوتی ہے۔
- اب تک دریافت ہونے والی چیونٹی کی سب سے چھوٹی قسم کی کل لمبائی تقریباً 0.8 سے 1 ملی میٹر ہوتی ہے۔ یہ سری لنکا اور چین میں پائی جاتی ہے۔
- اب تک دریافت ہونے والی خشکی کے گھونگھے کی سب سے چھوٹی قسم کے خول کا قطر تقریباً 0.7 ملی میٹر ہوتا ہے۔ یہ ملائیشیا میں پائی جاتی ہے۔ ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ

1 میٹر = 100 سمر

اس بنیاد پر ہم کہہ سکتے ہیں کہ

1 سمر = 0.01 میٹر۔

Example 6 : How many m is (a) 10 cm? (b) 15 cm?

$10 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ m} = 0.1 \text{ m}$

Since each cm is one-hundredth of a meter, 15 cm can be written as

$15 \text{ cm} = \frac{15}{100} \text{m}$

$= \frac{10}{100} \text{m} + \frac{5}{100} \text{m}$

$= \frac{1}{10} \text{m} + \frac{5}{100} \text{m}$

$= 0.15 \text{ m}.$

Try This

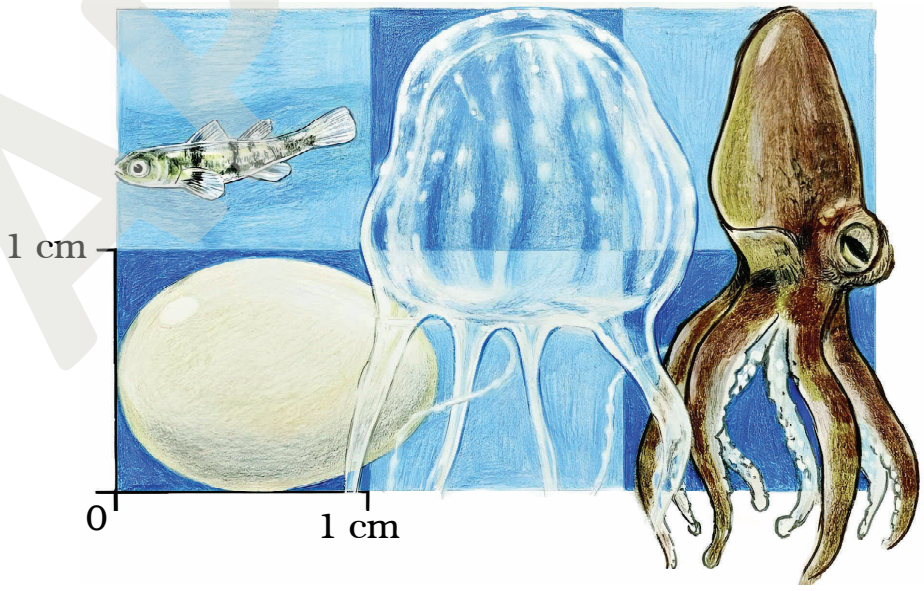
Fill in the blanks below (cm <–> m):

36 cm = _____	50 cm = _____	_____ = 0.89 m
4 cm = _____	325 cm = _____	_____ = 2.07 m

How many mm does 1 meter have?

Can we write 1 mm = $1 \frac{1}{1000}$ m ?

Here, we have some more interesting facts about small things in nature!



مثال 6 : کتنے میٹر ہوتے ہیں؟ (a) 10 سمر؟ (b) 15 سمر؟

10 سمر $= \frac{1}{10}$ میٹر $= 0.1$ میٹر

چونکہ ہر سمر ایک میٹر کا سوواں حصہ ہوتا ہے، اس لیے 15 سمر کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے :

15 سمر $= \frac{15}{100}$ میٹر

$= \frac{10}{100}$ میٹر $+ \frac{5}{100}$ میٹر

$= \frac{1}{10}$ میٹر $+ \frac{5}{100}$ میٹر

$= 0.15$ میٹر

کیجیے

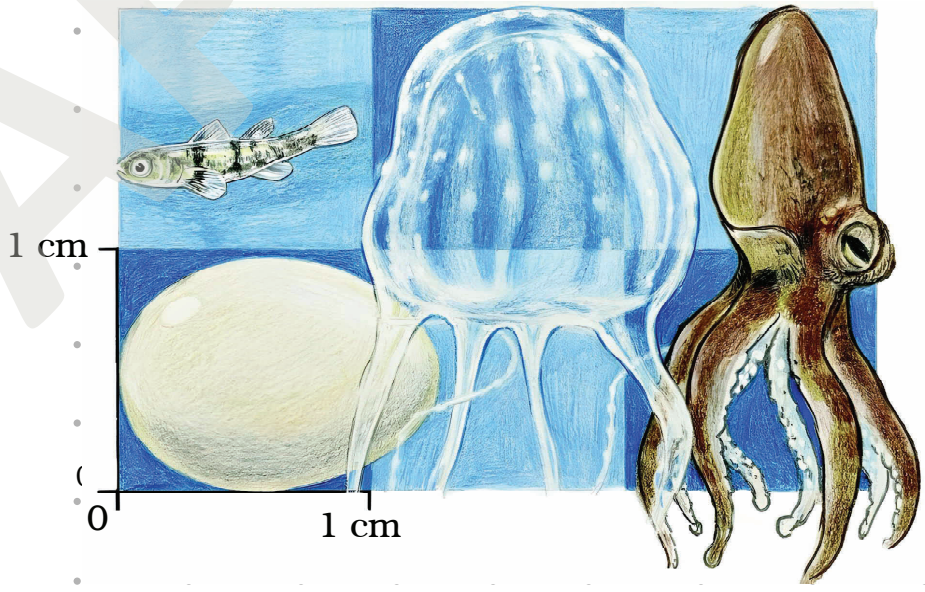
نیچے دی گئی خالی جگہیں پُر کیجیے (سمر <–> میٹر) :

36 سمر = _____	50 سمر = _____	0.89 میٹر = _____
4 سمر = _____	325 سمر = _____	2.07 میٹر = _____

1 میٹر میں کتنے ملی میٹر ہوتے ہیں؟

کیا ہم لکھ سکتے ہیں کہ 1 ملی میٹر $= \frac{1}{1000}$ 1 میٹر؟

یہاں فطرت میں موجود بہت چھوٹی چیزوں کے بارے میں کچھ مزید دلچسپ حقائق دیے گئے ہیں!



APSCERT

- The egg of a humming bird typically is 1.3 cm long and 0.9 cm wide.
- The Philippine Goby is about 0.9 cm long. It can be found in the Philippines and other Southeast Asian countries.
- The smallest known jellyfish, Irukandji, has a bell size of 0.5 – 2.5 cm. Its tentacles can be as long as 1 m. They are found in Australia. Its venom can be fatal to humans.
- The Wolfi octopus, also known as the Star-sucker Pygmy Octopus, is the smallest known octopus in the world. Their typical size is around 1 – 2.5 cm and they weigh less than 1 gm. They are found in the Pacific Ocean.

Weight Conversion

Let us look at kilograms (kg). We know that 1 kg = 1000 gram (g). We can say that

$$1 \text{ g} = \frac{1}{1000} \text{ kg} = 0.001 \text{ kg}.$$

How many kilograms is 5 g?

$$5 \text{ g} = \frac{5}{1000} \text{ kg} = 0.005 \text{ kg}.$$

How many kilograms is 10 g?

$$10 \text{ g} = \frac{10}{1000} \text{ kg} = \frac{1}{100} \text{ kg} = 0.010 \text{ kg}.$$

As each gram is one-thousandth of a kg, 254 g can be written as

$$254 \text{ g} = \frac{254}{1000} \text{ kg}$$

$$\left(\frac{200}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000}\right)\text{kg}$$

$$\left(\frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}\right)\text{kg}$$

$$= 0.254 \text{ kg}.$$

ہمنگ برڈ کے انڈے کی لمبائی عموماً 1.3 سمر اور چوڑائی 0.9 سمر ہوتی ہے۔

فلپائنی گوبی مچھلی تقریباً 0.9 سمر لمبی ہوتی ہے۔ یہ فلپائن اور جنوب مشرقی ایشیا کے دیگر ممالک میں پائی جاتی ہے۔

اب تک معلوم ہونے والی سب سے چھوٹی جیلی فش کا سائز تقریباً 0.5 سے 2.5 سمر ہوتا ہے۔

اس کے باریک بازو 1 میٹر تک لمبے ہوسکتے ہیں۔ یہ آسٹریلیا میں پائی جاتی ہے۔

اس کا زہر انسانوں کے لیے جان لیوا ہو سکتا ہے۔

وولفی آکٹوپس، جسے اسٹار سکّر پگمی آکٹوپس بھی کہا جاتا ہے، دنیا کا سب سے چھوٹا معلوم آکٹوپس ہے۔

اس کا عام سائز تقریباً 1 سے 2.5 سمر ہوتا ہے اور اس کا وزن 1 گرام سے بھی کم ہوتا ہے۔

یہ بحر الکاہل میں پایا جاتا ہے۔

وزن کی تبدیلی

آیئے کلوگرام کو دیکھتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ

1 کلوگرام = 1000 گرام

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

1 گرام $= \frac{1}{1000}$ کلوگرام $= 0.001$ کلوگرام

? 5 گرام کتنے کلوگرام ہوتے ہیں؟

5 گرام $= \frac{5}{1000}$ کلوگرام $= 0.005$ کلوگرام

? 10 گرام کتنے کلوگرام ہوتے ہیں؟

10 گرام $= \frac{10}{1000}$ کلوگرام $= \frac{1}{100}$ کلوگرام $= 0.010$ کلوگرام

? چونکہ ہر گرام ایک کلوگرام کا ہزارواں حصہ ہوتا ہے، اس لیے 254 گرام کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے:

254 گرام $= \frac{254}{1000}$ کلوگرام

$\left(\frac{200}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000}\right)$ کلوگرام

$\left(\frac{20}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}\right)$ کلوگرام

$= 0.254$ کلوگرام

AP SCERT

Fill in the blanks below (g <–> kg)

465g = _____	68 g = _____	1560 g = _____
704 g = _____	_____ = 0.56 kg	_____ = 2.5 kg

Look at the picture below showing different quantities of rice. Starting from the 1g heap, subsequent heaps can be found that are 10 times heavier than the previous heap/packets. The combined weight of rice in this picture is 11.111 kg.





Also,

1 gram = 1000 milligrams (mg). So, 1 mg = $\frac{1}{1000}$ g = 0.001 g.

Rupee - Paise conversion

You may have heard of 'paisa'. 100 paise is equal to 1 rupee. As we have coins and notes for rupees, coins for paise were also used commonly until recently. There were coins for 1 paisa, 2 paise, 3 paise, 5 paise, 10 paise, 20 paise, 25 paise, and 50 paise. All denominations of 25 paise and less were removed from use in the year 2011. But we still see paise in bills, account statements, etc.

1 rupee = 100 paise

1 paisa = $\frac{1}{100}$ rupee = 0.01 rupee

As each paisa is one-hundredth of a rupee,

75 paise = $\frac{75}{100}$ rupee

APSCERT

نیچے دی گئی خالی جگہیں پُر کیجیے (گرام <--> کلو گرام)

465 گرام = _____	68 گرام = _____	1560 گرام = _____
704 گرام = _____	0.56 کلو گرام = _____	2.5 کلو گرام = _____

نیچے دی گئی تصویر میں چاول کی مختلف مقداریں دکھائی گئی ہیں۔ 1 گرام کے ڈھیر سے شروع کرتے ہوئے، بعد والے ڈھیر یا پیکٹ پچھلے ڈھیر سے 10 گنا زیادہ وزنی ہیں۔ اس تصویر میں موجود چاول کا مجموعی وزن 11.111 کلو گرام ہے۔





روپے کو پیسے میں تبدیلی کرنا

آپ نے "پیسہ" کے بارے میں سنا ہو گا۔ 100 پیسے 1 روپے کے برابر ہوتے ہیں۔ جیسے روپے کے سکے اور نوٹ ہوتے ہیں، ویسے ہی پیسے کے سکے بھی پہلے عام طور پر استعمال ہوتے تھے۔ 1 پیسہ، 2 پیسے، 3 پیسے، 5 پیسے، 10 پیسے، 20 پیسے، 25 پیسے اور 50 پیسے کے سکے رائج تھے۔ 25 پیسے اور اس سے کم مالیت والے تمام سکے سال 2011 میں بند کر دیے گئے۔ لیکن اب بھی بلوں، اکاؤنٹ اسٹیٹمنٹ وغیرہ میں پیسے استعمال ہوتے ہیں۔

1 روپیہ = 100 پیسے

1 پیسہ = $\frac{1}{100}$ روپیہ = 0.01 روپیہ

چونکہ ہر پیسہ ایک روپے کا سوواں حصہ ہوتا ہے، اس لیے

75 پیسے = $\frac{75}{100}$ روپیہ = 0.75 روپیہ

APSCERT

$$= \left(\frac{70}{100} + \frac{5}{100}\right) \text{rupee}$$

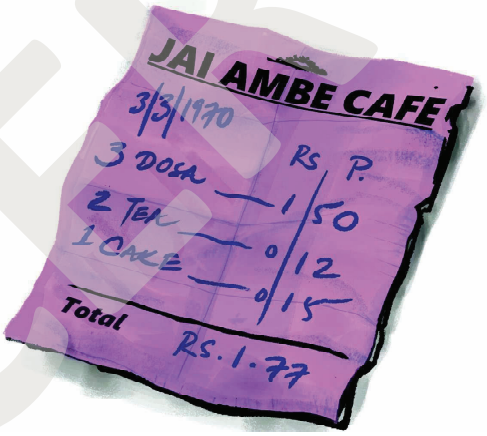
$$= 0.70 + 0.05$$

$$= 0.75 \text{ rupee}$$

Fill in the blanks below (rupee <–> paise):

10 p = _____	_____p = ₹ 0.05	_____p = ₹ 0.36
_____p = ₹ 0.50	99 p = _____	250 p = _____

During the 1970s, a masala dosa cost just 50 paise, one could buy a banana for 20-25 paise, a handful of peppermints were available for 2 paise or 3 paise, and a kg of rice cost ₹2.45.



Discuss with adults at home/school the prices of different products and services during their childhood. Try to find old coins and stamps.



Try This

3.5 Locating and Comparing Decimals

Let us consider the decimal number 1.4. It is equal to 1 unit and 4 tenths. This means that the unit between 1 and 2 is divided into 10 equal parts, and 4 such parts are taken. Hence, 1.4 lies between 1 and 2.

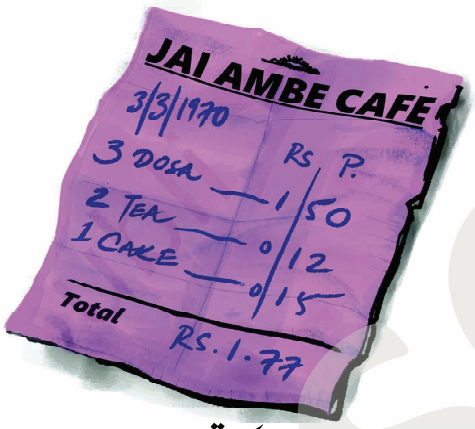
$$\text{روپیہ} = \left(\frac{70}{100} + \frac{5}{100}\right)$$

$$= 0.70 + 0.05$$

$$= 0.75 \text{ روپیہ}$$

❓ نیچے دی گئی خالی جگہیں پُر کیجیے (روپیہ <--> پیسہ) :

10 پیسے = _____	_____ پیسے = 0.05 روپیہ	_____ پیسے = 0.36 روپیہ
_____ پیسے = 0.50 روپیہ	99 پیسے = _____	250 پیسے = _____



1970 کی دہائی میں ایک مصالحہ ڈوسہ صرف 50 پیسے میں ملتا تھا، ایک کیلا 20 تا 25 پیسے میں خریدا جاسکتا تھا، چند پودینے کی گولیاں 2 یا 3 پیسے میں دستیاب تھیں، اور ایک کلو چاول کی قیمت 2.45 روپے تھی۔

گھر یا اسکول میں بڑوں سے ان کے بچپن کے زمانے میں مختلف اشیاء اور خدمات کی قیمتوں کے بارے میں گفتگو کیجیے۔ پرانے سکے اور ڈاک ٹکٹ تلاش کرنے کی کوشش کیجیے۔

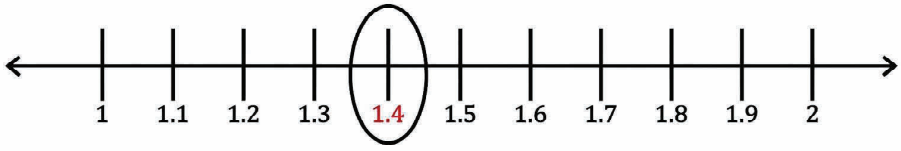




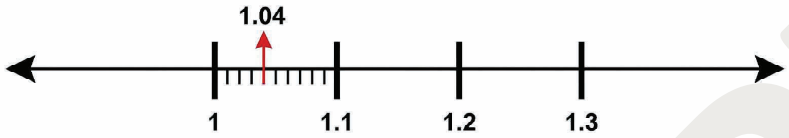
3.5 اعشاری اعداد کی جگہ معلوم کرنا اور ان کا موازنہ کرنا

اعشاری عدد 1.4 پر غور کیجیے۔ یہ 1 اکائی اور 4 دہائی حصوں کے برابر ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ 1 اور 2 کے درمیان والی اکائی کو 10 برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے، اور ان میں سے 4 حصے لیے گئے ہیں۔ اس لیے 1.4، 1 اور 2 کے درمیان واقع ہوتا ہے۔

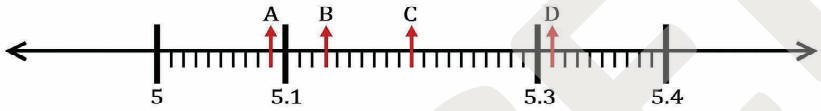
Draw the number line and divide the unit between 1 and 2 into 10 equal parts. Take the fourth part, and we have 1.4 on the number line.



? Name all the divisions between 1 and 1.1 on the number line.



? Identify and write the decimal numbers against the letters.



There is Zero Dilemma!

? Karthik says that 0.2 can also be written as 0.20, 0.200; Dhanyasri thinks that putting zeros on the right side may alter the value of the decimal number. What do you think?

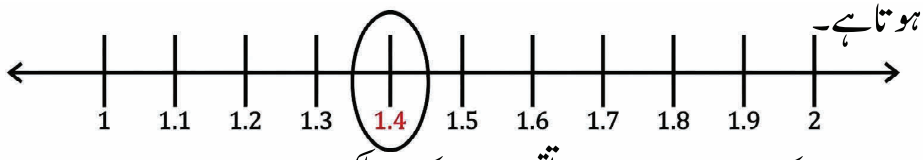
We can figure this out by looking at the quantities these numbers represent using place value.

Decimal number	Units	Tenths	Hundredths	Thousandths
0.2	0	2		
0.20	0	2	0	
0.200	0	2	0	0
0.02	0	0	2	
0.002	0	0	0	2

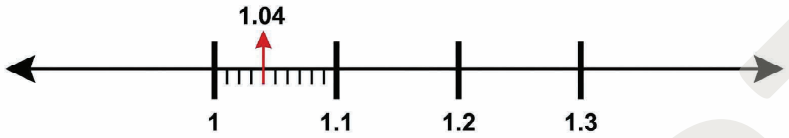
We can see that 0.2, 0.20, and 0.200 are all equal as they represent the same quantity, i.e., 2 tenths. But 0.2, 0.02, and 0.002 are different.

APSCERT

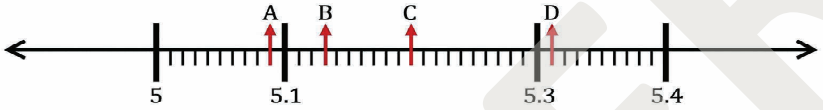
عددی خط کھینچیے اور 1 اور 2 کے درمیان والی اکائی کو 10 برابر حصوں میں تقسیم کیجیے۔ چوتھا حصہ لینے پر عددی خط پر 1.4 حاصل ہوتا ہے۔



عددی خط پر 1 اور 1.1 کے درمیان موجود تمام تقسیمات کے نام لکھیے۔



حروف کے سامنے موجود اعشاری اعداد کو پہچانیے اور لکھیے۔



صفر کا مسئلہ !

کارتھک کہتا ہے کہ 0.2 کو 0.20 اور 0.200 بھی لکھا جا سکتا ہے؛ دھنیا شری کا خیال ہے کہ دائیں طرف صفر لگانے سے اعشاری عدد کی قیمت بدل جاتی ہے۔ آپ کیا سوچتے ہیں؟

ہم مقامی قیمت کی مدد سے معلوم کر سکتے ہیں کہ یہ اعداد کس مقدار کو ظاہر کرتے ہیں۔

ہزارواں	سواں	دسواں	اکائی	اعشاری عدد

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ 0.2، 0.20 اور 0.200 سب برابر ہیں کیونکہ یہ سب ایک ہی مقدار یعنی 2 دہائی حصوں کو ظاہر کرتے ہیں۔ لیکن 0.2، 0.02 اور 0.002 مختلف ہیں۔

APSCERT

Can you tell which of these is the smallest and which is the largest?

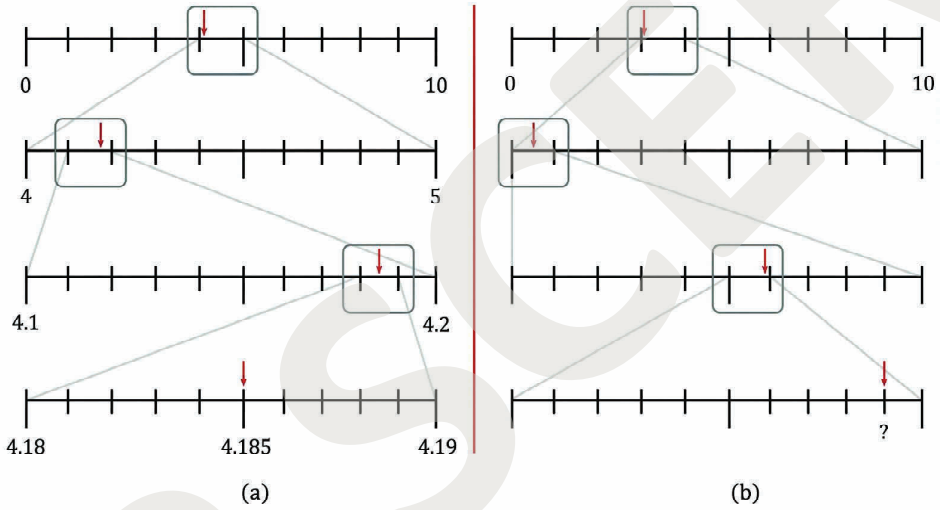


Figure it Out - 3.4

1. Which of these are the same: 4.5, 4.05, 0.405, 4.050, 4.50, 4.005, 04.50?

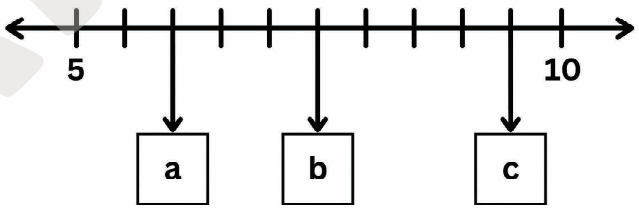
   Observe the number lines in Figure (a) below. At each level, a particular segment of the number line is magnified to locate the number 4.185.

2. Identify the decimal number in the last number line in Figure (b) denoted by '?'.



3. Make such number lines for the decimal numbers: (a) 9.876 (b) 0.407 .

4. a) In the number line shown below, what decimal numbers do the boxes labelled 'a', 'b', and 'c' denote?



The box with 'b' corresponds to the decimal number 7.5; are you able to see how? There are 5 units between 5 and 10, divided into 10 equal parts. Hence, every 2 divisions make a unit, and so every division is $\frac{1}{2}$ unit. What numbers do 'a' and 'c' denote?

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ ان میں سب سے چھوٹا اور سب سے بڑا کون سا ہے؟

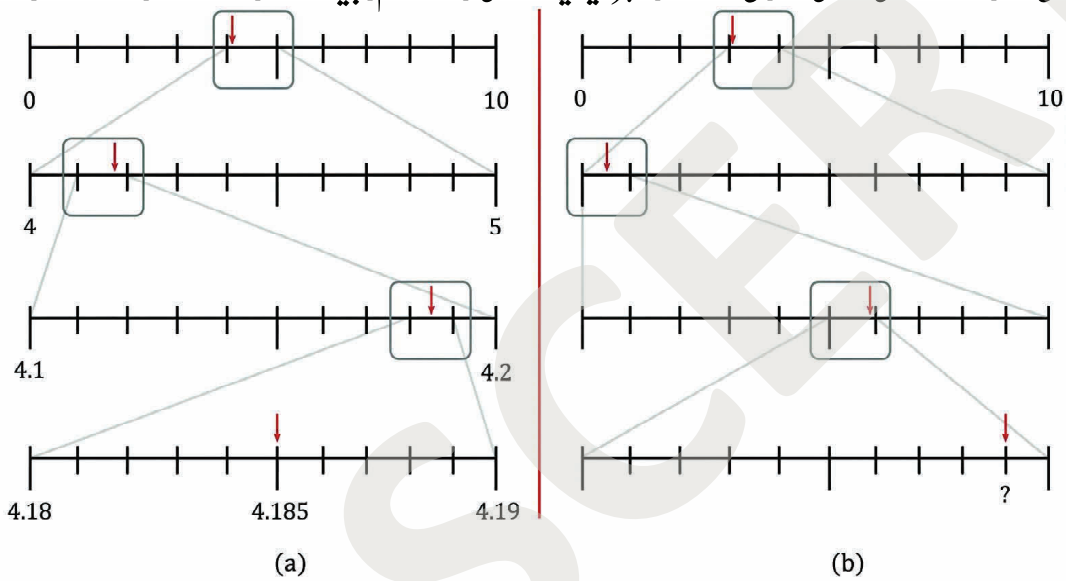


حل کیجیے–3.4

1. ان میں سے کون سے اعداد ایک جیسے ہیں؟ 4.5، 4.05، 4.050، 0.405، 4.50، 4.005، 04.50

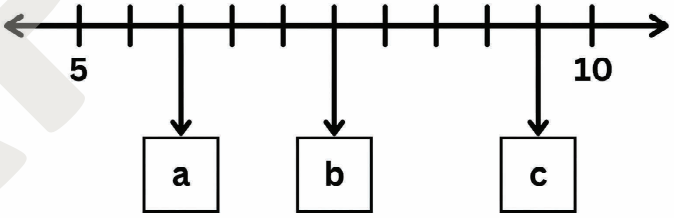
شکل (a) میں دیے گئے عددی خطوط کا مشاہدہ کیجیے۔ ہر مرحلے پر عددی خط کے ایک خاص حصے کو بڑا کر کے عدد 4.185 کی جگہ دکھائی گئی ہے۔

2. شکل (b) کے آخری عددی خط میں '؟' سے ظاہر کیا گیا اعشاری عدد معلوم کیجیے۔



3. درج ذیل اعشاری اعداد کے لیے اسی طرح کے عددی خطوط بنائیے : 9.876 (a) 0.407(b)

4. a) نیچے دیے گئے عددی خط میں 'a'، 'b' اور 'c' سے نشان زد خانوں کے اعشاری اعداد کیا ہیں؟



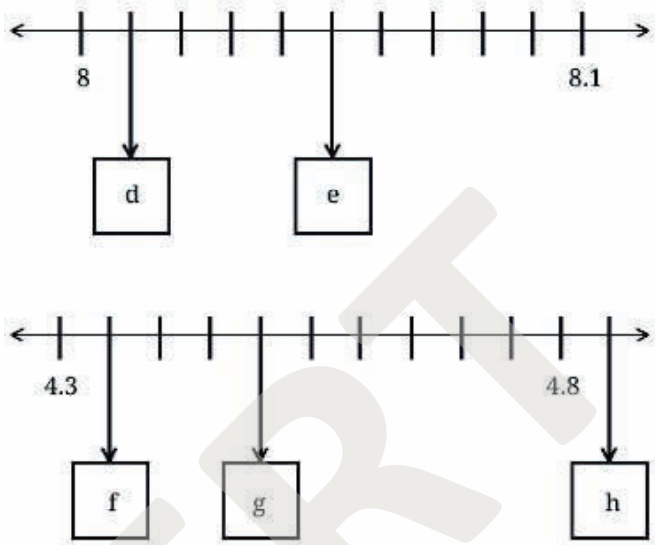
'b' والا خانہ اعشاری عدد 7.5 کو ظاہر کرتا ہے؛ کیا آپ بتا سکتے ہیں کیسے؟

5 اور 10 کے درمیان 5 اکائیاں ہیں جنہیں 10 برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اس لیے ہر 2 تقسیمات ایک اکائی بناتی ہیں، اور ہر ایک تقسیم $\frac{1}{2}$ اکائی کے برابر ہے۔

'a' اور 'c' کن اعداد کو ظاہر کرتے ہیں؟

APSCERT

b) Using similar reasoning find out the decimal numbers in the boxes below.

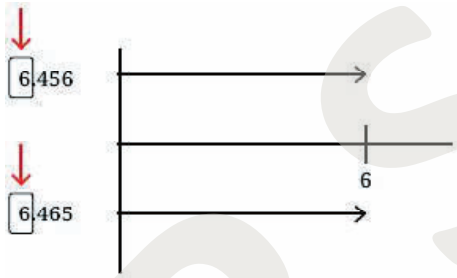
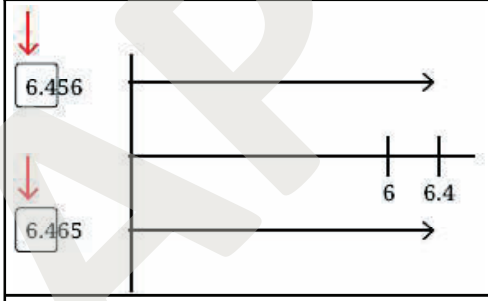
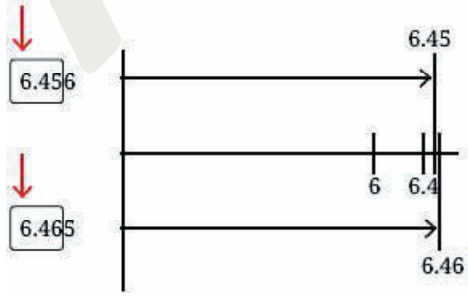


Which is larger: 6.456 or 6.465?

To answer this, we can use the number line to locate both decimal numbers and show which is larger.

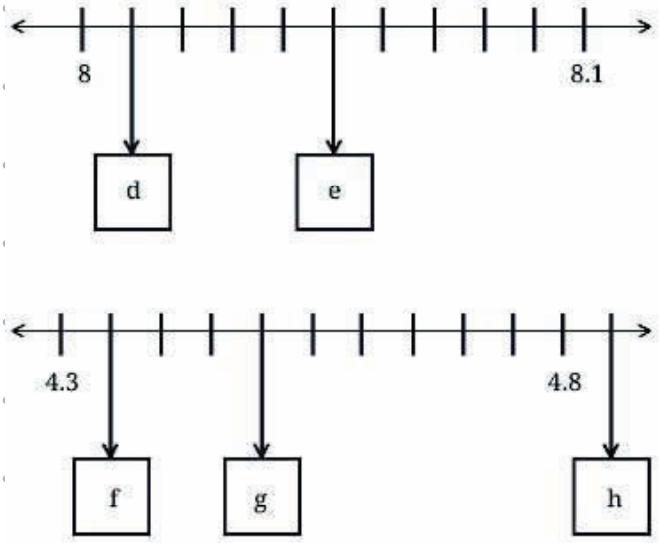
This can also be done by comparing the corresponding digits at each place value, as we do with whole numbers.

This comparison is visualised step by step below. Note that the visualisation below is not to scale.

	Both numbers have 6 units.
	Both numbers have 6 units and 4 tenths.
	Both numbers have 6 units and 4 tenths, but the first number has only 5 hundredths, where as the second number has 6 hundredths.

APSCERT

b) اسی طرح کی دلیل استعمال کرتے ہوئے نیچے دیے گئے خانوں میں موجود اعشاری اعداد معلوم کیجیے۔

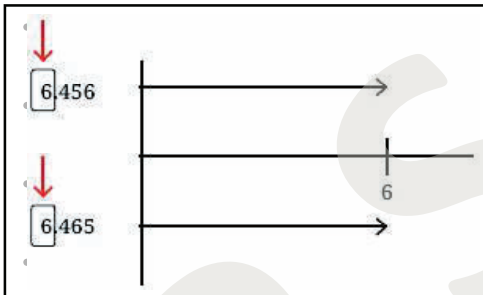
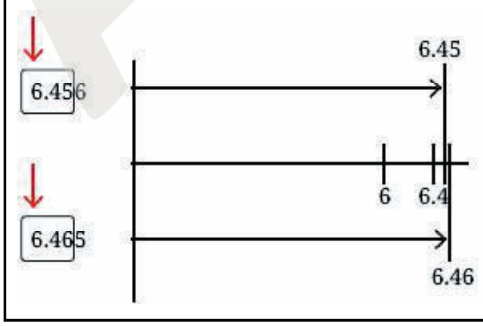


? 6.456 اور 6.465 میں کون سا بڑا ہے؟

اس کا جواب دینے کے لیے ہم عددی خط پر دونوں اعشاری اعداد کی جگہ معلوم کر کے دیکھ سکتے ہیں کہ کون سا بڑا ہے۔

یہ کام ہم صحیح اعداد کی طرح ہر مقامی قیمت کے ہندسے کا موازنہ کر کے بھی کر سکتے ہیں۔

یہ موازنہ مرحلہ وار نیچے دکھایا گیا ہے۔ یاد رہے کہ ذیل میں دی گئی تصویر اصل پیمانے کے مطابق نہیں ہے۔

	دونوں اعداد میں 6 اکائیاں ہیں۔
	دونوں اعداد میں 6 اکائیاں اور 4 دہائی حصے ہیں۔
	دونوں اعداد میں 6 اکائیاں اور 4 دہائی حصے ہیں، لیکن پہلے عدد میں صرف 5 صدواں حصے ہیں، جبکہ دوسرے عدد میں 6 صدواں حصے ہیں۔

AP SCERT

We start by comparing the most significant digits (digits with the highest place value) of the two numbers. If the digits are the same, we compare the next smaller place value. We keep going till we find a position where the digits are not equal. The number with the larger digit at this position is the greater of the two.



? Why can we stop comparing at this point? Can we be sure that whatever digits are there after this will not affect our conclusion?

Which decimal number is greater?

(a) 1.23 or 1.32

(b) 3.81 or 13.800

(c) 1.009 or 1.090

Closest Decimals

Consider the decimal numbers 0.9, 1.1, 1.01, and 1.11. Identify the decimal number that is closest to 1.

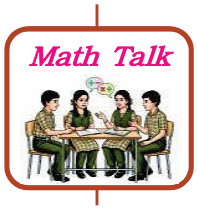
Let us compare the decimal numbers. Arranging these in ascending order, we get $0.9 < 1 < 1.01 < 1.1 < 1.11$. Among the neighbours of 1, 1.01 is 1/100 away from 1 whereas 0.9 is 10/100 away from 1. Therefore, 1.01 is closest to 1.

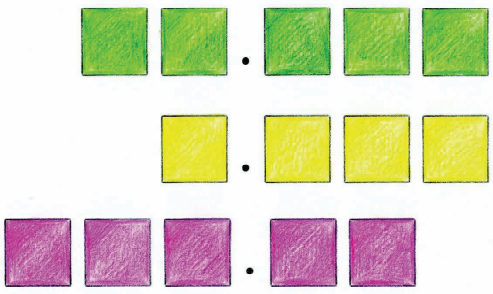
? Which of the above is closest to 1.09?

? Which among these is closest to 4: 3.56, 3.65, 3.099?

? Which among these is closest to 1: 0.8, 0.69, 1.08?

? In each case below use the digits 4, 1, 8, 2, and 5 exactly once and try to make a decimal number as close as possible to 25.





AP SCERT

ہم دونوں اعداد کے سب سے بڑی مقامی قیمت والے ہندسوں کا موازنہ کرتے ہیں۔ اگر ہندسے برابر ہوں تو پھر اگلی چھوٹی مقامی قیمت کا موازنہ کرتے ہیں۔ ہم یہ عمل اس وقت تک جاری رکھتے ہیں جب تک کوئی ایسی جگہ نہ مل جائے جہاں ہندسے مختلف ہوں۔ جس عدد کا ہندسہ اس مقام پر بڑا ہو، وہی عدد بڑا ہوتا ہے۔



❓ ہم اسی مقام پر موازنہ کرنا کیوں روک سکتے ہیں؟ کیا ہم یقین سے کہہ سکتے ہیں کہ اس کے بعد آنے والے ہندسے ہمارے نتیجے کو متاثر نہیں کریں گے؟

کون سا اعشاری عدد بڑا ہے؟

(a) 1.23 یا 1.32

(b) 3.81 یا 13.800

(c) 1.009 یا 1.090

قریب ترین اعشاری اعداد

اعشاری اعداد 0.9، 1.1، 1.01، اور 1.11 پر غور کیجیے۔ معلوم کیجیے کہ ان میں کون سا اعشاری عدد 1 کے سب سے زیادہ قریب ہے۔ آیئے اعشاری اعداد کا موازنہ کریں۔ انہیں صعودی ترتیب میں لکھنے پر ہمیں ملتا ہے :

$0.9 < 1 < 1.01 < 1.1 < 1.11$

1 کے پڑوسی اعداد میں، 1.01 عدد 1 سے $1/100$ کے فاصلے پر ہے جبکہ 0.9 عدد 1 سے $10/100$ کے فاصلے پر ہے۔

اس لیے 1.01، 1 کے سب سے زیادہ قریب ہے۔

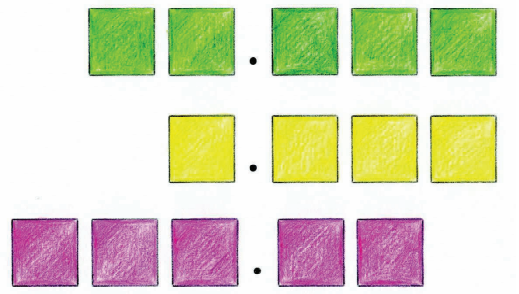
❓ اوپر دیے گئے اعداد میں کون سا 1.09 کے سب سے زیادہ قریب ہے؟

❓ ان میں سے کون سا 4 کے سب سے زیادہ قریب ہے: 3.56، 3.65، 3.099؟



❓ ان میں سے کون سا 1 کے سب سے زیادہ قریب ہے: 0.8، 0.69، 1.08؟

❓ ہر صورت میں 4، 1، 2، 8، اور 5 کے ہندسوں کو صرف ایک بار استعمال کرتے ہوئے ایسا اعشاری عدد بنانے کی کوشش کیجیے جو 25 کے سب سے زیادہ قریب ہو۔



APSCERT

3.6 Addition and Subtraction of Decimals

Lakshmi requires 2.7 m of cloth for her skirt, and Devi requires 3.5m for her kurti. What is the total quantity of cloth needed?

We have to find the sum of 2.7m + 3.5m.

Earlier, we saw how to add $2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10}$ (also shown below). Can you carry out the same addition using decimal notation? It is shown below.

Share your observations.

The total quantity of cloth needed is 6.2 m.

$$2\frac{7}{10}$$
$$+\ 3\frac{5}{10}$$
$$= 5\frac{12}{10}$$
$$= 6\frac{2}{10}$$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1}\\ 2.7\\ +3.5\\ \hline \end{array}$$
$$= 6.2$$

How much longer is Priya's cloth compared to Lakshmi's?

We have to find the difference of 3.5m – 2.7m. Again, observe how the differences $3\frac{5}{10} - 2\frac{7}{10}$ and 3.5m – 2.7m are computed.

$$3\frac{5}{10} \longrightarrow 2\frac{15}{10}$$
$$-2\frac{7}{10} \qquad -2\frac{7}{10}$$
$$= 0\frac{8}{10}$$

$$3.5 \longrightarrow {\scriptstyle 2}\not{3}{\scriptstyle 1}.5$$
$$-\ 2.7 \qquad -\ 2.7$$
$$= 0.8$$

As you can see, the standard procedure for adding and subtracting whole numbers can be used to add and subtract decimals.

A detailed view of the underlying place value calculation is shown below for the sum 75.345 + 86.691. Its compact form is shown next to it.

APSCERT

3.6 اعشاری اعداد کا جمع اور تفریق

❓ لکشمی کو اپنی اسکرٹ کے لیے 2.7 میٹر کپڑا چاہیے، اور دیوی کو اپنی کرتی کے لیے 3.5 میٹر کپڑا چاہیے۔
کل کتنے کپڑے کی ضرورت ہو گی؟

ہمیں 2.7 میٹر + 3.5 میٹر کا مجموعہ معلوم کرنا ہے۔

اس سے پہلے ہم نے $2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10}$ کو جمع کرنا دیکھا تھا (جیسا کہ نیچے بھی دکھایا گیا ہے)۔ کیا آپ یہی جمع اعشاری صورت میں کر سکتے ہیں؟ یہ نیچے دکھایا گیا ہے۔

اپنے مشاہدات بیان کیجیے۔

ضروری کپڑے کی کل مقدار 6.2 میٹر ہے۔

$$2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10} = 5\frac{12}{10} = 6\frac{2}{10}$$

$$\begin{array}{r} {}^{1}2.7 \\ +3.5 \\ \hline = 6.2 \end{array}$$

❓ پریا کا کپڑا لکشمی کے کپڑے سے کتنا زیادہ لمبا ہے؟

ہمیں 3.5 میٹر – 2.7 میٹر کا فرق معلوم کرنا ہے۔ دوبارہ دیکھیے کہ $3\frac{5}{10} - 2\frac{7}{10}$ اور 3.5 میٹر – 2.7 میٹر کا فرق کیسے نکالا گیا ہے۔

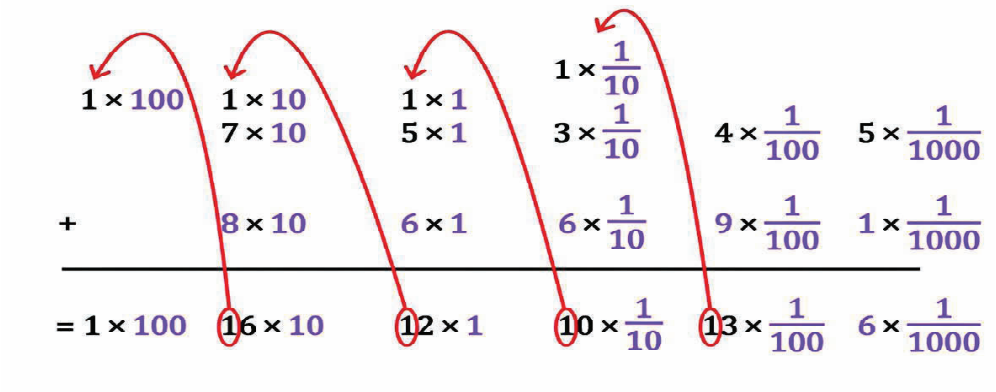
$$3\frac{5}{10} \longrightarrow 2\frac{15}{10}$$

$$\begin{array}{r} -2\frac{7}{10} \\ \hline = 0\ \frac{8}{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3.5 \longrightarrow {}^{2}\not{3}.{}^{1}5 \\ -\ 2.7 \\ \hline = 0.8 \end{array}$$

جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں، صحیح اعداد کے جمع اور تفریق کا معیاری طریقہ ہی اعشاری اعداد کے جمع اور تفریق کے لیے بھی استعمال کیا جا سکتا ہے۔

86.691 + 75.345 کے مجموعے میں مقامی قیمت کی تفصیلی وضاحت نیچے دکھائی گئی ہے۔ اس کی مختصر صورت اس کے ساتھ دی گئی ہے۔



$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ 1} \\ 75.345 \\ +86.691 \\ \hline =162.036 \end{array}$$

Write the detailed place value computation for 84.691 – 77.345, and its compact form.

Try This



Figure it Out - 3.5

1. Find the sums
   (a) 5.3 + 2.6 (b) 18 + 8.8
   (c) 2.15 + 5.26 (d) 9.01 + 9.10
   (e) 29.19 + 9.91 (f) 0.934 + 0.6
   (g) 0.75 + 0.03 (h) 6.236 + 0.487
2. Find the differences
   (a) 5.6 – 2.3 (b) 18 – 8.8
   (c) 10.4 – 4.5 (d) 17 – 16.198
   (e) 17 – 0.05 (f) 34.505 – 18.1
   (g) 9.9 – 9.09 (h) 6.236 – 0.487

Decimal Sequences

Observe this sequence of decimal numbers and identify the change after each term.

4.4, 4.8. 5.2, 5.6, 6.0, ...

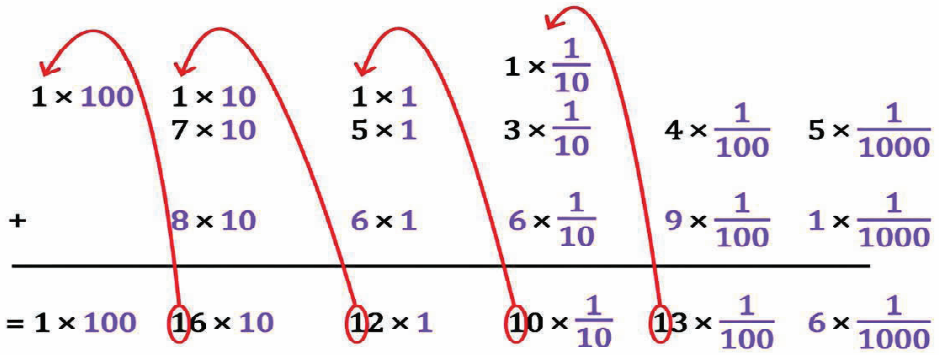
We can see that 0.4 is being added to a term to get the next term.

Continue this sequence and write the next 3 terms.

Similarly, identify the change and write the next 3 terms for each sequence given below. Try to do this computation mentally.

(a) 4.4, 4.45, 4.5, ... (b) 25.75, 26.25, 26.75, ...
(c) 10.56, 10.67, 10.78, ... (d) 13.5, 16, 18.5, ...
(e) 8.5, 9.4, 10.3, ... (f) 5, 4.95, 4.90, ...
(g) 12.45, 11.95, 11.45, ... (h) 36.5, 33, 29.5, ...

APSCERT



$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ 1} \\ 75.345 \\ +86.691 \\ \hline =162.036 \end{array}$$

? $84.691 - 77.345$ کی تفصیلی مقامی قیمت کے حساب اور اس کی مختصر صورت لکھیے۔

یہ کیجیے

حل کیجیے–3.5

1. مجموعے معلوم کیجیے :

(a) 5.3 + 2.6
(b) 18 + 8.8
(c) 2.15 + 5.26
(d) 9.01 + 9.10
(e) 29.19 + 9.91
(f) 0.934 + 0.6
(g) 0.75 + 0.03
(h) 6.236 + 0.487

2. فرق معلوم کیجیے :

(a) 5.6 - 2.3
(b) 18 - 8.8
(c) 10.4 - 4.5
(d) 17 - 16.198
(e) 17 - 0.05
(f)34.505 - 18.1
(g) 9.9 - 9.09
(h) 6.236 - 0.48

اعشاری سلسلے

اعشاری اعداد کے اس سلسلے کا مشاہدہ کیجیے اور معلوم کیجیے کہ ہر رکن کے بعد کیا تبدیلی ہو رہی ہے۔

4.4, 4.8. 5.2, 5.6, 6.0, ...

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ اگلی حد حاصل کرنے کے لیے ہر بار 0.4 جمع کیا جا رہا ہے۔

? اس سلسلے کو جاری رکھتے ہوئے اگلی 3 حدیں لکھیے۔

? اسی طرح، نیچے دیے گئے ہر سلسلے میں تبدیلی معلوم کیجیے اور اگلی 3 حدیں لکھیے۔ کوشش کیجیے کہ یہ حساب ذہنی طور پر کریں۔

(a) 4.4, 4.45, 4.5, ...
(b) 25.75, 26.25, 26.75, ...
(c) 10.56, 10.67, 10.78, ...
(d) 13.5, 16, 18.5, ...
(e) 8.5, 9.4, 10.3, ...
(f) 5, 4.95, 4.90, ...
(g) 12.45, 11.95, 11.45, ...
(h) 36.5, 33, 29.5, ...

APSCERT

Make your own sequences and challenge your classmates to extend the pattern.

Estimating Sums and Differences

Karhik has observed sums and differences of decimal numbers and says, "If we add two decimal numbers, then the sum will always be greater than the sum of their whole number parts. Also, the sum will always be less than 2 more than the sum of their whole number parts."

Let us use an example to understand what his claim means:

If the two numbers to be added are 25.936 and 8.202, the claim is that their sum will be greater than 25 + 8 (whole number parts) and will be less than 25 + 1 + 8 + 1.

What do you think about this claim? Verify if this is true for these numbers. Will it work for any 2 decimal numbers?

What about for the sum of 25.93603259 and 8.202?

Similarly, come up with a way to narrow down the range of whole numbers within which the difference of two decimal numbers will lie.

Note to the Teacher: Estimating the result before computing may help in identifying if a mistake happens with the calculation.

3.7 More on the Decimal System

Decimal and Measurement Disasters

Decimal point and unit conversion mistakes may seem minor sometimes but they can lead to serious problems. Here are some actual incidents in which such errors caused major issues.

In 2013, the finance office of Amsterdam City Council (Netherlands) mistakenly sent out □188 million in housing benefits instead of the intended □1.8 million due to a programming error that processed payments in euro cents instead of euros. (1 euro-cent = 1/100 euro).

© NCERT

اپنے خود کے سلسلے بنایئے اور اپنے جماعتی ساتھیوں کو ان کے نمونے کو آگے بڑھانے کا چیلنج دیجیے۔

مجموعوں اور فرقوں کا تخمینہ لگانا

کارتک نے اعشاری اعداد کے مجموعوں اور فرقوں کا مشاہدہ کرتے ہوئے کہا :

"اگر ہم دو اعشاری اعداد کو جمع کریں تو ان کا مجموعہ ہمیشہ ان کے صحیح عددی حصوں کے مجموعے سے بڑا ہو گا۔ نیز، یہ مجموعہ ہمیشہ ان کے صحیح عددی حصوں کے مجموعے سے 2 زیادہ عدد سے کم ہو گا۔"

آیئے ایک مثال سے اس دعوے کو سمجھتے ہیں :

اگر جمع کیے جانے والے دو اعداد 25.936 اور 8.202 ہوں، تو دعویٰ یہ ہے کہ ان کا مجموعہ 25 + 8 (یعنی صحیح عددی حصوں کے مجموعے) سے بڑا ہو گا اور 25 + 1 + 8 + 1 سے کم ہو گا۔

آپ اس دعوے کے بارے میں کیا سوچتے ہیں؟ جانچیے کہ کیا یہ ان اعداد کے لیے درست ہے۔ کیا یہ کسی بھی دو اعشاری اعداد کے لیے درست ہو گا؟

25.93603259 اور 8.202 کے مجموعے کے بارے میں کیا خیال ہے؟

اسی طرح، کوئی ایسا طریقہ تلاش کیجیے جس سے ہم ان صحیح اعداد کی حد معلوم کر سکیں جن کے درمیان دو اعشاری اعداد کا فرق ہو گا۔

استاد کے لیے نوٹ : حساب کرنے سے پہلے جواب کا تخمینہ لگانا، حساب میں غلطی ہونے کی صورت میں اس کی پہچان میں مدد دے سکتا ہے۔

3.7 اعشاری نظام کے بارے میں مزید

اعشاری نقطے اور پیمائش کی غلطیاں

اعشاری نقطے اور اکائیوں کی تبدیلی میں ہونے والی غلطیاں بعض اوقات معمولی لگتی ہیں، لیکن یہ سنگین مسائل پیدا کر سکتی ہیں۔ یہاں چند حقیقی واقعات دیے گئے ہیں جن میں ایسی غلطیوں نے بڑے مسائل پیدا کیے۔

سال 2013 میں، ایمسٹرڈیم سٹی کونسل (نیدرلینڈز) کے مالیاتی دفتر نے پروگرامنگ کی ایک غلطی کی وجہ سے 1.8 ملین یورو کے بجائے 188 ملین یورو رہائشی الاؤنس کے طور پر بھیج دیے۔ اس غلطی کی وجہ یہ تھی کہ ادائیگیوں کو یورو کے بجائے یوروسینٹ میں عمل میں لایا گیا۔ (1 یوروسینٹ = 100/1 یورو)

In 1983, a decimal error nearly caused a disaster for an Air Canada Boeing 767. The ground staff miscalculated the fuel, loading 22,300 pounds instead of kilograms—about half of what was needed (1 pound ~ 0.453 kg). The plane ran out of fuel mid-air, forcing the pilots to make an emergency landing at an abandoned airfield. Fortunately, everyone survived.

Several incidents have occurred due to incorrect reading of decimal numbers while giving medication. For example, reading 0.05 mg as 0.5 mg can lead to using a medicine 10 times more than the prescribed quantity. It is therefore important to pay attention to units and the location of the decimal point.

Deceptive Decimal Notation

Lavanya gets a message: "The bus will reach the station 4.5 hours post noon." When will the bus reach the station: 4:05 p.m., 4:50 p.m., 4:25 p.m.?

None of these! Here, 0.5 hours means splitting an hour into 10 equal parts and taking 5 parts out of it. Each part will be 6 minutes (60 minutes/10) long. 5 such parts make 30 minutes. So, the bus will reach the station at 4:30.

Here is a short-story of a decimal mishap: A girl measures the width of an opening as 2 ft 5 inches but conveys to the carpenter to make a door 2.5 ft wide. The carpenter makes a door of width 2 ft 6 inches (since 1 ft = 12 inches, 0.5 ft = 6 inches), and it wouldn't close fully.



© NCERT not to be republished

1983 میں، ایک اعشاری غلطی نے تقریباً ایئر کینیڈا کے بوئنگ 767 کے لیے ایک بڑے حادثے کا سبب بننا تھا۔ زمینی عملے نے ایندھن کا حساب غلط لگایا اور کلو گرام کے بجائے 22,300 پاؤنڈ ایندھن بھر دیا، جو مطلوبہ مقدار کا تقریباً نصف تھا۔ (1 پاؤنڈ ≈ 0.453 کلو گرام) طیارہ دوران پرواز ایندھن ختم ہونے کی وجہ سے ہنگامی صورتِ حال کا شکار ہو گیا، جس کے باعث پائلٹوں کو ایک متروک ہوائی اڈے پر ہنگامی لینڈنگ کرنا پڑی۔ خوش قسمتی سے تمام لوگ محفوظ رہے۔

ادویات دیتے وقت اعشاری اعداد کو غلط پڑھنے کی وجہ سے بھی کئی واقعات پیش آ چکے ہیں۔ مثال کے طور پر، 0.05 ملی گرام کو 0.5 ملی گرام پڑھ لینا، تجویز کردہ مقدار سے 10 گنا زیادہ دوا دینے کا سبب بن سکتا ہے۔ اس لیے اکائیوں اور اعشاری نقطے کی جگہ پر خاص توجہ دینا ضروری ہے۔

گمراہ کن اعشاری طرزِ تحریر

لاونیا کو ایک پیغام ملا : "بس دوپہر کے بعد 4.5 گھنٹے میں اسٹیشن پہنچے گی۔" بس اسٹیشن کب پہنچے گی؟

4:05 شام، 4:50 شام، یا 4:25 شام؟

ان میں سے کوئی بھی نہیں! یہاں 0.5 گھنٹہ کا مطلب ہے کہ ایک گھنٹے کو 10 برابر حصوں میں تقسیم کیا جائے اور ان میں سے 5 حصے لیے جائیں۔ ہر حصہ 6 منٹ (60 ÷ 10) کا ہو گا۔ ایسے 5 حصے 30 منٹ بنتے ہیں۔ لہٰذا بس 4:30 شام کو اسٹیشن پہنچے گی۔

یہاں اعشاری غلطی سے متعلق ایک مختصر کہانی ہے : ایک لڑکی نے دروازے کی جگہ کی چوڑائی 2 فٹ 5 انچ ناپی، لیکن بڑھئی سے کہا کہ 2.5 فٹ چوڑا دروازہ بنائے۔ بڑھئی نے 2 فٹ 6 انچ چوڑا دروازہ بنا دیا، کیونکہ 1 فٹ = 12 انچ، اس لیے 0.5 فٹ = 6 انچ۔ نتیجتاً دروازہ مکمل طور پر بند نہیں ہو سکا۔



If you watch cricket, you might have noticed decimal-looking numbers like 'Overs left: 5.5'. Does this mean 5 overs and 5 balls or 5 overs and 3 balls? Here, 5.5 overs means $5\frac{5}{6}$ overs (as 1 over = 6 balls), i.e., 5 overs and 5 balls.



Where else can we see such 'non-decimals' with a decimal-like notation?

A Pinch of History – Decimal Notation Over Time

Decimal fractions (i.e., fractions with denominators like $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ and so on) are used in the works of a number of ancient Indian astronomers and mathematicians, including in the important 8th century works of Shridharacharya on arithmetic and algebra. Decimal notation, in essentially its modern form, was described in *detail in Kitab al-Fusul fi al-Hisab al Hindi* (The Book of Chapters on Indian Arithmetic) by *Abul Hassan al-Uqlidisi*, an Arab mathematician, in around 950 CE. He represented the number 0.059375 as 0059375. In the 15th century, to separate whole numbers from fractional parts, a number of different notations were used:

- a vertical mark on the last digit of the whole number part (as shown above),
- use of different colours and
- a numerical superscript giving the number of fractional decimal places (0.36 would be written as $3^{2}6$).

In the 16th century, John Napier, a Scottish mathematician, and Christopher Clavius, a German mathematician, used the point/period ('.') to separate the whole number and the fractional parts, while François Viète, a French mathematician, used the comma (',') instead.

Currently, several countries use the comma to separate the integer part and the fractional part. In these countries, the number 1,000.5 is written as 1000,5 (space as a thousand separator). But the decimal point has endured as the most popular notation for writing numbers having fractional parts in the Indian place value system.



Figure it Out - 3.6

1. Convert the following fractions into decimals:

(a) $\frac{5}{100}$ (b) $\frac{16}{1000}$ (c) $\frac{12}{10}$ (d) $\frac{254}{1000}$

اگر آپ کرکٹ دیکھتے ہیں تو آپ نے اعشاری صورت جیسے اعداد مثلاً "باقی اوورس: 5.5" ضرور دیکھے ہوں گے۔ کیا اس کا مطلب 5 اوور اور 5 گیندیں ہیں یا 5 اوور اور 3 گیندیں؟ یہاں 5.5 اوورس سے مراد $5\frac{5}{6}$ اوورس، (کیونکہ 1 اوور = 6 گیندیں) یعنی 5 اوور اور 5 گیندیں ہیں۔



آپ اور کہاں ایسی "غیر اعشاری" صورتیں دیکھتے ہیں جو اعشاری انداز میں لکھی جاتی ہیں؟

تاریخ کی ایک جھلک — وقت کے ساتھ اعشاری علامت

اعشاری کسریں (یعنی ایسی کسریں جن کے نسب نما 10، 100 وغیرہ ہوں) قدیم ہندوستانی ماہرین فلکیات اور ریاضی دانوں کی متعدد تصانیف میں استعمال ہوئی ہیں، جن میں 8ویں صدی کے مشہور ریاضی دان شری دھر آچاریہ کی حساب اور الجبرا پر لکھی گئی اہم کتابیں بھی شامل ہیں۔

اعشاری طرزِ تحریر اپنی تقریباً موجودہ شکل میں عرب ریاضی دان ابوالحسن الاقلیدسی نے تقریباً 950 عیسوی میں اپنی کتاب "کتاب الفصول فی الحساب الہندی" میں تفصیل سے بیان کیا۔ انہوں نے 0.059375 کو 0059375 کی صورت میں لکھا۔

15ویں صدی میں صحیح عدد اور کسری حصے کو الگ کرنے کے لیے مختلف طریقے استعمال ہوتے تھے :

- صحیح عدد کے آخری ہندسے پر عمودی نشان لگانا۔
- مختلف رنگ استعمال کرنا۔
- اعشاری مقامات کی تعداد بتانے کے لیے اوپر چھوٹا عدد لکھنا۔

مثال کے طور پر 0.36 کو $3^{2}6$ کی طرح لکھا جاتا تھا۔

16ویں صدی میں اسکاٹ لینڈ کے ریاضی دان جان نیپیئر اور جرمنی کے ریاضی دان کرسٹوفر کلیوئیس نے صحیح عدد اور کسری حصے کو الگ کرنے کے لیے نقطہ (.) استعمال کیا، جبکہ فرانس کے ریاضی دان فرانکو اس ویٹ نے اس مقصد کے لیے کاما (،) استعمال کیا۔

آج بھی کئی ممالک میں صحیح عددی حصہ اور کسری حصہ الگ کرنے کے لیے کاما استعمال کیا جاتا ہے۔ ان ممالک میں 1,000.5 کو 1000,5 لکھا جاتا ہے، جہاں ہزار الگ کرنے کے لیے خالی جگہ استعمال کی جاتی ہے۔

تاہم، ہندوستانی مقامی قیمت کے نظام میں کسری حصوں والے اعداد لکھنے کے لیے اعشاری نقطہ سب سے زیادہ مقبول علامت کے طور پر برقرار ہے۔

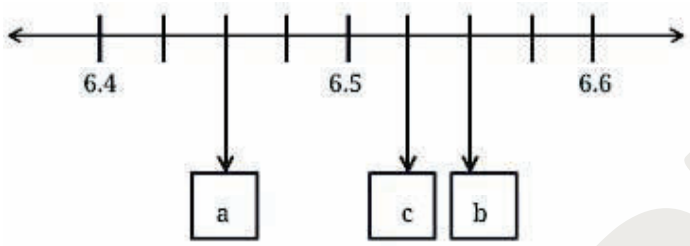


حل کیجیے–3.6

1. درج ذیل کسروں کو اعشاری صورت میں تبدیل کیجیے :

(a) $\frac{5}{100}$ (b) $\frac{16}{1000}$ (c) $\frac{12}{10}$ (d) $\frac{254}{1000}$

2. Convert the following decimals into a sum of tenths, hundredths and thousandths:
   (a) 0.34 (b) 1.02 (c) 0.8 (d) 0.362
3. What decimal number does each letter represent in the number line below?



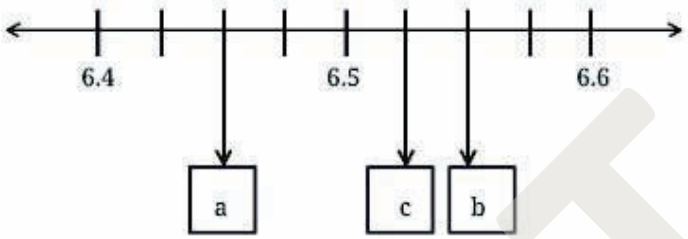
4. Arrange the following quantities in descending order:
   (a) 11.01, 1.011, 1.101, 11.10, 1.01
   (b) 2.567, 2.675, 2.768, 2.499, 2.698
   (c) 4.678 g, 4.595 g, 4.600 g, 4.656 g, 4.666 g
   (d) 33.13 m, 33.31 m, 33.133 m, 33.331 m, 33.313 m
5. Using the digits 1, 4, 0, 8, and 6 make:
   (a) the decimal number closest to 30
   (b) the smallest possible decimal number between 100 and 1000.
6. Will a decimal number with more digits be greater than a decimal number with fewer digits?
7. Pratap purchases 0.25 kg of beans, 0.3 kg of carrots, 0.5 kg of potatoes, 0.2 kg of capsicums, and 0.05 kg of ginger. Calculate the total weight of the items she bought.
8. Rajesh supplies 3.79 L, 4.2 L, and 4.25 L of milk to a milk dairy in the first three days. In 6 days, he supplies 25 litres of milk. Find the total quantity of milk supplied to the dairy in the last three days.
9. Sudhir weighed 35.75 kg in January and 34.50 kg in February. Has he gained or lost weight? How much is the change?
10. Extend the pattern: 5.5, 6.4, 6.39, 7.29, 7.28, 6.18, 6.17, ____, _____
11. How many millimeters make 1 kilometer?
12. Indian Railways offers optional travel insurance for passengers who book e-tickets. It costs 45 paise per passenger. If 1 lakh people opt for insurance in a day, what is the total insurance fee paid?
13. Which is greater?
    (a) $\frac{10}{1000}$ or $\frac{1}{10}$?

APSCERT

2. درج ذیل اعشاری اعداد کو دَہم، صدم اور ہزارم کے مجموعے کی صورت میں لکھیے :

(a) 0.34 (b) 1.02 (c) 0.8 (d) 0.362

3. نیچے دی گئی عددی لکیر میں ہر حرف کس اعشاری عدد کو ظاہر کرتا ہے؟



4. درج ذیل مقداروں کو نزولی ترتیب میں لکھیے :

a. 11.01، 1.011، 1.101، 11.10، 1.01

b. 2.567، 2.675، 2.768، 2.499، 2.698

c. 4.666 گرام، 4.656 گرام، 4.600 گرام، 4.595 گرام، 4.678 گرام

d. 33.13 میٹر، 33.31 میٹر، 33.133 میٹر، 33.331 میٹر، 33.313 میٹر

5. اعداد 1، 4، 0، 8 اور 6 استعمال کرتے ہوئے بنائیے :

(a) 30 کے سب سے قریب اعشاری عدد

(b) 100 اور 1000 کے درمیان سب سے چھوٹا ممکنہ اعشاری عدد

6. کیا زیادہ ہندسوں والا اعشاری عدد ہمیشہ کم ہندسوں والے اعشاری عدد سے بڑا ہوگا؟

7. پرتاپ نے 0.25 کلوگرام پھلیاں، 0.3 کلوگرام گاجریں، 0.5 کلوگرام آلو، 0.2 کلوگرام شملہ مرچ اور 0.05 کلوگرام ادرک خریدی۔ اس نے کل کتنے وزن کی اشیاء خریدیں؟

8. راجیش نے پہلے تین دنوں میں دودھ کی ڈیری کو بالترتیب 3.79 لیٹر، 4.2 لیٹر اور 4.25 لیٹر دودھ فراہم کیا۔ 6 دنوں میں اس نے کل 25 لیٹر دودھ فراہم کیا۔ آخری تین دنوں میں فراہم کیے گئے دودھ کی مقدار معلوم کیجیے۔

9. سدھیر کا وزن جنوری میں 35.75 کلوگرام اور فروری میں 34.50 کلوگرام تھا۔ کیا اس کا وزن بڑھا یا کم ہوا؟ کتنی تبدیلی ہوئی؟

10. نمونے کو آگے بڑھائیے : 5.5، 6.4، 6.39، 7.29، 7.28، 6.18، 6.17، _____ ، _____

11. 1 کلومیٹر میں کتنے ملی میٹر ہوتے ہیں؟

12. انڈین ریلوے ای-ٹکٹ بک کرنے والے مسافروں کو اختیاری سفری بیمہ فراہم کرتی ہے۔ اس کی قیمت فی مسافر 45 پیسے ہے۔ اگر ایک دن میں 1 لاکھ لوگ بیمہ اختیار کریں تو کل کتنی بیمہ فیس ادا کی جائے گی؟

13. کون سا بڑا ہے؟ (a) $\frac{10}{1000}$ یا $\frac{1}{10}$?

(b) One-hundredth or 90 thousandths?

(c) One-thousandth or 90 hundredths?

14. Write the decimal forms of the quantities mentioned (an example is given):

(a) 87 ones, 5 tenths and 60 hundredths = 88.10

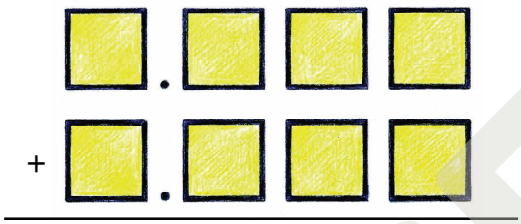
(b) 12 tens and 12 tenths

(c) 10 tens, 10 ones, 10 tenths, and 10 hundredths

(d) 25 tens, 25 ones, 25 tenths, and 25 hundredths

15. Using each digit 0 - 9 not more than once, fill the boxes below so that the sum is closest to 10.5:

Try This



16. Write the following fractions in decimal form:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{1}{5}$ (f) $\frac{4}{5}$

SUMMARY

- We can split a unit into smaller parts to get more exact/accurate measurements.
- We extended the Indian place value system and saw that
  - » 1 unit = 10 one-tenths,
  - » 1 tenth = 10 one-hundredths,
  - » 1 hundredth = 10 one-thousandths,
  - » 10 one-hundredths = 1 tenth,
  - » 100 one-hundredths = 1 unit.
- A decimal point ('.') is used in the Indian place value system to separate the whole number part of a number from its fractional part.
- We also learnt how to compare decimal numbers, locate them on the number line, and perform addition and subtraction on them.

(b) ایک سواں یا 90 ہزارواں؟ (c) ایک ہزارواں یا 90 سوواں؟

14۔ مذکورہ مقداروں کو اعشاری شکل میں لکھیں (ایک مثال دی گئی ہے) :

(a) 87 اکائیاں، 5 دسواں حصہ اور 60 سواں حصہ = 88.10

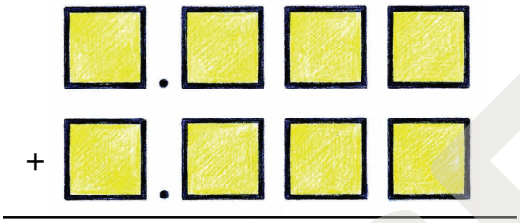
(b) 12 دہائیاں اور 12 دسواں حصہ

(c) 10 دہائیاں، 10 اکائیاں، 10 دسواں حصہ، اور 10 سواں حصہ

(d) 25 دہائیاں، 25 اکائیاں، 25 دسواں حصہ، اور 25 سواں حصہ

یہ کیجیے

15۔ 0 سے 9 تک کے ہر ہندسے کو صرف ایک بار استعمال کرتے ہوئے، نیچے دیے گئے خانوں کو اس طرح بھریں کہ مجموعہ 10.5 کے قریب ترین ہو :



16۔ درج ذیل کسروں کو اعشاری شکل میں لکھیں :

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{1}{5}$ (f) $\frac{4}{5}$

خلاصہ

- زیادہ درست / صحیح پیمائش حاصل کرنے کے لیے ہم ایک اکائی کو چھوٹے حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔
- ہم نے ہندوستانی مقامی قدر کے نظام کو وسعت دی اور دیکھا کہ:
  - » 1 اکائی = 10 دسواں حصہ،
  - » 1 دسواں حصہ = 10 سواں حصہ،
  - » 1 سواں حصہ = 10 ہزارواں حصہ،
  - » 10 سواں حصہ = 1 دسواں حصہ،
  - » 100 سواں حصہ = 1 اکائی۔
- ہندوستانی مقامی قدر کے نظام میں اعشاریہ (.) کا استعمال کسی عدد کے مکمل حصے کو اس کے کسر والے حصے سے الگ کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔
- ہم نے اعشاری اعداد کا موازنہ کرنا، انہیں عددی خط پر ظاہر کرنا، اور ان کی جمع اور تفریق کرنا بھی سیکھا۔

APSCERT

4 EXPRESSIONS USING LETTER - NUMBERS

G3V2B6

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Explain the use of letters to represent numbers and recognize them in algebraic expressions.
- Create algebraic expressions using variables, constants, and coefficients for mathematical and real-life situations.
- Simplify expressions by combining like terms, applying distributive property, and evaluating them by substitution.
- Identify similarities and differences between numerical expressions and algebraic expressions.
- Represent number patterns, geometric patterns, and real-life situations using algebraic expressions.
- Write algebraic expressions from word problems and interpret given expressions in words.
- Apply algebraic expressions to calculate perimeter, cost, and total values in real-life contexts

4.0 Introduction

In this chapter we shall look at a concise way of expressing mathematical relations and patterns. We shall see how this helps us in thinking about these relationships and patterns, and in explaining why they may hold true.

APSCERT

4 حرفی اعداد کی مستعمل عبارتیں

K4F2B3

اکتسابی نتائج:

طلبہ اس قابل ہوں گے:

- حروف کے ذریعے اعداد کی نمائندگی کی وضاحت کریں گے اور انہیں الجبری عبارتیں میں پہچانیں گے۔
- متغیرات، مستقلات اور عددی ضریب کا استعمال کرتے ہوئے ریاضیاتی اور روزمرہ زندگی کی صورتِ حال کے لیے الجبری عبارتیں بنائیں گے۔
- یکساں ارکان کو جمع کرکے، تقسیمی خاصیت کا استعمال کرکے اور قیمتیں رکھ کر عبارتیں کو سادہ بنائیں گے۔
- عددی عبارتیں اور الجبری عبارتیں کے درمیان مماثلتوں اور فرق کو پہچانیں گے۔
- عددی نمونوں، ہندسی نمونوں اور حقیقی زندگی کی صورتِ حال کو الجبری عبارتیں کے ذریعے ظاہر کریں گے۔
- لفظی سوالات سے الجبری عبارتیں لکھیں گے اور دیے گئے عبارتیں کو الفاظ میں بیان کریں گے۔
- حقیقی زندگی کے مسائل میں احاطہ، قیمت اور کل مقدار معلوم کرنے کے لیے الجبری عبارتیں کا استعمال کریں گے۔

4.0 تعارف

اس باب میں ہم ریاضیاتی تعلقات اور نمونوں کو مختصر انداز میں ظاہر کرنے کے طریقے کا مطالعہ کریں گے۔ ہم دیکھیں گے کہ یہ طریقہ ان تعلقات اور نمونوں کو سمجھنے، اُن پر غور کرنے اور یہ واضح کرنے میں کس طرح مدد دیتا ہے کہ وہ کیوں درست ہوتے ہیں۔

4.1 The Notion of Letter-Numbers

Example 1: Sita is 3 years older than Geeta. When Geeta's age is 10 years, Sita's age will be 13 years. Now Geeta's age is 18 years, what will Sita's age be?

Given Geeta's age, how will you find out Sita's age?

Easy: We add 3 to Geeta's age to get Sita's age.

Can we write this as an expression?

Sita's age is 3 years more than Geeta's. In short, this can be written as:

Sita's age = Geeta's age + 3.

Such mathematical relations are generally represented in a shorthand form. In the relation above, instead of writing the phrase 'Geeta's Age', the convention is to use a convenient symbol. Usually, letters or short phrases are used for this purpose.

Let us say we use the letter g to denote Geeta's age (we could have used any other letter), and s to denote Sita's age. Then the expression to find Sita's age will be g + 3, which can be written as

$$s = g + 3.$$

If g is 23 (Geeta's age in years), then what is Sita's age?

Geeta's age	Expression for Sita's age
4	4 + 3
10	10 + 3
23	23 + 3
?	? + 3
g	g + 3

Fig. 4.1

AP SCERT

4.1 حرفی اعداد کا تصور

مثال 1: سیتا، گیتا سے 3 سال بڑی ہے۔ جب گیتا کی عمر 10 سال ہو گی تو سیتا کی عمر 13 سال ہو گی۔ اب اگر گیتا کی عمر 18 سال ہے تو سیتا کی عمر کیا ہو گی؟

گیتا کی عمر معلوم ہونے پر آپ سیتا کی عمر کیسے معلوم کریں گے؟

آسان: ہم گیتا کی عمر میں 3 جمع کرتے ہیں تاکہ سیتا کی عمر معلوم ہو جائے۔

کیا ہم اسے ایک عبارت (Expression) کی صورت میں لکھ سکتے ہیں؟

سیتا کی عمر، گیتا کی عمر سے 3 سال زیادہ ہے۔ مختصراً اسے یوں لکھا جا سکتا ہے:

سیتا کی عمر = گیتا کی عمر +3

ایسے ریاضیاتی تعلقات کو عموماً مختصر صورت میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ اوپر دیے گئے تعلق میں "گیتا کی عمر" لکھنے کے بجائے ایک مناسب علامت استعمال کی جاتی ہے۔ اس مقصد کے لیے عام طور پر حروف یا مختصر علامات استعمال کی جاتی ہیں۔

فرض کریں کہ ہم گیتا کی عمر ظاہر کرنے کے لیے حرف g استعمال کرتے ہیں (ہم کوئی دوسرا حرف بھی استعمال کر سکتے تھے)، اور سیتا کی عمر کے لیے s استعمال کرتے ہیں۔ تب سیتا کی عمر معلوم کرنے کا عبارت g + 3 ہو گا، جسے یوں لکھا جا سکتا ہے:

$$s = g + 3$$

اگر g کی قیمت 23 ہو (یعنی گیتا کی عمر 23 سال ہو)، تو سیتا کی عمر کیا ہو گی؟

گیتا کی عمر	سیتا کی عمر کا اظہار
4	4 + 3
10	10 + 3
23	23 + 3
?	? + 3
g	g + 3

Fig. 4.1

Replacing g by 23 in the expression g + 3, we get, s = 23 + 3 = 26 years. Letters such as g and s that are used to represent numbers are called letter-numbers. Mathematical expressions containing letter-numbers, such as the expression g + 3, are called algebraic expressions.

Given the age of Sita, write an expression to find Geeta's age.

We know that Geeta is 3 years younger than Sita. So, Geeta's age will be 3 less than that of Sita. This can be described as

Geeta's age = Sita's age - 3.

If we again use the letter g to denote Geeta's age and the letter s to denote Sita's age, then the algebraic expression would be: g = s - 3, meaning 3 less than s.

Use this expression to find Geeta's age if Sita's age is 20.

Example 2: Shahid is making matchstick patterns. He repeatedly places Ls next to each other. Each L has two matchsticks as shown in Figure 4.2.



Fig. 4.2

How many matchsticks are needed to make 5 Ls? It will be 5 × 2.

How many matchsticks are needed to make 7 Ls? It will be 7 × 2.

How many matchsticks are needed to make 45 Ls? It will be 45 × 2.

Now, what is the relation between the number of Ls and the number of sticks?

First, let us describe the relationship or the pattern here. Every L needs 2 matchsticks. **So the number of matchsticks needed will be 2 times the number of L's.** This can be written as:

Number of matchsticks = 2 × Number of L's

Now, we can use any letter to denote the number of L's. Let's use 'n'. The algebraic expression for the number of matchsticks will be:

2 × n.

This expression tells us how many matchsticks are needed to make n L's. To find the number of matchsticks, we just replace n by the number of L.

Example 3: Rumana prepares and supplies coconut-jaggery laddus. The price of a coconut is ₹35 and the price of 1 kg jaggery is ₹60.

$g + 3$ عبارت میں g کی جگہ 23 رکھنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے، سال $s = 23 + 3 = 26$۔

g اور s جیسے حروف جو اعداد کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں، حرفی اعداد کہلاتے ہیں۔ ایسی ریاضیاتی عبارتیں جن میں حرفی اعداد شامل ہوں، جیسے $g + 3$، الجبری عبارتیں کہلاتی ہیں۔

سیتا کی عمر معلوم ہونے پر گیتا کی عمر معلوم کرنے کے لیے ایک عبارت لکھیے۔ ہم جانتے ہیں کہ گیتا، سیتا سے 3 سال چھوٹی ہے۔ اس لیے گیتا کی عمر، سیتا کی عمر سے 3 کم ہوگی۔ اسے یوں بیان کیا جا سکتا ہے:

گیتا کی عمر = سیتا کی عمر − 3

اگر ہم دوبارہ گیتا کی عمر کے لیے g اور سیتا کی عمر کے لیے s استعمال کریں، تو الجبری عبارت یوں ہوگی، $g = s - 3$ یعنی g، s سے 3 کم۔

اس عبارت کو استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجیے کہ اگر سیتا کی عمر 20 سال ہو تو گیتا کی عمر کیا ہوگی۔

مثال 2: شاہد ماچس کی تیلیوں سے نمونے بنا رہا ہے۔ وہ بار بار L کی شکلیں ایک دوسرے کے ساتھ بناتا ہے۔ ہر L میں دو تیلیاں استعمال ہوتی ہیں جیسا کہ شکل 4.2 میں دکھایا گیا ہے۔



5 L بنانے کے لیے کتنی تیلیاں درکار ہوں گی؟ یہ 5×2 ہوں گی۔

7 L بنانے کے لیے کتنی تیلیاں درکار ہوں گی؟ یہ 7×2 ہوں گی۔

45 L بنانے کے لیے کتنی تیلیاں درکار ہوں گی؟ یہ 45×2 ہوں گی۔

اب L کی تعداد اور تیلیوں کی تعداد کے درمیان کیا تعلق ہے؟

پہلے اس تعلق یا نمونے کو بیان کرتے ہیں۔ ہر L کے لیے 2 تیلیاں درکار ہیں۔ اس لیے درکار تیلیوں کی تعداد، L کی تعداد سے 2 گنا ہوگی۔ اسے یوں لکھا جا سکتا ہے:

تیلیوں کی تعداد = 2 × L کی تعداد

اب ہم L کی تعداد ظاہر کرنے کے لیے کوئی بھی حرف استعمال کر سکتے ہیں۔ فرض کریں ہم n استعمال کرتے ہیں۔ تیلیوں کی تعداد کے لیے الجبری عبارت ہوگی:

$2 \times n$

یہ عبارت بتاتی ہے کہ n عدد L بنانے کے لیے کتنی تیلیاں درکار ہوں گی۔ تیلیوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے ہم صرف n کی جگہ L کی تعداد رکھ دیتے ہیں۔

مثال 3: رومانہ ناریل اور گڑ کے لڈو تیار کر کے فروخت کرتی ہے۔ ایک ناریل کی قیمت 35 روپے اور 1 کلو گڑ کی قیمت 60 روپے ہے۔

How much should she pay if she buys 10 coconuts and 5 kg jaggery?

Cost of 10 coconuts = 10 × ₹35

Cost of 5 kg jaggery = 5 × ₹60

Total cost = 10 × ₹35 + 5 × ₹60 = ₹350 + ₹300 = ₹650.

How much should she pay if she buys 8 coconuts and 9 kg jaggery?

Write an algebraic expression to find the total amount to be paid for a given number of coconuts and quantity of jaggery.

Let us identify the relationships and then write the expressions.

Quantity needed	Relationship	Expression
Cost of coconuts	Number of coconuts × 35	c × 35
Cost of jaggery	Number of kgs of jaggery × 60	j × 60

Here, 'c' represents the number of coconuts and 'j' represents the number of kgs of jaggery. The total amount to be paid will be: Cost of coconuts + Cost of jaggery.

The corresponding algebraic expression can be written as:

(c × 35) + (j × 60)

Use this expression (or formula) to find the total amount to be paid for 7 coconuts and 4 kg jaggery.

Notice that for different values of 'c' and 'j', the value of the expression also changes.

Writing this expression as a sum of terms we get:

c × 35 + j × 60

Example 4: We are familiar with calculating the perimeters of simple shapes. Write expressions for perimeters.

The perimeter of a square is 4 times the length of its side. This can be written as the expression: 4 × q, where q stands for the side length.

What is the perimeter of a square with side length 7 cm? Use the expression to find out.

You must have realised how the use of letter-numbers and algebraic expressions allows us to express general mathematical relations in a concise way. Mathematical relations expressed this way are often called formulas.

APSCERT

اگر وہ 10 ناریل اور 5 کلو گڑ خریدے تو اسے کتنی رقم ادا کرنی ہو گی؟

10 ناریل کی قیمت = 10 × 35 روپے

5 کلو گڑ کی قیمت = 5 × 60 روپے

کل قیمت = 10 × 35 روپے + 5 × 60 روپے = 350 روپے + 300 روپے = 650 روپے

اگر وہ 8 ناریل اور 9 کلو گڑ خریدے تو اسے کتنی رقم ادا کرنی ہو گی؟

ناریلوں کی دی گئی تعداد اور گڑ کی دی گئی مقدار کے لیے ادا کی جانے والی کل رقم معلوم کرنے کے لیے ایک الجبری عبارت لکھیے۔

آیئے پہلے تعلقات کو پہچانتے ہیں اور پھر عبارتیں لکھتے ہیں۔

عبارت	تعلق	مقدار کی ضرورت
$(c \times 35)$	ناریلوں کی تعداد × 35	ناریلوں کی قیمت
$(j \times 60)$	گڑ کی کلو گرام کی تعداد × 60	گڑ کی قیمت

یہاں c ناریلوں کی تعداد اور j گڑ کے کلو گرام کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔ ادا کی جانے والی کل رقم ہو گی،

ناریلوں کی قیمت + گڑ کی قیمت

اس کے مطابق الجبری عبارت یوں لکھی جا سکتی ہے: $(c \times 35) + (j \times 60)$

اس عبارت (یا ضابطے) کو استعمال کرتے ہوئے 7 ناریل اور 4 کلو گڑ کی کل قیمت معلوم کیجیے۔

غور کیجیے کہ c اور j کی مختلف قیمتوں کے لیے عبارت کی قیمت بھی بدل جاتی ہے۔

اس عبارت کو حدود کی جمع کی صورت میں یوں لکھا جا سکتا ہے: $c \times 35 + j \times 60$

مثال 4: ہم سادہ اشکال کے احاطے معلوم کرنے سے واقف ہیں۔ احاطوں کے لیے عبارتیں لکھیے۔

مربع کا احاطہ اس کے ضلع کی لمبائی کا 4 گنا ہوتا ہے۔ اسے اس عبارت کی صورت میں لکھا جا سکتا ہے: $4 \times q$ جہاں q ضلع کی لمبائی کو ظاہر کرتا ہے۔

7 سینٹی میٹر ضلع والے مربع کا احاطہ کیا ہو گا؟ عبارت کو استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجیے۔

آپ نے محسوس کیا ہو گا کہ حرفی اعداد اور الجبری عبارتوں کا استعمال ہمیں عمومی ریاضیاتی تعلقات کو مختصر انداز میں ظاہر کرنے کی سہولت دیتا ہے۔ اس طرح ظاہر کیے گئے ریاضیاتی تعلقات کو اکثر فارمولے کہا جاتا ہے۔



Figure it Out - 4.1

1. Write formulas for the perimeter of:
   (a) triangle with all sides equal.
   (b) a regular pentagon (we use the word 'regular' to say that all side lengths and angle measures are equal)
   (c) a regular hexagons
2. Munirathna has a 20 m long pipe. However, he wants a longer watering pipe for his garden. He joins another pipe of some length to this one. Give the expression for the combined length of the pipe. Use the letter-number 'k' to denote the length in meters of the other pipe.
3. What is the total amount Krithika has, if she has the following numbers of notes of ₹100, ₹20 and ₹5? Complete the following table:

No. of ₹100 notes	No.of ₹20 notes	No. of ₹5 notes	Expression and total amount
3	5	6	
			6 × 100 + 4 × 20 + 3 × 5 = 695
8	4	z	
x	y	z	

4. Venkatalakshmi owns a flour mill. It takes 10 seconds for the roller mill to start running. Once it is running, each kg of grain takes 8 seconds to grind into powder. Which of the expressions below describes the time taken to complete grind 'y' kg of grain, assuming the machine is off initially?
   (a) 10 + 8 + y (b) (10 + 8) × y (c) 10 × 8 × y
   (d) 10 + 8 × y (e) 10 × y + 8
5. Write algebraic expressions using letters of your choice.
   (a) 5 more than a number (b) 4 less than a number
   (c) 2 less than 13 times a number
   (d) 13 less than 2 times a number

APSCERT



حل کیجیے-4.1

1. درج ذیل کے احاطے کے فارمولے لکھیے:

(a) ایسا مثلث جس کے تمام ضلع برابر ہوں۔

(b) ایک منتظم مخمس شکل (ہم "منتظم" کا لفظ اس لیے استعمال کرتے ہیں کہ تمام اضلاع کی لمبائیاں اور تمام زاویوں کی پیمائشیں برابر ہوں۔)

(c) ایک منتظم مسدس شکل

2. منی رتنا کے پاس 20 میٹر لمبا پائپ ہے، لیکن وہ اپنے باغ کے لیے اس سے زیادہ لمبا پانی دینے والا پائپ چاہتا ہے۔ وہ اس کے ساتھ کچھ لمبائی والا دوسرا پائپ جوڑتا ہے۔ پائپ کی کل لمبائی کے لیے ایک عبارت لکھیے۔ دوسرے پائپ کی لمبائی (میٹر میں) ظاہر کرنے کے لیے حرفی عدد k استعمال کیجیے۔

3. اگر کرتھیکا کے پاس 100 روپے، 20 روپے اور 5 روپے کے نوٹ درج ذیل تعداد میں ہوں، تو اس کے پاس کل کتنی رقم ہوگی؟ درج ذیل جدول مکمل کیجیے۔

100 روپے کے نوٹ	20 روپے کے نوٹ	5 روپے کے نوٹ	کل قیمت اور عبارت
3	5	6	
			$6 \times 100 + 4 \times 20 + 3 \times 5 = 695$
8	4	z	
x	y	z	

4. وینکاٹا لکشمی ایک آٹا چکی کی مالک ہے۔ رولر مل کو چلنے میں 10 سیکنڈ لگتے ہیں۔ ایک بار مشین چل پڑے تو ہر کلو اناج کو آٹے میں پیسنے کے لیے 8 سیکنڈ لگتے ہیں۔ اگر مشین ابتدا میں بند ہو، تو درج ذیل میں سے کون سی عبارت y کلو اناج پیسنے میں لگنے والے وقت کو ظاہر کرتی ہے؟

(a) $10 + 8 + y$ (b) $(10 + 8) \times y$ (c) $10 \times 8 \times y$

(d) $10 + 8 \times y$ (e) $10 \times y + 8$

5. اپنی پسند کے حروف استعمال کرتے ہوئے الجبری عبارتیں لکھیے:

(a) کسی عدد سے 5 زیادہ (b) کسی عدد سے 4 کم

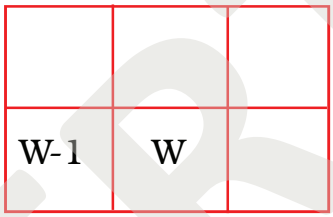
(c) کسی عدد کے 13 گنا سے 2 کم (d) کسی عدد کے 2 گنا سے 13 کم

6. Describe situations corresponding to the following algebraic expressions:
   (a) $8 \times x + 3 \times y$
   (b) $15 \times j - 2 \times k$

7. In a calendar month, if any 2×3 grid full of dates is chosen as shown in the picture, write expressions for the dates in the blank cells if the bottom middle cell has date 'w'.

November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30



4.2 Revisiting Arithmetic Expressions

We learnt how to write expressions as sums of terms and it became easy for us to read arithmetic expressions. Many times they could have been read in multiple ways and it was confusing. We used swapping (adding two numbers in any order) and grouping (adding numbers by grouping them conveniently) to find easy ways of evaluating expressions. Swapping and grouping terms does not change the value of the expression. We also learnt to use brackets in expressions, including brackets with a negative sign outside. We learnt the distributive property (multiple of a sum is the same as sum of multiples).

