CLASS - 7

MATHEMATICS

(ENGLISH - ODIA VERSION)

SEMESTER - 1

AP SCERT

© Government of Andhra Pradesh, Amaravati

First Published 2026

DISCLAIMER

Any form of copying of the content, information and illustrations from this textbook is a punishable offence.

All rights reserved

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published. Without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser. The copyright holder of this book is the Commissioner of School Education, Amaravati, Andhra Pradesh.

This book has been printed on 70 GSM, SS Maplitho, Title Page 220 GSM, White Artcard.

Published by Samagra Shiksha & SCERT - Government of Andhra Pradesh, Amaravati.

Vande Mataram



Vande Mataram!

Sujalam, suphalam, malayaja shitalam,

Shasyashyamalam, Mataram!

Vande Mataram!

Shubhrajyotsna pulakitayaminim,

Phullakusumita drumadala shobhinim,

Suhasinim sumadhura bhashinim,

Sukhadam varadam, Mataram!

Vande Mataram, Vande Mataram!

- Bankimchandra Chatterji

ବନ୍ଦେ ମାତରମଂ

ବନ୍ଦେ ମାତରମଂ!

ସୁଜଳାଂ ସୁଫଳାଂ ମଳୟଜ ଶୀତଳାଂ

ଶସ୍ୟ ଶ୍ୟାମଳାଂ, ମାତରଂ

ବନ୍ଦେ ମାତରଂ!

ଶୁଭ୍ର ଜ୍ୟୋସ୍ନା ପୁଲକିତୟାମିନୀଂ

ଫୁଲ୍ଲକୁସୁମିତ ଦ୍ରୁମଦଳ ଶୋଭିନୀଂ

ସୁହାସିନୀଂ ସୁମଧୁର ଭାଷିଣୀଂ

ସୁଖଦାଂ ବରଦାଂ ମାତରଂ

ବନ୍ଦେ ମାତରମଂ! ବନ୍ଦେ ମାତରମଂ!

– ବଙ୍କିମ ଚନ ଚାଟାର୍ଜୀ

AP SCERT

Printed in India
at the A.P. Govt., Textbook Press,
Amaravati, Andhra Pradesh.

Our National Anthem | ଆମ ଜାତୀୟ ସଙ୍ଗୀତ

Jana-gana-mana-adhinayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata
Panjaba-Sindhu-Gujarata-Maratha
Dravida-Utkala-Banga
Vindhya-Himachala-Yamuna-Ganga
uchchala-jaladhi-taranga
Tava Subha name jage,
tava subha asisa mage,
gahe tava jaya-gatha.
Jana-gana-mangala-dayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Jaya he, Jaya he, Jaya he,
jaya jaya jaya jaya he.

- Rabindranath Tagore

ଜନ ଗଣ ମନ ଅଧିନାୟକ ଜୟ ହେ !
ଭାରତ ଭାଗ୍ୟ ବିଧାତା !
ପଞ୍ଜାବ, ସିନ୍ଧୁ, ଗୁଜରାଟ, ମରାଠା,
ଦ୍ରାବିଡ଼, ଉତ୍କଳ, ବଙ୍ଗ !
ବିନ୍ଧ୍ୟ, ହିମାଚଳ, ଯମୁନା, ଗଙ୍ଗା !
ଉଚ୍ଛଳ ଜଳଧି ତରଙ୍ଗ !
ତବ ଶୁଭ ନାମେ ଜାଗେ !
ତବ ଶୁଭ ଆଶିଷ ମାଗେ !
ଗାହେ ତବ ଜୟ ଗାଥା !
ଜନ ଗଣ ମଙ୍ଗଳ ଦାୟକ ଜୟ ହେ !
ଭାରତ ଭାଗ୍ୟ ବିଧାତା !
ଜୟ ହେ ! ଜୟ ହେ ! ଜୟ ହେ !
ଜୟ ଜୟ ଜୟ ଜୟ ହେ !

– ରବୀନ୍ଦ୍ରନାଥ ଠାକୁର

AP SCERT

Pledge | ଶପଥ

"India is my country. All Indians are my brothers and sisters.
I love my country and I am proud of its rich and varied heritage.

I shall always strive to be worthy of it.

I shall give my parents, teachers and all elders respect,
and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.

To my country and my people, I pledge my devotion.
In their well-being and prosperity alone lies my happiness."