Let us revise these concepts and find the values of the following expressions

1.	$23 - 10 \times 2$	2.	$83 + 28 - 13 + 32$
3.	$34 - 14 + 20$	4.	$42 + 15 - (8 - 7)$
5.	$68 - (18 + 13)$	6.	$7 \times 4 + 9 \times 6$
7.	$20 + 8 \times (16 - 6)$		

Let us evaluate the first expression, $23 - 10 \times 2$. First we shall write the terms of the expression. Notice that one of the terms is a number, while the other one has to be converted to a number before adding the two terms.

$$23 - 10 \times 2 = 23 + (-10 \times 2) = 23 + (-20) = 3$$

6. درج ذیل الجبری عبارتوں کے مطابق صوتِ حال بیان کیجیے:

(a) $8 \times x + 3 \times y$

(b) $15 \times j - 2 \times k$

7. ایک کیلنڈر کے مہینے میں اگر تاریخوں کا کوئی بھی 2×3 خانوں والا جال منتخب کیا جائے، جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے، اور اگر نچلے درمیانی خانے میں تاریخ w ہو، تو خالی خانوں کی تاریخوں کے لیے عبارتیں لکھیے۔

نومبر 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

W-1	W	

4.2 حسابی عبارتوں کا اعادہ

ہم نے سیکھا کہ عبارتوں کو حدود کی جمع کی صورت میں کیسے لکھا جاتا ہے، اور اس سے حسابی عبارتوں کو پڑھنا آسان ہو گیا۔ کئی مرتبہ انہیں ایک سے زیادہ طریقوں سے پڑھا جا سکتا تھا، جس سے الجھن پیدا ہوتی تھی۔ ہم نے تبادلہ (یعنی دو اعداد کو کسی بھی ترتیب سے جمع کرنا) اور گروہ بندی (اعداد کو مناسب گروہوں میں جمع کرنا) استعمال کر کے عبارتوں کی قیمت معلوم کرنے کے آسان طریقے سیکھے۔ حدود کی ترتیب بدلنے یا گروہ بندی کرنے سے عبارت کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی۔ ہم نے عبارتوں میں قوسین کا استعمال بھی سیکھا، جن میں منفی علامت والی قوسین بھی شامل ہیں۔ ہم نے تقسیمی خاصیت بھی سیکھی (یعنی مجموعے کا حاصلِ ضرب، حاصلِ ضربوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے)۔

آیئے ان تصورات کا اعادہ کرتے ہیں اور درج ذیل عبارتوں کی قیمت معلوم کرتے ہیں:

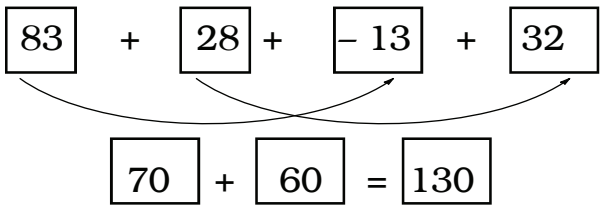
1.	$23 - 10 \times 2$	2.	$83 + 28 - 13 + 32$
3.	$34 - 14 + 20$	4.	$42 + 15 - (8 - 7)$
5.	$68 - (18 + 13)$	6.	$7 \times 4 + 9 \times 6$
7.	$20 + 8 \times (16 - 6)$		

آیئے پہلی عبارت $23 - 10 \times 2$ کی قیمت معلوم کرتے ہیں۔ پہلے ہم اس عبارت کی حدود لکھیں گے۔ غور کیجیے کہ ایک حد صرف ایک عدد ہے، جبکہ دوسری حد کو جمع کرنے سے پہلے ایک عدد میں تبدیل کرنا ہو گا۔

$$23 - 10 \times 2 = 23 + (-10 \times 2) = 23 + (-20) = 3$$

Let us now evaluate the second one. All the terms of this expression are numbers. If we notice the terms, we find that it will be easier to evaluate if we swap and group the terms.

$$83 + 28 - 13 + 32 =$$



Let us now look at the fifth expression. It has brackets with a negative sign outside. This can be evaluated in two ways — by solving the bracket first (like the solution on the left side) or by removing the brackets appropriately (as on the right side).

$= 68 + \boxed{-(18+13)}$

$= 68 + \boxed{-31}$

$= 37$

or

$= 68 + \boxed{-18} + \boxed{-13}$

$= 50 + \boxed{-13} = 37$

Now, find the values of the other arithmetic expressions. Algebraic expressions also take number values when the letter - numbers they contain are replaced by numbers. In Example 1, for finding Sita's age when Geeta is 23 years old, we replaced the letter-number g in the expression g + 3 by 23, and it took the value 26.

4.3 Omission of the Multiplication Symbol in Algebraic Expressions

Look at this number sequence:

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

How can we describe this sequence or pattern? Easy: These are the numbers appearing in the multiplication table of 4 (multiples of 4 in an increasing order).

What is the third term of this sequence? It is 4×3.

What is the 29th term of this sequence? It is 4×29.

? Find an algebraic expression to get the nth term of this sequence.

Note that here 'n' is a letter-number that denotes a position in the sequence.

اب آیئے دوسری عبارت کی قیمت معلوم کرتے ہیں۔ اس عبارت کی تمام حدود اعداد ہیں۔ اگر ہم حدود پر غور کریں تو معلوم ہو گا کہ حدود کی ترتیب بدل کر اور انہیں مناسب گروہوں میں رکھ کر قیمت معلوم کرنا زیادہ آسان ہو گا۔

$$83 + 28 - 13 + 32 =$$

$$\boxed{83} + \boxed{28} + \boxed{-13} + \boxed{32}$$

$$\boxed{70} + \boxed{60} = \boxed{130}$$

اب آیئے پانچویں عبارت پر غور کرتے ہیں۔ اس میں قوسین کے باہر منفی علامت موجود ہے۔ اس کی قیمت دو طریقوں سے معلوم کی جاسکتی ہے — یا تو پہلے قوسین کے اندر کی عبارت حل کریں (جیسا کہ بائیں جانب حل میں دکھایا گیا ہے) یا مناسب طریقے سے قوسین ختم کریں (جیسا کہ دائیں جانب دکھایا گیا ہے)۔

$= \boxed{68} + \boxed{-(18+13)}$

$= \boxed{68} + \boxed{-31}$

$= \boxed{37}$

(یا)

$= \boxed{68} + \boxed{-(18+13)}$

$= \boxed{68} + \boxed{-18} + \boxed{-13}$

$= \boxed{50} + \boxed{-13} = \boxed{37}$

اب باقی حسابی عبارتوں کی قیمت معلوم کیجیے۔ الجبری عبارتیں بھی عددی قیمت اختیار کرتی ہیں جب ان میں موجود حرفی اعداد کی جگہ اعداد رکھے جائیں۔ مثال 1 میں، جب گیتا کی عمر 23 سال تھی تو سیتا کی عمر معلوم کرنے کے لیے ہم نے عبارت $g + 3$ میں حرفی عدد g کی جگہ 23 رکھا، اور عبارت کی قیمت 26 حاصل ہوئی۔

4.3 الجبری عبارتوں میں ضرب کی علامت کا حذف

اس عددی سلسلے پر غور کیجیے: $4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, \ldots$

ہم اس سلسلے یا نمونے کو کیسے بیان کر سکتے ہیں؟ آسان! یہ 4 کے پہاڑے میں آنے والے اعداد ہیں (یعنی 4 کے اضعاف بڑھتی ترتیب میں)۔

اس سلسلے کی تیسری حد کیا ہے؟ یہ 4×3 ہے۔

اس سلسلے کی 29 ویں حد کیا ہے؟ یہ 4×29 ہے۔

اس سلسلے کی n ویں حد معلوم کرنے کے لیے ایک الجبری عبارت لکھیے۔

یہاں n ایک حرفی عدد ہے جو سلسلے میں کسی مقام کو ظاہر کرتا ہے۔

As it is the sequence of multiples of 4, it can be seen that the nth term will be 4 times n:

$$4 \times n$$

As a standard practice, we shorten $4 \times n$ to 4n by skipping the multiplication sign. We write the number first, followed by the letter(s). Find the value of the expression 7k when k = 4. The value is $7 \times 4 = 28$.

Find the value that the expression 5m + 3 takes when m = 2.

As 5m stands for $5 \times m$, the value of the expression when m = 2 is $5 \times 2 + 3 = 13$.

Mind the Mistake, Mend the Mistake

Some simplifications are shown below where the letter-numbers are replaced by numbers and the value of the expression is obtained.

1. Observe each of them and identify if there is a mistake.
2. If you think there is a mistake, try to explain what might have gone wrong.
3. Then, correct it and give the value of the expression.

1 If a = - 4, then 10 - a = 6.	2 If d = 6, then 3d = 36.	3 If s = 7, then 3s - 2 = 15.
4 If r = 8, then 2r + 1 = 29.	5 If j = 5, then 2j = 10.	6 If m = -6, then 3(m+1) = 19.
7 If f = 3, g = 1 then 2f - 2g = 2.	8 If t = 4, b = 3 then 2t + b = 24.	9 If h = 5, n = 6 then h-(3 - n) = 4.

4.4 Simplification of Algebraic Expressions

Earlier we found expressions to find perimeters of different regular figures in terms of their sides. Let us now find an expression to find the perimeter of a rectangle.

چونکہ یہ 4 کے مضارب کا سلسلہ ہے، اس لیے دیکھا جا سکتا ہے کہ n ویں حد، n کے 4 گنا کے برابر ہو گی:

$$4 \times n$$

عام طریقہ تحریر کے مطابق ہم $4 \times n$ کو ضرب کی علامت کے بغیر $4n$ لکھتے ہیں۔ ہم پہلے عدد اور پھر حرف لکھتے ہیں۔

عبارت $7k$ کی قیمت معلوم کیجیے جب $k = 4$ ہو۔ اس کی قیمت ہو گی، $7 \times 4 = 28$

عبارت $5m + 3$ کی قیمت معلوم کیجیے جب $m = 2$ ہو۔

چونکہ $5m$ کا مطلب $5 \times m$ ہے، اس لیے جب $m = 2$ ہو تو عبارت کی قیمت ہو گی، $5 \times 2 + 3 = 13$

غلطی کو پہچانیے، درست کیجیے

نیچے کچھ سادہ کاریوں کی مثالیں دی گئی ہیں جن میں حرفی اعداد کی جگہ اعداد رکھ کر عبارت کی قیمت معلوم کی گئی ہے۔

1. ہر مثال کا غور سے مشاہدہ کیجیے اور معلوم کیجیے کہ آیا اس میں کوئی غلطی ہے یا نہیں۔
2. اگر آپ کو لگے کہ غلطی ہے، تو وضاحت کیجیے کہ کیا غلط ہوا ہو گا۔
3. پھر غلطی درست کیجیے اور عبارت کی صحیح قیمت معلوم کیجیے۔

1. $a = -4$، تب $10 - a = 6$.

2. $d = 6$، تب $3d = 36$.

3. $s = 7$، تب $3s - 2 = 15$.

4. $r = 8$، تب $2r + 1 = 29$.

5. $j = 5$، تب $2j = 10$.

6. $m = -6$، تب $3(m+1) = 19$.

7. $f = 3, g = 1$، تب $2f - 2g = 2$.

8. $t = 4, b = 3$، تب $2t + b = 24$.

9. $h = 5, n = 6$، تب $h-(3 - n) = 4$

4.4 الجبری عبارتوں کو حل کرنا

ہم پہلے مختلف منتظم اشکال کے احاطے معلوم کرنے کے لیے اُن کے اضلاع کی مدد سے عبارتیں بنا چکے ہیں۔

اب آیئے مستطیل کا احاطہ معلوم کرنے کے لیے ایک عبارت بناتے ہیں۔

As in the previous cases, we will first describe how to get the perimeter when the length and the breadth of the rectangle are known:

Find the sum of length + breadth + length + breadth.

Let us use the letter-numbers l and b in place of length and breadth respectively. Let p denote the perimeter of the rectangle. Then we have

$$p = l + b + l + b$$

As we know, these represent numbers, and so the terms of an expression can be added in any order. Hence the above expression can be written as:

$$= l + l + b + b$$

As $l + l = 2 \times l = 2l$, and $b + b = 2 \times b = 2b$, we have

$$p = 2l + 2b.$$

Notice that the initial expression ($l + b + l + b$) and the final expression ($2l + 2b$) that we got for the perimeter look different. However, they are equal since the expression was obtained from the initial one by applying the same rules and operations we do for numbers; they are equal in the sense that they both take the same values when letter-numbers are replaced by numbers.

For example, if we assign $l = 3$, $b = 4$, we get

$$l + b + l + b = 3 + 4 + 3 + 4 = 14, \text{ and}$$

$$2l + 2b = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 14.$$

We call the expression $2l + 2b$ the simplified form of $l + b + l + b$.

Let us see some more examples of simplification.

Example 5: Here is a table showing the number of pencils and erasers sold in a shop. The price per pencil is c, and the price per eraser is d. Find the total money earned by the shopkeeper during these three days.

	Day 1	Day 2	Day 3
Pencils (Price 'c')	5	3	10
Erasers (Price 'd')	4	6	1

Let us first find the money earned by the sale of pencils.

The money earned by selling pencils on Day 1 is 5c.

Similarly, the money earned by selling pencils on Day 2 is _____, and Day 3 is _____.

The total money earned by the sale of pencils is 5c + 3c + 10c.

Can we simplify this expression further and reduce the number of terms?

پچھلی مثالوں کی طرح، ہم پہلے یہ بیان کریں گے کہ جب مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی معلوم ہوں تو اس کا احاطہ کیسے معلوم کیا جاتا ہے :

لمبائی + چوڑائی + لمبائی + چوڑائی کا مجموعہ معلوم کیجیے۔

آیئے لمبائی اور چوڑائی کی جگہ بالترتیب حرفی اعداد l اور b استعمال کرتے ہیں۔ مستطیل کے احاطے کو p سے ظاہر کرتے ہیں۔

تب ہمارے پاس ہو گا: $p = l + b + l + b$

جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ یہ اعداد کو ظاہر کرتے ہیں، اس لیے عبارت کی حدود کو کسی بھی ترتیب میں جمع کیا جا سکتا ہے۔ لہٰذا اوپر دی گئی عبارت کو یوں لکھا جا سکتا ہے: $= l + l + b + b$

چونکہ $l + l = 2 \times l = 2l$ اور $b + b = 2 \times b = 2b$

اس لیے ہمارے پاس ہو گا: $p = 2l + 2b$

غور کیجیے کہ ابتدائی عبارت $(l + b + l + b)$ اور آخری عبارت $(2l + 2b)$ جو ہمیں احاطے کے لیے حاصل ہوئی، دیکھنے میں مختلف ہیں۔ لیکن یہ دونوں برابر ہیں کیونکہ آخری عبارت ابتدائی عبارت سے انہی اصولوں اور اعمال کے ذریعے حاصل کی گئی ہے جو ہم اعداد کے ساتھ کرتے ہیں۔ یہ اس معنی میں برابر ہیں کہ جب حرفی اعداد کی جگہ اعداد رکھے جائیں تو دونوں ایک ہی قیمت دیتی ہیں۔

مثال کے طور پر اگر ہم $l = 3$ اور $b = 4$ رکھیں، تو ہمیں ملتا ہے:

$$l + b + l + b = 3 + 4 + 3 + 4 = 14$$

اور $2l + 2b = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 14$

ہم عبارت $2l + 2b$ کو عبارت $l + b + l + b$ کی سادہ صورت کہتے ہیں۔

آیئے سادہ کاری کی کچھ مزید مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال 5: نیچے ایک جدول دی گئی ہے جس میں ایک دکان پر فروخت ہونے والی پنسلوں اور ربڑوں کی تعداد دکھائی گئی ہے۔ ہر پنسل کی قیمت c اور ہر ربڑ کی قیمت d ہے۔ معلوم کیجیے کہ ان تین دنوں میں دکاندار نے کل کتنی رقم حاصل کی۔

	دن 1	دن 2	دن 3
پنسل کی قیمت c	5	3	10
ایریزر کی قیمت d	4	6	1

آیئے پہلے پنسلوں کی فروخت سے حاصل ہونے والی رقم معلوم کرتے ہیں۔

پہلے دن پنسلوں کی فروخت سے حاصل ہونے والی رقم 5c ہے۔

اسی طرح دوسرے دن پنسلوں کی فروخت سے حاصل ہونے والی رقم _____ ہو گی، اور تیسرے دن _____ ہو گی۔

پنسلوں کی فروخت سے حاصل ہونے والی کل رقم ہو گی، $5c + 3c + 10c$

کیا ہم اس عبارت کو مزید سادہ بنا سکتے ہیں اور حدود کی تعداد کم کر سکتے ہیں؟

The expression means 5 times c is added to 3 times c is added to 10 times c. So in total, the letter-number c is added (5 + 3 + 10) times. This is what we have seen as the distributive property of numbers. Thus,

$$5 \times c + 3 \times c + 10 \times c = (5 + 3 + 10) \times c$$

(5 + 3 + 10) × c can be simplified to 18 × c = 18c.

? If c = ₹50, find the total amount earned by the sale of pencils.

? Write the expression for the total money earned by selling erasers. Then, simplify the expression.

The expression for the total money earned by selling pencils and erasers during these three days is 18c + 11d.

? Can the expression 18c + 11d be simplified further?

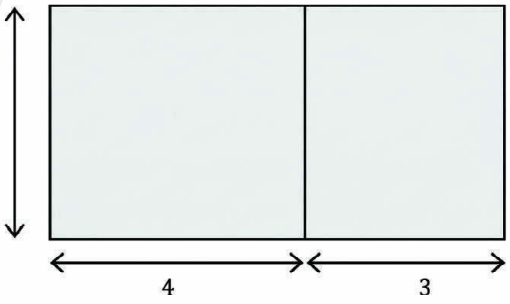
There is no way of further simplifying this expression as it contains different letter-numbers. It is in its simplest form.

In this problem, we saw the expression 5c + 3c + 10c getting simplified to the expression 18c.

? Check that both expressions take the same value when c is replaced by different numbers.

? **Example 6:** A big rectangle is split into two smaller rectangles as shown. Write an expression describing the area of the bigger rectangle.

Another way of seeing the distributive property.



The areas of the smaller rectangles are 4v sq. units and 3v sq. units.

The area of the bigger rectangle can be found in two ways: (i) by directly using its side lengths v and (4 + 3), or (ii) by adding the areas of the smaller rectangles.

The first way gives 7v, and the second way gives 4v + 3v. We know that they are equal: 4v + 3v = 7v, and this is the required expression for the area of the bigger rectangle.

APSCERT

اس عبارت کا مطلب یہ ہے کہ c کو 5 مرتبہ، c کو 3 مرتبہ، اور c کو 10 مرتبہ جمع کیا جارہا ہے۔ اس طرح مجموعی طور پر حرفی عدد c کو (5 + 3 + 10) مرتبہ جمع کیا گیا ہے۔ یہی بات ہم اعداد کی تقسیمی خاصیت میں دیکھ چکے ہیں۔ لہٰذا:

$$5 \times c + 3 \times c + 10 \times c = (5 + 3 + 10) \times c$$

$(5 + 3 + 10) \times c$ کو آسان کرنے پر حاصل ہوتا ہے: $18 \times c = 18c$

? اگر $c = 50$ روپیے ہو تو پنسلوں کی فروخت سے حاصل ہونے والی کل رقم معلوم کیجیے۔

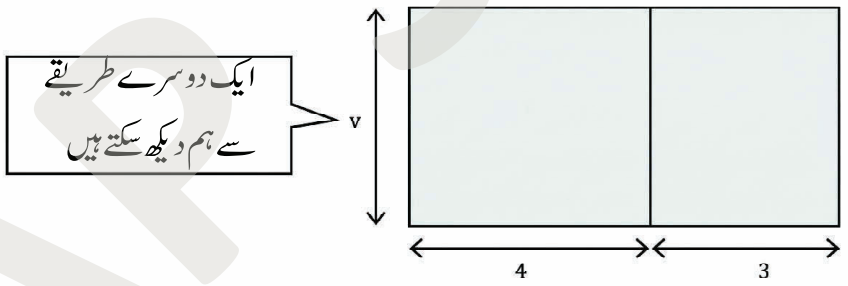
? ایریزروں کی فروخت سے حاصل ہونے والی کل رقم کے لیے عبارت لکھیے۔ پھر اس عبارت کو آسان کیجیے۔

ان تین دنوں میں پنسلوں اور ربڑوں کی فروخت سے حاصل ہونے والی کل رقم کی عبارت یہ ہوگی: $18c + 11d$

? کیا عبارت $18c + 11d$ کو مزید آسان کیا جاسکتا ہے؟ اس عبارت کو مزید آسان نہیں کیا جاسکتا کیونکہ اس میں مختلف حرفی اعداد موجود ہیں۔ یہ اپنی آسان ترین صورت میں ہے۔ اس مسئلے میں ہم نے دیکھا کہ عبارت $5c + 3c + 10c$ آسان ہو کر $18c$ بن گئی۔

? جانچ کیجیے کہ جب c کی جگہ مختلف اعداد رکھے جائیں تو دونوں عبارتیں ایک ہی قیمت دیتی ہیں۔

? **مثال 6:** ایک بڑے مستطیل کو دو چھوٹے مستطیلوں میں تقسیم کیا گیا ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ بڑے مستطیل کے رقبے کو ظاہر کرنے والی ایک عبارت لکھیے۔

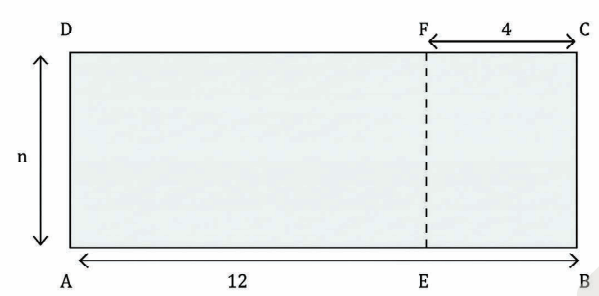


بڑے مستطیل کا رقبہ دو طریقوں سے معلوم کیا جاسکتا ہے: (i) براہِ راست اس کے اضلاع v اور (3 + 4) استعمال کرکے، یا (ii) دونوں چھوٹے مستطیلوں کے رقبوں کو جمع کرکے۔

پہلے طریقے سے ہمیں $7v$ حاصل ہوتا ہے، اور دوسرے طریقے سے $3v + 4v$ حاصل ہوتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ یہ دونوں برابر ہیں: $7v = 3v + 4v$ اور یہی بڑے مستطیل کے رقبے کے لیے مطلوبہ عبارت ہے۔

As earlier, a big rectangle is split into two smaller rectangles as shown below. Write an expression to find the area of the rectangle AEFD.

Even in this case, the area of rectangle AEFD can be found in two ways: (i) by directly using the side lengths n and (12 – 4), or (ii) subtracting the area of the rectangle EBCF from that of ABCD.



The first method gives us 8n, and the second method gives us 12n – 4n, and they are equal, since 12n – 4n = 8n. This is the expression for the area of the rectangle AEFD.

Sets of terms such as (5c, c, 10c), (12n, – 4n) that involve the same letter-numbers are called **like terms**. Sets of terms such as {18c, 11d} are called **unlike terms** as they have different letter-numbers.

As we have seen, like terms can be added together and simplified into a single term.

Example 7: A shop rents out chairs and tables for a day's use. To rent them, one has to first pay the following amount per piece.

Item	Amount
Chair	₹40
Table	₹75

When the furniture is returned, the shopkeeper pays back some amount as follows.

Item	Amount returned
Chair	₹6
Table	₹10

Write an expression for the total number of rupees paid if x chairs and y tables are rented.

For x chairs and y tables, let us find the total amount paid at the beginning and the amount one gets back after returning the furniture.

Describe the procedure to get these amounts.

The total amount in rupees paid at the beginning is 40x + 75y, and the total amount returned is 6x + 10y.

So, the total amount paid = (40x + 75y) – (6x + 10y).

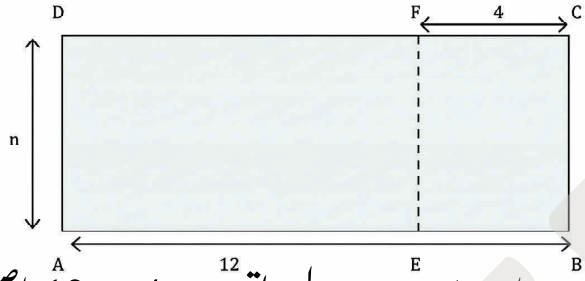
Can we simplify this expression? If yes, how?

If not, why not?



پہلے کی طرح، ایک بڑے مستطیل کو دو چھوٹے مستطیلوں میں تقسیم کیا گیا ہے جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے۔ مستطیل AEFD کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ایک عبارت لکھیے۔

اس صورت میں بھی مستطیل AEFD کا رقبہ دو طریقوں سے معلوم کیا جا سکتا ہے: (i) براہِ راست اس کے اضلاع n اور (12 – 4) استعمال کر کے، یا (ii) مستطیل EBCF کا رقبہ، مستطیل ABCD کے رقبے میں سے تفریق کر کے۔



پہلے طریقے سے ہمیں $8n$ حاصل ہوتا ہے، اور دوسرے طریقے سے $12n - 4n$ حاصل ہوتا ہے، اور یہ دونوں برابر ہیں کیونکہ: $12n - 4n = 8n$ یہی مستطیل AEFD کے رقبے کی عبارت ہے۔

حدود کے مجموعے جیسے $(5c, c, 10c)$ اور $(12n, -4n)$ جن میں ایک ہی حرفی اعداد ہوں، یکساں حدود کہلاتے ہیں۔ جبکہ $\{18c, 11d\}$ جیسی حدود مختلف حرفی اعداد رکھنے کی وجہ سے غیر یکساں حدود کہلاتی ہیں۔ جیسا کہ ہم نے دیکھا، یکساں حدود کو جمع کر کے ایک حد کی صورت میں سادہ بنایا جا سکتا ہے۔

اشیاء	قیمت
کرسیاں	₹40
ٹیبل	₹75

مثال 7: ایک دکان روزانہ کی بنیاد پر کرسیاں اور میزیں کرائے پر دیتی ہے۔ انہیں کرائے پر لینے کے لیے پہلے فی چیز درج ذیل رقم ادا کرنی پڑتی ہے۔

جب فرنیچر واپس کیا جاتا ہے تو دکاندار کچھ رقم واپس کرتا ہے، جیسا کہ درج ذیل ہے۔

اشیاء	واپس کی گئی قیمت
کرسیاں	₹6
ٹیبل	₹10

اگر x کرسیاں اور y میزیں کرائے پر لی جائیں تو ادا کی گئی کل رقم کے لیے ایک عبارت لکھیے۔

x کرسیاں اور y میزوں کے لیے، پہلے ہم ابتدائی ادا کی گئی کل رقم اور فرنیچر واپس کرنے پر ملنے والی رقم معلوم کرتے ہیں۔

ان رقوم کو معلوم کرنے کا طریقہ بیان کیجیے۔ ابتدا میں ادا کی گئی کل رقم ہو گی، $40x + 75y$ اور واپس ملنے والی کل رقم ہو گی، $6x + 10y$

لہٰذا ادا کی گئی کل رقم ہو گی: $(40x + 75y) - (6x + 10y)$

کیا ہم اس عبارت کو سادہ بنا سکتے ہیں؟ اگر ہاں، تو کیسے؟ اگر نہیں، تو کیوں نہیں؟



Recalling how we open brackets in an arithmetic expression, we get

$$(40x + 75y) - (6x + 10y) = (40x + 75y) - 6x - 10y$$

Since the terms can be added in any order, the remaining bracket can be opened and the expression becomes $40x + 75y + (-6x) + (-10y)$

We can group the like terms together, This results in

$$40x + (-6x) + 75y + (-10y)$$
$$= (40 - 6)x + (75 - 10)y$$
$$= 34x + 65y.$$

The expression $(40x + 75y) - (6x + 10y)$ is simplified to $34x + 65y$, which is the total amount paid in rupees.



? Could we have written the initial expression as $(40x + 75y) + (-6x - 10y)$?

? **Example 8 :** Charu has been through three rounds of a quiz. Her scores in the three rounds are $7p - 3q$, $8p - 4q$, and $6p - 2q$. Here, p represents the score for a correct answer and q represents the penalty for an incorrect answer.

? What do each of the expressions mean?

If the score for a correct answer is 4 ($p = 4$) and the penalty for a wrong answer is 1 ($q = 1$), find Charu's score in the first round.

Charu's score is $7 \times 4 - 3 \times 1$. We can evaluate this expression by writing it as a sum of terms.

$7 \times 4 - 3 \times 1 = 7 \times 4 + (-3) \times 1 = 28 + (-3) = 25$

What are her scores in the second and third rounds?

What if there is no penalty? What will be the value of q in that situation?

What is her final score after the three rounds?

Her final score will be the sum of the three scores: $(7p - 3q) + (8p - 4q) + (6p - 2q)$.

Since the terms can be added in any order, we can remove the brackets and write

$7p + - 3q + 8p + - 4q + 6p + -2q$

$= 7p + 8p + 6p + (-3q) + (-4q) + (-2q)$ (by swapping and grouping)

$= (7 + 8 + 6)p + [-(3 + 4 + 2)q]$

$= 21p + (-9q)$

$= 21p - 9q.$

Charu's total score after three rounds is $21p - 9q$. Her friend Krishita's score after three rounds is $23p - 7q$.

© NCERT

جس طرح ہم حسابی عبارت میں قوسین کھولتے ہیں، اسی طرح ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$(40x + 75y) - (6x + 10y) = (40x + 75y) - 6x - 10y$

چونکہ حدود کو کسی بھی ترتیب میں جمع کیا جاسکتا ہے، اس لیے باقی قوسین کو بھی کھولا جاسکتا ہے اور عبارت یوں بن جاتی ہے:

$40x + 75y + (-6x) + (-10y)$

اب ہم یکساں حدود کو ایک ساتھ جمع کرسکتے ہیں۔ اس سے حاصل ہوتا ہے: $40x + (-6x) + 75y + (-10y)$

$= (40 - 6)x + (75 - 10)y$

$= 34x + 65y$

اس طرح عبارت $(40x + 75y) - (6x + 10y)$ آسان ہوکر $34x + 65y$ بن جاتی ہے، جو روپیوں میں ادا کی گئی کل رقم ہے۔



کیا ہم ابتدائی عبارت کو اس طرح بھی لکھ سکتے تھے؟ $(40x + 75y) + (-6x - 10y)$

مثال 8: چارو نے ایک معلوماتی مقابلے کے تین مرحلوں میں حصہ لیا۔ ان تین مرحلوں میں اس کے عدد بالترتیب یہ ہیں: $7p - 3q$، $8p - 4q$، اور $6p - 2q$، یہاں p درست جواب کے عدد کو ظاہر کرتا ہے اور q غلط جواب پر کٹنے والے عدد کو ظاہر کرتا ہے۔

ہر عبارت کا کیا مطلب ہے؟ اگر درست جواب کے عدد 4 ہوں $(p = 4)$ اور غلط جواب پر 1 عدد کٹتا ہو $(q = 1)$، تو پہلے مرحلے میں چارو کے عدد معلوم کیجیے۔ چارو کے عدد ہوں گے، $7 \times 4 - 3 \times 1$ ہم اس عبارت کی قیمت حدود کی جمع کی صورت میں معلوم کرسکتے ہیں: $7 \times 4 - 3 \times 1 = 7 \times 4 + (-3) \times 1 = 28 + (-3) = 25$

دوسرے اور تیسرے مرحلے میں اس کے عدد کیا ہوں گے؟ اگر کوئی جرمانہ نہ ہو تو اس صورت میں q کی قیمت کیا ہوگی؟

تینوں مرحلوں کے بعد اس کے کل عدد کیا ہوں گے؟

اس کے کل عدد تینوں مرحلوں کے عددوں کا مجموعہ ہوں گے: $(7p - 3q) + (8p - 4q) + (6p - 2q)$

چونکہ حدود کو کسی بھی ترتیب میں جمع کیا جاسکتا ہے، اس لیے ہم قوسین ہٹا کر لکھ سکتے ہیں:

$7p + -3q + 8p + -4q + 6p + -2q$

$= 7p + 8p + 6p + (-3q) + (-4q) + (-2q)$ (ترتیب بدلنے اور گروہ بندی کے ذریعے)

$= (7 + 8 + 6)p + [-(3 + 4 + 2)q]$

$= 21p + (-9q)$

$= 21p - 9q$

تین مرحلوں کے بعد چارو کے کل عدد $21p - 9q$ ہیں۔ اس کی دوست کویتا کے تین مرحلوں کے بعد عدد $23p - 7q$ ہیں۔

Give some possible scores for Krishita in the three rounds so that they add up to give 23p – 7q.

Can we say who scored more? Can you explain why?

How much more has Krishita scored than Charu? This can be found by finding the difference between the two scores.

23p – 7q – (21p – 9q)

Simplify this expression further.

Example 9: Simplify the expression 4 (x + y) – y

Using the distributive property, this expression can be simplifiedto

$$4 (x + y) – y = 4x + 4y – y$$
$$= 4x + 4y + (–y)$$
$$= 4x + (4 – 1)y$$
$$= 4x + 3y.$$

Example 10: Are the expressions 5u and 5 + u equal to each other?

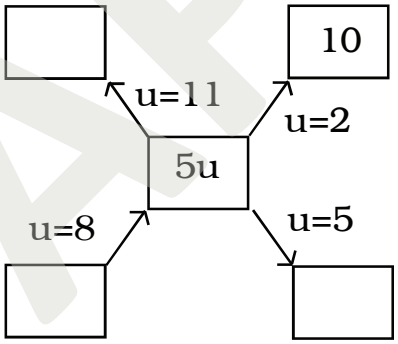
The expression 5u means 5 times the number u,

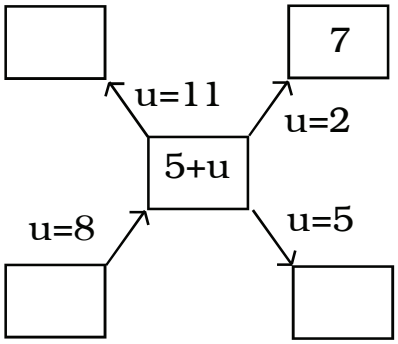
and the expression 5 + u means 5 more than the number u.

These two being different operations, they should give different values for most values of u.

Let us check this.

Fill the blanks below by replacing the letter-numbers by numbers; an example is shown. Then compare the values that 5u and 5 + u take.





If the expressions 5u and 5 + u are equal, then they should take the same values for any given value of u. But we can see that they do not. So, these two expressions are not equal.

AP SCERT

کرشی تا(krishita) کے تین مرحلوں کے لیے کچھ ممکنہ نمبر لکھیے جنہیں جمع کرنے پر $23p - 7q$ حاصل ہو۔

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ کس نے زیادہ نمبر حاصل کیے؟ وضاحت کیجیے کہ کیوں۔

کرشی تا(krishita) نے چارو سے کتنے زیادہ نمبر حاصل کیے؟ یہ دونوں کے نمبروں کا فرق معلوم کرکے حاصل کیا جاسکتا ہے: $23p - 7q - (21p - 9q)$

اس عبارت کو مزید سادہ کیجیے۔

مثال 9: عبارت $4(x + y) - y$ کو سادہ کیجیے۔ تقسیمی خاصیت استعمال کرتے ہوئے اس عبارت کو یوں سادہ کیا جاسکتا ہے:

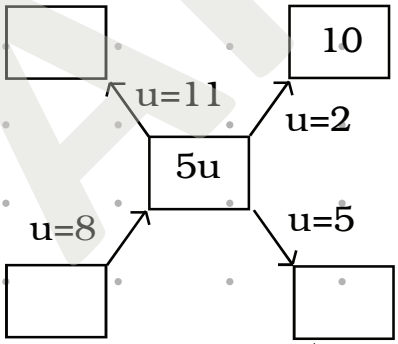
$$4(x + y) - y = 4x + 4y - y$$
$$= 4x + 4y + (-y)$$
$$= 4x + (4 - 1)y$$
$$= 4x + 3y$$

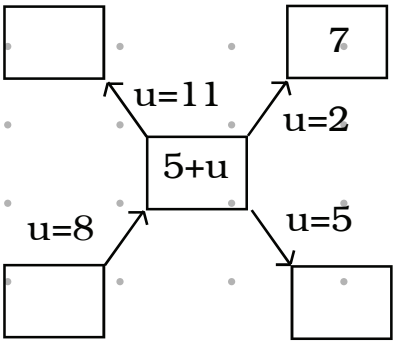
مثال 10: کیا عبارتیں $5u$ اور $u + 5$ ایک دوسرے کے مساوی ہیں؟ عبارت $5u$ کا مطلب ہے عدد u کا 5 گنا، اور عبارت $u + 5$ کا مطلب ہے عدد u سے 5 زیادہ۔

چونکہ یہ دونوں مختلف اعمال ہیں، اس لیے u کی اکثر قیمتوں کے لیے ان کی قیمتیں مختلف ہوں گی۔

آیئے اسے جانچتے ہیں۔

نیچے دیے گئے خالی مقامات کو حرفی اعداد کی جگہ اعداد رکھ کر پُر کیجیے؛ ایک مثال دی گئی ہے۔ پھر $5u$ اور $u + 5$ کی حاصل ہونے والی قیمتوں کا موازنہ کیجیے۔



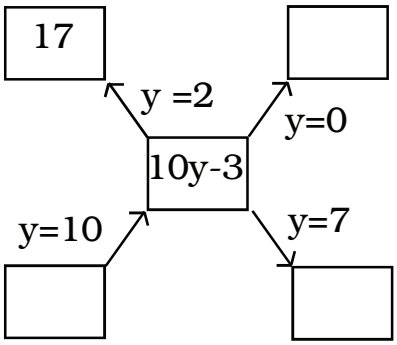


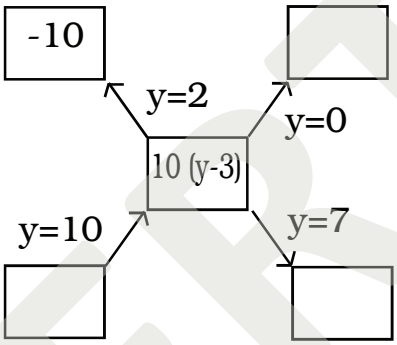
اگر عبارتیں $5u$ اور $u + 5$ ایک دوسرے کے مساوی ہوں، تو u کی کسی بھی دی گئی قیمت کے لیے ان کی قیمتیں بھی مساوی ہونی چاہیے۔ لیکن ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ایسا نہیں ہے۔ اس لیے یہ دونوں عبارتیں مساوی نہیں ہیں۔

AP SCERT

Are the expressions 10y – 3 and 10(y – 3) equal?

10y – 3, short for 10 × y – 3, means 3 less than 10 times y,
10(y – 3), short for 10 × (y – 3), means 10 times (3 less than y).
Let us compare the values that these expressions take for different values of y.

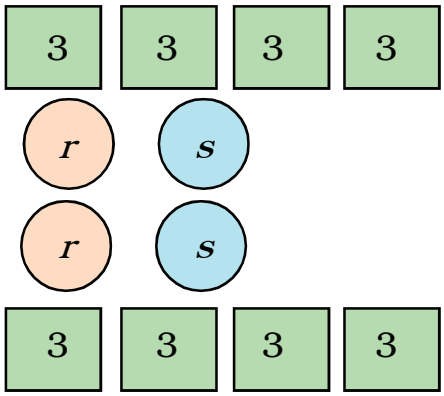




After filling in the two diagrams, do you think the two expressions are equal?

Example 11: What is the sum of the numbers in the picture (unknown values are denoted by letter-numbers)?

There are many ways to go about it. Here, we show some of them.



1. Adding row wise gives:
   $(4 \times 3) + (r + s) + (r + s) + (4 \times 3)$
2. Adding like terms together gives:
   $(8 \times 3) + (r + r) + (s + s)$
3. Adding the upper half and doubling gives:
   $2 \times (4 \times 3 + r + s)$

The three expressions might seem different. We can simplify each one and see that they all are the same: 2r + 2s + 24.



Figure it Out - 4.2

1. Add the numbers in each picture below. Write their corresponding expressions and simplify them. Try adding the numbers in each picture in a couple different ways and see that you get the same thing.

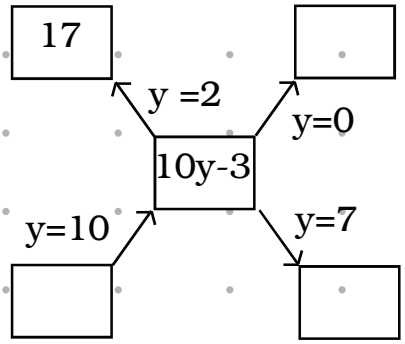


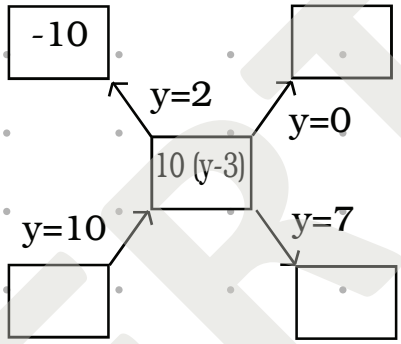
کیا عبارتیں $10y - 3$ اور $10(y - 3)$ ایک دوسرے کے برابر ہیں؟

$10y - 3$، جو $10 \times y - 3$ کی مختصر صورت ہے، اس کا مطلب ہے y، 10 گنا سے 3 کم۔

$10(y - 3)$، جو $10 \times (y - 3)$ کی مختصر صورت ہے، اس کا مطلب ہے y سے 3 کم کا 10 گنا۔

آیئے مختلف قیمتوں کے لیے y کی جگہ اعداد رکھ کر ان عبارتوں کی قیمتوں کا موازنہ کرتے ہیں۔





دونوں خانے پُر کرنے کے بعد، کیا آپ سمجھتے ہیں کہ یہ دونوں عبارتیں برابر ہیں؟

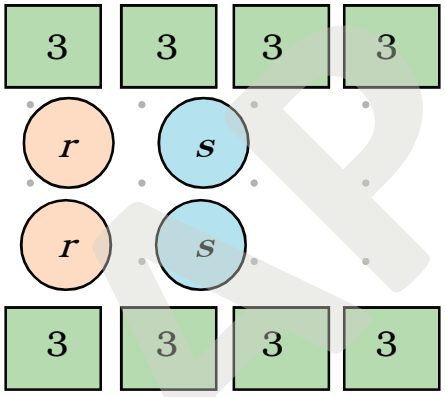
مثال 11: شکل میں موجود اعداد کا مجموعہ کیا ہے؟ (نامعلوم قیمتوں کو حرفی اعداد سے ظاہر کیا گیا ہے۔)

اسے حل کرنے کے کئی طریقے ہیں۔ یہاں ہم ان میں سے کچھ دکھاتے ہیں۔

1. قطار وار جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے: $(4 \times 3) + (r + s) + (r + s) + (4 \times 3)$

2. یکساں حدود کو ایک ساتھ جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے:

$(8 \times 3) + (r + r) + (s + s)$



3. اوپر والے نصف کو جمع کر کے اس کا دگنا کرنے سے حاصل ہوتا ہے:

$2 \times (4 \times 3 + r + s)$

یہ تینوں عبارتیں دیکھنے میں مختلف لگتی ہیں، لیکن اگر ہم ہر ایک کو سادہ کریں تو معلوم ہو گا کہ سب ایک ہی ہیں: $2r + 2s + 24$

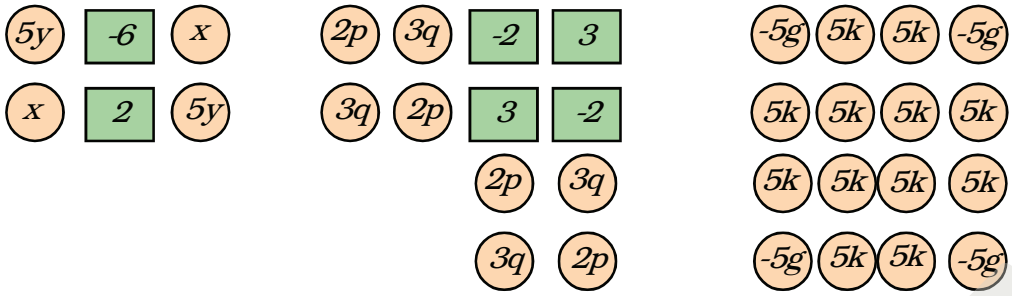


حل کیجیے–4.2



1. ہر تصویر میں موجود اعداد کو جمع کیجیے۔ ان کی متعلقہ عبارتیں لکھیے اور انہیں آسان کیجیے۔

ہر تصویر میں اعداد کو دو مختلف طریقوں سے جمع کرنے کی کوشش کیجیے اور دیکھیے کہ آپ کو ایک ہی جواب حاصل ہوتا ہے۔



2. Simplify each of the following expressions:
   (a) p + p + p + p, p + p + p + q, p + q + p – q,
   (b) p – q + p – q, p + q – p + q,
   (c) p + q – (p + q), p – q – p – q
   (d) 2d – d – d – d, 2d – d – d – c,
   (e) 2d – d – (d – c), 2d – (d – d) – c,
   (f) 2d – d – c – c

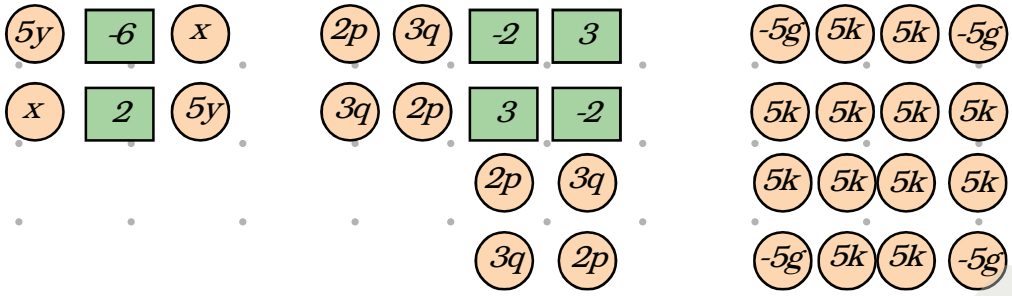
Mind the Mistake, Mend the Mistake

Some simplifications of algebraic expressions are done below. The expression on the right-hand side should be in its simplest form.

- Observe each of them and see if there is a mistake.
- If you think there is a mistake, try to explain what might have gone wrong.
- Then, simplify it correctly.

Expression	Simplest Form	Correct Simplest Form
1. 3a + 2b	5	
2. 3b – 2b – b	0	
3. 6 (p + 2)	6p + 8	
4. (4x + 3y) – (3x + 4y)	x + y	
5. 5 – (2 – 6z)	3 – 6z	
6. 2 + (x + 3)	2x – 6	
7. 2y + (3y – 6)	– y + 6	
8. 7p – p + 5q – 2q	7p + 3q	
9. 5 (2w + 3x + 4w)	10w + 15x + 20w	
10. 3j + 6k + 9h + 12	3 (j + 2k + 3h + 4)	
11. 4 (2r + 3s + 5)	– 20 – 8r – 12s	

© NCERT



2. درج ذیل عبارتوں کو مختصر کیجیے:

(a) p + p + p + p, p + p + p + q, p + q + p - q,
(b) p - q + p - q, p + q - p + q,
(c) p + q - (p + q), p - q - p - q
(d) 2d - d - d - d, 2d - d - d - c,
(e) 2d - d - (d - c), 2d - (d - d) - c,
(f) 2d - d - c - c

غلطی کو پہچانیے، درست کیجیے

ذیل میں کچھ الجبری عبارتوں کی سادہ کاری کی گئی ہے۔ دائیں جانب دی گئی عبارت اپنی مختصر ترین صورت میں ہونی چاہیے۔

- ہر مثال کا مشاہدہ کیجیے اور دیکھیے کہ آیا اس میں کوئی غلطی ہے یا نہیں۔
- اگر آپ سمجھتے ہیں کہ غلطی ہے، تو وضاحت کیجیے کہ کیا غلط ہوا ہو گا۔
- پھر عبارت کو صحیح طریقے سے مختصر کیجیے۔

عبارت	سادہ صورت	صحیح سادہ ترین صورت
1. 3a + 2b	5	
2. 3b - 2b - b	0	
3. 6 (p + 2)	6p + 8	
4.(4x + 3y) - (3x + 4y)	x + y	
5. 5 - (2 - 6z)	3 - 6z	
6. 2 + (x + 3)	2x - 6	
7. 2y + (3y - 6)	- y + 6	
8. 7p - p + 5q - 2q	7p + 3q	
9. 5 (2w + 3x + 4w)	10w + 15x + 20w	
10. 3j + 6k + 9h + 12	3 (j + 2k + 3h + 4)	
11. 4 (2r + 3s + 5)	- 20 - 8r - 12s	

? Take a look at all the corrected simplest forms (i.e. brackets are removed, like terms are added, and terms with only numbers are also added). Is there any relation between the number of terms and the number of letter-numbers these expressions have?

4.5 Pick Patterns and Reveal Relationships

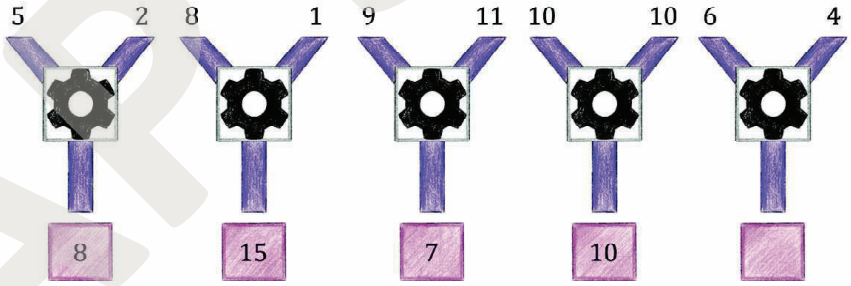
In the first section we got a glimpse of algebraic expressions and how to use them to describe simple patterns and relationships in a concise and elegant manner. Here, we continue to look for general relationships between quantities in different scenarios, find patterns and, interestingly, even explain why these patterns occur.

Remember the importance of describing in simple language, or visualising mathematical relationships, before trying to write them as expressions.

Formula Detective

Look at the picture given. In each case, the number machine takes in the 2 numbers at the top of the 'Y' as inputs, performs some operations and produces the result at the bottom. The machine performs the same operations on its inputs in each case.

? Find out the formula of this number machine.



The formula for the number machine above is "two times the first number minus the second number". When written as an algebraic expression, the formula is 2a – b. The expression for the first set of inputs is 2 × 5 – 2 = 8. Check that the formula holds true for each set of inputs.

APSCERT

؟ تمام درست کی گئی سادہ صورتوں کو دیکھیے (یعنی قوسین ہٹادی گئی ہیں، یکساں حدود کو جمع کیا گیا ہے، اور صرف اعداد والی حدود کو بھی جمع کیا گیا ہے)۔ کیا ان عبارتوں میں حدود کی تعداد اور حرفی اعداد کی تعداد کے درمیان کوئی تعلق ہے؟

4.5 نمونے تلاش کریں اور تعلقات ظاہر کریں

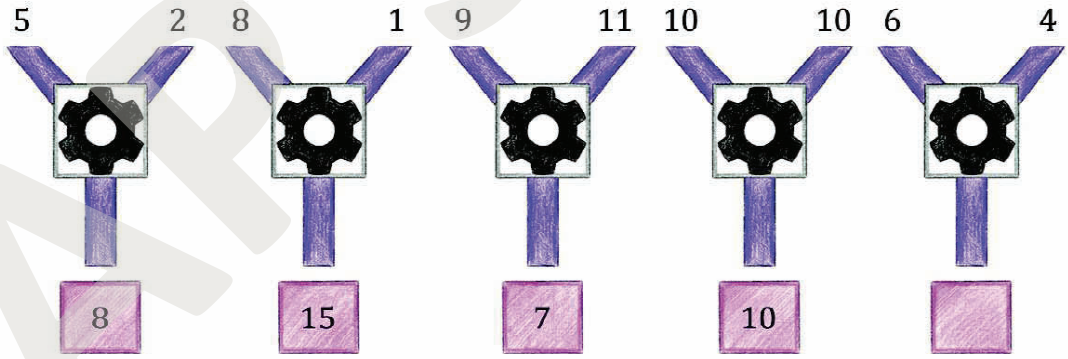
پہلے حصے میں ہم نے الجبری عبارتوں کی ایک جھلک دیکھی اور یہ سیکھا کہ کس طرح ان کی مدد سے سادہ نمونوں اور تعلقات کو مختصر اور خوبصورت انداز میں بیان کیا جاسکتا ہے۔ یہاں ہم مختلف صورتوں میں مقداروں کے درمیان عمومی تعلقات تلاش کرنا جاری رکھیں گے، نمونے معلوم کریں گے، اور دلچسپ بات یہ ہے کہ یہ بھی سمجھیں گے کہ یہ نمونے کیوں پیدا ہوتے ہیں۔

یاد رکھیے کہ ریاضیاتی تعلقات کو عبارت کی صورت میں لکھنے سے پہلے انہیں سادہ زبان میں بیان کرنا یا ان کا تصور قائم کرنا بہت اہم ہے۔

ضابطے کی کھوج

دی گئی شکل کو غور سے دیکھیے۔ ہر صورت میں عددی مشین Y کی اوپر والی دونوں شاخوں میں موجود 2 اعداد کو بطور داخلہ لیتی ہے، ان پر کچھ عمل کرتی ہے، اور نیچے نتیجہ دیتی ہے۔ یہ مشین ہر صورت میں اپنے داخل شدہ اعداد پر ایک ہی عمل انجام دیتی ہے۔

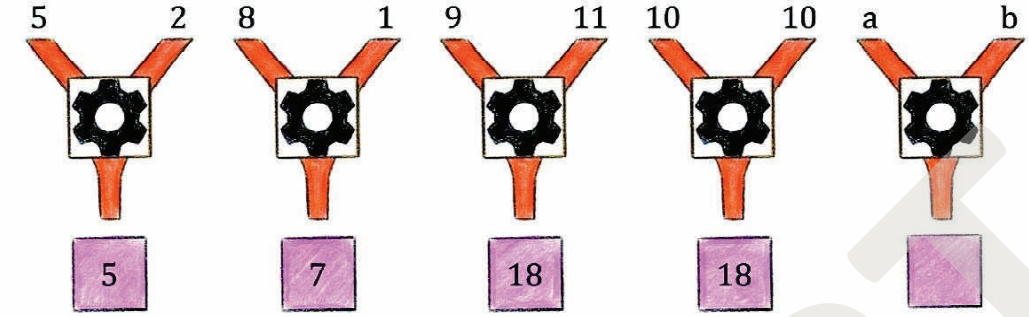
؟ اس عددی مشین کا ضابطہ معلوم کیجیے۔



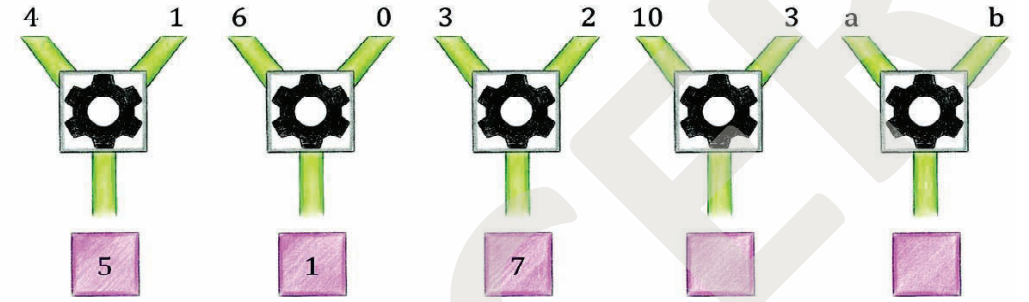
اوپر دی گئی عددی مشین کا ضابطہ ہے، "پہلے عدد کے دوگنے کو دوسرے عدد سے تفریق"۔ جب اسے الجبری عبارت کی صورت میں لکھا جائے تو ضابطہ ہوگا: $2a - b$۔ پہلے مجموعہ اعداد کے لیے عبارت ہوگی: $2 \times 5 - 2 = 8$۔

جانچ کیجیے کہ یہ ضابطہ ہر مجموعہ اعداد کے لیے درست ثابت ہوتا ہے۔

Find the formulas of the number machines below and write the expression for each set of inputs.



expression: expression: expression: expression: expression:



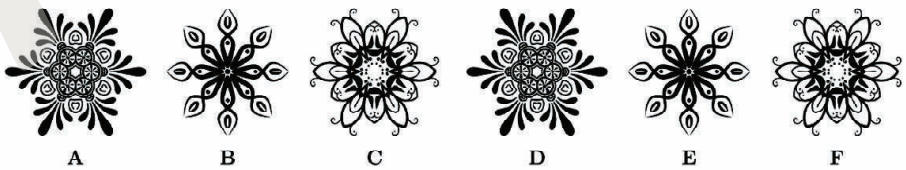
expression: expression: expression: expression: expression:

Now, make a formula on your own. Write a few number machines as examples using that formula. Challenge your classmates to figure it out!

Note to the Teacher: Not just solving problems but creating new questions is also very much a part of learning and doing mathematics!

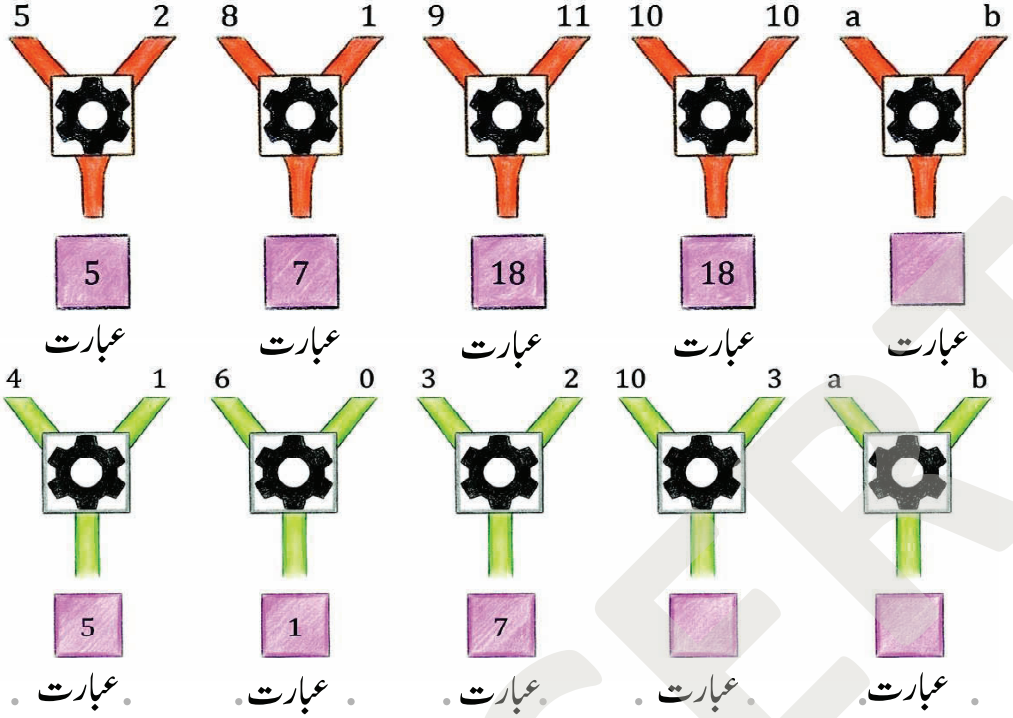
Algebraic Expressions to Describe Patterns

Example 12 : Dhatri noticed a repeating pattern along the border of a saree.



Dhatri wonders if there is a way to describe all the positions where the (i) Design A occurs, (ii) Design B occurs, and (iii) Design C occurs.

نیچے دی گئی عددی مشینوں کے فارمولے معلوم کیجیے اور ہر مجموعۂ اعداد کے لیے عبارت لکھیے۔



اب اپنا ایک فارمولا بنائیے۔ اس فارمولے کو استعمال کرتے ہوئے چند عددی مشینوں کی مثالیں لکھیے۔ پھر اپنے جماعتی ساتھیوں کو چیلنج دیجیے کہ وہ اس فارمولے کو معلوم کریں!

معلم کے لیے نوٹ: صرف مسائل حل کرنا ہی نہیں بلکہ نئے سوالات بنانا بھی ریاضی سیکھنے اور کرنے کا ایک اہم حصہ ہے!

نمونوں کو بیان کرنے کے لیے الجبری عبارتیں

مثال 12: دھاتری نے ایک ساڑی کے کنارے پر دہرایا جانے والا نمونہ دیکھا۔



دھاتری سوچتی ہے کہ کیا کوئی ایسا طریقہ ہے جس کے ذریعے ان تمام مقامات کو بیان کیا جا سکے جہاں:

(i) ڈیزائن A آتا ہے، (ii) ڈیزائن B آتا ہے، اور (iii) ڈیزائن C آتا ہے۔

APSCERT

Let us start with design C. It appears for the first time at position 3, the second time at position 6.

? Where would design C appear for the nth time?

We can see that this design appears in positions that are multiples of 3. So the nth occurrence of Design C will be at position 3n.

? Similarly, find the formula that gives the position where the other Designs appear for the nth time.

The positions where B occurs are 2, 5, 8, 11, 14, and so on.

We can see that the position of the nth appearance of Design B is one less than the position at which Design C appears for the nth time. Thus, the nth occurrence of Design B is at position:

$$3n - 1$$

Similarly, the expression describing the position at which the design A appears for the nth time is: $3n - 2$.

? Given a position number can we find out the design that appears there? Which Design appears at Position 122?

If the position is a multiple of 3, then clearly we have Design C. As seen earlier, if the position is one less than a multiple of 3, it has Design B, and if it is 2 less than a multiple of 3, then it has Design A.

? Can the remainder obtained by dividing the position number by 3 be used for this? Observe the table below.

Position no.	Quotient on division by 3	Remainder
99	33	0
122	40	2
148	49	1

? Use this to find what design appears at positions 99, 122, and 148.

Patterns in a Calendar

Here is the calendar of November 2024. Consider 2 × 2 squares, as marked in the calendar. The numbers in this square show an interesting property.

آیئے ڈیزائن C سے آغاز کرتے ہیں۔ یہ پہلی بار مقام 3 پر ظاہر ہوتا ہے اور دوسری بار مقام 6 پر۔

n ویں بار ڈیزائن C کس مقام پر ظاہر ہوگا؟

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ یہ ڈیزائن اُن مقامات پر آتا ہے جو 3 کے مضارب ہیں۔ لہٰذا ڈیزائن C کی n ویں بار موجودگی مقام 3n پر ہوگی۔

اسی طرح وہ فارمولا معلوم کیجیے جو دوسرے ڈیزائنوں کی n ویں بار موجودگی کا مقام بتاتا ہے۔

وہ مقامات جہاں ڈیزائن B آتا ہے یہ ہیں: 2، 5، 8، 11، 14، ...

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ڈیزائن B کی n ویں بار موجودگی کا مقام، ڈیزائن C کی n ویں بار موجودگی کے مقام سے ایک کم ہے۔ لہٰذا ڈیزائن B کی n ویں بار موجودگی کا مقام ہوگا: $3n - 1$

اسی طرح وہ عبارت جو ڈیزائن A کی n ویں بار موجودگی کا مقام ظاہر کرتی ہے، یہ ہے: $3n - 2$

اگر ہمیں کوئی مقام نمبر دیا جائے تو کیا ہم معلوم کرسکتے ہیں کہ وہاں کون سا ڈیزائن ہوگا؟ مقام 122 پر کون سا ڈیزائن ظاہر ہوگا؟

اگر مقام 3 کا مضرب ہو تو واضح طور پر وہاں ڈیزائن C ہوگا۔ جیسا کہ پہلے دیکھا گیا، اگر مقام 3 کے کسی مضرب سے ایک کم ہو تو وہاں ڈیزائن B ہوگا، اور اگر مقام 3 کے کسی مضرب سے 2 کم ہو تو وہاں ڈیزائن A ہوگا۔

کیا 3 سے مقام نمبر تقسیم کرنے پر حاصل ہونے والا باقی اس کام میں استعمال کیا جاسکتا ہے؟ نیچے دی گئی جدول کا مشاہدہ کیجیے۔

مقام عدد	3 سے تقسیم کرنے پر باقی	باقی
99	33	0
122	40	2
148	49	1

اس کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجیے کہ مقامات 99، 122، اور 148 پر کون سا ڈیزائن ظاہر ہوگا۔

کیلنڈر میں نمونے

یہ نومبر 2024 کا کیلنڈر ہے۔ کیلنڈر میں نشان زدہ 2 × 2 خانوں والے مربعوں پر غور کیجیے۔ اس مربع میں موجود اعداد ایک دلچسپ خاصیت ظاہر کرتے ہیں۔

November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

12	13
19	20

Let us take the marked 2 × 2 square, and consider the numbers lying on the diagonals; 12 and 20; 13 and 19. Find their sums; 12 + 20, 13 + 19. What do you observe?

They are equal.

Let us extend the numbers in the calendar beyond 30, creating endless rows.

November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43	44
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

? Will the diagonal sums be equal in every 2 × 2 square in this endless grid? How can we be sure?

To be sure of this we cannot check with all 2 × 2 squares as there are an unlimited number of them.

Let us consider a 2 × 2 square. Its top left number can be any number.

Let us call it 'a'.

? Given that we know the top left number, how do we find the other numbers in this 2 × 2 square? As we have been doing, first let us describe the other numbers in words.

a	?
?	?

November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

آیئے نشان زد 2 × 2 مربع کو لیتے ہیں اور اس میں موجود ترچھی سمتوں کے اعداد کو دیکھتے ہیں؛

12	13
19	20

12 اور 20؛ 13 اور 19۔ ان کے مجموعے نکالتے ہیں: 12 + 20، 13 + 19۔

آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

یہ برابر ہیں۔

آیئے کیلنڈر میں 30 سے آگے بھی اعداد کو بڑھا دیتے ہیں، اور لامحدود قطاریں بنا دیتے ہیں۔

November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43	44
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

کیا ہر 2 × 2 مربع میں ترچھی سمتوں کے مجموعے برابر ہوں گے؟ ہم اس بات کا یقین کیسے کر سکتے ہیں؟

اس بات کا یقین کرنے کے لیے ہم تمام 2 × 2 مربعوں کو نہیں دیکھ سکتے کیونکہ ان کی تعداد لامحدود ہے۔

آیئے ایک 2 × 2 مربع پر غور کرتے ہیں۔ اس کا اوپر بائیں نمبر کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے۔

اسے ہم 'a' کہتے ہیں۔

اب ہمیں معلوم ہے کہ اوپر بائیں نمبر کیا ہے، تو ہم اس 2 × 2 مربع کے باقی اعداد کیسے معلوم کریں؟ جیسا کہ ہم پہلے کر رہے ہیں، پہلے ہم باقی اعداد کو الفاظ میں بیان کرتے ہیں۔

a	?
?	?

- the number to the right of 'a' will be 1 more than it.
- the number below 'a' will be 7 more than it.
- the number diagonal to 'a' will be 8 more than it.

So the other numbers in the 2 × 2 square can be represented as shown in the grid. Let us find the diagonal sums; a + (a + 8), and (a + 1) + (a + 7). Let us simplify them.

a	a + 1
a+7	a + 8

Since the terms can be added in any order, the brackets can be opened.

a + (a + 8) = a + a + 8 = 2a + 8

(a + 1) + (a + 7) = a + 1 + a + 7 = a + a + 1 + 7 = 2a + 8

We see that both diagonal sums are equal to 2a + 8 (8 more than 2 times a).

? Verify this expression for diagonal sums by considering any 2 × 2 square and taking its top left number to be 'a'.

Thus, we have shown that diagonal sums are equal for any value of a, i.e., for any 2 × 2 square!



This problem is an example that shows the power of algebraic modelling in verifying whether a pattern will always hold.

Consider a set of numbers from the calendar (having endless rows) forming under the following shape:

	8	
14	15	16
	22	

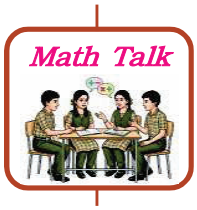
? Find the sum of all the numbers. Compare it with the number in the centre: 15. Repeat this for another set of numbers that forms this shape. What do you observe?

We see that the total sum is always 5 times the number in the centre.

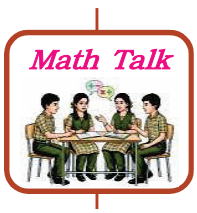
? Will this always happen? How do you show this?

[**Hint:** Consider a general set of numbers that forms this shape.

Take the number at the centre to be 'a'. Express the other numbers in terms of 'a'.]



Find other shapes for which the sum of the numbers within the figure is always a multiple of one of the numbers.



a	a + 1
a+7	a + 8

- 'a' کے دائیں طرف موجود عدد اس سے 1 زیادہ ہو گا۔
- 'a' کے نیچے موجود عدد اس سے 7 زیادہ ہو گا۔
- 'a' کے ترچھے سمت میں موجود عدد اس سے 8 زیادہ ہو گا۔

اس طرح 2 × 2 مربع کے باقی اعداد کو درج ذیل شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اب ہم ترچھی سمتوں کے مجموعے نکالتے ہیں: $a + (a + 8)$، اور $(a + 1) + (a + 7)$۔

آیئے انہیں سادہ کرتے ہیں۔

چونکہ اجزاء کو کسی بھی ترتیب میں جمع کیا جاسکتا ہے، اس لیے قوسین کھولے جاسکتے ہیں۔

$$a + (a + 8) = a + a + 8 = 2a + 8$$

$$(a + 1) + (a + 7) = a + 1 + a + 7 = a + a + 1 + 7 = 2a + 8$$

ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں ترچھی سمتوں کے مجموعے $2a + 8$ کے برابر ہیں (یعنی a کے دوگنا سے 8 زیادہ)۔

اس اظہار کی تصدیق کسی بھی 2 × 2 مربع کو لے کر کی جاسکتی ہے اور اس کے اوپر بائیں عدد کو 'a' فرض کر کے کیا جاسکتا ہے۔

اس طرح ہم نے دکھادیا کہ کسی بھی a کی قیمت کے لیے، یعنی کسی بھی 2 × 2 مربع کے لیے ترچھی سمتوں کے مجموعے برابر ہوتے ہیں!



یہ مسئلہ اس بات کی ایک مثال ہے جو ظاہر کرتی ہے کہ الجبری ماڈلنگ کی طاقت کیا ہے، یعنی یہ جانچنے میں کہ آیا کوئی نمونہ ہمیشہ درست رہے گا یا نہیں۔

اب کیلنڈر (لامحدود قطاروں کے ساتھ) میں اعداد کا ایک مجموعہ دیکھیں جو درج ذیل شکل بناتا ہے:

	8	
14	15	16
	22	

اب اس شکل میں موجود تمام اعداد کا مجموعہ معلوم کریں۔ اس کا موازنہ درمیان والے عدد 15 سے کریں۔



اسی شکل کے دوسرے مجموعے کے لیے بھی یہی عمل دہرائیں۔ آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

ہم دیکھتے ہیں کہ کل مجموعہ ہمیشہ درمیان والے عدد کا 5 گنا ہوتا ہے۔

کیا یہ ہمیشہ ایسا ہو گا؟ ہم اسے کیسے ثابت کر سکتے ہیں؟

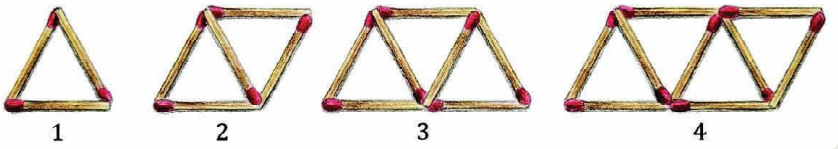
[**اشارہ:** اس شکل کے لیے اعداد کا ایک عمومی مجموعہ لیں۔ درمیان والے عدد کو 'a' فرض کریں۔ باقی اعداد کو 'a' کی مدد سے ظاہر کریں]۔



ان دیگر اشکال کو تلاش کریں جن میں شکل کے اندر موجود اعداد کا مجموعہ ہمیشہ کسی ایک عدد کا اضعاف ہو۔

Matchstick Patterns

Look at the picture below. It is a pattern using matchsticks. Can you identify what the pattern is?



We can see that Step 1 has 1 triangle, Step 2 has 2 triangles, Step 3 has 3 triangles, and so on.

Can you tell how many matchsticks there will be in the next step, Step 5? It is 11. You can also draw this and see.

How many matchsticks will there be in Step 33, Step 84, and Step 108? Of course, we can draw and count, but is there a quicker way to find the answers using the pattern present here?

What is the general rule to find the number of matchsticks in the next step? We can see that at each step 2 matchsticks are placed to get the next one, i.e., the number of matchsticks increases by 2 every time.

Step Number	1	2	3	4	5	6
No. of Matchsticks	3	5	7	9	11	13

Think of a way to use this to find out the number of matchsticks in Step 33 (without continuing to write the numbers).

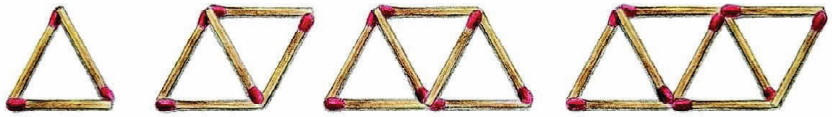
As each time 2 matchsticks are being added, finding out how many 2s will be added in Step 33 will help. Look at the table below and try to find out.

Step Number	1	2	3	4	5	6
No. of Matchsticks	3	5	7	9	11	13
		3 + 2	3 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2 + 2	

The number of matchsticks needed to make 33 triangles (Step 33) is _____. Similarly, find the number of matchsticks needed for Step 84 and Step 108.

دیاسلائی کے نمونے

نیچے دی گئی تصویر کو دیکھیں۔ یہ دیاسلائیوں کے ذریعے بنایا گیا ایک نمونہ ہے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ یہ کون سا نمونہ ہے؟



ہم دیکھ سکتے ہیں کہ مرحلہ 1 میں 1 مثلث ہے، مرحلہ 2 میں 2 مثلث ہیں، مرحلہ 3 میں 3 مثلث ہیں، اور اسی طرح آگے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ اگلے مرحلہ، یعنی مرحلہ 5 میں کتنی دیاسلائی ہوں گی؟ یہ 11 ہیں۔ آپ اسے خود بنا کر بھی دیکھ سکتے ہیں۔

مرحلہ 33، مرحلہ 84 اور مرحلہ 108 میں کتنی دیاسلائی ہوں گی؟ یقیناً ہم انہیں بنا کر اور گن کر معلوم کر سکتے ہیں، لیکن کیا اس نمونے کی مدد سے اس کا کوئی تیز طریقہ موجود ہے؟

اگلے مرحلہ میں دیاسلائی معلوم کرنے کا عمومی قاعدہ کیا ہے؟ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ہر مرحلہ پر 2 دیاسلائی بڑھائی جاتی ہیں تاکہ اگلا مرحلہ بنایا جائے، یعنی ہر بار دیاسلائی کی تعداد میں 2 کا اضافہ ہوتا ہے۔

مرحلہ عدد	1	2	3	4	5	6
دیاسلائیوں کی تعداد	3	5	7	9	11	13

سوچیں کہ اس طریقے سے مرحلہ 33 میں دیاسلائی کی تعداد کیسے معلوم کی جا سکتی ہے (بغیر جاری تعداد یں لکھے)۔ چونکہ ہر بار 2 کا اضافہ ہو رہا ہے، اس لیے یہ معلوم کرنا کہ مرحلہ 33 تک کتنے "2" جمع ہوں گے، مدد کرے گا۔ نیچے دی گئی جدول کو دیکھیں اور معلوم کرنے کی کوشش کریں۔

مرحلہ عدد	1	2	3	4	5	6
دیاسلائیوں کی تعداد	3	5	7	9	11	13
		3 + 2	3 + 2 + 2	3 + 2 + 2 +2	3 + 2 + 2 + 2 +2	

مرحلہ 33 میں مثلث بنانے کے لیے دیاسلائی کی تعداد _____ =

اسی طرح مرحلہ 84 اور مرحلہ 108 کے لیے دیاسلائی کی تعداد معلوم کریں۔

What could be an expression describing the rule/formula to find out the number of matchsticks at any step?

The pattern is such that in Step 10, nine 2' s and an added 3 (3 + 2 × 9) gives the number of matchsticks; in Step 11, ten 2s and an added 3 (3 + 2 × 10) gives the number of matchsticks. For step y, what is the expression?

It is: one less than y (i.e. y – 1) 2' s and a 3.

Therefore, the expression is

$$3 + 2 \times (y - 1).$$

This expression gives the number of matchsticks in Step y. Now we can find the number of matchsticks at any step quickly.

You might have already noticed that there is a 2 in the first step also, 3 = 1 + 2. Using this, the expression we get is

$$2y + 1.$$

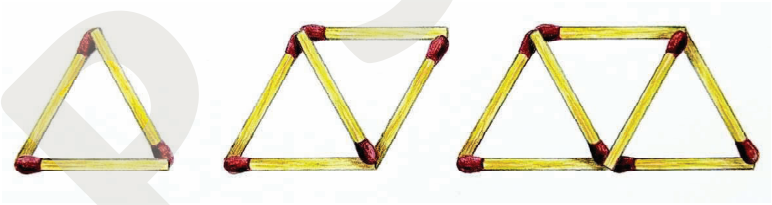
? Does the above expression also give the number of matchsticks at each step correctly? Are these expressions the same?

We can check by simplifying the expression 3 + 2 × (y – 1).

$$3 + 2 \times (y - 1) = 3 + 2y - 2$$
$$= 2y + 1.$$

Both expressions are the same.

There is a different way to count, or see the pattern. Let us take a look at the picture again.



Matchsticks are placed in two orientations — (a) horizontal ones at the top and bottom, and (b) the ones placed diagonally in the middle.

For example, in step 2 there are 2 matchsticks placed horizontally and 3 matchsticks placed diagonally.

? What are these numbers in Step 3 and Step 4?

? How does the number of matchsticks change in each orientation as the steps increase? Write an expression for the number of matchsticks at Step 'y' in each orientation. Do the two expressions add up to 2y + 1?

APSCERT

کیا ایسا قاعدہ / ضابطہ ہو سکتا ہے جو کسی بھی مرحلے پر دیاسلائیوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے ایک عبارت دے؟

یہ نمونہ ایسا ہے کہ مرحلہ 10 میں نو 2 کے جوڑے اور ایک 3 شامل ہوتا ہے (3 + 2 × 9) جس سے دیاسلائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے؛ مرحلہ 11 میں دس 2 کے جوڑے اور ایک 3 شامل ہوتا ہے (3 + 2 × 10) جس سے دیاسلائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔ مرحلہ y کے لیے کیا عبارت ہو گا؟

یہ ہے y : سے ایک کم (یعنی y – 1) بار 2 کا اضافہ اور ایک 3۔

اس لیے عبارت ہو گا: $3 + 2 \times (y - 1)$

یہ عبارت مرحلہ y میں دیاسلائیوں کی تعداد دیتا ہے۔ اب ہم کسی بھی مرحلے کی تعداد آسانی سے معلوم کر سکتے ہیں۔

آپ نے شاید پہلے ہی نوٹ کیا ہو گا کہ پہلے مرحلے میں بھی 2 شامل ہے، کیونکہ 3 =1 +2۔ اس کو استعمال کرتے ہوئے ہمیں دوسرا عبارت ملتا ہے: $2y + 1$

کیا یہ دونوں عبارت ہر مرحلے پر درست تعداد دیتے ہیں؟ کیا یہ دونوں ایک ہی ہیں؟

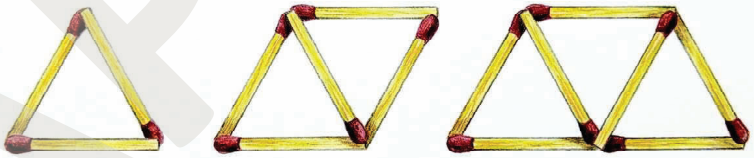
ہم اسے سادہ کر کے دیکھ سکتے ہیں: $3 + 2 \times (y - 1)$

$= 3 + 2y - 2$

$= 2y + 1$

اس لیے دونوں عبارت ایک جیسے ہیں۔

اب گنتی یا نمونے کو دیکھنے کا ایک اور طریقہ ہے۔ آیئے دوبارہ تصویر کو دیکھتے ہیں۔



دیاسلائیاں دو انداز میں رکھی گئی ہیں — (الف) اوپر اور نیچے افقی اور (ب) درمیان میں ترچھی رکھی ہوئی۔

مثال کے طور پر مرحلہ 2 میں 2 دیاسلائیاں افقی ہیں اور 3 دیاسلائیاں ترچھی ہیں۔

مرحلہ 3 اور مرحلہ 4 میں یہ تعداد کیا ہو گی؟

ہر سمت میں مرحلے بڑھنے کے ساتھ دیاسلائیوں کی تعداد کیسے بدلتی ہے؟ ہر سمت کے لیے مرحلہ y میں دیاسلائیوں کی تعداد کا عبارت لکھیں۔ کیا دونوں عبارتات مل کر 2y + 1 بنتے ہیں؟



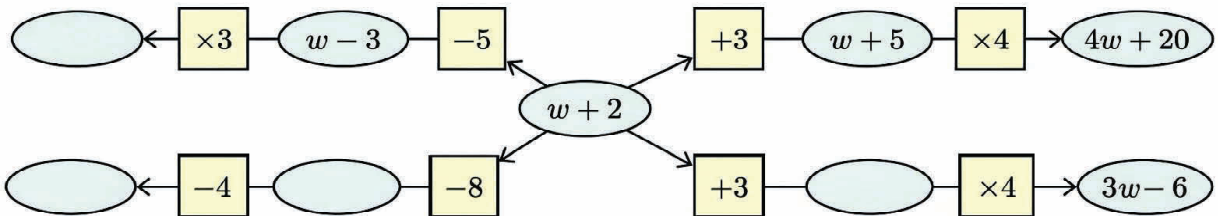
Figure it Out - 4.3

For the problems asking you to find suitable expression(s), first try to understand the relationship between the different quantities in the situation described. If required, assume some values for the unknowns and try to find the relationship.

1. One plate of Jowar roti costs ?30 and one plate of Pulao costs ?20. If x plates of Jowar roti and y plates of pulao were ordered in a day, which expression(s) describe the total amount in rupees earned that day?
   (a) 30x + 20y
   (b) (30 + 20) × (x + y)
   (c) 20x + 30y
   (d) (30 + 20) × x + y
   (e) 30x – 20y
2. Pushpita sells two types of flowers on Independence day: champak and marigold. 'p' customers only bought champak, 'q' customers only bought marigold, and 'r' customers bought both. On the same day, she gave away a tiny national flag to every customer. How many flags did she give away that day?
   (a) p + q + r
   (b) p + q + 2r
   (c) 2 × (p + q + r)
   (d) p + q + r + 2
   (e) p + q + r + 1
   (f) 2 × (p + q)
3. A snail is trying to climb along the wall of a deep well. During the day it climbs up 'u' cm and during the night it slowly slips down 'd' cm. This happens for 10 days and 10 nights.
   (a) Write an expression describing how far away the snail is from its starting position.
   (b) What can we say about the snail's movement if d > u?
4. Radha is preparing for a cycling race and practices daily. The first week she cycles 5 km every day. Every week she increases the daily distance cycled by 'z' km. How many kilometers would Radha have cycled after 3 weeks?

Try This

5. In the following figure, observe how the expression w + 2 becomes 4w + 20 along one path. Fill in the missing blanks on the remaining paths. The ovals contain expressions and the boxes contain operations.



حل کیجیے–4.3

جن سوالات میں مناسب عبارت (یا عبارتیں) معلوم کرنے کو کہا گیا ہے، پہلے بیان کی گئی صورتِ حال میں مختلف مقداروں کے درمیان تعلق کو سمجھنے کی کوشش کیجیے۔ اگر ضرورت ہو تو نامعلوم مقداروں کے لیے کچھ قیمتیں فرض کر کے تعلق معلوم کیجیے۔

1. جوار کی ایک پلیٹ روٹی کی قیمت 30 روپیے ہے اور پلاؤ کی ایک پلیٹ کی قیمت 20 روپیے ہے۔ اگر ایک دن میں x پلیٹیں جوار روٹی کی اور y پلیٹیں پلاؤ کی منگوائی گئیں، تو اس دن حاصل ہونے والی کل رقم (روپیوں میں) کو کون سی عبارت (یا عبارتیں) ظاہر کرتی ہیں؟

(a) $30x + 20y$
(b) $(30 + 20) \times (x + y)$
(c) $20x + 30y$
(d) $(30 + 20) \times x + y$
(e) $30x - 20y$

2. پٹپتایوم آزادی کے دن دو قسم کے پھول فروخت کرتی ہے: چمپک اور گیندا۔ p گاہکوں نے صرف چمپک خریدا، q گاہکوں نے صرف گیندا خریدا، اور r گاہکوں نے دونوں خریدے۔ اسی دن اس نے ہر گاہک کو ایک چھوٹا قومی پرچم تحفے میں دیا۔ اس دن اس نے کل کتنے پرچم تقسیم کیے؟

(a) $p + q + r$
(b) $p + q + 2r$
(c) $2 \times (p + q + r)$
(d) $p + q + r + 2$
(e) $p + q + r + 1$
(f) $2 \times (p + q)$

3. ایک گھونگا ایک گہرے کنویں کی دیوار پر چڑھنے کی کوشش کر رہا ہے۔ دن میں وہ u سینٹی میٹر اوپر چڑھتا ہے اور رات میں d سینٹی میٹر نیچے پھسل جاتا ہے۔ یہ عمل 10 دن اور 10 راتوں تک جاری رہتا ہے۔

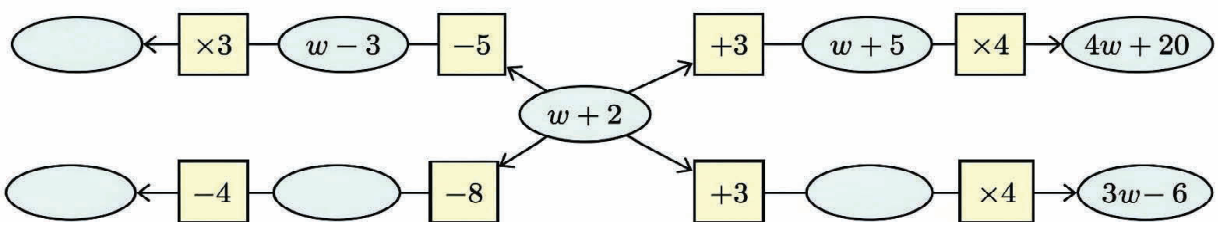
(a) ایک عبارت لکھیے جو یہ ظاہر کرے کہ گھونگا اپنی ابتدائی جگہ سے کتنی دور پہنچا۔

(b) اگر $d > u$ ہو تو گھونگے کی حرکت کے بارے میں ہم کیا کہہ سکتے ہیں؟

4. رادھا سائیکل ریس کی تیاری کر رہی ہے اور روزانہ مشق کرتی ہے۔ پہلے ہفتے میں وہ ہر روز 5 کلو میٹر سائیکل چلاتی ہے۔ ہر ہفتے وہ روزانہ چلائی جانے والی مسافت میں z کلو میٹر اضافہ کرتی ہے۔ 3 ہفتوں کے بعد رادھا کل کتنے کلو میٹر سائیکل چلا چکی ہو گی؟

یہ کیجیے

5. درج ذیل شکل میں مشاہدہ کیجیے کہ ایک راستے میں عبارت $w + 2$ کس طرح $4w + 20$ میں تبدیل ہوتی ہے۔ باقی راستوں میں خالی جگہیں پُر کیجیے۔ بیضوی شکلوں میں عبارتیں ہیں اور خانوں میں اعمال دیے گئے ہیں۔



6. A local train from Yahapur to Vahapur stops at three stations at equal distances along the way. The time taken in minutes to travel from one station to the next station is the same and is denoted by t.The train stops for 2 minutes at each of the three stations.
   (a) If t = 4, what is the time taken to travel from Yahapur to Vahapur?
   (b) What is the algebraic expression for the time taken to travel from Yahapur to Vahapur? [Hint: Draw a rough diagram to visualise the situation]
7. Simplify the following expressions:
   (a) 3a + 9b – 6 + 8a – 4b – 7a + 16
   (b) 3 (3a – 3b) – 8a – 4b – 16
   (c) 2 (2x – 3) + 8x + 12
   (d) 8x – (2x – 3) + 12
   (e) 8h – (5 + 7h) + 9
   (f) 23 + 4(6m – 3n) – 8n – 3m – 18
8. Add the expressions given below:
   (a) 4d – 7c + 9 and 8c – 11 + 9d
   (b) – 6f + 19 – 8s and – 23 + 13f + 12s
   (c) 8d – 14c + 9 and 16c – (11 + 9d)
   (d) 6f – 20 + 8s and 23 – 13f – 12s
   (e) 13m – 12n and 12n – 13m
   (f) – 26m + 24n and 26m – 24n
9. Subtract the expressions given below:
   (a) 9a – 6b + 14 from 6a + 9b – 18
   (b) – 15x + 13 – 9y from 7y – 10 + 3x
   (c) 17g + 9 – 7h from 11 – 10g + 3h
   (d) 9a – 6b + 14 from 6a – (9b + 18)
   (e) 10x + 2 + 10y from –3y +8 – 3x
   (f) 8g + 4h – 10 from 7h – 8g + 20
10. Describe situations corresponding to the following algebraic expressions:
   (a) 8x + 3y
   (b) 15x – 2x
11. Imagine a straight rope. If it is cut once as shown in the picture, we get 2 pieces. If the rope is folded once and then cut as shown, we get 3 pieces.