- Pydimarri Venkata Subba Rao

"ଭାରତ ମୋର ମାତୃଭୂମି । ସମସ୍ତ ଭାରତୀୟ ମୋର ଭାଇ ଓ ଭଉଣୀ ।
ମୁଁ ମୋ ଦେଶକୁ ଭଲପାଏ ଏବଂ ଏହାର ଐଶ୍ୱର୍ଯ୍ୟପୂର୍ଣ୍ଣ ନାନାବିଧ ପରମ୍ପରା ପାଇଁ ମୁଁ ଗର୍ବିତ ।
ମୁଁ ଏହାର ଯୋଗ୍ୟ ସନ୍ତାନ ହେବା ପାଇଁ ସର୍ବଦା ଚେଷ୍ଟା କରିବି ।
ମୁଁ ମୋର ପିତାମାତା, ଗୁରୁ ଏବଂ ସମସ୍ତ ଗୁରୁଜନଙ୍କୁ ସମ୍ମାନ ଦେଖାଇବି ଓ
ସମସ୍ତଙ୍କୁ ଭଦ୍ର ବ୍ୟବହାର ଦେଖାଇବି । ମୁଁ ପ୍ରାଣୀମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ସଦୟ ରହିବି ।
ମୋ ଦେଶ ଓ ଦେଶବାସୀଙ୍କ ସେବା କରିବା ପାଇଁ ମୁଁ ଶପଥ ନେଉଅଛି ।
ସେମାନଙ୍କର ମଙ୍ଗଳ ଓ ଉନ୍ନତିରେ ହିଁ ମୋର ସୁଖ ନିହିତ ।"

– ପାଇଡ଼ିମାରି ଭେଙ୍କାଟା ସୁବ୍ବାରାଓ

AP SCERT

National Education Policy - 2020

The National Education Policy 2020 (NEP 2020) envisions a holistic, flexible, and learner-centred education system. It emphasizes competency-based learning and experiential approaches that make education meaningful and engaging. NEP 2020 highlights the importance of 21st-century skills such as critical thinking, creativity, communication, and problem-solving. It encourages the integration of real-life learning, innovation, and technology-enabled pedagogies. Overall, the policy aims to build an inclusive and future-ready education system that empowers every learner to thrive in a rapidly changing world.

NCF (SE) 2023 - Curricular Goals

Mathematics education in the middle stage (Grades 6–8) aims to nurture holistic development by building logical thinking, sound reasoning, and confident problem-solving skills in every learner. In alignment with NCF 2023, the focus shifts from rote memorization to deep conceptual understanding, encouraging students to explore, question, and connect mathematical ideas meaningfully. The Curriculum Goals and Competencies outlined in each chapter guide this journey by linking mathematical learning to real-world contexts, preparing students to apply their knowledge thoughtfully in everyday life.

Curricular Goal	Description	Competencies
CG - 1	Understands numbers and sets of numbers (whole numbers, fractions, integers, rational numbers, and real numbers), looks for patterns, and appreciates relationships between numbers.	C-1.1: Develops a sense for and an ability to manipulate (e.g., read, write, form, compare, estimate, and apply operations) and name (in words) large whole numbers of up to 20 digits, and expresses them in scientific notation using exponents and powers. C-1.2: Discovers, identifies, and explores patterns in numbers and describes rules for their formation (e.g., multiples of 7, powers of 3, prime numbers), and explains relations between different patterns. C-1.3: Learns about the inclusion of zero and negative quantities as numbers, and the arithmetic operations on them, as given by Brahmagupta. C-1.4: Explores and understands sets of numbers, such as whole numbers, fractions, integers, rational numbers, and real numbers, and their properties, and visualises them on the number line. C-1.5: Explores the idea of percentage and applies it to solve problems. C-1.6: Explores and applies fractions (both as ratios and in decimal form) in daily-life situations.
CG - 2	Understands the concepts of variable, constant, coefficient, expression, and (one-variable) equation, and uses these concepts to solve meaningful daily-life problems with procedural fluency.	C-2.1: Understands equality between numerical expressions and learns to check arithmetical equations. C-2.2: Extends the representation of a number in the form of a variable or an algebraic expression using a variable. C-2.3: Forms algebraic expressions using variables, coefficients, and constants and manipulates them through basic operations. C-2.4: Poses and solves linear equations to find the value of an unknown, including to solve puzzles and word problems. C-2.5: Develops own methods to solve puzzles and problems using algebraic thinking.
CG - 3	Understands, formulates, and applies properties and theorems regarding simple geometric shapes (2D and 3D).	C-3.1: Describes, classifies, and understands relationships among different types of two- and three-dimensional shapes using their defining properties/attributes. C-3.2: Outlines the properties of lines, angles, triangles, quadrilaterals, and polygons and applies them to solve related problems. C-3.3: Identifies attributes of three-dimensional shapes (cubes, parallelepipeds, cylinders, cones), works hands-on with material to construct these shapes, and also uses two-dimensional representations of three-dimensional objects to visualise and solve problems. C-3.4: Draws and constructs geometric shapes, such as lines, parallel lines, perpendicular lines, angles, and simple triangles, with specified properties using a compass and straightedge. C-3.5: Understands congruence and similarity as it applies to geometric shapes and identifies similar and congruent triangles.