6. یہاپور سے واہاپور جانے والی ایک مقامی ریل درمیان میں برابر فاصلے پر موجود تین اسٹیشنوں پر رکتی ہے۔ ایک اسٹیشن سے اگلے اسٹیشن تک سفر کرنے میں لگنے والا وقت (منٹوں میں) ہر جگہ یکساں ہے اور اسے t سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ریل ہر ایک تین اسٹیشنوں پر 2 منٹ کے لیے رکتی ہے۔

(a) اگر t = 4 ہو، تو یہاپور سے واہاپور تک سفر کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

(b) یہاپور سے واہاپور تک سفر کے وقت کے لیے الجبری عبارت لکھیے۔

[اشارہ: صوتِ حال کو سمجھنے کے لیے ایک خاکہ بنائیے]۔

7. درج ذیل عبارتوں کو سادہ کیجیے:

(a) 3a + 9b - 6 + 8a - 4b - 7a + 16
(b) 3 (3a - 3b) - 8a - 4b - 16
(c) 2 (2x - 3) + 8x + 12
(d) 8x - (2x - 3) + 12
(e) 8h - (5 + 7h) + 9
(f) 23 + 4(6m - 3n) - 8n - 3m - 18

8. نیچے دی گئی عبارتوں کو جمع کیجیے:

(a) 4d - 7c + 9	8c - 11 + 9d
(b) - 6f + 19 - 8s	- 23 + 13f + 12s
(c) 8d - 14c + 9	16c - (11 + 9d)
(d) 6f - 20 + 8s	23 - 13f - 12s
(e) 13m - 12n	12n - 13m
(f) - 26m + 24n	26m - 24n

9. نیچے دی گئی عبارتوں کو تفریق کیجیے:

(a) 9a - 6b + 14	6a + 9b - 18
(b) - 15x + 13 - 9y	7y - 10 + 3x
(c) 17g + 9 - 7h	11 - 10g + 3h
(d) 9a - 6b + 14	6a - (9b + 18)
(e) 10x + 2 + 10y	-3y +8 - 3x
(f) 8g + 4h - 10	7h - 8g + 20

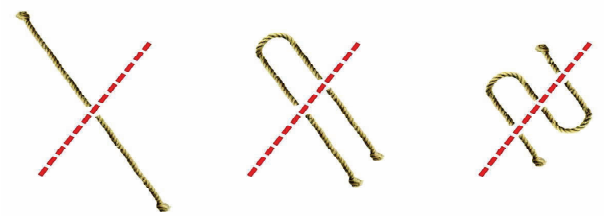
10. درج ذیل الجبری عبارتوں کے مطابق صوتِ حال بیان کیجیے:

(a) 8x + 3y
(b) 15x - 2x

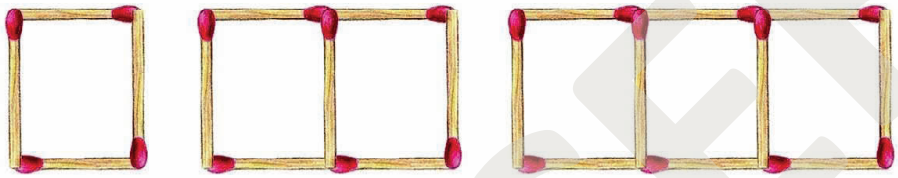
11. ایک سیدھی رسی کا تصور کیجیے۔ اگر اسے تصویر کے مطابق ایک بار کاٹا جائے تو 2 ٹکڑے حاصل ہوتے ہیں۔ اگر رسی کو ایک بار موڑ کر پھر تصویر کے مطابق کاٹا جائے تو 3 ٹکڑے حاصل ہوتے ہیں۔

AP SCERT

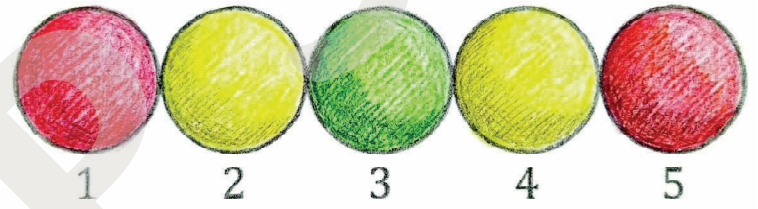
Observe the pattern and find the number of pieces if the rope is folded 10 times and cut. What is the expression for the number of pieces when the rope is folded r times and cut?



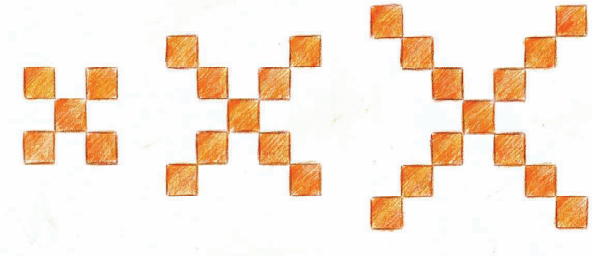
12. Look at the matchstick pattern below. Observe and identify the pattern. How many matchsticks are required to make 10 such squares. How many are required to make w squares?



13. Have you noticed how the colours change in a traffic signal? The sequence of colour changes is shown below. Find the colour at positions 90, 190, and 343. Write expressions to describe the positions for each colour.



14. Observe the pattern below. How many squares will be there in Step 4, Step 10, Step 50? Write a general formula. How would the formula change if we want to count the number of vertices of all the squares?

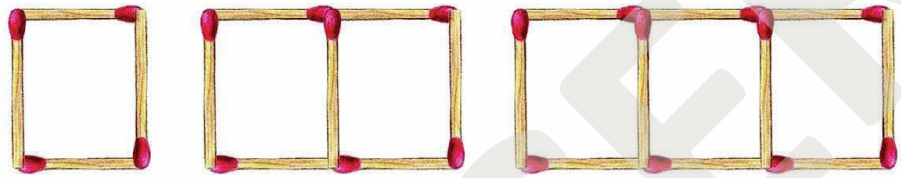


APSCERT

اس نمونے کا مشاہدہ کیجیے اور معلوم کیجیے کہ اگر رسی کو 10 بار موڑ کر کاٹا جائے تو کتنے ٹکڑے حاصل ہوں گے۔ جب رسی کو r بار موڑ کر کاٹا جائے تو ٹکڑوں کی تعداد کے لیے عبارت کیا ہو گی؟



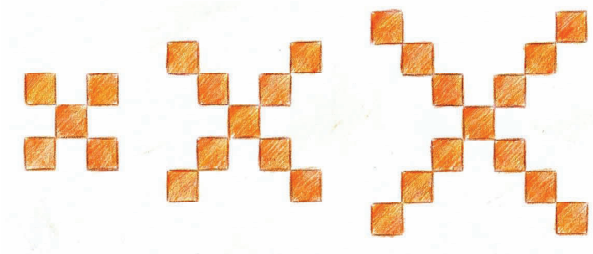
12. نیچے دیے گئے ماچس کی تیلیوں کے نمونے کو دیکھیے۔ نمونے کا مشاہدہ کیجیے اور پہچانیے۔ ایسے 10 مربع بنانے کے لیے کتنی تیلیاں درکار ہوں گی؟ w مربع بنانے کے لیے کتنی تیلیاں درکار ہوں گی؟



13. کیا آپ نے غور کیا ہے کہ ٹریفک سگنل میں رنگ کیسے تبدیل ہوتے ہیں؟ رنگوں کی تبدیلی کی ترتیب نیچے دکھائی گئی ہے۔ 90، 190، اور 343 ویں مقام پر کون سا رنگ ہو گا؟ ہر رنگ کے مقامات کو ظاہر کرنے کے لیے عبارتیں لکھیے۔



14. نیچے دیے گئے نمونے کا مشاہدہ کیجیے۔ مرحلہ 4، مرحلہ 10، اور مرحلہ 50 میں کتنے مربع ہوں گے؟ ایک عمومی ضابطہ لکھیے۔ اگر ہم تمام مربعوں کے راسوں (Vertices) کی تعداد گننا چاہیں تو ضابطہ کیسے تبدیل ہو گا؟



15. Numbers are written in a particular sequence in this endless 4-column grid.

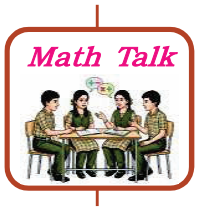
Column 1	Column 2	Column 3	Column 4
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
...	...	...	...

(a) Give expressions to generate all the numbers in a given column (1, 2, 3, 4).

(b) In which row and column will the following numbers appear:
(i) 124
(ii) 147
(iii) 201

(c) What number appears in row r and column c?

(d) Observe the positions of multiples of 3.
Do you see any pattern in it? List other patterns that you see.



SUMMARY

- Algebraic expressions are used in formulas to model patterns and mathematical relationships between quantities, and to make predictions.
- Algebraic expressions use not only numbers but also letter-numbers. The rules for manipulating arithmetic expressions also apply to algebraic expressions. These rules can be used to reduce algebraic expressions to their simplest forms.
- Algebraic expressions can be described in ordinary language, and vice versa. Patterns or relationships that are easily written using algebra can often be long and complex in ordinary language. This is one of the advantages of algebra.

© NCERT not to be republished

15. اعداد ایک خاص ترتیب سے اس لامتناہی 4-کالمی جال میں لکھے گئے ہیں۔

Column 1	Column 2	Column 3	Column 4
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
...	...	...	...

(a) ہر دیے گئے (1، 2، 3، 4) کے تمام اعداد پیدا کرنے کے لیے عبارتیں لکھیے۔

(b) درج ذیل اعداد کس صف اور کس کالم میں ظاہر ہوں گے؟

i. 124

ii. 147

iii. 201

(c). صف r اور کالم c میں کون سا عدد ظاہر ہو گا؟

(d). 3 کے اضعاف کی جگہوں کا مشاہدہ کیجیے۔

کیا آپ کو اس میں کوئی نمونہ نظر آتا ہے؟ ایسے دوسرے نمونے بھی لکھیے جو آپ کو دکھائی دیں۔



خلاصہ

- الجبری عبارتیں ضابطوں میں نمونوں اور مقداروں کے درمیان ریاضیاتی تعلقات کو ظاہر کرنے اور پیش گوئیاں کرنے کے لیے استعمال ہوتی ہیں۔
- الجبری عبارتوں میں صرف اعداد ہی نہیں بلکہ حرفی اعداد بھی استعمال ہوتے ہیں۔ حسابی عبارتوں پر لاگو ہونے والے اصول، الجبری عبارتوں پر بھی لاگو ہوتے ہیں۔ انہی اصولوں کو استعمال کرتے ہوئے الجبری عبارتوں کو ان کی سادہ ترین صورت میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔
- الجبری عبارتوں کو عام زبان میں بیان کیا جا سکتا ہے، اور عام زبان کو الجبری عبارتوں کی صورت میں بھی لکھا جا سکتا ہے۔ ایسے نمونے یا تعلقات جو الجبرا کی مدد سے آسانی سے لکھے جا سکتے ہیں، عام زبان میں اکثر طویل اور پیچیدہ ہو جاتے ہیں۔ یہ الجبرا کا ایک اہم فائدہ ہے۔

APSCERT

5 PARALLEL AND INTERSECTING LINES

S7S5D8

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Identify and describe parallel lines, intersecting lines, and perpendicular lines in diagrams and real-life situations.
- Recognize and classify different types of angles such as acute, right, obtuse, straight, and reflex angles.
- Observe and explain spatial relationships between lines and angles in geometric figures.
- Represent geometric ideas using diagrams and correct mathematical terminology.
- Identify and explain examples of lines and angles found in everyday life such as roads, bridges, windows, and buildings.
- Apply properties of intersecting lines and angles to solve mathematical problems.

  Use mathematical tools like ruler and protractor to draw and measure angles accurately.

5.0 Introduction

Take a piece of square paper and fold it in different ways. Now, on the creases formed by the folds, draw lines using a pencil and a scale. You will notice different lines on the paper. Take any pair of lines and observe their relationship with each other. Do they meet? If they do not meet within the paper, do you think they would meet if they were extended beyond the paper?

AP SCERT

5 متوازی اور متقاطع خطوط

N3K9H2

اکتسابی نتائج:

طلبہ اس قابل ہوں گے:

- متوازی خطوط، متقاطع خطوط، اور عمودی خطوط کو اشکال اور روزمرہ زندگی کی مثالوں میں پہچان سکیں گے اور بیان کر سکیں گے۔
- مختلف اقسام کے زاویوں جیسے تیز زاویہ، قائمہ زاویہ، منفرجہ زاویہ، سیدھا زاویہ، اور معکوس زاویہ کو پہچان سکیں گے اور ان کی درجہ بندی کر سکیں گے۔
- ہندسی اشکال میں خطوط اور زاویوں کے باہمی تعلقات کا مشاہدہ اور وضاحت کر سکیں گے۔
- ہندسی تصورات کو اشکال اور درست ریاضیاتی اصطلاحات کے ذریعے ظاہر کر سکیں گے۔
- روزمرہ زندگی میں خطوط اور زاویوں کی مثالیں جیسے سڑکیں، پل، کھڑکیاں، اور عمارتیں پہچان سکیں اور ان کی وضاحت کر سکیں گے۔
- متقاطع خطوط اور زاویوں کی خصوصیات کو ریاضیاتی مسائل حل کرنے میں استعمال کر سکیں گے۔
- خط کش اور منقلہ جیسے ریاضیاتی آلات استعمال کر کے زاویے درست طور پر کھینچ اور ناپ سکیں گے۔

5.0 تعارف

ایک مربع کاغذ لیجیے اور اسے مختلف طریقوں سے موڑیے۔ اب موڑنے سے جو شکنیں (Creases) بنی ہیں، ان پر پنسل اور اسکیل کی مدد سے خطوط کھینچیے۔ آپ کاغذ پر مختلف خطوط دیکھیں گے۔ کسی بھی دو خطوط کو لیجیے اور ان کے باہمی تعلق کا مشاہدہ کیجیے۔ کیا وہ آپس میں ملتے ہیں؟ اگر وہ کاغذ کے اندر نہیں ملتے، تو کیا آپ سمجھتے ہیں کہ کاغذ سے آگے بڑھانے پر وہ ایک دوسرے سے مل جائیں گے؟

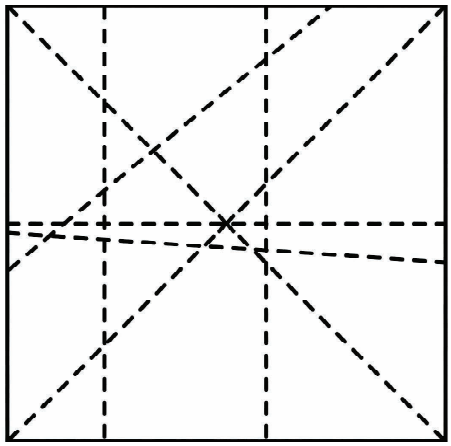


Fig. 5.1

In this chapter, we will explore the relationship between lines on a plane surface. The table top, your piece of paper, the blackboard, and the bulletin board are all examples of plane surfaces.

5.1 Intersecting Lines

Let us observe a pair of lines that meet each other. You will notice that they meet at a point. When a pair of lines meet each other at a point on a plane surface, we say that the lines intersect each other.

Let us observe what happens when two lines intersect.

How many angles do they form?

In Fig. 5.2, where line *l* intersects line m, we can see that four angles are formed.

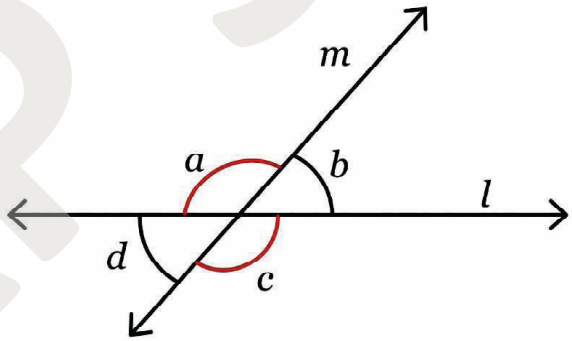


Fig. 5.2

Can two straight lines intersect at more than one point?

Activity 1

Draw two lines on a plain sheet of paper so that they intersect.

Measure the four angles formed with a protractor. Draw four

AP SCERT

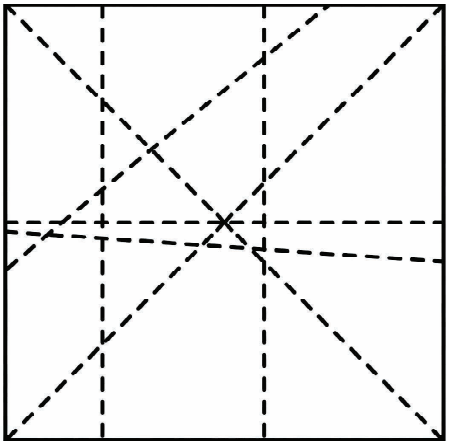


Fig. 5.1

اس باب میں ہم مستوی سطح پر خطوط کے باہمی تعلق کا مطالعہ کریں گے۔ میز کی سطح، آپ کا کاغذ، سیاہ تختہ، اور نوٹس بورڈ — یہ سب مستوی سطحوں کی مثالیں ہیں۔

5.1 متقاطع خطوط

آیئے ایسے دو خطوط کا مشاہدہ کریں جو ایک دوسرے کو ملتے ہوں۔ آپ دیکھیں گے کہ وہ ایک نقطے پر ملتے ہیں۔ جب دو خطوط کسی مستوی سطح پر ایک نقطے پر ملتے ہیں، تو ہم کہتے ہیں کہ وہ خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں یا متقاطع ہوتے ہیں۔ آیئے دیکھتے ہیں کہ جب دو خطوط آپس میں متقاطع ہوتے ہیں تو کیا ہوتا ہے۔

وہ کتنے زاویے بناتے ہیں؟ شکل 5.2 میں، جہاں خط l خط m کو قطع کرتا ہے، ہم دیکھ سکتے ہیں کہ چار زاویے بنتے ہیں۔

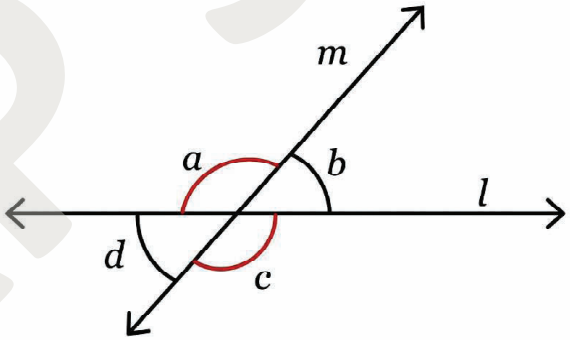


Fig. 5.2

کیا دو سیدھی لکیریں ایک سے زیادہ نقطوں پر ایک دوسرے کو قطع کر سکتی ہیں؟

سرگرمی 1

سادہ کاغذ پر دو لکیریں کھینچیے تاکہ وہ ایک دوسرے کو قطع کریں۔ منقلہ کی مدد سے بننے والے چاروں زاویوں کی پیمائش کیجیے۔ چار زاویے بنایئے۔

such pairs of intersecting lines and measure the angles formed at the points of intersection.

? What patterns do you observe among these angles?

? In Fig. 5.2, if $\angle$ a is 120°, can you figure out the measurements of $\angle$ b, $\angle$ c and $\angle$ d, without drawing and measuring them?

We know that $\angle$ a and $\angle$ b together measure 180°, because when they are combined, they form a straight angle which measures 180°. So, if $\angle$ a is 120°, then $\angle$ b must be 60°.

Similarly, $\angle$ b and $\angle$ c together measure 180°. So, if $\angle$ b is 60°, then $\angle$ c must be 120°. And $\angle$ c and $\angle$ d together measure 180°. So, if $\angle$ c is 120°, then $\angle$ d must be 60°.

Therefore, in Fig. 5.2, $\angle$ a and $\angle$ c measure 120°, and $\angle$ b and $\angle$ d measure 60°.

When two lines intersect each other and form four angles, labelled a, b, c and d, as in Fig. 5.2, then $\angle$ a and $\angle$ c are equal, and $\angle$ b and $\angle$ d are equal!

? Is this always true for any pair of intersecting lines?

Check this for different measures of $\angle$ a. Using these measurements, can you reason whether this property holds true for any measure of $\angle$ a?

We can generalise our reasoning for Fig. 5.2, without assuming the values of $\angle$ a.

Since straight angles measure 180°, we must have $\angle$ a + $\angle$ b = $\angle$ a + $\angle$ d = 180°. Hence, b and d are always equal. Similarly, $\angle$ b + $\angle$a = $\angle$ b + $\angle$ c = 180°, so $\angle$ a and $\angle$ c must be equal.

Adjacent angles, like $\angle$ a and $\angle$b, formed by two lines intersecting each other, are called linear pairs. Linear pairs always add up to 180°.

APSCERT

ایسے متقاطع خطوط کے چار جوڑے بنائیے اور نقاط تقاطع پر بننے والے زاویوں کی پیمائش کیجیے۔

ان زاویوں میں آپ کون سے نمونے دیکھتے ہیں؟

شکل 5.2 میں، اگر $\angle a = 120^\circ$ ہو، تو کیا آپ بغیر کھینچے اور ناپے $\angle b$، $\angle c$ اور $\angle d$ کی پیمائش معلوم کر سکتے ہیں؟

ہم جانتے ہیں کہ $\angle a$ اور $\angle b$ کا مجموعہ 180° ہوتا ہے، کیونکہ یہ مل کر ایک زاویہ مستقیم بناتے ہیں جس کی پیمائش 180° ہوتی ہے۔ اس لیے اگر $\angle a = 120^\circ$ ہو، تو $\angle b = 60^\circ$ ہوگا۔

اسی طرح $\angle b$ اور $\angle c$ کا مجموعہ بھی 180° ہوتا ہے۔ لہٰذا اگر $\angle b = 60^\circ$ ہو، تو $\angle c = 120^\circ$ ہوگا۔

اور $\angle c$ اور $\angle d$ کا مجموعہ بھی 180° ہوتا ہے۔ اس لیے اگر $\angle c = 120^\circ$ ہو، تو $\angle d = 60^\circ$ ہوگا۔

لہٰذا شکل 5.2 میں، $\angle a$ اور $\angle c$ کی پیمائش 120° ہے، جبکہ $\angle b$ اور $\angle d$ کی پیمائش 60° ہے۔

جب دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اور چار زاویے بناتے ہیں، جنہیں a، b، c اور d سے ظاہر کیا جاتا ہے، جیسا کہ شکل 5.2 میں ہے، تو $\angle a$ اور $\angle c$ برابر ہوتے ہیں، اور $\angle b$ اور $\angle d$ بھی برابر ہوتے ہیں۔

کیا یہ ہر متقاطع خطوط کے جوڑے کے لیے ہمیشہ درست ہوتا ہے؟

$\angle a$ کی مختلف پیمائشوں کے لیے اس بات کی جانچ کیجیے۔ کیا ان پیمائشوں کی مدد سے آپ یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ یہ خاصیت $\angle a$ کی ہر قیمت کے لیے درست ہے؟

ہم شکل 5.2 کے لیے $\angle a$ کی کوئی خاص قیمت فرض کیے بغیر بھی عمومی استدلال کر سکتے ہیں۔

چونکہ سیدھے زاویے کی پیمائش 180° ہوتی ہے، اس لیے:

$$\angle a + \angle b = \angle a + \angle d = 180^\circ$$

لہٰذا $\angle b$ اور $\angle d$ ہمیشہ برابر ہوں گے۔ اسی طرح:

$$\angle b + \angle a = \angle b + \angle c = 180^\circ$$

اس لیے $\angle a$ اور $\angle c$ بھی برابر ہوں گے۔

متصل زاویے، جیسے $\angle a$ اور $\angle b$، جو دو متقاطع خطوط سے بنتے ہیں، خطی جوڑا (Linear Pair) کہلاتے ہیں۔

خطی جوڑوں کا مجموعہ ہمیشہ 180° ہوتا ہے۔

APSCERT

Opposite angles, like ∠b and ∠d, formed by two lines intersecting each other, are called vertically opposite angles. Vertically opposite angles are always equal to each other.

From the above reasoning, we conclude that whenever two lines intersect, vertically opposite angles are equal. Such a justification is called a proof in mathematics.



Figure it Out - 5.1

List all the linear pairs and vertically opposite angles you observe in Fig. 5.3:

Linear Pairs	∠ a and ∠b, ...
Pairs of Vertically Opposite Angles	∠ b and ∠d, ...

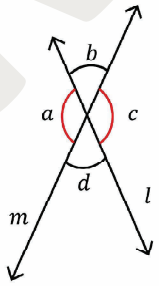


Fig. 5.3

You might have noticed that when you measure linear pairs, sometimes they may not add up to 180°. Or, when you measure vertically opposite angles they may be unequal sometimes. What are the reasons for this? There could be different reasons:

- Measurement errors because of improper use of measuring instruments - in this case, a protractor
- Variation in the thickness of the lines drawn. The "ideal" line in geometry does not have any thickness! But it is not possible for us to draw lines without any thickness

In geometry, we create ideal versions of "lines" and other shapes we see around us, and analyse the relationships between them. For example, we know that the angle formed by a straight line is 180°. So, if another line divides this angle into two parts, both parts should add up to 180°. We arrive at this simply through reasoning and not by measurement.

APSCERT

مخالف زاویے، جیسے ∠b اور ∠d ، جو دو متقاطع خطوط سے بنتے ہیں، متقابل بالرأس زاویے کہلاتے ہیں۔

متقابل بالرأس زاویے ہمیشہ ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں۔

اوپر دی گئی دلیل سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ جب بھی دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں، تو متقابل بالرأس زاویے برابر ہوتے ہیں۔ ریاضی میں ایسی توجیہ کو ثبوت کہا جاتا ہے۔



حل کیجیے-5.1

شکل 5.3 میں تمام خطی جوڑوں اور مقابل زاویوں کی فہرست بنائیے:

خطی جوڑے:	∠a اور ∠b ، ...
متقابل بالرأس زاویوں کے جوڑے:	∠b اور ∠d ، ...

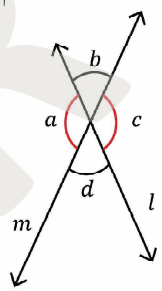


Fig. 5.3

پیمائش اور جیومیٹری

آپ نے شاید یہ محسوس کیا ہوگا کہ جب آپ خطی جوڑوں کی پیمائش کرتے ہیں، تو بعض اوقات ان کا مجموعہ 180° نہیں بنتا۔ یا جب آپ متقابل بالرأس زاویوں کی پیمائش کرتے ہیں تو کبھی کبھی وہ برابر نہیں ہوتے۔ اس کی کیا وجوہات ہو سکتی ہیں؟ مختلف وجوہات ہو سکتی ہیں:

- پیمائشی آلات — اس صورت میں منقلہ — کے غلط استعمال کی وجہ سے پیمائش میں غلطی۔
- کھینچی گئی لکیروں کی موٹائی میں فرق۔ ہندسہ میں "مثالی" خط کی کوئی موٹائی نہیں ہوتی، لیکن ہمارے لیے بغیر موٹائی کے خطوط کھینچنا ممکن نہیں۔

جیومیٹری میں ہم اپنے اردگرد نظر آنے والے "خطوط" اور دوسری اشکال کی مثالی صورتیں بناتے ہیں اور ان کے درمیان تعلقات کا مطالعہ کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر ہم جانتے ہیں کہ سیدھے خط سے بننے والا زاویہ 180° ہوتا ہے۔ اس لیے اگر کوئی دوسرا خط اس زاویے کو دو حصوں میں تقسیم کرے، تو دونوں حصوں کا مجموعہ 180° ہونا چاہیے۔ ہم اس نتیجے تک صرف استدلال کی بنیاد پر پہنچتے ہیں، نہ کہ پیمائش کی بنیاد پر۔

APSCERT

When we measure, it might not be exactly so, for the reasons mentioned above. Still the measurements come out very close to what we predict, because of which geometry finds widespread application in different disciplines such as physics, art, engineering and architecture.

5.2 Perpendicular Lines

Can you draw a pair of intersecting lines such that all four angles are equal? Can you figure out what will be the measure of each angle?

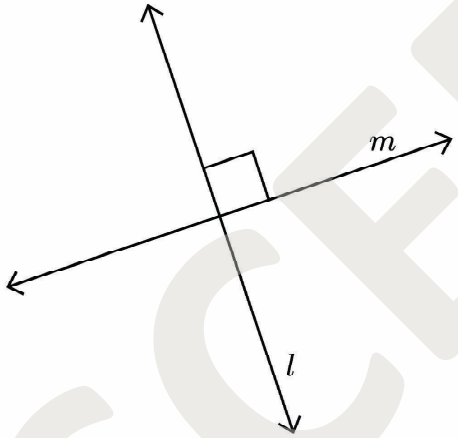


Fig. 5.4

If two lines intersect and all four angles are equal, then each angle must be a right angle (90°).

Perpendicular lines are a pair of lines which intersect each other at right angles (90°). In Fig. 5.4, we can say that lines *l* and m are perpendicular to each other.

5.3 Between Lines

Observe Fig. 5.5 and describe the way the line segments meet or cross each other in each case, with appropriate mathematical words (a point, an endpoint, the midpoint, meet, intersect and the degree measure of each angle).

For example, line segments FG and FH meet at the endpoint F at an angle 115°.

APSCERT

جب ہم پیمائش کرتے ہیں تو اوپر بیان کی گئی وجوہات کی بنا پر نتائج بالکل درست نہیں آتے۔ پھر بھی پیمائشیں ہماری پیش گوئی کے بہت قریب ہوتی ہیں، اسی وجہ سے ہندسہ کا استعمال طبیعیات، فن، انجینئرنگ اور تعمیرات جیسے مختلف شعبوں میں وسیع پیمانے پر کیا جاتا ہے۔

5.2 عمودی خطوط

کیا آپ ایسے دو متقاطع خطوط کھینچ سکتے ہیں کہ چاروں زاویے برابر ہوں؟ کیا آپ معلوم کر سکتے ہیں کہ ہر زاویے کی پیمائش کتنی ہو گی؟

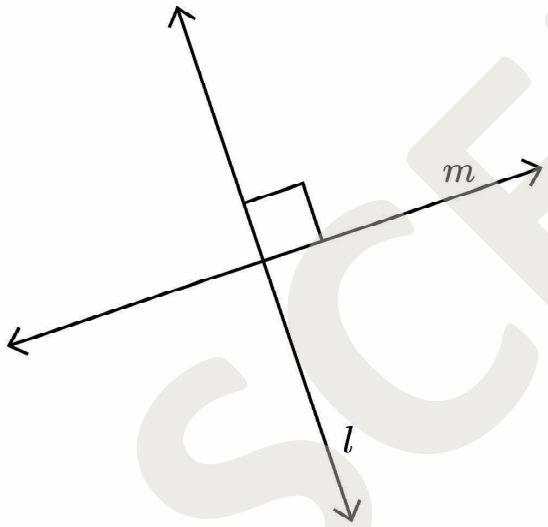


Fig. 5.4

اگر دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کریں اور چاروں زاویے برابر ہوں، تو ہر زاویہ لازماً قائمہ زاویہ (90°) ہو گا۔ **عمودی خطوط** ایسے خطوط کا جوڑا ہیں جو ایک دوسرے کو قائمہ زاویہ (90°) پر قطع کرتے ہیں۔ شکل 5.4 میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ خط l اور خط m ایک دوسرے پر عمود ہیں۔

5.3 خطوط کے درمیان تعلق

شکل 5.5 کا مشاہدہ کیجیے اور بیان کیجیے کہ ہر صورت میں خطی قطعات کس طرح ایک دوسرے سے ملتے یا ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ مناسب ریاضیاتی الفاظ استعمال کیجیے، جیسے: نقطہ، آخری نقطہ، وسطی نقطہ، ملنا، قطع کرنا، اور ہر زاویے کی درجۂ پیمائش۔

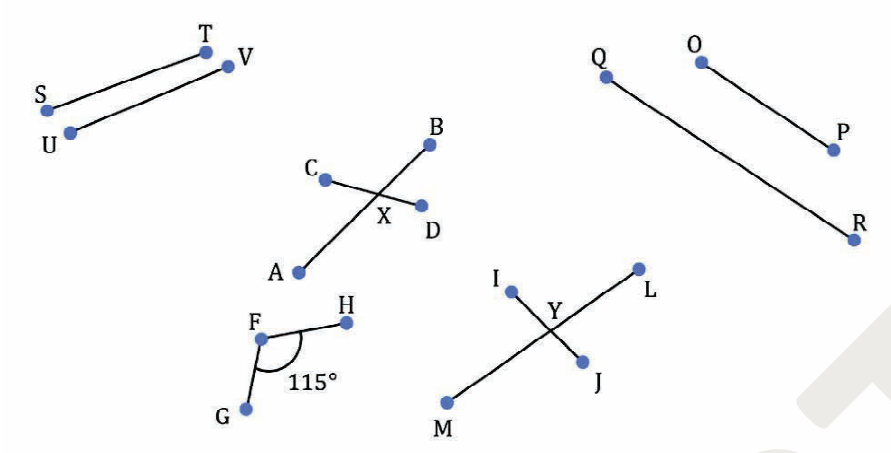


Fig. 5.5

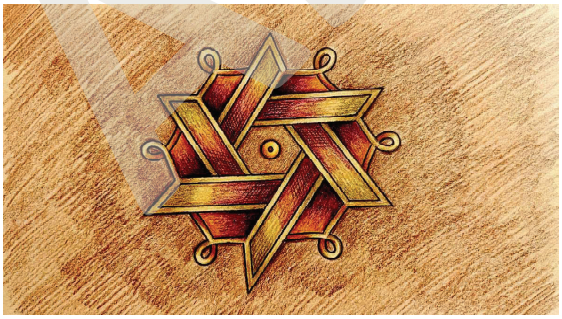
Are line segments ST and UV likely to meet if they are extended? Are line segments OP and QR likely to meet if they are extended? Here are some examples of lines we notice around us.

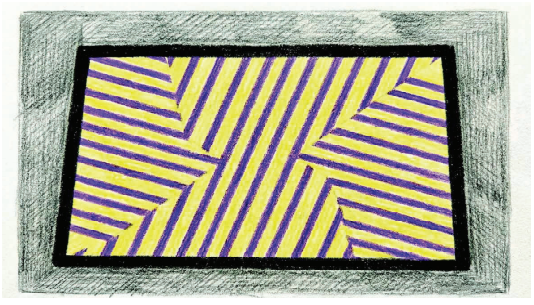


What is common to the lines in the pictures above? They do not seem likely to intersect each other. Such lines are called parallel lines.

Parallel lines are a pair of lines that lie on the same plane, and do not meet however far we extend them at both ends.

Name some parallel lines you can spot in your classroom.





Parallel lines are often used in artwork and shading.

Which pairs of lines appear to be parallel in Fig. 5.6 below?

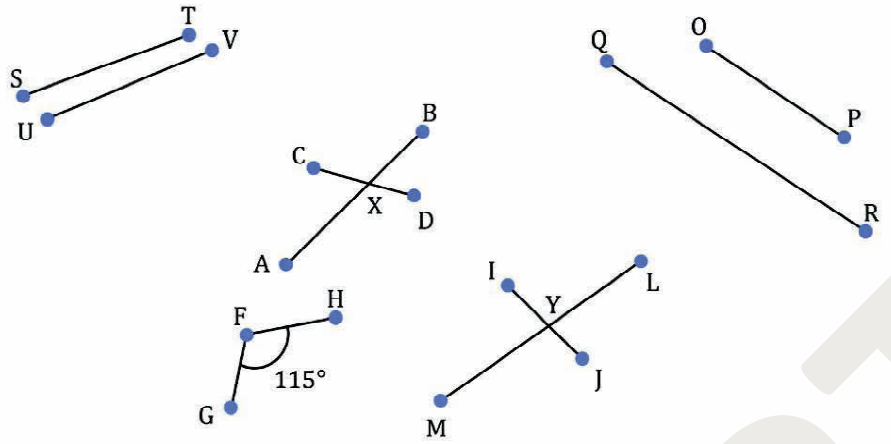


Fig. 5.5

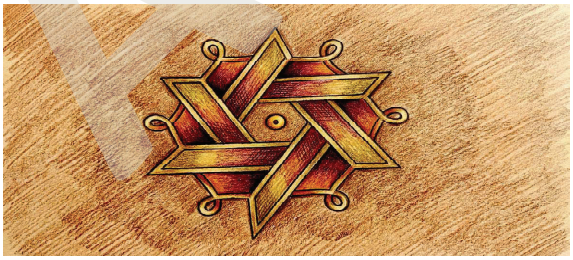
کیا خطی قطعے ST اور UV کو آگے بڑھانے پر ان کے ملنے کا امکان ہے؟ کیا خطی قطعے OP اور QR کو آگے بڑھانے پر ان کے ملنے کا امکان ہے؟ ذیل میں ہمارے اطراف نظر آنے والے خطوط کی کچھ مثالیں دی گئی ہیں۔

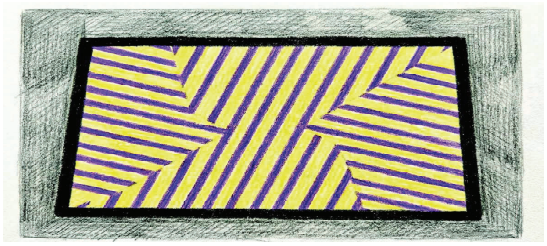


اوپر دی گئی تصویروں میں خطوط کی کون سی بات مشترک ہے؟ ایسا معلوم ہوتا ہے کہ وہ ایک دوسرے کو قطع نہیں کریں گے۔ ایسے خطوط کو متوازی خطوط کہتے ہیں۔

متوازی خطوط ایسے خطوط کا جوڑا ہیں جو ایک ہی مستوی سطح میں ہوں اور دونوں سروں پر جتنا بھی بڑھائے جائیں، کبھی نہیں ملیں گے۔

اپنے کمرہ جماعت میں نظر آنے والے کچھ متوازی خطوط کے نام بتائیے۔





متوازی خطوط اکثر فن پاروں اور شیڈنگ میں استعمال ہوتے ہیں۔

شکل 5.6 میں کون سے خطوط کے جوڑے متوازی دکھائی دیتے ہیں؟

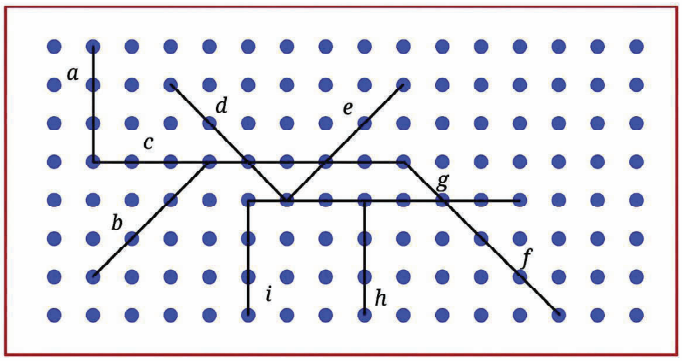


Fig. 5.6

Note to the Teacher: It is important that the lines lie on the same plane. A line drawn on a table and a line drawn on the board may never meet but that does not make them parallel.

5.4 Parallel and Perpendicular Lines in Paper Folding

Activity 2

Take a plain square sheet of paper (use a newspaper for this activity).

- How would you describe the opposite edges of the sheet? They are _____ to each other.
- How would you describe the adjacent edges of the sheet? The adjacent edges are _____ to each other. They meet at a point. They form right angles.
- Fold the sheet horizontally in half. A new line is formed (see Fig. 5.7).
- How many parallel lines do you see now? How does the new line segment relate to the vertical sides?

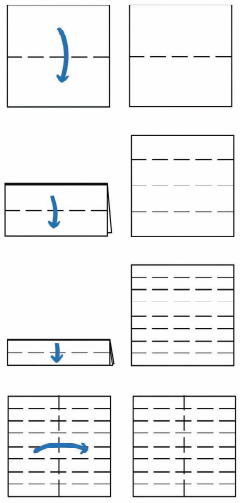


Fig. 5.7

APSCERT

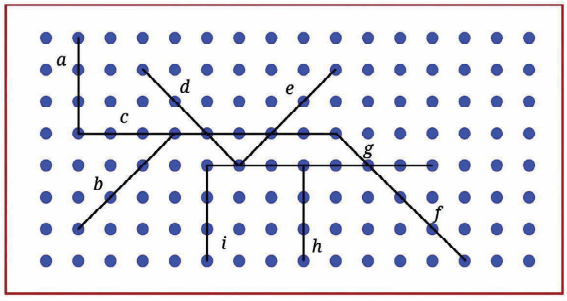


Fig. 5.6

استاد کے لیے نوٹ: یہ بات اہم ہے کہ خطوط ایک ہی مستوی سطح میں ہوں۔ میز پر کھینچا گیا ایک خط اور تختہ سیاہ پر کھینچا گیا دوسرا خط شاید کبھی نہ ملیں، لیکن اس کا مطلب یہ نہیں کہ وہ متوازی خطوط ہیں۔

5.4 کاغذ کو موڑ کر متوازی اور عمودی خطوط

سرگرمی 2

ایک سادہ مربع کاغذ لیجیے (اس سرگرمی کے لیے اخبار بھی استعمال کیا جا سکتا ہے)۔

- آپ کاغذ کے آمنے سامنے کناروں کو کس طرح بیان کریں گے؟ وہ ایک دوسرے کے _____ ہیں۔
- آپ کاغذ کے ملحقہ کناروں کو کس طرح بیان کریں گے؟ ملحقہ کنارے ایک دوسرے کے _____ ہیں۔ وہ ایک نقطے پر ملتے ہیں اور قائمہ زاویے بناتے ہیں۔
- کاغذ کو افقی طور پر آدھا تہہ کیجیے۔ ایک نئی لکیر بنے گی (شکل 5.7 دیکھیے)۔
- اب آپ کو کتنی متوازی لکیریں نظر آتی ہیں؟ نئی خطی قطعہ کا عمودی کناروں کے ساتھ کیا تعلق ہے؟

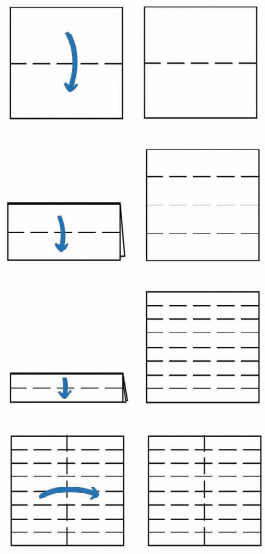


Fig. 5.7

- Make one more horizontal fold in the folded sheet. How many parallel lines do you see now?
- What will happen if you do it once more? How many parallel lines will you get? Is there a pattern? Check if the pattern extends further, if you make another horizontal fold.
- Make a vertical fold in the square sheet. This new vertical line is to the previous horizontal lines.
- Fold the sheet along a diagonal. Can you find a fold that creates a line parallel to the diagonal line?

Here is another activity for you to try.

- Take a square sheet of paper, fold it in the middle and unfold it.
- Fold the edges towards the centre line and unfold them.
- Fold the top right and bottom left corners onto the creased line to create triangles. Refer to Fig. 5.8.
- The triangles should not cross the crease lines.
- Are *a*, *b* and *c* parallel to *p*, *q* and *r* respectively? Why or why not?

Notations

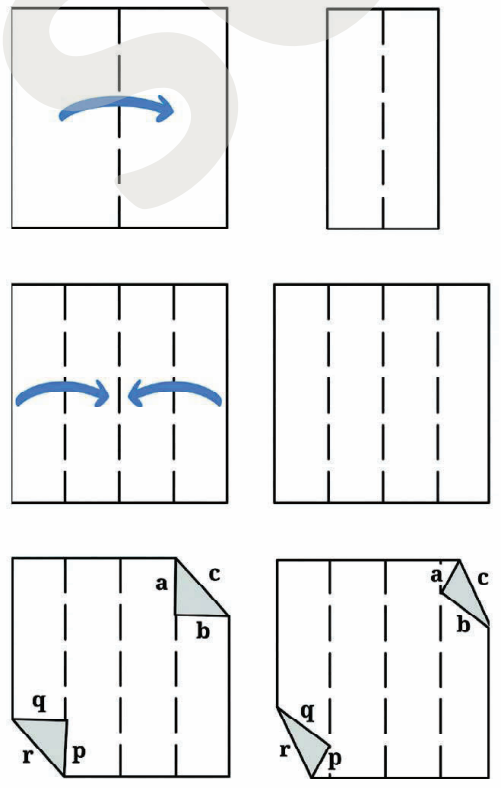


Fig. 5.8

APSCERT

- موڑے گئے کاغذ میں ایک اور افقی موڑ بنائیے۔ اب آپ کو کتنی متوازی لکیریں نظر آتی ہیں؟
- اگر آپ یہی عمل ایک بار اور کریں تو کیا ہو گا؟ آپ کو کتنی متوازی لکیریں حاصل ہوں گی؟ کیا اس میں کوئی نمونہ نظر آتا ہے؟ اگر آپ ایک اور افقی موڑ بنائیں تو دیکھیں کہ کیا یہ نمونہ آگے بھی جاری رہتا ہے۔
- مربع کاغذ میں ایک عمودی موڑ بنائیے۔ یہ نئی عمودی لکیر، پچھلی افقی لکیروں کے _____ ہے۔
- کاغذ کو ایک قطر کے ساتھ موڑیے۔ کیا آپ ایسی موڑ بنا سکتے ہیں جو قطری لکیر کے متوازی ہو؟ آپ کے لیے ایک اور سرگرمی اس کی کوشش کیجیے۔
- ایک مربع کاغذ لیجیے، اسے درمیان سے موڑیے اور پھر کھول دیجیے۔
- کناروں کو درمیان والی لکیر کی طرف موڑیے اور پھر کھول دیجیے۔
- اوپر دائیں اور نیچے بائیں کونوں کو تہہ نشین والی لکیر پر موڑیے تاکہ مثلث بن جائیں۔ شکل 5.8 دیکھیے۔
- مثلثوں کو تہہ نشین والی لکیروں سے آگے نہیں جانا چاہیے۔
- کیا a ، b اور c بالترتیب p ، q اور r کے متوازی ہیں؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

علامات (Notations)

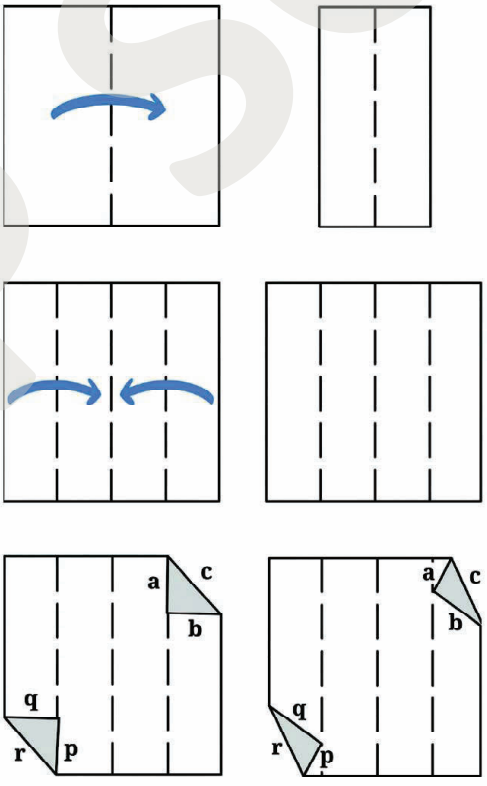


Fig. 5.8

In mathematics, we use an arrow mark (>) to show that a set of lines is parallel. If there is more than one set of parallel lines (as in Fig. 5. 9), the second set is shown with two arrow marks and so on. Perpendicular lines are marked with a square angle between them.

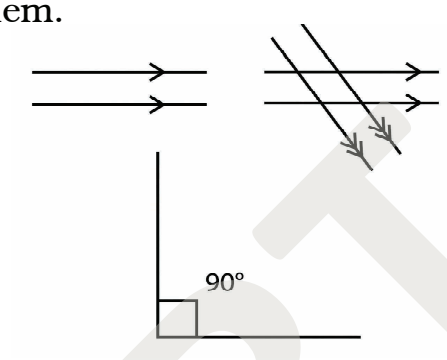


Fig. 5.9



Figure it Out - 5.2

1. Draw some lines perpendicular to the lines given on the dot paper in Fig. 5.10.

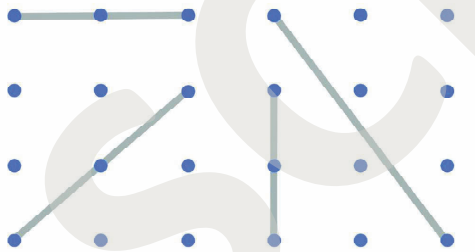


Fig. 5.10

2. In Fig. 5.11, mark the parallel lines using the notation given above (single arrow, double arrow etc.). Mark the angle between perpendicular lines with a square symbol.
   (a) How did you spot the perpendicular lines?
   (b) How did you spot the parallel lines?

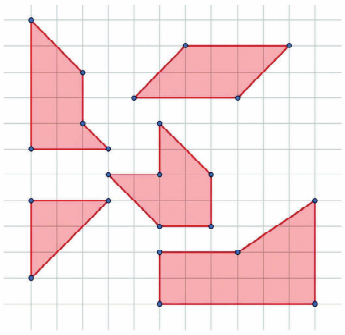


Fig. 5.11

AP SCERT

ریاضی میں ہم یہ ظاہر کرنے کے لیے کہ کچھ خطوط متوازی ہیں، تیر کا نشان (>) استعمال کرتے ہیں۔ اگر متوازی خطوط کے ایک سے زیادہ مجموعے ہوں (جیسا کہ شکل 5.9 میں)، تو دوسرے مجموعے کو دو تیروں کے نشانات سے ظاہر کیا جاتا ہے، وغیرہ۔ عمودی خطوط کے درمیان قائمہ زاویہ ایک مربع نشان سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

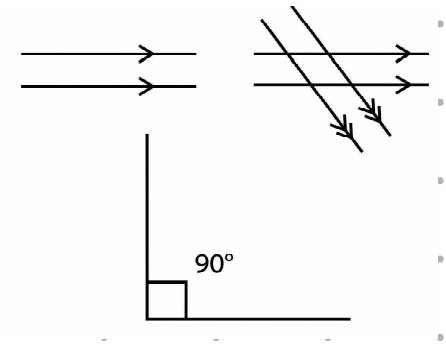


Fig. 5.9



حل کیجیے-5.2

1. شکل 5.10 میں نقطوں والے کاغذ پر دی گئی لکیروں کے عمود کچھ لکیریں کھینچیے۔

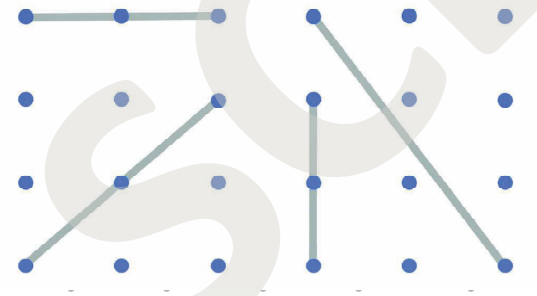


Fig. 5.10

2. شکل 5.11 میں، اوپر دی گئی علامتوں (ایک تیر، دو تیر وغیرہ) کا استعمال کرتے ہوئے متوازی خطوط کو نشان زد کیجیے۔ عمودی خطوط کے درمیان زاویے کو مربع نشان سے ظاہر کیجیے۔

(a) آپ نے عمودی خطوط کو کیسے پہچانا؟

(b) آپ نے متوازی خطوط کو کیسے پہچانا؟

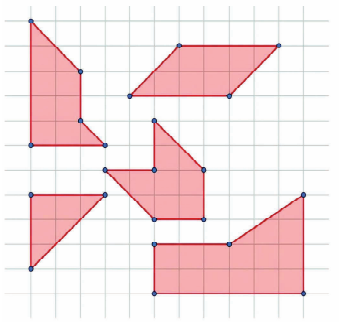


Fig. 5.11

APSCERT

3. In the dot paper following, draw different sets of parallel lines. The line segments can be of different lengths but should have dots as endpoints.

4. Using your sense of how parallel lines look, try to draw lines parallel to the line segments on this dot paper.

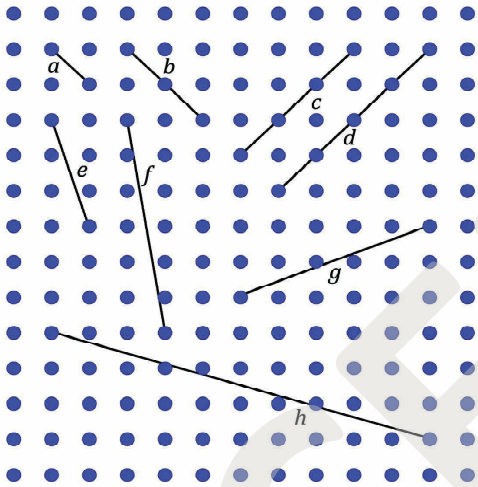


Fig. 5.12

(a) Did you find it challenging to draw some of them?

(b) Which ones?

(c) How did you do it?

5. In Fig. 5.13, which line is parallel to line *a*, line *b* or line *c*? How do you decide this?

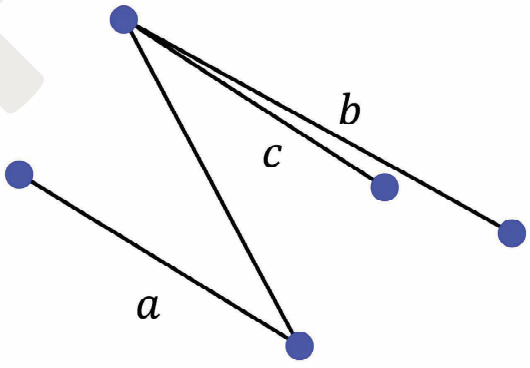


Fig. 5.13

APSCERT

3. درج ذیل نقطوں والے کاغذ پر متوازی خطوط کے مختلف مجموعے کھینچیے۔ خطی قطعے مختلف لمبائیوں کے ہو سکتے ہیں، لیکن ان کے آخری سرے نقطوں پر ہونے چاہئیں۔

4. متوازی خطوط کی شکل کے بارے میں اپنے اندازے کو استعمال کرتے ہوئے، اس نقطوں والے کاغذ پر دیے گئے خطی قطعوں کے متوازی خطوط کھینچنے کی کوشش کیجیے۔

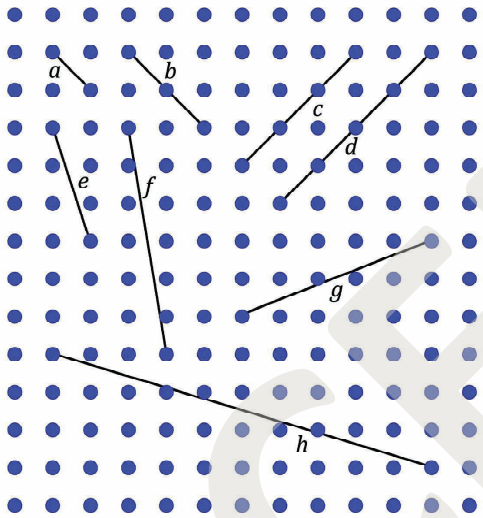


Fig. 5.12

(a) کیا آپ کو ان میں سے کچھ خطوط کھینچنے میں دشواری محسوس ہوئی؟

(b) کون سے خطوط میں؟

(c) آپ نے یہ کیسے کیا؟

5. شکل 5.13 میں، خط a کے متوازی کون سا خط ہے — خط b یا خط c ؟ آپ یہ کیسے طے کرتے ہیں؟

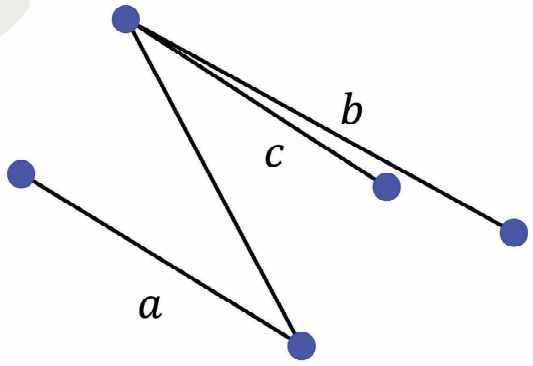


Fig. 5.13

AP SCERT

Note to the Teacher: It is easier to draw vertical and horizontal lines and the ones inclined at 45° (on rectangular dot sheets), but drawing a line parallel to one which has a different orientation is slightly harder. Let students use their intuition for this.

From previous exercises we observed that sometimes it is difficult to be sure whether two lines are parallel. To determine this we use the idea of transversals.

5.5 Transversals

We saw what happens when two lines intersect in different ways. Let us explore what happens when one line intersects two different lines.

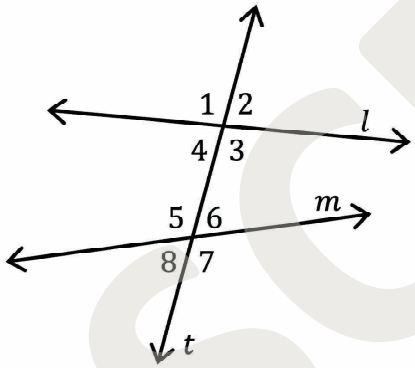


Fig. 5.14

In Fig. 5.14, line t intersects lines *l* and m. t is called a transversal. Notice that 8 angles are formed when a line crosses a pair of lines.

Is it possible for all the eight angles to have different measurements? Why, why not?

What about four different angles - 6, 5, 3 and 2?

In Fig. 5.14, since $\angle$ 1 and $\angle$ 3 are vertically opposite angles, they are equal. Are there other pairs of vertically opposite angles? We can see that there are a total of four pairs of vertically opposite angles and in each pair, the angles are equal to each other.

Thus, when a transversal intersects two lines, it forms eight angles with a maximum of four distinct angle measures.

APSCERT

استاد کے لیے نوٹ: عمودی اور افقی خطوط کھینچنا، اور $45°$ پر مائل خطوط (مستطیلی نقطوں والے کاغذ پر) کھینچنا نسبتاً آسان ہوتا ہے، لیکن کسی مختلف زاویے پر مائل خط کے متوازی خط کھینچنا کچھ زیادہ مشکل ہوتا ہے۔ طلبہ کو اس کے لیے اپنی فطری سمجھ استعمال کرنے دیجیے۔

پچھلی مشقوں سے ہم نے دیکھا کہ بعض اوقات یہ یقین سے کہنا مشکل ہوتا ہے کہ دو خطوط متوازی ہیں یا نہیں۔ اس بات کا تعین کرنے کے لیے ہم قاطع خط کا تصور استعمال کرتے ہیں۔

5.5 قاطع خط (Transversals)

ہم نے دیکھا کہ جب دو خطوط مختلف طریقوں سے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں تو کیا ہوتا ہے۔ اب ہم دیکھتے ہیں کہ جب ایک خط دو مختلف خطوط کو قطع کرتا ہے تو کیا ہوتا ہے۔

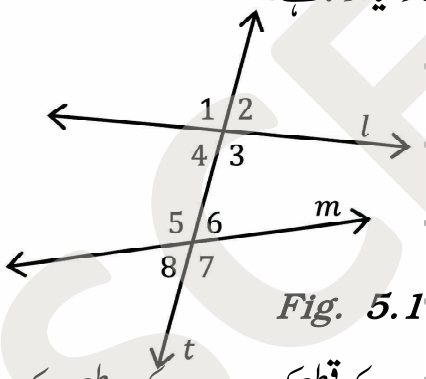


Fig. 5.14

شکل 5.14 میں، خط t خطوط l اور m کو قطع کرتا ہے۔ t کو قاطع خط کہا جاتا ہے۔

غور کیجیے کہ جب ایک خط دو خطوط کو قطع کرتا ہے تو 8 زاویے بنتے ہیں۔

- کیا یہ ممکن ہے کہ تمام آٹھ زاویوں کی پیمائش مختلف ہو؟ کیوں یا کیوں نہیں؟
- چار مختلف زاویوں — 6، 5، 3 اور 2 — کے بارے میں کیا خیال ہے؟

شکل 5.14 میں، چونکہ $\angle 1$ اور $\angle 3$ متقابل بالرأس زاویے ہیں، اس لیے وہ برابر ہیں۔ کیا متقابل بالرأس زاویوں کے دوسرے جوڑے بھی موجود ہیں؟ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ متقابل بالرأس زاویوں کے کل چار جوڑے ہیں، اور ہر جوڑے میں زاویے ایک دوسرے کے برابر ہیں۔

لہٰذا، جب ایک قاطع خط دو خطوط کو قطع کرتا ہے، تو وہ آٹھ زاویے بناتا ہے جن میں زیادہ سے زیادہ چار مختلف پیمائشیں ہو سکتی ہیں۔

5.6 Corresponding Angles

In Fig. 5.14, we notice that the transversal t forms two sets of angles - one with line *l* and another with line m. There are angles in the first set that correspond to angles in the second set based on their position. $\angle 1$ and $\angle 5$ are called corresponding angles. Similarly, $\angle 2$ and $\angle 6$, $\angle 3$ and $\angle 7$, $\angle 4$ and $\angle 8$ are the corresponding angles formed when transversal t intersects lines *l* and *m*.

Activity 3

Draw a pair of lines and a transversal such that they form two distinct angles.

Step 1: Draw a line *l* and a transversal t intersecting it at point X.

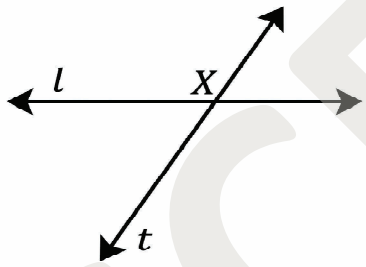


Fig. 5.15

Step 2: Measure $\angle$ a formed by lines *l* and t (let us say it is 60°).

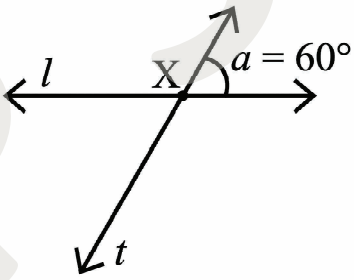


Fig. 5.16

How many distinct angles have formed now?

If one angle is 60°, the other angle of the linear pair should be 120°.

So, we already have two distinct angles.

So, when we draw another line intersecting the transversal t we wish to form only two angles, 60° and 120°.

Step 3: Mark a point Y on line t.

5.6 متناظر زاویے

شکل 5.14 میں ہم دیکھتے ہیں کہ قاطع خط t دو مجموعے زاویے بناتا ہے — ایک خط l کے ساتھ اور دوسرا خط m کے ساتھ۔ پہلے مجموعے کے کچھ زاویے اپنی جگہ کے اعتبار سے دوسرے مجموعے کے زاویوں کے متناظر ہوتے ہیں۔

$\angle 1$ اور $\angle 5$ کو متناظر زاویے کہا جاتا ہے۔ اسی طرح $\angle 2$ اور $\angle 6$، $\angle 3$ اور $\angle 7$، اور $\angle 4$ اور $\angle 8$ وہ متناظر زاویے ہیں جو اس وقت بنتے ہیں جب قاطع خط t خطوط l اور m کو قطع کرتا ہے۔

سرگرمی 3

ایسے دو خطوط اور ایک قاطع خط کھینچیے کہ وہ دو مختلف زاویے بنائیں۔

مرحلہ 1: ایک خط l اور ایک قاطع خط t کھینچیے جو سے نقطہ X پر قطع کرے۔

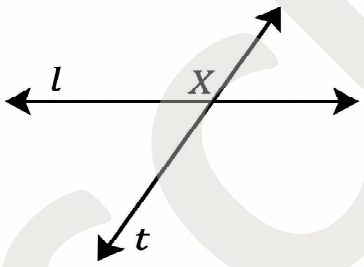


Fig. 5.15

مرحلہ 2: خطوط l اور t سے بننے والے زاویہ $\angle a$ کی پیمائش کیجیے (فرض کریں یہ $60°$ ہے)۔

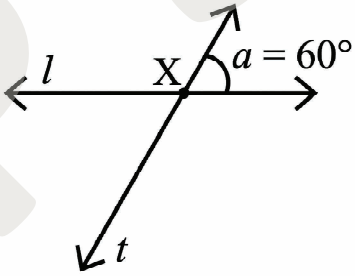


Fig. 5.16

اب کتنے مختلف زاویے بنے ہیں؟

اگر ایک زاویہ $60°$ ہو، تو خطی جوڑے کا دوسرا زاویہ $120°$ ہونا چاہیے۔

لہٰذا ہمارے پاس پہلے ہی دو مختلف زاویے موجود ہیں۔

اب جب ہم قاطع خط t کو قطع کرنے والا ایک اور خط کھینچیں گے،

تو ہماری خواہش ہے کہ صرف دو زاویے $60°$ اور $120°$ ہی بنیں۔

مرحلہ 3: خط t پر ایک نقطہ Y نشان زد کیجیے۔

AP SCERT

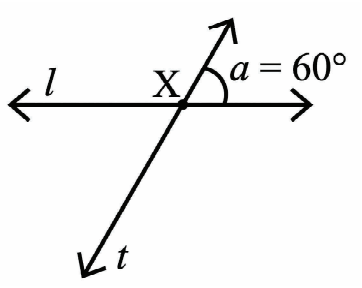


Fig. 5.17

Step 4: Draw a line m through point Y that forms a 60° angle to line t. This can be done either by copying ∠a with a tracing paper or you can use a protractor to measure the angles.

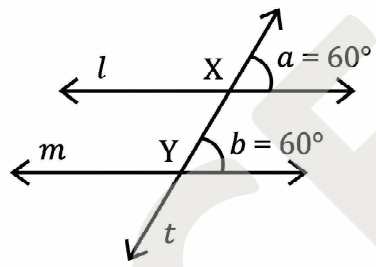


Fig. 5.18

What do you observe about lines l and m ? Do they appear to be parallel to each other?

Yes, they do appear to be parallel to each other.

Angles, ∠ a and ∠b are corresponding angles formed by the transversal t on lines l and m. These corresponding angles are equal to each other.

From this we can observe:

When the corresponding angles formed by a transversal on a pair of lines are equal to each other, then the pair of lines are parallel to each other.

Suppose, we have a transversal intersecting two parallel lines. What can be said about the corresponding angles?

Activity 4

Fig. 5.19 has a pair of parallel lines l and m (what is the notation used in the figure to indicate they are parallel?). Line t is the

© NCERT

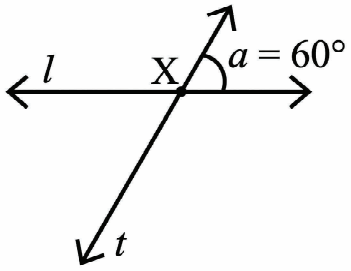


Fig. 5.17

مرحلہ 4: نقطہ Y سے گزرتا ہوا ایک خط m کھینچیے جو خط t کے ساتھ 60° کا زاویہ بنائے۔ یہ یا تو زاویہ a∠ کو ٹریسنگ پیپر کی مدد سے نقل کر کے کیا جا سکتا ہے یا پھر منقلہ استعمال کر کے زاویے کی پیمائش کی جا سکتی ہے۔

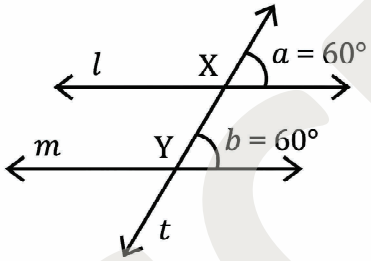


Fig. 5.18

آپ خطوط l اور m کے بارے میں کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟ کیا وہ ایک دوسرے کے متوازی دکھائی دیتے ہیں؟

جی ہاں، وہ ایک دوسرے کے متوازی دکھائی دیتے ہیں۔

زاویے a∠ اور b∠ وہ متناظر زاویے ہیں جو قاطع خط t کے ذریعے خطوط l اور m پر بنتے ہیں۔ یہ متناظر زاویے ایک دوسرے کے برابر ہیں۔

اس سے ہم یہ مشاہدہ کرتے ہیں:

جب کسی قاطع خط کے ذریعے دو خطوط پر بننے والے متناظر زاویے ایک دوسرے کے برابر ہوں، تو وہ دونوں خطوط ایک دوسرے کے متوازی ہوتے ہیں۔

فرض کیجیے کہ ایک قاطع خط دو متوازی خطوط کو قطع کرتا ہے۔ متناظر زاویوں کے بارے میں کیا کہا جا سکتا ہے؟

سرگرمی 4

شکل 5.19 میں متوازی خطوط l اور m کا ایک جوڑا ہے (شکل میں ان کے متوازی ہونے کو ظاہر کرنے کے لیے کون سی علامت استعمال کی گئی ہے؟)۔ خط t قاطع خط ہے۔

transversal across these two lines. ∠a and ∠b are corresponding angles. Take a tracing paper and trace ∠ a on it. Now place this tracing paper over ∠b and see if the angles align exactly. You will observe that the angles match. Check the other corresponding angles in the figure using a protractor. Are all the corresponding angles equal to each other?

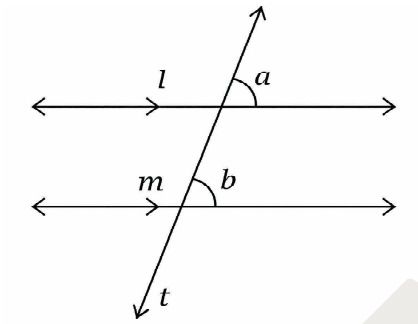


Fig. 5.19

Corresponding angles formed by a transversal intersecting a pair of parallel lines are always equal to each other.

Activity 5

In Fig. 5.20, draw a transversal t to the lines l and m such that one pair of corresponding angles is equal. You can measure the angles with a protractor.

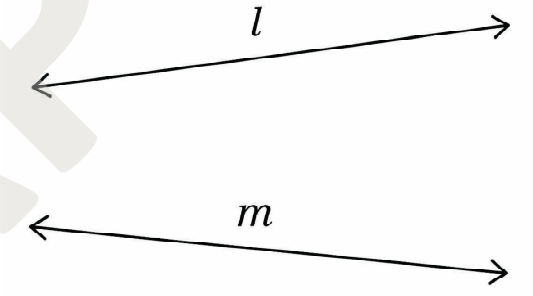


Fig. 5.20

Are you finding it hard to draw a transversal such that the corresponding angles are equal?

خط t ان دونوں خطوط کو قطع کرنے والا قاطع خط ہے۔ ∠a اور ∠b متناظر زاویے ہیں۔ ایک ٹریسنگ پیپر لیجیے اور اس پر ∠a نقل کیجیے۔

اب اس ٹریسنگ پیپر کو ∠b پر رکھ کر دیکھیے کہ کیا دونوں زاویے بالکل ایک دوسرے پر آتے ہیں۔

آپ مشاہدہ کریں گے کہ دونوں زاویے آپس میں مل جاتے ہیں۔ شکل میں موجود دوسرے متناظر زاویوں کو بھی منقلہ کی مدد سے جانچیے۔ کیا تمام متناظر زاویے ایک دوسرے کے برابر ہیں؟

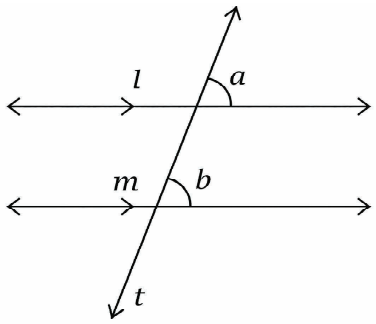


Fig. 5.19

قاطع خط کے ذریعے متوازی خطوط کے ایک جوڑے پر بننے والے متناظر زاویے ہمیشہ ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں۔

سرگرمی 5

شکل 5.20 میں خطوط l اور m پر ایک قاطع خط t کھینچیے اس طرح کہ متناظر زاویوں کا ایک جوڑا برابر ہو۔ آپ منقلہ کی مدد سے زاویوں کی پیمائش کر سکتے ہیں۔

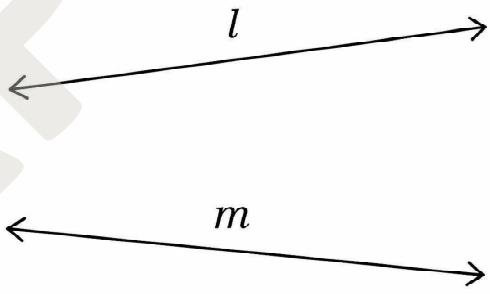


Fig. 5.20

کیا آپ کو ایسا قاطع خط کھینچنے میں دشواری ہو رہی ہے جس میں متناظر زاویے برابر ہوں؟

When a pair of lines are not parallel to each other, the corresponding angles formed by a transversal can never be equal to each other.

5.7 Drawing Parallel Lines

Can you draw a pair of parallel lines using a ruler and a set square? Fig. 5.21 shows how you can do it.

Draw a line l with a scale. By sliding your set square you can make two lines perpendicular to line l.

Are these two lines parallel to each other? How are we sure that they are parallel to each other? What angles are formed between these lines and line l?

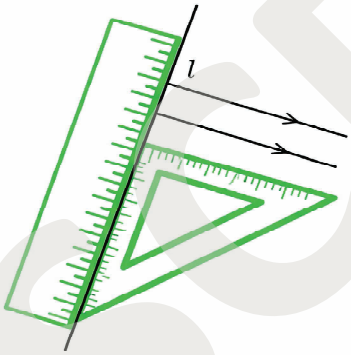


Fig. 5.21

Since we used a set square, the angles measure 90°. The position of the lines is different, but they make the same angle with l. If line l is seen as a transversal to the two new lines, then the corresponding angles measure 90°.

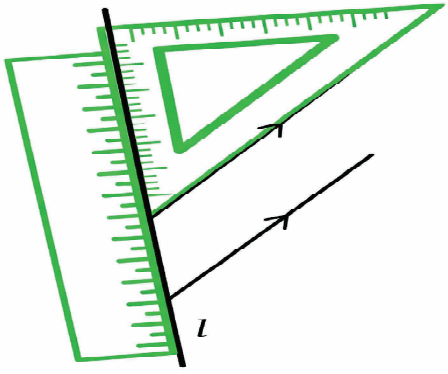


Fig. 5.22

جب خطوط کا ایک جوڑا ایک دوسرے کے متوازی نہ ہو، تو کسی قاطع خط کے ذریعے بننے والے متناظر زاویے کبھی بھی ایک دوسرے کے برابر نہیں ہو سکتے۔

5.7 متوازی خطوط کھینچنا

کیا آپ خط کش اور سیٹ اسکوائر کی مدد سے متوازی خطوط کا ایک جوڑا کھینچ سکتے ہیں؟

شکل 5.21 میں دکھایا گیا ہے کہ یہ کیسے کیا جا سکتا ہے۔

خط کش کی مدد سے ایک خط l کھینچیے۔ سیٹ اسکوائر کو سرکا کر آپ خط l پر دو عمودی خطوط کھینچ سکتے ہیں۔

کیا یہ دونوں خطوط ایک دوسرے کے متوازی ہیں؟ ہمیں کیسے یقین ہے کہ یہ متوازی ہیں؟ ان خطوط اور خط l کے درمیان کون سے زاویے بنتے ہیں؟

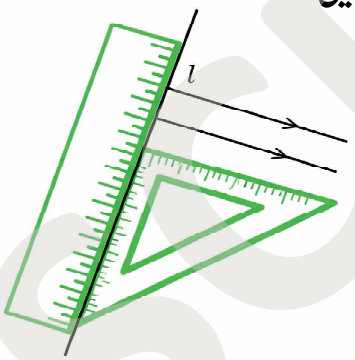


Fig. 5.21

چونکہ ہم نے سیٹ اسکوائر استعمال کیا ہے، اس لیے زاویوں کی پیمائش $90°$ ہو گی۔ خطوط کی جگہ مختلف ہے، لیکن وہ خط l کے ساتھ ایک ہی زاویہ بناتے ہیں۔ اگر خط l کو ان دونوں نئے خطوط کے لیے قاطع خط سمجھا جائے، تو متناظر زاویے $90°$ کے ہوں گے۔

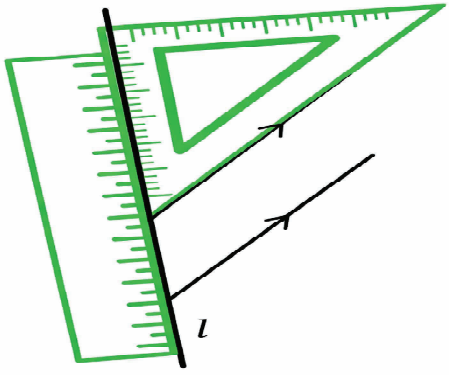


Fig. 5.22

As we know these are corresponding angles and they are equal, we can be sure that the lines are parallel.

Draw two more parallel lines using the long side of the set square as shown in Fig. 5.22.

How do you know these two lines are parallel? Can you check if the corresponding angles are equal?

Note to the Teacher: Students should be encouraged to check the equality of corresponding angles both by using the tracing method and using protractors to measure the angles. Pay attention to the language used to make the relationship between corresponding angles and parallel lines. Equality of corresponding angles is both necessary and sufficient for the pair of lines to be parallel to each other.



Figure it Out - 5.3

Can you draw a line parallel to l, that goes through point A? How will you do it with the tools from your geometry box? Describe your method.

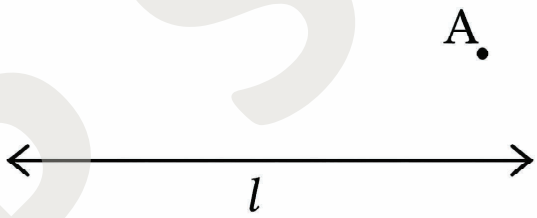


Fig. 5.23

Making Parallel Lines through Paper Folding

Let us try to do the same with paper folding. For a line l (given as a crease), how do we make a line parallel to l such that it passes through point A?

We know how to fold a piece of paper to get a line perpendicular to l. Now, try to fold a perpendicular to l such that it passes through point

A. Let us call this new crease t.

Now, fold a line perpendicular to t passing through A again. Let us call this line m. The lines l and m are parallel to each other.

جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ یہ متناظر زاویے ہیں اور برابر بھی ہیں، اس لیے ہم یقین سے کہہ سکتے ہیں کہ یہ خطوط متوازی ہیں۔

شکل 5.22 میں دکھائے گئے طریقے کے مطابق سیٹ اسکوائر کے لمبے کنارے کی مدد سے مزید دو متوازی خطوط کھینچیے۔

آپ کو کیسے معلوم ہوا کہ یہ دونوں خطوط متوازی ہیں؟ کیا آپ جانچ سکتے ہیں کہ متناظر زاویے برابر ہیں؟

استاد کے لیے نوٹ: طلبہ کو متناظر زاویوں کی برابری کو جانچنے کے لیے ٹریسنگ طریقہ اور منقلہ دونوں استعمال کرنے کی ترغیب دی جانی چاہیے۔ اس زبان پر خاص توجہ دیجیے جو متناظر زاویوں اور متوازی خطوط کے تعلق کو بیان کرنے کے لیے استعمال ہوتی ہے۔ متناظر زاویوں کی برابری متوازی خطوط ہونے کے لیے ضروری بھی ہے اور کافی بھی۔



حل کیجیے–5.3

کیا آپ خط l کے متوازی ایک ایسا خط کھینچ سکتے ہیں جو نقطہ A سے گزرے؟ آپ اسے اپنے جیومیٹری باکس کے اوزاروں کی مدد سے کیسے کریں گے؟ اپنا طریقہ بیان کیجیے۔



Fig. 5.23

کاغذ کو موڑ کر کے متوازی خطوط بنانا

آیئے اب یہی کام کاغذ موڑ کر کے کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔ اگر خط l ایک تہہ کا نشان (crease) کے طور پر دیا گیا ہو، تو ہم خط l کے متوازی ایسا خط کیسے بنائیں گے جو نقطہ A سے گزرے؟

ہم جانتے ہیں کہ کاغذ کو موڑ کر کے خط l پر عمودی خط کیسے بنایا جاتا ہے۔ اب کوشش کیجیے کہ خط l پر ایسا عمودی خط موڑ کریں جو نقطہ A سے گزرے۔ اس نئی تہہ کا نشان کو t کہتے ہیں۔

اب دوبارہ ایک ایسا خط موڑ کیجیے جو t پر عمودی ہو اور نقطہ A سے گزرے۔ اس خط کو m کہتے ہیں۔

خطوط l اور m ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔

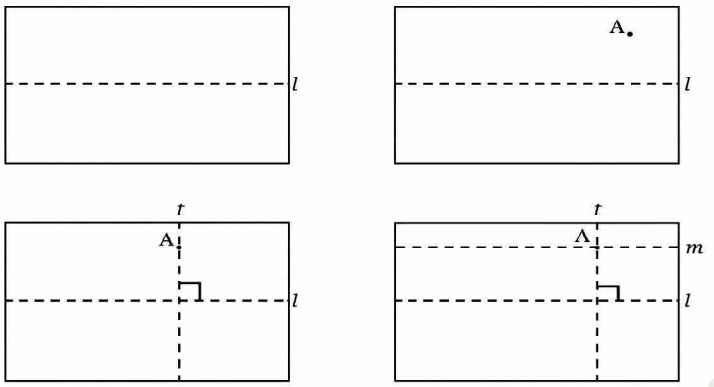


Fig. 5.24

Why are lines l and m parallel to each other?

5.8 Alternate Angles

In Fig. 5.25, $\angle$d is called the alternate angle of $\angle$f, and $\angle$c is the alternate angle of $\angle$e.

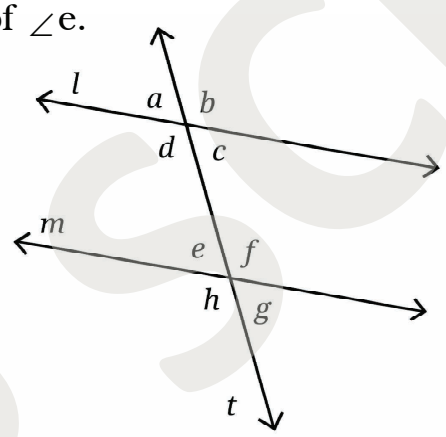


Fig. 5.25

You can find the alternate angle of a given angle, say $\angle$f, by first finding the corresponding angle of $\angle$ f, which is $\angle$ b and then finding the vertically opposite angle of $\angle$ b, which is $\angle$ d.

Activity 6

In Fig. 5.25, if $\angle$f is 120° what is the measure of its alternate angle d? We can find the measure of $\angle$ d if we know $\angle$b because they are vertically opposite angles. Remember, vertically opposite angles are equal. What is the measure of $\angle$b? It is 120° because it is the corresponding angle of $\angle$ f.

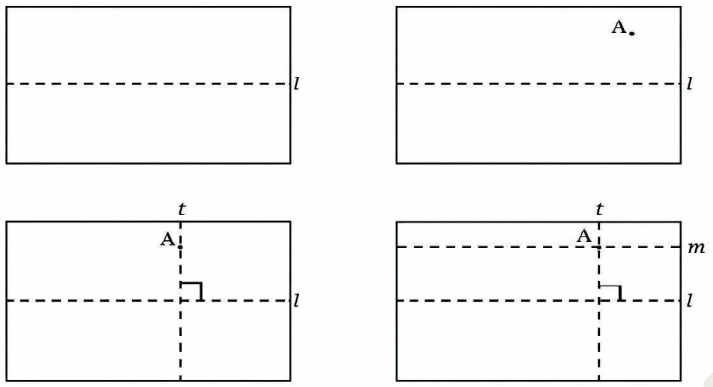


Fig. 5.24

خطوط l اور m ایک دوسرے کے متوازی کیوں ہیں؟

5.8 متبادل زاویے

شکل 5.25 میں، ∠d کو ∠f کا متبادل زاویہ کہا جاتا ہے، اور ∠c ، ∠e کا متبادل زاویہ ہے۔

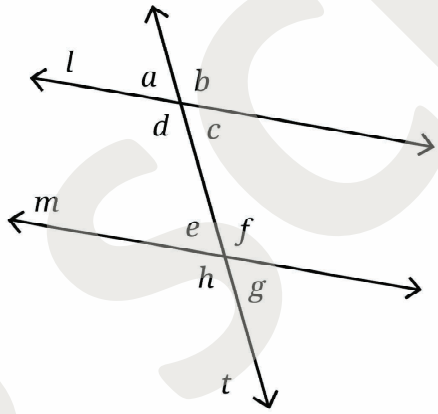


Fig. 5.25

آپ کسی دیے گئے زاویے، مثلاً ∠f ، کا متبادل زاویہ معلوم کرنے کے لیے پہلے ∠f کا متناظر زاویہ تلاش کرتے ہیں، جو ∠b ہے، پھر ∠b کا مقابل زاویہ تلاش کرتے ہیں، جو ∠d ہے۔

سرگرمی 6

شکل 5.25 میں، اگر ∠f کی پیمائش 120° ہو تو اس کے متبادل زاویہ ∠d کی پیمائش کیا ہو گی؟

ہم ∠d کی پیمائش معلوم کر سکتے ہیں اگر ہمیں ∠b معلوم ہو، کیونکہ یہ دونوں مقابل زاویے ہیں۔

یاد رہے کہ متبادل زاویے برابر ہوتے ہیں۔ ∠b کی پیمائش کیا ہو گی؟ یہ 120° ہو گی کیونکہ یہ ∠f کا متناظر زاویہ ہے۔

So, $\angle$d also measures 120°.

In fact, $\angle$ f = $\angle$ b irrespective of the measure of $\angle$ f. Why? Because $\angle$ b is the corresponding angle of $\angle$ f.

Similarly, $\angle$b = $\angle$d irrespective of the measure of $\angle$ b. Why? Because $\angle$d is the vertically opposite angle of $\angle$ b. So, it must always be the case that

$\angle$ f = $\angle$ d

Using our understanding of corresponding angles without any measurements, we have justified that alternate angles are always equal.

Example 1 : In Fig. 5.26, parallel lines l and m are intersected by the transversal t. If $\angle$ 6 is 135°, what are the measures of the other angles?

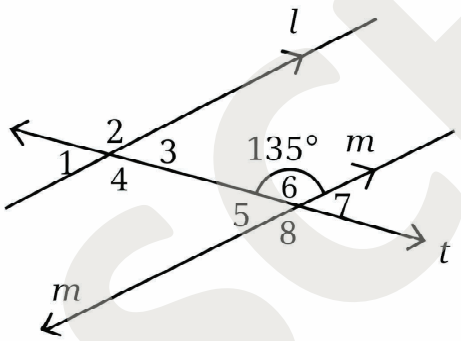


Fig. 5.26

Solution : $\angle$6 is 135°, so $\angle$2 is also 135°, because it is the corresponding angle of $\angle$6 and the lines *l* and *m* are parallel.

$\angle$ 8 is 135°, because it is the vertically opposite angle of $\angle$6. $\angle$4 is 135° because it is the corresponding angle of $\angle$8.

$\angle$2 is 135° because is the vertically opposite angle of $\angle$4. So, $\angle$2, $\angle$4, $\angle$6, and $\angle$8 are all 135°.

$\angle$5 and $\angle$6 are a linear pair, together they measure 180°. If $\angle$6 is 135°, then

$\angle$5 = 180 - 135 = 45°

We can similarly find out that $\angle$ 1, $\angle$3, and $\angle$7 measure 45°.

Example 2 : In Fig. 5.27, lines *l* and *m* are intersected by the transversal t. If $\angle$a is 120° and $\angle$f is 70°, are lines *l* and *m* parallel to each other?

لہٰذا، ∠d کی پیمائش بھی 120° ہو گی۔

حقیقت میں، ∠b = ∠f ہوتا ہے، چاہے ∠f کی پیمائش کچھ بھی ہو۔ کیوں؟ کیونکہ ∠b ، ∠f کا متناظر زاویہ ہے۔

اسی طرح، ∠d = ∠b ہوتا ہے، چاہے ∠b کی پیمائش کچھ بھی ہو۔ کیوں؟ کیونکہ ∠d ، ∠b کا متقابل بالرأس زاویہ ہے۔ اس لیے ہمیشہ یہ درست ہو گا کہ: ∠f = ∠d

متناظر زاویوں کے بارے میں اپنی سمجھ کو استعمال کرتے ہوئے، بغیر کسی پیمائش کے، ہم نے ثابت کیا کہ متبادل زاویے ہمیشہ برابر ہوتے ہیں۔

مثال 1: شکل 5.26 میں، متوازی خطوط l اور m کو قاطع خط t قطع کرتا ہے۔ اگر ∠6 = 135° ہو، تو دوسرے زاویوں کی پیمائش معلوم کیجیے۔

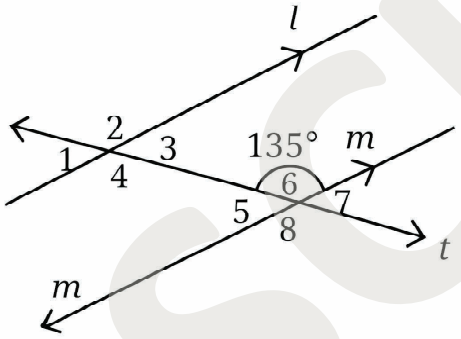


Fig. 5.26

حل: ∠6 = 135° ہے، اس لیے ∠2 بھی 135° ہو گا، کیونکہ یہ ∠6 کا متناظر زاویہ ہے اور خطوط l اور m متوازی ہیں۔ ∠8 = 135° ہو گا، کیونکہ یہ ∠6 کا متبادل زاویہ ہے۔ ∠4 = 135° ہو گا کیونکہ یہ ∠8 کا متناظر زاویہ ہے۔ ∠2 = 135° ہو گا کیونکہ یہ ∠4 کا متبادل زاویہ ہے۔

لہٰذا ∠2، ∠4، ∠6، اور ∠8 سب 135° ہیں۔ ∠5 اور ∠6 ایک خطی جوڑا ہیں، اس لیے ان دونوں کا مجموعہ 180° ہو گا۔

اگر ∠6 = 135° ہو، تو: ∠5 = 180° − 135° = 45°

اسی طرح ہم معلوم کر سکتے ہیں کہ ∠1، ∠3، اور ∠7 کی پیمائش 45° ہو گی۔

مثال 2: شکل 5.27 میں، خطوط l اور m کو قاطع خط t قطع کرتا ہے۔ اگر ∠a = 120° اور ∠f = 70° ہوں، تو کیا خطوط l اور m ایک دوسرے کے متوازی ہیں؟

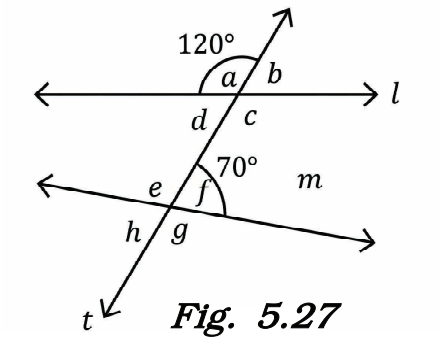


Fig. 5.27

Solution: ∠a is 120°, so ∠b is 60° because ∠a and ∠b form a linear pair. ∠b is a corresponding angle of ∠f. If *l* and *m* are parallel, ∠b should be equal to ∠f, however, they are not equal.

Therefore, lines *l* and *m* are not parallel to each other as the corresponding angles formed by the transversal t are not equal to each other.

Example 3 : In Fig. 5.28, parallel lines *l* and *m* are intersected by the transversal t. If ∠3 is 50°, what is the measure of ∠6?

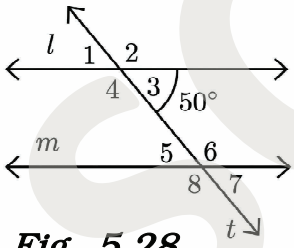


Fig. 5.28

Solution: ∠3 is 50°; therefore, ∠2 is 130°, because ∠2 and ∠3 form a linear pair, and linear pairs always add up to 180°.

∠2 and ∠6 are corresponding angles, and they need to be equal since lines l and m are parallel.

So, 6 is 130°.