APSCERT

Curricular Goal	Description	Competencies
CG - 6	Develops mathematical thinking and the ability to communicate mathematical ideas logically and precisely.	C-6.1: Applies both inductive and deductive logic to formulate definitions and conjectures, evaluate and produce convincing arguments/proofs to turn these definitions and conjectures into theorems or correct statements, particularly in the areas of algebra, elementary number theory, and geometry.
CG - 7	Engages with puzzles and mathematical problems and develops own creative methods and strategies to solve them.	C-7.1: Demonstrates creativity in discovering one's own solutions to puzzles and other problems, and appreciates the work of others in finding their own, possibly different, solutions. C-7.2: Engages in and appreciates the artistry and aesthetics of puzzle-making and puzzle-solving.
CG - 8	Develops basic skills and capacities of computational thinking, namely, decomposition, pattern recognition, data representation, generalisation, abstraction, and algorithms in order to solve problems where such techniques of computational thinking are effective.	C-8.1: Approaches problems using programmatic thinking techniques such as iteration, symbolic representation, and logical operations and reformulates problems into series of ordered steps (i.e., algorithmic thinking). C-8.2: Learns systematic counting and listing, systematic reasoning about counts and iterative patterns, and multiple data representations; learns to devise and follow algorithms, with an eye towards understanding correctness, effectiveness, and efficiency of algorithms.
CG - 9	Knows and appreciates the development of mathematical ideas over a period of time and the contributions of past and modern mathematicians from India and across the world.	C-9.1: Recognises how concepts (like counting numbers, whole numbers, negative numbers, rational numbers, zero, concepts of algebra, geometry) evolved over a period of time in different civilisations. C-9.2: Knows and appreciates the contributions of specific Indian mathematicians (such as Baudhayana, Pingala, Aryabhata, Brahmagupta, Virahanka, Bhaskara, and Ramanujan).
CG - 10	Knows about and appreciates the interaction of Mathematics with each of their other school subjects.	C-10.1: Recognizes how Mathematics interacts with Science, Social Science, Visual Arts, Music, Vocational Education, and Sports.

APSCERT

CLASS - 7
MATHEMATICS
SEMESTER (ସେମିଷ୍ଟର) - 1
CONTENTS

S.No	Chapter Name	Month	Page.No
	Readiness Programme ପ୍ରସ୍ତୁତି କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ	June ଜୁନ୍	2 - 45
1	Large Numbers Around Us ଆମ ଚାରିପଟେ ଥିବା ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା	July ଜୁଲାଇ	46 - 87
2	Arithmetic Expressions ପାଟୀଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ	July ଜୁଲାଇ	88 - 135
3	A Peek Beyond the Point ସଂଖ୍ୟାର ମଝିରେ ବିନ୍ଦୁର ଗୁରୁତ୍ୱ	July - August ଜୁଲାଇ- ଅଗଷ୍ଟ	136 - 205
4	Expressions using Letter-Numbers ଅକ୍ଷର ଓ ସଂଖ୍ୟା ମାଧ୍ୟମରେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ	August ଅଗଷ୍ଟ	206 - 257
5	Parallel and Intersecting Lines ସମାନ୍ତର ଓ ଛେଦନ ରେଖା	August - September ଅଗଷ୍ଟ - ସେପ୍ଟେମ୍ବର	258 - 305
6	Number Play ସଂଖ୍ୟା ଖେଳ	September ସେପ୍ଟେମ୍ବର	306 - 353
7	A Tale of Three Intersecting Lines ତିନୋଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ସରଳରେଖାର କଥା	September - October ସେପ୍ଟେମ୍ବର - ଅକ୍ଟୋବର	354 - 411
	Answers		412 - 457
	Integrating Artificial Intelligence (AI) କୃତ୍ରିମ ବୁଦ୍ଧିମତ୍ତା (AI) ସହ ସମନ୍ୱୟ	October ଅକ୍ଟୋବର	458 - 475
	Mind Map		476