Angles ∠3 and ∠6 are called interior angles.

Is there a relation between ∠3 and ∠6? You could try to find the relationship by taking different values for ∠3 and see what ∠6 is. Once you find a relation, try to justify it or prove that this relation holds always. You will find that the sum of the interior angles on the same side of the transversal always add up to 180°.

APSCERT

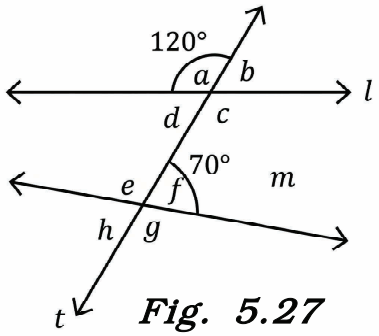


Fig. 5.27

حل: $\angle a = 120°$ ہے، اس لیے $\angle b = 60°$ ہو گا کیونکہ $\angle a$ اور $\angle b$ ایک خطی جوڑا بناتے ہیں۔

$\angle b$، $\angle f$ کا متناظر زاویہ ہے۔ اگر خطوط l اور m متوازی ہوتے، تو $\angle b$ اور $\angle f$ برابر ہونا تھا، لیکن یہ برابر نہیں ہیں۔ لہٰذا، خطوط l اور m ایک دوسرے کے متوازی نہیں ہیں کیونکہ قاطع خط t کے ذریعے بننے والے متناظر زاویے ایک دوسرے کے برابر نہیں ہیں۔

مثال 3: شکل 5.28 میں، متوازی خطوط l اور m کو قاطع خط t قطع کرتا ہے۔ اگر $\angle 3 = 50°$ ہو، تو $\angle 6$ کی پیمائش کیا ہو گی؟

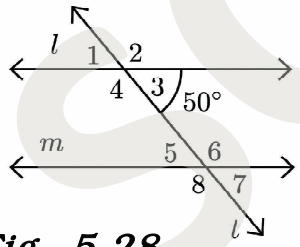


Fig. 5.28

حل: $\angle 3 = 50°$ ہے، لہٰذا $\angle 2 = 130°$ ہو گا کیونکہ $\angle 2$ اور $\angle 3$ ایک خطی جوڑا بناتے ہیں، اور خطی جوڑوں کا مجموعہ ہمیشہ $180°$ ہوتا ہے۔ $\angle 2$ اور $\angle 6$ متناظر زاویے ہیں، اور چونکہ خطوط l اور m متوازی ہیں، اس لیے یہ دونوں برابر ہوں گے۔

لہٰذا، $\angle 6 = 130°$ ہو گا۔

زاویے $\angle 3$ اور $\angle 6$ کو داخلی زاویے (Interior Angles) کہتے ہیں۔

کیا $\angle 3$ اور $\angle 6$ کے درمیان کوئی تعلق ہے؟ آپ مختلف اقدار کے لیے $\angle 3$ کو لے کر دیکھ سکتے ہیں کہ $\angle 6$ کیا بنتا ہے۔ جب آپ تعلق معلوم کر لیں، تو اسے ثابت کرنے کی کوشش کیجیے کہ یہ تعلق ہمیشہ برقرار رہتا ہے۔ آپ دیکھیں گے کہ قاطع خط کی ایک ہی جانب واقع داخلی زاویوں کا مجموعہ ہمیشہ $180°$ ہوتا ہے۔

APSCERT

Example 4: In Fig. 5.29, line segment AB is parallel to CD and AD is parallel to BC. $\angle$DAC is 65° and $\angle$ADC is 60°. What are the measures of angles $\angle$CAB, $\angle$ABC, and $\angle$BCD?

Solution: Let us observe the parallel lines AB and CD. AD is a transversal of these two lines.

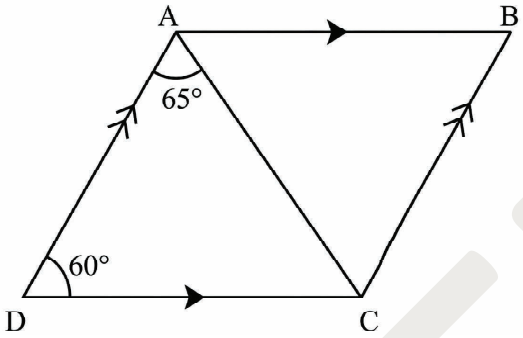


Fig. 5.29

We know that the sum of the interior angles formed by a transversal on a pair of parallel lines adds up to 180°. So

$\angle$ADC + $\angle$DAB = 180°

60° + $\angle$DAB = 180°.

So $\angle$DAB = 120°.

Can we find $\angle$CAB from this?

$\angle$DAB = $\angle$DAC + $\angle$CAB.

So 120° = 65° + $\angle$CAB.

So $\angle$CAB = 55°.

Let us observe the parallel line segments AD and BC. They are intersected by a transversal CD. So, $\angle$ ADC + $\angle$BCD = 180°, because they are interior angles on the same side of the transversal. Since $\angle$ADC is given as 60°, $\angle$BCD = 120°

Similarly, we find $\angle$ABC = 60°.

Therefore, in Fig. 5.29, $\angle$ CAB = 55°, $\angle$ABC = 60°, and $\angle$BCD = 120°.

APSCERT

مثال 4: شکل 5.29 میں، خطی قطعہ AB ، CD کے متوازی ہے اور AD ، BC کے متوازی ہے۔ $\angle DAC = 65°$ اور $\angle ADC = 60°$ ہیں۔ زاویوں $\angle CAB$، $\angle ABC$، اور $\angle BCD$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔

حل: متوازی خطوط AB اور CD کا مشاہدہ کیجیے۔ AD ان دونوں خطوط کا قاطع خط ہے۔

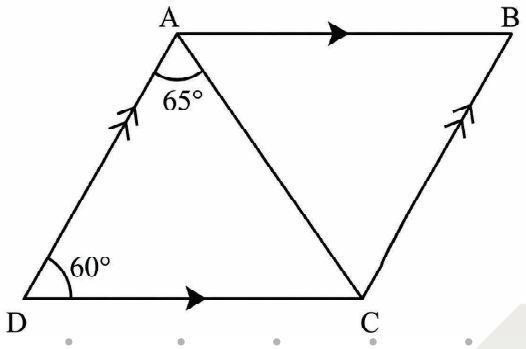


Fig. 5.29

ہم جانتے ہیں کہ متوازی خطوط کے ایک جوڑے پر قاطع خط کے ذریعے بننے والے داخلی زاویوں کا مجموعہ $180°$ ہوتا ہے۔

اس لیے:

$\angle ADC + \angle DAB = 180°$

$60° + \angle DAB = 180°$

لہٰذا، $\angle DAB = 120°$

کیا اب ہم $\angle CAB$ معلوم کر سکتے ہیں؟

$\angle DAB = \angle DAC + \angle CAB$

لہٰذا، $\angle CAB + 65° = 120°$ اس لیے، $\angle CAB = 55°$

اب متوازی خطی قطعوں AD اور BC کا مشاہدہ کیجیے۔ ان کو قاطع خط CD قطع کرتا ہے۔

اس لیے: $\angle ADC + \angle BCD = 180°$

کیونکہ یہ قاطع خط کی ایک ہی جانب کے داخلی زاویے ہیں۔ چونکہ $\angle ADC = 60°$ دیا گیا ہے،

اس لیے: $\angle BCD = 120°$

اسی طرح ہم معلوم کرتے ہیں کہ: $\angle ABC = 60°$

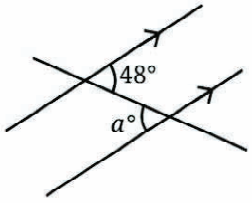
لہٰذا، شکل 5.29 میں: $\angle CAB = 55°$، $\angle ABC = 60°$، اور $\angle BCD = 120°$ ہیں۔

AP SCERT

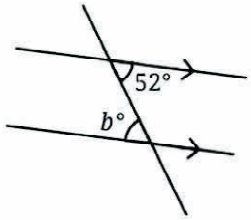


Figure it Out - 5.4

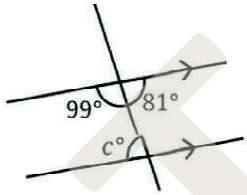
1. Find the angles marked below.



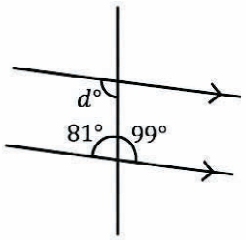
a= ☐



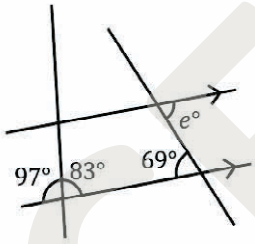
b= ☐



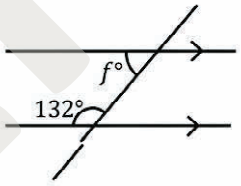
c= ☐



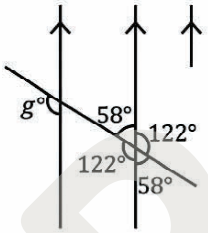
d= ☐



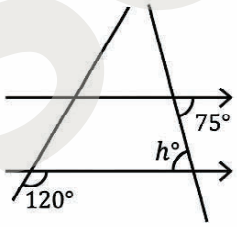
e= ☐



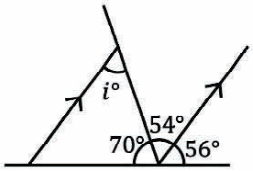
f= ☐



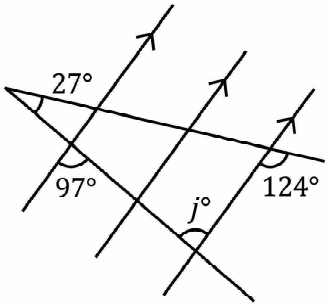
g = ☐



h = ☐



i = ☐



j= ☐

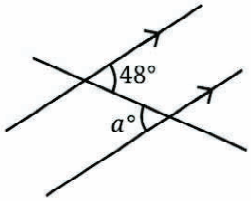
Fig. 5.30

APSCERT

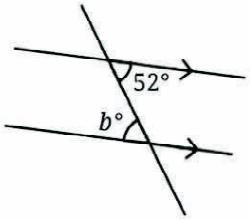


حل کیجیے–5.4

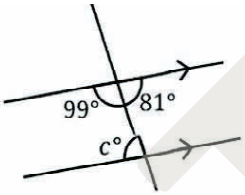
1. نشان زدہ زاویوں کو معلوم کیجیے۔



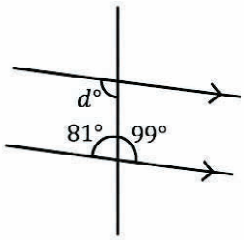
a= ☐



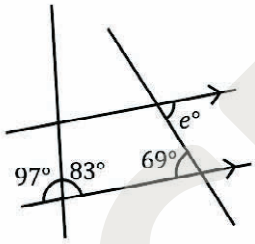
b= ☐



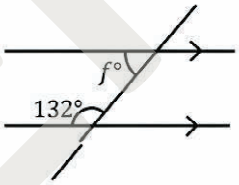
c= ☐



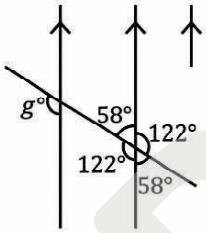
d= ☐



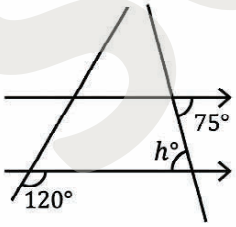
e= ☐



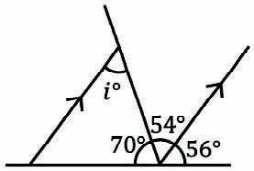
f= ☐



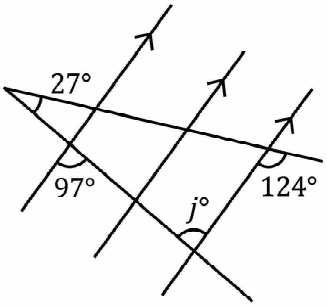
g = ☐



h = ☐



i = ☐



j= ☐

Fig. 5.30

APSCERT

2. Find the angle represented by a.

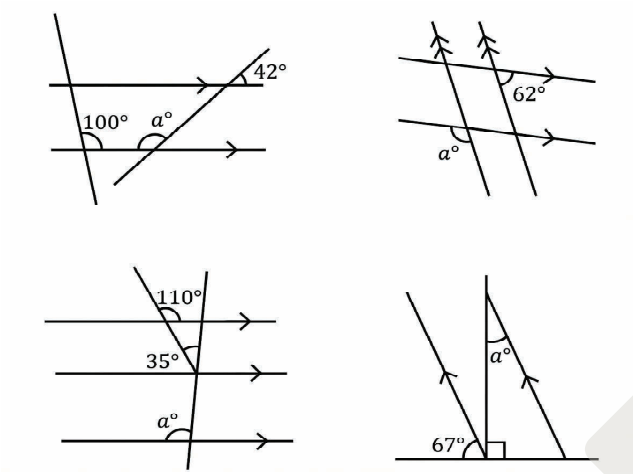


Fig. 5.31

3. In the figures below, what angles do x and y stand for?

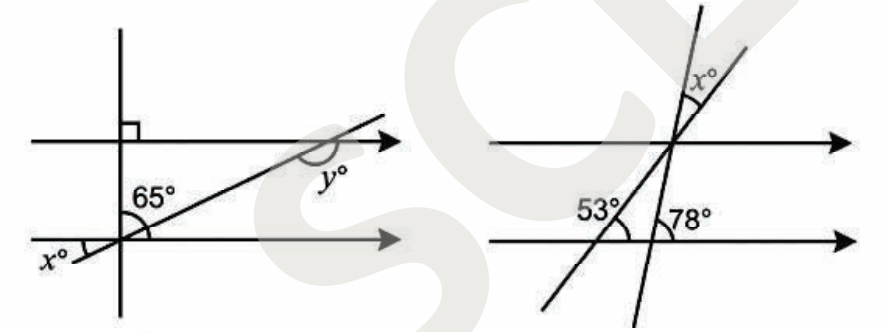


Fig. 5.32

4. In Fig. 5.33, ∠ABC = 45° and ∠IKJ = 78°. Find angles ∠GEH, ∠HEF, ∠FED

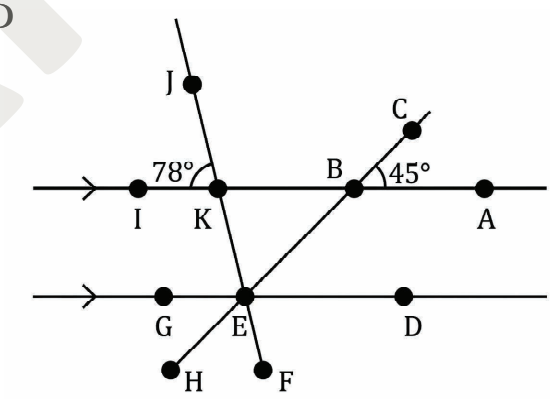


Fig. 5.33

APSCERT

2. زاویہ $\angle a$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔

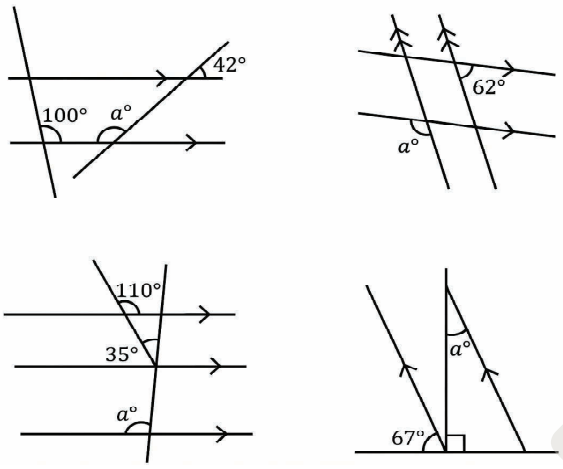


Fig. 5.31

3. ذیل کی شکلوں میں x اور y کن زاویوں کو ظاہر کرتے ہیں؟

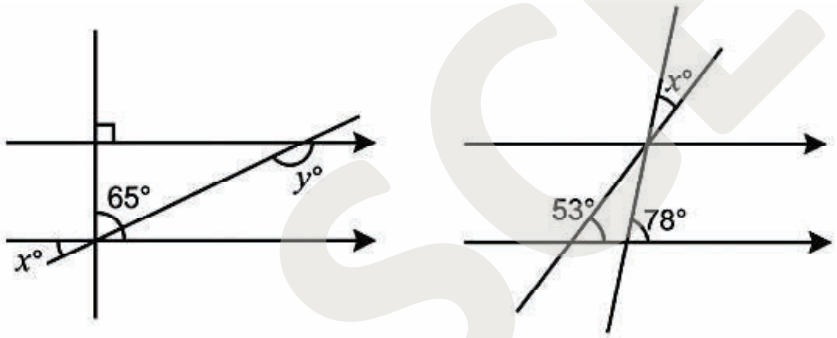


Fig. 5.32

4. شکل 5.33 میں، اگر $\angle ABC = 45°$ اور $\angle IKJ = 78°$ ہوں، تو زاویے $\angle GEH$، $\angle HEF$، اور $\angle FED$ معلوم کیجیے۔

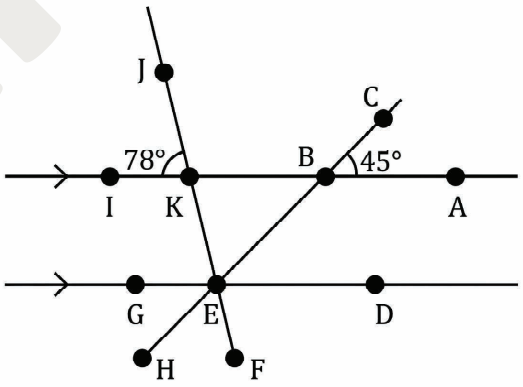


Fig. 5.33

AP SCERT

5. In Fig. 5.34, AB is parallel to CD and CD is parallel to EF. Also, EA is perpendicular to AB. If $\angle BEF = 55°$, find the values of x and y.

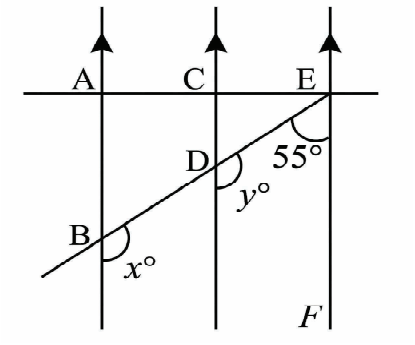


Fig. 5.34

6. What is the measure of angle $\angle NOP$ in Fig. 5.35?

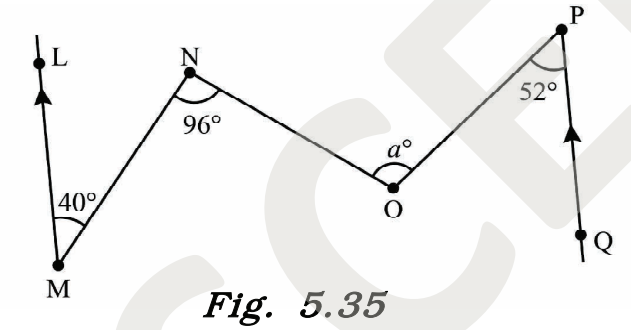
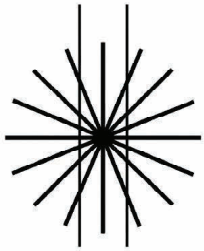


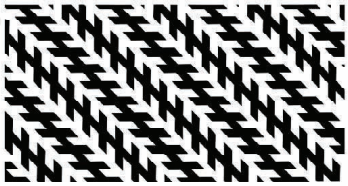
Fig. 5.35

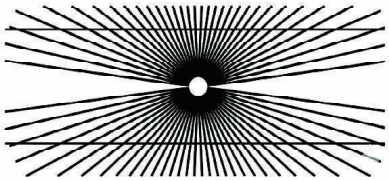
[Hint: Draw lines parallel to LM and PQ through points N and O.]

5.9 Parallel Illusions

There do not seem to be any parallel lines here. Or, are there?







What causes these illusions?

APSCERT

5. شکل 5.34 میں، AB متوازی ہے CD کے اور CD متوازی ہے EF کے۔ نیز، EA عمودی ہے AB پر۔ اگر ∠BEF = 55° ہو، تو x اور y کی قدریں معلوم کیجیے۔

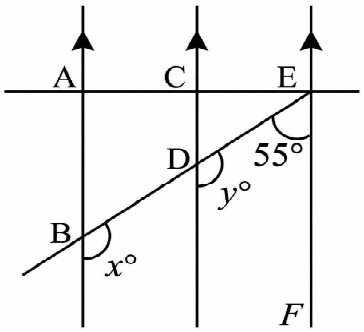


Fig. 5.34

6. شکل 5.35 میں زاویہ ∠NOP کی پیمائش کیا ہوگی؟

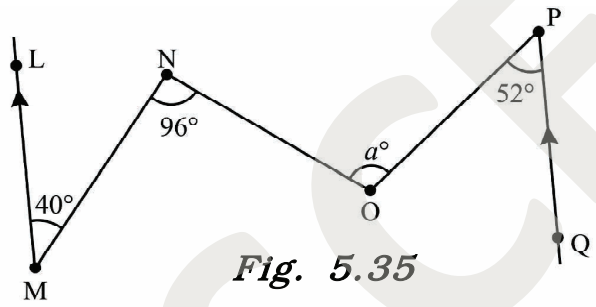
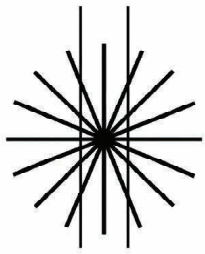


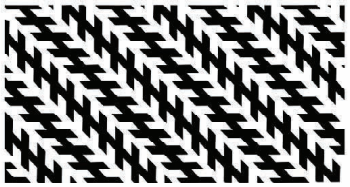
Fig. 5.35

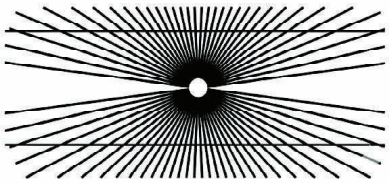
[اشارہ: نقاط N اور O سے گزرتی ہوئی LM اور PQ کے متوازی لکیریں کھینچیے۔]

5.9 متوازی خطوط کے غلط فہمیاں (Parallel Illusions)

یہاں بظاہر کوئی متوازی خطوط نظر نہیں آتے۔ یا کیا واقعی ہیں؟





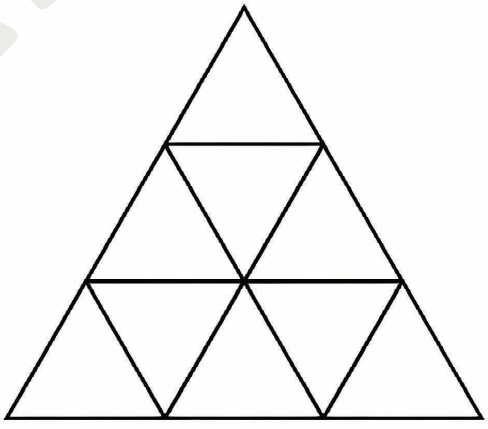


ان بصری غلط فہمیوں (Illusions) کی وجہ کیا ہے؟

SUMMARY

- When two lines intersect, they form four angles. The vertically opposite angles are equal and the linear pairs add up to 180°.
- When two lines intersect and the angles formed are 90° (i.e., all four angles are equal), the lines are said to be perpendicular to each other.
- When two lines never intersect on a plane, they are called parallel lines.
- When a line t intersects another pair of lines, it is called a transversal and it forms 2 sets of 4 angles. Each of the 4 angles in the first set has a corresponding angle in the second set.
- When a transversal intersects a pair of parallel lines, the corresponding angles are equal. When a transversal intersects a pair of lines and the corresponding angles are equal, then the pair of lines is parallel.
- When a transversal intersects a pair of parallel lines, the alternate angles are equal.
- The interior angles on the same side formed by a transversal intersecting a pair of parallel lines always add up to 180°.

How many triangles ?



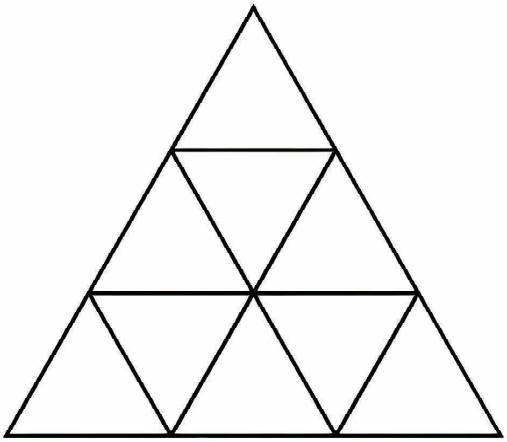


APSCERT

خلاصہ

- جب دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں تو چار زاویے بنتے ہیں۔ متابل زاویے برابر ہوتے ہیں اور خطی جوڑوں کا مجموعہ $180°$ ہوتا ہے۔
- جب دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کریں اور بننے والے زاویے $90°$ ہوں (یعنی چاروں زاویے برابر ہوں)، تو ان خطوط کو ایک دوسرے پر عمودی خطوط کہا جاتا ہے۔
- جب دو خطوط ایک ہی مستوی سطح پر کبھی نہ ملیں، تو انہیں متوازی خطوط کہا جاتا ہے۔
- جب ایک خط t ، خطوط کے کسی دوسرے جوڑے کو قطع کرے، تو اسے قاطع خط کہا جاتا ہے، اور یہ 4 زاویوں کے 2 مجموعے بناتا ہے۔ پہلے مجموعے کے ہر زاویے کا دوسرے مجموعے میں ایک متناظر زاویہ ہوتا ہے۔
- جب ایک قاطع خط متوازی خطوط کے ایک جوڑے کو قطع کرتا ہے، تو متناظر زاویے برابر ہوتے ہیں۔ اور جب کسی قاطع خط کے ذریعے بننے والے متناظر زاویے برابر ہوں، تو وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔
- جب ایک قاطع خط متوازی خطوط کے ایک جوڑے کو قطع کرتا ہے، تو متبادل زاویے برابر ہوتے ہیں۔
- قاطع خط کے ذریعے متوازی خطوط کے ایک جوڑے کی ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویوں کا مجموعہ ہمیشہ $180°$ ہوتا ہے۔

کتنے مثلثات ہیں؟





6 NUMBER PLAY

D6A5F3

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Explores, identifies, and generalises patterns and properties in numbers.
- Understands and applies parity concepts (even/odd) and number properties in reasoning tasks.
- Recognises and generates the Fibonacci sequence and connects it to real-life examples.
- Uses number grids and puzzles to develop logical and analytical thinking.
- Appreciates the patterns, structure, and beauty of numbers in nature and everyday life.

6.0 Introduction

Mathematics is not just about counting or calculations - it is a **playground** of patterns, puzzles, and surprises. In this chapter, Number Play, we explore how numbers can talk to us, play games, and even create art.

We will discover amazing ideas - how numbers reveal patterns, form magic squares, show the beauty of even and odd, and appear in nature as **Virahanka-Fibonacci** sequences.

Get ready to see how mathematics is not only about solving problems, but also about thinking creatively and having fun with numbers

APSCERT

6 عددی کھیل

W8C5D5

اکتسابی نتائج:

طلبہ اس قابل بنیں گے:

- اعداد میں موجود نمونوں اور خصوصیات کو تلاش کریں گے، پہچانیں گے اور عمومی اصول اخذ کریں گے۔
- جفت اور طاق اعداد (Parity) کے تصورات اور عددی خصوصیات کو استدلالی سرگرمیوں میں سمجھیں گے اور استعمال کریں گے۔
- فیبونیکی سلسلے کو پہچانیں گے اور بنائیں گے، اور اسے حقیقی زندگی کی مثالوں سے جوڑیں گے۔
- عددی جدولوں اور پہیلیوں کے ذریعے منطقی اور تجزیاتی سوچ کو فروغ دیں گے۔
- فطرت اور روزمرہ زندگی میں اعداد کے نمونوں، ترتیب اور خوبصورتی کی قدر کریں گے۔

6.0 تعارف

ریاضی صرف گنتی یا حساب کتاب کا نام نہیں، بلکہ یہ نمونوں، پہیلیوں اور حیرت انگیز باتوں کی ایک دلچسپ دنیا ہے۔ اس باب "**اعداد کا کھیل**" میں ہم دیکھیں گے کہ اعداد ہم سے کیسے بات کرتے ہیں، کھیل کھیلتے ہیں، اور یہاں تک کہ خوبصورت نقش بھی بناتے ہیں۔

ہم کئی حیرت انگیز خیالات دریافت کریں گے — جیسے اعداد کیسے نمونے ظاہر کرتے ہیں، جادوئی مربع بناتے ہیں، جفت اور طاق اعداد کی خوبصورتی دکھاتے ہیں، اور فطرت میں **ویرانہکا-فیبونیکی** سلسلوں کی صورت میں نظر آتے ہیں۔

یہ دیکھنے کے لیے تیار ہو جائیں کہ ریاضی صرف مسائل حل کرنے کا نام نہیں بلکہ تخلیقی انداز میں سوچنے اور اعداد کے ساتھ لطف اٹھانے کا بھی ذریعہ ہے۔

Activity - Guess the Rule (Exploring Patterns)

Numbers often follow interesting patterns.

For example, consider this sequence:

2, 4, 6, 8, ...

Each number increases by 2.

Can you predict the next two numbers in this pattern?

6.1 Numbers Tell us Things

Imagine seven children standing in a line according to their height.

Each child says how many children standing in front of them are taller than they are.

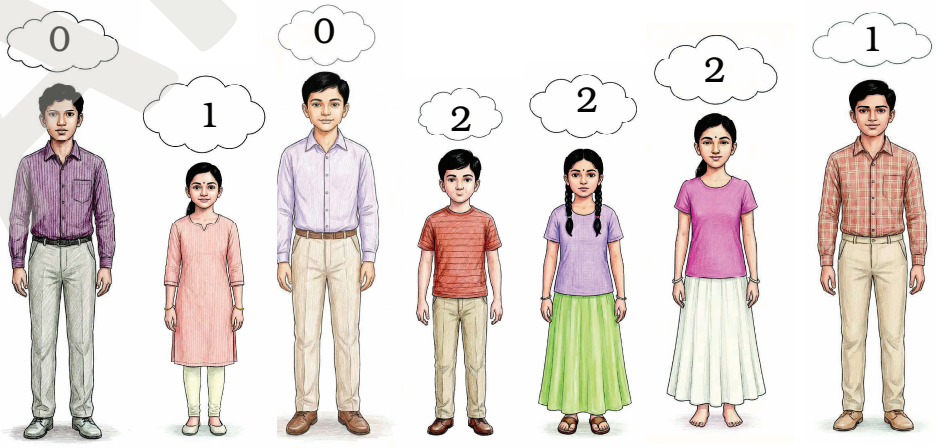
For example, if a child says "2," it means there are two taller children ahead.When all children say their numbers, we get a sequence that describes the height arrangement of the group.

This type of arrangement shows how numbers can tell stories - they describe positions, comparisons, and patterns found in everyday life.

What do the numbers in the figure below tell us?

Remember the children from the Grade 6 textbook of mathematics?

Now, they call out numbers using a different rule.



سرگرمی — قاعدہ معلوم کیجیے (نمونوں کی تلاش)

اعداد اکثر دلچسپ نمونوں کی پیروی کرتے ہیں۔

مثال کے طور پر، اس سلسلے پر غور کیجیے:

2, 4, 6, 8, ...

ہر عدد میں 2 کا اضافہ ہو رہا ہے۔

کیا آپ اس نمونے کے اگلے دو اعداد بتا سکتے ہیں؟

6.1 اعداد ہمیں اشیاء بتاتے ہیں

تصور کیجیے کہ سات بچے اپنی قد کے مطابق ایک قطار میں کھڑے ہیں۔

ہر بچہ یہ بتاتا ہے کہ اس کے آگے کھڑے کتنے بچے اس سے زیادہ لمبے ہیں۔

مثال کے طور پر، اگر کوئی بچہ "2" کہتا ہے، تو اس کا مطلب ہے کہ اس کے آگے دو بچے اس سے زیادہ قد والے ہیں۔

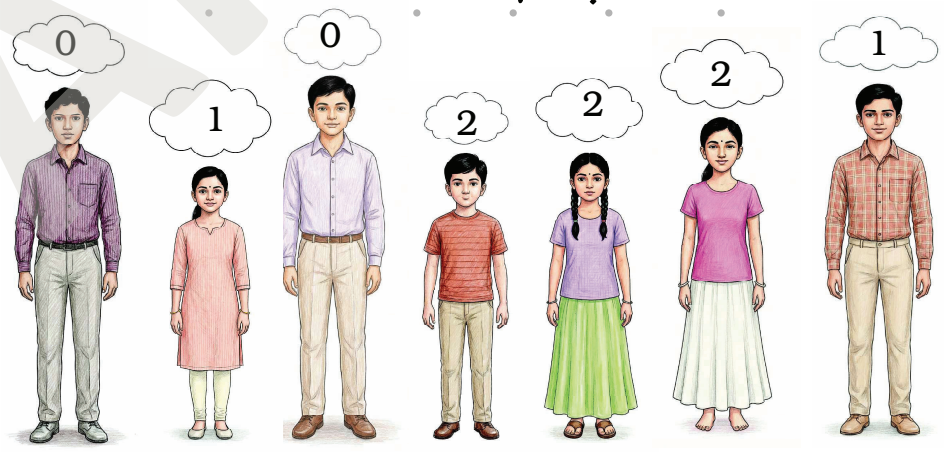
جب تمام بچے اپنے اعداد بتاتے ہیں، تو ہمیں ایک ایسا سلسلہ ملتا ہے جو گروہ میں قد کی ترتیب کو ظاہر کرتا ہے۔

اس قسم کی ترتیب یہ دکھاتی ہے کہ اعداد کیسے کہانیاں سناتے ہیں — وہ روزمرہ زندگی میں موجود مقامات، موازنوں اور نمونوں کو بیان کرتے ہیں۔

نیچے دی گئی شکل میں اعداد ہمیں کیا بتاتے ہیں؟

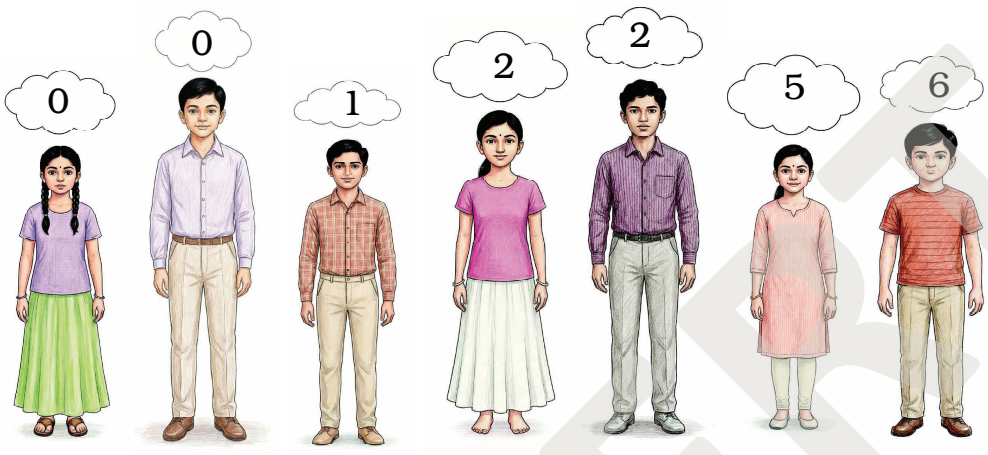
کیا آپ کو جماعت ششم کی ریاضی کی کتاب والے بچے یاد ہیں؟

اب وہ ایک مختلف قاعدے کے مطابق اعداد پکار رہے ہیں۔



What do you think these numbers mean?

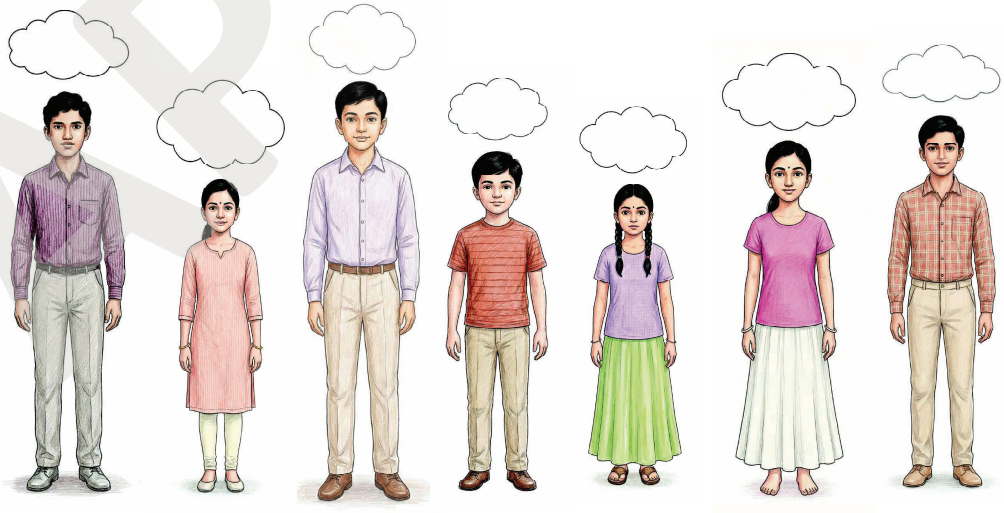
The children rearrange themselves and each one says a number based on the new arrangement.



Could you figure out what these numbers convey? Observe and try to find out.

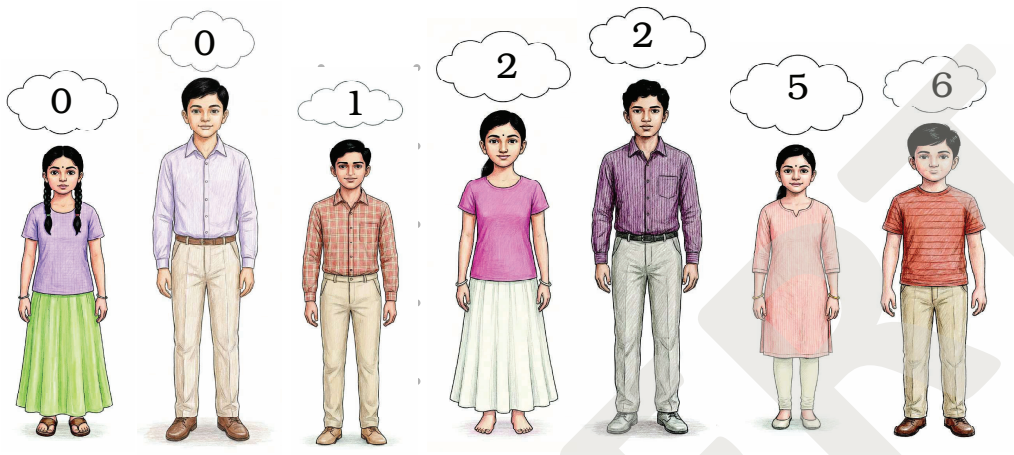
The rule is - each child calls out the number of children in front of them who are taller than them. Check if the number each child says matches this rule in both the arrangements.

Write down the number each child should say based on this rule for the arrangement shown below.



؟ آپ کے خیال میں یہ اعداد کیا ظاہر کرتے ہیں؟

بچے اپنی جگہیں بدل لیتے ہیں اور ہر بچہ نئی ترتیب کے مطابق ایک عدد بتاتا ہے۔



؟ کیا آپ معلوم کر سکتے ہیں کہ یہ اعداد کیا بیان کر رہے ہیں؟ غور کیجیے اور جاننے کی کوشش کیجیے۔

قاعدہ یہ ہے: ہر بچہ اپنے آگے موجود ان بچوں کی تعداد بتاتا ہے جو اس سے زیادہ قد والے ہیں۔ دیکھیں کہ دونوں ترتیب میں ہر بچے کا بتایا ہوا عدد اس قاعدے کے مطابق ہے یا نہیں۔

؟ نیچے دی گئی ترتیب کے لیے اس قاعدے کے مطابق ہر بچہ کون سا عدد بولے گا لکھیے؟

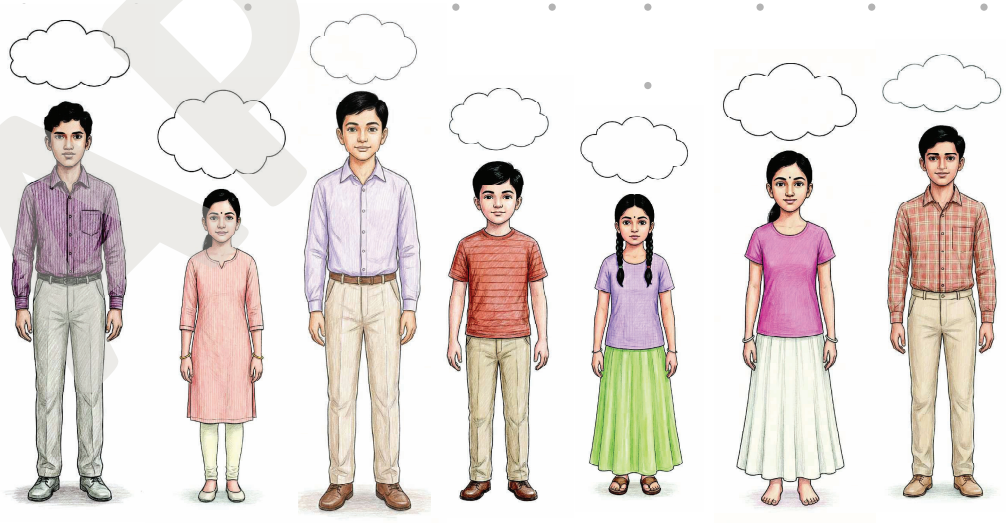




Figure it Out - 6.1

1. Arrange the stick figure cutouts given at the end of the book or draw a height arrangement such that the sequence reads:

   (a) 0, 1, 1, 2, 4, 1, 5

   (b) 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0

   (c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

   (d) 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0

   (e) 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1

   (f) 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3

2. For each of the statements given below, think and identify if it is Always True, Only Sometimes True, or Never True. Share your reasoning.

   (a) If a person says '0', then they are the tallest in the group.

   (b) If a person is the tallest, then their number is '0'.

   (c) The first person's number is '0'.

   (d) If a person is not first or last in line (i.e., if they are standing somewhere in between), then they cannot say '0'.

   (e) The person who calls out the largest number is the shortest.

   (f) What is the largest number possible in a group of 8 people?

6.2 Picking Parity

Kishore has some number cards and is working on a puzzle: There are 5 boxes, and each box should contain exactly 1 number card. The numbers in the boxes should sum to 30. Can you help him find a way to do it?

APSCERT



حل کیجیے-6.1

1. کتاب کے آخر میں دی گئی اسٹک فگر کٹ آؤٹس کو ترتیب دیجیے یا قد کی ایسی ترتیب بنائیے کہ سلسلہ اس طرح ہو:

(a) 0, 1, 1, 2, 4, 1, 5

(b) 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0

(c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

(d) 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0

(e) 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1

(f) 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3

2. نیچے دیے گئے ہر بیان کے بارے میں غور کیجیے اور معلوم کیجیے کہ آیا وہ ہمیشہ درست ہے، کبھی کبھی درست ہے، یا کبھی درست نہیں۔ اپنی دلیل بھی بیان کیجیے۔

(a) اگر کوئی شخص "0" کہے، تو وہ گروہ میں سب سے لمبا ہے۔

(b) اگر کوئی شخص سب سے لمبا ہو، تو اس کا عدد "0" ہو گا۔

(c) قطار میں پہلے شخص کا عدد "0" ہوتا ہے۔

(d) اگر کوئی شخص قطار میں نہ پہلے ہو اور نہ آخری (یعنی درمیان میں کھڑا ہو)، تو وہ "0" نہیں کہہ سکتا۔

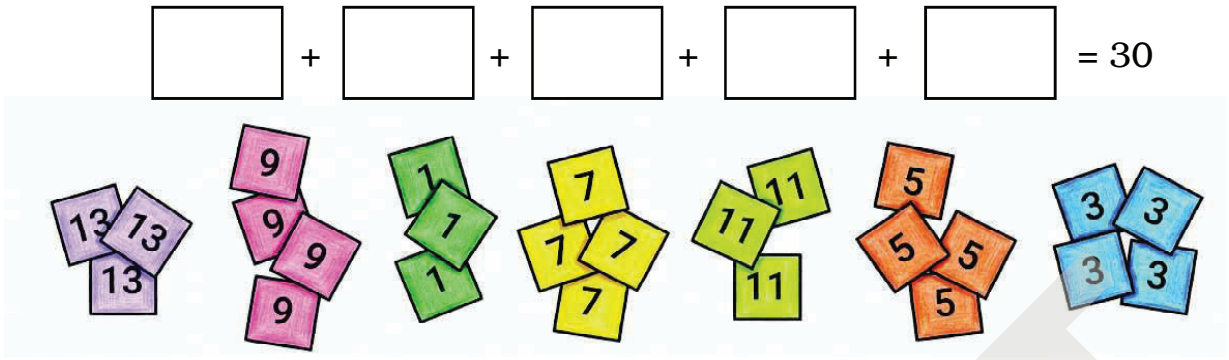
(e) جو شخص سب سے بڑا عدد بولتا ہے، وہ سب سے چھوٹا قد رکھتا ہے۔

(f) آٹھ افراد کے گروہ میں سب سے بڑا ممکن عدد کیا ہو سکتا ہے؟

6.2 عدد کا جفت یا طاق ہونے کی خاصیت کا انتخاب کرنا

کشور کے پاس کچھ عددی کارڈ ہیں اور وہ ایک پہیلی حل کر رہا ہے: 5 خانے ہیں، اور ہر خانے میں صرف 1 عددی کارڈ رکھنا ہے۔ خانوں میں موجود اعداد کا مجموعہ 30 ہونا چاہیے۔ کیا آپ اس کی مدد کر سکتے ہیں کہ وہ یہ طریقہ معلوم کرے؟

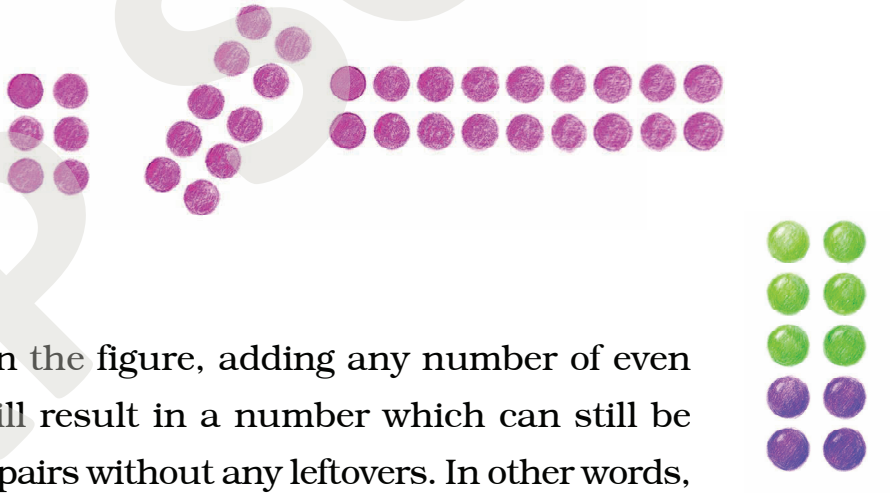
APSCERT



Can you figure out which 5 cards add to 30? Is it possible? There are many ways of choosing 5 cards from this collection.Is there a way to find a solution without checking all possibilities? Let us find out.

? Add a few even numbers together. What kind of number do you get? Does it matter how many numbers are added?

Any even number can be arranged in pairs without any leftovers.Some even numbers are shown here, arranged in pairs.



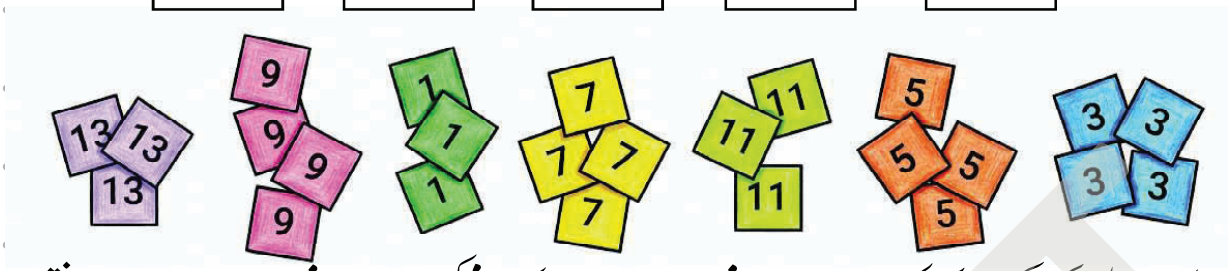
As we see in the figure, adding any number of even numbers will result in a number which can still be arranged in pairs without any leftovers. In other words, the sum will always be an even number.

? Now, add a few odd numbers together. What kind of number do you get? Does it matter how many odd numbers are added?

Odd numbers can't be arranged in pairs. An odd number is one more than a collection of pairs. Some odd numbers are shown below :

APSCERT

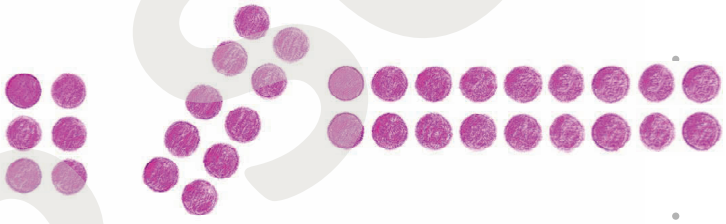
$\square + \square + \square + \square + \square = 30$



کیا آپ معلوم کر سکتے ہیں کہ کون سے 5 کارڈ کا مجموعہ 30 بنتا ہے؟ کیا یہ ممکن ہے؟ اس مجموعے میں سے 5 کارڈ منتخب کرنے کے بہت سے طریقے ہیں۔ کیا تمام امکانات کو آزمائے بغیر حل تلاش کرنے کا کوئی طریقہ ہے؟

آیئے معلوم کرتے ہیں۔

چند جفت اعداد کو جمع کیجیے۔ آپ کو کس قسم کا عدد حاصل ہوتا ہے؟ کیا اس سے فرق پڑتا ہے کہ کتنے اعداد جمع کیے گئے ہیں؟ ہر جفت عدد کو بغیر کسی باقی کے جوڑوں میں ترتیب دیا جا سکتا ہے۔ کچھ جفت اعداد یہاں جوڑوں کی شکل میں دکھائے گئے ہیں۔

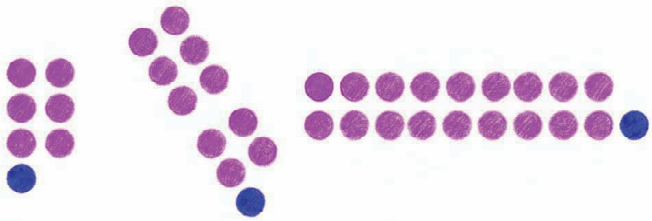




جیسا کہ ہم شکل میں دیکھتے ہیں، کسی بھی تعداد میں جفت اعداد کو جمع کرنے سے ایسا عدد حاصل ہو گا جسے اب بھی بغیر کسی باقی کے جوڑوں میں ترتیب دیا جا سکتا ہے۔ دوسرے الفاظ میں، مجموعہ ہمیشہ جفت عدد ہو گا۔

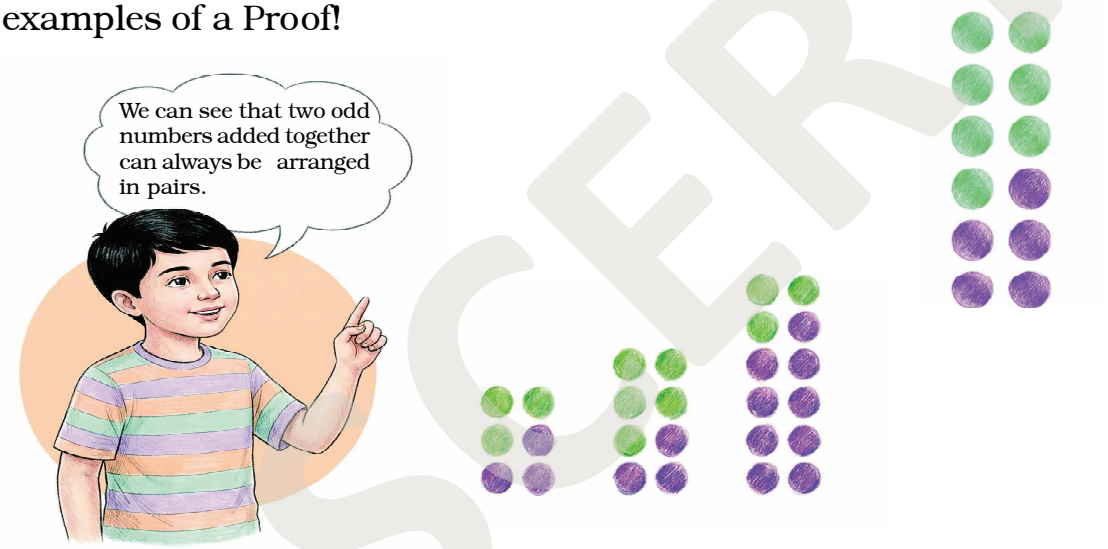
اب چند طاق اعداد کو جمع کیجیے۔ آپ کو کس قسم کا عدد حاصل ہوتا ہے؟ کیا اس سے فرق پڑتا ہے کہ کتنے طاق اعداد جمع کیے گئے ہیں؟ طاق اعداد کو مکمل طور پر جوڑوں میں ترتیب نہیں دیا جا سکتا۔ ایک طاق عدد، جوڑوں کے مجموعے سے ایک زیادہ ہوتا ہے۔ کچھ طاق اعداد نیچے دکھائے گئے ہیں:

APSCERT



Can we also think of an odd number as one less than a collection of pairs?

This figure shows that the sum of two odd numbers must always be even! This along with the other figures here are more examples of a Proof!



? What about adding 3 odd numbers? Can the resulting sum be arranged in pairs? No.

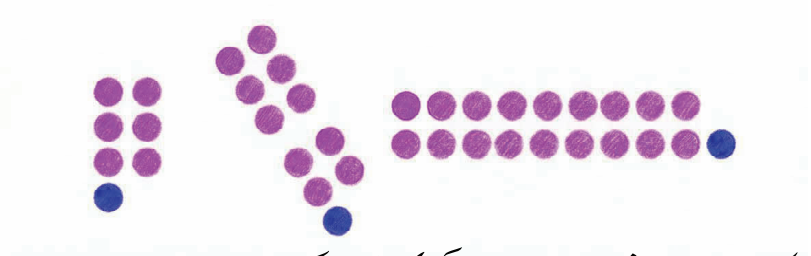
? Explore what happens to the sum of (a) 4 odd numbers, (b) 5 odd numbers, and (c) 6 odd numbers.

Let us go back to the puzzle Kishore was trying to solve. There are 5 empty boxes. That means he has an odd number of boxes. All the number cards contain odd numbers.

They should add to 30, which is an even number. Since, adding any 5 odd numbers will never result in an even number, Kishore cannot arrange these cards in the boxes to add up to 30.

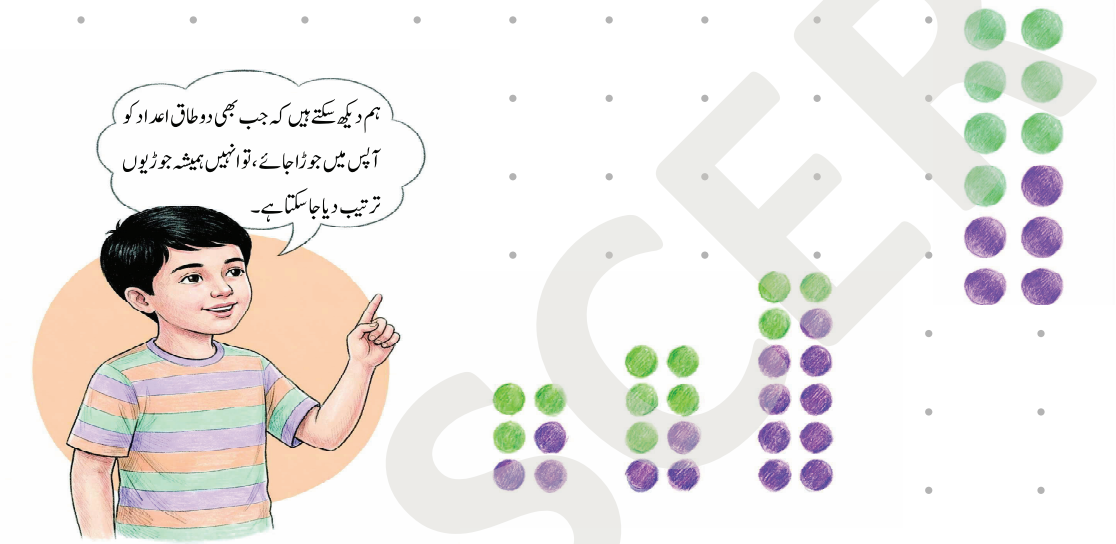
? Two siblings, Ravi and Krishna, were born exactly one year apart. Today they are celebrating their birthday. Ravi exclaims that the sum of their ages is 112. Is this possible? Why or why not?

APSCERT



کیا ہم ایک طاق عدد کو جوڑوں کے مجموعے سے ایک کم بھی سمجھ سکتے ہیں؟

یہ شکل دکھاتی ہے کہ دو طاق اعداد کا مجموعہ ہمیشہ جفت ہوتا ہے! یہ اور یہاں دی گئی دوسری شکلیں بھی "ثبوت" (Proof) کی مثالیں ہیں۔



? 3 طاق اعداد کو جمع کرنے پر کیا ہو گا؟ کیا حاصل ہونے والے مجموعے کو جوڑوں میں ترتیب دیا جا سکتا ہے؟ نہیں۔

? تحقیق کیجیے کہ: (a) 4 طاق اعداد، (b) 5 طاق اعداد اور (c) 6 طاق اعداد کے مجموعے کے ساتھ کیا ہوتا ہے۔

اب دوبارہ اس پہیلی کی طرف آتے ہیں جسے کشور حل کرنے کی کوشش کر رہا تھا۔ وہاں 5 خالی خانے ہیں۔ اس کا مطلب ہے کہ خانوں کی تعداد طاق ہے۔ تمام عددی کارڈز پر طاق اعداد لکھے ہوئے ہیں۔

ان سب کا مجموعہ 30 ہونا چاہیے، جو کہ ایک جفت عدد ہے۔ چونکہ کسی بھی 5 طاق اعداد کا مجموعہ کبھی جفت نہیں ہوتا، اس لیے کشور ان کارڈز کو اس طرح خانوں میں نہیں رکھ سکتا کہ مجموعہ 30 بن جائے۔

? دو بہن بھائی، روی اور کرشنا، کی پیدائش میں ٹھیک ایک سال کا فرق ہے۔ آج وہ اپنی سالگرہ منا رہے ہیں۔ روی کہتا ہے کہ ان دونوں کی عمروں کا مجموعہ 112 ہے۔ کیا یہ ممکن ہے؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

© NCERT

As they were born one year apart, their ages will be (two) consecutive numbers. Can their ages be 51 and 52? 51 + 52 = 103. Try some other consecutive numbers and see if their sum is 112.

The counting numbers 1, 2, 3, 4, 5, ... alternate between even and odd numbers. In any two consecutive numbers, one will always be even and the other will always be odd!

What would be the resulting sum of an even number and an odd number? We can see that their sum can't be arranged in pairs and thus will be an odd number.

Since 112 is an even number, and Ravi's and Krishna's ages are consecutive numbers, they cannot add up to 112.

We use the word **parity** to denote the property of being even or odd. For instance, the parity of the sum of any two consecutive numbers is odd. Similarly, the parity of the sum of any two odd numbers is even.



Figure it Out - 6.2

1. Using your understanding of the pictorial representation of odd and even numbers, find out the parity of the following sums:
   a. Sum of 2 even numbers and 2 odd numbers (e.g., even + even + odd + odd)
   b. Sum of 2 odd numbers and 3 even numbers
   c. Sum of 5 even numbers
   d. Sum of 8 odd numbers
2. Lasya has an odd number of ₹1 coins, an odd number of ₹5 coins and an even number of ₹10 coins in his piggy bank. She calculated the total and got ₹205. Did she make a mistake? If she did, explain why. If she didn't, how many coins of each type could she have?
3. We know that:
   a. even + even = even
   b. odd + odd = even
   c. even + odd = odd

چونکہ ان کی پیدائش میں ایک سال کا فرق ہے، اس لیے ان کی عمریں مسلسل اعداد ہوں گی۔ کیا ان کی عمریں 51 اور 52 ہو سکتی ہیں؟ 51 + 52 = 103 کچھ اور مسلسل اعداد آزما کر دیکھیے کہ کیا ان کا مجموعہ 112 بنتا ہے۔

گنتی کے اعداد 1, 2, 3, 4, 5, ... میں جفت اور طاق اعداد باری باری آتے ہیں۔ کسی بھی دو مسلسل اعداد میں ایک ہمیشہ جفت اور دوسرا ہمیشہ طاق ہو گا۔

اب ایک جفت عدد اور ایک طاق عدد کے مجموعے کے بارے میں سوچیں۔ ہم دیکھتے ہیں کہ ان کا مجموعہ مکمل طور پر جوڑوں میں ترتیب نہیں دیا جا سکتا، اس لیے وہ طاق عدد ہو گا۔

چونکہ 112 ایک جفت عدد ہے، اور روی اور کرشنا کی عمریں مسلسل اعداد ہیں، اس لیے ان کی عمروں کا مجموعہ 112 نہیں ہو سکتا۔

ہم "Parity" کا لفظ کسی عدد کے جفت یا طاق ہونے کی خاصیت ظاہر کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر، کسی بھی دو مسلسل اعداد کے مجموعے کی parity طاق ہوتی ہے۔ اسی طرح، دو طاق اعداد کے مجموعے کی parity جفت ہوتی ہے۔



حل کیجیے - 6.2

1. طاق اور جفت اعداد کی تصویری نمائندگی کو سمجھتے ہوئے، درج ذیل مجموعوں کی parity معلوم کیجیے:

(a) 2 جفت اعداد اور 2 طاق اعداد کا مجموعہ (مثلاً: جفت + جفت + طاق + طاق)

(b) 2 طاق اعداد اور 3 جفت اعداد کا مجموعہ

(c) 5 جفت اعداد کا مجموعہ

(d) 8 طاق اعداد کا مجموعہ

2. لاسیا کے گلک میں 1 روپے کے سکوں کی تعداد طاق ہے، 5 روپے کے سکوں کی تعداد بھی طاق ہے، اور 10 روپے کے سکوں کی تعداد جفت ہے۔ اس نے کل رقم 205 روپے نکالی۔ کیا اس نے غلطی کی؟ اگر کی ہے تو وجہ بتائیے۔ اگر نہیں کی، تو ہر قسم کے کتنے سکے ہو سکتے ہیں؟

3. ہم جانتے ہیں کہ:

(a) جفت + جفت = جفت

(b) طاق + طاق = جفت

(c) جفت + طاق = طاق

AP SCERT

Similarly, find out the parity for the scenarios below:

d. even - even = _____

e. odd - odd = _____

f. even - odd = _____

g. odd - even = _____

Small Squares in Grids

In a 3 × 3 grid, there are 9 small squares, which is an odd number. Meanwhile, in a 3 × 4 grid, there are 12 small squares, which is an even number.



Given the dimensions of a grid, can you tell the parity of the number of small squares without calculating the product?

Find the parity of the number of small squares in these grids:

(a) 27 × 13

(b) 42 × 78

(c) 135 × 654

Parity of Expressions

Consider the algebraic expression: 3n + 4. For different values of n, the expression has different parity:

Since 4 is always even, the parity of the expression 3n + 4 depends entirely on the parity of 3n.

If n is Even: 3 × Even = Even

Even + 4 (Even) = Even}

If n is Odd: 3 × Odd = Odd

Odd + 4 (Even) = Odd

n	Value of 3n + 4	Parity of the Value
3	13	odd
8	28	even
10	34	even

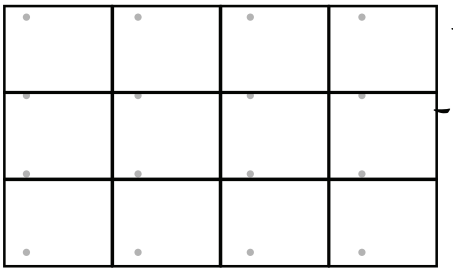
APSCERT

اسی طرح، درج ذیل صورتوں کی parity معلوم کیجیے:

(d) جفت — جفت = _____ (e) طاق — طاق = _____

(f) جفت — طاق = _____ (g) طاق — جفت = _____

گرِڈ میں چھوٹے مربع



3 × 3 کے گرڈ میں 9 چھوٹے مربع ہوتے ہیں، جو کہ ایک طاق عدد ہے۔

جبکہ 3 × 4 کے گرڈ میں 12 چھوٹے مربع ہوتے ہیں، جو کہ جفت عدد ہے۔

کیا گرڈ کی لمبائی اور چوڑائی دیکھ کر، حاصل ضرب نکالے بغیر،
آپ یہ بتا سکتے ہیں کہ چھوٹے مربعوں کی تعداد جفت ہوگی یا طاق؟

درج ذیل گرڈز میں چھوٹے مربعوں کی تعداد کی parity معلوم کیجیے:

(a) 27 × 13 (b) 42 × 78 (c) 135 × 654

عبارتوں کی Parity

اس الجبری عبارت پر غور کیجیے: 3n + 4۔

n کی مختلف قدروں کے لیے اس عبارت کی parity مختلف ہوگی۔

چونکہ 4 ہمیشہ جفت ہے، اس لیے 3n + 4 کی parity مکمل طور پر 3n کی parity پر منحصر ہے۔

اگر n جفت ہو: 3 × جفت = جفت

جفت + 4 (جفت) = جفت

اگر n طاق ہو: 3 × طاق = طاق

طاق + 4 (جفت) = طاق

n	3n + 4 کی قدر	Parity کی قدر
3	13	طاق
8	28	جفت
10	34	جفت

AP SCERT

- Come up with an expression that always has even parity. Some examples are: 100p and 48w - 2. Try to find more.
- Come up with expressions that always have odd parity.
- Come up with other expressions, like 3n + 4, which could have either odd or even parity.
- The expression 6k + 2 evaluates to 8, 14, 20,... (for k = 1, 2, 3,...) - many even numbers are missing.
- Are there expressions using which we can list all the even numbers?

  Hint: All even numbers have a factor 2.
- Are there expressions using which we can list all odd numbers?

We saw earlier how to express the nth term of the sequence of multiples of 4, where n is the letter-number that denotes a position in the sequence (e.g., first, twenty third, hundred and seventeenth, etc.).

- What would be the nth term for multiples of 2? Or, what is the nth even number?

To answer this question, consider the following question

Let us consider odd numbers.

- What is the 100th odd number?
- What is the 100th even number?

This is $2 \times 100 = 200$.

Does this help in finding the 100th odd number? Let us compare the sequence of evens and odds term-by-term.

Even Numbers : 2, 4, 6, 8, 10, 12,...

Odd Numbers : 1, 3, 5, 7, 9, 11,...

We see that at any position, the value at the odd number sequence is one less than that in the even number sequence. Thus, the 100th odd number is 200 - 1 = 199.

- Write a formula to find the nth odd number.

Let us first describe the method that we have learnt to find the odd number at a given position:

APSCERT

ایسا کوئی عبارت (Expression) بنایئے جس کی parity ہمیشہ جفت ہو۔ کچھ مثالیں یہ ہیں: 100p اور 48w – 2 مزید مثالیں تلاش کرنے کی کوشش کیجیے۔

ایسے عبارت بنایئے جن کی parity ہمیشہ طاق ہو۔

ایسے دوسرے عبارت بھی بنایئے جو 3n + 4 کی طرح کبھی جفت اور کبھی طاق ہو سکتے ہوں۔

عبارت 6k + 2 کی قدریں 20,14,8, ... بنتی ہیں (جب k = 1, 2, 3, ... ہو) — اس میں بہت سے جفت اعداد شامل نہیں ہوتے۔

کیا ایسے عبارت موجود ہیں جن کے ذریعے ہم تمام جفت اعداد کی فہرست بنا سکیں؟

اشارہ: تمام جفت اعداد میں 2 بطور عامل موجود ہوتا ہے۔

کیا ایسے عبارت موجود ہیں جن کے ذریعے ہم تمام طاق اعداد کی فہرست بنا سکیں؟

ہم نے پہلے دیکھا تھا کہ 4 کے اضعاف کے سلسلے کی n واں مرتبہ کیسے لکھے جاتے ہیں، جہاں n ایک حرفی عدد ہے جو سلسلے میں مقام ظاہر کرتا ہے (مثلاً پہلا، تیئیسواں، ایک سو ستر ھواں وغیرہ)۔

2 کے اضعاف کے لیے n واں مرتبہ کیا ہو گا؟ یا n واں جفت عدد کیا ہو گا؟

اس سوال کا جواب دینے کے لیے درج ذیل سوال پر غور کیجیے۔ آیئے طاق اعداد پر غور کرتے ہیں۔

100 واں طاق عدد کیا ہو گا؟

100 واں جفت عدد کیا ہو گا؟ یہ 2 × 100 = 200 ہے۔

کیا اس سے 100 واں طاق عدد معلوم کرنے میں مدد ملتی ہے؟ آیئے جفت اور طاق اعداد کے سلسلوں کا تقابل کرتے ہیں۔

جفت اعداد: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

طاق اعداد: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

ہم دیکھتے ہیں کہ ہر مقام پر طاق اعداد کے سلسلے کی قیمت، جفت اعداد کے سلسلے کی قیمت سے ایک کم ہوتی ہے۔

لہٰذا 100 واں طاق عدد: 200 — 1 = 199

n واں طاق عدد معلوم کرنے کے لیے ایک ضابطہ لکھیے۔

آیئے پہلے اس طریقے کو بیان کریں جو ہم نے کسی بھی مقام پر موجود طاق عدد معلوم کرنے کے لیے سیکھا ہے۔

(a) Find the even number at that position. This is 2 times the position number.

(b) Then subtract 1 from the even number.

Writing this in expressions, we get

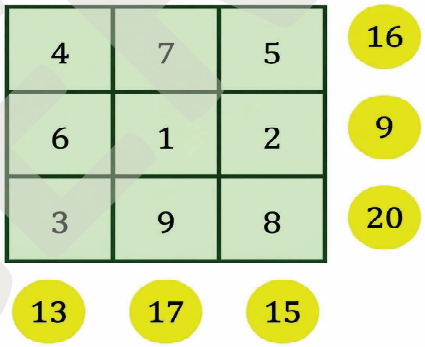
(a) 2n

(b) 2n - 1

Thus, 2n is the formula that gives the nth even number, and 2n - 1 is the formula that gives the nth odd number.

6.3 Some Explorations in Grids

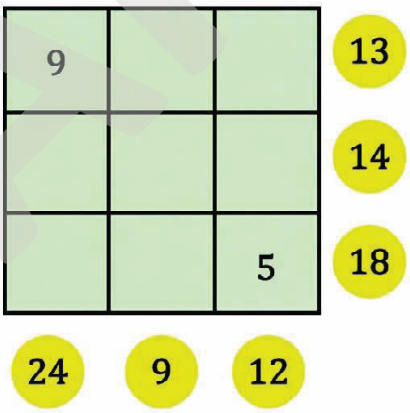
Observe this 3 × 3 grid. It is filled following a simple rule - use numbers from 1 - 9 without repeating any of them. There are circled numbers outside the grid.

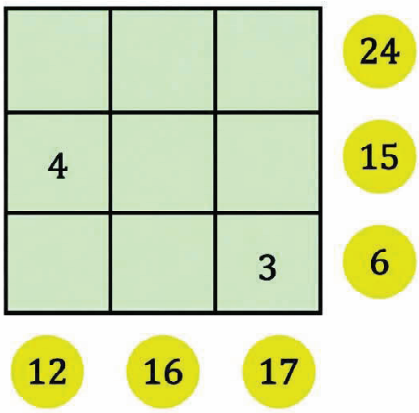


Are you able to see what the circled numbers represent?

The numbers in the yellow circles are the sums of the corresponding rows and columns.

Fill the grids below based on the rule mentioned above:





(a) اُس مقام پر موجود جفت عدد معلوم کیجیے۔ یہ مقام کے عدد کا 2 گنا ہو گا۔

(b) پھر اس جفت عدد میں سے 1 تفریق کیجیے۔

ان کو جبری عبارت (Expressions) کی صورت میں لکھیں تو ہمیں ملتا ہے:

$2n$ (a)

$2n - 1$ (b)

لہٰذا، $2n$ وہ ضابطہ (Formula) ہے جو n واں جفت عدد دیتا ہے، اور $2n - 1$ وہ ضابطہ ہے جو n واں طاق عدد دیتا ہے۔

4	7	5	16
6	1	2	9
3	9	8	20
13	17	15	

6.3 گرڈ میں کچھ تلاشیں

اس 3 × 3 گرڈ کو دیکھیے۔ یہ ایک سادہ اصول کے مطابق بھرا گیا ہے —

1 سے 9 تک کے اعداد استعمال کیے گئے ہیں اور کوئی عدد دہرایا نہیں گیا۔

گرڈ کے باہر کچھ اعداد دائروں میں لکھے گئے ہیں۔

کیا آپ سمجھ سکتے ہیں کہ دائروں میں لکھے گئے اعداد کیا ظاہر کرتے ہیں؟

پیلے دائروں میں موجود اعداد متعلقہ صفوں (Rows) اور کالموں (Columns) کے مجموعے ہیں۔

نیچے دیے گئے گرڈ کو اسی اصول کے مطابق مکمل کیجیے:

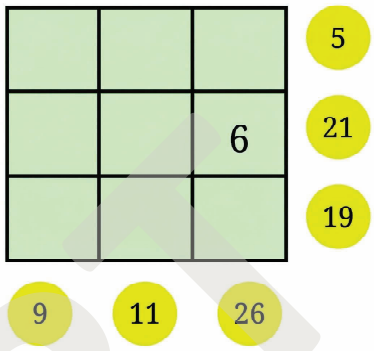
9			13
			14
		5	18
24	9	12	

			24
4			15
		3	6
12	16	17	

APSCERT

Make a couple of questions like this on your own and challenge your peers.

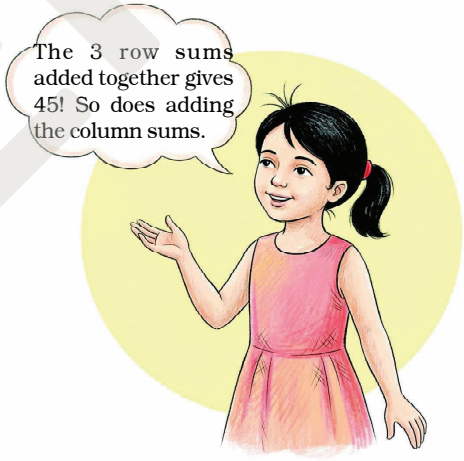
Try solving the problem below.



You might have realised that it is not possible to find a solution for this grid. Why is this the case?

The smallest sum possible is 6 = 1 + 2 + 3. The largest sum possible is 24 = 9 + 8 + 7. Clearly, any number in a circle cannot be less than 6 or greater than 24. The grid has sums 5 and 26. Therefore, this is impossible!

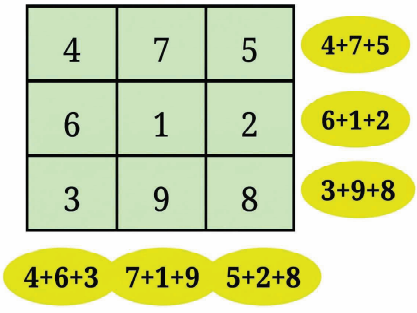
In the earlier grids which we solved, Kisho noticed that the sum of all the numbers in the circles was always 90. Also, Vidya observed that the sum of the circled numbers for all three rows, or for all three columns, was always 45. Check if this is true in the previous grids you have solved.



Why should the row sums and column sums always add to 45?

From this grid, we can see that all the row sums added together will be the same as the sum of the numbers 1 - 9. This can be seen for column sums as well. The sum of the numbers 1 - 9 is

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.



A square grid of numbers is called a **magic square** if each row, each column and each diagonal, add up to the same number. This number is called the **magic sum**. Diagonals are shown in the picture.

خود بھی اس طرح کے چند سوالات بنائیے اور اپنے ساتھیوں کو حل کرنے کا چیلنج دیجیے۔

اب نیچے دیا گیا مسئلہ حل کرنے کی کوشش کیجیے۔

شاید آپ نے محسوس کیا ہو گا کہ اس گرڈ کا حل نکالنا ممکن نہیں ہے۔ ایسا کیوں ہے؟

			5
		6	21
			19
9	11	26	

سب سے چھوٹا ممکن مجموعہ: $6 = 1 + 2 + 3$

اور سب سے بڑا ممکن مجموعہ: $24 = 9 + 8 + 7$

واضح ہے کہ دائرے میں موجود کوئی بھی عدد 6 سے کم یا 24 سے زیادہ نہیں ہو سکتا۔ اس گرڈ میں مجموعے 5 اور 26 دیے گئے ہیں، اس لیے یہ ناممکن ہے۔

پہلے حل کیے گئے گرڈ میں کشور نے دیکھا کہ دائروں میں موجود تمام اعداد کا مجموعہ ہمیشہ 90 ہوتا تھا۔ اسی طرح ودیا نے مشاہدہ کیا کہ تینوں صفوں یا تینوں صفوں کے دائروں کے اعداد کا مجموعہ ہمیشہ 45 ہوتا تھا۔



جانچ کیجیے کہ کیا یہ بات ان گرڈ میں بھی درست ہے جو آپ پہلے حل کر چکے ہیں۔

صفوں اور کالموں کے مجموعے ہمیشہ 45 کیوں بنتے ہیں؟

اس گرڈ سے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ تمام صفوں کے مجموعے ملا کر، 1 سے 9 تک کے تمام اعداد کے مجموعے کے برابر ہوں گے۔ یہی بات کالموں کے لیے بھی درست ہے۔

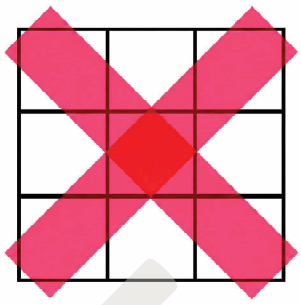
4	7	5	4+7+5
6	1	2	6+1+2
3	9	8	3+9+8
4+6+3	7+1+9	5+2+8	

1 سے 9 تک کے اعداد کا مجموعہ یہ ہے:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$

اعداد کے مربع گرڈ کو جادوئی مربع (Magic Square) کہتے ہیں اگر اس کی ہر صف، ہر کالم، اور ہر ترچھی لکیر (Diagonal) کا مجموعہ ایک ہی عدد کے برابر ہو۔ اس عدد کو جادوئی مجموعہ (Magic Sum) کہتے ہیں۔ ترچھی لکیریں تصویر میں دکھائی گئی ہیں۔

Trying to create a magic square by randomly filling the grid with numbers may be difficult! This is because there are a large number of ways of filling a 3 × 3 grid using the numbers 1 - 9 without repetition. In fact, it can be found that there are exactly 3,62,880 such ways.



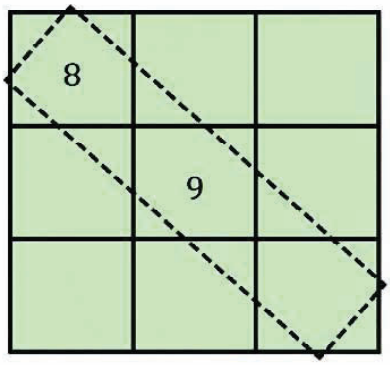
Surprisingly, the number of ways to fill in the grid can be found without listing all of them. We will see in later years how to do this. Instead, we should proceed systematically to make a magic square.

For this, let us ask ourselves some questions.

1. What can the magic sum be? Can it be any number?
   Let us focus, for the moment, only on the row sums. We have seen that in a 3 × 3 grid with numbers 1 - 9, the total of row sums will always be 45. Since in a magic square the row sums are all equal, and they add up to 45, they have to be 15 each. Thus, we have the following observation.

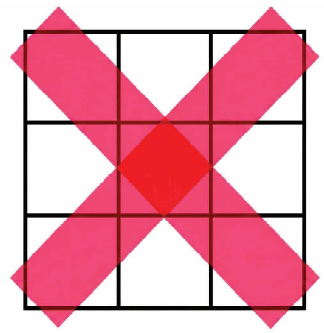
Observation 1: In a magic square made using the numbers 1 - 9, the magic sum must be 15.

2. What are the possible numbers that could occur at the centre of a magic square?
   Let us consider the possibilities one by one. Can the central number be 9? If yes, then 8 must come in one of the other squares. For example,



   In this, we must have 8 + 9 + other number = 15.
   But this is not possible! The same issue will occur no matter where we place 8. So, 9 cannot be at the centre. Can the central number be 1?
   If yes, then 2 should come in one of the other squares.

APSCERT



جادوئی مربع (Magic Square) کو اعداد سے بے ترتیب طریقے سے بھرنے کی کوشش کرنا مشکل ہو سکتا ہے! اس کی وجہ یہ ہے کہ 1 سے 9 تک کے اعداد کو بغیر دہرائے 3 × 3 گرڈ میں بھرنے کے بے شمار طریقے موجود ہیں۔ حقیقت میں، ایسے کل 3,62,880 طریقے ہیں۔

حیرت کی بات یہ ہے کہ گرڈ بھرنے کے طریقوں کی تعداد، تمام طریقے لکھے بغیر بھی معلوم کی جاسکتی ہے۔ آئندہ جماعتوں میں ہم سیکھیں گے کہ یہ کیسے کیا جاتا ہے۔

ابھی ہمیں جادوئی مربع بنانے کے لیے منظم طریقے سے آگے بڑھنا چاہیے۔

اس کے لیے آیئے خود سے چند سوالات پوچھتے ہیں۔

1. جادوئی مجموعہ (Magic Sum) کیا ہو سکتا ہے؟ کیا یہ کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے؟

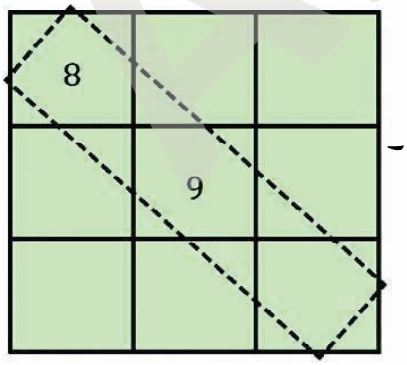
فی الحال صرف صفوں کے مجموعوں پر غور کرتے ہیں۔ ہم دیکھ چکے ہیں کہ 1 سے 9 تک کے اعداد والے 3 × 3 گرڈ میں تمام صفوں کے مجموعوں کا کل ہمیشہ 45 ہوتا ہے۔ چونکہ جادوئی مربع میں تمام صفوں کے مجموعے برابر ہوتے ہیں، اور ان سب کا مجموعہ 45 ہے، اس لیے ہر صف کا مجموعہ 15 ہونا چاہیے۔ لہٰذا ہمیں یہ مشاہدہ حاصل ہوتا ہے:

مشاہدہ 1: 1 سے 9 تک کے اعداد سے بنے جادوئی مربع میں جادوئی مجموعہ ہمیشہ 15 ہوگا۔

2. جادوئی مربع کے درمیان والے خانے میں کون سے اعداد آسکتے ہیں؟

آیئے امکانات کو ایک ایک کرکے دیکھتے ہیں۔ کیا درمیان والا عدد 9 ہو سکتا ہے؟ اگر ہاں، تو پھر 8 کو کسی دوسرے خانے میں آنا ہوگا۔ مثال کے طور پر:

اس صورت میں ہمیں یہ حاصل ہوگا:



8 + 9 + کوئی دوسرا عدد = 15

لیکن یہ ممکن نہیں ہے! چاہے 8 کو کسی بھی جگہ رکھیں، یہی مسئلہ پیش آئے گا۔

لہٰذا، 9 درمیان میں نہیں ہو سکتا۔ کیا درمیان والا عدد 1 ہو سکتا ہے؟

اگر ہاں، تو پھر 2 کو کسی دوسرے خانے میں آنا ہوگا۔

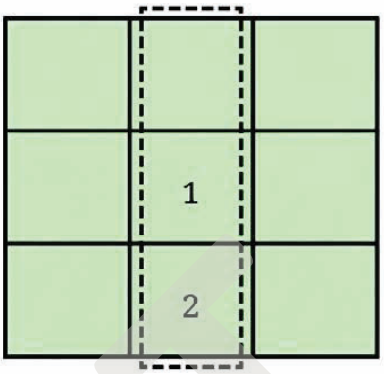
APSCERT

Here, we must have 2 + 1 + other number = 15. But this is not possible because we are only using the numbers 1 - 9. The same issue will occur no matter where we place 1.

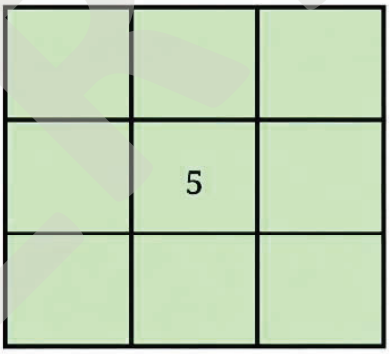
So, 1 cannot be at the centre, either.

? Using such reasoning, find out which other numbers 1 - 9 cannot occur at the centre.

This exploration will lead us to the following interesting observation.

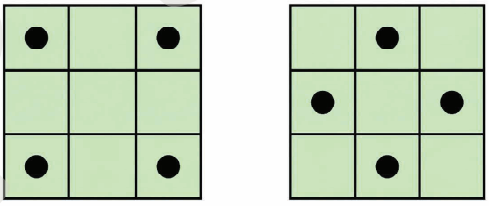


Observation 2: The number occurring at the centre of a magic square, filled using 1 - 9, must be 5.

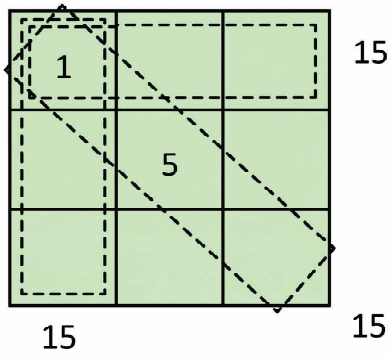


Let us now see where the smallest number 1 and the largest number 9 should come in a magic square. Our second observation tells us that they will have to come in one of the boundary positions.

Let us classify these positions into two categories:



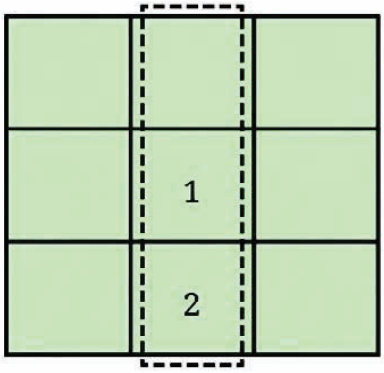
Can 1 occur in a corner position? For example, can it be placed as follows?



? If yes, then there should exist three ways of adding 1 with two other numbers to give 15. We have 1 + 5 + 9 = 1 + 6 + 8 = 15. Is any other combination possible?

? Similarly, can 9 can be placed in a corner position?

APSCERT

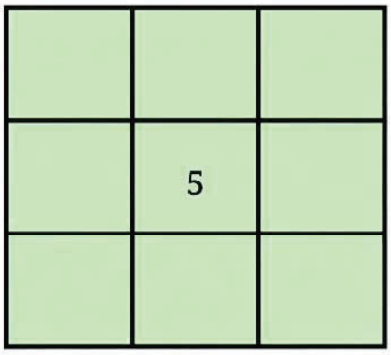


یہاں ہمیں حاصل ہونا چاہیے: 2 + 1 + کوئی دوسرا عدد = 15

لیکن یہ بھی ممکن نہیں، کیونکہ ہم صرف 1 سے 9 تک کے اعداد استعمال کر رہے ہیں۔ چاہے 1 کو کہیں بھی رکھیں، یہی مسئلہ ہو گا۔

لہٰذا 1 بھی درمیان میں نہیں ہو سکتا۔

اسی طرح کی دلیل استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجیے کہ 1 سے 9 تک کے کون سے دوسرے اعداد درمیان میں نہیں آسکتے۔

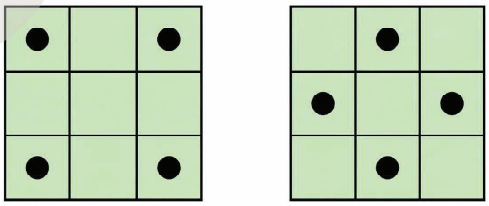


یہ تحقیق ہمیں ایک دلچسپ مشاہدے تک لے جاتی ہے۔

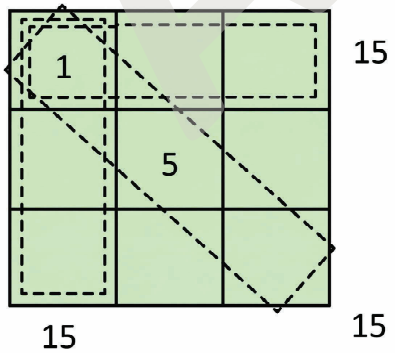
مشاہدہ 2: 1 سے 9 تک کے اعداد سے بنے جادوئی مربع کے درمیان میں لازماً 5 ہو گا۔

اب آیئے دیکھتے ہیں کہ سب سے چھوٹا عدد 1 اور سب سے بڑا عدد 9 جادوئی مربع میں کہاں آئیں گے۔ ہمارے دوسرے مشاہدے سے معلوم ہوتا ہے کہ یہ دونوں کنارے والے خانوں میں آئیں گے۔

آیئے ان خانوں کو دو اقسام میں تقسیم کرتے ہیں۔



کیا 1 کسی کونے والے خانے میں آسکتا ہے؟ مثال کے طور پر، کیا اسے اس طرح رکھا جاسکتا ہے؟



اگر ہاں، تو 1 کے ساتھ دو دوسرے اعداد ملا کر 15 بنانے کے تین طریقے ہونے چاہیے۔ ہمارے پاس: 1 + 5 + 9 = 15 اور 1 + 6 + 8 = 15

کیا اس کے علاوہ کوئی اور ترکیب ممکن ہے؟

اسی طرح، کیا 9 کو بھی کونے والے خانے میں رکھا جاسکتا ہے؟

APSCERT

Observation 3: The numbers 1 and 9 cannot occur in any corner, so they should occur in one of the middle positions.

Can you find the other possible positions for 1 and 9?