AP SCERT

ସଙ୍କେତ



ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା : ଆଲୋଚନାତ୍ମକ ପ୍ରଶ୍ନ

ଚେଷ୍ଟାକର

ଚେଷ୍ଟାକର : ସୃଜନାତ୍ମକ ପରିସର

ଧାରଣା : ସ୍ପଷ୍ଟତା

Y5Y5Y4
Teacher Corner

S6V3G8
Student Corner

1. LARGE NUMBERS AROUND US

Y6V7V4

Teacher Corner

- **Key Terms :** Digit, Place Value, Indian system, (Hindu-Arbic Number System) International System, Round Up, Round Down, Approximation
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Digit	Any symbol 0-9 forming a number.	7,24,305 has 6 digits.
Place Value	Value of digit based on position.	5 in 5,32,000 = 5,00,000.
Lakh	Smallest 6-digit number. 1,00,000 = 100 thousands.	–
Crore	Smallest 8-digit number. 100 lakhs = 1,00,00,000.	–
Approximation	Replacing exact value with nearby value.	76,068 ≈ 76,000.
Round Up	Approx. number > actual.	732 people → order 750 sweets.
Round Down	Approx. number < actual.	₹ 470 item → say ₹450.
Indian System	Commas: 3–2–2 pattern from right.	1,23,45,678
International System	Commas every 3 digits from right.	1,000,000 = 1 million = 10 lakhs.

AP SCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. One lakh is 1 followed by _____ zeroes.
2. Place value of 4 in 4,85,000 is _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. How many digits does 1 Crore have? ( )
   (a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9

DAY-1

1. ଆମ ଚାରିପଟେ ଥିବା ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା

U7K3X5

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ

- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ଅଙ୍କ, ସ୍ଥାନୀୟମୂଲ୍ୟ, ଭାରତୀୟ(ହିନ୍ଦୁ ଆରବିକ) ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ, ଅନ୍ତର୍ଜାତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ, ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକୁ ସଂଶୋଧନ (Round Up), ନିମ୍ନକୁ ସଂଶୋଧନ (Round Down), ଅନୁମାନ କରିବା ।
- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ଅର୍ଥ)	ଉଦାହରଣ
ଅଙ୍କ	ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନ ପାଇଁ 0–9 ଯାଏ ବ୍ୟବହୃତ ଯେ କୌଣସି ସଙ୍କେତ ।	7,24,305 ରେ 6 ଟି ଅଙ୍କ ଅଛି ।
ସ୍ଥାନୀୟ ମୂଲ୍ୟ	ଅଙ୍କର ସ୍ଥାନ ଅନୁଯାୟୀ ଥିବା ମୂଲ୍ୟ	5,32,000 ରେ 5ର ମୂଲ୍ୟ= 5,00,000.
ଲକ୍ଷ	6–ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା। 1,00,000 = 100 ହଜାର	–
କୋଟି	8–ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା। 100 ଲକ୍ଷ = 1,00,00,000.	–
ଅନୁମାନିକ ମୂଲ୍ୟ	ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତେ ଏହାର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ମୂଲ୍ୟ ନେବା	76,068 ≈ 76,000.
ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକୁ ସଂଶୋଧନ କରିବା (Round Up)	ଅନୁମାନିକ ମୂଲ୍ୟ > ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ	732 ଜଣ ଥିଲେ → 750 ଟି ମିଠା ଅର୍ଡର୍ ଦେବା
ନିମ୍ନକୁ ସଂଶୋଧନ କରିବା (Round Down)	ଅନୁମାନିକ ମୂଲ୍ୟ < ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ କହିବା ।	₹ 470 ବସ୍ତୁର ମୂଲ୍ୟ → ₹ 450
ଭାରତୀୟସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ	ଡାହାଣରୁ 3–2–2 ପ୍ରଣାଳୀରେ କମା। ରଖିବା	1,23,45,678
ଅନ୍ତର୍ଜାତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ	ଡାହାଣରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ 3 ଅଙ୍କ ପରେ କମା। ରଖିବା	1,000,000 = 1 ମିଲିଅନ୍= 10 ଲକ୍ଷ

AP SCERT

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. ଏକ ଲକ୍ଷରେ, 1 ପରେ _____ଟି ଶୂନ ଥାଏ ।
2. 4,85,000 ରେ 4 ର ସ୍ଥାନୀୟ ମୂଲ୍ୟ = _____ ।