1	5	9

	1	
	5	
	9	

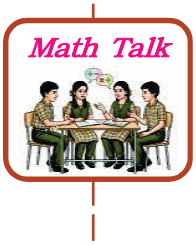
Now, we have one full row or column of the magic square! Try completing it!

[**Hint:** First fill the row or columns containing 1 and 9]

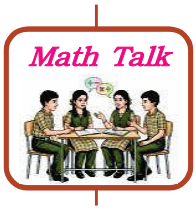


Figure it Out - 6.3

1. How many different magic squares can be made using the numbers 1 - 9?
2. Create a magic square using the numbers 2 - 10. What strategy would you use for this? Compare it with the magic squares made using 1 - 9.



3. Take a magic square, and
   (a) increase each number by 1
   (b) double each number
   In each case, is the resulting grid also a magic square? How do the magic sums change in each case?
4. What other operations can be performed on a magic square to yield another magic square?
5. Discuss ways of creating a magic square using any set of 9 consecutive numbers (like 2 - 10, 3 - 11, 9 - 17, etc.).



Generalising a 3 × 3 Magic Square

We can describe how the numbers within the magic square are related to each other, i.e., the structure of the magic square.

Choose any magic square that you have made so far using consecutive numbers. If m is the letter-number of the number in the centre, express how other numbers are related to m, how much more or less than m.

© NCERT

مشاہدہ 3: اعداد 1 اور 9 کسی بھی کونے میں نہیں آسکتے، اس لیے انہیں درمیانی خانوں میں آنا چاہیے۔

کیا آپ 1 اور 9 کی دوسری ممکنہ جگہیں معلوم کرسکتے ہیں؟

1	5	9

	1	
	5	
	9	

اب ہمارے پاس جادوئی مربع کی ایک پوری قطار یا ستون موجود ہے! اسے مکمل کرنے کی کوشش کیجیے۔

[**اشارہ:** پہلے وہ صف یا کالم مکمل کیجیے جس میں 1 اور 9 موجود ہوں۔]



حل کیجیے–6.3



1. 1 سے 9 تک کے اعداد استعمال کرتے ہوئے کتنے مختلف جادوئی مربع بنائے جاسکتے ہیں؟
2. 2 سے 10 تک کے اعداد استعمال کرتے ہوئے ایک جادوئی مربع بنائیے۔

اس کے لیے آپ کون سی حکمتِ عملی اختیار کریں گے؟ اس کا موازنہ 1 سے 9 والے جادوئی مربع سے کیجیے۔

3. کسی جادوئی مربع کو لیجیے، پھر:

(a) ہر عدد میں 1 کا اضافہ کیجیے۔ (b) ہر عدد کو دگنا کیجیے۔

ہر صورت میں کیا حاصل ہونے والا گرڈ بھی جادوئی مربع ہوگا؟ جادوئی مجموعہ (Magic Sum) کیسے بدلے گا؟

4. جادوئی مربع پر اور کون سے عمل (Operations) کیے جاسکتے ہیں جن سے ایک نیا جادوئی مربع حاصل ہو؟
5. کسی بھی 9 مسلسل اعداد (Consecutive Numbers) مثلاً: 10 - 2، 3 - 11، 9 - 17 وغیرہ استعمال کرتے ہوئے جادوئی مربع بنانے کے طریقوں پر گفتگو کیجیے۔



3 × 3 جادوئی مربع کی عمومیت

ہم بیان کرسکتے ہیں کہ جادوئی مربع کے اندر موجود اعداد ایک دوسرے سے کس طرح متعلق ہوتے ہیں، یعنی جادوئی مربع کی ساخت کیا ہوتی ہے۔ اب تک آپ نے مسلسل اعداد استعمال کرتے ہوئے جو بھی جادوئی مربع بنائے ہیں، ان میں سے کوئی ایک منتخب کیجیے۔ اگر درمیان والے عدد کو عددی حرف m سے ظاہر کریں، تو بتائیے کہ باقی اعداد m سے کس طرح متعلق ہیں، یعنی وہ m سے کتنے زیادہ یا کم ہیں۔

[**Hint:** Remember, how we described a 2 × 2 grid of a calendar month in the Algebraic Expressions chapter].

? Once the generalised form is obtained, share your observations with the class.

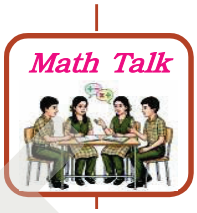




Figure it Out - 6.4

1. Using this generalised form, find a magic square if the centre number is 25.
2. What is the expression obtained by adding the 3 terms of any row, column or diagonal?
3. Write the result obtained by _____
   (a) adding 1 to every term in the generalised form.
   (b) doubling every term in the generalised form
4. Create a magic square whose magic sum is 60.
5. Is it possible to get a magic square by filling nine non-consecutive numbers?



The First-ever 4 × 4 Magic Square

The first ever recorded 4 × 4 magic square is found in a 10th century inscription at the Parshvanath Jain temple in Khajuraho, India, and is known as the Chautisa Yantra.



7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

The first ever recorded 4 × 4 magic square, the Chautasa Yantra, at Khajuraho, India



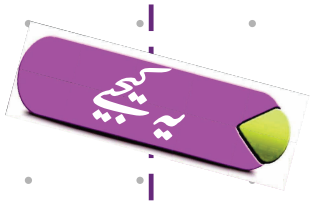
[اشارہ: یاد کیجیے کہ الجبری عبارات کے باب میں ہم نے کیلنڈر کے 2 × 2 گرڈ کو کس طرح بیان کیا تھا۔]

جب عمومی شکل حاصل ہو جائے، تو اپنے مشاہدات جماعت کے ساتھ بانٹیں۔



حل کیجیے–6.4

1. اس عمومی شکل کو استعمال کرتے ہوئے ایک جادوئی مربع بنائیے جس کا درمیانی عدد 25 ہو۔
2. کسی بھی صف، کالم، یا ترچھی لکیر کے 3 اعداد کو جمع کرنے سے کون سی الجبری عبارت حاصل ہوتی ہے؟
3. درج ذیل صورتوں میں حاصل ہونے والا نتیجہ لکھیے:
   (a) عمومی شکل کے ہر عدد میں 1 کا اضافہ کرنے پر۔
   (b) عمومی شکل کے ہر عدد کو دگنا کرنے پر۔
4. ایسا جادوئی مربع بنائیے جس کا جادوئی مجموعہ 60 ہو۔
5. کیا 9 غیر مسلسل اعداد استعمال کر کے بھی جادوئی مربع بنایا جا سکتا ہے؟



پہلا 4 × 4 جادوئی مربع

تاریخ میں درج پہلا 4 × 4 جادوئی مربع بھارت کے کھجوراہو میں پارشوناتھ جین مندر کی دسویں صدی کی ایک تحریر میں ملا تھا، اور اسے "چوتیسا یانترا" کہا جاتا ہے۔



7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

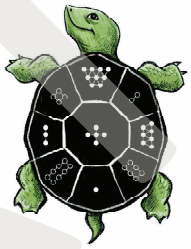
تاریخ میں درج پہلا 4 × 4 جادوئی مربع بھارت کے کھجوراہو میں

Chautis means 34. Why do you think they called it the Chautisa Yantra?

Every row, column and diagonal in this magic square adds up to 34.

Can you find other patterns of four numbers in the square that add up to 34?

Magic Squares in History and Culture



The first magic square ever recorded, the Lo Shu Square, dates back over 2000 years to ancient China. The legend tells of a catastrophic flood on the Lo River, during which the gods sent a turtle to save the people. The turtle carried a 3 × 3 grid on its back, with the numbers 1 to 9 arranged in a magical pattern.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

Magic squares were studied in different parts of the world at different points of time including India, Japan, Central Asia, and Europe.

Indian mathematicians have worked extensively on magic squares, describing general methods of constructing them.

The work of Indian mathematicians was not just limited to 3 × 3 and 4 × 4 grids, which we considered above, but also extended to 5 × 5 and other larger square grids. We shall learn more about these in later grades.

The occurrence of magic squares is not limited to scholarly mathematical works. They are found in many places in India. The picture to the right is of a 3 × 3 magic square found on a pillar in a temple in Palani, Tamil Nadu. The temple dates back to the 8th century CE.



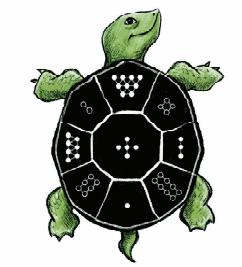
© NCERT not to be republished

"چوتیس" کا مطلب 34 ہے۔ آپ کے خیال میں اسے "چوتیسا یانترا" کیوں کہا گیا؟

اس جادوئی مربع کی ہر صف، ہر کالم، اور ہر ترچھی لکیر کے اعداد کا مجموعہ 34 بنتا ہے۔

کیا آپ مربع میں چار ایسے اعداد کے دوسرے نمونے تلاش کر سکتے ہیں جن کا مجموعہ 34 ہو؟

تاریخ اور ثقافت میں جادوئی مربع



2	7	6
9	5	1
4	3	8

تاریخ میں سب سے پہلا درج شدہ جادوئی مربع "لوشو مربع" تھا، جو 2000 سال سے بھی زیادہ پرانا ہے اور قدیم چین سے تعلق رکھتا ہے۔ روایت کے مطابق دریائے لو میں ایک تباہ کن سیلاب آیا، جس کے دوران دیوتاؤں نے لوگوں کو بچانے کے لیے ایک کچھوا بھیجا۔ اس کچھوے کی پشت پر 3 × 3 کا ایک مربع بنا ہوا تھا، جس میں 1 سے 9 تک کے اعداد ایک جادوئی ترتیب میں لکھے ہوئے تھے۔

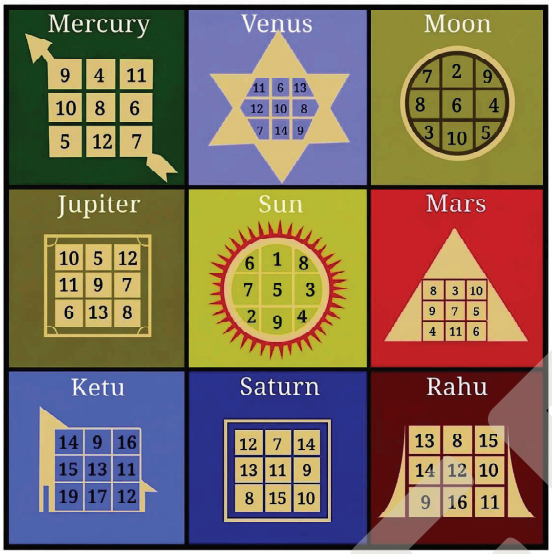
جادوئی مربعوں کا مطالعہ دنیا کے مختلف حصوں جیسے بھارت، جاپان، وسطی ایشیا، اور یورپ میں مختلف ادوار میں کیا گیا۔ بھارتی ماہرینِ ریاضی نے جادوئی مربعوں پر بہت کام کیا اور انہیں بنانے کے عمومی طریقے بیان کیے۔

بھارتی ماہرینِ ریاضی کا کام صرف 3 × 3 اور 4 × 4 مربعوں تک محدود نہیں تھا، بلکہ انہوں نے 5 × 5 اور اس سے بڑے مربعوں پر بھی تحقیق کی۔ ہم اگلی جماعتوں میں ان کے بارے میں مزید سیکھیں گے۔

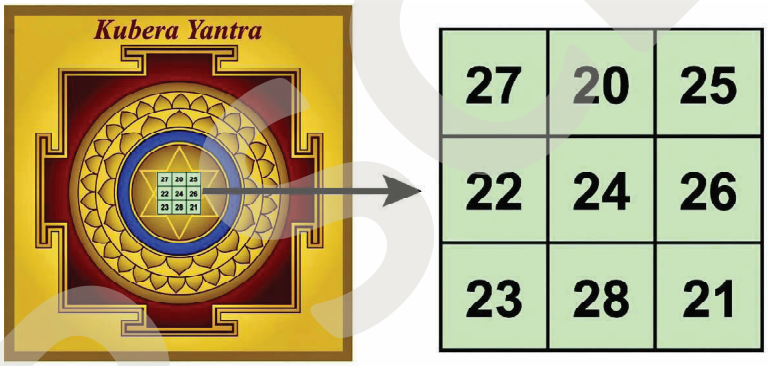
جادوئی مربع صرف علمی ریاضیاتی کتابوں تک محدود نہیں ہیں، بلکہ یہ بھارت کے مختلف مقامات پر بھی پائے جاتے ہیں۔ دائیں جانب دی گئی تصویر تمل ناڈو کے شہر پلانی کے ایک مندر کے ستون پر بنے ہوئے 3 × 3 جادوئی مربع کی ہے۔ یہ مندر آٹھویں صدی عیسوی سے تعلق رکھتا ہے۔



3 × 3 magic squares can also be found in homes and shops in India. The Navagraha Yantra is one such example shown below.



Notice that a different magic sum is associated with each graha. A picture of a Kubera Yantra is shown below:



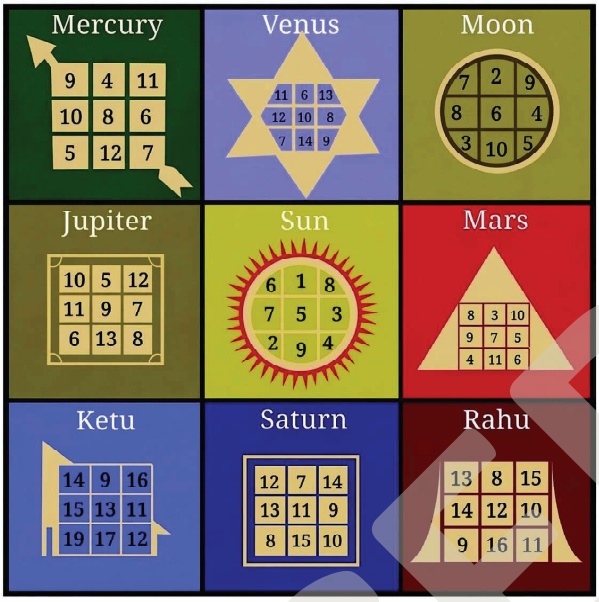
6.4 Nature's Favourite Sequence: The Virahanka-Fibonacci Numbers!

The sequence 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . . (Virahanka-Fibonacci Numbers) is one of the most celebrated sequences in all of mathematics - it occurs throughout the world of Art, Science, and Mathematics. Even though these numbers are found very frequently in Science, it is remarkable that these numbers were first discovered in the context of Art (specifically, poetry)!

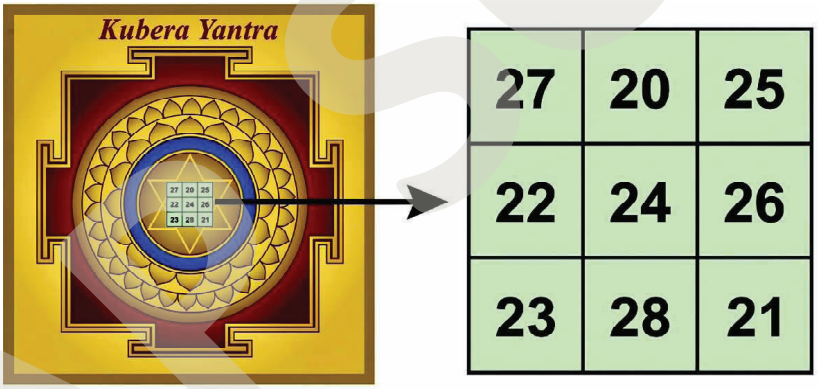
The Virahanka-Fibonacci Numbers thus provide a beautiful illustration of the close links between Art, Science, and Mathematics.

© NCERT

3 × 3 جادوئی مربع بھارت میں گھروں اور دکانوں میں بھی پائے جاتے ہیں۔
نواگرہ یانتر اس کی ایک مثال ہے جو نیچے دکھائی گئی ہے۔



نوٹ کیجیے کہ ہر گرہ کے ساتھ ایک مختلف جادوئی مجموعہ وابستہ ہے۔
نیچے کبیر یانتر اکی ایک تصویر دکھائی گئی ہے۔



6.4 فطرت کی پسندیدہ ترتیب: وراہنک۔ فیبونیکی اعداد!

ترتیب 1، 2، 3، 5، 8، 13، 21، 34، . . . (وراہنک۔ فیبونیکی اعداد) ریاضی کی سب سے مشہور سلسلوں میں سے ایک ہے۔ یہ فن، سائنس، اور ریاضی کی دنیا میں بار بار نظر آتی ہے۔ اگرچہ یہ اعداد سائنس میں بہت زیادہ پائے جاتے ہیں، لیکن حیرت کی بات یہ ہے کہ ان کی دریافت سب سے پہلے فن، خصوصاً شاعری کے تناظر میں ہوئی تھی۔ اس طرح وراہنک۔ فیبونیکی اعداد فن، سائنس، اور ریاضی کے درمیان گہرے تعلق کی ایک خوبصورت مثال پیش کرتے ہیں۔

Discovery of the Virahanka Numbers

The Virahanka numbers first came up thousands of years ago in the works of Sanskrit and Prakrit linguists in their study of poetry!

In the poetry of many Indian languages, including, Prakrit, Sanskrit, Marathi, Malayalam, Tamil, and Telugu, each syllable is classified as either long or short.

A long syllable is pronounced for a longer duration than a short syllable - in fact, for exactly twice as long. When singing such a poem, a short syllable lasts one beat of time, and a long syllable lasts two beats of time.

This leads to numerous mathematical questions, which the ancient poets in these languages considered extensively. A number of important mathematical discoveries were made in the process of asking and answering these questions about poetry.

One of these particularly important questions was the following.

How many rhythms are there with 8 beats consisting of short syllables (1 beat) and long syllables (2 beats)? That is, in how many ways can one fill 8 beats with short and long syllables, where a short syllable takes one beat of time and a long syllable takes two beats of time.

Here are some possibilities:

long long long long

short short short short short short short short

short short **long long** short **long**

long long short short **long**

Can you find others?

Phrased more mathematically: In how many different ways can one write a number, say 8, as a sum of 1's and 2's?

For example, we have:

$8 = 2 + 2 + 2 + 2,$

$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1,$

$8 = 1 + 2 + 2 + 1 + 2,$

$8 = 2 + 2 + 1 + 1 + 2,$

etc.

Do you see other ways?

Here are all the ways of writing each of the numbers 1, 2, 3, and 4, as the sum of **1's** and **2's**.

© NCERT not to be republished

وراہنک اعداد کی دریافت

وراہنک اعداد ہزاروں سال پہلے سنسکرت اور پراکرت کے ماہرینِ لسانیات کے شعری مطالعوں میں پہلی بار سامنے آئے۔ بھارت کی کئی زبانوں، جیسے پراکرت، سنسکرت، مراٹھی، ملیالم، تمل، اور تیلگو کی شاعری میں ہر ہجے کو یا تو طویل (لمبا) یا مختصر (چھوٹا) شمار کیا جاتا ہے۔

طویل ہجے کو مختصر ہجے کے مقابلے میں زیادہ دیر تک ادا کیا جاتا ہے، دراصل بالکل دوگنی مدت تک۔ جب ایسی شاعری گائی جاتی ہے تو مختصر ہجہ ایک ماترا یا ایک تھاپ کے برابر ہوتا ہے، جبکہ طویل ہجہ دو ماتراؤں یا دو تھاپوں کے برابر ہوتا ہے۔

اس سے کئی ریاضیاتی سوالات پیدا ہوتے ہیں، جن پر قدیم شعرا نے گہرائی سے غور کیا۔ شاعری سے متعلق ان سوالات کو پوچھنے اور حل کرنے کے عمل میں کئی اہم ریاضیاتی دریافتیں ہوئیں۔

ان میں سے ایک اہم سوال یہ تھا:

8 ماتراؤں والی کتنی مختلف تالیں بن سکتی ہیں جن میں مختصر ہجے (1 ماترا) اور طویل ہجے (2 ماترائیں) شامل ہوں؟ یعنی 8 ماتراؤں کو مختصر اور طویل ہجوں سے کتنے مختلف طریقوں سے بھرا جا سکتا ہے، اگر مختصر ہجہ 1 ماترا اور طویل ہجہ 2 ماترائیں لیتا ہو۔ چند مثالیں یہ ہیں:

طویل + طویل + طویل + طویل

مختصر + مختصر + مختصر + مختصر + مختصر + مختصر + مختصر + مختصر

مختصر + مختصر + طویل + طویل + مختصر + طویل

طویل + طویل + مختصر + مختصر + طویل

کیا آپ مزید طریقے تلاش کر سکتے ہیں؟

ریاضیاتی انداز میں یہ سوال یوں بیان کیا جا سکتا ہے: کسی عدد، مثلاً 8، کو 1 اور 2 کے مجموعے کی صورت میں کتنے مختلف طریقوں سے لکھا جا سکتا ہے؟ مثال کے طور پر:

$8 = 2 + 2 + 2 + 2,$

$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1,$

$8 = 1 + 2 + 2 + 1 + 2,$

$8 = 2 + 2 + 1 + 1 + 2,$

وغیرہ۔ کیا آپ مزید طریقے دیکھ سکتے ہیں؟

یہاں 1، 2، 3، اور 4 کو 1 اور 2 کے مجموعے کی صورت میں لکھنے کے تمام طریقے دیے گئے ہیں۔

	Different Ways	Number of Ways
n = 1	1	1
n = 2	1 + 1 2	2
n = 3	1 + 1 + 1 1 + 2 2 + 1	3
n = 4	1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 2 1 + 2 + 1 2 + 1 + 1 2 + 2	5

Try writing the number 5 as a sum of 1s and 2s in all possible ways in your notebook! How many ways did you find? (You should find 8 different ways!) Can you figure out the answer without listing down all the possibilities? Can you try it for n = 8?

Here is a systematic way to write down all rhythms of short and long syllables having 5 beats. Write a '1+' in front of all rhythms having 4 beats, and then a '2+' in front of all rhythms having 3 beats. This gives us all the rhythms having 5 beats :

n = 5	1 + 1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 1 + 2 1 + 1 + 2 + 1 1 + 2 + 1 + 1 1 + 2 + 2	2 + 1 + 1 + 1 2 + 1 + 2 2 + 2 + 1

Thus, there are 8 rhythms having 5 beats!

The reason this method works is that every 5-beat rhythm must begin with either a '1+' or a '2+'. If it begins with a '1+', then the remaining numbers must give a 4-beat rhythm, and we can write all those down. If it begins with a 2+, then the remaining number must give a 3-beat rhythm, and we can write all those down. Therefore, the number of 5-beat rhythms is the number of 4-beat rhythms, plus the number of 3-beat rhythms.

	مختلف طریقے	طریقوں کی تعداد
n = 1	1	1
n = 2	1 + 1 2	2
n = 3	1 + 1 + 1 1 + 2 2 + 1	3
n = 4	1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 2 1 + 2 + 1 2 + 1 + 1 2 + 2	5

اپنی کاپی میں عدد 5 کو 1 اور 2 کے مجموعے کی صورت میں تمام ممکنہ طریقوں سے لکھیے! آپ کو کتنے طریقے ملے؟ (آپ کو 8 مختلف طریقے ملنے چاہیے!) کیا آپ تمام امکانات لکھے بغیر جواب معلوم کر سکتے ہیں؟ کیا آپ n = 8 کے لیے بھی یہ آزما سکتے ہیں؟

یہاں 5 ماتراؤں والی مختصر اور طویل ہجوں کی تمام تالیں منظم طریقے سے لکھنے کا ایک طریقہ دیا گیا ہے۔ 4 ماتراؤں والی تمام تالوں کے آگے '1 +' لکھیے، اور پھر 3 ماتراؤں والی تمام تالوں کے آگے '2 +' لکھیے۔ اس طرح ہمیں 5 ماتراؤں والی تمام تالیں حاصل ہو جاتی ہیں:

n = 5	1 + 1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 1 + 2 1 + 1 + 2 + 1 1 + 2 + 1 + 1 1 + 2 + 2	2 + 1 + 1 + 1 2 + 1 + 2 2 + 2 + 1

اس طرح 5 ماتراؤں والی 8 مختلف تالیں بنتی ہیں!

یہ طریقہ اس لیے کام کرتا ہے کیونکہ ہر 5 ماتراؤں والی تال کی ابتدا یا تو '1 +' سے ہو گی یا '2 +' سے۔

اگر تال '1 +' سے شروع ہو، تو باقی اعداد کو 4 ماتراؤں کی تال بنانی ہو گی، اور ہم ان سب کو لکھ سکتے ہیں۔ اور اگر تال '2 +' سے شروع ہو، تو باقی اعداد کو 3 ماتراؤں کی تال بنانی ہو گی، اور ہم ان سب کو بھی لکھ سکتے ہیں۔

لہٰذا، 5 ماتراؤں والی تالوں کی تعداد = 4 ماتراؤں والی تالوں کی تعداد + 3 ماتراؤں والی تالوں کی تعداد۔

How many 6-beat rhythms are there? By the same reasoning, it will be the number of 5-beat rhythms plus the number of 4-beat rhythms, i.e., 8 + 5 = 13. Thus, there are 13 rhythms having 6 beats.

Use the systematic method to write down all 6-beat rhythms, i.e., write 6 as the sum of 1's and 2's in all possible ways. Did you get 13 ways?

This beautiful method for counting all the rhythms of short syllables and long syllables having any given number of beats was first given by the great Prakrit scholar Virahanka around the year 700 CE. He gave his method in the form of a Prakrit poem! For this reason, the sequence 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . . is known as the **Virahanka sequence**, and the numbers in the sequence are known as the **Virahanka numbers**. **Virahanka** was the first known person in history to explicitly consider these important numbers and write down the rule for their formation. Other scholars in India also considered these numbers in the same poetic context. **Virahanka** was inspired by earlier work of the legendary Sanskrit scholar Pingala, who lived around 300 BCE. After **Virahanka**, these numbers were also written about by Gopala (c. 1135 CE) and then by Hemachandra (c. 1150 CE).

In the West, these numbers have been known as the **Fibonacci numbers**, after the Italian mathematician who wrote about them in the year 1202 CE - about 500 years after **Virahanka**. As we can see, Fibonacci was not first, nor the second, not even the third person to write about these numbers! Sometimes the term "**Virahanka-Fibonacci numbers**" is used so that everyone understands what is being referred to.

So, how many rhythms of short and long syllables are there having 8 beats? We simply take the 8th element of the **Virahanka** sequence: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

Thus, there are 34 rhythms having 8 beats.

Write the next number in the sequence, after 55.

We have seen that the next number in the sequence is given by adding the two previous numbers. Check that this holds true for the numbers given above. The next number is 34 + 55 = 89.

APSCERT

6 ماتراؤں والی کتنی تالیں ہوں گی؟ اسی دلیل کے مطابق، یہ 5 ماتراؤں والی تالوں کی تعداد اور 4 ماتراؤں والی تالوں کی تعداد کے مجموعے کے برابر ہو گی، یعنی: 13 = 5 + 8 لہٰذا، 6 ماتراؤں والی 13 تالیں بنتی ہیں۔

منظم طریقہ استعمال کرتے ہوئے 6 ماتراؤں والی تمام تالیں لکھیے، یعنی 6 کو 1 اور 2 کے مجموعے کی صورت میں تمام ممکنہ طریقوں سے ظاہر کیجیے۔ کیا آپ کو 13 طریقے ملے؟

مختصر اور طویل ہجوں والی تالوں کو گننے کا یہ خوبصورت طریقہ سب سے پہلے عظیم پراکرت عالم وراہنک نے تقریباً 700 عیسوی میں پیش کیا تھا۔ انہوں نے اپنا طریقہ ایک پراکرت نظم کی صورت میں بیان کیا تھا! اسی وجہ سے ترتیب 1، 2، 3، 5، 8، 13، 21، 34، . . . کو "**وراہنک ترتیب**" کہا جاتا ہے، اور اس ترتیب کے اعداد "**وراہنک اعداد**" کہلاتے ہیں۔ **وراہنک** تاریخ میں پہلے معلوم شخص تھے جنہوں نے ان اہم اعداد پر واضح طور پر غور کیا اور ان کی تشکیل کا اصول لکھا۔ بھارت کے دوسرے علماء نے بھی شاعری کے اسی تناظر میں ان اعداد پر کام کیا۔ **وراہنک**، مشہور سنسکرت عالم پنگل کے پہلے کے کام سے متاثر تھے، جو تقریباً 300 قبل مسیح میں زندہ تھے۔ **وراہنک** کے بعد ان اعداد کے بارے میں گوپال (تقریباً 1135 عیسوی) اور پھر ہیماچندر (تقریباً 1150 عیسوی) نے بھی لکھا۔

مغرب میں یہ اعداد "**فیبونیکی اعداد**" کے نام سے مشہور ہوئے، اطالوی ماہرِ ریاضی فیبوناچی کے نام پر، جس نے 1202 عیسوی میں ان کے بارے میں لکھا— یعنی **وراہنک** کے تقریباً 500 سال بعد۔ جیسا کہ ہم دیکھ سکتے ہیں، فیبوناچی نہ پہلے شخص تھے، نہ دوسرے، بلکہ تیسرے بھی نہیں، جنہوں نے ان اعداد کے بارے میں لکھا! اسی لیے کبھی کبھی "**وراہنک۔ فیبونیکی اعداد**" کی اصطلاح استعمال کی جاتی ہے تاکہ درست تاریخی پس منظر واضح ہو۔

تو مختصر اور طویل ہجوں والی 8 ماتراؤں کی کتنی تالیں ہوں گی؟ ہم صرف وراہنک ترتیب کا آٹھواں عدد لیتے ہیں:

1، 2، 3، 5، 8، 13، 21، 34، 55، ...

لہٰذا، 8 ماتراؤں والی 34 تالیں بنتی ہیں۔

55 کے بعد ترتیب میں آنے والا اگلا عدد لکھیے۔

ہم نے دیکھا کہ ترتیب کا اگلا عدد، اس سے پہلے والے دو اعداد کو جمع کر کے حاصل ہوتا ہے۔ اوپر دی گئی ترتیب میں اس اصول کو چیک کیجیے۔

اگلا عدد ہے: 34 + 55 = 89

Write the next 3 numbers in the sequence:
1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 , 55, 89, _____, _____, _____, ...
If you have to write one more number in the sequence above, can you tell whether it will be an odd number or an even number (without adding the two previous numbers)?

What is the parity of each number in the sequence? Do you notice any pattern in the sequence of parities?
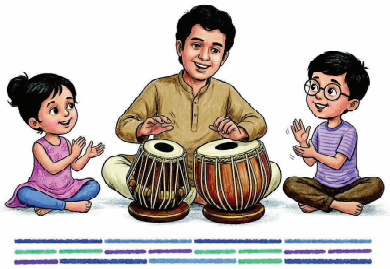
Today, the **Virahanka-Fibonacci** numbers form the basis of many mathematical and artistic theories, from poetry to drumming, to visual arts and architecture, to science. Perhaps the most stunning occurrences of these numbers are in nature. For example, the number of petals on a daisy is generally a **Virahanka** number.

How many petals do you see on each of these flowers?



A daisy with 13 petals | *A daisy with 21 petals* | *A daisy with 34 petals*

There are many other remarkable mathematical properties of the **Virahanka-Fibonacci numbers** that we will see later, in mathematics as well as in other subjects.



These numbers truly exemplify the close connections between Art, Science, and Mathematics.

6.5 Digits in Disguise

You have done arithmetic operations with numbers. How about doing the same with letters?

In the calculations below, digits are replaced by letters. Each letter stands for a particular digit (0 - 9). You have to figure out which digit each letter stands for.

$$\begin{array}{r} T \\ T \\ +\ T \\ \hline U\ T \\ \hline \end{array}$$

ترتیب کے اگلے 3 اعداد لکھیے:

1، 2، 3، 5، 8، 13، 21، 34، 55، 89، _____، _____، _____، ...

اگر آپ کو اس ترتیب میں ایک اور عدد لکھنا ہو، تو کیا آپ بغیر پچھلے دو اعداد کو جمع کیے بتا سکتے ہیں کہ وہ طاق ہو گا یا جفت؟

ترتیب کے ہر عدد کی طاق یا جفت حیثیت معلوم کیجیے۔ کیا آپ کو طاق اور جفت کی ترتیب میں کوئی نمونہ نظر آتا ہے؟

آج **وراہنک۔ فیبونیکی** اعداد شاعری، ڈھول کی تھاپ، بصری فنون، تعمیرات، اور سائنس سمیت بہت سے ریاضیاتی اور فنی نظریات کی بنیاد بن چکے ہیں۔ شاید ان اعداد کی سب سے حیرت انگیز موجودگی فطرت میں نظر آتی ہے۔ مثال کے طور پر، گل داؤدی کے پھول کی پنکھڑیوں کی تعداد عموماً ایک **وراہنک عدد** ہوتی ہے۔

آپ کو ان پھ
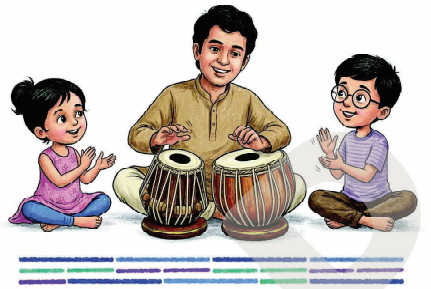


34 پنکھڑیوں کا ایک گل داؤدی



21 پنکھڑیوں کا ایک گل داؤدی



13 پنکھڑیوں کا ایک گل داؤدی



وراہنک۔ فیبونیکی اعداد کی اور بھی بہت سی حیرت انگیز ریاضیاتی خصوصیات ہیں جنہیں ہم بعد میں ریاضی اور دوسرے مضامین میں دیکھیں گے۔ یہ اعداد واقعی فن، سائنس، اور ریاضی کے درمیان گہرے تعلق کی بہترین مثال ہیں۔

6.5 بھیس بدلے ہوئے ہندسے

آپ اعداد کے ساتھ حسابی عمل کر چکے ہیں۔ اب حروف کے ساتھ یہی کام کرنے کے بارے میں کیا خیال ہے؟ نیچے دی گئی حسابی مثالوں میں ہندسوں کی جگہ حروف استعمال کیے گئے ہیں۔ ہر حرف کسی خاص ہندسے (0 تا 9) کی نمائندگی کرتا ہے۔ آپ کو معلوم کرنا ہے کہ ہر حرف کس ہندسے کی نمائندگی کر رہا ہے۔

$$\begin{array}{r} T \\ T \\ +\ T \\ \hline U\ T \\ \hline \end{array}$$

Here, we have a one-digit number that, when added to itself twice, gives a 2-digit sum. The units digit of the sum is the same as the single digit being added.

What could U and T be? Can T be 2? Can it be 3?

Once you explore, you will see that T = 5 and UT = 15.

Let us look at one more example shown on the right. Here K2 means that the number is a 2-digit number having the digit '2' in the units place and 'K' in the tens place. K2 is added to itself to give a 3-digit sum HMM. What digit should the letter M correspond to? Both the tens place and the units place of the sum have the same digit.

$$\begin{array}{r} K2 \\ +\ K2 \\ \hline HMM \end{array}$$

What about H? Can it be 2? Can it be 3?

These types of questions can be interesting and fun to solve! Here are some more questions like this for you to try out. Find out what each letter stands for.

Share how you thought about each question with your classmates; you may find some new approaches.

$$\begin{array}{r} YY \\ +Z \\ \hline ZOO \end{array} \qquad \begin{array}{r} B5 \\ +3D \\ \hline ED5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} KP \\ +\ KP \\ \hline PRR \end{array} \qquad \begin{array}{r} C1 \\ +\ C \\ \hline 1FF \end{array}$$

These types of questions are called 'cryptarithms' or 'alphametics'.



Figure it Out - 6.5

1. A light bulb is ON. Swathi toggles its switch 77 times. Will the bulb be on or off? Why?
2. Sarala has a large old encyclopaedia. When she opened it, several loose pages fell out of it. She counted 50 sheets in total, each printed on both sides. Can the sum of the page numbers of the loose sheets be 6000? Why or why not?

APSCERT

یہاں ہمارے پاس ایک ہندسے والا عدد ہے جسے خود اس کے ساتھ دوبار جمع کرنے پر دو ہندسوں والا مجموعہ حاصل ہوتا ہے۔ مجموعے کے اکائی والے ہندسے میں وہی ہندسہ آتا ہے جو بار بار جمع کیا جارہا ہے۔

U اور T کیا ہوسکتے ہیں؟ کیا T کی قیمت 2 ہوسکتی ہے؟ کیا یہ 3 ہوسکتی ہے؟

جب آپ غور کریں گے تو معلوم ہوگا کہ: T = 5 اور UT = 15

اب دائیں جانب دی گئی ایک اور مثال دیکھتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} K2 \\ +\ K2 \\ \hline HMM \end{array}$$

یہاں K2 کا مطلب ہے کہ عدد دو ہندسوں پر مشتمل ہے، جس کے اکائی والے مقام پر 2 اور دہائی والے مقام پر K ہے۔ K2 کو خود اس کے ساتھ جمع کرنے پر تین ہندسوں والا مجموعہ HMM حاصل ہوتا ہے۔

حرف M کس ہندسے کی نمائندگی کرے گا؟ مجموعے کے دہائی اور اکائی دونوں مقامات پر ایک ہی ہندسہ ہے۔

اور H کے بارے میں کیا خیال ہے؟ کیا یہ 2 ہوسکتا ہے؟ کیا یہ 3 ہوسکتا ہے؟

اس قسم کے سوالات حل کرنا دلچسپ اور مزے دار ہوسکتا ہے! نیچے اسی طرح کے مزید سوالات دیے گئے ہیں۔ معلوم کیجیے کہ ہر حرف کس ہندسے کی نمائندگی کرتا ہے۔

اپنے جماعتی ساتھیوں کے ساتھ یہ بھی تبادلہ خیال کیجیے کہ آپ نے ہر سوال کے بارے میں کیسے سوچا؛ ممکن ہے آپ کو نئے طریقے معلوم ہوں۔

$$\begin{array}{r} YY \\ +\ Z \\ \hline ZOO \end{array} \qquad \begin{array}{r} B5 \\ +3D \\ \hline ED5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} KP \\ +\ KP \\ \hline PRR \end{array} \qquad \begin{array}{r} C1 \\ +\ C \\ \hline 1FF \end{array}$$

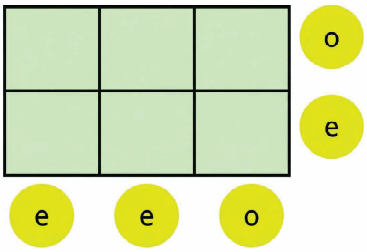
اس قسم کے سوالات کو "کرپٹار تھمس" یا "الفامیٹکس" کہا جاتا ہے۔



حل کیجیے–6.5

1. ایک بلب روشن ہے۔ سواتھی (Swathi) اس کا سوئچ 77 بار بدلتی ہے۔ کیا بلب آخر میں روشن ہوگا یا بند؟ کیوں؟
2. سارلا کے پاس ایک بڑی پرانی انسائیکلوپیڈیا ہے۔ جب اس نے اسے کھولا تو اس میں سے کئی ڈھیلے صفحات نکل آئے۔ اس نے کل 50 کاغذی ورق گنے، جن کے دونوں طرف صفحہ نمبر چھپے ہوئے تھے۔ کیا ان ڈھیلے صفحات کے صفحہ نمبروں کا مجموعہ 6000 ہوسکتا ہے؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

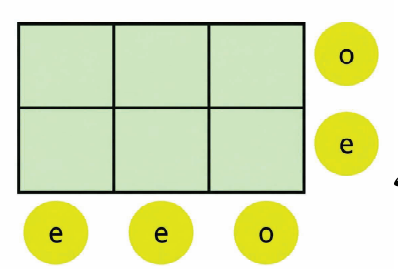
3. Here is a 2 × 3 grid. For each row and column, the parity of the sum is written in the circle; 'e' for even and 'o' for odd. Fill the 6 boxes with 3 odd numbers ('o') and 3 even numbers ('e') to satisfy the parity of the row and column sums.



4. Make a 3 × 3 magic square with 0 as the magic sum. All numbers can not be zero. Use negative numbers, as needed.
5. Fill in the following blanks with 'odd' or 'even':
   (a) Sum of an odd number of even numbers is _____
   (b) Sum of an even number of odd numbers is _____
   (c) Sum of an even number of even numbers is _____
   (d) Sum of an odd number of odd numbers is _____
6. What is the parity of the sum of the numbers from 1 to 100?
7. Two consecutive numbers in the Virahanka sequence are 987 and 1597. What are the next 2 numbers in the sequence? What are the previous 2 numbers in the sequence?
8. Chakravarthi wants to climb an 8-step staircase. His playful rule is that he can take either 1 step or 2 steps at a time. For example, one of his paths is 1, 2, 2, 1, 2. In how many different ways can he reach the top?
9. What is the parity of the 20th term of the Virah??ka sequence?
10. Identify the statements that are true.
    (a) The expression 4m - 1 always gives odd numbers.
    (b) All even numbers can be expressed as 6j - 4.
    (c) Both expressions 2p + 1 and 2q - 1 describe all odd numbers.
    (d) The expression 2f + 3 gives both even and odd numbers.
11. Solve this cryptarithm:

$$\begin{array}{r} UT \\ +\ TA \\ \hline TAT \end{array}$$

APSCERT



3. یہاں ایک 2 × 3 جال (Grid) دیا گیا ہے۔ ہر صف اور کالم کے لیے مجموعے کی parity دائرے میں لکھی گئی ہے؛ 'e' یعنی even (جفت) اور 'o' یعنی odd (طاق)۔ 6 خانوں میں 3 طاق اعداد ('o') اور 3 جفت اعداد ('e') اس طرح بھریں کہ صفوں اور کالموں کے مجموعوں کی parity درست ہو جائے۔

4. ایک 3 × 3 جادوئی مربع (Magic Square) بنائیں جس کا جادوئی مجموعہ 0 ہو۔ تمام اعداد صفر نہیں ہونے چاہئیں۔ ضرورت پڑنے پر منفی اعداد استعمال کریں۔

5. خالی جگہوں میں 'odd' یا 'even' لکھیں:

(a) جفت اعداد کی طاق تعداد کا مجموعہ _____

(b) طاق اعداد کی جفت تعداد کا مجموعہ _____

(c) جفت اعداد کی جفت تعداد کا مجموعہ _____

(d) طاق اعداد کی طاق تعداد کا مجموعہ _____

6. 1 سے 100 تک اعداد کے مجموعے کی parity کیا ہے؟

7. Virahanka سلسلے میں دو مسلسل اعداد 987 اور 1597 ہیں۔ سلسلے کے اگلے 2 اعداد کیا ہوں گے؟ اور پچھلے 2 اعداد کیا تھے؟

8. چکرورتی ایک 8 سیڑھیوں والی سیڑھی چڑھنا چاہتا ہے۔ اس کا اصول یہ ہے کہ وہ ایک وقت میں یا تو 1 قدم لے سکتا ہے یا 2 قدم۔ مثال کے طور پر اس کا ایک راستہ یہ ہے: 1، 2، 2، 1، 2

وہ کتنے مختلف طریقوں سے اوپر پہنچ سکتا ہے؟

9. Virahanka سلسلے کے 20 ویں عدد کی parity کیا ہے؟

10. درست بیانات کی نشاندہی کریں:

(a) عبارت $4m-1$ ہمیشہ طاق اعداد دیتا ہے۔

(b) تمام جفت اعداد کو $4-6j$ کی صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔

(c) دونوں اظہار $2p+1$ اور $2q-1$ تمام طاق اعداد کو ظاہر کرتے ہیں۔

(d) اظہار $2f+3$ کبھی جفت اور کبھی طاق اعداد دیتا ہے۔

11. اس cryptarithm کو حل کریں:

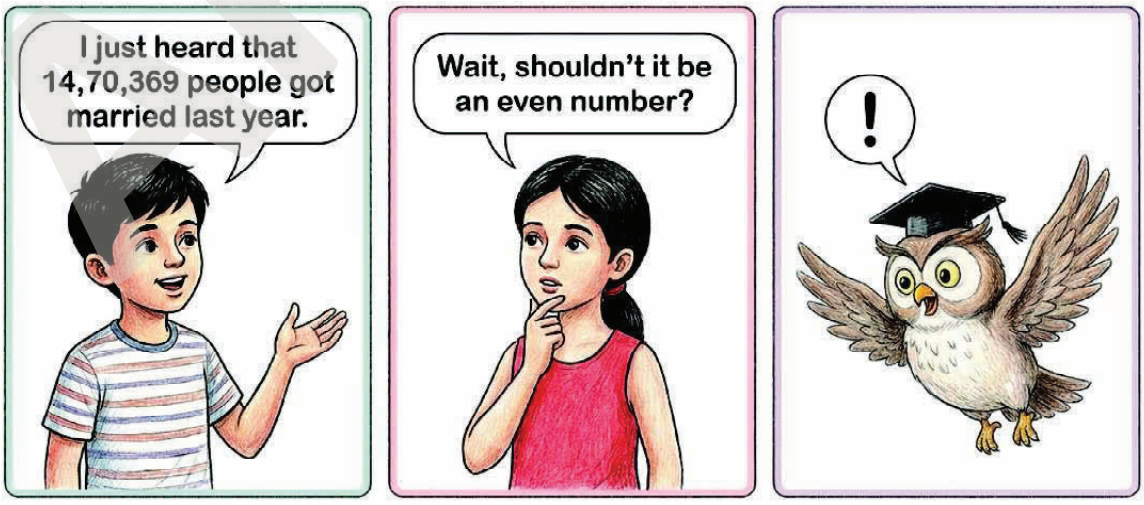
$$\begin{array}{r} UT \\ +\ TA \\ \hline TAT \\ \hline \end{array}$$

AP SCERT

SUMMARY

In this chapter, we have explored the following:

- In the first activity, we saw how to represent information about how a sequence of numbers (e.g., height measures) is arranged without knowing the actual numbers.
- We learnt the notion of parity — numbers that can be arranged in pairs (even numbers) and numbers that cannot be arranged in pairs (odd numbers).
- We learnt how to determine the parity of sums and products.
- While exploring sums in grids, we could determine whether filling a grid is impossible by looking at the row and column sums. We extended this to construct magic squares.
- We saw how Virahanka numbers were first discovered in history through the Arts. The Virahan7ka sequence is 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...
- We became math-detectives through cryptarithms, where digits are replaced by letters.



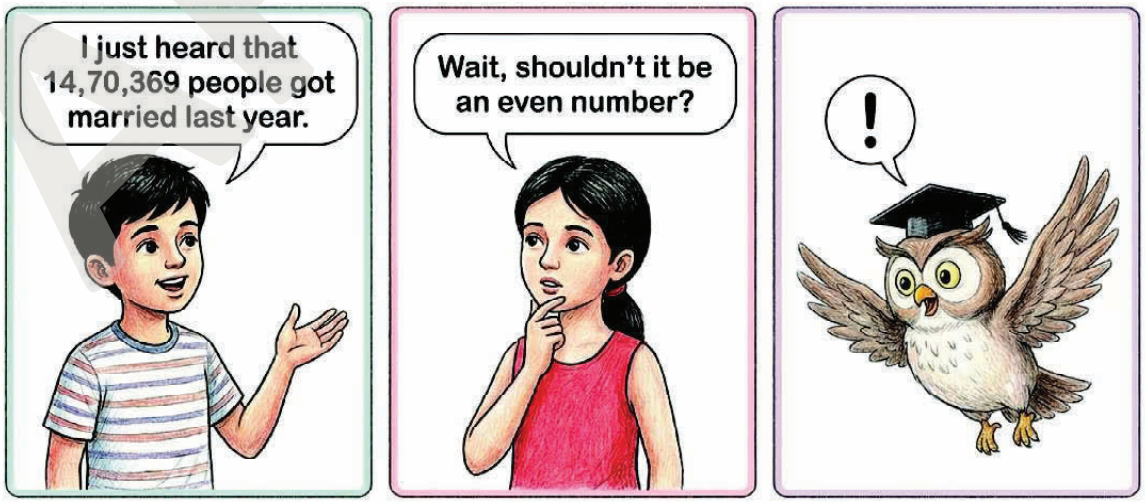
خلاصہ

اس باب میں ہم نے درج ذیل باتوں کا مطالعہ کیا:

- پہلی سرگرمی میں ہم نے دیکھا کہ اعداد کی ایک ترتیب (مثلاً قد کی پیمائش) کو اصل اعداد جانے بغیر کیسے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔
- ہم نے parity کا تصور سیکھا— وہ اعداد جو جوڑوں میں ترتیب دیے جاسکتے ہیں (جفت اعداد) اور وہ اعداد جو جوڑوں میں ترتیب نہیں دیے جاسکتے (طاق اعداد)۔
- ہم نے مجموعوں اور حاصلِ ضرب کی parity معلوم کرنا سیکھا۔
- گرڈ میں مجموعوں کی تلاش کے دوران ہم نے دیکھا کہ صفوں اور کالموں کے مجموعوں کو دیکھ کر معلوم کیا جاسکتا ہے کہ کسی گرڈ کو بھرنا ممکن ہے یا ناممکن۔ اسی تصور کو ہم نے جادوئی مربع بنانے تک بڑھایا۔
- ہم نے دیکھا کہ وراہنک اعداد تاریخ میں سب سے پہلے فنون کے ذریعے دریافت کیے گئے۔

وراہنک سلسلہ یہ ہے: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

- ہم cryptarithms کے ذریعے ریاضی کے جاسوس بنے، جہاں اعداد کی جگہ حروف استعمال کیے جاتے ہیں۔



7 A TALE OF THREE INTERSECTING LINES

J9F8F2

Learning outcomes:

Learners will be able to

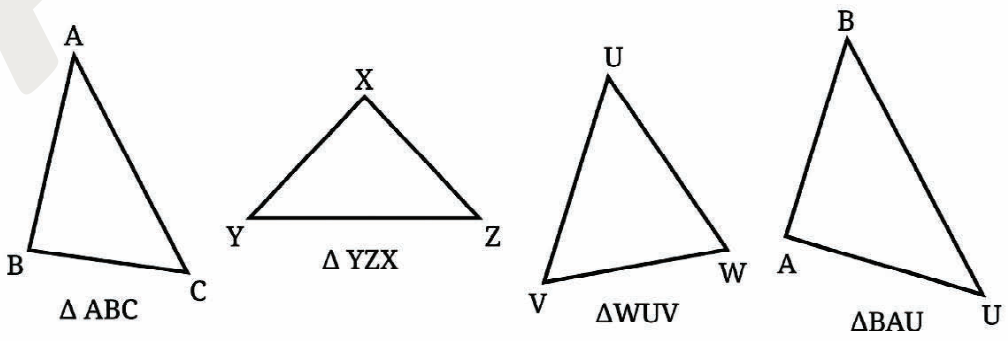
- Understand the properties of triangles and construct an equilateral triangle using a compass and ruler.
- Construct triangles using given conditions such as SSS, SAS, and ASA.
- Understand and verify the Triangle Inequality Property through activities and examples.
- Visualise triangle construction using circles and geometric tools like a compass and ruler.
- Identify and construct altitudes in different types of triangles through **hands-on activities.**
- Classify triangles based on sides and angles and relate them to real-life shapes.

7.0 Introduction

A triangle is the most basic closed shape. As we knew that, it consists of:

- three corner points, that we call the vertex of the triangle, and
- three line segments or the sides of the triangle that join the pairs of vertices.

Triangles come in various shapes. Some of them are shown below.



7 تین متقاطع خطوط کی کہانی

K6I4P9

اکتسابی نتائج:

طلبہ اس قابل بنیں گے

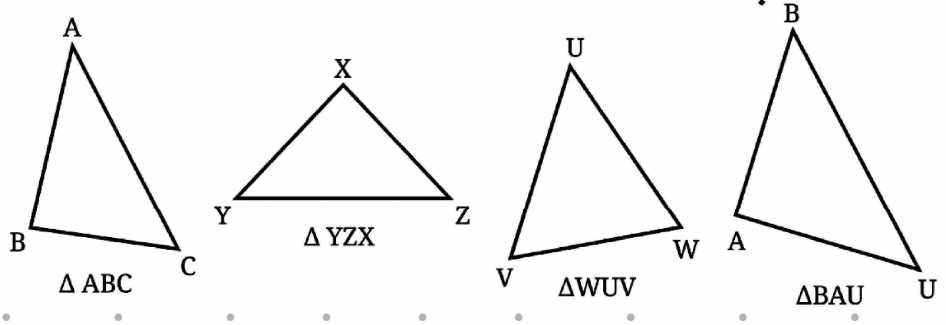
- مثلث کی خصوصیات کو سمجھیں سکیں گے اور پرکار و پیمانے کی مدد سے ایک مساوی الاضلاع مثلث بنا سکیں گے۔
- دی گئی شرائط جیسے SSS، SAS، اور ASA کی مدد سے مثلثات بنا سکیں گے۔
- سرگرمیوں اور مثالوں کے ذریعے مثلثی نامساواتی خاصیت کو سمجھیں گے اور اس کی تصدیق کر سکیں گے۔
- دائروں اور جیومیٹری کے آلات جیسے پرکار اور پیمانے کی مدد سے مثلث کی تعمیر کا تصور کر سکیں گے۔
- مختلف اقسام کے مثلثات میں ارتفاعات کی شناخت کریں گے اور عملی سرگرمیوں کے ذریعے انہیں بنا سکیں گے۔
- اضلاع اور زاویوں کی بنیاد پر مثلثات کی درجہ بندی کریں گے اور انہیں حقیقی زندگی کی اشکال سے جوڑ سکیں گے۔

7.0 تعارف

مثلث سب سے بنیادی بند شکل ہے۔ جیسا کہ ہم جانتے ہیں، اس میں شامل ہوتے ہیں :

- تین کونے والے نقاط، جنہیں ہم مثلث کے راس کہتے ہیں، اور
- تین خطی قطعے یا مثلث کی اضلاع، جو راسوں کے جوڑوں کو ملاتے ہیں۔

مثلث مختلف شکلوں میں پائے جاتے ہیں۔ ان میں سے چند ذیل میں دکھائے گئے ہیں۔



Observe the symbol used to denote a triangle and how the triangles are named using their vertices. While naming a triangle, the vertices can come in any order.

The three sides meeting at the corners give rise to three angles that we call the angles of the triangle. For example, in ΔABC, these angles are $\angle CAB$, $\angle ABC$, $\angle BCA$, which we simply denote as $\angle A$, $\angle B$ and $\angle C$, respectively.

What happens when the three vertices lie on a straight line?

Triangles Around Us

Triangles are everywhere around us in daily life. Here are some clear real-life examples of triangle shapes:

1. Many mountains look like triangles.

   Example: Mount Fuji

2. Most house roofs are triangular to allow rainwater to flow down easily.
3. Warning signs are often triangular in shape.

   Example: Road warning sign boards in India



4. A set square used in mathematics is a perfect triangle.
5. The sides of the Eiffel Tower form triangular shapes for strength.
6. Boat sails are often triangular to catch wind properly.
7. Many bridges use triangular designs for strength.

   Example: Howrah Bridge

AP SCERT

مثلث کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہونے والی علامت کا مشاہدہ کریں اور دیکھیں کہ مثلثات کو ان کے راسوں کے ذریعے کیسے نام دیا جاتا ہے۔ مثلث کا نام رکھتے وقت راس کسی بھی ترتیب میں ہو سکتے ہیں۔

کونوں پر ملنے والی تین اضلاع سے تین زاویے بنتے ہیں جنہیں ہم مثلث کے زاویے کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر، $\triangle ABC$ میں یہ زاویے $\angle CAB$، $\angle ABC$، $\angle BCA$ ہیں، جنہیں ہم سادہ طور پر $\angle A$، $\angle B$ اور $\angle C$ کہتے ہیں۔

اگر تینوں راس ایک ہی سیدھی لکیر پر واقع ہوں تو کیا ہو گا؟

مثلثات ہمارے اطراف

روزمرہ زندگی میں مثلثات ہر جگہ ہمارے اطراف موجود ہیں۔ مثلثی شکلوں کی چند واضح حقیقی مثالیں یہ ہیں :

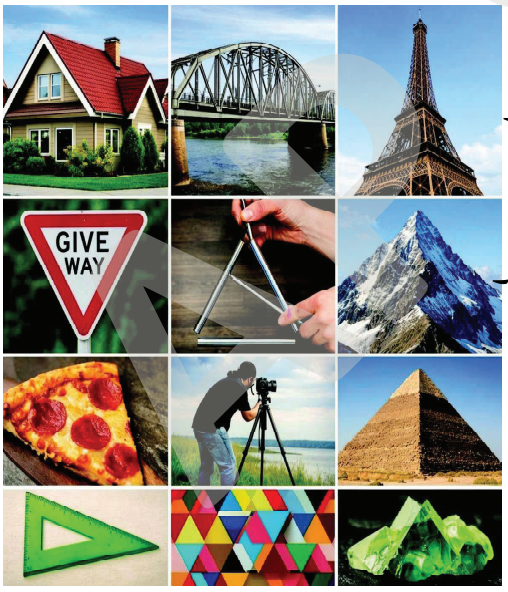
1. بہت سے پہاڑ مثلث کی شکل کے نظر آتے ہیں۔

   مثال: ماؤنٹ فوجی

2. زیادہ تر گھروں کی چھتیں مثلثی ہوتی ہیں تاکہ بارش کا پانی آسانی سے بہہ جائے۔

3. انتباہی نشان اکثر مثلثی شکل کے ہوتے ہیں۔

   مثال: ہندوستان میں سڑکوں کے انتباہی بورڈ



4. ریاضی میں استعمال ہونے والا سیٹ اسکوائر ایک مکمل مثلث ہوتا ہے۔

5. ایفل ٹاور کے کنارے مضبوطی کے لیے مثلثی شکلیں بناتے ہیں۔

6. کشتیوں کے بادبان اکثر مثلثی ہوتے ہیں تاکہ ہوا کو صحیح طرح پکڑ سکیں۔

7. بہت سے پل مضبوطی کے لیے مثلثی ڈیزائن استعمال کرتے ہیں۔

   مثال: ہاورہ برج

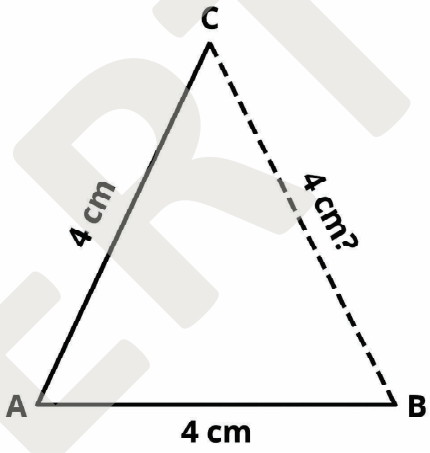
7.1 Equilateral Triangles

Among all the triangles, the equilateral triangles are the most symmetric ones. These are triangles in which all the sides are of equal lengths. Let us try to constructing them.

How do you construct this triangle and what tools do you use?

Can this construction be done only using a marked ruler (and a pencil)?

Constructing this triangle using just a ruler is certainly possible. But this might require several trials. Say we draw the base-let us call it AB-of length 4 cm (see the figure below), and mark the third point C using a ruler such that AC = 4cm. This may not lead to BC also having a length of 4 cm. If this happens, we will have to keep making attempts to mark C till we get BC to be 4 cm long.

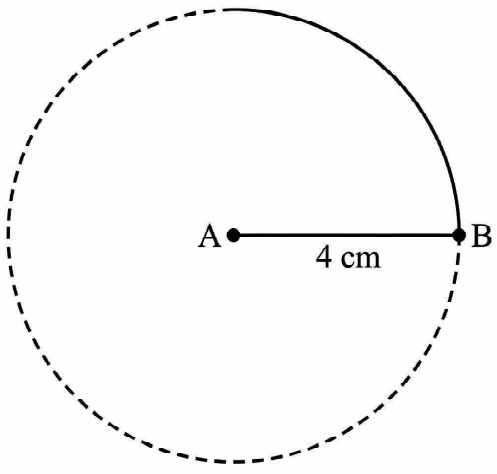


How do we make this construction more efficient?

Recall solving a similar problem in the previous year using a compass (in the Chapter 'Playing with Constructions'). We had to mark the top point of a 'house' which is 5 cm from two other points. The method we used to get that point can also be used here.

After constructing AB = 4cm, we can do the following.

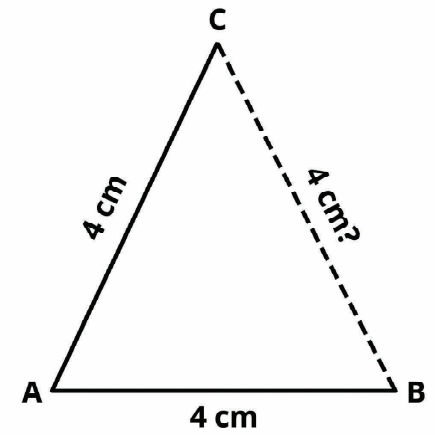
Step 1: Using a compass, construct a sufficiently long arc with radius 4 cm from A, as shown in the figure. The point C is somewhere on this arc. How do we mark it?



© NCERT

7.1 مساوی الاضلاع مثلث

تمام مثلثات میں مساوی الاضلاع مثلث سب سے زیادہ متوازن ہوتے ہیں۔ یہ وہ مثلثات ہیں جن کی تمام اضلاع کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔ آیئے انہیں بنانے کی کوشش کرتے ہیں۔



آپ اس مثلث کو کیسے بنائیں گے اور کون سے آلات استعمال کریں گے؟

کیا یہ تعمیر صرف نشانات والے پیمانے (اور پنسل) کی مدد سے کی جاسکتی ہے؟

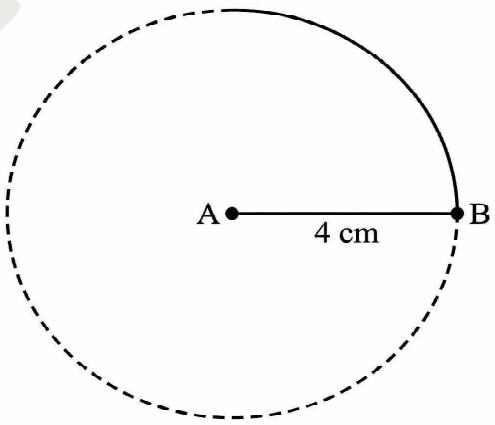
صرف پیمانے کی مدد سے اس مثلث کی تعمیر یقیناً ممکن ہے، لیکن اس کے لیے کئی بار کوشش کرنی پڑ سکتی ہے۔ فرض کریں ہم 4 سمر لمبائی کی بنیاد کھینچتے ہیں — اسے AB کہتے ہیں — اور پھر پیمانے کی مدد سے تیسرا نقطہ C اس طرح نشان زد کرتے ہیں کہ AC = 4 سمر ہو۔ لیکن اس سے ضروری نہیں کہ BC کی لمبائی بھی 4 سمر ہو۔ اگر ایسا نہ ہو تو ہمیں C کو بار بار نشان زد کرنا پڑے گا جب تک BC کی لمبائی 4 سمر نہ ہو جائے۔

ہم اس تعمیر کو زیادہ مؤثر کیسے بنا سکتے ہیں؟

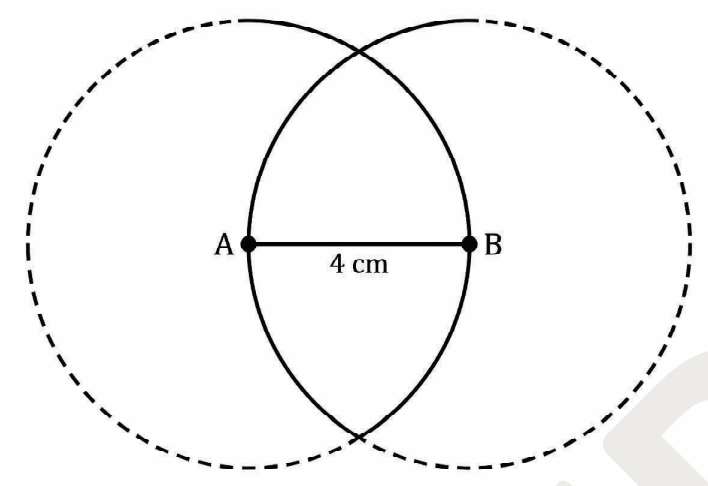
یاد کریں کہ پچھلے سال ہم نے پرکار کی مدد سے ایک مشابہ مسئلہ حل کیا تھا (باب "تعمیرات کے ساتھ کھیلنا" میں)۔ ہمیں ایک "گھر" کا اوپری نقطہ نشان زد کرنا تھا جو دو دوسرے نقاط سے 5 سمر دور ہو۔ جو طریقہ ہم نے وہاں استعمال کیا تھا، وہی یہاں بھی استعمال کیا جا سکتا ہے۔

AB = 4 سمر بنانے کے بعد، ہم درج ذیل عمل کر سکتے ہیں۔

مرحلہ 1: پرکار کی مدد سے A مرکز اور 4 سمر رداس کے ساتھ ایک مناسب لمبا قوس کھینچیں۔ نقطہ C اس قوس پر کہیں موجود ہو گا۔ ہم اسے کیسے نشان زد کریں؟



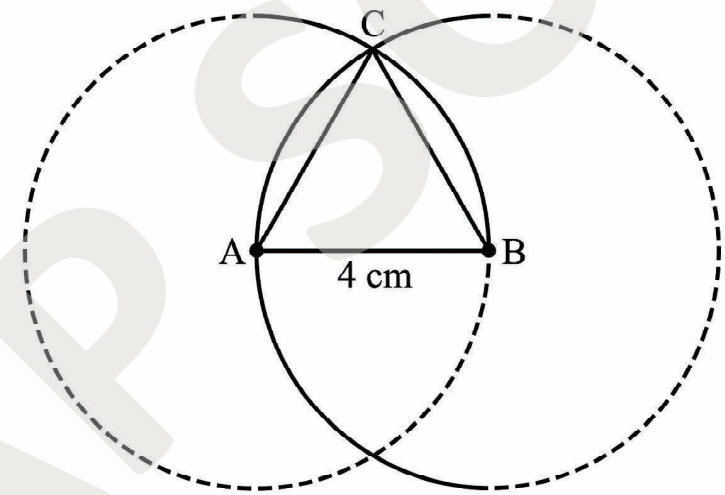
Step 2: Construct another arc with radius 4cm from B.



Let C be the point of intersection of the arcs.

? The construction ensures that both AC and BC are of length 4 cm. Can you see why?

Step 3: Join AC and BC to get the required equilateral triangle.



7.2 Constructing a Triangle When its Sides are Given

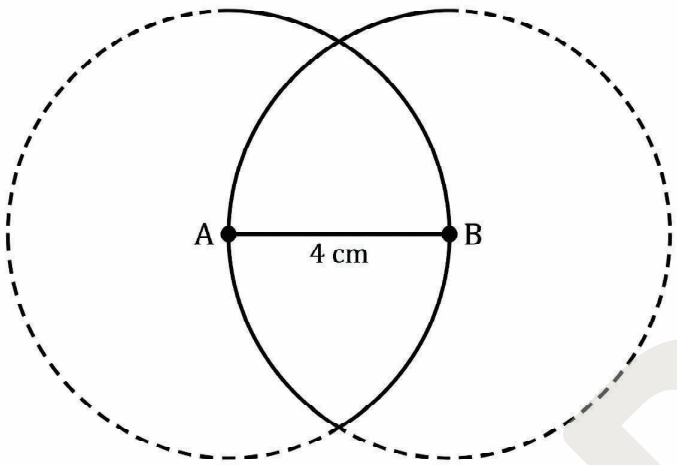
How do we construct triangles that are not equilateral?

? Construct a triangle of side lengths 4 cm, 5 cm and 6 cm.

As in the previous case, this triangle can also be constructed using just a marked ruler. But it will involve several trials.

APSCERT

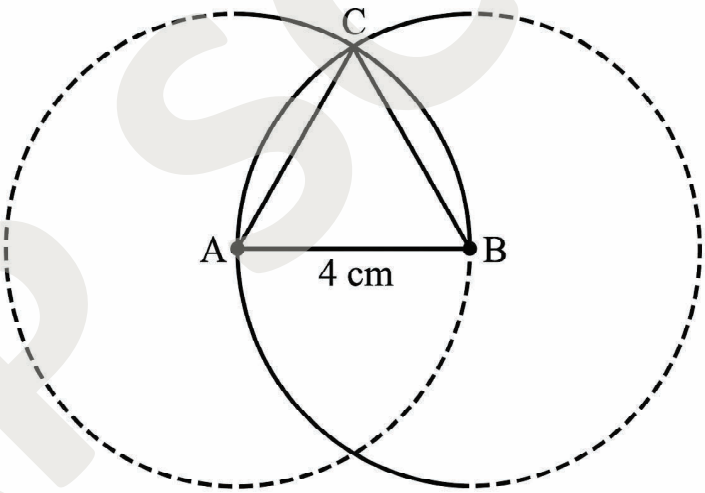
مرحلہ 2 : B مرکز اور 4 سمر رداس کے ساتھ ایک اور قوس کھینچیں۔



قوسوں کے نقطہ تقاطع کو C مان لیں۔

یہ تعمیر اس بات کو یقینی بناتی ہے کہ AC اور BC دونوں کی لمبائی 4 سمر ہو۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کیوں؟

مرحلہ 3: مطلوبہ مساوی الاضلاع مثلث حاصل کرنے کے لیے AC اور BC کو ملا دیں۔



7.2 جب مثلث کی اضلاع دی گئی ہوں تو اس کی بناوٹ

ہم ایسے مثلثات کیسے بنائیں جو مساوی الاضلاع نہ ہوں؟

4 سمر، 5 سمر اور 6 سمر لمبائی والی اضلاع کا ایک مثلث بنائیں۔

پچھلی مثال کی طرح، اس مثلث کو بھی صرف نشانات والے پیمانے کی مدد سے بنایا جا سکتا ہے۔ لیکن اس میں کئی بار کوشش کرنی پڑے گی۔

How do we construct this triangle more efficiently?

Choose one of the given lengths to be the base of the triangle: say 4 cm. Draw the base. Let A and B be the base vertices, and call the third vertex C. Let AC = 5 cm and BC = 6 cm.

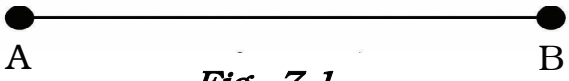


Fig. 7.1

Like we did in the case of equilateral triangles, let us first get all the points that are at a 5 cm distance from A. These points lie on the circle whose centre is A and has radius 5 cm. The point C must lie somewhere on this circle. How do we find it?

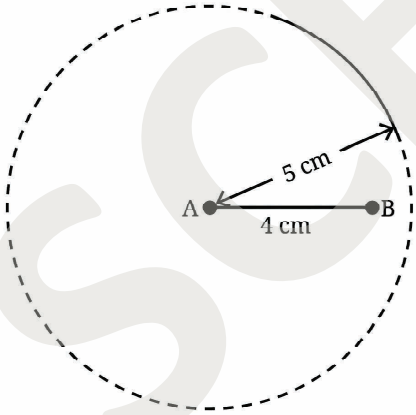


Fig. 7.2

We will make use of the fact that the point C is 6 cm away from B. Construct an arc of radius 6 cm from B.

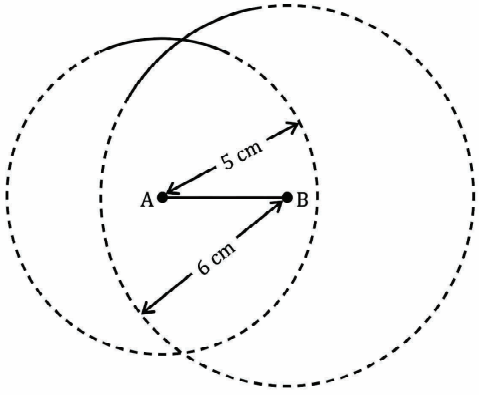


Fig. 7.3

AP SCERT

ہم اس مثلث کی تعمیر کو زیادہ مؤثر طریقے سے کیسے کریں؟

دی گئی لمبائیوں میں سے ایک کو مثلث کی بنیاد منتخب کریں: مثلاً 4 سمر۔ بنیاد کھینچیں۔ بنیاد کے راسوں کو A اور B نام دیں، اور تیسرے راس کو C کہیں۔ فرض کریں AC = 5 سمر اور BC = 6 سمر۔

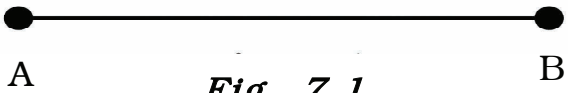


Fig. 7.1

جیسا کہ ہم نے مساوی الاضلاع مثلث کے معاملے میں کیا تھا، پہلے ان تمام نقاط کو حاصل کرتے ہیں جو A سے 5 سمر کے فاصلے پر ہیں۔ یہ نقاط اس دائرے پر واقع ہوں گے جس کا مرکز A اور رداس 5 سمر ہے۔ نقطہ C اس دائرے پر کہیں موجود ہو گا۔ ہم اسے کیسے معلوم کریں؟

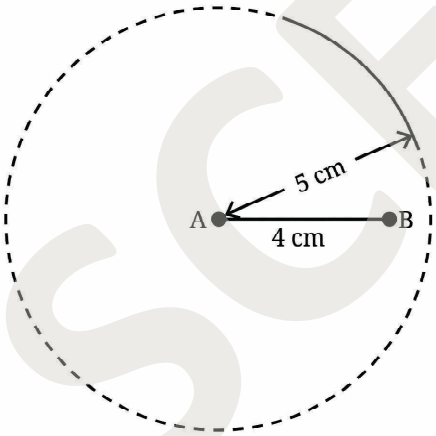


Fig. 7.2

ہم اس حقیقت سے فائدہ اٹھائیں گے کہ نقطہ C ، B سے 6 سمر کے فاصلے پر ہے۔ B مرکز اور 6 سمر نصف قطر کے ساتھ ایک قوس کھینچیں۔

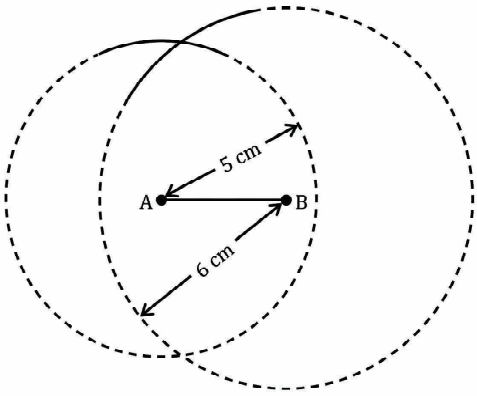
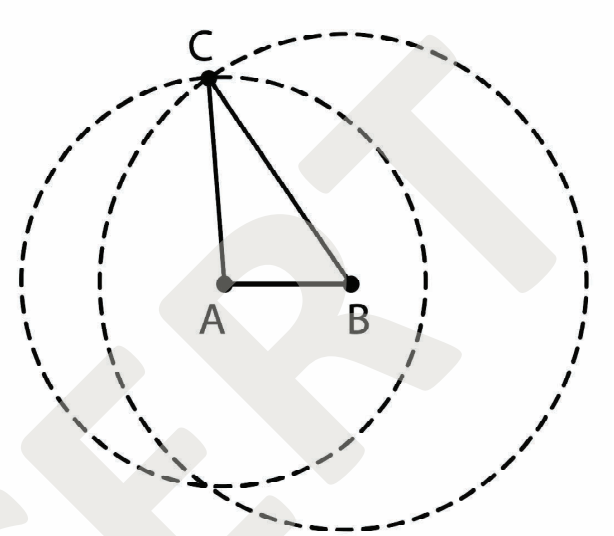


Fig. 7.3

The required point C is one of the points of intersection of the two circles.

The reason why the point of intersection is the third vertex is the same as for equilateral triangles. This point lies on both the circles. Hence its distance from A is the radius of the circle centred at A (5 cm) and its distance from B is the same as the radius of the circle centred at B (6 cm).



Let us summarise the steps of construction, noting that constructing full circles is not necessary to get the third vertex (see Fig. 7.2 and 7.3).

Step 1: Construct the base AB with one of the side lengths. Let us choose AB = 4 cm (see Fig. 7.1).

Step 2: From A, construct a sufficiently long arc of radius 5 cm (see Fig. 7.2).

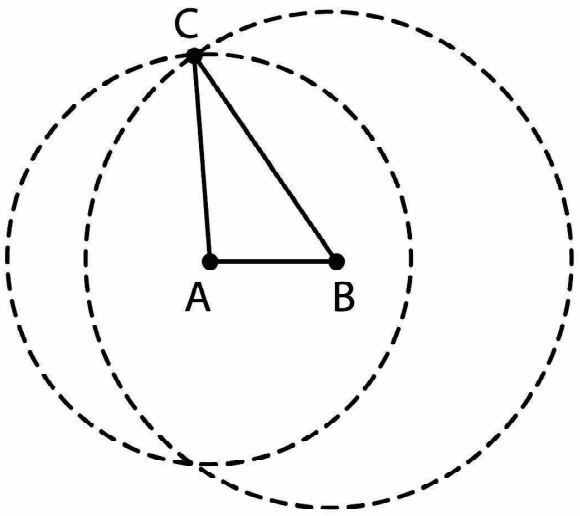
Step 3: From B, construct an arc of radius 6 cm such that it intersects the first arc (see Fig. 7.3).

Step 4: The point where both the arcs meet is the required third vertex C. Join AC and BC to get ΔABC.

APSCERT

مطلوبہ نقطہ C ان دونوں دائروں کے نقاطِ تقاطع میں سے ایک ہو گا۔

نقطہ تقاطع کے تیسرے راس ہونے کی وجہ وہی ہے جو مساوی الاضلاع مثلث کے معاملے میں تھی۔ یہ نقطہ دونوں دائروں پر واقع ہوتا ہے۔ اس لیے A سے اس کا فاصلہ، A مرکز والے دائرے کے رداس کے برابر یعنی 5 سمر ہو گا، اور B سے اس کا فاصلہ، B مرکز والے دائرے کے رداس کے برابر یعنی 6 سمر ہو گا۔



آیئے تعمیر کے مراحل کا خلاصہ کرتے ہیں۔ یاد رہے کہ تیسرے راس کو حاصل کرنے کے لیے مکمل دائرے بنانا ضروری نہیں ہے۔

(تصویر 7.2 اور 7.3 دیکھیے)

مرحلہ 1: دی گئی اضلاع میں سے ایک لمبائی کے ساتھ بنیاد AB بنائیں۔ فرض کریں AB = 4 سمر۔ (تصویر 7.1 دیکھیے)

مرحلہ 2: A مرکز سے 5 سمر رداس کے ساتھ ایک مناسب لمبی قوس کھینچیں۔

(تصویر 7.2 دیکھیے)

مرحلہ 3: B مرکز سے 6 سمر رداس کے ساتھ ایک قوس کھینچیں تاکہ وہ پہلی قوس کو کاٹے۔

(تصویر 7.3 دیکھیے)

مرحلہ 4: جہاں دونوں قوسیں ملیں، وہ مطلوبہ تیسرا راس C ہو گا۔

AC اور BC کو ملائیں تاکہ △ABC حاصل ہو جائے۔

AP SCERT

Construct

Construct triangles having the following side lengths (all the units are in cm):

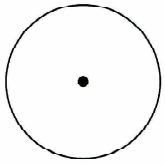
(a) 4, 4, 6 (b) 3, 4, 5 (c) 1, 5, 5

(d) 4, 6, 8 (e) 3.5, 3.5, 3.5

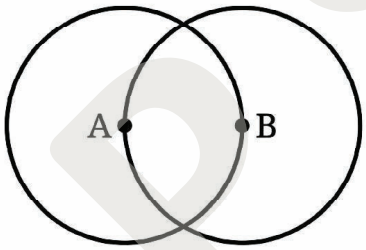
We have seen that triangles having all three equal sides are called equilateral triangles. Those having two equal sides are called isosceles triangles. The side lengths of three sides are different, then the triangle is called scalen triangle.



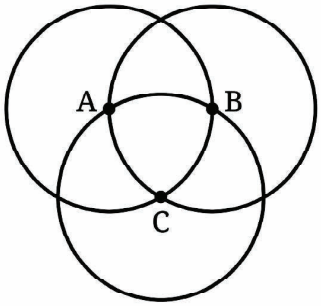
Figure it Out - 7.1



1. Use the points on the circle and/or the centre to form isosceles triangles.
2. Use the points on the circles and/or their centres to form isosceles and equilateral triangles. The circles are of the same size.



A and B are the centres of circles of the same size



A, B, and C are the centres of circles of the same size

7.2.1 Are Triangles Possible for any Lengths?

Can one construct triangles having any given side lengths? Are there lengths for which it is impossible to construct a triangle? Let us explore this.

Construct a triangle with side lengths 3 cm, 4 cm, and 8 cm. What is happening? Are you able to construct the triangle?

APSCERT

بناوٹ کریں

❓ درج ذیل اضلاع کی لمبائیوں کے مطابق مثلثات بنائیں (تمام پیمائشیں سم میں ہیں) :

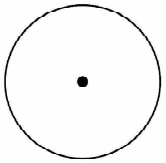
(a) 4, 4, 6 (b) 3, 4, 5 (c) 1, 5, 5

(d) 4, 6, 8 (e) 3.5, 3.5, 3.5

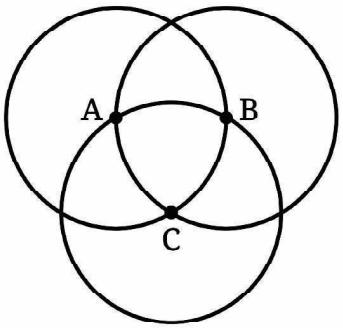
ہم نے دیکھا کہ وہ مثلثات جن کی تینوں اضلاع برابر ہوں، مساوی الاضلاع مثلث کہلاتے ہیں۔ جن مثلثات کی دو اضلاع برابر ہوں، انہیں مساوی الساقین مثلث کہتے ہیں۔ اور جن مثلثات کی تینوں اضلاع مختلف ہوں، انہیں مختلف الاضلاع مثلث کہتے ہیں۔



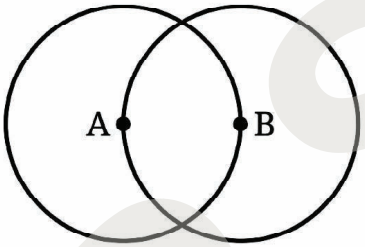
حل کیجیے-7.1



1. دائرے پر موجود نقاط اور / یا مرکز استعمال کرتے ہوئے مساوی الساقین مثلثات بنائیں۔
2. دائروں پر موجود نقاط اور / یا ان کے مراکز استعمال کرتے ہوئے مساوی الساقین اور مساوی الاضلاع مثلثات بنائیں۔ تمام دائرے ایک ہی سائز کے ہیں۔



A، B اور C ایک ہی سائز کے دائروں کے مراکز ہیں۔



A اور B ایک ہی سائز کے دائروں کے مراکز ہیں۔

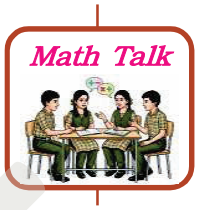
7.2.1 کیا ہر لمبائی کے لیے مثلث ممکن ہے؟

کیا کسی بھی دی گئی اضلاع کی لمبائیوں کے ساتھ مثلث بنایا جا سکتا ہے؟ کیا کچھ ایسی لمبائیاں ہیں جن کے لیے مثلث بنانا ممکن نہیں؟ آیئے اس کا جائزہ لیتے ہیں۔

❓ 3 سم، 4 سم اور 8 سم اضلاع والا مثلث بنائیں۔ کیا ہو رہا ہے؟ کیا آپ مثلث بنا پا رہے ہیں؟

? Here is another set of lengths: 2 cm, 3 cm, and 6 cm. Check if a triangle is possible for these side lengths.

? Try to find more sets of lengths for which a triangle construction is impossible. See if you can find any pattern in them.



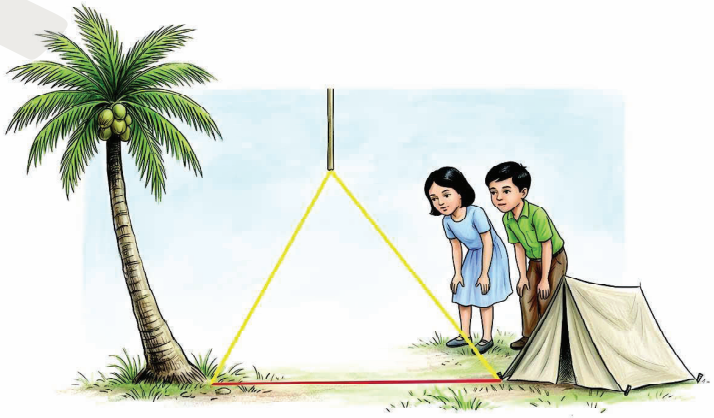
We see that a triangle is possible for some sets of lengths and not possible for others. How do we check if a triangle exists for a given set of lengths? One way is to actually try to construct the triangle and check if it is possible. Is there a more efficient way to check this?

Triangle Inequality

Consider the lengths 10 cm, 15 cm and 30 cm. Does there exist a triangle having these as sidelengths?

To tackle this question, let us study a property of triangles. Imagine a small plot of plain land having a tent, a tree and a pole. Imagine you are at the entrance of the tent and want to go to the tree. Which is the shorter path: (i) the straight-line path to the tree (the red path) or (ii) the straight-line path from the tent to the pole, followed by the straight-line path from the pole to the tree (the yellow path)?

Clearly, the direct straight-line path from the tent to the tree is shorter than the roundabout path via the pole. In fact, the direct straight-line path is the shortest possible path to the tree from the tent.



APSCERT

یہاں ایک اور لمبائیوں کا مجموعہ ہے: 2 سمر، 3 سمر اور 6 سمر۔ جانچ کریں کہ کیا ان لمبائیوں سے مثلث بنانا ممکن ہے۔



ایسے مزید لمبائیوں کے مجموعے تلاش کرنے کی کوشش کریں جن سے مثلث بنانا ممکن ہو۔ دیکھیں کیا آپ ان میں کوئی نمونہ تلاش کر سکتے ہیں۔

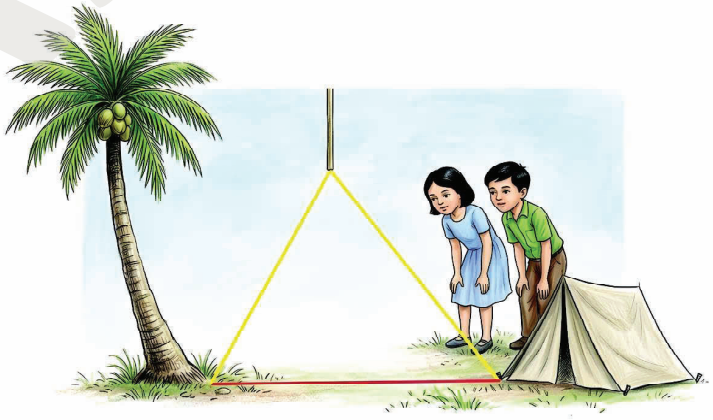
ہم دیکھتے ہیں کہ کچھ لمبائیوں کے مجموعوں سے مثلث بن سکتا ہے اور کچھ سے نہیں بن سکتا۔ ہم کیسے جانچ کریں کہ دی گئی لمبائیوں سے مثلث بن سکتا ہے یا نہیں؟ ایک طریقہ یہ ہے کہ ہم خود مثلث بنا کر دیکھیں کہ یہ ممکن ہے یا نہیں۔ کیا اس سے زیادہ مؤثر طریقہ موجود ہے؟

مثلث کی عدم مساوات

آیئے 10 سمر، 15 سمر اور 30 سمر کی لمبائیوں پر غور کرتے ہیں۔ کیا ان سے کوئی مثلث بنایا جا سکتا ہے؟

اس سوال کو سمجھنے کے لیے ہم مثلث کی ایک خاصیت کا مطالعہ کرتے ہیں۔ تصور کریں کہ ایک کھلے میدان میں ایک خیمہ، ایک درخت اور ایک کھمبا موجود ہے۔ اب فرض کریں کہ آپ خیمے کے دروازے پر ہیں اور درخت تک جانا چاہتے ہیں۔ کون سا راستہ مختصر ہے (i): سیدھا درخت تک جانے والا راستہ (سرخ راستہ) یا (ii) خیمے سے کھمبے تک، پھر کھمبے سے درخت تک جانے والا راستہ (پیلا راستہ)؟

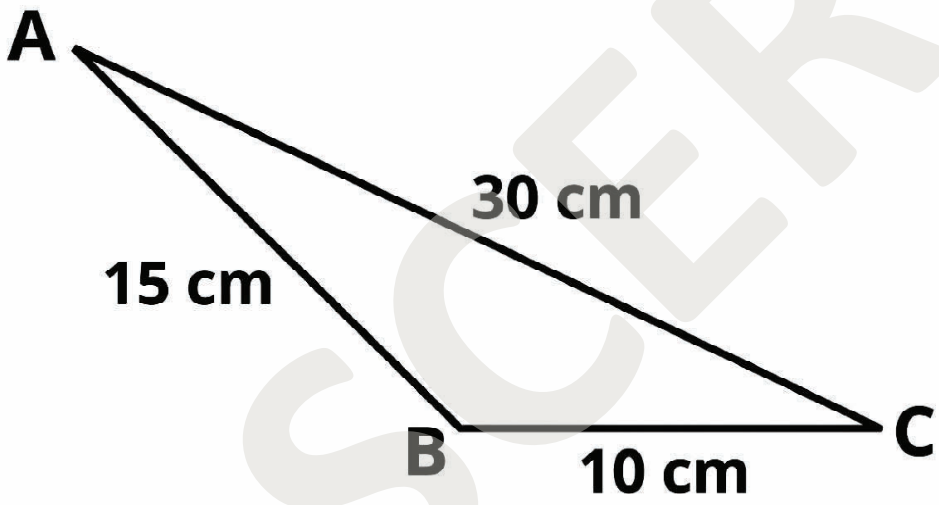
واضح طور پر سیدھا راستہ خیمے سے درخت تک سب سے مختصر ہوتا ہے۔ دراصل سیدھی لکیر والا راستہ ہی دو مقامات کے درمیان سب سے مختصر ممکن راستہ ہوتا ہے۔



Will the direct path between any two points be shorter than the roundabout path via a third point? Clearly, the answer is yes.

Can this understanding be used to tell something about the existence of a triangle having sidelengths 10 cm, 15 cm and 30 cm?

Let us suppose that there is a triangle for this set of lengths. Remember that at this point we are not sure about the existence of the triangle but we are only supposing that it exists. Let us draw a rough diagram.



Does everything look right with this triangle?

If this triangle were possible, then the direct path between any two vertices should be shorter than the roundabout path via the third vertex. Is this true for our rough diagram?

- Between B and C:

  Direct = 10 cm; Roundabout = 15 + 30 = 45 cm ?(True)

- Between A and B:

  Direct = 15 cm; Roundabout = 10 + 30 = 40 cm ?(True)

- Between C and A:

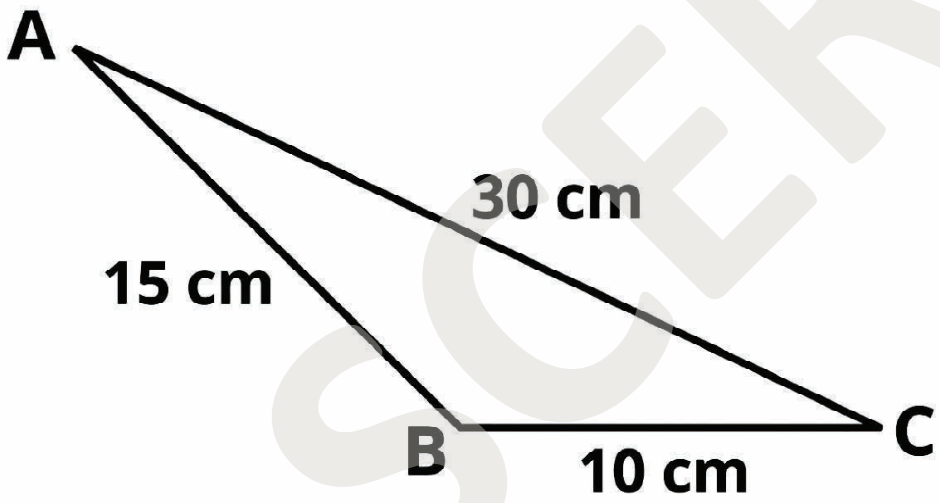
  Direct = 30 cm; Roundabout = 10 + 15 = 25 cm ? (Not True)

AP SCERT

کیا کسی بھی دو نقطوں کے درمیان سیدھا راستہ ہمیشہ تیسرے نقطے کے ذریعے جانے والے گھوم کر جانے والے راستے سے چھوٹا ہو گا؟ واضح طور پر جواب ہے: ہاں۔

کیا اس سمجھ کو اس بات کے لیے استعمال کیا جا سکتا ہے کہ آیا 10 سمر، 15 سمر اور 30 سمر کی لمبائیوں سے مثلث وجود رکھتا ہے یا نہیں؟

آیئے فرض کرتے ہیں کہ اس لمبائیوں کے مجموعے سے ایک مثلث موجود ہے۔ یاد رہے کہ اس وقت ہمیں مثلث کے وجود کا یقین نہیں ہے بلکہ ہم صرف یہ فرض کر رہے ہیں کہ یہ موجود ہے۔ آیئے ایک خاکہ بناتے ہیں۔



اگر یہ مثلث ممکن ہوتا، تو کسی بھی دو کونوں کے درمیان سیدھا راستہ ہمیشہ تیسرے کونے کے ذریعے جانے والے گھوم کر راستے سے چھوٹا ہونا چاہیے۔ کیا یہ ہمارے خاکے کے لیے درست ہے؟

B اور C کے درمیان:

سیدھا راستہ = 10 سمر؛ گھوم کر راستہ = 15 + 30 = 45 سمر (درست)

A اور B کے درمیان:

سیدھا راستہ = 15 سمر؛ گھوم کر راستہ = 10 + 30 = 40 سمر (درست)

C اور A کے درمیان:

سیدھا راستہ = 30 سمر؛ گھوم کر راستہ = 10 + 15 = 25 سمر (درست نہیں)

AP SCERT

Here, the direct path between C and A (30 cm) is not shorter than the roundabout path via A (25 cm). Hence, such a triangle cannot exist.

Recall how we used similar intuition and reasoning to discover properties of intersecting and parallel lines. We will continue to do this as we explore geometry.

? Can we say anything about the existence of a triangle having side lengths 3cm, 3cm and 7cm ? Verify your answer by construction.

? "In the rough diagram in Fig. 7.4, is it possible to assign lengths in a different order such that the direct paths are always coming out to be shorter than the roundabout paths? If this is possible, then a triangle might exist."



? Is such rearrangement of lengths possible in the triangle?

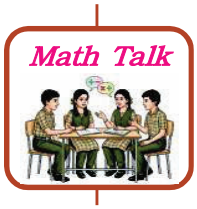




Figure it Out - 7.2

1. We checked by construction that there are no triangles having side lengths 3 cm, 4 cm and 8 cm; and 2 cm, 3 cm and 6 cm. Check if you could have found this without trying to construct the triangle.
2. Can we say anything about the existence of a triangle for each of the following sets of lengths?
   (a) 10 km, 10 km and 25 km
   (b) 5 mm, 10 mm and 20 mm
   (c) 12 cm, 20 cm and 40 cm
   You would have realised that using a rough figure and comparing the direct path lengths with their corresponding roundabout path lengths is the same as comparing each length with the sum of the other two lengths. There are three such comparisons to be made.

APSCERT

یہاں، C اور A کے درمیان سیدھا راستہ (30 سم) تیسرے نقطے کے ذریعے جانے والے گھوم کر راستے (25 سم) سے چھوٹا نہیں ہے۔ اس لیے ایسا مثلث موجود نہیں ہو سکتا۔

یاد کریں کہ ہم نے اسی طرح کی سمجھ اور استدلال کو استعمال کرتے ہوئے آپس میں ملنے والی اور متوازی لکیروں کی خصوصیات دریافت کی تھیں۔ ہم جیومیٹری کے مطالعے میں آگے بھی اسی طریقے کو استعمال کرتے رہیں گے۔

? یہاں 3 سم، 3 سم اور 7 سم کی لمبائیوں والے مثلث کے وجود پر غور کریں۔ جانچ کریں کہ کیا ان لمبائیوں سے مثلث بنایا جا سکتا ہے (تعمیر کے ذریعے بھی تصدیق کریں)۔



? "کیا شکل 7.4 کے خاکے میں یہ ممکن ہے کہ لمبائیوں کو مختلف ترتیب میں رکھا جائے تاکہ سیدھا راستہ ہمیشہ گھوم کر جانے والے راستے سے چھوٹا ہو؟ اگر ایسا ممکن ہو تو مثلث موجود ہو سکتا ہے۔"

? کیا مثلث میں اس طرح لمبائیوں کی ترتیب بدلنا ممکن ہے؟

ریاضی بحث



حل کیجیے–7.1



1. ہم نے تعمیر کے ذریعے جانچ کیا کہ 3 سم، 4 سم اور 8 سم کے ساتھ مثلث نہیں بنتا، اور 2 سم، 3 سم اور 6 سم کے ساتھ بھی نہیں بنتا۔ کیا آپ بغیر تعمیر کیے بھی یہ نتیجہ حاصل کر سکتے تھے؟
2. کیا ہم درج ذیل لمبائیوں کے لیے مثلث کے وجود کے بارے میں کچھ کہہ سکتے ہیں؟

(a) 10 کلو میٹر، 10 کلو میٹر اور 25 کلو میٹر

(b) 5 ملی میٹر، 10 ملی میٹر اور 20 ملی میٹر

(c) 12 سم، 20 سم اور 40 سم

آپ نے محسوس کیا ہو گا کہ خاکہ بنا کر سیدھے راستے اور گھوم کر جانے والے راستوں کا موازنہ کرنا دراصل ہر لمبائی کو باقی دو لمبائیوں کے مجموعے سے موازنہ کرنے کے برابر ہے۔ ایسے تین موازنات کرنے ہوتے ہیں۔

APSCERT

3. For each set of lengths seen so far, you might have noticed that in at least two of the comparisons, the direct length was less than the sum of the other two (if not, check again!). For example, for the set of lengths 10 cm, 15 cm and 30 cm, there are two comparisons where this happens:



$$10 < 15 + 30$$

$$15 < 10 + 30$$

But this doesn't happen for the third length: $30 > 10 + 15$.

? Will this always happen? That is, for any set of lengths, will there be at least two comparisons where the direct length is less than the sum of the other two? Explore for different sets of lengths.

? Further, for a given set of lengths, is it possible to identify which lengths will immediately be less than the sum of the other two, without calculations?

[**Hint:** Consider the direct lengths in the increasing order.]

? Given three side lengths, what do we need to compare to check for the existence of a triangle?

When each length is smaller than the sum of the other two, we say that the lengths satisfy the **triangle inequality.** For example, the set 3, 4, 5 satisfies the triangle inequality whereas, the set 10, 15, 30 does not satisfy the triangle inequality.

We have seen that lengths such as 10, 15, 30 that do not satisfy the triangle inequality cannot be the sidelengths of a triangle.

Does a triangle exist with sidelengths 4 cm, 5 cm and 8 cm?

This satisfies the triangle inequality:

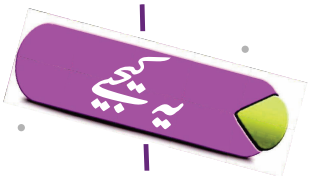
$$8 < 4 + 5 = 9$$

? Why do we not need to check the other two sides?

This means that all the direct path lengths are less than the round about path lengths. Does this confirm the existence of a triangle?

APSCERT

3. آپ نے اب تک جن تمام لمبائیوں کے مجموعوں کو دیکھا ہے، ان میں آپ نے شاید یہ محسوس کیا ہو گا کہ کم از کم دو موازنوں میں سیدھی لمبائی دوسری دو لمبائیوں کے مجموعے سے کم ہوتی ہے (اگر ایسا نہیں ہے تو دوبارہ چیک کریں!)۔ مثال کے طور پر، 10 سمر، 15 سمر اور 30 سمر کے مجموعے میں دو ایسے موازنے ہیں



جہاں یہ بات درست ہے:

$$10 < 15 + 30$$

$$15 < 10 + 30$$

لیکن یہ تیسری لمبائی کے لیے درست نہیں ہوتا: $30 > 10 + 15$

- کیا یہ ہمیشہ ایسا ہی ہو گا؟ یعنی کیا کسی بھی لمبائیوں کے مجموعے میں کم از کم دو ایسے موازنے ہوں گے جن میں سیدھی لمبائی باقی دو لمبائیوں کے مجموعے سے کم ہو؟ مختلف مجموعوں پر غور کریں۔
- مزید یہ کہ کسی بھی دیے گئے لمبائیوں کے مجموعے میں کیا ہم بغیر حساب کیے یہ پہچان سکتے ہیں کہ کون سی لمبائیاں فوراً باقی دو کے مجموعے سے کم ہوں گی؟

[**اشارہ:** سیدھی لمبائیوں کو بڑھتے ہوئے ترتیب میں رکھیں۔]

- دی گئی تین لمبائیوں کے لیے ہمیں مثلث کے وجود کو جانچنے کے لیے کن چیزوں کا موازنہ کرنا ہوتا ہے؟

جب ہر لمبائی دوسری دو لمبائیوں کے مجموعے سے کم ہو، تو ہم کہتے ہیں کہ یہ لمبائیاں "**مثلث کی عدم مساوات**" کو پورا کرتی ہیں۔ مثال کے طور پر 3، 4، 5 یہ شرط پوری کرتے ہیں جبکہ 10، 15، 30 یہ شرط پوری نہیں کرتے۔

ہم نے دیکھا ہے کہ 10، 15، 30 جیسے لمبائیوں کے مجموعے جو اس شرط کو پورا نہیں کرتے، ان سے مثلث نہیں بن سکتا۔ کیا 4 سمر، 5 سمر اور 8 سمر سے مثلث بنتا ہے؟ یہ مثلث کی عدم مساوات کو پورا کرتا ہے:

$$8 < 4 + 5 = 9$$

- ہمیں باقی دو جانچنے کی ضرورت کیوں نہیں؟

اس کا مطلب ہے کہ تمام سیدھی لمبائیاں دوسری دو لمبائیوں کے گھوم کر جانے والے راستوں سے کم ہیں۔

کیا یہ مثلث کے وجود کی تصدیق کرتا ہے؟

© NCERT

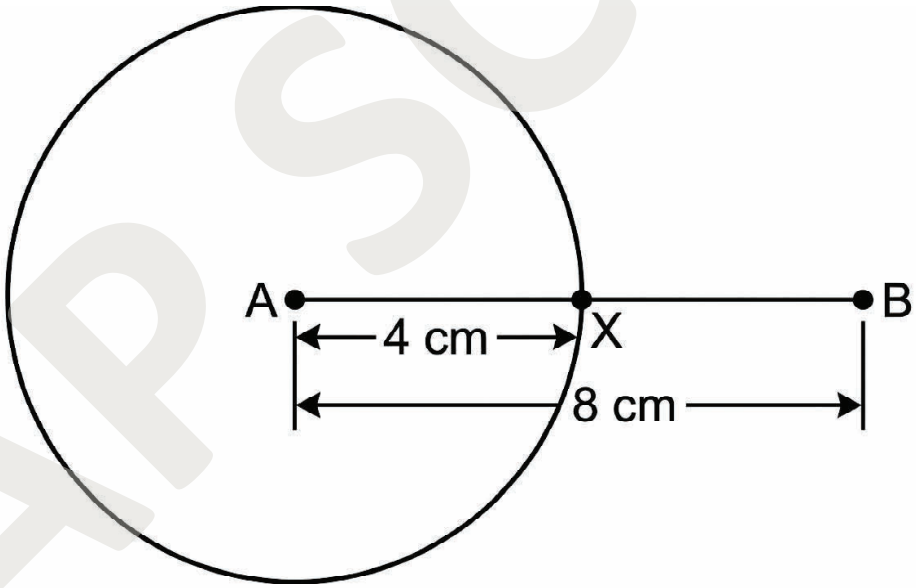
If one of the direct path lengths had been longer, we could have concluded that a triangle would surely not exist. But in this case, we can only say that a triangle may or may not exist.

For the triangle to exist, the arcs that we construct to get the third vertex must intersect. Is it possible to determine that this will happen without actually carrying out the construction?

Visualising the construction of circles

Let us imagine that we start the construction by constructing the longest side as the base. Let AB be the base of length 8 cm. The next step is the construction of sufficiently long arcs corresponding to the other two lengths: 4 cm and 5 cm.

Instead of just constructing the arcs, let us complete the full circles. Suppose, we construct a circle of radius 4 cm with A as the centre.



? Now, suppose that a circle of radius 5 cm is constructed, centred at B. Can you draw a rough diagram of the resulting figure?

Note that in the figure below, AX = 4 cm and AB = 8 cm. So, what is BX? Does this length help in visualising the resulting figure?

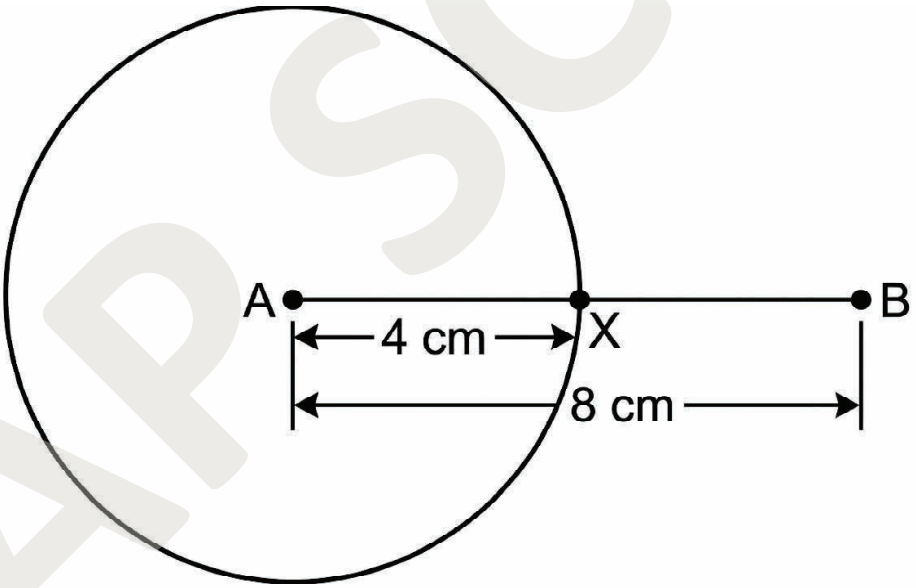
AP SCERT

اگر کسی ایک سیدھی لمبائی دوسری دو لمبائیوں کے مجموعے سے بڑی ہو، تو ہم یہ نتیجہ نکال سکتے ہیں کہ مثلث یقینی طور پر وجود نہیں رکھتا۔ لیکن اس صورت میں ہم صرف یہ کہہ سکتے ہیں کہ مثلث ہو بھی سکتا ہے اور نہیں بھی ہو سکتا۔ مثلث کے وجود کے لیے ضروری ہے کہ جو قوسیں ہم تیسرے نقطے کو حاصل کرنے کے لیے بناتے ہیں، وہ آپس میں ایک دوسرے کو کاٹیں کریں۔ کیا یہ بات بغیر تعمیر کیے معلوم کی جاسکتی ہے کہ ایسا ہو گا یا نہیں؟

دائروں کی بناوٹ کا تصور کرنا

آیئے خیال کریں کہ ہم بناوٹ کا آغاز سب سے بڑی لمبائی کو بنیاد کے طور پر لے کر کرتے ہیں۔ فرض کریں AB 8 سمر لمبا ہے۔ اگلا مرحلہ یہ ہے کہ باقی دو لمبائیوں 4 سمر اور 5 سمر کے مطابق کافی لمبی قوسیں بنائی جائیں۔

صرف قوسیں بنانے کے بجائے، ہم پورے دائرے بناتے ہیں۔ فرض کریں ہم A مرکز کے ساتھ 4 سمر نصف قطر کا ایک دائرہ بناتے ہیں۔



اب فرض کریں B مرکز کے ساتھ 5 سینٹی میٹر رداس کا ایک دائرہ بنایا جاتا ہے۔

کیا آپ اس صورت حال کا ایک خاکہ بنا سکتے ہیں؟

نوٹ کریں کہ اس شکل میں AX = 4 سینٹی میٹر اور AB = 8 سینٹی میٹر ہے۔ تو BX کیا ہو گا؟ کیا یہ لمبائی ہمیں اس شکل کو سمجھنے میں مدد دیتی ہے؟

AP SCERT

Since BX = 4 cm, and the radius of the circle centred at B is 5 cm, it is clear that the circles will intersect each other at two points.

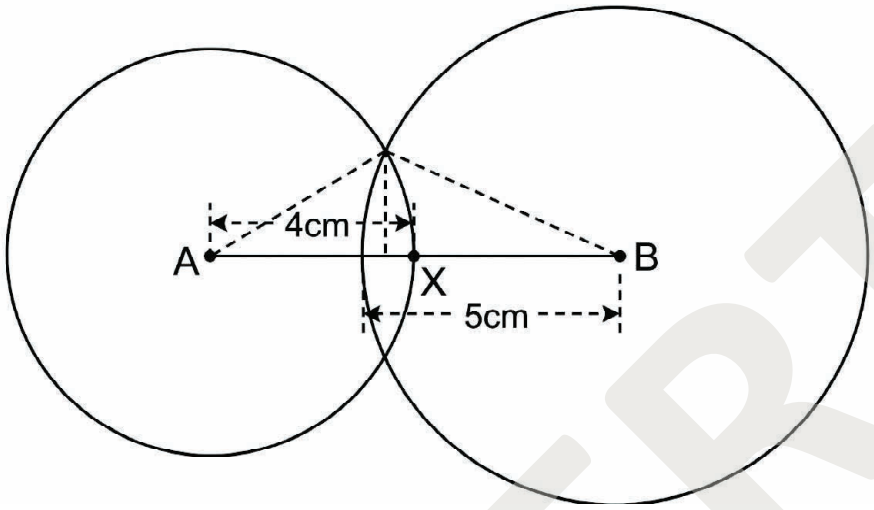


Fig. 7.5: Circles intersecting each other at two points

What does this tell us about the existence of a triangle? The points A and B along with either of the points of intersection of the circles will give us the required triangle. Thus, there exists a triangle having sidelengths 4 cm, 5 cm and 8 cm.



Figure it Out - 7.3

1. Which of the following lengths can be the side lengths of a triangle? Explain your answers. Note that for each set, the three lengths have the same unit of measure.

   (a) 2, 2, 5 (b) 3, 4, 6

   (c) 2, 4, 8 (d) 5, 5, 8

   (e) 10, 20, 25 (f) 10, 20, 35

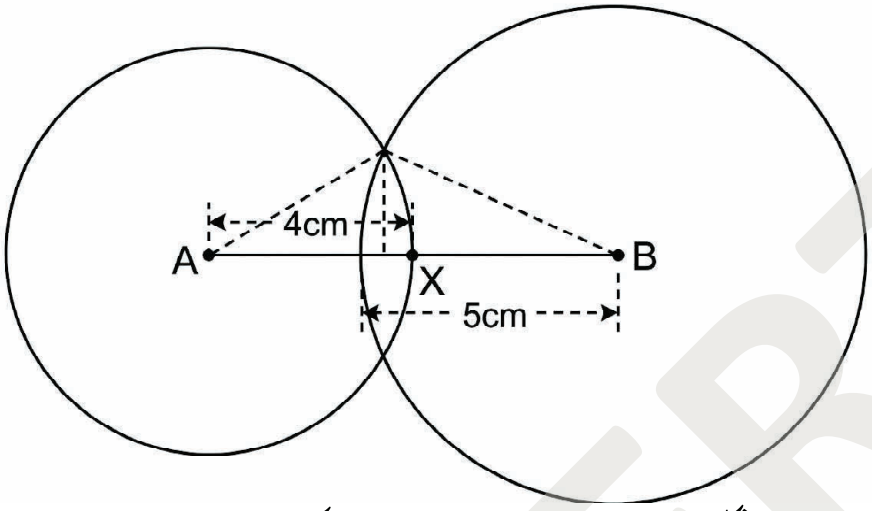
   (g) 24, 26, 28

We observe from the previous problems that whenever there is a set of lengths satisfying the triangle inequality (each length < sum of the other two lengths), there is a triangle with those three lengths as sidelengths.

? Will triangles always exist when a set of lengths satisfies the triangle inequality? How can we be sure?

APSCERT

چونکہ BX = 4 سمر ہے، اور B مرکز والے دائرے کا رداس 5 سمر ہے، اس سے واضح ہے کہ دونوں دائرے ایک دوسرے کو دو نقاط پر کاٹیں گے۔



شکل 7.5: دو دائرے جو ایک دوسرے کو دو نقاط پر کاٹ رہے ہیں

یہ ہمیں مثلث کے وجود کے بارے میں کیا بتاتا ہے؟ نقطہ A اور B کے ساتھ ساتھ ان دو میں سے کوئی ایک نقطہ جہاں دائرے آپس میں ملتے ہیں، مطلوبہ مثلث بنا دیتے ہیں۔ اس طرح 4 سمر، 5 سمر اور 8 سمر کی لمبائیوں والا مثلث موجود ہے۔



حل کیجیے- 7.3

1. درج ذیل لمبائیوں میں سے کون سی مثلث کی ضلع ہو سکتی ہیں؟ اپنے جواب کی وضاحت کریں۔
نوٹ کریں کہ ہر مجموعے میں تینوں لمبائیاں ایک ہی اکائی میں دی گئی ہیں۔

(a) 2, 2, 5 (b) 3, 4, 6
(c) 2, 4, 8 (d) 5, 5, 8
(e) 10, 20, 25 (f) 10, 20, 35
(g) 24, 26, 28

ہم پچھلے سوالات سے یہ مشاہدہ کرتے ہیں کہ جب بھی کوئی لمبائیوں کا مجموعہ مثلث کی عدم مساوات (مثلث کی شرط) کو پورا کرتا ہے (یعنی ہر لمبائی دوسری دو لمبائیوں کے مجموعے سے کم ہو)، تو ان لمبائیوں سے مثلث موجود ہوتا ہے۔

کیا ہمیشہ ایسے لمبائیوں کے مجموعے سے مثلث موجود ہو گا جو مثلث کی عدم مساوات کو پورا کرتے ہوں؟ ہم اس بات کا یقین کیسے کر سکتے ہیں؟

We can be sure of the existence of a triangle only if we can show that the circles intersect internally (as in Fig. 7.5) whenever the triangle inequality is satisfied. But are there other possibilities when the two circles are constructed? Let us visualise and study them.

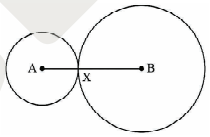
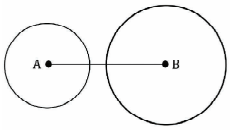
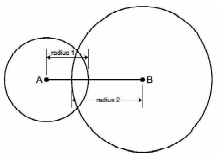
Note that while constructing the circles, we take

(a) the length of the base AB = longest of the given

(b) the radii of the circles to be the smaller two lengths.

Let us study each of these cases by finding the relation between the radii (the smaller two lengths) and AB (longest length).

The following different cases can be conceived:

Case	Condition	Circles	figure	Can triangle be formed?
1	sum of the two smaller lengths = longest length	Circles touch each other		× No
2	sum of the two smaller lengths < longest length	Circles don't intersect		× No
3	sum of the two smaller lengths > longest length	Circles intersect each other internally		3 Yes

Which of the above-mentioned cases will lead to the formation of a triangle? Clearly, triangles are formed only when the circles intersect each other internally (Case 3).

Can we use this analysis to tell if a triangle exists when the lengths satisfy the triangle inequality?

ASCERT

ہم صرف اس صورت میں مثلث کے وجود کا یقین کر سکتے ہیں جب ہم یہ دکھا سکیں کہ مثلث کی عدم مساوات پوری ہونے کی صورت میں دائرے اندرونی طور پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں (جیسے شکل 7.5 میں دکھایا گیا ہے)۔

لیکن کیا دائرے بنانے کے وقت اور بھی صورتیں ممکن ہیں؟ آیئے ان کو تصور کریں اور ان کا مطالعہ کریں۔

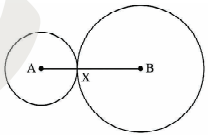
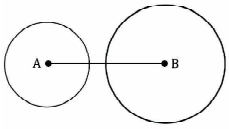
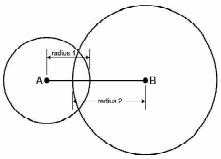
نوٹ کریں کہ جب ہم دائرے بناتے ہیں تو ہم یہ لیتے ہیں:

(a) قاعدے کی لمبائی = AB دی گئی لمبائیوں میں سب سے بڑی

(b) دائرے کے رداس = باقی دو چھوٹی لمبائیاں

اب ہم ہر حالت کا مطالعہ کرتے ہیں اور رداس (یعنی چھوٹی دو لمبائیوں) اور AB (سب سے بڑی لمبائی) کے درمیان تعلق دیکھتے ہیں۔

درج ذیل مختلف صورتیں ممکن ہیں:

کیا مثلث بن سکتے ہیں؟	شکل	دائرے	شرط	صورت
× نہیں		ایک دوسرے کو چھوتے ہیں	دونوں چھوٹی لمبائیوں کا مجموعہ = سب سے بڑی لمبائی	1
× نہیں		آپس میں نہیں ملتے	دونوں چھوٹی لمبائیوں کا مجموعہ < سب سے بڑی لمبائی	2
✓ ہاں		اندرونی طور پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں	دونوں چھوٹی لمبائیوں کا مجموعہ > سب سے بڑی لمبائی	3

ان میں سے کون سی صورت مثلث کی تشکیل کی طرف لے جاتی ہے؟ واضح طور پر صرف صورت 3 میں مثلث بنتا ہے، جب دائرے اندرونی طور پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں۔

کیا ہم اس تجزیے کو استعمال کر کے یہ معلوم کر سکتے ہیں کہ جب لمبائیاں مثلث کی عدم مساوات کو پورا کرتی ہیں تو مثلث موجود ہو گا؟

If the given lengths satisfy the triangle inequality, then the sum of the two smaller lengths is greater than the longest length.

This means that this will lead to Case-3 where the circles intersect internally, and so a triangle exists.

? How will the two circles turn out lengths that do not satisfy the triangle inequality? Find 3 examples of sets of lengths for which the circles:

(a) touch each other at a point,

(b) do not intersect.

? Frame a complete procedure that can be used to check the existence of a triangle.

Conclusion

If a given set of three lengths satisfies the triangle inequality, then a triangle exists having those as side lengths. If the set does not satisfy the triangle inequality, then a triangle with those side lengths does not exist.



Figure it Out - 7.4

1. Check if a triangle exists for each of the following set of lengths:
   (a) 1, 100, 100 (b) 3, 6, 9
   (c) 1, 1, 5 (d) 5, 10, 12
2. Does there exist an equilateral triangle with sides 50, 50, 50? In general, does there exist an equilateral triangle of any sidelength? Justify your answer.
3. For each of the following, give at least 5 possible values for the third length so there exists a triangle having these as sidelengths (decimal values could also be chosen):
   (a) 1, 100
   (b) 5, 5
   (c) 3, 7

APSCERT

اگر دی گئی لمبائیاں مثلث کی عدم مساوات کو پورا کرتی ہیں، تو اس کا مطلب ہے کہ دو چھوٹی لمبائیوں کا مجموعہ سب سے بڑی لمبائی سے زیادہ ہو گا۔

اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ صورت صورت 3 کی طرف لے جائے گی جہاں دائرے اندرونی طور پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں، اور اس طرح مثلث موجود ہوتا ہے۔

? وہ کون سی صورتیں ہوں گی جن میں لمبائیاں مثلث کی عدم مساوات کو پورا نہیں کرتیں؟ ایسی 3 مثالیں تلاش کریں جن میں دائرے:

(a) ایک دوسرے کو ایک نقطے پر چھوتے ہوں،

(b) ایک دوسرے کو آپس میں کاٹتے ہی نہ ہوں۔

? ایک مکمل طریقہ کار تیار کریں جو مثلث کے وجود کو جانچنے کے لیے استعمال کیا جا سکے۔

نتیجہ

اگر دی گئی تین لمبائیاں مثلث کی عدم مساوات کو پورا کرتی ہیں، تو ان لمبائیوں کے ساتھ مثلث موجود ہو گا۔ اگر یہ مجموعہ عدم مساوات کو پورا نہیں کرتا، تو ان لمبائیوں کے ساتھ مثلث موجود نہیں ہو گا۔



حل کیجیے–7.4

1. درج ذیل لمبائیوں کے مجموعوں کے لیے جانچ کریں کہ کیا مثلث موجود ہے:

(a) 1, 100, 100 (b) 3, 6, 9

(c) 1, 1, 5 (d) 5, 10, 12

2. کیا 50، 50، 50 کے ساتھ مساوی الاضلاع مثلث (equilateral triangle) موجود ہو سکتا ہے؟ عام طور پر کیا کسی بھی لمبائی کے ساتھ ایسا مثلث موجود ہو سکتا ہے؟ اپنے جواب کی وضاحت کریں۔

3. درج ذیل کے لیے کم از کم 5 ممکنہ اقدار لکھیں تاکہ دی گئی لمبائیوں کے ساتھ مثلث موجود ہو سکے (اعشاریہ اقدار بھی ہو سکتی ہیں):

(a) 1, 100

(b) 5, 5

(c) 3, 7

See if you can describe all possible lengths of the third side in each case, so that a triangle exists with those sidelengths. For example, in case (a), all numbers strictly between 99 and 101 would be possible.

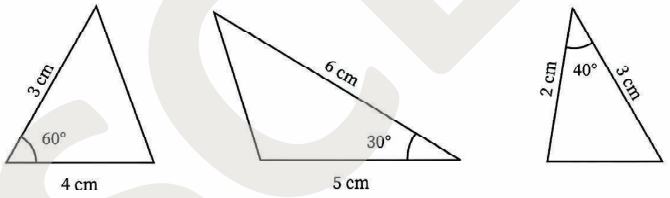
Try This

7.3 Construction of Triangles When Some Sides and Angles are Given

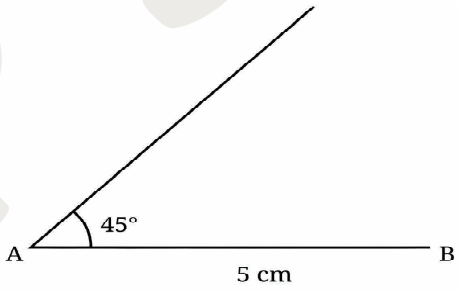
We have seen how to construct triangles when their sidelengths are given. Now, we will take up constructions where in place of some sidelengths, angle measures are given.

7.3.1. Two Sides and the Included Angle

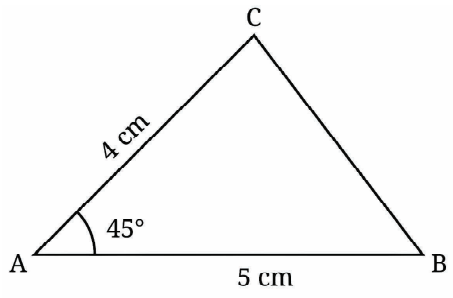
How do we construct a triangle if two sides and the angle included between them are given? Here are some examples of measurements showing the included angle.



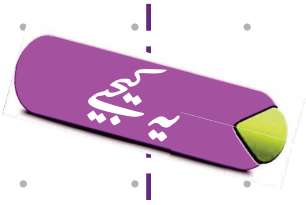
Construct a triangle ABC with AB = 5 cm, AC = 4 cm and ∠A= 45°.
Let us take one of the given sides, AB, as the base of the triangle.



Step 1: Construct a side AB of length 5 cm.
Step 2: Construct ∠A = 45° by drawing the other arm of the angle.
Step 3: Mark the point C on the other arm such that AC = 4 cm.
Step 4: Join BC to get the required triangle.



AP SCERT



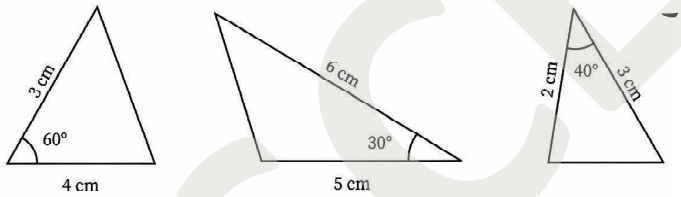
ہر صورت میں تیسرے ضلع کی تمام ممکنہ لمبائیاں اس طرح بیان کی جا سکتی ہیں کہ ان سے مثلث موجود ہو سکے۔ مثال کے طور پر صورت (a) میں، تیسرے ضلع کی وہ تمام لمبائیاں ممکن ہیں جو 99 اور 101 کے درمیان ہوں

7.3 مثلثوں کی بناوٹ جب کچھ اضلاع اور زاویے دیے گئے ہوں

ہم نے دیکھا ہے کہ جب اضلاع دیے ہوں تو مثلث کیسے بنایا جاتا ہے۔ اب ہم ان صورتوں کو دیکھیں گے جن میں کچھ اضلاع کی جگہ زاویوں کی پیمائش دی جاتی ہے۔

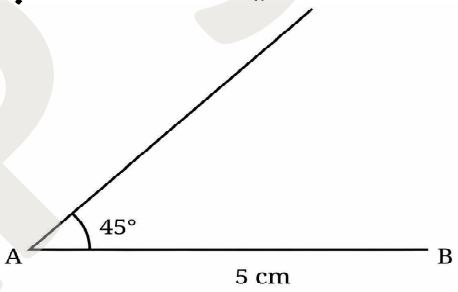
7.3.1 دو اضلاع اور ان کے درمیانی زاویہ

ہم مثلث کیسے بنائیں گے اگر دو اضلاع اور ان کے درمیان شامل زاویہ دیا گیا ہو؟ یہاں کچھ مثالیں دی گئی ہیں جن میں شامل زاویہ دکھایا گیا ہے۔



ایک مثلث ABC تعمیر کریں جس میں AB = 5 سم، AC = 4 سم اور زاویہ A = 45° ہو۔

ہم دی گئی اضلاع میں سے ایک ضلع AB کو مثلث کی بنیاد (base) کے طور پر لیتے ہیں۔



مرحلہ 1: 5 سم لمبائی کا ایک ضلع AB بنائیں۔

مرحلہ 2: زاویہ A = 45° بنائیں اور اس زاویے کا دوسرا بازو کھینچیں۔

مرحلہ 3: دوسرے بازو پر نقطہ C کو اس طرح نشان زد کریں کہ AC = 4 سم ہو۔

مرحلہ 4: BC کو ملائیں تاکہ مطلوبہ مثلث حاصل ہو جائے۔

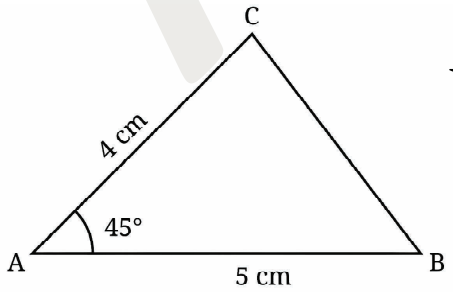




Figure it Out - 7.5

1. Construct triangles for the following measurements where the angle is included between the sides:

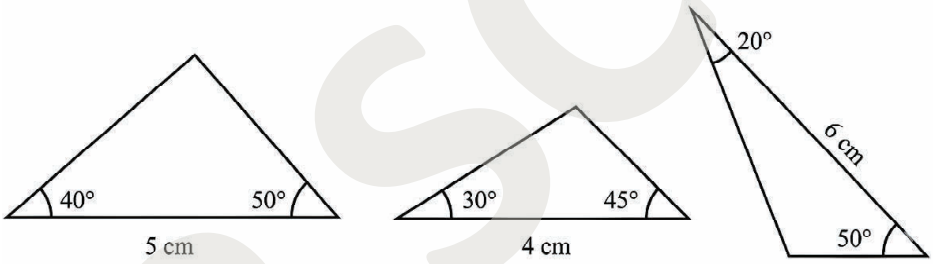
   (a) 3 cm, 75°, 7 cm (b) 6 cm, 25°, 3 cm (c) 3 cm, 120°, 8 cm

We have seen that triangles do not exist for all sets of side lengths. Is there a combination of measurements in the case of two sides and the included angle where a triangle is not possible? Justify your answer using what you observe during construction.



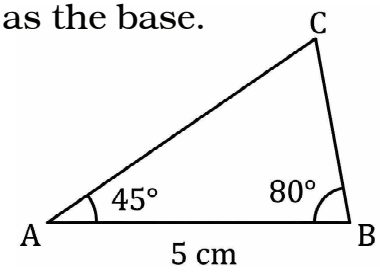
7.3.2 Two Angles and the Included Side

In this case, we are given two angles and the side that is a part of both angles, which we call the included side. Here are some examples of such measurements:



Construct a triangle ABC where AB = 5 cm, ∠A = 45° and ∠B = 80°.

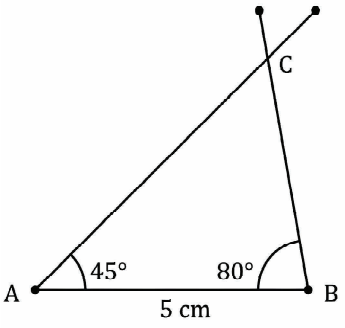
Let us take the given side as the base.



Step 1: Draw the base AB of length 5 cm.

Step 2: Draw ∠A and ∠B of measures 45°, and 80° respectively.

Step 3: The point of intersection of the two new line segments is the third vertex C.



APSCERT

حل کیجیے–7.5

1. درج ذیل پیمائشوں کے لیے مثلثات تعمیر کریں جہاں زاویہ دونوں اضلاع کے درمیان شامل ہو:

(a) 3 سمر، 75°، 7 سمر (b) 6 سمر، 25°، 3 سمر

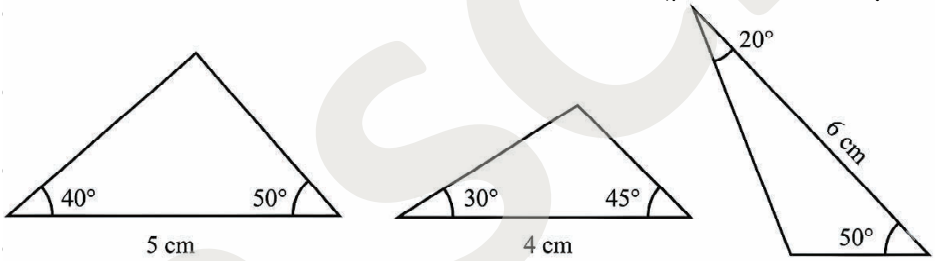
(c) 3 سمر، 120°، 8 سمر



ہم نے دیکھا ہے کہ ہر دیے گئے اضلاع کے مجموعے سے مثلث ہمیشہ موجود نہیں ہوتا۔ کیا دو اضلاع اور ان کے درمیان شامل زاویے کی صورت میں بھی ایسی کوئی ترکیب ہو سکتی ہے جس میں مثلث موجود نہ ہو؟ اپنی تعمیر کے مشاہدے کی بنیاد پر اس کی وضاحت کریں۔

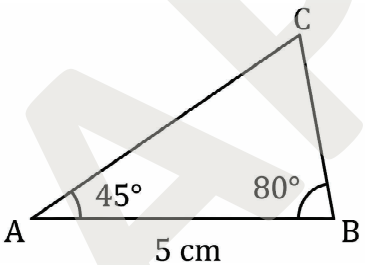
7.3.2 دو زاویے اور ان کے درمیان موجود ضلع

اس صورت میں ہمیں دو زاویے دیے جاتے ہیں اور وہ ضلع دیا جاتا ہے جو دونوں زاویوں کا مشترک حصہ ہوتا ہے، جسے ہم شامل ضلع کہتے ہیں۔ یہاں ایسی پیمائشوں کی کچھ مثالیں دی گئی ہیں:



ایک مثلث ABC تعمیر کریں جس میں AB = 5 سمر، زاویہ A = 45° اور زاویہ B = 80° ہو۔

ہم دیے گئے ضلع AB کو مثلث کی بنیاد (base) کے طور پر لیتے ہیں۔



مرحلہ 1: 5 سمر لمبائی کا قاعدہ AB بنائیں۔

مرحلہ 2: زاویہ A = 45° اور زاویہ B = 80° بنائیں اور دونوں زاویوں کے دوسرے بازو کھینچیں۔

مرحلہ 3: ان دونوں نئی لکیر کے بازوؤں کے تقاطع (جہاں وہ ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں) کو تیسرا نقطہ C مان لیں۔

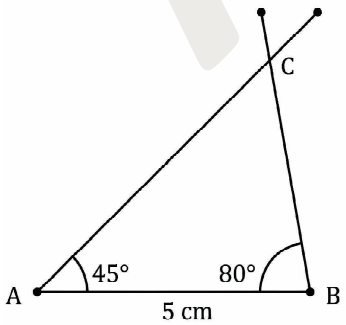
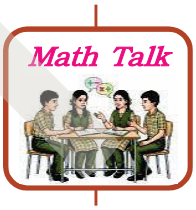




Figure it Out - 7.6

1. Construct triangles for the following measurements:
   (a) 75°, 5 cm, 75°
   (b) 25°, 3 cm, 60°
   (c) 120°, 6 cm, 30°

Do triangles always exist?



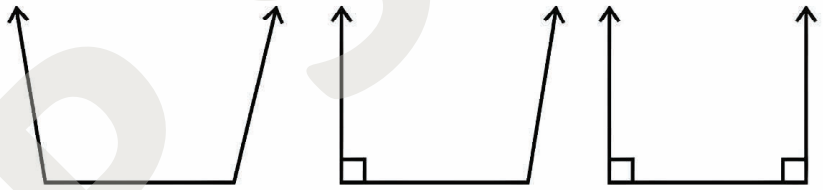
? Do triangles exist for every combination of two angles and their included side? Explore.

As in the case when we are given all three sides, it turns out that there is not always a triangle for every combination of two angles and the included side.

? Find examples of measurements of two angles with the included side where a triangle is not possible.

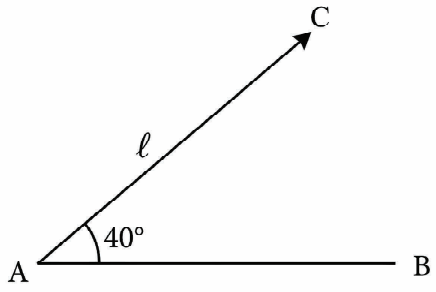
Let us try to visualise such a situation. Once the base is drawn, try to imagine how the other sides should be so that they do not meet.

Here are some obvious examples.



If the two angles are greater than or equal to a right angle (90°), then it is clear that a triangle is not possible.

Now we make one of the base angles an acute angle, say 40°. What are the possible values that the other angle should take so that the lines don't meet?





حل کیجیے–7.6

1. درج ذیل پیمائشوں کے لیے مثلثات تعمیر کریں:

(a) 75°، 5 سمر، 75°　　(b) 25°، 3 سمر، 60°

(c) 120°، 6 سمر، 30°

کیا مثلث ہمیشہ موجود ہوتے ہیں؟



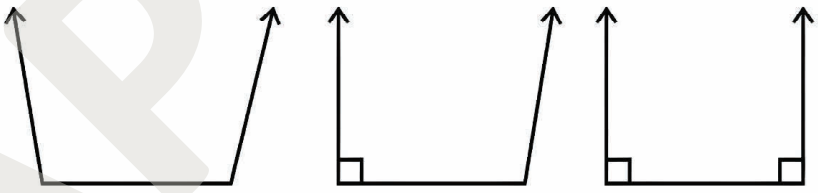
؟ کیا ہر دو زاویوں اور ان کے شامل ضلع کے ہر امتزاج کے لیے مثلث موجود ہوتا ہے؟ اس کا مشاہدہ کریں۔

جیسا کہ ہم نے تین اضلاع کے معاملے میں دیکھا، اسی طرح یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ ہر دو زاویوں اور شامل ضلع کے ہر امتزاج کے لیے ہمیشہ مثلث موجود نہیں ہوتا۔

؟ ایسے پیمائشوں کی مثالیں تلاش کریں جن میں دو زاویے اور شامل ضلع دیے گئے ہوں لیکن مثلث بنانا ممکن نہ ہو۔

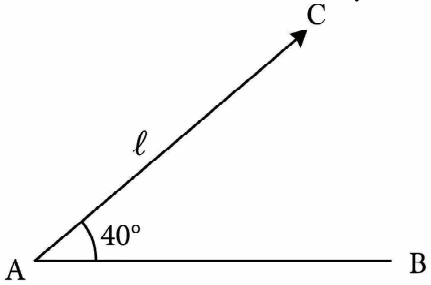
آیئے اس صورت حال کو سمجھنے کی کوشش کرتے ہیں۔ جب قاعدہ بنالیا جائے، تو یہ تصور کریں کہ باقی اضلاع اس طرح بننے چلیے۔ کہ وہ آپس میں مل ہی نہ سکیں۔

یہاں کچھ واضح مثالیں دی گئی ہیں:



اگر دونوں زاویے 90° یا اس سے بڑے ہوں، تو واضح ہے کہ مثلث بنانا ممکن نہیں ہوتا۔

اب فرض کریں کہ قاعدے کا ایک زاویہ حادہ زاویہ ہے، مثلاً 40°۔ تو دوسرے زاویے کی ممکنہ قدریں کیا ہوں گی تاکہ دونوں لکیریں آپس میں نہ ملیں؟

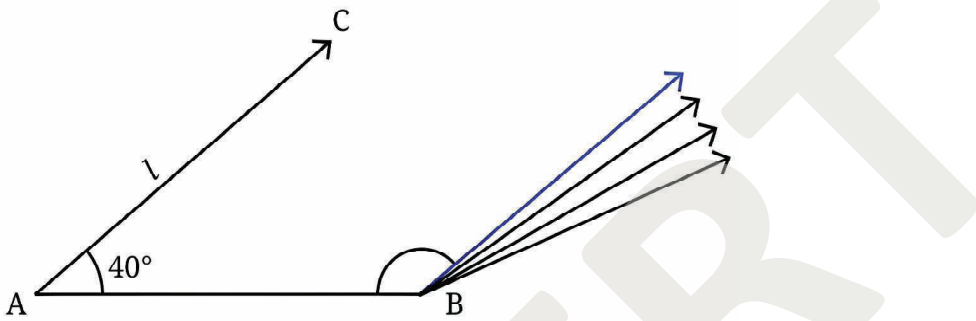


AP SCERT

It is clear that if the line from B is "inclined" sufficiently to the right, then it will not meet the line *l*.

(a) Try to find a possible ∠B (marked in the figure) for this to happen?

(b) What could be smallest value of ∠B for the lines to not meet?



The blue line is the line with the least rightward bend that doesn't meet the line '*l*'

Visually, it is clear that the line that creates the smallest ∠B has to be the one parallel to *l*. Let us call this parallel line m.

Can you tell the actual value of ∠B be in this case?

[**Hint:** Note that AB is the transversal.]

We have seen that when two lines are parallel, the internal angles on the same side of the transversal add up to 180°. So ∠B = 140°.

So, for what values of ∠B, does a triangle not exist? Does the length AB play any part here?

From the discussion above, it can be seen that the length AB does not play any part in deciding the existence of a triangle. We can say that a triangle does not exist when ∠B is greater than or equal to 140°.



Figure it Out - 7.7

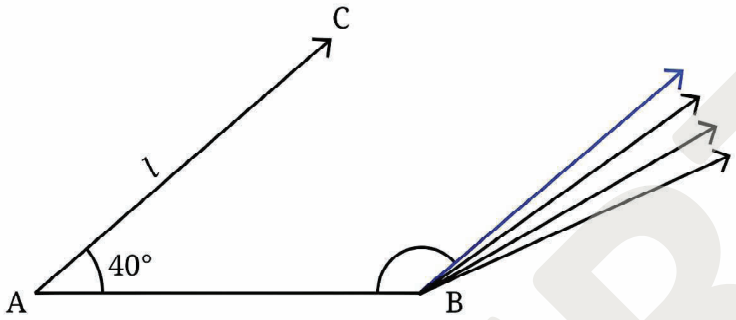
1. For each of the following angles, find another angle for which a triangle is (a) possible, (b) not possible. Find at least two different angles for each category:

   (a) 30° (b) 70° (c) 54° (d) 144°

؟ یہ واضح ہے کہ اگر B سے نکلنے والی لکیر کافی حد تک دائیں طرف جھکی ہوئی ہو تو وہ لکیر l کو نہیں کاٹے گی۔

(a) کوشش کریں کہ ذ B (شکل میں نشان زد زاویہ) کی ایسی ممکنہ قیمت معلوم کریں جس سے یہ صورت بن جائے۔

(b) وہ کم از کم قیمت کیا ہو سکتی ہے جس پر لکیریں آپس میں نہ ملیں؟



نیلی لکیر وہ ہے جس میں دائیں طرف جھکاؤ سب سے کم ہے اور پھر بھی وہ لکیر l کو نہیں کاٹتی۔

مشاہدے سے واضح ہے کہ جو لکیر سب سے چھوٹا ذ B بناتی ہے، وہ لازماً l کے متوازی ہو گی۔ اس متوازی لکیر کو ہم m کہتے ہیں۔

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ اس صورت میں ذ B کی اصل قیمت کیا ہو گی؟

[**اشارہ:** نوٹ کریں کہ AB ایک عبوری خط (transversal) ہے۔]

ہم نے دیکھا ہے کہ جب دو لکیریں متوازی ہوں تو عبوری خط کے ایک ہی طرف کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ $180°$ ہوتا ہے۔ اس لیے ذ $B = 140°$۔

تو کن اقدار کے لیے ذ B پر مثلث موجود نہیں ہوتا؟ کیا AB کی لمبائی اس میں کوئی کردار ادا کرتی ہے؟

اوپر کی بحث سے واضح ہوتا ہے کہ AB کی لمبائی مثلث کے وجود یا عدم وجود میں کوئی کردار ادا نہیں کرتی۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ جب $B \geq 140°$ ہو تو مثلث موجود نہیں ہوتا۔

حل کیجیے–7.7



1. درج ذیل ہر زاویے کے لیے ایک اور زاویہ معلوم کریں جس کے لیے مثلث (a) ممکن ہو، (b) ممکن نہ ہو۔ ہر حصے کے لیے کم از کم دو مختلف زاویے تلاش کریں۔

(a) $30°$ (b) $70°$ (c) $54°$ (d) $144°$

2. Determine which of the following pairs can be the angles of a triangle and which cannot:

(a) 35°, 150° (b) 70°, 30°

(c) 90°, 85° (d) 50°, 150°

? Like the triangle inequality, can you form a rule that describes the two angles for which a triangle is possible?

Can the sum of the two angles be used for framing this rule?

When the sum of two given angles is less than 180°, a triangle exists with these angles. If the sum is greater than or equal to 180°, there is no triangle with these angles.

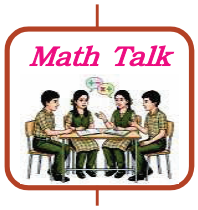
Let us take two angles, say 60° and 70°, whose sum is less than 180°. Let the included side be 5 cm.

? What could the measure of the third angle be? Does this measure change if the base length is changed to some other value, say 7 cm? Construct and find out.

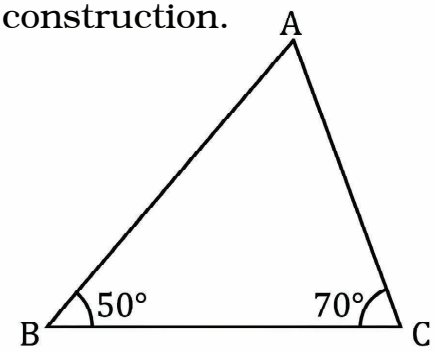
? In general, once the two angles are fixed, does the third angle depend on the included sidelength? Try with different pairs of angles and lengths.

The measurements might show that the sidelength has no effect (or a very small effect) on the third angle. With this observation, let us see if we can find the third angle without carrying out the construction and measurement.

? Try experimenting with different triangles to see if there is a relation between any two angles and the third one. To find this relation, what data will you keep track of and how will you organise the data you collect?



? Consider a triangle ABC with ∠B= 50° and ∠C= 70°. Let us see how we can find ∠A without construction.



AP SCERT

2. درج ذیل زاویوں کے جوڑوں میں سے کون سے مثلث کے زاویے ہو سکتے ہیں اور کون سے نہیں؟

(a) $150°، 35°$ (b) $30°، 70°$

(c) $85°، 90°$ (d) $150°، 50°$

مثلث کی طرح کیا ہم زاویوں کے لیے بھی کوئی قاعدہ بنا سکتے ہیں جس سے معلوم ہو سکے کہ کون سے دو زاویوں سے مثلث بن سکتا ہے؟

کیا دو زاویوں کے مجموعے کو اس قاعدے کے لیے استعمال کیا جا سکتا ہے؟

جب دیے گئے دو زاویوں کا مجموعہ $180°$ سے کم ہو تو مثلث موجود ہوتا ہے۔ اگر مجموعہ $180°$ یا اس سے زیادہ ہو تو ان زاویوں کے ساتھ مثلث موجود نہیں ہوتا۔

آیئے دو زاویے لیں، مثلاً $60°$ اور $70°$ جن کا مجموعہ $180°$ سے کم ہے۔ اور شامل ضلع 5 سم رکھیں۔

تیسرے زاویے کی مقدار کیا ہو سکتی ہے؟ کیا یہ مقدار بدلتی ہے اگر قاعدے کی لمبائی بدل کر 7 سم کر دی جائے؟ تعمیر کر کے معلوم کریں۔

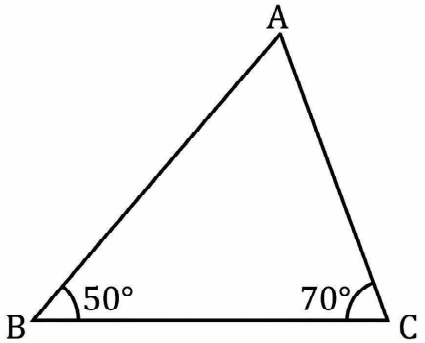
عام طور پر جب دو زاویے طے ہو جائیں تو کیا تیسرا زاویہ شامل ضلع کی لمبائی پر منحصر ہوتا ہے؟ مختلف زاویوں اور لمبائیوں کے ساتھ تجربہ کریں۔

مشاہدے سے معلوم ہوتا ہے کہ شامل ضلع کا تیسرا زاویہ پر کوئی اثر نہیں ہوتا (یا بہت معمولی اثر ہوتا ہے)۔



اس مشاہدے کی بنیاد پر دیکھتے ہیں کہ کیا ہم تعمیر اور پیمائش کے بغیر تیسرا زاویہ معلوم کر سکتے ہیں۔ مختلف مثلثات پر تجربہ کریں تاکہ دیکھ سکیں کہ دو زاویوں اور تیسرے زاویے کے درمیان کیا تعلق ہے۔ اس تعلق کو معلوم کرنے کے لیے آپ کون سا ڈیٹا محفوظ کریں گے اور اسے کیسے ترتیب دیں گے؟

فرض کریں مثلث ABC ہے جس میں $\angle B = 50°$ اور $\angle C = 70°$ ہے۔ دیکھتے ہیں کہ بغیر تعمیر کے $\angle A$ کیسے معلوم کیا جا سکتا ہے۔



We saw that the notion of parallel lines was useful to determine that the sum of any two angles of a triangle is less than 180°. Parallel lines can be used to find the third angle, ∠BAC as well.

Let us suppose we construct a line XY parallel to BC through vertex A.

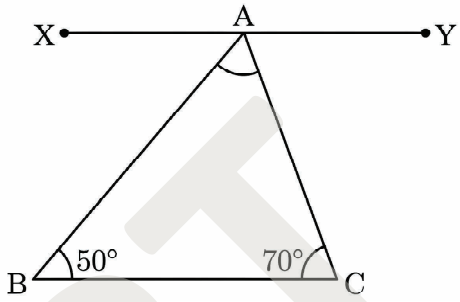


Fig. 7.6

We can see new angles being formed here: ∠XAB, and ∠YAC. What are their values?

Since the line XY is parallel to BC, ∠XAB = ∠B and ∠YAC = ∠C, because they are alternate angles of the transversals AB and AC.

Therefore, ∠XAB = 50°, and ∠YAC = 70°. Can we find ∠BAC from this?

We know that ∠XAB, ∠YAC and ∠BAC together form 180°. So

$$\angle XAB + \angle YAC + \angle BAC = 180°$$

$$50° + \angle BAC + 70° = 180°$$

$$120° + \angle BAC = 180°$$

Thus, ∠BAC = 60°

Now construct a triangle (taking BC to be of any suitable length) and verify if this is indeed the case.



Figure it Out - 7.8

1. Find the third angle of a triangle (using a parallel line) when two of the angles are:
   (a) 36°, 72° (b) 150°, 15° (c) 90°, 30° (d) 75°, 45°
2. Can you construct a triangle all of whose angles are equal to 70°? If two of the angles are 70° what would the third angle be? If all the angles in a triangle have to be equal, then what must its measure be? Explore and find out.
3. Here is a triangle in which we know ∠B = ∠C and ∠A = 50°. Can you find ∠B and ∠C?

Try This

ہم نے دیکھا کہ متوازی لکیروں کا تصور مثلث کے کسی بھی دو زاویوں کے مجموعے کو $180°$ سے کم ثابت کرنے میں مدد گار ہے۔ متوازی لکیریں تیسرا زاویہ $\angle BAC$ معلوم کرنے کے لیے بھی استعمال کی جا سکتی ہیں۔

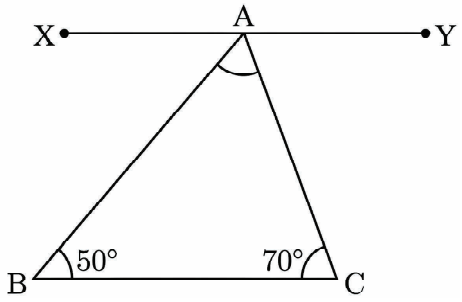


Fig. 7.6

فرض کریں ہم نقطہ A سے گزرنے والی ایک لکیر XY بناتے ہیں جو BC کے متوازی ہو۔

ہم یہاں نئے زاویے دیکھ سکتے ہیں $\angle XAB$ اور $\angle YAC$ ۔ ان کی قیمتیں کیا ہوں گی؟

چونکہ لکیر XY، BC کے متوازی ہے، اس لیے $\angle XAB = \angle B$ اور $\angle YAC = \angle C$ ہوں گے، کیونکہ یہ بالترتیب AB اور AC کے متبادل زاویے ہیں۔

اس لیے $\angle XAB = 50°$ اور $\angle YAC = 70°$ ۔ کیا ہم یہاں سے $\angle BAC$ معلوم کر سکتے ہیں؟

ہم جانتے ہیں کہ $\angle XAB$ ، $\angle YAC$ اور $\angle BAC$ مل کر $180°$ بنتے ہیں۔ اس لیے

$$\angle XAB + \angle YAC + \angle BAC = 180°$$

$$50° + \angle BAC + 70° = 180°$$

$$120° + \angle BAC = 180°$$

اس طرح $\angle BAC = 60°$

اب ایک مثلث تعمیر کریں (BC کی کوئی مناسب لمبائی لے کر) اور تصدیق کریں کہ واقعی یہی صورت ہے یا نہیں۔

حل کیجیے–7.8

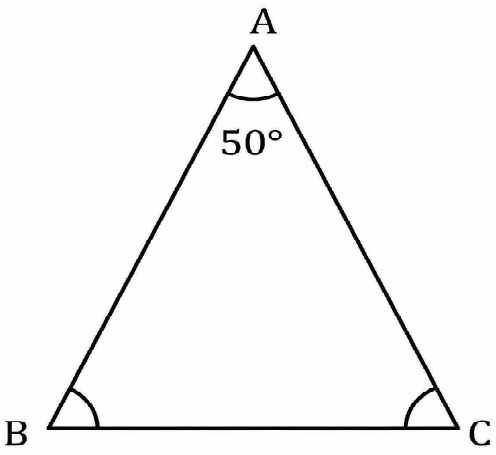
1. متوازی لکیر استعمال کرتے ہوئے مثلث کا تیسرا زاویہ معلوم کریں جب دو زاویے یہ ہوں:

(a) $72°، 36°$ (b) $15°، 150°$ (c) $30°، 90°$ (d) $45°، 75°$

2. کیا آپ ایسا مثلث بنا سکتے ہیں جس کے تمام زاویے $70°$ ہوں؟ اگر دو زاویے $70°$ ہوں تو تیسرا زاویہ کیا ہو گا؟ اگر مثلث کے تمام زاویے برابر ہوں تو ہر زاویے کی مقدار کیا ہو گی؟ غور کریں اور معلوم کریں۔

3. یہاں ایک مثلث دیا گیا ہے جس میں $\angle B = \angle C$ ہے اور $\angle A = 50°$ ہے۔ کیا آپ $\angle B$ اور $\angle C$ معلوم کر سکتے ہیں؟

یہ کیجیے



7.3.3 Angle Sum Property

What can we say about the sum of the angles of any triangle?

Consider a triangle ABC. To find the sum of its angles, we can use the same method of drawing a line parallel to the base: construct a line through A that is parallel to BC.

We need to find $\angle A + \angle B + \angle C$.

We know that $\angle B = \angle XAB$, $\angle C = \angle YAC$.

So, $\angle A + \angle B + \angle C = \angle A + \angle XAB + \angle YAC$

$= 180°$ as together they form a straight angle.

Thus we have proved that the sum of the three angles in any triangle is 180°! This rather surprising result is called the angle sum property of triangles.

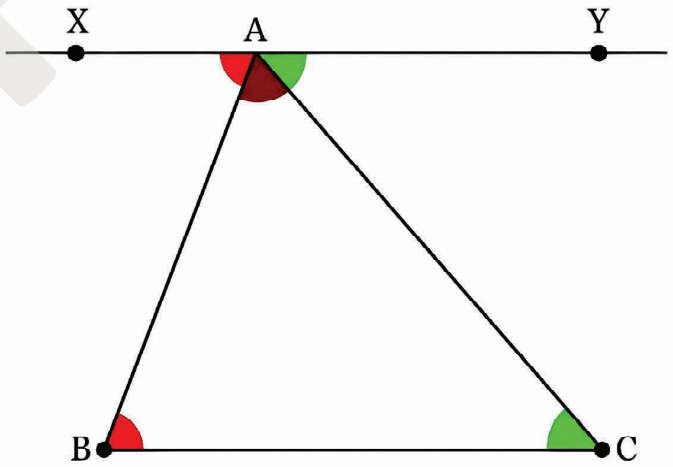
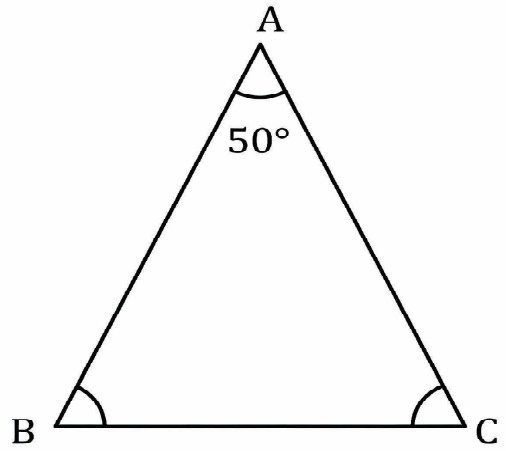


Fig. 7.7

APSCERT



7.3.3 زاویوں کے مجموعے کی خاصیت

ہم کسی بھی مثلث کے زاویوں کے مجموعے کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں؟

ایک مثلث ABC پر غور کریں۔اس کے زاویوں کا مجموعہ معلوم کرنے کے لیے ہم وہی طریقہ استعمال کر سکتے ہیں جس میں قاعدے کے متوازی ایک لکیر بنائی جاتی ہے: نقطہ A سے ایک ایسی لکیر کھینچیں جو BC کے متوازی ہو۔

ہمیں $\angle A + \angle B + \angle C$ معلوم کرنا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ $\angle B = \angle XAB$ اور $\angle C = \angle YAC$ ۔

اس لیے $\angle A + \angle B + \angle C = \angle A + \angle XAB + \angle YAC$

یہ تینوں زاویے مل کر ایک سیدھا زاویہ بناتے ہیں، اس لیے ان کا مجموعہ $180°$ ہو گا۔

اس طرح ہم نے ثابت کیا کہ کسی بھی مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ $180°$ ہوتا ہے۔اس حیران کن نتیجے کو مثلث کے زاویوں کے مجموعے کی خاصیت کہا جاتا ہے۔

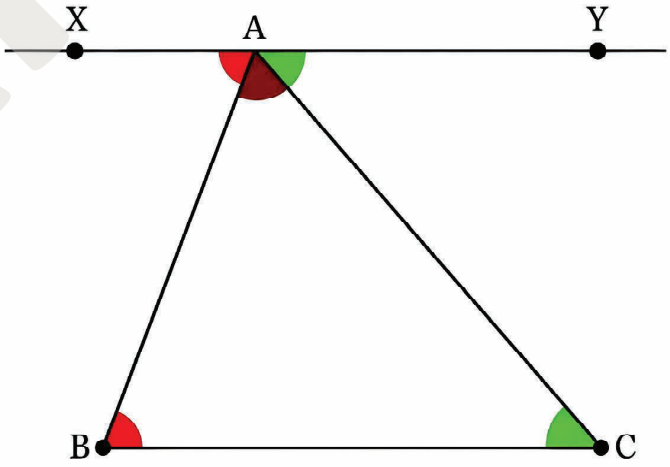
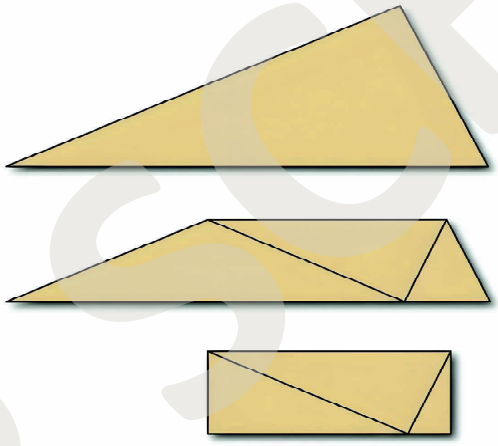


Fig. 7.7

Take some time to reflect upon how we figured out the angle sum property. In the beginning, the relationship between the third angle and the other two angles was not at all clear. However, a simple idea of drawing a line parallel to the base through the top vertex (as in Fig. 7.7) suddenly made the relationship obvious. This ingenious idea can be found in a very influential book in the history of mathematics called 'The Elements'. This book is attributed to the Greek mathematician Euclid, who lived around 300 BCE.

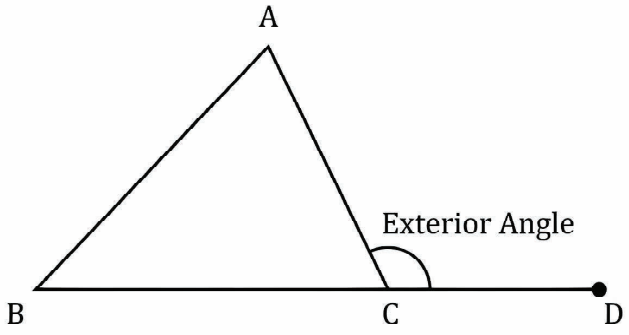
This solution is yet another example of how creative thinking plays a key role in mathematics!

There is a convenient way of verifying the angle sum property by folding a triangular cut-out of a paper. Do you see how this shows that the sum of the angles in this triangle is 180°?



7.3.4 Exterior Angles

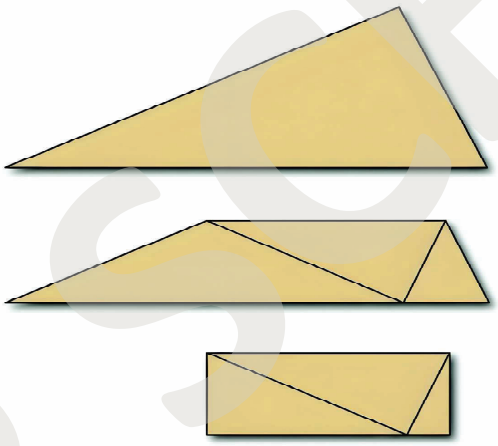
The angle formed between the extension of a side of a triangle and the other side is called an exterior angle of the triangle. In this figure, ∠ACD is an exterior angle.



ہم اس بات پر غور کریں کہ ہم نے زاویوں کے مجموعے کی خاصیت کیسے معلوم کی۔ ابتدا میں یہ تعلق بالکل واضح نہیں تھا کہ تیسرا زاویہ باقی دو زاویوں سے کیسے جڑا ہوا ہے۔ تاہم قاعدے کے متوازی ایک لکیر کو اوپر والے نقطے سے گزارنے کا سادہ سا خیال (جیسا کہ شکل 7.7 میں ہے) اچانک اس تعلق کو واضح کر دیتا ہے۔ یہ ذہین خیال ریاضی کی تاریخ کی ایک بہت مؤثر کتاب "دی ایلیمینٹس" میں بھی ملتا ہے۔ یہ کتاب یونانی ریاضی دان یوکلڈ سے منسوب ہے جو تقریباً 300 قبل مسیح میں زندہ تھا۔

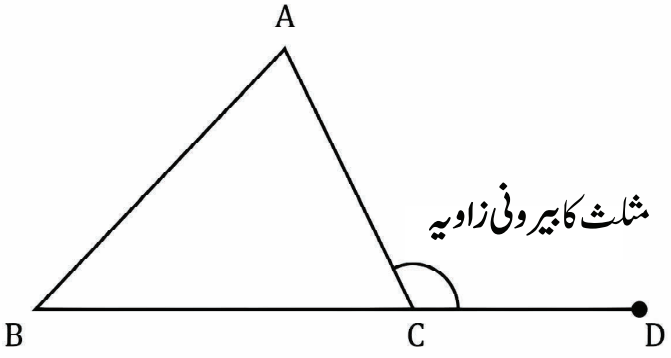
یہ حل اس بات کی ایک اور مثال ہے کہ ریاضی میں تخلیقی سوچ کس قدر اہم کردار ادا کرتی ہے۔

کاغذ سے مثلث کاٹ کر اسے موڑنے (folding) کے ذریعے بھی زاویوں کے مجموعے کی خاصیت کی تصدیق کی جاسکتی ہے۔ کیا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ طریقہ کیسے ظاہر کرتا ہے کہ اس مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ $180°$ ہے؟



7.3.4 بیرونی زاویے

وہ زاویہ جو مثلث کے کسی ضلع کو آگے بڑھانے (توسیع کرنے) اور دوسرے ضلع کے درمیان بنتا ہے، اسے مثلث کا بیرونی زاویہ کہتے ہیں۔ اس شکل میں $\angle ACD$ ایک بیرونی زاویہ ہے۔



Find ∠ACD, if ∠A = 50°, and ∠B = 60°.

From the angle sum property, we know that

$$50° + 60° + \angle ACB = 180°$$

$$110° + \angle ACB = 180°$$

So, ∠ACB = 70°

So, ∠ACD = 180 ° – 70° = 110°,

since, ∠ACB and ∠ACD together form a straight angle.

Find the exterior angle for different measures of ∠A and ∠B. Do you see any relation between the exterior angle and these two angles?

[**Hint:** From angle sum property, we have ∠A + ∠B + ∠ACB = 180°.]

We also have ∠ACD + ∠ACB = 180°, since they form a straight angle. What does this show?

7.4 Constructions Related to Altitudes of Triangles

There is another set of useful measurements with respect to a triangle — the height of each of its vertices with respect to the opposite sides.

In the world around us, we talk of the heights of various objects: the height of a person, the height of a tree, the height of a building, etc. What do we mean by the word 'height'?

Consider a triangle ABC. What is the height of the vertex A from its opposite side BC, and how can it be measured?

Let AD be the line segment from A drawn perpendicular to BC. The length of AD is the height of the vertex A from BC. The line segment AD is said to be one of the 'altitudes' of the triangle.

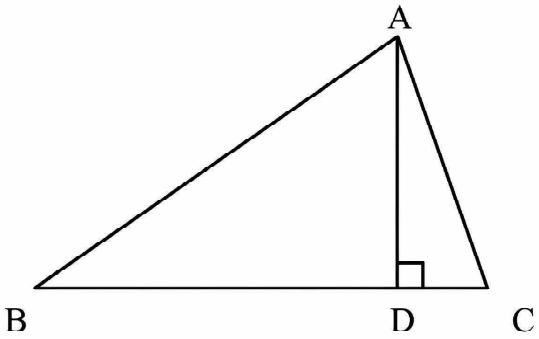


Fig. 7.8

APSCERT

$\angle ACD$ معلوم کریں، اگر $\angle A = 50°$ اور $\angle B = 60°$ ہوں۔

زاویوں کے مجموعے کی خاصیت کے مطابق:

$$50° + 60° + \angle ACB = 180°$$

$$110° + \angle ACB = 180°$$

اس لیے $\angle ACB = 70°$

اب $\angle ACD = 180° - 70° = 110°$

کیونکہ $\angle ACB$ اور $\angle ACD$ مل کر ایک سیدھا زاویہ بناتے ہیں۔

مختلف حالتوں میں $\angle A$ اور $\angle B$ کی قیمتیں لے کر بیرونی زاویہ معلوم کریں۔ کیا آپ کوئی تعلق دیکھتے ہیں جو بیرونی زاویے اور ان دونوں زاویوں کے درمیان ہے؟

[اشارہ: زاویوں کے مجموعے کی خاصیت کے مطابق $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180°$]

ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ $\angle ACD + \angle ACB = 180°$ کیونکہ یہ ایک سیدھا زاویہ بناتے ہیں۔ اس سے کیا نتیجہ نکلتا ہے؟

7.4 مثلث کے ارتفاع (Altitudes) کی بناوٹ

مثلث کے حوالے سے پیمائشوں کا ایک اور مفید تصور اس کے ہر نقطے کی اس کے مخالف ضلع کے لحاظ سے اونچائی ہے۔

ہم اپنی روزمرہ زندگی میں مختلف چیزوں کی اونچائی کی بات کرتے ہیں: کسی شخص کی اونچائی، درخت کی اونچائی، عمارت کی اونچائی وغیرہ۔ یہاں "اونچائی" سے کیا مراد ہے؟

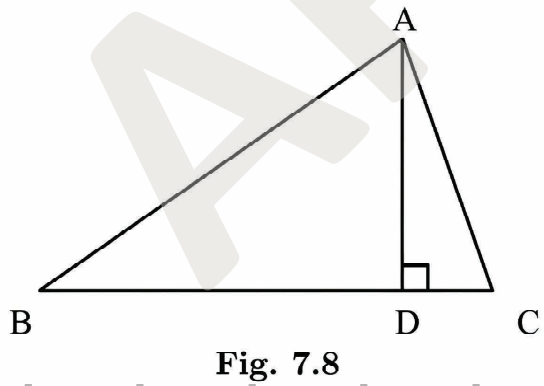


Fig. 7.8

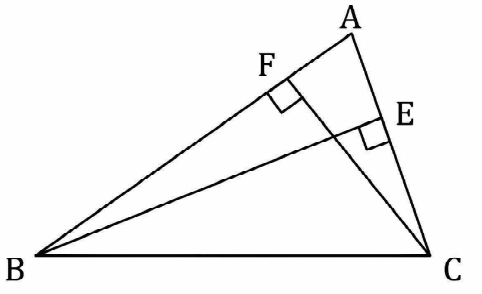
مثلث ABC پر غور کریں۔ نقطہ A کی اپنے مخالف ضلع BC سے اونچائی کیا ہے، اور اسے کیسے ناپا جا سکتا ہے؟

A سے BC پر ایک عمودی لکیر کھینچیں جسے AD کہیں۔

لکیر AD کی لمبائی کو نقطہ A کی BC سے اونچائی کہا جاتا ہے۔

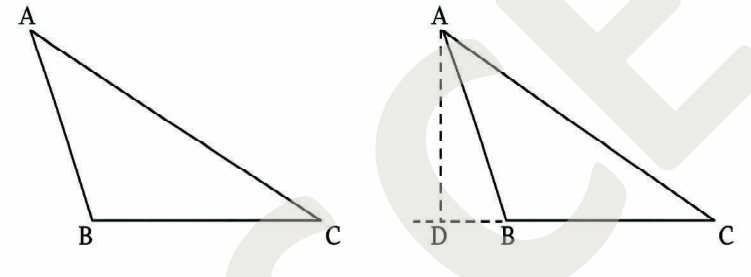
اس لکیر AD کو مثلث کی ایک "ارتفاع (altitude)" کہا جاتا ہے۔

The other altitudes are BE and CF in the figure below: the perpendiculars drawn from the other vertices to their respective opposite sides.



Whenever we use the word height of the triangle, we generally refer to the length of the altitude to whatever side we take as base (this altitude is AD in the case of Fig. 7.8).

What would the altitude from A to BC be in this triangle?



We extend BC and then drop the perpendicular from A to this line .

Altitudes Using Paper Folding

? Cut out a paper triangle. Fix one of the sides as the base. Fold it in such a way that the resulting crease is an altitude from the top vertex to the base. Justify why the crease formed should be perpendicular to the base.

Construction of the Altitudes of a Triangle

Construct an arbitrary triangle. Label the vertices A, B, C taking BC to be the base.

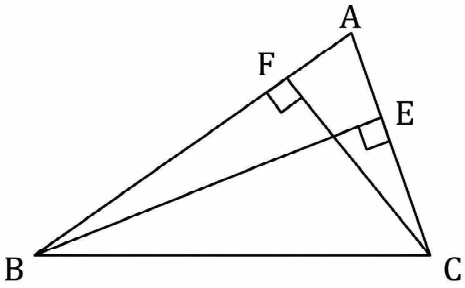
? Construct the altitude from A to BC,

Constructing the altitude using just a ruler is not accurate. To get a more precise angle of 90°, we use a set square along with a ruler.

? Can you see how to do this?

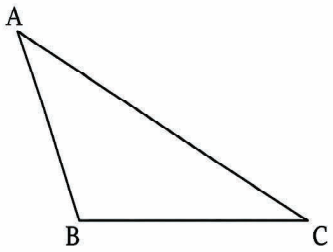
APSCERT

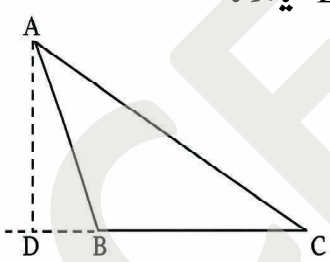
اس شکل میں باقی دو ارتفاع BE اور CF ہیں: یعنی وہ عمودی لکیریں جو دوسرے نقاط سے ان کے مخالف اضلاع پر کھینچی گئی ہیں۔



جب ہم "مثلث کی اونچائی" کہتے ہیں تو عام طور پر اس سے مراد اس قاعدے پر کھینچی گئی عمود کی لمبائی ہوتی ہے جسے ہم قاعدہ لیتے ہیں۔ اس صورت میں یہ لمبائی AD ہو گی (جیسا کہ شکل 7.8 میں ہے)۔

اس مثلث میں نقطہ A سے BC کیا ہو گا؟





ہم BC کو آگے بڑھاتے ہیں اور پھر نقطہ A سے اس لکیر پر عمودی گراتے ہیں۔

کاغذ سے عمود (ارتفاع) بنانا

ایک کاغذ سے مثلث کاٹیں۔ اس کی کسی ایک ضلع کو قاعدہ (base) کے طور پر رکھیں۔ پھر اسے اس طرح موڑیں کہ بننے والی تہہ قاعدے سے نقطہ بالا سے ایک عمود (ارتفاع) بن جائے۔ تصدیق کیجیے کہ جو تہہ بنی ہے وہ قاعدہ سے کس طرح عمود پر ہے

مثلث کی ارتفاع کی بناوٹ کرنا

ایک مثلث بنائیں اور اس کے تینوں نقطوں کو A, B, C لکھیں اور BC کو قاعدہ لیں۔

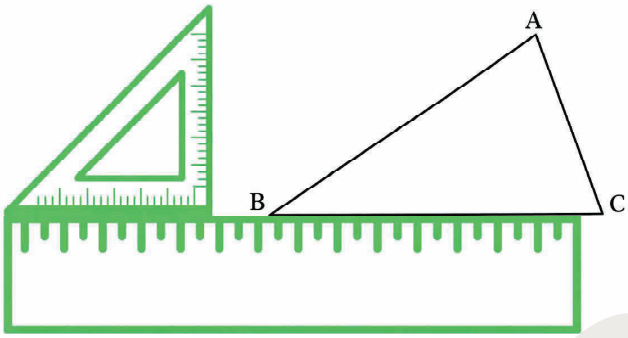
اب A سے BC پر ارتفاع بنائیں۔

صرف پیمائش کے ذریعے عمود بنانا درست نہیں ہوتا، اس لیے زیادہ درست 90° حاصل کرنے کے لیے اسکیل (set square) اور پیمائش والے آلے (ruler) کا استعمال کیا جاتا ہے۔

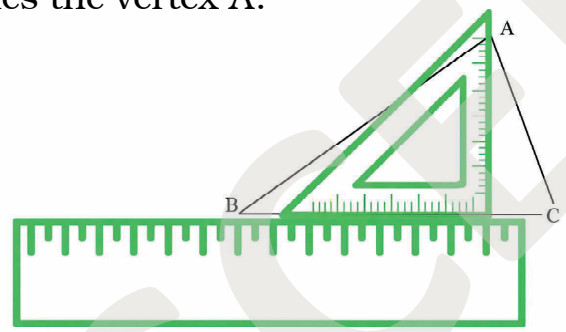
کیا آپ سمجھ سکتے ہیں کہ یہ کیسے کیا جاتا ہے؟

APSCERT

Step 1: Keep the ruler aligned to the base. Place the set square on the ruler as shown, such that one of the edges of the right angle touches the ruler.



Step 2: Slide the set square along the ruler till the vertical edge of the set square touches the vertex A.



Step 3: Draw the altitude to BC through A using the vertical edge of the set square.

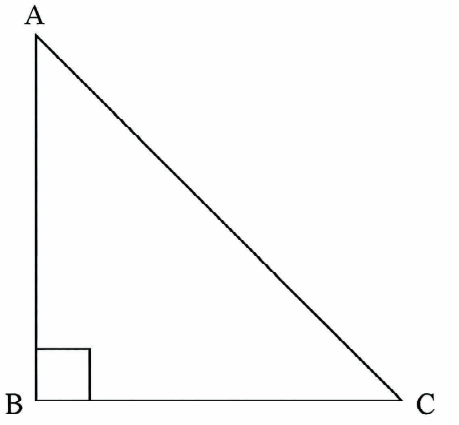
Does there exist a triangle in which a side is also an altitude?

Visualise such a triangle and draw a rough diagram.

We see that this happens in triangles where one of the angles is a right angle.

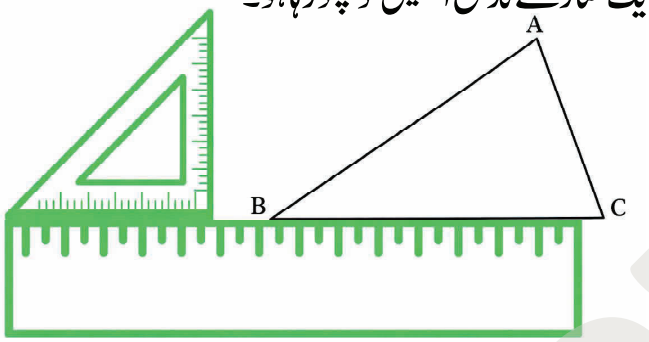
Triangles having one right angle are called right-angled triangles or simply right triangles.

Altitude from A to BC

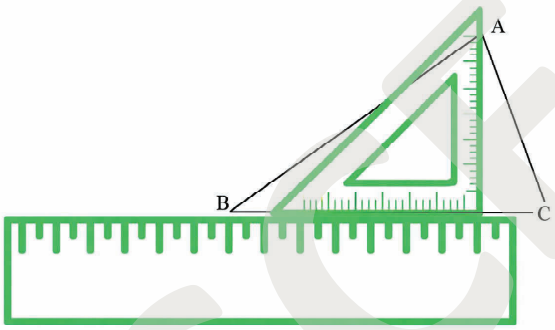


© NCERT not to be republished

مرحلہ 1: اسکیل (رُولر) کو قاعدے کے ساتھ سیدھ میں رکھیں۔ سیٹ اسکوائر کو اسکیل پر اس طرح رکھیں کہ قائمہ زاویہ ($90°$) کے ایک کنارے کا رُخ اسکیل کو چھو رہا ہو۔



مرحلہ 2: سیٹ اسکوائر کو اسکیل (رُولر) کے ساتھ اس طرح سرکائیں کہ سیٹ اسکوائر کا عمودی کنارہ نقطہ A کو چھو لے۔



مرحلہ 3: سیٹ اسکوائر کے عمودی کنارے کو استعمال کرتے ہوئے A سے BC پر عمود (ارتفاع) کھینچیں۔

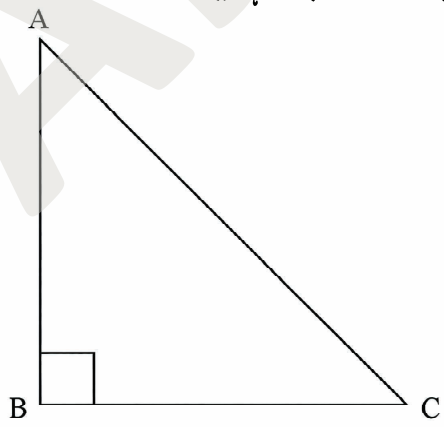
کیا ایسا کوئی مثلث موجود ہے جس میں کوئی ایک ضلع خود بھی ارتفاع ہو؟

ایسے مثلث کا تصور کریں اور اس کا ایک خاکہ بنائیں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ یہ صورت ان مثلثوں میں ہوتی ہے جن میں سے ایک زاویہ قائمہ ($90°$) ہوتا ہے۔

جن مثلثوں میں ایک زاویہ $90°$ ہو، انہیں قائم الزاویہ مثلث کہا جاتا ہے، یا مختصراً قائمہ مثلث۔

نقطہ A سے BC پر ارتفاع



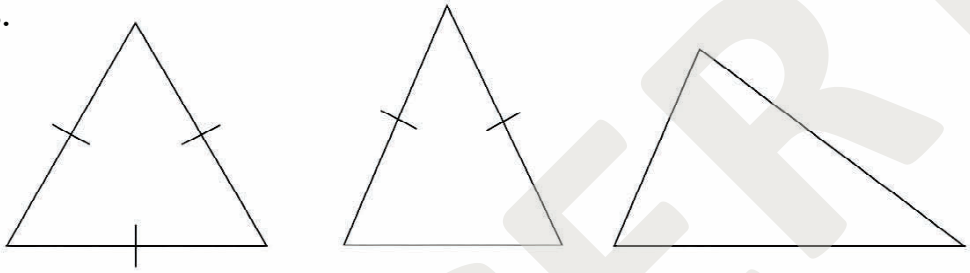
7.5 Types of Triangles

In our study of triangles, we have encountered the following types of triangles; equilateral, isosceles, scalene and right-angled triangles.

? Did you spot any other type of triangle?

The classification of triangles as equilateral and isosceles was based on equality of sides.

Equilateral triangles have sides of equal length. Isosceles triangles have two sides of equal length. Scalene triangles have sides of three different lengths.



Equilateral Triangle Isosceles Triangle Scalene Triangle

Can a similar classification be done based on equality of angles? Is there any relation between these two classifications? We will answer these questions in a later chapter.

We used angle measures when classifying a triangle as a rightangled triangle.

? What are the other types of triangles based on angle measures?

A classification of triangles based on their angle measures is acuteangled, right-angled and obtuse-angled triangles. We have already seen what a right-angled triangle is. It is a triangle with one right angle. Similarly, an obtuse-angled triangle has one obtuse angle.

? What could an acute-angled triangle be? Can we define it as a triangle with one acute angle? Why not?

In an acute-angled triangle, all three angles are acute angles.

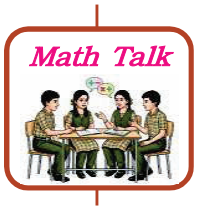




Figure it Out - 7.9

1. Construct a triangle ABC with BC = 5 cm, AB = 6 cm, CA = 5 cm. Construct an altitude from A to BC.
2. Construct a triangle TRY with RY = 4 cm, TR = 7 cm, ∠R = 140°. Construct an altitude from T to RY.