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. ଏକ କୋଟିରେ ଥିବା ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା । ( )

(a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9

DAY-2 2. ARITHMETIC EXPRESSIONS

Teacher Corner

- **Key Terms :** Arithmetic Expression, value, operation, Terms, Brackets, Equation
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect eachconcept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Arithmetic Expression	A mathematical phrase with numbers and operations	12+5, 3×4, 5-3
Value of an Arithmetic expression	The result you get after calculating an expression.	13 + 2 = 15, so value is 15
Operation	+, -, ×, ÷	
Terms	Parts of an expression separated by '+' sign + (or) –	In 6×5+3, the terms are 6×5 and 3
Brackets	Symbols ( ) used to decide order of operation	30 + (5×4) → solve 5×4 first
Equation	A statement showing equality	15+7=22

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The value of the expression 8 × 5 is _____.
2. In 15 – 6, the terms are _____ and _____.
3. 30 + (4 × 5) = 30 + _____ = _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which expression has terms 6×3 and 7? ( )
   (a) 6+3×7 (b) 6×3+7 (c) (6+3)×7 (d) 6×(3+7)
2. What is the value of 50 – (12 + 8)? ( )
   (a) 30 (b) 70 (c) 46 (d) 42

AP SCERT



- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ପାଟୀ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ, ମୂଲ୍ୟ, ଗାଣିତିକ କ୍ରିୟା, ପଦ, ବନ୍ଧନୀ, ସମୀକରଣ
- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ଅର୍ଥ)	ଉଦାହରଣ
ପାଟୀ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ	ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଗାଣିତିକ କ୍ରିୟା ଥିବା ଉକ୍ତି	12+5, 3×4, 5−3
ପାଟୀ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ	ପରିପ୍ରକାଶର ସମାଧାନ ପରେ ପାଇବା ଫଳାଫଳ	13+2=15, ତେବେ ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି 15
ଗାଣିତିକ କ୍ରିୟା	+, −, ×, ÷	
ପଦ	'+' କିମ୍ବା '−' ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ପୃଥକ୍ କରାଯାଇଥିବା ଅଂଶ(ଭାଗ)	6×5+3 ରେ ପଦଗୁଡ଼ିକ 6×5 ଏବଂ 3
ବନ୍ଧନୀ	ଗାଣିତିକ କ୍ରିୟାର କ୍ରମକୁ ପୃଥକ୍ କରାଯାଉଥିବା ସଙ୍କେତ ( )	30 + (5×4) → ରେ ପ୍ରଥମେ 5×4 କୁ ସରଳକର
ସମୀକରଣ	ସମାନତାକୁ ସୂଚାଉଥିବା ଉକ୍ତି	15+7=22

APSCERT



ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. 8 × 5 ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ _____
2. 15 − 6 ରେ, ପଦଗୁଡ଼ିକ _____ ଏବଂ _____
3. 30 + (4 × 5) = 30 + _____ = _____

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. 6×3 ଏବଂ 7 ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ସମୀକରଣ କେଉଁଟି ? ( )
   (a) 6+3×7 (b) 6×3+7 (c) (6+3)×7 (d) 6×(3+7)
2. 50 − (12 + 8) ର ମୂଲ୍ୟ ? ( )
   (a) 30 (b) 70 (c) 46 (d) 42

3. A PEEK BEYOND THE POINT



- **Key Terms :** One-tenth $\left(\frac{1}{10}\right)$, One-hundredth $\left(\frac{1}{100}\right)$, One-thousandth $\left(\frac{1}{1000}\right)$, Decimal Point. Decimal Notation, Place Value (Decimal), Comparing Decimals, Unit Conversion
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
One-tenth $\left(\frac{1}{10}\right)$	One part when a unit is split into 10 equal parts.	Ruler mm marks: each mark = $\left(\frac{1}{10}\right)$ cm = 0.1 cm
One-hundredth $\left(\frac{1}{100}\right)$	One part when a unit is split into 100 equal parts.	1 mm = $\left(\frac{1}{100}\right)$ cm = 0.01 cm
One-thousandth $\left(\frac{1}{1000}\right)$	One part when a unit is split into 1000 equal parts.	1 g = $\left(\frac{1}{1000}\right)$ kg = 0.001 kg
Decimal Point '.'	Dot separating the whole-number part from the fractional part.	In 7.05, dot separates 7 (units) from 05
Decimal Notation	Writing numbers with fractional parts using place value and dot.	3 + $\left(\frac{4}{10}\right)$ = 3.4 ; 7 units and 5 hundredths = 7.05
Place Value (Decimal)	Tenths, Hundredths, Thousandths - Each place decreases 10 times from left to right	2.47: tenths = 4, hundredths = 7
Comparing Decimals	Compare digit by digit from the highest place value.	6.465 > 6.456 because hundredths: 6 > 5
Unit Conversion	Changing measurement using decimal unit relationships.	36 cm = 0.36 m ; 250 paise = Rs 2.50