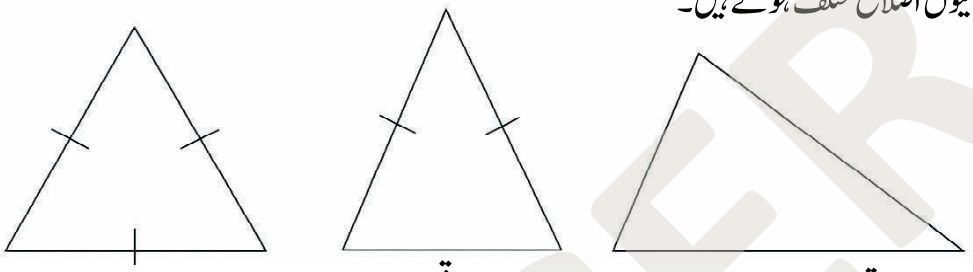
© NCERT

7.5 مثلثوں کی اقسام

مثلثوں کے مطالعے میں ہم نے درج ذیل اقسام کے مثلث دیکھے ہیں: مساوی الاضلاع، مساوی الساقین، مختلف الاضلاع اور قائم الزاویہ مثلث۔

کیا آپ نے کسی اور قسم کا مثلث بھی دیکھا ہے؟

مثلثوں کی درجہ بندی (classification) کو مساوی الاضلاع اور مساوی الساقین مثلثوں میں ضلعوں کی برابری کی بنیاد پر کیا گیا تھا۔ مساوی الاضلاع مثلث میں تینوں اضلاع برابر ہوتے ہیں۔ مساوی الساقین مثلث میں دو اضلاع برابر ہوتے ہیں۔ مختلف الاضلاع مثلث میں تینوں اضلاع مختلف ہوتے ہیں۔



مساوی الاضلاع　　مساوی الساقین مثلث　　مختلف الاضلاع مثلث

کیا اسی طرح زاویوں کی برابری کی بنیاد پر بھی مثلثوں کی درجہ بندی کی جاسکتی ہے؟ کیا ان دونوں درجہ بندیوں کے درمیان کوئی تعلق ہے؟ ہم ان سوالوں کے جواب بعد کے باب میں دیں گے۔

ہم نے مثلث کو قائم الزاویہ مثلث کے طور پر درجہ بندی کرتے وقت زاویوں کی پیمائش استعمال کی تھی۔

زاویوں کی پیمائش کی بنیاد پر مثلثوں کی اور کون سی اقسام ہو سکتی ہیں؟

زاویوں کی پیمائش کی بنیاد پر مثلثوں کی درجہ بندی حادہ زاویہ، قائم الزاویہ اور منفرجہ زاویہ مثلثوں میں کی جاتی ہے۔

ہم پہلے ہی دیکھ چکے ہیں کہ قائم الزاویہ مثلث کیا ہوتا ہے۔ یہ وہ مثلث ہے جس میں ایک زاویہ $90°$ ہوتا ہے۔



اسی طرح منفرجہ زاویہ مثلث وہ ہوتا ہے جس میں ایک زاویہ $90°$ سے بڑا ہو۔

حادہ زاویہ مثلث کیا ہو سکتا ہے؟ کیا ہم اسے ایسا مثلث کہہ سکتے ہیں جس میں ایک حاد زاویہ ہو؟

کیوں نہیں؟ حادہ زاویہ مثلث وہ ہوتا ہے جس کے تینوں زاویے حاد زاویے ہوتے ہیں۔

حل کیجیے–7.9



1. مثلث ABC تعمیر کریں جس میں $BC = 5$ سم، $AB = 6$ سم، $CA = 5$ سم ہوں۔ پھر A سے BC پر ایک ارتفاع (عمود) بنائیں۔

2. مثلث TRY تعمیر کریں جس میں $RY = 4$ سم، $TR = 7$ سم اور $\angle R = 140°$ ہو۔ پھر T سے RY پر ایک ارتفاع (عمود) بنائیں۔

3. Construct a right-angled triangle ABC with $\angle B = 90°$, AC = 5 cm. How many different triangles exist with these measurements?

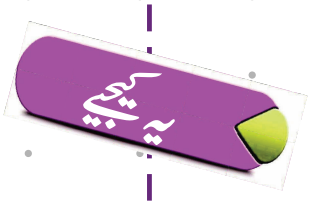


[**Hint:** Note that the other measurements can take any values. Take AC as the base. What values can $\angle A$ and $\angle C$ take so that the other angle is 90°?]

4. Through construction, explore if it is possible to construct an equilateral triangle that is (i) right-angled (ii) obtuse-angled. Also construct an isosceles triangle that is (i) right-angled (ii) obtuse-angled.

SUMMARY

- Use of a compass simplifies the construction of triangles when the sidelengths are given.
- A set of three lengths where the length of each is smaller than the sum of the other two is said to satisfy the triangle inequality.
- Sidelengths of a triangle satisfy triangle inequality, and, if a given set of lengths satisfy the triangle inequality, a triangle can be constructed with those sidelengths.
- Triangles can be constructed when the following measurements are given:
  (a) two of the sides and their included angle
  (b) two angles and the included side
- The sum of the angles of a triangle is always 180°.
- An altitude of a triangle is a perpendicular line segment from a vertex to its opposite side.
- Equilateral triangles have sides of equal length. Isosceles triangles have two sides of equal length. Scalene triangles have sides of three different lengths.
- Triangles are classified based on their angle measures as acute-angled, right-angled and obtuse-angled triangles.



3. ایک قائم الزاویہ مثلث ABC تعمیر کریں جس میں $\angle B = 90°$ اور $AC = 5$ سمر ہو۔ ان پیمائشوں کے ساتھ کتنے مختلف مثلث موجود ہو سکتے ہیں؟

[اشارہ: نوٹ کریں کہ باقی پیمائشیں مختلف ہو سکتی ہیں۔ AC کو قاعدہ (base) لیں۔

$\angle A$ اور $\angle C$ کی کیا قدریں ہو سکتی ہیں تاکہ تیسرا زاویہ $90°$ ہو؟]

4. تعمیر کے ذریعے معلوم کریں کہ کیا یہ ممکن ہے کہ: (i) ایک مساوی الاضلاع مثلث جو قائم الزاویہ ہو

(ii) ایک مساوی الاضلاع مثلث جو منفرجہ زاویہ ہو۔ اسی طرح ایک مساوی الساقین مثلث بھی تعمیر کریں جو:

(i) قائم الزاویہ ہو (ii) منفرجہ زاویہ ہو

خلاصہ

- جب مثلث کے اضلاع دیے گئے ہوں تو پرکار (compass) کا استعمال تعمیر کو آسان بنا دیتا ہے۔
- تین لمبائیوں کا ایسا مجموعہ جس میں ہر لمبائی باقی دو لمبائیوں کے مجموعے سے چھوٹی ہو، اسے مثلث کی عدم مساوات کہا جاتا ہے۔
- اگر کسی دیے گئے لمبائیوں کے مجموعے میں مثلث کی عدم مساوات پوری ہو رہی ہو تو ان لمبائیوں کے ساتھ مثلث بنایا جا سکتا ہے۔
- مثلث اس وقت بنایا جا سکتا ہے جب درج ذیل پیمائشیں دی جائیں:

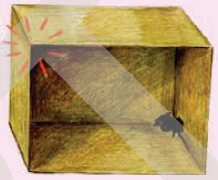
(a) دو اضلاع اور ان کے درمیان شامل زاویہ (b) دو زاویے اور ان کے درمیان شامل ضلع

- مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ ہمیشہ $180°$ ہوتا ہے۔
- مثلث کی بلندی (ارتفاع) وہ عمودی خطہ ہوتا ہے جو کسی نقطے سے اس کے مخالف ضلع پر کھینچا جاتا ہے۔
- مساوی الاضلاع مثلث میں تینوں اضلاع برابر ہوتے ہیں۔ مساوی الساقین مثلث میں دو اضلاع برابر ہوتے ہیں۔ مختلف الاضلاع مثلث میں تینوں اضلاع مختلف ہوتے ہیں۔
- زاویوں کی پیمائش کی بنیاد پر مثلثوں کی درجہ بندی حاد الزاویہ، قائم الزاویہ اور منفرجہ زاویہ مثلثوں میں کی جاتی ہے۔

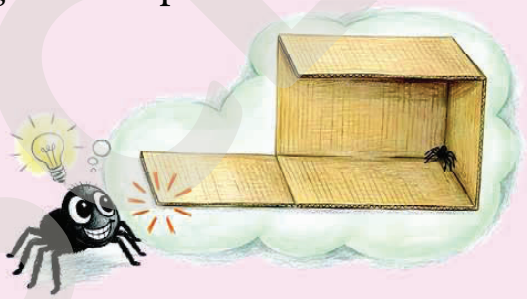
APSCERT



There is a spider in a corner of a box. It wants to reach the farthest opposite corner (marked in the figure). Since it cannot fly, it can reach the opposite point only by walking on the surfaces of the box. What is the shortest path it can take?



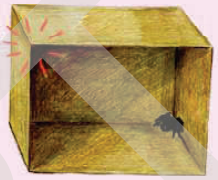
Take a cardboard box and mark the path that you think is the shortest from one corner to its opposite corner. Compare the length of this path with that of the paths made by your friends.







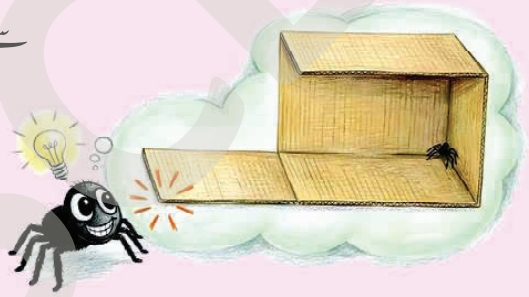
مختصر ترین راستہ



ایک مکڑی ڈبے کے ایک کونے میں موجود ہے۔

وہ ڈبے کے بالکل مخالف کونے (شکل میں نشان زد) تک جانا چاہتی ہے۔

چونکہ یہ اڑ نہیں سکتی، اس لیے وہ صرف ڈبے کی سطحوں پر چل کر ہی مخالف نقطے تک پہنچ سکتی ہے۔ سب سے مختصر راستہ کون سا ہو گا جو وہ اختیار کر سکتی ہے؟ ایک کارڈ بورڈ کا ڈبہ لیں اور اس پر وہ راستہ نشان زد کریں جو آپ کے خیال میں ایک کونے سے دوسرے مخالف کونے تک سب سے مختصر ہو سکتا ہے۔ اس راستے کی لمبائی کا اپنے دوستوں کے بنائے ہوئے راستوں سے موازنہ کریں۔





ANSWERS

Figure it out - 1.1

1) 25,000 2) 6,000 3) 31,000

Figure it out - 1.2

1) (a) to (e)

Buttons	8300		40629		56354		66666		367813	
+10,00,000										
+1,00,000									2	3
+10,000			3	4	3	4	4	5	14	3
+1,000	5	6	10	0	19	14	19	11	13	20
+100	30	20	4	6	65	20	68	49	123	173
+10	30	20	11	2	75	35	78	76	193	39
+1	-	100	119	9	104	4	86	6	583	123
Total	65	146	147	21	266	77	255	147	928	361

Figure it out - 1.3

1)

Buttons	8300	40629	56354	66666	367813
+10,00,000	-	-	-	-	-
+1,00,000	-	-	-	-	3
+10,000	-	4	5	6	6
+1,000	8	-	6	6	7
+100	3	6	3	6	8
+10	-	2	5	6	1
+1	-	9	4	6	3
Total	11	21	23	30	28

APSCERT

جوابات

حل کیجیے–1.1

1)25,000 2) 6,000 3) 31,000

حل کیجیے–1.2

1) (a) to (e)

Buttons	8300		40629		56354		66666		367813	
+10,00,000										
+1,00,000									2	3
+10,000			3	4	3	4	4	5	14	3
+1,000	5	6	10	0	19	14	19	11	13	20
+100	30	20	4	6	65	20	68	49	123	173
+10	30	20	11	2	75	35	78	76	193	39
+1	-	100	119	9	104	4	86	6	583	123
Total	65	146	147	21	266	77	255	147	928	361

حل کیجیے–1.3

1)

Buttons	8300	40629	56354	66666	367813
+10,00,000	-	-	-	-	-
+1,00,000	-	-	-	-	3
+10,000	-	4	5	6	6
+1,000	8	-	6	6	7
+100	3	6	3	6	8
+10	-	2	5	6	1
+1	-	9	4	6	3
Total	11	21	23	30	28

© NCERT not to be republished

Figure it out - 1.4

(1) (a) Indian system: 40,50,678
Forty lakhs fifty thousand six hundred seventy-eight.
American system: 4,050,678
Four millions fifty thousand six hundred seventy-eight.

(b) Indian system: 4,81,21,620
Four crores eighty-one lakhs twenty-one thousand six hundred twenty.
American system: 48,121,620
Forty million one twenty-one thousand six hundred twenty.

(c) Indian system: 2,00,22,002
Two crores twenty-two thousand two.
American system: 20,022,002
Twenty million twenty-two thousand two.

(d) Indian system: 24,68,13,579
Twenty-four crores sixty-eight lakhs thirteen thousand five hundred seventy-nine.
American system: 246,813,579
Two forty-six million eight thirteen thousand five hundred seventy-nine.

(e) Indian system: 34,50,00,543
Thirty-four crores fifty lakhs five hundred forty-three.
American system: 345,000,543
Three forty-five million five hundred forty-three.

(f) Indian system: 1,02,03,04,050
One hundred two crores three lakhs four thousand fifty.
American system: 1,02,03,04,050
One billion twenty million three hundred four thousand fifty.

(2) (a) 1,01,01,010 (b) 1,001,001,001
(c) 10,20,30,040 (d) 9,080,700,600

(3) (a) < (b) > (c) < (d) <

Figure it out - 1.5

(1) (a) Largest multiple of 5 is 9876543210
(b) Smallest even number is 1023456798

(2) Seventy-three lakhs seventy-three thousand three hundred seventy-three (letters 61)

APSCERT

حل کیجیے–1.4

(1) (a) ہندوستانی نظام:40,50,678
چالیس لاکھ پچاس ہزار چھ سو اٹھہتر
امریکی نظام:4,050,678
چار ملین پچاس ہزار چھ سو اٹھہتر

(b) ہندوستانی نظام:4,81,21,620
چار کروڑ اکیاسی لاکھ اکیس ہزار چھ سو بیس
امریکی نظام:48,121,620
اڑتالیس ملین ایک سو اکیس ہزار چھ سو بیس

(c) ہندوستانی نظام:2,00,22,002
دو کروڑ بائیس ہزار دو
امریکی نظام:20,022,002
بیس ملین بائیس ہزار دو

(d) ہندوستانی نظام:24,68,13,579
چوبیس کروڑ اڑسٹھ لاکھ تیرہ ہزار پانچ سو اناسی
امریکی نظام:246,813,579
دو سو چھیالیس ملین آٹھ سو تیرہ ہزار پانچ سو اناسی

(e) ہندوستانی نظام:34,50,00,543
چونتیس کروڑ پچاس لاکھ پانچ سو تینتالیس
امریکی نظام:345,000,543
تین سو پینتالیس ملین پانچ سو تینتالیس

(f) ہندوستانی نظام:1,02,03,04,050
ایک سو دو کروڑ تین لاکھ چار ہزار پچاس
امریکی نظام:1,020,304,050
ایک بلین بیس ملین تین سو چار ہزار پچاس

(2) (a) 1,01,01,010 (b) 1,001,001,001
(c) 10,20,30,040 (d) 9,080,700,600

(3) (a) < (b) > (c) < (d) >

حل کیجیے–1.5

(1) (a) 5 کا سب سے بڑا اضعاف:9876543210
(b) سب سے چھوٹی جفت عدد:1023456798

(2) تہتر لاکھ تہتر ہزار تین سو تہتر (حروف کی تعداد:61)

AP SCERT

(3) 123456789 - and only one such nine digit number exists.
(4) 5534512345 (keep the 10 digits at postions 4,9,12,13,14,15,16,17,19,19) that number is largest possible.
(5) No words are like that (or) No such type of words are available.
(6) (a) 1000th digit is 3 (b) millionth digit is 1
(c) 5 can be written for 5000th times in 13495.
(7) (a) 20,800 Total clicks: 10 (b) 92,100 Total clicks: 30
(c) 1,20,500 Total clicks: 17 (d) 65,30,000 Total clicks: 653
(e) 70,25,700 Total clicks: 759
(8) 10,000 lakhs = 1 billion.
(9) (a) 8,30,405 _>__ 8,03,405 (b) 9,000,000 _=_ 90,00,000
(10) Some possibilities (b) 1,50,000 + (7,000 × 5) + 13,000 + 4,000 (Close)

$$\text{(c) } 1{,}50{,}000 \times \left(\frac{20}{5}\right) - 13{,}000 - 7{,}000$$

(11) 1,82,000 coins (The height of statue of unity is taken as 182 meters)
(12) 12 -13 days. (13) 51.4 km/hr.
(14) Bald eagles are 120 times, Mount Everest is 177 times, Aeroplanes is 256 times. So, these heights are 90 to 256 times taller than Ramu's building.

Figure it out - 2.1

1. (a) 11 (b) 8 (c) 4 (d) 9
2. 120 ÷ 3 < 67 - 20 < 67 - 19 < 5 × 11 < 35 + 25

Figure it out - 2.2

1. (a) Terms: 28, - 7, and 8 Value: 29
(b) Terms: 39, - 2 × 6 and 11 Value: 38
(c) Terms: 40, - 10, 10 and 10 Value: 50
(d) Terms: 48, - 10 × 2, 16 ÷ 2 Value: 36
(e) Terms: 6 × 3, 4 × 8 × 5 Value: - 142
2. (a) One of the stories could be; A library had 89 books on its shelves. The librarian bought 21 new books and added them to the collection. Later, 10 books were borrowed by students. How many books remain on the shelves?
Value of the expression: 100
(b) Make a story of your own for the given expression.
Value of the expression: 54.
(c) Make a story of your own for the given expression.
Value of the expression: 48
3. (a) Expression describing the situation = 2 × 100 + 100/2
Terms: 2 × 100, 100/2
Value: 250 gold coins.

(3) 123456789 اور صرف ایک ہی ایسا نو ہندسوں والا عدد موجود ہے۔

(4) 5534512345 (اگر 10 ہندسوں کو مقامات 4، 9، 12، 13، 14، 15، 16، 17، 19، 19 پر رکھا جائے) تو یہ سب سے بڑا ممکنہ عدد ہو گا۔

(5) ایسے کوئی الفاظ موجود نہیں ہیں۔ (یا) اس قسم کے الفاظ دستیاب نہیں ہیں۔

(6) (a) 1000 واں ہندسہ 3 ہے۔ (b) دس لاکھواں ہندسہ 1 ہے۔ (c) 13495 میں 5 کو 5000 بار لکھا جا سکتا ہے۔

(7) (a) 20,800 کل کلکس: 10 (b) 92,100 کل کلکس: 30 (c) 1,20,500 کل کلکس: 17

(d) 65,30,000 کل کلکس: 653 (e) 70,25,700 کل کلکس: 759

(8) 10,000 لاکھ = 1 بلین

(9) (a) 8,30,405 > 8,03,405 (b) 9,000,000 = 90,00,000

(10) کچھ ممکنہ صورتیں: (b) 4,000 + 13,000 + (7,000 × 5) + 1,50,000 (قریب) (c) 1,50,000 − 13,000 − 7,000

(11) 1,82,000 سکے (اسٹیچو آف یونٹی کی اونچائی 182 میٹر مانی گئی ہے۔)

(12) 12–13 دن

(13) 51.4 کلومیٹر فی گھنٹہ

(14) گنبج عقاب 120 گنا، ماؤنٹ ایورسٹ 177 گنا، اور ہوائی جہاز 256 گنا اونچے ہیں۔ لہٰذا یہ اونچائیاں رَامو کی عمارت سے 90 سے 256 گنا زیادہ ہیں۔

حل کیجیے–2.1

1. (a) 11 (b) 8 (c) 4 (d) 9

2. $120 \div 3 < 67 - 20 < 67 - 19 < 5 \times 11 < 35 + 25$

حل کیجیے–2.2

1. (a) ارکان: 28، 7−، اور 8 قیمت: 29 (b) ارکان: 39، 6، 2 ×−، اور 11 قیمت: 38

(c) ارکان: 40، 10−، 10، اور 10 قیمت: 50 (d) ارکان: 48، 2، 10 ×−، 2 ÷ 16 قیمت: 36

(e) ارکان: 3 × 5، 6 × 8 × 4 قیمت: 142−

2. (a) ایک ممکنہ کہانی یہ ہو سکتی ہے: ایک کتب خانے میں الماریوں پر 89 کتابیں تھیں۔ کتب دار نے 21 نئی کتابیں خرید کر مجموعے میں شامل کیں۔ بعد میں طلبہ نے 10 کتابیں ادھار لے لیں۔ اب الماریوں پر کتنی کتابیں باقی رہ گئیں؟ عبارت کی قیمت: 100

(b) دی گئی عبارت کے لیے اپنی طرف سے ایک کہانی بنائیں۔

عبارت کی قیمت: 54

(c) دی گئی عبارت کے لیے اپنی طرف سے ایک کہانی بنائیں۔

عبارت کی قیمت: 48

3. (a) صوتِ حال کو ظاہر کرنے والی عبارت = $2 \times 100 + 100/2$

ارکان: 2×100، $100/2$، 2 قیمت: 250 سونے کے سکے۔

(b) (i) Expression = $4 \times 40 + 3 \times 20$
Terms: 4×40, 3×20
Value: ₹ 220
(ii) Expression = $2 \times (3 \times 40)$.
Terms: $2 \times (3 \times 40)$
Value: ₹ 240

(c) Expression = $7 \times 5 + 6 \times 2 + 2 \times 3$
Terms: 7×5, 6×2, 2×3
Total height: 53 cm

Figure it out - 2.3

1. (a) $24 + (6 - 4) = 24 + 6 \boxed{-} 4$ (b) $38 + (9 \boxed{-} 4) = 38 + 9 - 4$
(c) $24 - (6 + 4) = 24 \boxed{-} 6 - 4$ (d) $24 - 6 - 4 = 24 - 6 \boxed{-} 4$
(e) $27 - (8 + 3) = 27 - 8 - 3$ (f) $27 - (8 \boxed{-} 3) = 27 - 8 + 3$
2. (a) and (f)
3. (a) $(6 + 10) - 2 = 6 + (10 - 2)$ (b) $16 - (8 - 3) \neq (16 - 8) - 3$
(c) $27 - (18 + 4) = 27 + (-18 - 4)$
4. (a) $319 - 537$ and $-537 + 319$ have the same terms So, $319 - 537$ and $-537 + 319$ have the same value.
(b) $87 + 46 - 109$, $87 + 46 - 109$, $87 + 46 - 109$ and also, $87 - 46 + 109$ and $(87 - 46) + 109$ have the same terms and so have equal values.
5. (a) $34 - (9 + 12) = 34 - 21 = 13$ (b) $(56 - 14) - 8 = 42 - 8 = 34$
(c) $-22 - (12 + 10) + 22 = -22 - 22 + 22 = -22$
6. (a) $423 + 419 = 419 + 423$ (Commutative Property)
(b) $207 - 68 = 207 + 3 - 3 - 68 = 207 + 3 - (3 + 68) = 210 - 71$ (Associative Property)
7. Some of the expressions are
1. $3 - 2 - 5 = -4$ 2. $5 + 2 + 3 = 10$
3. $5 + 2 - 3 = 4$ 4. $2 - (3 + 5) = -6$ Form more expressions.
8. (a) Yes, $36 - 9 = 36 - (10 - 1) = 36 - 10 + 1 = 26 + 1$
(b) Yes To subtract 8: Subtract 10 and add 2 (since $-8 = -10 + 2$).
Ex: $55 - 8 = 55 - (10 - 2) = 55 - 10 + 2$
More such strategies can be thought of
9. Expressions (b) and (c) are equal to the expression $73 - 14 + 1$, and expressions (a) and (d) are equal to the expression $73 - 14 - 1$.

© NCERT

(b) (i) عبارت $=20 \times 3 + 40 \times 4$

حدود: 20×3، 40×4

قیمت: ₹220

(ii) عبارت $= 2 \times (3 \times 40)$

حدود: $2 \times (3 \times 40)$

قیمت:₹240

(c) عبارت $=2 \times 3 + 2 \times 6 + 5 \times 7$

حدود: 2×3، 2×6، 5×7

کل اونچائی: 53 سینٹی میٹر

حل کیجیے–2.3

1. (a) $24 + (6 - 4) = 24 + 6 - 4$ (b) $38 + (9 - 4) = 38 + 9 - 4$
   (c) $24 - (6 + 4) = 24 - 6 - 4$ (d) $24 - 6 - 4 = 24 - 6 - 4$
   (e) $27 - (8 + 3) = 27 - 8 - 3$ (f) $27 - (8 - 3) = 27 - 8 + 3$
2. (a)اور(f)
3. (a) $(6 + 10) - 2 = 6 + (10 - 2)$ (b) $(16 - 8) - 3 \neq 16 - (8 - 3)$
   (c) $27 - (18 + 4) = 27 + (-18 - 4)$
4. (a) $319 - 537$ اور $319 + 537$ کی حدود ایک جیسی ہیں۔ لہٰذا، $319 - 537$ اور $319 + 537$ کی قیمت بھی ایک جیسی ہے۔
   (b) $87 + 46 - 109$، $(87 + 46) - 109$، $87 + (46 - 109)$ اور اسی طرح $87 + 46 - 109$ اور $87 - 46 + 109$ اور $(87 - 46) + 109$ کی حدود ایک جیسی ہیں، اس لیے ان کی قیمتیں بھی برابر ہیں۔
5. (a) $34 - (9 + 12) = 34 - 21 = 13$ (b) $(56 - 14) - 8 = 42 - 8 = 34$
   (c) $-22 - (12 + 10) + 22 = -22 - 22 + 22 = -22$
6. (a) $419 + 423 = 423 + 419$ (تبادلی خاصیت)
   (b) $207 - 68 = 207 + 3 - 3 - 68 = 207 + 3 - (3 + 68) = 210 - 71$ (اشتراکی خاصیت)
7. چند عبارتیں یہ ہیں:
   1. $3 - 2 - 5 = -4$
   2. $5 + 2 + 3 = 10$
   3. $5 + 2 - 3 = 4$
   4. $2 - (3 + 5) = -6$

   (مزید عبارتیں بنائیں۔)
8. (a) ہاں، $36 - 9 = 36 - (10 - 1) = 36 - 10 + 1 = 26 + 1$
   (b) ہاں۔ 8 منفی کرنے کے لیے: پہلے 10 منفی کریں اور پھر 2 جمع کریں (کیونکہ $-8 = -10 + 2$)

   مثال : $55 - 8 = 55 - (10 - 2) = 55 - 10 + 2$

   اس طرح کی مزید حکمتِ عملیاں بھی سوچی جاسکتی ہیں۔
9. عبارتیں (b) اور (c)، عبارت $73 - 14 + 1$ کے برابر ہیں،

   اور عبارتیں (a) اور (d)، عبارت $73 - 14 - 1$ کے برابر ہیں۔

APSCERT

Figure it out - 2.4

1. (c) $3 \times (5 + 8) = 3 \times 5 \boxed{+} 3 \times 8$ (d) $(9 + 2) \times 4 = 9 \times 4 \boxed{+} 2 \times 4$
   (e) $3 \times (10 + 4) = 3 \times 10 + 3 \times 4$ (f) $(13 + 6) \times 4 = 13 \times 4 + 6 \times 4$
   (g) $3 \times (5 + 2) = 3 \times 5 + 3 \times 2$ (h) $(2 + 3) \times 4 = 2 \times 4 + 3 \times 4$
   (i) $5 \times (9 - 2) = 5 \times 9 - 5 \times 2$ (j) $(5 - 2) \times 7 = 5 \times 7 - 2 \times 7$
   (k) $5 \times (8 - 3) = 5 \times 8 \boxed{-} 5 \times 3$ (l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7 \boxed{-} 3 \times 7$ (m)
   $5 \times (12 - 3) = 5 \times 12 \boxed{-} 5 \times 3$ (n) $(15 - 6) \times 7 = 15 \times 7 \boxed{-} 6 \times 7$
   (o) $5 \times (9 - 4) = 5 \times 9 - 5 \times 4$ (p) $(17 - 9) \times 7 = 17 \times 7 - 9 \times 7$
   [In (e), (m) you may put any number other than 10 and 3 respectively.]
2. (a) > : since 8 - 3 > 3 - 8 (b) < (c) < (d) =
   [Try to reason in other parts]
3. (a) $2 \times (5 + 2) = 14$ (b) $2 \times (3 + 4) = 14$
   (c) $7 \times (1 + 1) = 14$ (d) $2 \times (6 + 1) = 14$
4. For I: Way 1: $(5 \times 4) + (4 \times 8) = 52$
   Way 2: $2 \times (4 + 8 + 4) + (8 + 4 + 8) = 52$
   For II: Way 1: $2 \times (4 + 8 + 4) + (8 + 4 + 8) = 52$
   Way 2: $8 \times (5 + 6) = 88$, Find more ways.

Figure it out - 2.5

1. (a) Expression: $7 \times (9 + 11)$ kg, Value: 140 kg
   (b) Expression: $12 \times 20{,}000 - 12 \times (5000 + 5000 + 2000)$,
   Value: ₹ 96,000
   (c) Expression: $7 \times (3 - 2) + 3 \times 1$, Value: 10 cm
2. Expressions describing the scenario (total stories) = (b) and (g).
3. (a) Way 1 : $(1 + 3 + 5 + 7 + 9) + (- 2 - 4 - 6 - 8 - 10)$
   Way 2 : $(1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + (7 - 8) + (9 - 10)$, Try more ways.
   (b) Way 1: $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1)$
   Way 2: $(1 + 1 + 1 + 1 + 1) + (- 1 - 1 - 1 - 1 - 1)$, Try more ways.
4. (a) = (b) > (c) < (d) > (e) = (f) > (g) = (h) >
5. (a) (i) and (iv) (b) (iv)
6. Let's choose the number 26. Here are ten different expressions with the value 26:
   1. $10 + 16$ 2. $30 - 4$ 3. 13×2 4. $52/2$ 5. $5 + (3 \times 7)$ 6. $(5 \times 5) + 1$
   Try for some other numbers.

© NCERT

.1

حل کیجیے–2.4

.1

(c) $3 \times (5 + 8) = 3 \times 5 \boxed{+} 3 \times 8$

(d) $(9 + 2) \times 4 = 9 \times 4 \boxed{+} 2 \times 4$

(e) $3 \times (\underline{10} + 4) = 3 \times \underline{10} + \underline{3 \times 4}$

(f) $(\underline{13} + 6) \times 4 = 13 \times 4 + 6 \times \underline{4}$

(g) $3 \times (\underline{5} + \underline{2}) = 3 \times 5 + 3 \times 2$

(h) $(\underline{2} + \underline{3}) \times \underline{4} = 2 \times 4 + 3 \times 4$

(i) $5 \times (9 - 2) = 5 \times 9 - 5 \times \underline{2}$

(j) $(5 - 2) \times 7 = 5 \times 7 - 2 \times \underline{7}$

(k) $5 \times (8 - 3) = 5 \times 8 \boxed{-} 5 \times 3$

(l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7 \boxed{-} 3 \times 7$

(m) $5 \times (12 - \underline{3}) = 5 \times \underline{12} \boxed{-} 5 \times \underline{3}$

(n) $(15 - \underline{6}) \times 7 = \underline{15 \times 7} \boxed{-} 6 \times 7$

(o) $5 \times (\underline{9} - \underline{4}) = 5 \times 9 - 5 \times 4$

(p) $(\underline{17} - \underline{9}) \times \underline{7} = 17 \times 7 - 9 \times 7$

[(e) ، (m) میں آپ 10 اور 3 کے علاوہ کوئی اور عدد بھی رکھ سکتے ہیں۔]

.2 (a) $8 - 3 > 3 - 8$ کیونکہ : > : (b) < (c) < (d) =

[دوسرے حصوں میں بھی وجہ معلوم کرنے کی کوشش کریں۔]

.3 (a) $2 \times (5 + 2) = 14$ (b) $2 \times (3 + 4) = 14$

(c) $7 \times (1 + 1) = 14$ (d) $2 \times (6 + 1) = 14$

.4 شکل I کے لیے: طریقہ 1: $(5 \times 4) + (4 \times 8) = 52$

طریقہ 2: $2 \times (4 + 8 + 4) + (8 + 4 + 8) = 52$

شکل II کے لیے: طریقہ 1: $2 \times (4 + 8 + 4) + (8 + 4 + 8) = 52$

طریقہ 2: $8 \times (5 + 6) = 88$

مزید طریقوں سے معلوم کریں۔

حل کیجیے–2.5

.1 (a) عبارت: $7 \times (9 + 11)$ کلوگرام قیمت: 140 کلوگرام

(b) عبارت: $12 \times 20,000 - 12 \times (5000 + 5000 + 2000)$, قیمت: ₹ 96,000

(c) عبارت: $7 \times (3 - 2) + 3 \times 1$ قیمت: 10 سینٹی میٹر

.2 صورتحال (کل منزلیں) کو ظاہر کرنے والی عبارتیں (b) = اور (g)

.3 (a) طریقہ 1: $(1 + 3 + 5 + 7 + 9) + (-2 - 4 - 6 - 8 - 10)$

طریقہ 2: $(1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + (7 - 8) + (9 - 10)$, مزید طریقوں سے آزمائیں۔

(b) طریقہ 1: $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1)$

طریقہ 2: $(1 + 1 + 1 + 1 + 1) + (-1 - 1 - 1 - 1 - 1)$, مزید طریقوں سے آزمائیں۔

.4 (a) = (b) > (c) < (d) > (e) = (f) > (g) = (h)

.5 (a) (i) اور (iv) (b) (iv)

.6 آیئے عدد 26 منتخب کرتے ہیں۔ یہاں قیمت 26 والی دس مختلف عبارتیں ہیں:

1. $10 + 16$ 2. $30 - 4$ 3. 13×2 4. $52/2$ 5. $5 + (3 \times 7)$ 6. $(5 \times 5) + 1$ کسی اور عدد کے لیے کوشش کریں۔

Figure it out - 3.1

1. $1\frac{5}{10}$ cm

3. a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10}, 4\frac{9}{10}, 5\frac{2}{10}, 5\frac{5}{10}, 5\frac{8}{10}$ → (increment of $\frac{3}{10}$ each time.)

   b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10}, 9\frac{7}{10}, 10\frac{7}{10}, 11\frac{2}{10}$ → (increment of $\frac{5}{10}$ each time.)

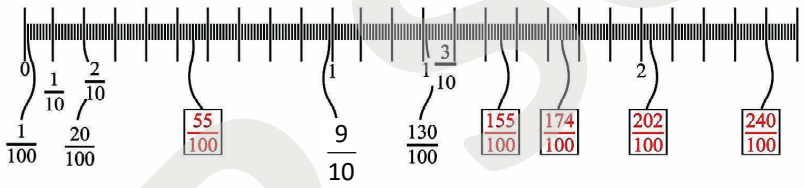
   c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{8}{10}, 10\frac{9}{10}, 12, 13\frac{1}{10}$ → (increment of $1+\frac{1}{10}$.)

   d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10}, 4\frac{9}{10}, 4\frac{5}{10}, 4\frac{1}{10}, 3\frac{7}{10}$ → (subtracting $\frac{4}{10}$ each time.)

   e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10}, 12, 11\frac{5}{10}, 11, 10\frac{5}{10}$ → (decreasing by $\frac{5}{10}$.)

   f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10}, 8\frac{2}{10}, 7\frac{1}{10}, 6$ → (decreasing by $1\frac{1}{10}$.)

Figure it out - 3.2

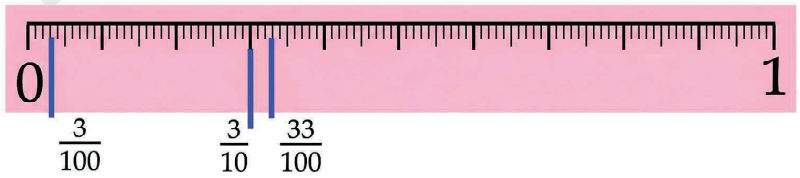
1. 

2. (a) $5\frac{37}{100}$, In words: Five and thirty seven-hundredths.

   (b) $15\frac{3}{100}$, In words: Fifteen and three-hundredths.

   (c) $7\frac{52}{100}$, In words: Seven and fifty two-hundredths.

   (d) $9\frac{80}{100}$, In words: Nine and eighty-hundredths.

3. (a) 

   Longest = $\frac{33}{100}$ Shortest = $\frac{3}{100}$

حل کیجیے–3.1

.1 $1\frac{5}{10}$ سنٹی میٹر

.3 a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10}, 4\frac{9}{10}, 5\frac{2}{10}, 5\frac{5}{10}, 5\frac{8}{10}$ →(کا اضافہ $\frac{3}{10}$ ہر مرتبہ)

b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10}, 9\frac{7}{10}, 10\frac{7}{10}, 11\frac{2}{10}$ →(ہر مرتبہ کا اضافہ $\frac{5}{10}$)

c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{8}{10}, 10\frac{9}{10}, 12, 13\frac{1}{10}$ →(کا اضافہ $1+\frac{1}{10}$.)

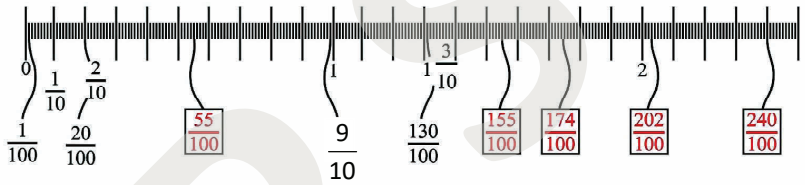
d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10}, 4\frac{9}{10}, 4\frac{5}{10}, 4\frac{1}{10}, 3\frac{7}{10}$ →(ہر مرتبہ کی تفریق $\frac{4}{10}$)

e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10}, 12, 11\frac{5}{10}, 11, 10\frac{5}{10}$ →(کی کمی $\frac{5}{10}$.)

f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10}, 8\frac{2}{10}, 7\frac{1}{10}, 6$ →(کی کمی $1\frac{1}{10}$.)

حل کیجیے–3.2

.1



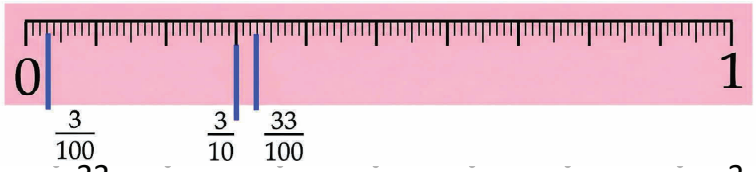
.2 (a) $5\frac{37}{100}$ الفاظ میں: پانچ صحیح اور سینتیس بٹاسو

(b) $15\frac{3}{100}$ الفاظ میں: پندرہ صحیح اور تین بٹاسو

(c) $7\frac{52}{100}$ الفاظ میں: سات صحیح اور باون بٹاسو

(d) $9\frac{80}{100}$ الفاظ میں: نو صحیح اور اسی بٹاسو

.3 (a)

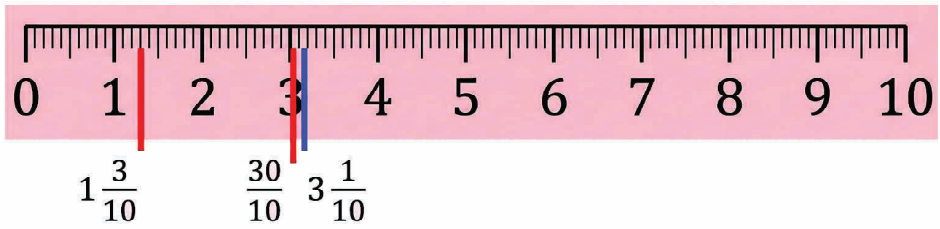


سب سے چھوٹا = $\frac{3}{100}$

سب سے بڑا = $\frac{33}{100}$

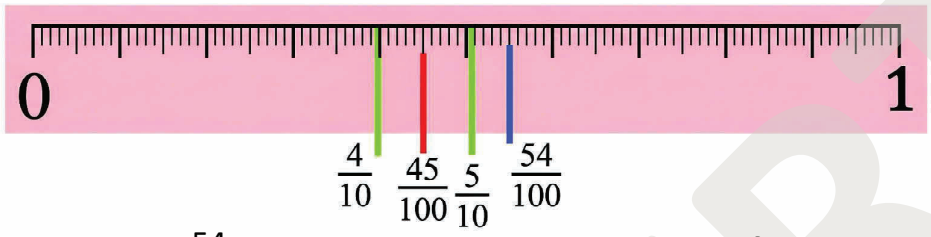
APSCERT

(b)



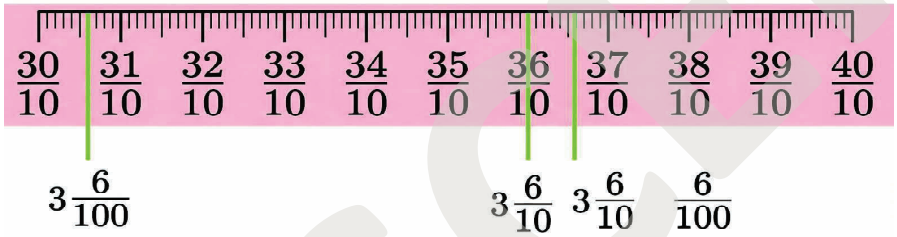
Longest = $3\frac{1}{10}$ Shortest = $1\frac{3}{10}$

(c)



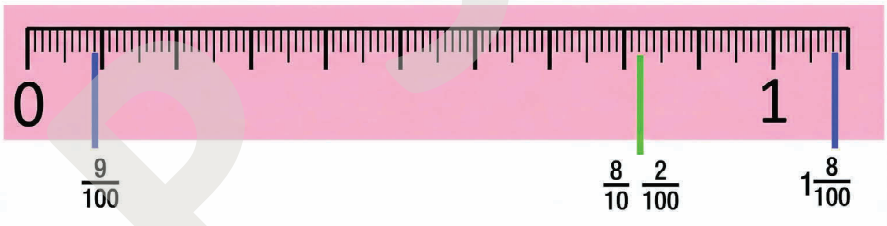
Longest = $\frac{54}{100}$ Shortest = $\frac{4}{10}$

(d)



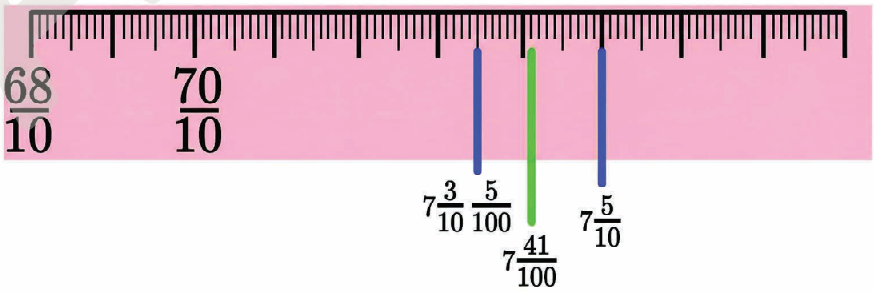
Longest = $3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$ Shortest = $3\frac{6}{100}$

(e)



Longest = $1\frac{8}{100}$ Shortest = $\frac{9}{100}$

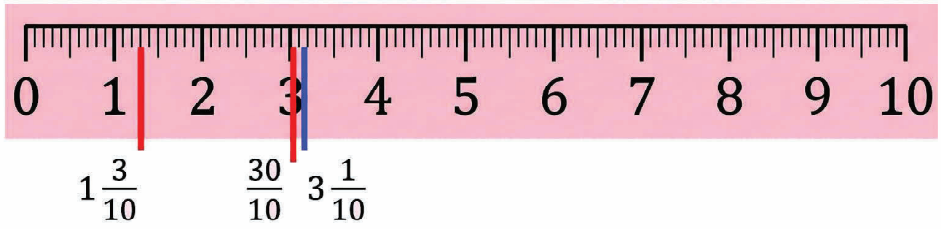
(f)



Longest = $7\frac{5}{100}$ Shortest = $7\frac{3}{10}\frac{5}{100}$

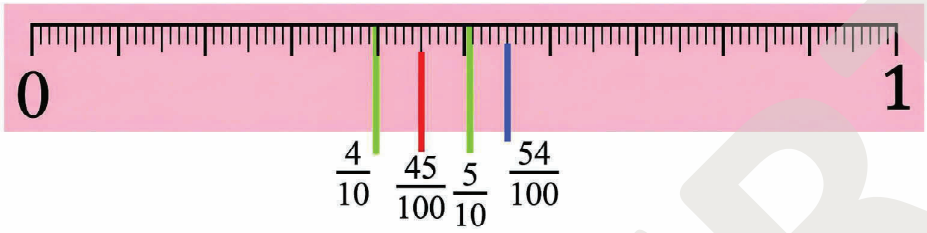
APSCERT

(b)



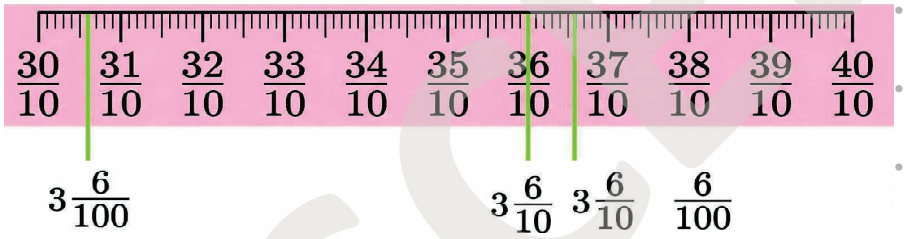
سب سے چھوٹا $= 1\frac{3}{10}$ سب سے بڑا $= 3\frac{1}{10}$

(c)



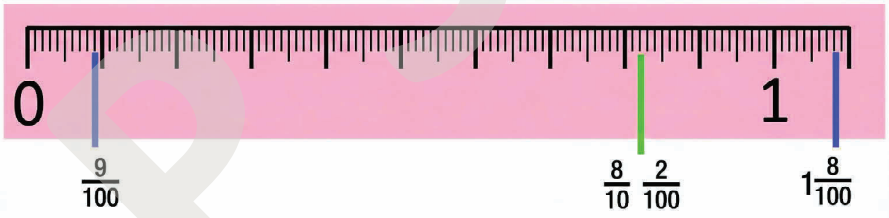
سب سے چھوٹا $= \frac{4}{10}$ سب سے بڑا $= \frac{54}{100}$

(d)



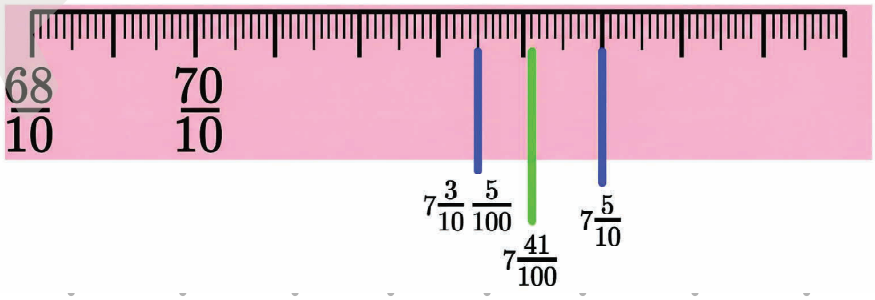
سب سے چھوٹا $= 3\frac{6}{100}$ سب سے بڑا $= 3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$

(e)



سب سے چھوٹا $= \frac{9}{100}$ سب سے بڑا $= 1\frac{8}{100}$

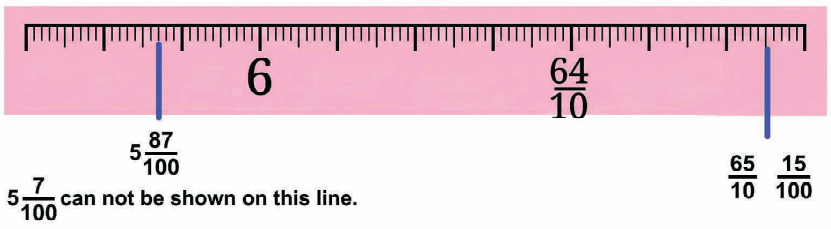
(f)



سب سے چھوٹا $= 7\frac{3}{10}\frac{5}{100}$ سب سے بڑا $= 7\frac{5}{100}$

APSCERT

(g)



Longest = $\frac{65}{10}\ \frac{15}{100}$ Shortest = $5\frac{7}{100}$

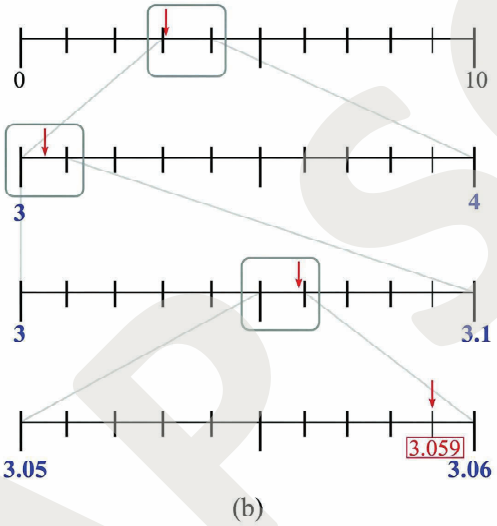
Figure it out - 3.3

1. a) $3\frac{34}{100}$ b) $11\frac{7}{10}$ c) 30 d) $3\frac{3}{100}$ e) $3\frac{3}{100}$ f) $11\frac{63}{100}$

Figure it out - 3.4

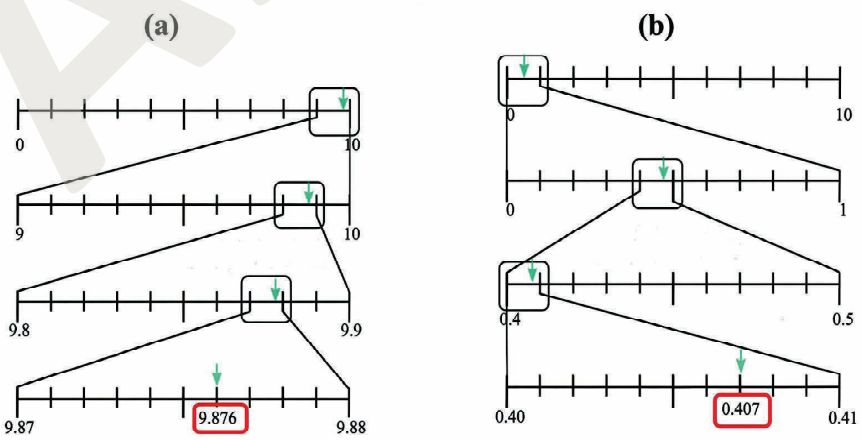
1. 4.5, 4.50, and 04.50 are equal.
   4.05 and 4.050 are equal.

2.

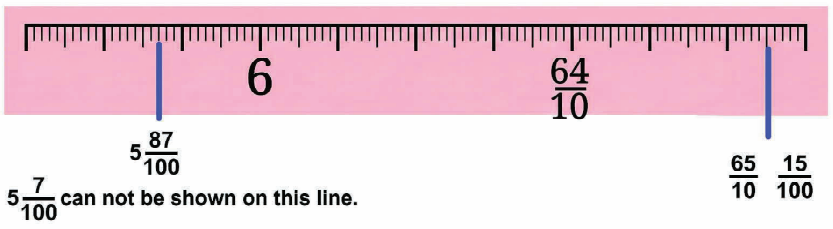


(b)

3.



APSCERT



$5\frac{7}{100}$ can not be shown on this line.

سب سے چھوٹا $= 5\frac{7}{100}$ سب سے بڑا $= \frac{65}{10}\ \frac{15}{100}$

حل کیجیے–3.3

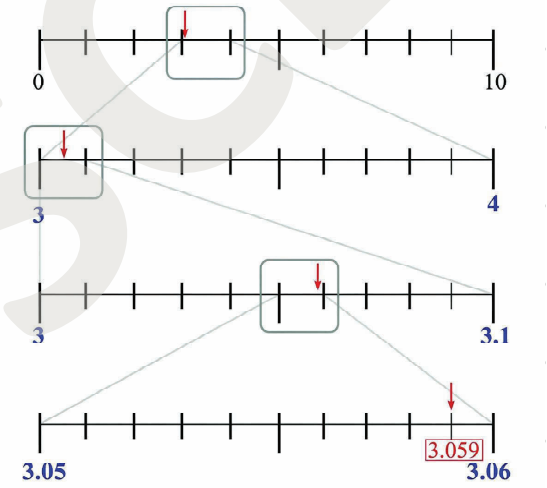
.1 a) $3\frac{34}{100}$ b) $11\frac{7}{10}$ c) 30 d) $3\frac{3}{100}$ e) $3\frac{3}{100}$ f) $11\frac{63}{100}$

حل کیجیے–3.4

.1 4.50,4.5 اور 04.50, مساوی ہیں۔

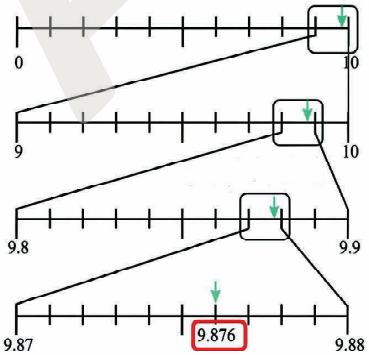
4.05 اور 4.050 مساوی ہیں۔

.2

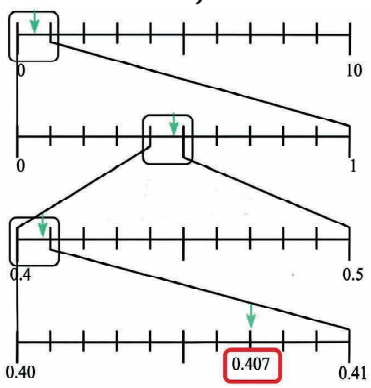


.3

a)

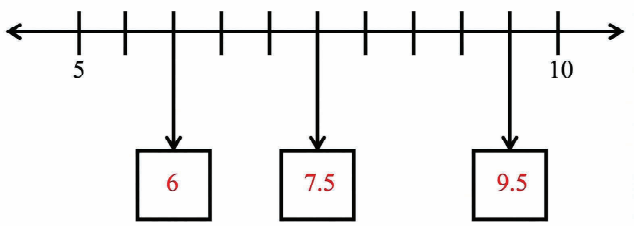


b)

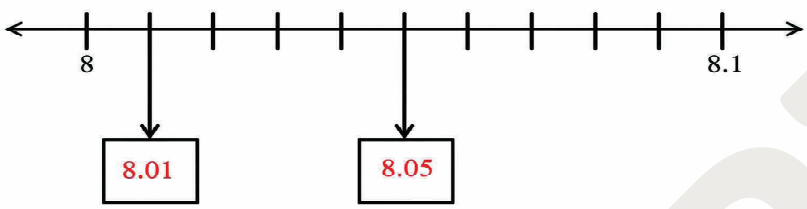


APSCERT

4. (a)



(b)



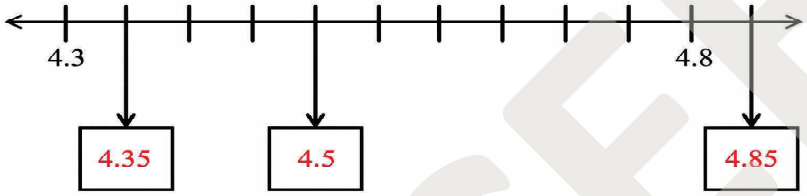
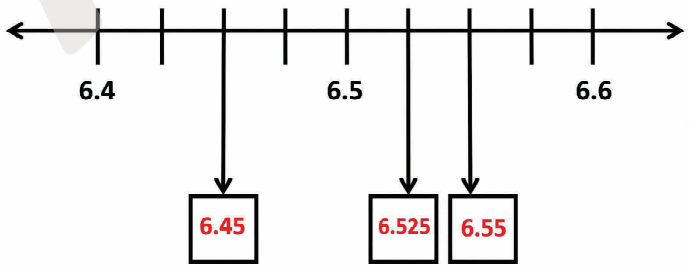


Figure it out - 3.5

1. (a) 7.9 (b) 26.8 (c) 7.41 (d) 18.11
   (e) 39.10 (f) 1.534 (g) 0.78 (h) 6.723
2. (a) 3.3 (b) 9.2 (c) 5.9 (d) 0.802
   (e) 16.95 (f) 16.405 (g) 0.81 (h) 5.749

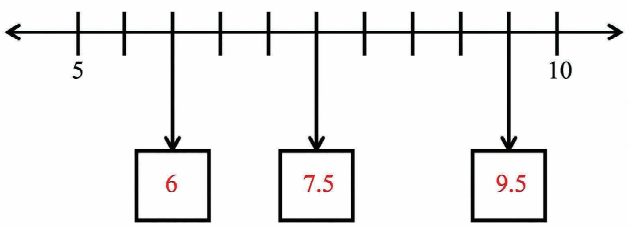
Figure it out - 3.6

1. (a) 0.05 (b) 0.016 (c) 1.2 (d) 0.254
2. (a) $\frac{3}{10}+\frac{4}{100}$ (b) $\frac{100}{100}+\frac{2}{100}=1+\frac{2}{100}$ (c) $\frac{8}{10}$ (d) $\frac{3}{10}+\frac{6}{100}+\frac{2}{1000}$
3.

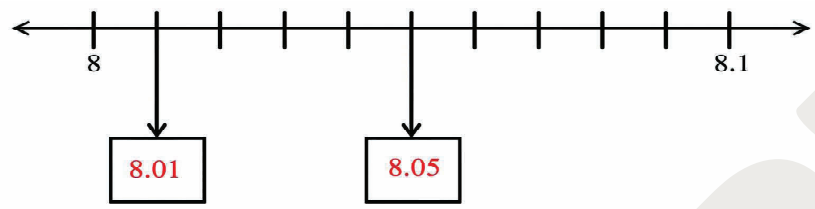


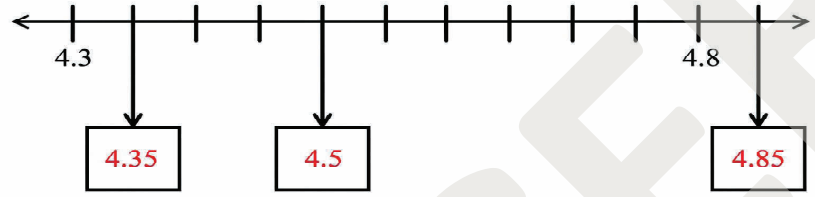
APSCERT

(a) .4



(b)

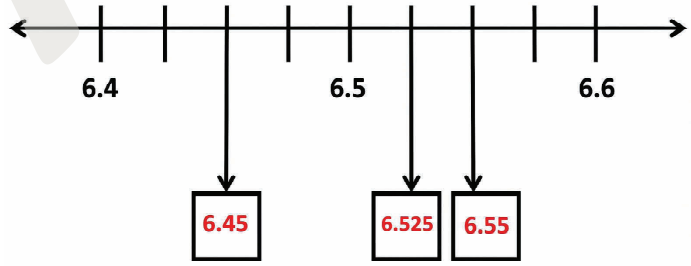




3.5 حل کیجیے

1. (a) 7.9 (b) 26.8 (c) 7.41 (d) 18.11
   (e) 39.10 (f) 1.534 (g) 0.78 (h) 6.723
2. (a) 3.3 (b) 9.2 (c) 5.9 (d) 0.802
   (e) 16.95 (f) 16.405 (g) 0.81 (h) 5.749

3.6 حل کیجیے

1. (a) 0.05 (b) 0.016 (c) 1.2 (d) 0.254
2. (a) $\frac{3}{10}+\frac{4}{100}$ (b) $\frac{100}{100}+\frac{2}{100}=1+\frac{2}{100}$ (c) $\frac{8}{10}$ (d) $\frac{3}{10}+\frac{6}{100}+\frac{2}{1000}$
3. 

APSCERT

4. (a) Descending order : 11.10, 11.01, 1.101, 1.011, 1.01.
   (b) Descending order : 2.768, 2.698, 2.675, 2.567, 2.499
   (c) Descending order : 4.678, 4.666, 4.656, 4.600, 4.595
   (d) Descending order : 33.331, 33.313, 33.31, 33.133, 33.13.
5. (a) 40.168 (b) 104.68
6. No. It is not necessary.
   For example, 2.05 (2 digits after decimal) vs 2.5 (1 digit after decimal).
   2.5 >2.05
7. 1.3 kg 8. 12.76 L
9. He has lost weight. The change in the weight = 1.25 kg
10. 9.07, 9.06 11. 1000000 mm
12. The total insurance fee paid for 1 lakh passengers is ₹ 45,000.
13. (a) $\frac{1}{10} > \frac{1}{100}$
    (b) 90 thousandths > One-hundredth 90
    (c) 90 hundredths > One-thousandth 90
14. (a) 88.10 (b)121.2 (c) 111.1 (d) 277.75
15.

	9	.	4	7	6
+	1	.	0	2	5
	10	.	5	0	1

16. (a) 0.5 (b) 1.5 (c) 0.25 (d) 0.75 (e) 0.2 (f) 0.8

Figure it out - 4.1

1. (a) Let length of each side of the triangle = a units Perimeter of Triangle = 3a units
   (b) Let length of each side of pentagon = a units Perimeter of Regular Pentagon = 5a units
   (c) Let length of each side of regular hexagon = a units Perimeter of Regular Hexagon = 6a units
2. (20 + k) meters

4. (a) نزولی ترتیب : 11.10, 11.01, 1.101, 1.011, 1.01.
(b) نزولی ترتیب : 2.768, 2.698, 2.675, 2.567, 2.499
(c) نزولی ترتیب : 4.678, 4.666, 4.656, 4.600, 4.595
(d) نزولی ترتیب : 33.331, 33.313, 33.31, 33.133, 33.13.

5. (a) 40.168 (b) 104.68

6. نہیں، یہ ضروری نہیں ہے۔
(1 ہندسہ اعشاریہ کے بعد) . (2) vs 2.5 ہندسے اعشاریہ کے بعد) , 2.05
2.5 >2.05

7. 1.3 kg 8. 12.76 L

9. اس نے اپنے وزن میں کمی کی، وزن میں ہوئی کمی =1.25 کلوگرام

10. 9.07, 9.06 11. 1000000

12. ` 45,000. =1 لاکھ پیاسنجرس کے لیے ادا کی گئی کل انسورنس رقم

13. (a) $\frac{1}{10} > \frac{1}{100}$
(b) 90 ایک-سواں > 90 ہزارواں
(c) 90 ایک- ہزارواں > 90 سواں

14. (a) 88.10 (b)121.2 (c) 111.1 (d) 277.75

15.

	9	.	4	7	6
+	1	.	0	2	5
	10	.	5	0	1

16. (a) 0.5 (b) 1.5 (c) 0.25 (d) 0.75 (e) 0.2 (f) 0.8

حل کیجیے–4.1

1. (a) فرض کریں مثلث کے ہر ضلع کی لمبائی = a اکائی مثلث کا محیط = 3a اکائیاں
(b) فرض کریں منتظم پانچ ضلعی کے ہر ضلع کی لمبائی = a اکائی منتظم مخمس کا محیط = 5a اکائیاں
(c) فرض کریں منتظم چھ ضلعی کے ہر ضلع کی لمبائی = a اکائی منتظم مسدس کا محیط = 6a اکائی

2. (20 + k) میٹر

3.

No. of ₹100 Notes	No. of ₹20 Notes	No. of ₹5 Notes	Expression and total amount
3	5	6	$3 \times 100 + 5 \times 20 + 6 \times 5 = 430$
6	4	3	$6 \times 100 + 4 \times 20 + 3 \times 5 = 695$
8	4	z	$8 \times 100 + 4 \times 20 + z \times 5 = 880 + 5z$
x	y	z	$x \times 100 + y \times 20 + z \times 5 = 100x + 20y + 5z$

4. (d) $10 + 8 \times y$
5. Let letter 'd' represent the number, then
   (a) $d + 5$ (b) $d - 4$ (c) $13 \times d - 2$ (d) $2 \times d - 13$
6. (a) A shopkeeper sells a pen for ₹x and a notebook for ₹y. Abha buys 8 pens and 3 notebooks. What will be the total cost of her purchase?
   (b) A factory makes 15 chairs every day. If the factory works for j days, it will make $15 \times j$ chairs. But 2 chairs break daily for k days. How many good chairs remain after j days and k days breakages? Try for more situations
7.

w–8	w–7	w–6
w–1	w	w+1

Figure it out - 4.2

1. Some of the ways are
   (i) **Method 1: Group by Like Terms**
   $5y + x + x + 5y + (-6) + 2 = (5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$
   Combine: $(5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$
   Method 2: Group by Rows
   Top row: $5y + (-6) + x$
   Bottom row: $x + 2 + 5y$
   By Adding: $(5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$
   Final Number: $10y + 2x - 4$
   Try some other ways!

100 روپیوں کے نوٹ	20 روپیوں کے نوٹ	5 روپیوں کے نوٹ	عبارت اور کل رقم
3	5	6	$3 \times 100 + 5 \times 20 + 6 \times 5 = 430$
6	4	3	$6 \times 100 + 4 \times 20 + 3 \times 5 = 695$
8	4	z	$8 \times 100 + 4 \times 20 + z \times 5$ $= 880 + 5z$
x	y	z	$x \times 100 + y \times 20 + z \times 5$ $= 100x + 20y + 5z$

4. (d) $10 + 8 \times y$

5. 'd' حروف عدد کو ظاہر کرنے پر

(a) $d + 5$ (b) $d - 4$ (c) $13 \times d - 2$ (d) $2 \times d - 13$

6. (a) ایک دکاندار ایک قلم ₹x میں اور ایک نوٹ بک ₹y میں فروخت کرتا ہے۔ ابھا 8 قلم اور 3 نوٹ بکس خریدتی ہے۔ اس کی کل خریداری کی قیمت کیا ہوگی؟

(b) ایک کارخانہ ہر روز 15 کرسیاں بناتا ہے۔ اگر کارخانہ j دن کام کرے تو وہ $15 \times j$ کرسیاں بنائے گا۔ لیکن k دنوں تک ہر روز 2 کرسیاں ٹوٹ جاتی ہیں۔ j دن کی تیاری اور k دن کی ٹوٹ پھوٹ کے بعد کتنی اچھی کرسیاں باقی رہیں گی؟

w–8	w–7	w–6
w–1	w	w+1

حل کیجیے–4.2

1. چند طریقے یہ ہیں:

(i) طریقہ 1: ہم جنس حدود کو ملا کر

$5y + x + x + 5y + (-6) + 2 = (5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$

ملا کر : $(5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$

طریقہ 2: قطاروں کے لحاظ سے گروپ بنانا

اوپری قطار: $5y + (-6) + x$

نچلی قطار: $x + 2 + 5y$

جمع کرنے پر : $(5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$

آخری عدد: 10 $y + 2x - 4$

مزید طریقے بھی آزمائیں!

(ii) **Method 1: Group by Term Type**

2p appears 4 times: 8p

3q appears 4 times: 12q

Final number: 3 + (– 2) + (– 2) + 3 = 2

Total: 8p + 12q + 2

Method 2: Group by Columns

Column 1: 2p + 3q

Column 2: 3q + 2p

Column 3: (– 2) + 3 + 2p + 3q = 1 + 2p + 3q

Column 4: 3 + (– 2) + 3q + 2p = 1 + 3q + 2p

Final Number: 8p + 12q + 2

Try some other ways!

(iii) **Method 1: Group by Term Type**

–5g appears 4 times: –20g

5k appears 12 times: 60k

Total: –20g + 60k

Method 2: Group by Columns

First column: –5g + 5k + 5k + (–5g) = –10g + 10k

Middle columns 2 and 3 all 5k = 8 × 5k = 40k

Last column: –5g + 5k + 5k + (–5g) = –10g + 10k

Total of all: = –10g + 10k + 40k –10g + 10k = –20g + 60k

Try some other ways!

2. (a) 4p, 3p + q, 2p (b) 2p – 2q, 2q (c) 0, –2q
(d) – d, – c (e) c, 2d – c (f) d – 2c

Figure it out - 4.3

1. (a) 30x + 20y.
2. (a) p + q + r
3. (a) 10 (u - d) cm
   (b) If d > u, the snail slips down more than it climbs.
   This means the snail will never reach the top.
4. 105 + 21z km

(ii)طریقہ 1: حدود کی قسم کے لحاظ سے گروپ بنانا

2p چار مرتبہ آتا ہے: 8p

3q چار مرتبہ آتا ہے: 12q

آخری عدد: 3 + (−2) + (−2) + 3 = 2

کل حاصل: 8 p + 12q + 2

طریقہ 2: کالموں کے لحاظ سے گروپ بنانا

کالم 1: 2 p + 3q

کالم 2: 3q + 2p

کالم 3: (−2) + 3 + 2p + 3q = 1 + 2p + 3q

کالم 4: 3q + 2p = 1 + 3q + 2p + (− 2)

آخری جواب: 8p + 12q + 2

مزید طریقے بھی آزمائیں !

(iii)طریقہ 1: حدود کی قسم کے لحاظ سے گروپ بنانا

−5g چار مرتبہ آتا ہے: −20g

5k بارہ مرتبہ آتا ہے: 60k

کل حاصل: −20g + 60k

طریقہ 2: کالموں کے لحاظ سے گروپ بنانا

پہلا کالم:

−5 g + 5k + 5k + (−5g) = −10g + 10k

درمیانی کالم 2 اور 3 میں سب 5k ہیں:

8×5k = 40k

آخری کالم:

−5 g + 5k + 5k + (−5g) = −10g + 10k

سب کا مجموعہ :

= −10g + 10k + 40k −10g + 10k

= −20g + 60k

مزید طریقے بھی آزمائیں!

.2 (c) 0, −2q (b) 2p − 2q, 2q (a) 4p, 3p + q, 2p

(f) d − 2c (e) c, 2d − c (d) − d, − c

حل کیجیے–4.3

.1 (a) 30x + 20y.

.2 (a) p + q + r

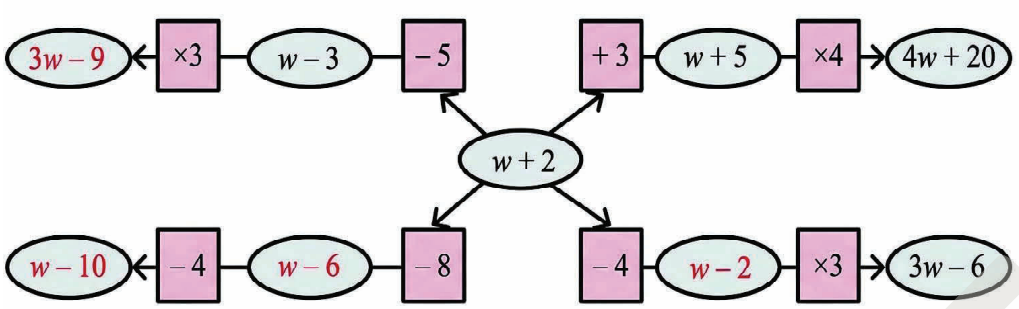
.3 (a) 10 (u - d) cm

(b) اگر d > u ہو، تو گھونگا جتنا اوپر چڑھتا ہے اس سے زیادہ نیچے پھسل جاتا ہے۔
اس کا مطلب ہے کہ گھونگا کبھی بھی اوپر تک نہیں پہنچ سکے گا۔

.4 105 + 21z km

APSCERT

5.



6. (a) 22 minutes

   (b) The algebraic expression for the time taken to travel from Yahapur to Vahapur = 4t + 6 minutes.

7. (a) 4a + 5b + 10 (b) a -13b -16 (c) 12x + 6 (d) 6x + 15
   (e) h + y (f) 21m – 20n + 5

8. (a) 13d + c – 2 (b) 7f + 4s – 4 (c) 2c – d – 2 (d) –7f – 4s + 3 (e) 0 (f) 0

9. (a) -3a + 15b -32 (b) 16y + 18x -23 (c) 10h -27g + 2
   (d) -(3a + 3b + 32) (e) -13y -13x + 6 (f) 3h -16g + 30

10. (a) 8x + 3y

    One of the examples is-Situation: A fruit seller sells mangoes at ₹8 each and bananas at ₹3 each. If a customer buys x mangoes and y bananas. The total cost would be 8x +3y.

    (b) 15x - 2x

    Situation: A shopkeeper has 15 pencils in a packet. The cost of one pencil is ₹x. Two pencils in the packet are not sold. Find the amount received for this packet.

11. If the rope is folded 10 times and cut, we get 10 + 2 = 12 pieces. In the same way, when the rope is folded r times and cut, we get r + 2 pieces.

12. 31, 4 + 3 (w -1)

13. For Position 90: $\frac{90}{4}$ For Position 343: $\frac{343}{4}$

    The colour is Yellow. The colour is Green

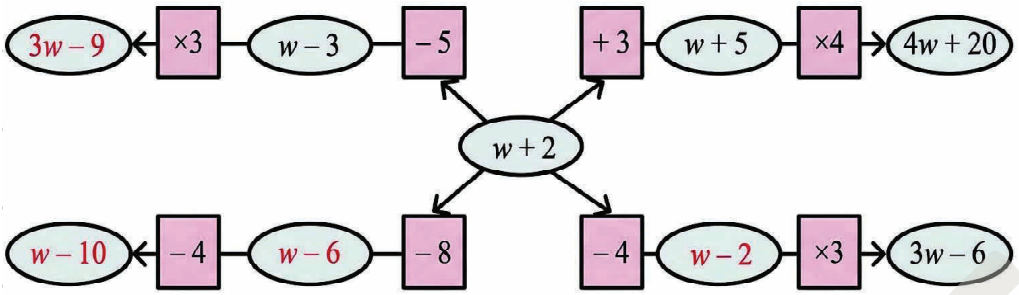
    For Position 190: $\frac{190}{4}$

    The colour is Yellow

    Expressions: In general, 4n-3 positions for red light, 4n-1 position for green light and 2n position for yellow light.

APSCERT

5.



6. (a) منٹ 22

(b) یہاپور سے واہاپور تک سفر میں لگنے والے وقت کی جبری عبارت = 4t + 6 منٹ۔

7. (a) 4a + 5b + 10 (b) a -13b -16 (c) 12x + 6 (d) 6x + 15
(e) h + y (f) 21m – 20n + 5

8. (a) 13d + c – 2 (b) 7f + 4s – 4 (c) 2c – d – 2 (d) –7f – 4s + 3 (e) 0 (f) 0

9. (a) -3a + 15b -32 (b) 16y + 18x -23 (c) 10h -27g + 2
(d) -(3a + 3b + 32) (e) -13y -13x + 6 (f) 3h -16g + 30

10. (a) 8x + 3y

مثالوں میں سے ایک یہ ہے: صوتِ حال: ایک پھل فروش آم ₹8 فی آم اور کیلے ₹3 فی کیلا کے حساب سے فروخت کرتا ہے۔ اگر ایک گاہک x آم اور y کیلے خریدے، تو کل قیمت 8x + 3y ہوگی۔

(b) 15x - 2x

صوتِ حال: ایک دکاندار کے پاس ایک پیکٹ میں 15 پنسلیں ہیں۔ ایک پنسل کی قیمت ₹x ہے۔ پیکٹ میں سے 2 پنسلیں فروخت نہیں ہوئیں۔ اس پیکٹ سے حاصل ہونے والی رقم معلوم کریں۔ حاصل شدہ رقم = 13 x روپے۔

11. اگر رسی کو 10 مرتبہ موڑا جائے اور پھر کاٹا جائے، تو ہمیں 10 + 2 = 12 ٹکڑے حاصل ہوں گے۔
اسی طرح، جب رسی کو r مرتبہ موڑا جائے اور کاٹا جائے، تو ہمیں r + 2 ٹکڑے حاصل ہوں گے۔

12. 31, 4 + 3 (w -1)

13. 90: $\frac{90}{4}$ کا مقام
ایک زرد رنگ ہے۔

343: $\frac{343}{4}$ کا مقام
ایک سبز رنگ ہے۔

190: $\frac{190}{4}$ کا مقام
ایک زرد رنگ ہے۔

عبارتیں: عمومی طور پر، سرخ بتی کی پوزیشن 34 — n، سبز بتی کی پوزیشن 14 — n، اور پیلی بتی کی پوزیشن 2n ہوتی ہے۔

14. No. of Squares in Step 4 = 17, No. of Squares in Step 10 = 41, No. of Squares in Step 50 = 201

So, general formula = 5 + (n -1) × 4 = 4n + 1 No. of vertices = 16n + 4.

15. (a) 4 × (r -1) + c

(b) (i) r = 31 and c = 4

(ii) 147 will appear at row 37 and column 3

(iii) 201 will appear at row 51 and column 1.

(c) The number that appears in row r and column c is 4(r -1) + c.

(d) The pattern in the columns in which multiples of 3 appear, follow a repeating sequence of column number: 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, ... as shown.

Do you see any pattern in it? List other patterns that you see.

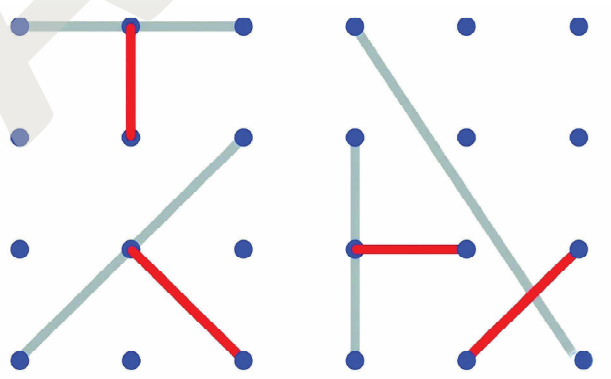
1. All numbers in Column 4 are multiples of 4.
2. Even numbers always appear in column 2 and column 4.
3. Odd numbers always appear in column 1 and column 3. Find some more!

Figure it out - 5.1

1.	Linear Pairs	∠a and ∠b, ∠b and ∠c, ∠c and ∠d, ∠d and ∠a
	Pairs of Vertically Opposite Angles	∠b and ∠d, ∠a and ∠c

Figure it out - 5.2

1.



14. مرحلہ 4 میں مربعوں کی تعداد = 17، مرحلہ 10 میں مربعوں کی تعداد = 41، مرحلہ 50 میں مربعوں کی تعداد = 201

لہٰذا، عمومی فارمولا = $5 + (n - 1) \times 4 = 4n + 1$

راسوں کی تعداد = $n + 4$ 16

15. (a) $4 \times (r - 1) + c$

(b)(i) $r = 31$ اور $c = 4$

(ii) 147، 37ویں صف اور 3واں کالم میں آئے گا۔

(iii) 201، 51ویں صف اور 1واں کالم میں آئے گا۔

(c) وہ عدد جو صف r اور کالم c میں ظاہر ہوتا ہے : $4(r - 1) + c$

(d) جن کالموں میں 3 کے مضاعف آتے ہیں، ان کا نمونہ اس طرح دہرایا جاتا ہے : 3، 2، 1، 4، 3، 2، 1، 4، 3، 2، 1، ... جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔

کیا آپ اس میں کوئی نمونہ دیکھتے ہیں؟ دوسرے نمونے بھی لکھیں جو آپ کو نظر آئیں۔

1. کالم 4 کے تمام اعداد، 4 کے اضعاف ہوتے ہیں۔
2. جفت اعداد ہمیشہ کالم 2 اور کالم 4 میں آتے ہیں۔
3. طاق اعداد ہمیشہ کالم 1 اور کالم 3 میں آتے ہیں۔ مزید نمونے تلاش کریں!

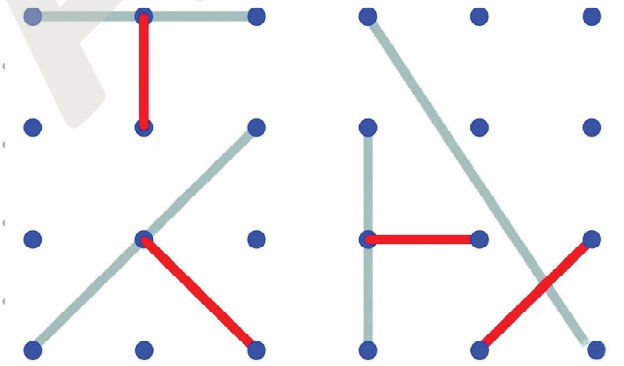
حل کیجیے–5.1

1.

خطی جوڑے	∠a اور ∠b، ∠b اور ∠c، ∠c اور ∠d، ∠d اور ∠a
متبادل زاویوں کے جوڑے	∠b اور ∠d، ∠a اور ∠c

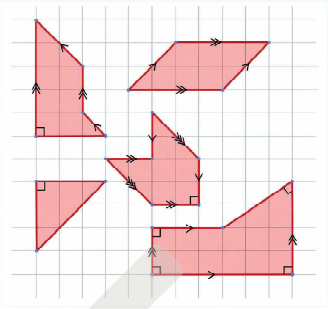
حل کیجیے–5.2

1.

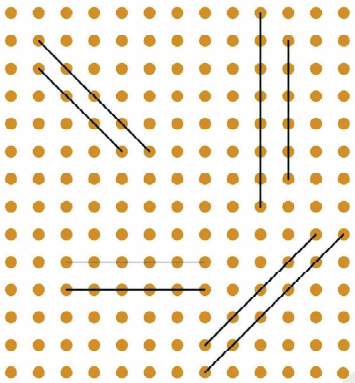


2. (a) The vertical and horizontal lines on the grid paper meet at a 90º angle (a right angle)

   (b) By identifying lines that always remain the same distance apart.



3. Some of the lines are:

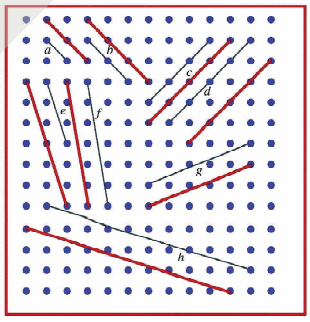


4. Some of the lines are:

   (a) Yes

   (b) Line segments e, f, h, and g.

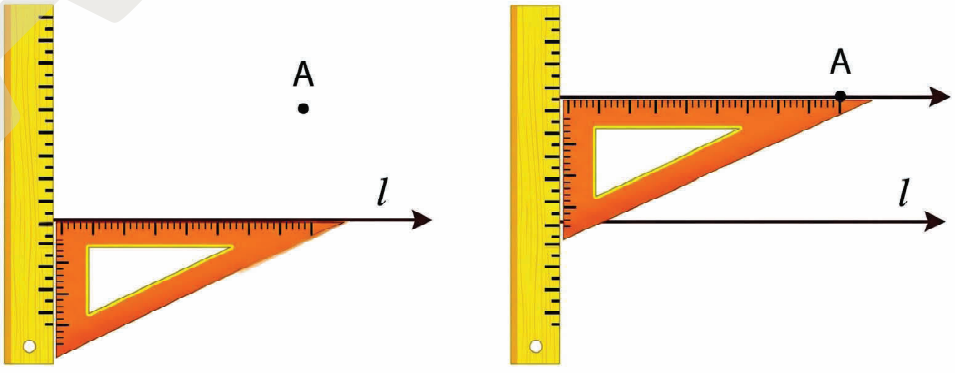
   (c) Parallel lines are drawn by keeping them equidistant from the given line.



5. In the given figure, line c is parallel to line a because these two lines are always at the same distance apart.

Figure it out - 5.3

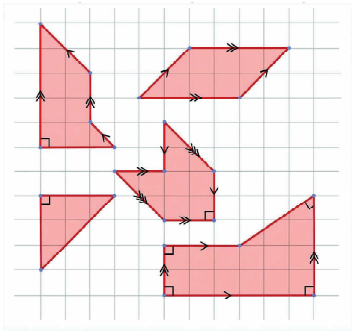
1. Tools required: Ruler, Set-squares (right-angled triangle), Pencil, eraser



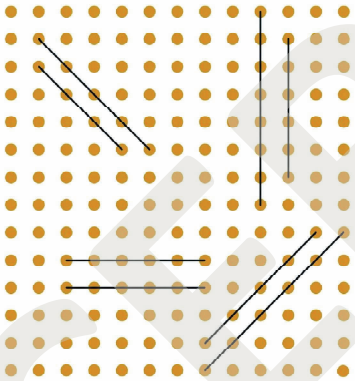
APSCERT

2. (a) جالی دار کاغذ (Grid Paper) پر عمودی اور افقی لکیریں $90°$ زاویہ (قائمہ زاویہ) پر ملتی ہیں۔

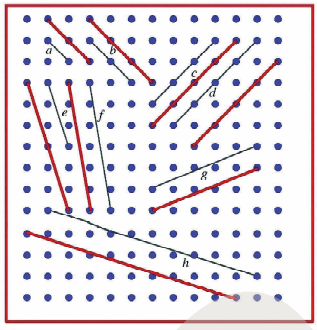
(b) ایسی لکیروں کی شناخت کر کے جو ہمیشہ ایک ہی فاصلے پر رہتی ہیں۔



3. کچھ لکیریں یہ ہیں:



4. کچھ لکیریں یہ ہیں:



(a) جی ہاں

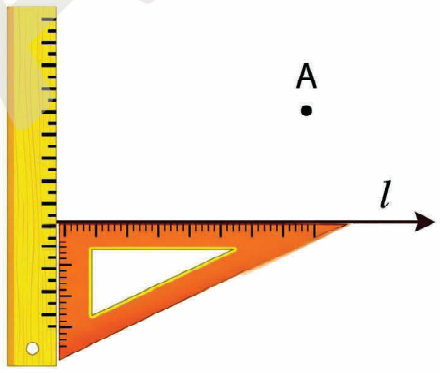
(b) خطی قطعے e، f، h، اور g

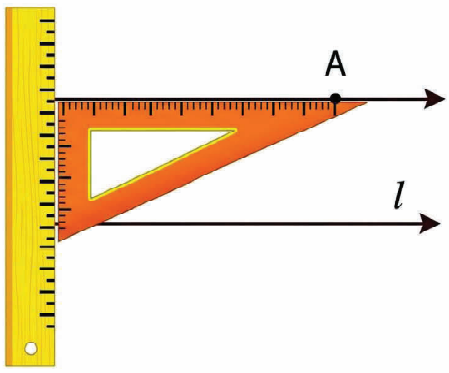
(c) متوازی لکیریں، دی گئی لکیر سے برابر فاصلے پر رکھتے ہوئے کھینچی جاتی ہیں۔

5. دی گئی شکل میں، لکیر c، لکیر a کے متوازی ہے کیونکہ یہ دونوں لکیریں ہمیشہ ایک ہی فاصلے پر رہتی ہیں۔

حل کیجیے–5.3

1. ضروری آلات: پیمانہ، سیٹ اسکوائر (قائمہ زاویہ مثلث)، پنسل، ربڑ۔





APSCERT

Steps:

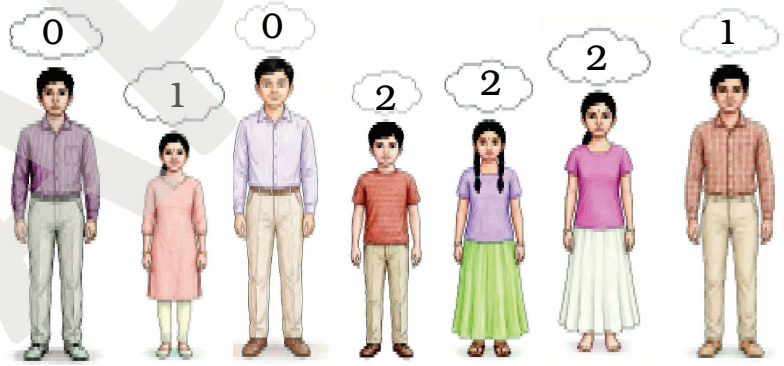
1. Place the set square so that one side is along the line l.
2. Hold the ruler against the other side of the set square so that the ruler won't move.
3. Slide the set square along the ruler until one side reaches point A.
4. Draw a line along the edge of the set square through point A.
5. This new line is parallel to line l and passes through point A.

Figure it out - 5.4

1. $\angle a = 48°$ $\angle b = 52°$ $\angle c = 81°$ $\angle d = 99°$
   $\angle e = 69°$ $\angle f = 48°$ $\angle g = 122°$ $\angle h = 75°$
   $\angle i = 54°$ $\angle j = 97°$
2. (i) 138° (ii) 118° (iii) 105° (iv) 23°
3. (i) $\angle x = 25°$, $\angle y = 155°$ (ii) $\angle x = 25°$
4. $\angle GEH = 45°$; $\angle HEF = 57°$; $\angle FED = 78°$
5. $\angle x = \angle y = 125°$ [Corresponding Angles]
6. $\angle NOP = 108°$

Figure it out - 6.1

1. (a) From the cutouts at the back of the book we have → F, C, B, G, A, D, E May also like to draw this way -



2. (a) Only sometimes true (b) Always true
   (c) Always true (d) Only sometimes true
   (e) Only sometimes true
   (f) The largest possible number ina group of 8 people is 7

مراحل:

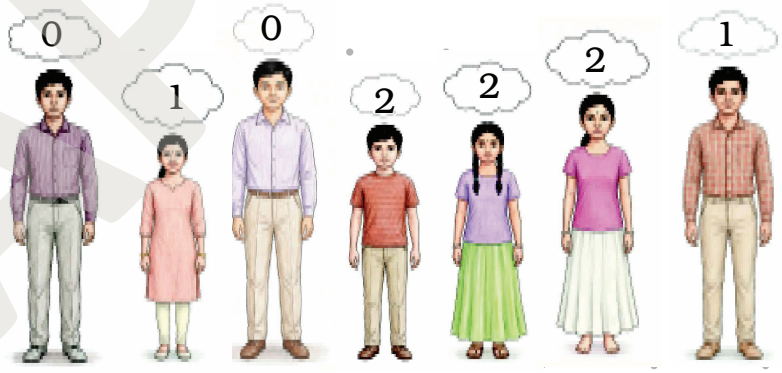
1. سیٹ اسکوائر کو اس طرح رکھیں کہ اس کا ایک کنارہ لکیر l کے ساتھ ہو۔
2. پیمانے کو سیٹ اسکوائر کے دوسرے کنارے کے ساتھ مضبوطی سے رکھیں تاکہ پیمانہ حرکت نہ کرے۔
3. سیٹ اسکوائر کو پیمانے کے ساتھ سرکائیں یہاں تک کہ اس کا ایک کنارہ نقطہ A تک پہنچ جائے۔
4. سیٹ اسکوائر کے کنارے کے ساتھ نقطہ A سے گزرتی ہوئی ایک لکیر کھینچیں۔
5. یہ نئی لکیر، لکیر l کے متوازی ہوگی اور نقطہ A سے گزرے گی۔

حل کیجیے–5.4

1. $\angle a = 48°$ $\angle b = 52°$ $\angle c = 81°$ $\angle d = 99°$
   $\angle e = 69°$ $\angle f = 48°$ $\angle g = 122°$ $\angle h = 75°$
   $\angle i = 54°$ $\angle j = 97°$
2. (i) 138° (ii) 118° (iii) 105° (iv) 23°
3. (i) $\angle x = 25°$, $\angle y = 155°$ (ii) $\angle x = 25°$
4. $\angle GEH = 45°$; $\angle HEF = 57°$; $\angle FED = 78°$
5. $\angle x = \angle y = 125°$ [Corresponding Angles]
6. $\angle NOP = 108°$

حل کیجیے–6.1

1. (a) کتاب کے پچھلے حصے میں دیے گئے کٹ آؤٹس سے ہمیں ← F، C، B، G، A، D، E حاصل ہوتے ہیں۔
   آپ اس طرح بنانا بھی پسند کر سکتے ہیں۔



2. (a) صرف بعض اوقات درست (b) ہمیشہ درست
   (c) ہمیشہ درست (d) صرف بعض اوقات درست
   (e) صرف بعض اوقات درست (f) 8 افراد کے ایک گروہ میں سب سے بڑی ممکنہ تعداد 7 ہے۔

Figure it out - 6.2

1. (a) Even Number (b) Even Number
   (c) Even Number (d) Even number
2. Lasya must have made a mistake!
   The total can never be ₹205 with the given coin counts.
3. (d) Even (e) Even (f) Odd (g) Odd

Figure it out - 6.3

1. There is exactly one unique magic square with numbers 1-9, if we ignore rotations and reflections

8	1	6
3	5	7
4	9	2

2. We will add 1 to every number in the magic square in Q.1

9	2	7
4	6	8
5	10	3

3. Consider the magic square.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

(a) After increasing each number by 1:

9	2	7
4	6	8
5	10	3

This is still a magic square.

APSCERT

حل کیجیے–6.2

1. (a)جفت عدد (b)جفت عدد (c)جفت عدد (d)جفت عدد

2. لاسیا سے ضرور کوئی غلطی ہوئی ہے!

دی گئی سکوں کی تعداد کے ساتھ کل رقم کبھی بھی ₹205 نہیں ہو سکتی۔

3. (d)جفت (e)جفت (f)طاق (g)طاق

حل کیجیے–6.3

1. اگر گھماؤ اور انعکاسات کو نظر انداز کیا جائے، تو 1 سے 9 تک اعداد کے ساتھ بالکل ایک ہی منفرد جادوئی مربع بنتا ہے۔

8	1	6
3	5	7
4	9	2

2. ہم سوال 1 کے جادوئی مربع کے ہر عدد میں 1 کا اضافہ کریں گے۔

9	2	7
4	6	8
5	10	3

3. جادوئی مربع پر غور کریں۔

8	1	6
3	5	7
4	9	2

(a)ہر عدد میں 1 کا اضافہ کرنے کے بعد :

9	2	7
4	6	8
5	10	3

یہ اب بھی ایک جادوئی مربع ہے۔

AP SCERT

(b) After Doubling each number:

16	2	12
6	10	14
8	18	4

This is still a magics quare

In case (a), magic sum is increased by 3 times that constant. (i.e., 1)
In case (b), magic sum is multiplied by that constant. (i.e., 2)

4. Operations like Addition, subtraction, multiplication and division can be performed on a magic square to yield another magic square.
5. Magic square with numbers1-9:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Magic square with numbers 2 - 10 can be created by adding 1 to each number of the magic square 1 - 9.

9	2	7
4	6	8
5	10	3

Magic square with numbers 3 - 11 can be created by adding 2 to each number of the magic square 1 - 9.

Magic square with numbers 9 - 17 can be created by adding 8 to each number of the magic square 1 - 9.

Figure it out - 6.4

1.

28	21	26
23	25	27
24	29	22

APSCERT

(b) ہر عدد کو دو گنا کرنے کے بعد:

16	2	12
6	10	14
8	18	4

یہ اب بھی ایک جادوئی مربع ہے۔

صورت (a) میں، جادوئی مجموعہ اس مستقل مقدار (یعنی 1) کے 3 گنا سے بڑھ جاتا ہے۔

صورت (b) میں، جادوئی مجموعہ اس مستقل مقدار (یعنی 2) سے ضرب ہو جاتا ہے۔

4. جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم جیسی عملیات جادوئی مربع پر کی جاسکتی ہیں تاکہ ایک نیا جادوئی مربع حاصل ہو۔

5. 1 سے 9 تک اعداد والا جادوئی مربع:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

2 سے 10 تک اعداد والا جادوئی مربع، 1 سے 9 تک والے جادوئی مربع کے ہر عدد میں 1 کا اضافہ کرکے بنایا جاسکتا ہے۔

9	2	7
4	6	8
5	10	3

3 سے 11 تک اعداد والا جادوئی مربع، 1 سے 9 تک والے جادوئی مربع کے ہر عدد میں 2 کا اضافہ کرکے بنایا جاسکتا ہے۔

9 سے 17 تک اعداد والا جادوئی مربع، 1 سے 9 تک والے جادوئی مربع کے ہر عدد میں 8 کا اضافہ کرکے بنایا جاسکتا ہے۔

حل کیجیے–6.4

1.

28	21	26
23	25	27
24	29	22

AP SCERT

2. The expression obtained = 3 × m
where mis the letter - number representing the number in the centre.

3. (a)

m+4	m-3	m+2
m-1	m+1	m+3
m	m+5	m-2

(b)

2m+6	2m-8	2m+2
2m-4	2m	2m+4
2m-2	2m+8	2m-6

4.

23	16	21
18	20	22
19	24	17

5. Yes, it is possible.

24	3	18
9	15	21
12	27	6

Figure it out - 6.5

1. The bulb wil lbe OFF.
2. Each sheet has two pages, one with an even number and the other with an odd number.
Since there are 50 sheets, so there will be fifty pages with an even number and 50 pages with an odd number
The sum of the even numbers is even.
The sum of the odd numbers taken even number of times is also even.
Thus, 6000 being even, it is possible that sum of all the page numbers of the loose sheets could be 6000.
3. One of the ways is-

o	e	e	o
o	e	o	e
e	e	o	

4. One of the such magic squares is-

3	-4	1
-2	0	2
-1	4	-3

5. (a) Even (b) Even (c) Even (d) Odd
6. The parity is even. [Hint- Add numbers from 1 to 100.]

APSCERT

2. حاصل ہونے والی عبارت = $3 \times m$

جہاں m وہ حرفی عدد (Letter-Number) ہے جو درمیان والے عدد کو ظاہر کرتا ہے۔

3. (a)

m+4	m-3	m+2
m-1	m+1	m+3
m	m+5	m-2

(b)

2m+6	2m-8	2m+2
2m-4	2m	2m+4
2m-2	2m+8	2m-6

4.

23	16	21
18	20	22
19	24	17

5. جی ہاں، یہ ممکن ہے۔

24	3	18
9	15	21
12	27	6

حل کیجیے–6.5

1. بلب بند ہو گا۔

2. ہر شیٹ میں دو صفحات ہوتے ہیں، ایک پر جفت عدد اور دوسرے پر طاق عدد ہوتا ہے۔

چونکہ کل 50 شیٹس ہیں، اس لیے 50 صفحات جفت اعداد والے اور 50 صفحات طاق اعداد والے ہوں گے۔

جفت اعداد کا مجموعہ جفت ہوتا ہے۔

طاق اعداد کا مجموعہ، اگر ان کی تعداد جفت ہو، تو وہ بھی جفت ہوتا ہے۔

لہٰذا، چونکہ 6000 ایک جفت عدد ہے، اس لیے یہ ممکن ہے کہ ڈھیلے صفحات کے تمام صفحہ نمبروں کا مجموعہ 6000 ہو۔

4. ایسے جادوئی مربعوں میں سے ایک یہ ہے:

3	-4	1
-2	0	2
-1	4	-3

3. ایک طریقہ یہ ہے:

o	e	e	(o)
o	e	o	(e)
(e)	(e)	(o)	

5. (a) جفت (b) جفت (c) جفت (d) طاق

6. اس کی parity جفت ہے۔[اشارہ: 1 سے 100 تک اعداد کو جمع کریں۔]

AP SCERT

7. The next two numbers are: The previous two numbers are:

987+1597 = 2584 1597-987=610

1597+2584 = 4181 987-610=377

The sequenceis...,377,610,987,1597,2584,4181,...

8.

DifferentWays	Numberofways
1,1,1,1,1,1,1,1	1
1,1,1,1,1,1,2 1,1,1,1,1,2,1 . . .	7
1,1,1,1,2,2 1,1,1,2,1,2 . . .	15
1,1,2,2,2 1,2,2,2,1 . . .	10
2,2,2,2	1

So, the total ways in which chakravarthi reaches the top = 1 + 7 + 1 5 + 10 + 1 = 34 ways.

9. Consider the Virahanka sequence given below:
1,2,3,5,8,13,21,34, 55,89,144,233,377,610,987,....
The pattern of odd/even in Virahanka numbers is:
O,E,O,O,E,O...
So the 20th term of the Virahanka sequence is even.

10. (a) True (b) False (c) True (d) False

11. U = 9, T = 1 and A = 0.

AP SCERT

7. پچھلے دو اعداد ہیں: 1597-987=610
987-610=377

اگلے دو اعداد ہیں: 987+1597 = 2584
1597+2584 = 4181

سلسلہ یہ ہے... ,377,610,987,1597,2584,4181,....

8.

مختلف طریقے	طریقوں کی تعداد
1,1,1,1,1,1,1,1	1
1,1,1,1,1,1,2 1,1,1,1,1,2,1 . . .	7
1,1,1,1,2,2 1,1,1,2,1,2 . . .	15
1,1,2,2,2 1,2,2,2,1 . . .	10
2,2,2,2	1

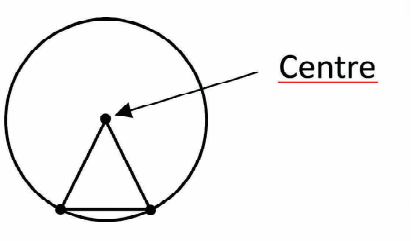
لہٰذا، چکر ورتی کے اوپر پہنچنے کے کل طریقے = 1 + 7 + 15 + 10 + 1 = 34 طریقے۔

9. ذیل میں دیے گئے وراہنک سلسلے پر غور کریں:
1,2,3,5,8,13,21,34, 55,89,144,233,377,610,987,....
وراہنک اعداد میں طاق / جفت کا نمونہ یہ ہے:
O,E,O,O,E,O...

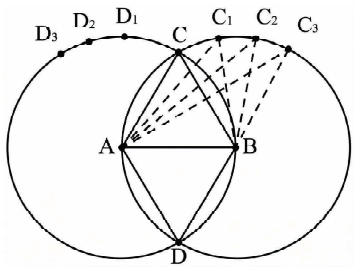
10. (a) درست (b) غلط (c) درست (d) غلط

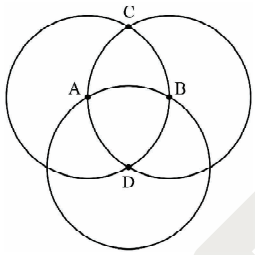
11. U = 9، T = 1 اور A = 0۔

Figure it out - 7.1

1. 

One Such diagram is this, Try for more

2. 



Take points C, C_1, C_2, C_3... on the circle with centre B. The triangles ABC, AC_1B, AC_2B, ... are isosceles triangle. Similarly for points D_1, D_2, D_3 ... ΔADB,
ΔAD_1B, ΔAD_2B,... are isosceles triangles.
ΔABC and ΔADB are equilateral triangle. Similarly it can be done for the other figure.

Figure it out - 7.2

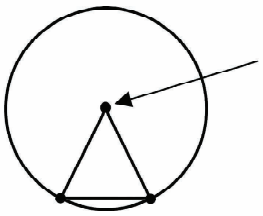
1. Heres um of the two sides (i.e 3 cm and 4 cm) is less than the third side (i.e 8 cm). Similarly for sides of lengths 2cm, 3cm and 6cm, 2+3<6. So, in both cases triangles are not possible.
2. (a) A triangle does not exist (b) A triangle does not exist
   (c) A triangle does not exist
3. Somesetsare7,10,15;12,14,18

Figure it out - 7.3

1. (a) Since $2 + 2 < 5$. So, these are not the side lengths of a triangle.
   (b) Since $3 < 4 + 6$, $4 < 6 + 3$ and $6 < 3 + 4$.These are the side lengths of a triangle.
   (c) $8 > 2 + 4$. So, theseare not the side lengths of a triangle.
   (d) Since $5 < 5 + 8$, $8 < 5 + 5$.These are the side lengths of a triangle.
   (e) Since $10 < 20 + 25$, $20 < 25 + 10$ and $25 < 10 + 20$. These are the side lengths of a triangle.
   (f) $35 > 10 + 20$. So, these are not the side lengths of a triangle.
   (g) Since $24 < 26 + 28$, $26 < 28 + 24$ and $28 < 24 + 26$. These are the side lengths of a triangle.

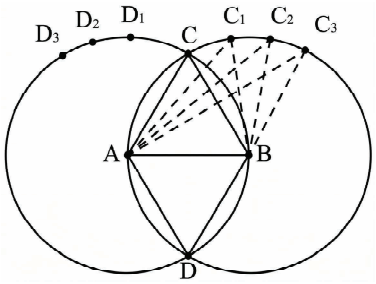
حل کیجیے–7.1

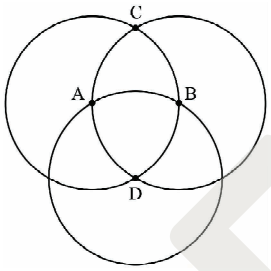
.1



ایسی شکلوں میں سے ایک یہ ہے، مزید بھی کوشش کریں۔

.2





مرکز B والے دائرے پر نقاط C، C_1، C_2، C_3، ... لیں۔ مثلث ABC، AC_1B، AC_2B، ... مساوی الساقین مثلث ہیں۔

اسی طرح نقاط D_1، D_2، D_3، ... لینے پر DADB، DAD_1B، DAD_2B، ... متساوی الساقین مثلث بنتے ہیں۔

ΔABC اور ΔADB متساوی الاضلاع مثلث ہیں۔ اسی طرح یہ دوسرے شکل کے لیے بھی کیا جاسکتا ہے۔

حل کیجیے–7.2

1. یہاں دو اطراف کا مجموعہ (یعنی 3 سنٹی میٹر اور 4 سنٹی میٹر) تیسری ضلع (یعنی 8 سنٹی میٹر) سے کم ہے۔ اسی طرح 2 سنٹی میٹر، 3 سنٹی میٹر اور 6 سنٹی میٹر والی اضلاع کے لیے : $2 + 3 < 6$۔ لہٰذا، دونوں صورتوں میں مثلث بنانا ممکن نہیں ہے۔
2. (a) مثلث موجود نہیں ہے۔ (b) مثلث موجود نہیں ہے۔ (c) مثلث موجود نہیں ہے۔
3. کچھ مجموعے یہ ہیں: 7، 10، 15؛ 12، 14، 18۔

حل کیجیے–7.3

1. (a) چونکہ $2 + 2 < 5$ ہے، اس لیے یہ مثلث کے اضلاع نہیں ہیں۔

(b) چونکہ $3 < 4 + 6$، $6 < 3 + 4$ اور $4 < 6 + 3$ ہے، اس لیے یہ مثلث کے اضلاع ہیں۔

(c) چونکہ $8 > 2 + 4$ ہے، اس لیے یہ مثلث کے اضلاع نہیں ہیں۔

(d) چونکہ $5 < 5 + 8$ اور $8 < 5 + 5$ ہے، اس لیے یہ مثلث کے اضلاع ہیں۔

(e) چونکہ $10 < 20 + 25$، $20 < 25 + 10$ اور $25 < 10 + 20$ ہے، اس لیے یہ مثلث کے اضلاع ہیں۔

(f) چونکہ $35 > 10 + 20$ ہے، اس لیے یہ مثلث کے اضلاع نہیں ہیں۔

(g) چونکہ $24 < 26 + 28$، $26 < 28 + 24$ اور $28 < 24 + 26$ ہے، اس لیے یہ مثلث کے اضلاع ہیں۔

APSCERT

Figure it out - 7.4

1. (a) A triangle exists. (b) A triangle cannot exists.
   (c) A triangle cannot be constructed. (d) A triangle exists.
2. There exists an equilateral triangle with sides 50, 50, 50 because each length < sum of the other two lengths. There exists an equilateral triangle of any side length.
3. (a) 99.5,100,100.7,100.5,99.4. (b) 5,4,3,4.9,1
   (c) 5,8,7,6.4,6
   Try some more lengths.

Figure it out - 7.7

1.

	Triangle is possible	Triangle is not possible
(a) 30°	Another angle should be less than 150°. It could be 50° or 90°. Find the third angle in each case.	Another angle should be greater than or equal to 150°. It could be 150° or 170°.
(b) 70°	Another angle should be lessthan 110°. It could be 60° or 80°. Find the third angle in each case.	Another angle should be greater than or equal to 110°. It could be 140° or 120°.
(c) 54°	Another angle should be less than 126°. It could be 90° or 64°. Find the third angle in each case.	Another angle should be greater than or equal to126°. It could be 134° or 154°.
(d) 144°	Another angle should be less than 36°. It could be 20° or 35°. Find the third angle in each case.	Another angle should be greater than or equal to 36°. It could be 36° or 90°.

2. (a) This pair cannot form angles of a triangle.
   (b) This pair of angles can be the angles of a triangle.
   (c) This pair of angles can be the angles of a triangle.
   (d) This pair cannot form angles of a triangle.

© NCERT

حل کیجیے-7.4

1. (a) ایک مثلث موجود ہے۔ (b) ایک مثلث موجود نہیں ہو سکتا۔
(c) ایک مثلث تعمیر نہیں کیا جا سکتا۔ (d) ایک مثلث موجود ہے۔

2. ایک مساوی الاضلاع مثلث جس کے اضلاع 50، 50، 50 ہوں موجود ہے کیونکہ ہر ضلع باقی دو اضلاع کے مجموعے سے چھوٹا ہے۔
اسی طرح کسی بھی لمبائی کے مساوی الاضلاع مثلث موجود ہو سکتا ہے۔

3. (a) 99.5، 100، 100.7، 100.5، 99.4 (b) 5، 4، 3، 4.9، 1
(c) 5، 8، 7، 6.4، 6
مزید ایسی لمبائیاں آزمائیں۔

حل کیجیے-7.7

1.

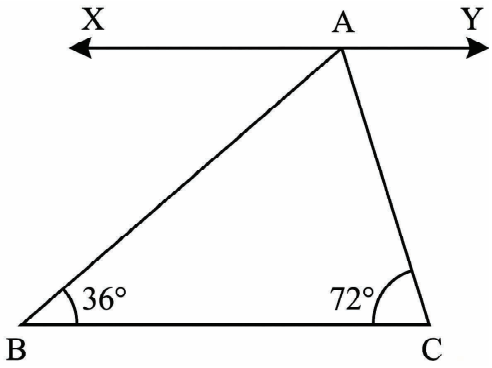
	مثلث ممکن ہے	مثلث ممکن نہیں
(a) 30°	دوسرا زاویہ 150° سے کم ہونا چاہیے۔ یہ 50° یا 90° ہو سکتا ہے۔ ہر صورت میں تیسرا زاویہ معلوم کریں۔	دوسرا زاویہ 150° سے بڑا یا اس کے برابر ہونا چاہیے۔ یہ 150° یا 170° ہو سکتا ہے۔
(b) 70°	دوسرا زاویہ 110° سے کم ہونا چاہیے۔ یہ 60° یا 80° ہو سکتا ہے۔ ہر صورت میں تیسرا زاویہ معلوم کریں۔	دوسرا زاویہ 110° سے بڑا یا اس کے برابر ہونا چاہیے۔ یہ 140° یا 120° ہو سکتا ہے۔
(c) 54°	دوسرا زاویہ 126° سے کم ہونا چاہیے۔ یہ 90° یا 64° ہو سکتا ہے۔ ہر صورت میں تیسرا زاویہ معلوم کریں۔	دوسرا زاویہ 126° سے بڑا یا اس کے برابر ہونا چاہیے۔ یہ 134° یا 154° ہو سکتا ہے۔
(d) 144°	دوسرا زاویہ 36° سے کم ہونا چاہیے۔ یہ 20° یا 35° ہو سکتا ہے۔ ہر صورت میں تیسرا زاویہ معلوم کریں۔	دوسرا زاویہ 36° سے بڑا یا اس کے برابر ہونا چاہیے۔ یہ 36° یا 90° ہو سکتا ہے۔

2. (a) یہ جوڑا مثلث کے زاویے نہیں بن سکتا۔
(b) یہ زاویوں کا جوڑا مثلث کے زاویے ہو سکتے ہیں۔
(c) یہ زاویوں کا جوڑا مثلث کے زاویے ہو سکتے ہیں۔
(d) یہ جوڑا مثلث کے زاویے نہیں بن سکتا۔

APSCERT

Figure it out - 7.8

1. a)



Consider ΔABC, Draw line XY parallel to line BC so AB and AC become transversals.

Therefore ∠XAB = ∠B = 36° and ∠YAC = ∠C = 72° (Alternate Angles)

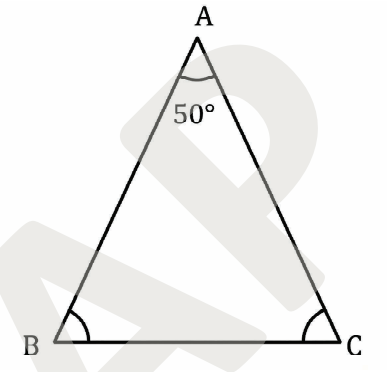
On line XY - ∠XAB + ∠BAC + ∠YAC = 180° So, ∠BAC=72°

(b) 15° (c) 60° (d) 60°

2. No, such triangle is not possible.

1 40° 1 60°

3.

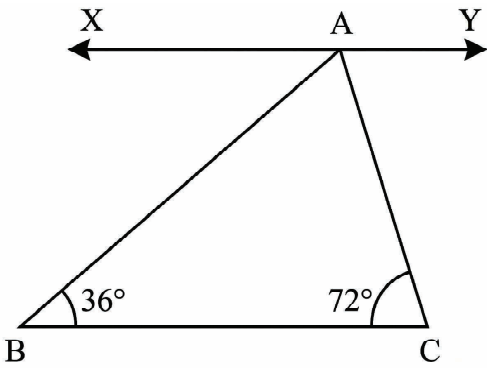


∠B = ∠C = 65°

AP SCERT

حل کیجیے–7.8

1. a)



مثلث ABC پر غور کریں۔ BC کے متوازی ایک لکیر XY کھینچیں تاکہ AB اور AC عبوری خطوط بن جائیں۔

اس لیے $\angle YAC = \angle C = 72°$ اور $\angle XAB = \angle B = 36°$ (متبادل زاویے)

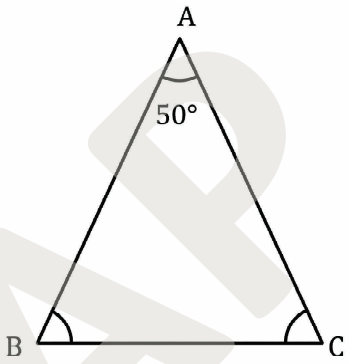
On line XY - $\angle XAB + \angle BAC + \angle YAC = 180°$ So, $\angle BAC = 72°$

(b) 15° (c) 60° (d) 60°

2. نہیں، ایسا مثلث ممکن نہیں ہے۔

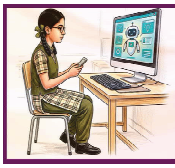
l 40° l 60°

3.



$\angle B = \angle C = 65°$

AP SCERT



INTEGRATING ARTIFICIAL INTELLIGENCE (AI)

F5B5L4

Learning Outcomes : The student will be able to:

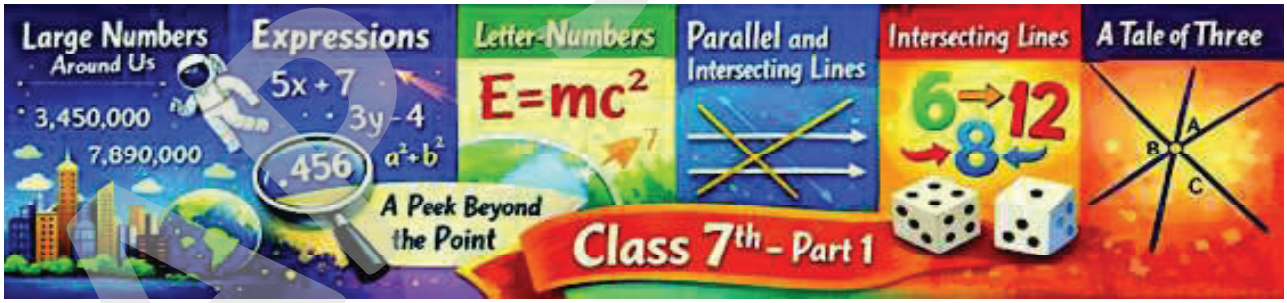
1. Recognise and extend patterns and sequences, connecting them to how AI systems learn from data to make predictions.
2. Write and interpret linear equations as prediction models, relating variables to input-output relationships in AI systems.
3. Find patterns and connections in data and use rounding to make real-life predictions.
4. Calculate and interpret averages (mean, median, mode) and explain how AI systems use data summaries for decision-making.

Modern technologies such as smartphones predicting the next word while typing or music apps recommending songs are examples of Artificial Intelligence (AI). Behind these intelligent systems lies mathematics. When we're identify patterns in numbers, use algebraic expressions, calculate averages, or analyse data, they are developing logical thinking skills. AI systems operate in a similar way—they detect patterns, use mathematical equations as models, analyse trends in data, and generate results step by step.



Concepts from numbers, algebra, data handling, and logical reasoning help machines learn and make decisions, just as they help humans understand and interpret the world. In this way, learning mathematics also helps students understand how AI solves real-world problems.

Foundations of AI in Mathematics Learning



This semester's Mathematics chapters develop essential skills such as recognising patterns, using variables, performing operations, analysing data, and applying logical reasoning. These same skills are used in Artificial Intelligence (AI).AI enables machines to study information, recognise patterns, perform calculations, and make decisions using algorithms. The information processed by machines is converted into digital data that computers can understand.

Mathematics is not only about numbers and formulas; it involves pattern recognition, algebraic thinking, data analysis, and logical deduction. These processes help both humans and machines understand the world. Thus, Mathematics is the basic support for Artificial Intelligence, and is the language through which AI thinks.

Disclaimer : "The use of AI tools by students must be strictly under the direct guidance and supervision of teachers and parents / guardians".



مصنوعی ذہانت کا انضمام (AI)

F9F4P2

اکتسابی نتائج: طلبہ اس قابل بنیں گے:

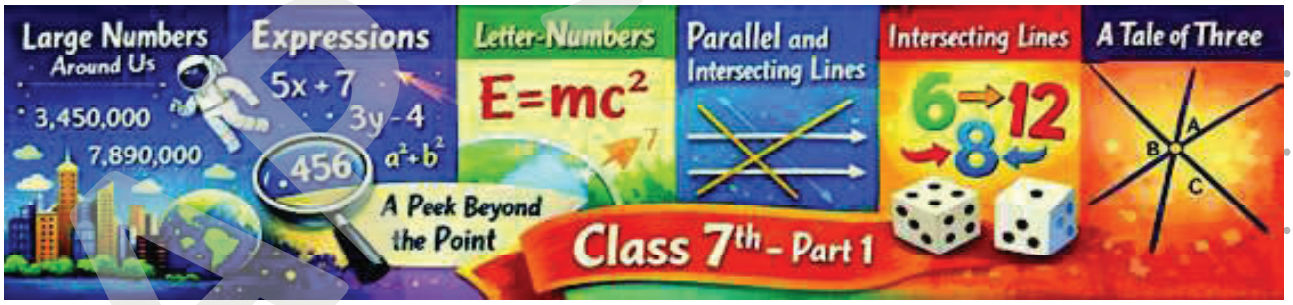
1. پیٹرن (نمونے) اور سلسلوں کو پہچاننا اور آگے بڑھانا، اور انہیں اس بات سے جوڑنا کہ مصنوعی ذہانت (AI) نظام پیش گوئی کے لیے ڈیٹا سے کیسے سیکھتے ہیں۔
2. خطی مساوات کو پیش گوئی کے ماڈل کے طور پر لکھنا اور سمجھنا، اور متغیرات کو AI نظاموں میں ان پٹ اور آؤٹ پٹ کے تعلق سے جوڑنا۔
3. ڈیٹا میں نمونے اور روابط تلاش کرنا اور حقیقی زندگی کی پیش گوئیوں کے لیے گولائی (rounding) کا استعمال کرنا۔
4. اوسط (mean)، اوسط وسط (median) اور سب سے زیادہ بار آنے والی قدر (mode) کا حساب لگانا اور یہ سمجھانا کہ AI نظام فیصلہ سازی میں ڈیٹا کے خلاصوں کو کیسے استعمال کرتے ہیں۔

جدید ٹیکنالوجی جیسے اسمارٹ فونز کا اگلا لفظ پیش گوئی کرنا یا میوزک ایپس کا گانے تجویز کرنا مصنوعی ذہانت (AI) کی مثالیں ہیں۔ ان ذہین نظاموں کے پیچھے ریاضی کارفرما ہوتی ہے۔ جب ہم اعداد میں پیٹرن تلاش کرتے ہیں، الجبری عبارتیں استعمال کرتے ہیں، اوسط نکالتے ہیں یا ڈیٹا کا تجزیہ کرتے ہیں تو ہم منطقی سوچ کی مہارتیں پیدا کر رہے ہوتے ہیں۔ AI نظام بھی اسی طرح کام کرتے ہیں — وہ پیٹرن تلاش کرتے ہیں، ریاضیاتی مساوات کو ماڈل کے طور پر استعمال کرتے ہیں، ڈیٹا میں رجحانات کا تجزیہ کرتے ہیں اور مرحلہ وار نتائج پیدا کرتے ہیں۔



اعداد، الجبرا، ڈیٹا ہینڈلنگ اور منطقی استدلال کے تصورات مشینوں کو سیکھنے اور فیصلے کرنے میں مدد دیتے ہیں، بالکل اسی طرح جیسے یہ انسانوں کو دنیا کو سمجھنے اور اس کی تشریح کرنے میں مدد دیتے ہیں۔ اس طرح ریاضی سیکھنا طلبہ کو یہ سمجھنے میں بھی مدد دیتا ہے کہ AI حقیقی دنیا کے مسائل کیسے حل کرتا ہے۔

ریاضی سیکھنے میں مصنوعی ذہانت کی بنیادیں

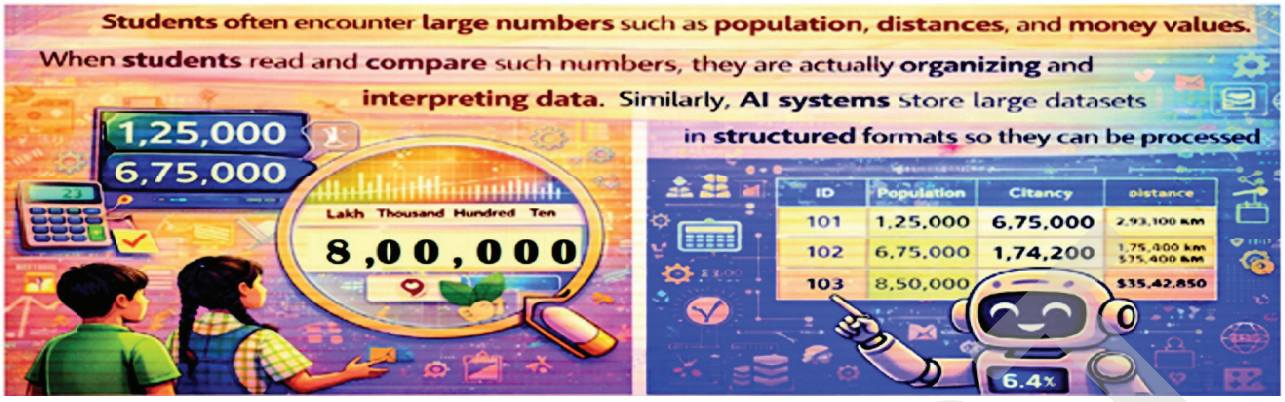


اس سمسٹر کے ریاضی کے ابواب میں ایسے بنیادی ہنر شامل ہیں جیسے پیٹرن کو پہچاننا، متغیرات کا استعمال، عملیات انجام دینا، ڈیٹا کا تجزیہ کرنا اور منطقی استدلال کا اطلاق کرنا۔ یہی مہارتیں مصنوعی ذہانت (AI) میں بھی استعمال ہوتی ہیں۔ AI مشینوں کو معلومات کا مطالعہ کرنے، پیٹرن پہچاننے، حساب کرنے اور الگورتھمز کے ذریعے فیصلے کرنے کے قابل بناتا ہے۔ مشینوں کے ذریعے پروسیس کی جانے والی معلومات کو ڈیجیٹل ڈیٹا میں تبدیل کیا جاتا ہے جسے کمپیوٹر سمجھ سکتے ہیں۔

ریاضی صرف اعداد اور فارمولوں تک محدود نہیں ہے؛ اس میں پیٹرن کی شناخت، الجبری سوچ، ڈیٹا کا تجزیہ اور منطقی استنباط شامل ہیں۔ یہ عمل انسانوں اور مشینوں دونوں کو دنیا کو سمجھنے میں مدد دیتے ہیں۔ اس طرح ریاضی مصنوعی ذہانت کی بنیادی بنیاد ہے اور وہ زبان ہے جس کے ذریعے AI سوچتا ہے۔

دستبرداری : "طلبہ کے ذریعے AI ٹولز کا استعمال سختی سے اساتذہ اور والدین / سرپرستوں کی براہِ راست رہنمائی اور نگرانی کے تحت ہونا چاہیے۔"

Example 1: : Understanding Large Numbers and Data Representation



Students often encounter large numbers such as population, distances, and money values. For example, a number like 1,25,000 can be understood by observing place values and commas. When students read and compare such numbers, they are actually organizing and interpreting data. In a similar way, AI systems store large datasets in structured formats so that they can be processed efficiently. This helps both humans and machines understand information clearly and make comparisons.

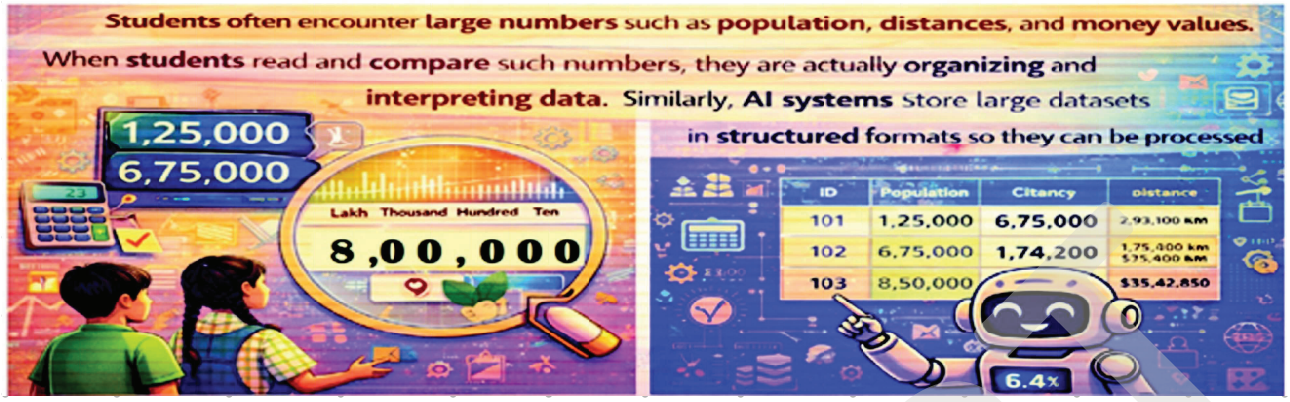
Thinking with AI :	If an AI system is given populations of three towns - 95,000; 1,25,000; and 80,000 - how will it identify the largest value? Does it compare digits step-by-step like we do? Scan QR code for more information
Key Words:	Data Representation - Organizing numbers clearly Place Value - Position of digits Comparison - Finding greater or smaller values Dataset - Collection of numbers

Example 2: Step-by-Step Problem Solving and Algorithms



An expression such as 8 + 3 × 5 must be solved using proper steps. When multiplication is done first, the correct answer is obtained. If steps are not followed correctly, the result becomes wrong. Students learn to solve problems systematically using rules. Similarly, AI systems follow algorithms, which are step-by-step instructions. Correct sequence of steps ensures accurate results in both Mathematics and AI.

مثال 1: بڑے اعداد اور ڈیٹا کی نمائندگی کو سمجھنا



طلبہ اکثر بڑے اعداد جیسے آبادی، فاصلوں اور مالیاتی قدروں کا سامنا کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر عدد 1,25,000 کو جگہ کی قدروں اور کاما(,) کی مدد سے سمجھا جا سکتا ہے۔ جب طلبہ ایسے اعداد کو پڑھتے اور ان کا موازنہ کرتے ہیں تو وہ دراصل ڈیٹا کو ترتیب دیتے اور اس کی تشریح کرتے ہیں۔ اسی طرح مصنوعی ذہانت (AI) کے نظام بڑے ڈیٹا سیٹس کو منظم شکل میں محفوظ کرتے ہیں تاکہ انہیں مؤثر طریقے سے پروسیس کیا جا سکے۔ اس سے انسان اور مشین دونوں معلومات کو واضح طور پر سمجھتے ہیں اور موازنہ کر سکتے ہیں۔

اگر کسی AI نظام کو تین شہروں کی آبادی دی جائے— 95,000؛ 1,25,000؛ اور 80,000 — تو وہ سب سے بڑی قیمت کیسے پہچانے گا؟ کیا وہ ہمارے جیسے ایک ایک ہندسہ کر کے موازنہ کرے گا؟ مزید معلومات کے لیے QR کوڈ اسکین کریں۔	AI: کے ساتھ سوچنا
ڈیٹا کی نمائندگی— اعداد کو واضح طور پر منظم کرنا، جگہ کی قدر— ہندسوں کی پوزیشن موازنہ— بڑی یا چھوٹی قدروں کو تلاش کرنا، ڈیٹا سیٹ— اعداد کا مجموعہ	اہم الفاظ:

مثال 2: مرحلہ وار مسئلہ حل کرنا اور الگورتھمز



ایک عبارت جیسے 8 + 3 × 5 کو درست ترتیب کے ساتھ حل کرنا ضروری ہے۔ جب پہلے ضرب کی جائے تو درست جواب حاصل ہوتا ہے۔ اگر ترتیب غلط ہو تو نتیجہ بھی غلط ہو گا۔ طلبہ مسائل کو قواعد کے مطابق مرحلہ وار حل کرنا سیکھتے ہیں۔ اسی طرح AI نظام الگورتھمز پر کام کرتے ہیں، یعنی مرحلہ وار ہدایات پر۔ درست ترتیب میں اقدامات کرنے سے دونوں ریاضی اور AI میں درست نتائج حاصل ہوتے ہیں۔

Thinking with AI :	If an AI system gives the answer 55 instead of 23 for 8 + 3 × 5, what mistake might it have made? Did it ignore the correct order of operations? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Algorithm** - Step-by-step method **Expression** - Mathematical statement **Order of Operations** - Rules of solving **Logical Steps** - Correct sequence

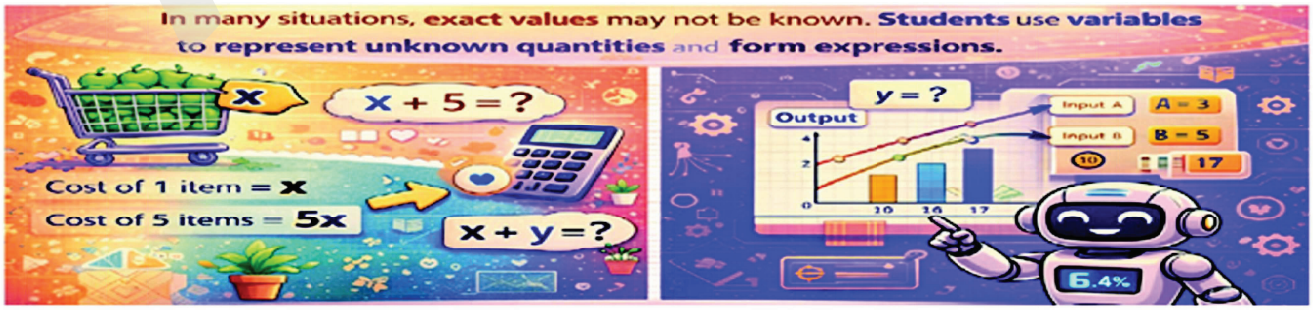
Example 3: Precision in Measurements and Decimals



Decimals are used in measurements like money, length, and weight. For example, `45.75 or 2.5 metres represent exact values. When students perform operations on decimals, they align digits carefully. This ensures accuracy. In AI systems, precise data is very important. Even a small mistake in decimal values can lead to incorrect predictions. This is especially important in areas like banking, health, and scientific calculations.

Thinking with AI :	If an AI system records a value as 37.5 instead of 35.7, how will the result change? Why is accuracy important? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Decimal** - Number with fractional part **Precision** - Accuracy **Measurement** - Real-world quantity **Data Accuracy** - Correct input

Example 4: Using Variables to Model Real-Life Situations



اگر کوئی AI نظام 8 + 3 × 5 کا جواب 23 کی بجائے 55 دے، تو اس نے کیا غلطی کی ہو سکتی ہے؟ کیا اس نے عمل کی درست ترتیب کو نظر انداز کر دیا؟ مزید معلومات کے لیے QR کوڈ اسکین کریں۔	:سوچیں (AI کے ساتھ)
الگورتھم — مرحلہ وار طریقہ، عبارت — ریاضیاتی بیان عمل کی ترتیب — حل کرنے کے قواعد، منطقی مراحل — درست تسلسل	:اہم الفاظ

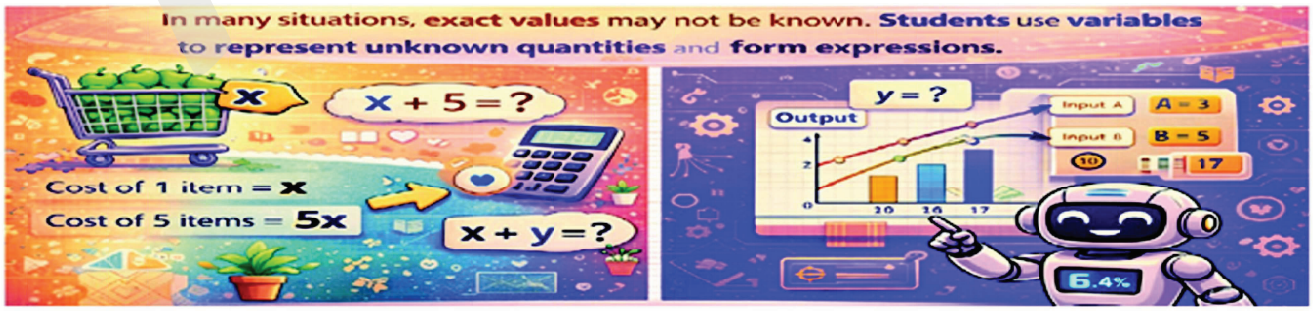
مثال 3: پیمائش اور اعشاریہ میں درستگی



اعشاریہ اعداد پیمائشوں میں استعمال ہوتے ہیں جیسے پیسہ، لمبائی اور وزن۔ مثال کے طور پر 45.75 یا 2.5 میٹر درست قدریں ظاہر کرتے ہیں۔ جب طلبہ اعشاریہ پر عملیات کرتے ہیں تو وہ ہندسوں کو احتیاط سے سیدھ میں رکھتے ہیں تاکہ درستگی برقرار رہے۔ اسی طرح AI نظاموں میں درست ڈیٹا بہت اہم ہوتا ہے۔ اعشاریہ میں معمولی غلطی بھی غلط پیش گوئی کا سبب بن سکتی ہے، خاص طور پر بینکنگ، صحت اور سائنسی حسابات میں۔

اگر کوئی AI نظام 37.5 کی جگہ 35.7 ریکارڈ کرے تو نتیجے پر کیا اثر پڑے گا؟ درستگی کیوں اہم ہے؟ مزید معلومات کے لیے QR کوڈ اسکین کریں۔	:سوچیں (AI کے ساتھ)
اعشاریہ — کسر والا عدد، درستگی — صحت و دقت پیمائش — حقیقی دنیا کی مقدار، ڈیٹا کی درستگی — صحیح معلومات	:اہم الفاظ

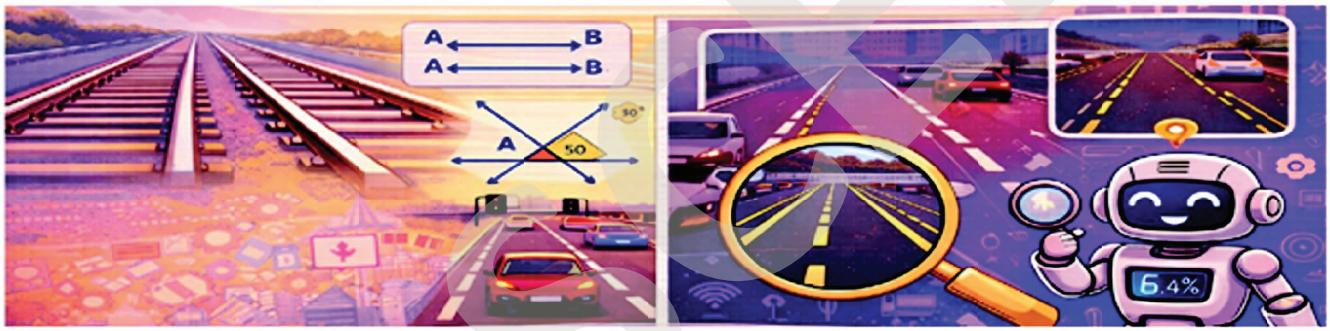
مثال 4: حقیقی زندگی کے مسائل کو ظاہر کرنے کے لیے متغیرات کا استعمال



In many situations, exact values may not be known. For example, if the cost of one item is x, then the cost of 5 items is 5x. Students use variables to represent unknown quantities and form expressions. This allows them to generalise situations. Similarly, AI systems use variables to build models and make predictions. Changing input values leads to different outputs, just like changing variables in Mathematics.

Thinking with AI :	If x represents number of students, how can an AI system calculate total marks? What happens when x changes? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Variable -** Unknown value **Expression -** Mathematical form **Substitution -** Replacing value **Model -** Representation of situation

Example 5: Identifying Lines, Angles and Spatial Patterns



Students observe parallel lines in railway tracks and intersecting lines in roads. These lines form angles with special relationships. By studying these, students understand geometric patterns. In AI, especially in image recognition, systems detect lines and shapes to understand surroundings. For example, detecting road lanes depends on identifying parallel lines. Geometry helps machines interpret visual data.

Thinking with AI :	If an AI system sees two lines that never meet, how will it recognise them as parallel? What features will it observe? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Parallel Lines-** Never meet **Intersecting Lines-** Cross each other **Angle -** Measure between lines **Shape Recognition-** Identifying patterns

بہت سے حالات میں درست قدریں معلوم نہیں ہوتیں۔ مثال کے طور پر اگر ایک چیز کی قیمت x ہو تو 5 چیزوں کی قیمت 5x ہوگی۔ طلبہ نامعلوم مقداروں کو ظاہر کرنے کے لیے متغیرات استعمال کرتے ہیں اور عبارتیں بناتے ہیں۔ اس سے وہ مختلف حالات کو عمومی شکل میں سمجھ سکتے ہیں۔ اسی طرح مصنوعی ذہانت (AI) کے نظام بھی ماڈل بنانے اور پیش گوئی کرنے کے لیے متغیرات استعمال کرتے ہیں۔ جب ان پٹ کی قیمتیں بدلتی ہیں تو آؤٹ پٹ بھی بدل جاتا ہے، بالکل اسی طرح جیسے ریاضی میں متغیر بدلنے سے نتیجہ بدلتا ہے۔

اگر x طلبہ کی تعداد کو ظاہر کرے، تو AI نظام کل نمبر / کل اسکور کیسے حساب کرے گا؟ جب x تبدیل ہوتا ہے تو کیا ہوتا ہے؟ مزید معلومات کے لیے QR کوڈ اسکین کریں۔	سوچیں (AI کے ساتھ):
متغیر — نامعلوم قدر، عبارت — ریاضیاتی شکل تبدیلی / جگہ پر رکھنا — قدر ڈالنا، ماڈل — کسی حالت کی نمائندگی	اہم الفاظ:

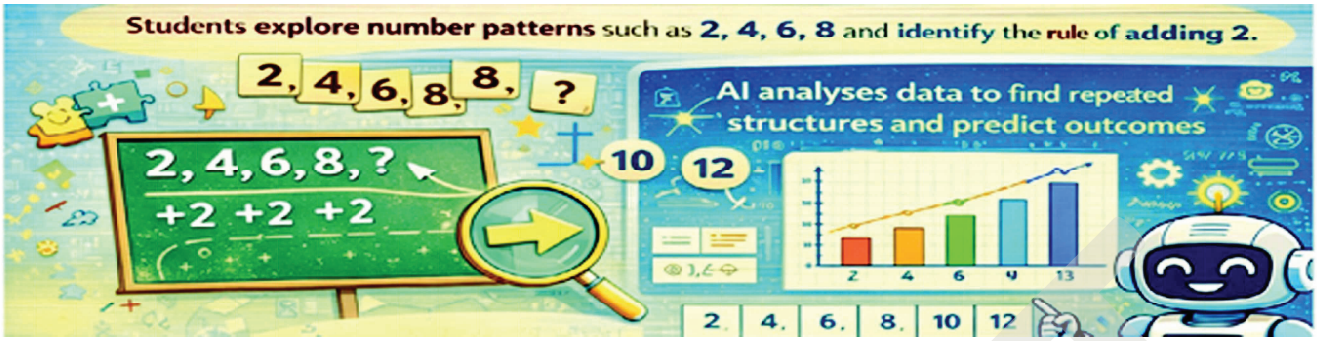
مثال 5: خطوط، زاویے اور مکانی نمونوں کی پہچان



طلبہ ریلوے لائنوں میں متوازی خطوط اور سڑکوں میں متقاطع خطوط کا مشاہدہ کرتے ہیں۔ یہ خطوط زاویے بناتے ہیں جن کے خاص تعلقات ہوتے ہیں۔ ان کا مطالعہ کرکے طلبہ جیومیٹری کے نمونے سمجھتے ہیں۔ اسی طرح مصنوعی ذہانت (خاص طور پر تصویری پہچان) میں نظام اشکال اور خطوط کو پہچان کر ماحول کو سمجھتے ہیں۔ مثال کے طور پر سڑک کی لائنوں کو پہچاننا متوازی خطوط کی شناخت پر منحصر ہوتا ہے۔ جیومیٹری مشینوں کو بصری ڈیٹا سمجھنے میں مدد دیتی ہے۔

اگر کوئی AI نظام دو ایسی لائنیں دیکھے جو کبھی نہیں ملتیں، تو وہ انہیں متوازی کیسے پہچانے گا؟ وہ کن خصوصیات کو دیکھے گا؟ مزید معلومات کے لیے QR کوڈ اسکین کریں۔	سوچیں (AI کے ساتھ):
متوازی خطوط — جو کبھی نہیں ملتیں، متقاطع خطوط — جو ایک دوسرے کو کاٹتی ہیں زاویہ — دو خطوط کے درمیان پیمائش، اشکال کی پہچان — نمونوں کو شناخت کرنا	اہم الفاظ:

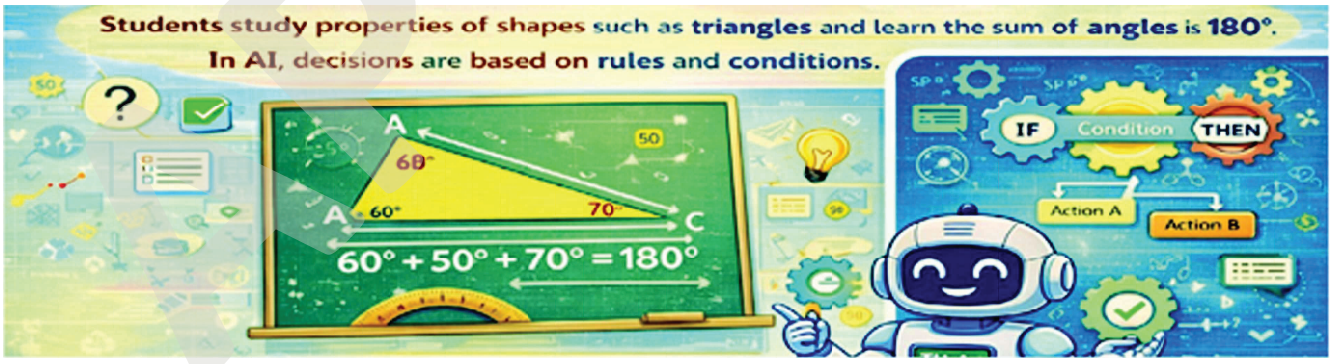
Example 6: Pattern Recognition in Numbers and Sequences



Students explore number patterns such as 2, 4, 6, 8 and identify the rule of adding 2. By recognising patterns, they can predict the next number. This is similar to how AI systems analyse data to find repeated structures and make predictions. Pattern recognition is a fundamental concept in both Mathematics and AI, helping in solving problems and understanding

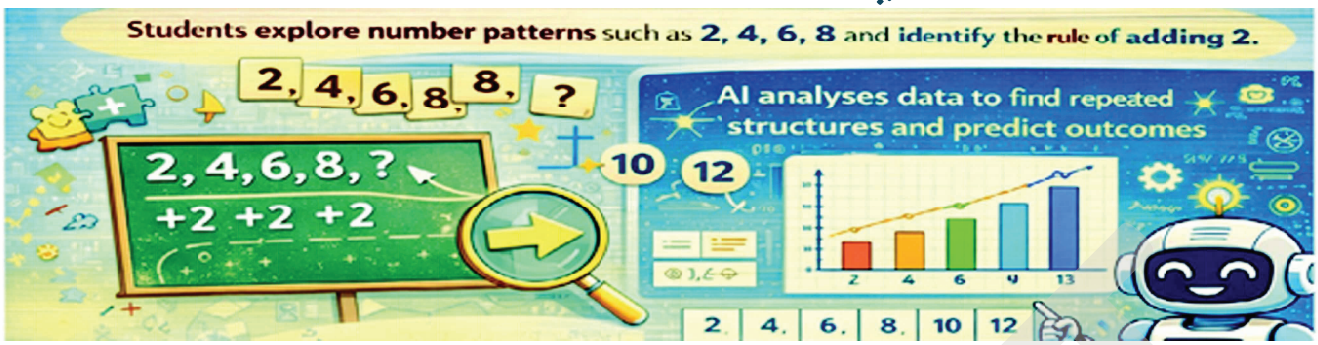
Thinking with AI :	If an AI system is given 3, 6, 9, 12, what will it predict next? How does it identify the pattern? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Pattern** - Repeated rule **Sequence** - Ordered numbers **Prediction** - Future value **Computational Thinking** - Logical reasoning

Example 7: Logical Reasoning with Shapes and Rules



Students study properties of shapes such as triangles and learn that the sum of angles is always 180°. By verifying these properties, they develop logical reasoning. In AI, decisions are often based on rules and conditions. Similarly, mathematical properties act as fixed rules that always hold true. Understanding these rules helps in building reasoning skills.

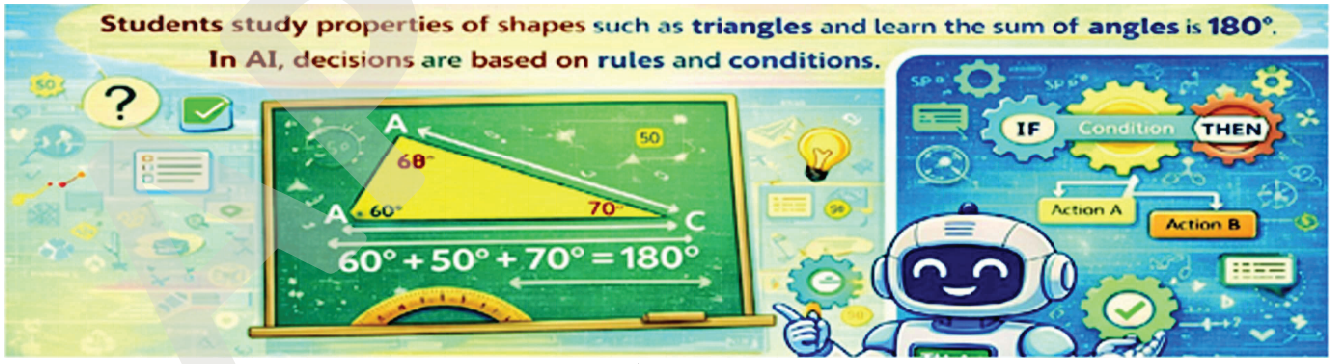
مثال6: اعداد اور سلسلوں میں نمونوں کی پہچان



طلبہ عددی نمونوں جیسے 2،4،6،8 کا مطالعہ کرتے ہیں اور اس قاعدے کو پہچانتے ہیں کہ ہر بار 2 کا اضافہ ہو رہا ہے۔ نمونوں کو پہچان کر وہ اگلا عدد پیش گوئی کر سکتے ہیں۔ یہ اسی طرح ہے جیسے مصنوعی ذہانت (AI) کے نظام ڈیٹا کا تجزیہ کر کے بار بار آنے والے ڈھانچوں کو پہچانتے ہیں اور پیش گوئی کرتے ہیں۔ نمونوں کی پہچان ریاضی اور AI دونوں میں بنیادی تصور ہے جو مسائل حل کرنے اور سمجھنے میں مدد دیتا ہے۔

اگر کسی AI نظام کو 3،6،9،12 دیے جائیں تو وہ آگے کیا پیش گوئی کرے گا؟ وہ نمونہ کیسے پہچانے گا؟ مزید معلومات کے لیے QR کوڈ اسکین کریں۔	سوچیں (AI کے ساتھ):
نمونہ — بار بار آنے والا قاعدہ سلسلہ — ترتیب وار اعداد پیش گوئی — آئندہ قدر، کمپیوٹیشنل سوچ — منطقی استدلال	اہم الفاظ:

مثال7: اشکال اور قواعد کے ذریعے منطقی استدلال



طلبہ مثلث جیسی اشکال کی خصوصیات کا مطالعہ کرتے ہیں اور سیکھتے ہیں کہ کسی بھی مثلث کے زاویوں کا مجموعہ ہمیشہ 180° ہوتا ہے۔ ان خصوصیات کی تصدیق کر کے وہ منطقی استدلال پیدا کرتے ہیں۔ مصنوعی ذہانت میں بھی فیصلے قواعد اور شرائط پر مبنی ہوتے ہیں۔ اسی طرح ریاضیاتی خصوصیات ایسے مستقل قواعد ہیں جو ہمیشہ درست رہتے ہیں۔ ان قواعد کو سمجھنا استدلال کی مہارت کو بہتر بناتا ہے۔

Thinking with AI :	If two angles are given as 60° and 70°, how will an AI system find the third angle? Which rule will it use? Scan QR code for more information.
Key Words:	Pattern - Repeated rule Sequence - Ordered numbers Prediction - Future value Computational Thinking- Logical reasoning

Guidance: - While guiding each example, first complete the related textbook concept through activity or demonstration. Ensure that students clearly understand the mathematical idea (such as pattern recognition, linear prediction, trend analysis, averages, or explainable thinking) before linking it to AI-based applications. Problem-solving with pen and paper should precede any discussion about digital devices. Encourage students to explain similarities between human mathematical processes and machine-based computation in their own words. The connection to AI should be brief, concept-based, and strictly aligned with the syllabus content.

Exploring with AI

Understanding AI in Mathematics Learning

Artificial Intelligence enables computers to analyse information, recognise patterns, and provide step by-step explanations. In Mathematics learning, AI can help explain ideas, create practice questions, and show examples. related to the first eight chapters. However, AI does not replace teachers, practice, or textbooks. The textbook remains the primary and reliable source of mathematical knowledge. AI serves only as a supportive learning assistant.

Accessing AI for Mathematics Learning

AI tools may be accessed through school computer laboratories under teacher guidance or through digital devices at home under parental supervision. AI must always be used safely and only for learning.

Safe and Responsible Use of AI

- Do not share personal information (name, address, school details, or passwords).
- Do not copy AI responses without understanding.
- Always verify AI-generated answers by working out the problems independently.
- Do not use AI during examinations.
- Use AI only under teacher supervision at school or parental guidance at home. Responsible use of AI strengthens discipline, honesty, and logical thinking.

اگر دو زاویے 60° اور 70° دیے جائیں تو AI نظام تیسرا زاویہ کیسے معلوم کرے گا؟ وہ کون سا قاعدہ استعمال کرے گا؟ مزید معلومات کے لیے QR کوڈ اسکین کریں۔	سوچیں (AI کے ساتھ):
نمونہ — بار بار آنے والا قاعدہ سلسلہ — ترتیب وار اعداد پیش گوئی — آئندہ قدر، کمپیوٹیشنل سوچ — منطقی استدلال	اہم الفاظ:

رہنمائی ہر مثال کی رہنمائی کرتے ہوئے پہلے متعلقہ ریاضیاتی تصور کو سرگرمی یا مظاہرے کے ذریعے مکمل کیا جائے۔ اس بات کو یقینی بنایا جائے کہ طلبہ ریاضیاتی خیال (جیسے نمونوں کی پہچان، خطی پیش گوئی، رجحان کا تجزیہ، اوسط یا قابلِ وضاحت سوچ) کو واضح طور پر سمجھ لیں، اس سے پہلے کہ اسے مصنوعی ذہانت (AI) سے جوڑا جائے۔ قلم اور کاغذ کے ذریعے مسئلہ حل کرنا ڈیجیٹل آلات کے استعمال سے پہلے ہونا چاہیے۔ طلبہ کو ترغیب دی جائے کہ وہ انسانی ریاضیاتی عمل اور مشین کے حسابی عمل کے درمیان مماثلت کو اپنے الفاظ میں بیان کریں۔ AI سے تعلق مختصر، تصوراتی اور نصاب کے مطابق ہونا چاہیے۔

ریاضی سیکھنے میں مصنوعی ذہانت کو سمجھنا

مصنوعی ذہانت کمپیوٹروں کو معلومات کا تجزیہ کرنے، نمونوں کو پہچاننے اور مرحلہ وار وضاحت فراہم کرنے کے قابل بناتی ہے۔ ریاضی سیکھنے میں AI تصورات کو سمجھانے، مشق کے سوالات بنانے اور پہلی آٹھ ابواب سے متعلق مثالیں دینے میں مدد کر سکتا ہے۔ تاہم AI اساتذہ، مشق یا نصابی کتاب کی جگہ نہیں لیتا۔ نصابی کتاب ریاضی کا بنیادی اور مستند ذریعہ ہے۔ AI صرف ایک معاون تعلیمی ذریعہ ہے۔

ریاضی سیکھنے کے لیے AI تک رسائی

AI ٹولز تک رسائی اسکول کی کمپیوٹر لیبارٹری میں اساتذہ کی نگرانی میں یا گھر پر والدین کی نگرانی میں حاصل کی جا سکتی ہے۔ AI کا استعمال ہمیشہ محفوظ اور صرف تعلیمی مقاصد کے لیے ہونا چاہیے۔

AI کا محفوظ اور ذمہ دارانہ استعمال

- ذاتی معلومات (نام، پتہ، اسکول کی تفصیلات یا پاس ورڈ) شیئر نہ کریں۔
- AI کے جوابات کو سمجھے بغیر نقل نہ کریں۔
- ہمیشہ AI کے جوابات کو خود حل کر کے تصدیق کریں۔
- امتحان کے دوران AI کا استعمال نہ کریں۔
- AI صرف اساتذہ یا والدین کی نگرانی میں استعمال کریں۔

ذمہ دارانہ استعمال نظم و ضبط، دیانت اور منطقی سوچ کو مضبوط کرتا ہے۔

Writing Effective Prompts in Mathematics

A prompt is the instruction or question given to an AI tool. A good Mathematics prompt should include:

- Class level (Class 7)
- Chapter name and specific concept
- Clear description of the mathematical task
- A request for step-by-step explanation if needed

Example Prompt:

"I am a Class 7 student. Please explain how to identify the trend in this dataset of weekly temperatures: 28.5, 29.2, 31.0, 32.5, 33.1 — and explain what an AI weather system would predict for next week."

Can AI Make Mistakes in Math?

AI systems are powerful, but they are not always perfect. AI cannot think or feel like humans. It depends completely on the data provided to it. If the data is missing, unfair, or wrong, the AI may give a wrong answer. Sometimes AI gives an answer that sounds correct but is wrong. This is called a hallucination.

Myth	Truth
AI thinks and feels like humans.	AI does not have feelings. It follows instructions and patterns in data.
AI predictions are always fair.	If the data is unbalanced, AI predictions can be unfair.
AI works without Mathematics	AI depends on mathematics like pattern, ratios, and logical rules

Guidance: Before allowing any AI-based activity, instruct learners to read the relevant textbook section thoroughly. Demonstrate how to frame clear, subject-specific prompts including class level, chapter name, and concept. Monitor student interactions with AI tools and ensure that responses are verified with textbook content. Reinforce that AI-generated answers must not be copied without understanding. Promote responsible digital behaviour and academic.

Chapter-wise AI-Supported Exploration

Tasks for Students to Explore with AI (Mathematics – Semester 1)

Chapter	Foundational Level	Analytical Level	Creative Level
Chapter 1: Large Numbers Around us	• Define a lakh and a crore. • Round 4,63,128 to the nearest lakh.	• Compare the Indian and American number systems. • Explain why rounding (approximation) is useful in real life in AI systems.	• Investigate how search engines use approxi mations to rank and display results. • Create a large-number dataset and identity a rising or falling trend with it.

ریاضی میں مؤثر پرامپٹس لکھنا

پرامپٹس وہ ہدایت یا سوال ہے جو کسی AI ٹول کو دیا جاتا ہے۔ ریاضی میں ایک اچھے پرامپٹس میں درج ذیل چیزیں شامل ہونی چاہئیں:

- جماعت کی سطح (مثلاً جماعت 7)
- باب کا نام اور مخصوص تصور
- ریاضیاتی کام کی واضح وضاحت
- اگر ضرورت ہو تو مرحلہ وار وضاحت کی درخواست

مثال پرامپٹس: "میں جماعت 7 کا طالب علم ہوں۔ براہِ کرم اس ڈیٹاسیٹ (ہفتہ وار درجہ حرارت: 28.5، 29.2، 31.0، 32.5، 33.1) میں رجحان کیسے پہچانا جاتا ہے سمجھائیں اور یہ بھی بتائیں کہ ایک AI موسمی نظام اگلے ہفتے کی کیا پیش گوئی کرے گا۔"

کیا AI ریاضی میں غلطی کر سکتا ہے؟

AI نظام طاقتور ہوتے ہیں، لیکن ہمیشہ مکمل طور پر درست نہیں ہوتے۔ AI انسانوں کی طرح نہ سوچتا ہے اور نہ محسوس کرتا ہے۔ یہ مکمل طور پر دیے گئے ڈیٹا پر انحصار کرتا ہے۔ اگر ڈیٹا نامکمل، غیر منصفانہ یا غلط ہو تو AI غلط جواب دے سکتا ہے۔ بعض اوقات AI ایسا جواب دیتا ہے جو درست لگتا ہے مگر حقیقت میں غلط ہوتا ہے۔ اسے **ہیلوسی نیشن** کہا جاتا ہے۔

حقیقت	غلط فہمی
AI: کے پاس احساسات نہیں ہوتے، یہ صرف ڈیٹا میں موجود ہدایات اور نمونوں پر کام کرتا ہے۔	AI: انسانوں کی طرح سوچتا اور محسوس کرتا ہے۔
اگر ڈیٹا غیر متوازن ہو تو AI کی پیش گوئیاں بھی غیر منصفانہ ہو سکتی ہیں۔	AI: کی پیش گوئیاں ہمیشہ منصفانہ ہوتی ہیں۔
AI: مکمل طور پر ریاضی جیسے نمونوں، نسبتوں اور منطقی قواعد پر انحصار کرتا ہے۔	AI: ریاضی کے بغیر کام کرتا ہے۔

رہنمائی: کسی بھی AI پر مبنی سرگرمی سے پہلے طلبہ کو متعلقہ نصابی حصہ غور سے پڑھنے کی ہدایت دی جائے۔ واضح اور مضمون سے متعلق پرامپٹس بنانے کا طریقہ سکھایا جائے جن میں جماعت، باب اور تصور شامل ہو۔ طلبہ کی AI کے ساتھ سرگرمیوں کی نگرانی کی جائے اور جوابات کو نصابی مواد سے ضرور چیک کیا جائے۔ اس بات کو یقینی بنایا جائے کہ AI کے جوابات بغیر سمجھے نقل نہ کیے جائیں۔ ذمہ دار ڈیجیٹل رویے اور تعلیمی دیانت کو فروغ دیا جائے۔

باب وار AI معاون سرگرمیاں

ریاضی (سمسٹر 1) — طلبہ کے لیے سرگرمیاں

تخلیقی مرحلہ	تجزیاتی مرحلہ	بنیادی مرحلہ	باب
• ایک بڑا ڈیٹاسیٹ بنائیں اور اس میں بڑھتے یا کم ہوتے رجحان کی نشاندہی کریں۔ • تلاش کریں کہ سرچ انجن کس طرح اندازوں سے نتائج کی درجہ بندی کرتے ہیں۔	• ہندوستانی اور امریکی عددی نظام کا موازنہ کریں۔ • وضاحت کریں کہ AI نظام میں راؤنڈنگ کیوں استعمال ہوتی ہے۔	• لاکھ اور کروڑ کی تعریف کریں۔ • 4,63,128 کو قریب ترین لاکھ تک گول کریں۔	**باب 1:** **ہمارے آس پاس کے بڑے اعداد**

Chapter 2 : Expressions	• List the terms in the expression 23 - 10×2 • Define the distributive property with an example. prediction machine	• Write a linear expression for a real-life pricing situation (e.g. taxi fare) • Evaluate your expression describe the pattern.	• Explore how computers use the order of operations. • Design a simple for 3 different inputs and that uses a linear expression to produce outputs for different inputs.
Chapter 3 : A Peek Beyond the point	• Convert 7/10 into a decimal. • List three places where decimals are used in daily life.	• Compare 2.5 and 2.05 which is larger and why? systems. • Explain how a weather AI uses decimal temperature readings to identify a rising or falling trend.	• Investigate how sensor data is stored as decimal numbers in AI systems. • Research a historical decimal disaster and explain how better data handling could have prevented it.
Chapter 4 : Expression using Letter Numbers	• Write an expression for 5 more than a number.	• Write a linear equation for a taxi fare (base fare + rate per km) and explain why it is a prediction model.	• Explain how algebric formulas are like algorithms in a computer program. • Model three different pricing plans as linear equation and compare their predictions graphically.
Chapter 5 : Paralle and Intersecting Lines	• Define parallel and perpendicular lines. • Identify a pair of parallel lines in the classroom.	• If two parallel lines are cut by a transversal forming a 60° angle find all other angles and give a reason for each step. • Practise explainable thinking state not just the answer, but why each step follows.	• Investigate how self-driving cars use geometry and sensors to detect road lanes. • Design an explainable rule card for a geometry proof, with a clear reason written for every step.

AP SCERT

• دریافت کریں کہ کمپیوٹر عمل کی کیسے استعمال کرتے ہیں۔ • ایک سادہ "پیش گوئی کرنے والی مشین" ڈیزائن کریں جو خطی عبارت سے مختلف ان پٹ پر آؤٹ پٹ دے۔	• حقیقی زندگی کی قیمتوں (مثلاً ٹیکسی کرایہ) کے لیے خطی عبارت لکھیں۔ • اپنی عبارت کو 3 مختلف قدروں کے لیے حل کریں اور نمونہ بیان کریں۔	• عبارت $2 \times 10 - 23$ کے حدود لکھیں۔ • تقسیمی خاصیت کی تعریف ایک مثال کے ساتھ کریں۔	**باب 2:** **عبارتیں**
• دریافت کریں کہ سینسر ڈیٹا کو AI نظاموں میں اعشاریہ شکل میں کیسے محفوظ کیا جاتا ہے۔ • ایک تاریخی اعشاریہ سے متعلق مسئلہ تلاش کریں اور بتائیں کہ بہتر ڈیٹا ہینڈلنگ کیسے مدد دے سکتی تھی۔	• 2.5 اور 2.05 کا موازنہ کریں اور بتائیں کون سا بڑا ہے اور کیوں۔ • وضاحت کریں کہ موسمی AI نظام درجہ حرارت کے اعشاریہ اعداد سے رجحان کیسے پہچانتا ہے۔	• 7/10 کو اعشاریہ میں تبدیل کریں۔ • روزمرہ زندگی میں اعشاریہ کے تین استعمال لکھیں۔	**باب 3:** **ایک نظر** **نقطہ سے پرے**
• الجبری فارمولوں کو کمپیوٹر پروگرام کے الگورتھم سے تشبیہ دیں۔ • مختلف قیمت ماڈلز کو گراف کی صورت میں موازنہ کریں۔	• ٹیکسی کرایہ کے لیے خطی مساوات لکھیں (بیس کرایہ + فی کلومیٹر شرح) اور اسے بطور پیش گوئی ماڈل سمجھائیں۔ • تین مختلف قیمت ماڈلز کا موازنہ کریں۔	• کسی عدد سے 5 زیادہ کے لیے عبارت لکھیں۔ • متغیر کی تعریف کریں۔	**باب 4:** **حروفی اعداد کی مستعمل عبارتیں**
• خودکار گاڑیوں میں جیومیٹری کے استعمال کی تحقیق کریں۔ • جیومیٹری کے لیے "rule card" ڈیزائن کریں جس میں ہر قدم کی واضح وجہ ہو۔	• اگر دو متوازی لائنوں کو $60°$ زاویے پر کاٹا جائے تو باقی زاویے معلوم کریں اور ہر قدم کی وضاحت کریں۔ ہر مرحلے کی وجہ کے ساتھ مسئلہ حل کریں (صرف جواب نہیں)۔	• متوازی اور متقاطع خطوط کی تعریف کریں۔ • کلاس روم میں متوازی خطوط کی مثال تلاش کریں۔	**باب 5:** **متوازی اور متقاطع خطوط**

AP SCERT

Chapter 6 : Number play	Define even and odd numbers (parity). • Find the mean of 72, 85, 68, 91, 74	Calculate the mean, median, and mode of a small dataset. • Explain why an AI health app uses average steps rather than a single day's count to detect a change.	•Research howparity is used in computer error detection. • Investigate the Virahanka Fibonacci sequence in nature and describe what pattern an AI would learn from it.
Chapter 7 : A Tale of Three Inter secting Lines	• List the three types of triangles based on sides. • State of Triangle Inequality.	• Explain why a triangle with sides 3, 4, and 8 impossible. • Construct a triangle given two sides and the included angle (SAS) and justify each construction step.	• Explain a step-by-step proof of the Angle sum Property using parallel lines. • Reserach and describe how GPS trilateration to find precise locations.

Guidance: During the concluding discussion, guide learners to reflect on how the first eight chapters collectively develop core mathematical abilities aligned with the five AI curriculum subtopics: Patterns & Sequences, Linear Equations as Prediction Models, Trend & Correlation, Averages & Data Handling, and Explainable Thinking. Help them articulate how these skills are essential both in mathematics learning and in intelligent systems. Encourage small, supervised activities that apply textbook knowledge in real-life situations. Reinforce disciplined thinking, ethical technology use, and careful verification of all information.

Conclusion: The first eight chapters of this semester develop five core mathematical skills that are directly aligned with how Artificial Intelligence works: pattern recognition, linear prediction modelling, trend and correlation analysis, data handling and averages, and explainable step-by-step reasoning. These same skills form the foundation of intelligent systems.

Mathematical thinking prepares learners to understand how machines represent problems, learn from data, identify trends, summarise information, and explain their decisions. With careful study, responsible use of technology, and disciplined inquiry, Mathematical knowledge becomes useful and helpful for people.

APSCERT

• تحقیق کریں کہ کمپیوٹر سسٹمز میں parity (جفت / طاق نظام) غلطی کی نشاندہی کے لیے کیسے استعمال ہوتا ہے۔ • وراہنگاؤ نیکی سلسلہ کو فطرت میں تلاش کریں اور بتائیں کہ AI اس میں کون سا نمونہ سیکھ سکتا ہے۔	• ایک چھوٹے ڈیٹاسیٹ کا اوسط، وسط اور سب سے زیادہ آنے والی قدر معلوم کریں۔ • وضاحت کریں کہ ایک AI صحت ایپ اوسط قدموں کو کیوں استعمال کرتی ہے بجائے صرف ایک دن کے ڈیٹا کے۔	• جفت اور طاق اعداد (Parity) کی تعریف کریں۔ • 74،91،68،85،72 کا اوسط معلوم کریں۔	**باب 6:** **عددی کھیل**
• زاویوں کے مجموعے کے اصول کو متوازی خطوط کی مدد سے ثابت کریں۔ • GPS ٹرائیلیٹریشن کے ذریعے درست مقام معلوم کرنے کے طریقے کی تحقیق کریں۔	• وضاحت کریں کہ 3، 4 اور 8 کی لمبائی سے مثلث کیوں ممکن نہیں۔ • دو اضلاع اور شامل زاویہ (SAS) کے ذریعے مثلث کی تعمیر کریں اور ہر قدم کی وضاحت کریں۔	• لمبائی کے لحاظ سے مثلث کی اقسام بیان کریں۔ • مثلث عدم مساوات بیان کریں۔	**باب 7:** **تین متقاطع خطوط کی کہانی**

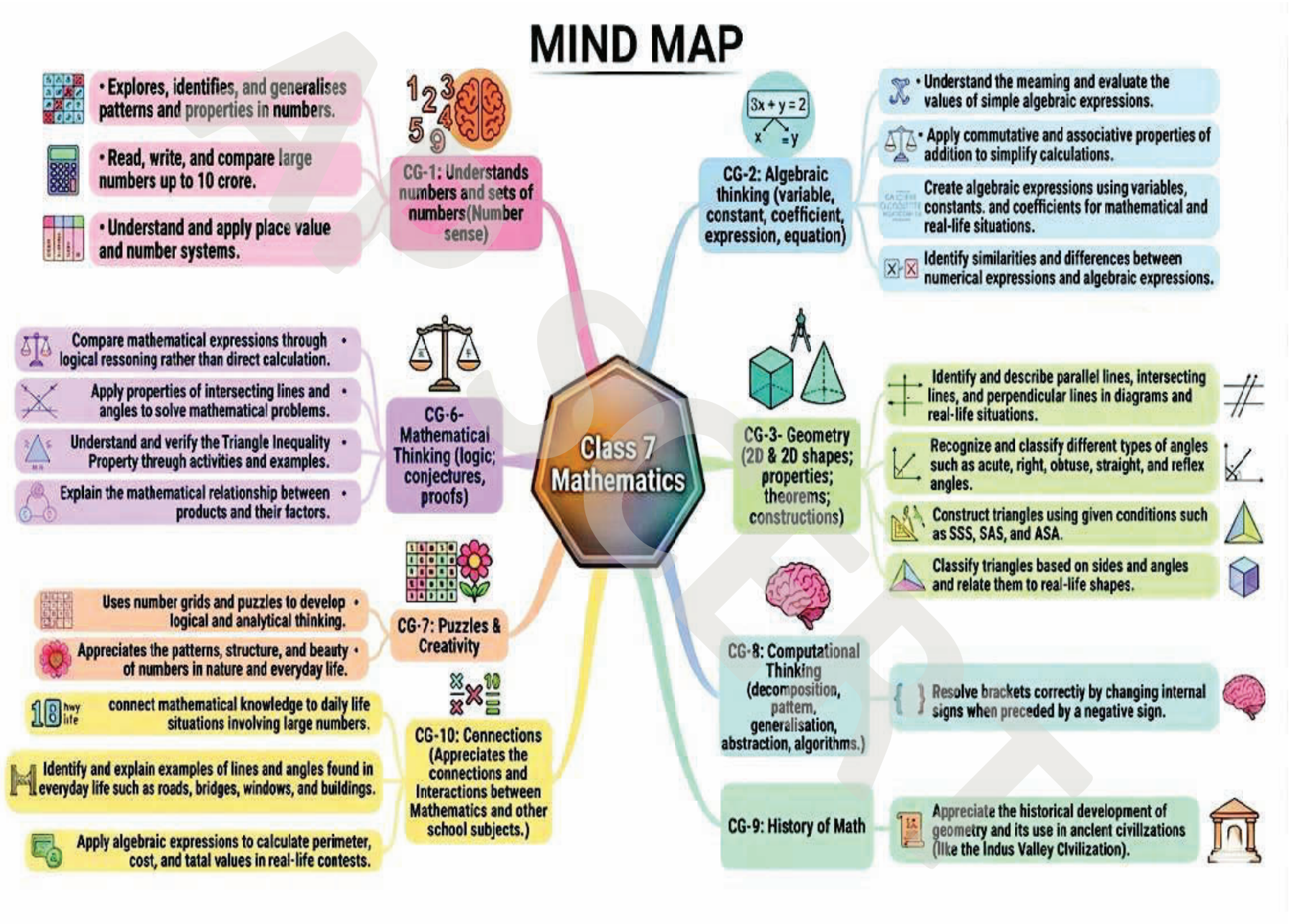
رہنمائی (Guidance): اختتامی گفتگو کے دوران طلبہ کی رہنمائی کریں کہ وہ غور کریں کہ پہلے آٹھ ابواب مجموعی طور پر پانچ بنیادی ریاضیاتی مہارتیں پیدا کرتے ہیں جو مصنوعی ذہانت (AI) کے بنیادی تصورات سے جڑی ہوئی ہیں: نمونوں اور سلسلوں کی پہچان، خطی مساوات بطور پیش گوئی ماڈل، رجحان اور تعلقات کا تجزیہ، ڈیٹا ہینڈلنگ اور اوسط، مرحلہ وار وضاحت اور منطقی سوچ۔ طلبہ کو یہ سمجھنے میں مدد دیں کہ یہی مہارتیں ذہین نظاموں (intelligent systems) کی بنیاد ہیں۔ مختصر، نگرانی شدہ سرگرمیوں کے ذریعے ریاضی کو حقیقی زندگی سے جوڑیں۔ ذمہ دارانہ ٹیکنالوجی کے استعمال، اخلاقی رویے اور معلومات کی تصدیق پر زور دیں۔

نتیجہ (Conclusion): اس سمسٹر کے پہلے آٹھ ابواب پانچ بنیادی ریاضیاتی مہارتیں پیدا کرتے ہیں جو مصنوعی ذہانت کے کام کرنے کے طریقے سے براہِ راست جڑی ہوئی ہیں: پیٹرن کی پہچان، خطی پیش گوئی ماڈلنگ، رجحان اور تعلق کا تجزیہ، ڈیٹا ہینڈلنگ اور اوسط، اور قابلِ وضاحت مرحلہ وار سوچ۔ یہی مہارتیں ذہین نظاموں کی بنیاد ہیں۔

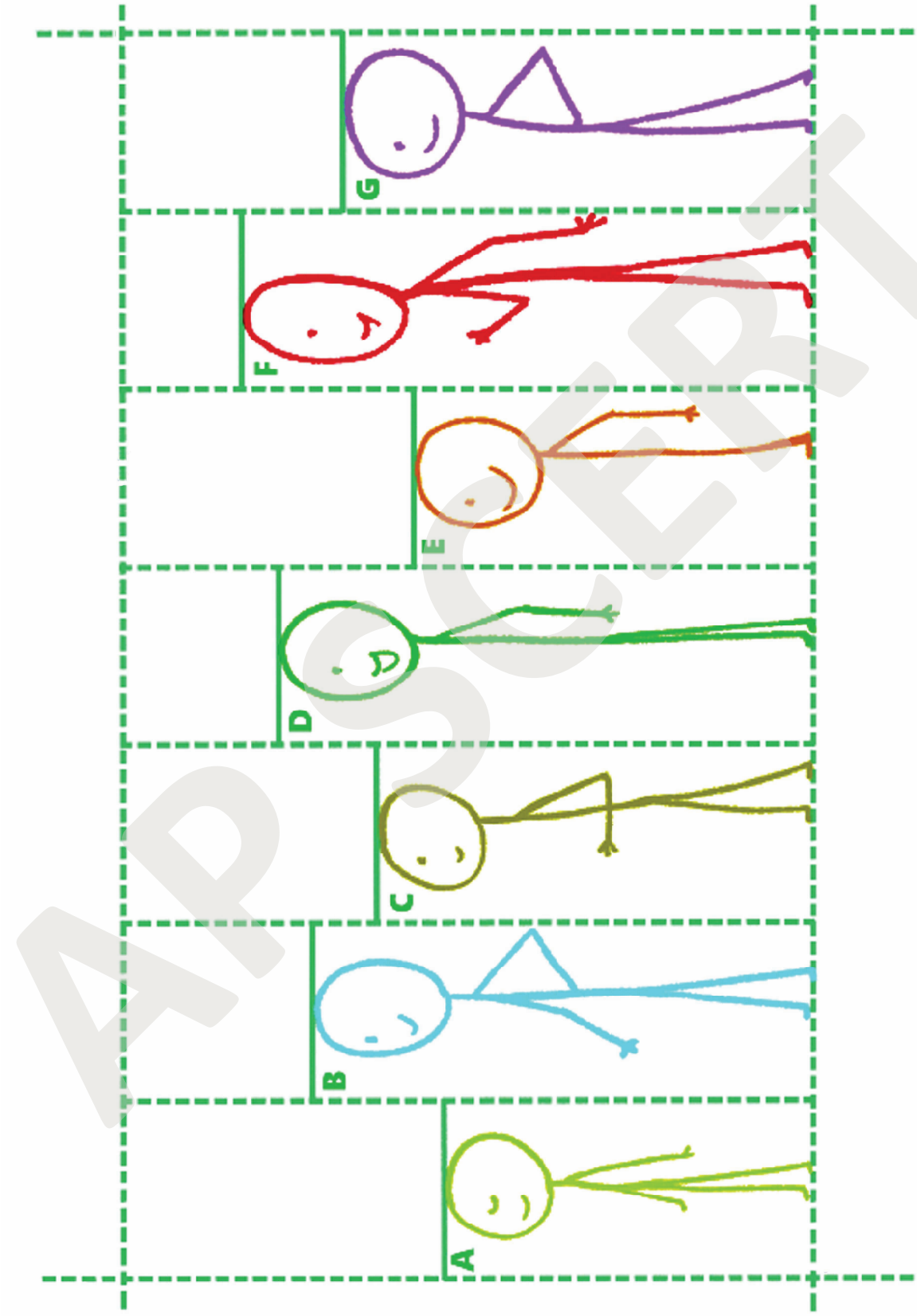
ریاضیاتی سوچ طلبہ کو یہ سمجھنے میں مدد دیتی ہے کہ مشینیں مسائل کو کیسے ظاہر کرتی ہیں، ڈیٹا سے کیسے سیکھتی ہیں، رجحانات کیسے پہچانتی ہیں، معلومات کو کیسے خلاصہ کرتی ہیں اور اپنے فیصلوں کی وضاحت کیسے کرتی ہیں۔

منظم مطالعہ، ذمہ دارانہ ٹیکنالوجی کے استعمال اور محتاط تحقیق کے ذریعے ریاضی کا علم انسانوں کے لیے زیادہ مفید اور مؤثر بن جاتا ہے۔

MIND MAP


Class 7 Mathematics
CG-1: Understands numbers and sets of numbers (Number sense)
• Explores, identifies, and generalises patterns and properties in numbers.
• Read, write, and compare large numbers up to 10 crore.
• Understand and apply place value and number systems.
CG-2: Algebraic thinking (variable, constant, coefficient, expression, equation)
3x + y = 2
x
=y
• Understand the meaning and evaluate the values of simple algebraic expressions.
• Apply commutative and associative properties of addition to simplify calculations.
Create algebraic expressions using variables, constants, and coefficients for mathematical and real-life situations.
Identify similarities and differences between numerical expressions and algebraic expressions.
CG-3- Geometry (2D & 2D shapes; properties; theorems; constructions)
Identify and describe parallel lines, intersecting lines, and perpendicular lines in diagrams and real-life situations.
Recognize and classify different types of angles such as acute, right, obtuse, straight, and reflex angles.
Construct triangles using given conditions such as SSS, SAS, and ASA.
Classify triangles based on sides and angles and relate them to real-life shapes.
CG-6- Mathematical Thinking (logic; conjectures, proofs)
Compare mathematical expressions through logical ressoning rather than direct calculation.
Apply properties of intersecting lines and angles to solve mathematical problems.
Understand and verify the Triangle Inequality Property threugh activities and examples.
Explain the mathematical relationship between products and their factors.
CG-7: Puzzles & Creativity
Uses number grids and puzzles to develop logical and analytical thinking.
Appreciates the patterns, structure, and beauty of numbers in nature and everyday life.
CG-8: Computational Thinking (decomposition, pattern, generalisation, abstraction, algorithms.)
Resolve brackets correctly by changing internal signs when preceded by a negative sign.
CG-9: History of Math
Appreciate the historical development of geometry and its use in ancient civilizations (like the Indus Valley Civilization).
CG-10: Connections (Appreciates the connections and interactions between Mathematics and other school subjects.)
connect mathematical knowledge to daily life situations involving large numbers.
Identify and explain examples of lines and angles found in everyday life such as roads, bridges, windows, and buildings.
Apply algebraic expressions to calculate perimeter, cost, and tatal values in real-life contests.

STICK FIGURE CUTOUTS



APSCERT

FUNDAMENTAL DUTIES

Fundamental duties: It shall be the duty of every citizen of India-

(a) to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;

(b) to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;

(c) to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;

(d) to defend the country and render national service when called upon to do so;

(e) to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;

(f) to value and preserve the rich heritage of our composite culture;

(g) to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers and wild life, and to have compassion for living creatures;

(h) to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;

(i) to safeguard public property and to abjure violence.

(j) to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement;

(k) who is a parent or guardian, to provide opportunities for education to his child or, as the case may be ward between the age of six and fourteen years.

- Constitution of India,
Part IV A (Article 51 A)

Right of Children to Free and Compulsory Education (RTE) Act, 2009

The RTE Act provides for the right of children to free and Compulsory Education to every child in the age group of 6 – 14 years which came into force from 1st April 2010 in Andhra Pradesh.

Important provisions of RTE Act

- Ensure availability of schools within the reach of the children.
- Improve School infrastructure facilities.
- Enroll children in the class appropriate to his / her age.
- Children have a right to receive special training in order to be at par with other children.
- Providing appropriate facilities for the education of children with special needs on par with other children.
- No child shall be liable to pay any kind of fee or charges or expenses which may prevent him or her from pursuing and completing the elementary education. No test for admitting the children in schools.
- No removal of name and repetition of the child in the same class.
- No child admitted in a school shall be held back in any class or expel from school till the completion of elementary education.
- No child shall be subjected to physical punishment or mental harassment.
- Admission shall not be denied or delayed on the ground that the transfer and other certificates have not been provided on time.
- Eligible candidates alone shall be appointed as teachers.
- The teaching learning process and evaluation procedures shall promote achievement of appropriate competencies.
- No board examinations shall be conducted to the children till the completion of elementary education.
- Children can continue in the schools even after 14 years until completion of elementary education.
- No discrimination and related practices towards children belonging to backward and marginalized communities.
- The curriculum and evaluation procedures must be in conformity with the values enshrined in the constitution and make the child free of fear and anxiety and help the child to express views freely.