APSCERT

DAY-3

୩. ସଂଖ୍ୟାର ମଝିରେ ବିନ୍ଦୁର ଗୁରୁତ୍ୱ



- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ଦଶାଂଶ $\left(\frac{1}{10}\right)$, ଶତାଂଶ $\left(\frac{1}{100}\right)$, ସହସ୍ରାଂଶ $\left(\frac{1}{1000}\right)$, ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ । ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ, ସ୍ଥାନୀୟ ମୂଲ୍ୟ(ଦଶାମିକ), ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ତୁଳନା, ଏକକ ପରିବର୍ତ୍ତନ ।

- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

  ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ଅର୍ଥ)	ଉଦାହରଣ
ଦଶାଂଶ $\left(\frac{1}{10}\right)$	ଏକ ଏକକକୁ 10 ସମାନ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କଲେ ପାଇବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶ ।	ସ୍କେଲ୍ ଉପରେ ଥିବା ମି.ମି. ମାପ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ମାପ = $\left(\frac{1}{10}\right)$ ସେ.ମି.= 0.1 ସେ.ମି.
ଶତାଂଶ $\left(\frac{1}{100}\right)$	ଏକ ଏକକକୁ 100 ସମାନ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କଲେ ପାଇବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶ ।	1 ମି.ମି. = $\left(\frac{1}{100}\right)$ ସେ.ମି. = 0.01 ସେ.ମି.
ସହସ୍ରାଂଶ $\left(\frac{1}{1000}\right)$	ଏକ ଏକକକୁ 1000 ସମାନ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କଲେ ପାଇବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶ ।	1 ଗ୍ରାମ୍ = $\left(\frac{1}{1000}\right)$ କି.ଗ୍ରା. = 0.001 କି.ଗ୍ରା.
ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ '.'	ଦଶମିକ ଅଂଶ ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଅଂଶକୁ ପୃଥକ୍ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁ ।	7.05 ରେ, ବିନ୍ଦୁଟି 7 (ଏକକ) କୁ ଏବଂ 05 କୁ ପୃଥକ୍ କରୁଛି ।
ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ	ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ଥାନୀୟ ମୂଲ୍ୟ ଏବଂ ବିନ୍ଦୁକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖିବା ।	3 + $\left(\frac{4}{10}\right)$ = 3.4 ; 7 ଏକକ ଏବଂ 5 ଶତାଂଶକୁ ପୃଥକ୍ କରିବା = 7.05
ସ୍ଥାନୀୟ ମୂଲ୍ୟ(ଦଶମିକ)	ଦଶାଂଶ, ଶତାଂଶ, ସହସ୍ରାଂଶରେ– ବାମରୁ ଡାହାଣକୁ ଗଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର 10 ଗୁଣ କମିଯାଏ ।	2.47 ରେ ଦଶାଂଶ = 4, ଶତାଂଶ = 7
ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ତୁଳନା	ସର୍ବାଧିକ ସ୍ଥାନୀୟମୂଲ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କକୁ ତୁଳନା କରିବା ।	6.465 > 6.456 କାରଣ ଶତାଂଶ: 6 > 5
ଏକକ ପରିବର୍ତ୍ତନ	ଦଶମିକ ଏକକ ସମ୍ବନ୍ଧ ବ୍ୟବହାର କରି ମାପର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବା ।	36 ସେ.ମି. = 0.36 ମି. ; 250 ପଇସା = ଟ. 2.50

AP SCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. 1 unit = _____ one-tenths.
2. 10 one-hundredths = _____ one-tenth.
3. The decimal notation for 3 units and 4 one-tenths is _____.
4. 1 cm = _____ mm, so 1 mm = _____ cm.
5. 1 kg = 1000 g, so 85 g = _____ kg.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which decimal equals $\frac{7}{10} + \frac{5}{100}$? ( )

   (a) 7.5 (b) 0.75 (c) 75.0 (d) 0.705

2. Which of the following is the largest? ( )

   (a) 0.9 (b) 0.099 (c) 0.90 (d) 0.909

3. 70.5 means: ( )

   (a) 70 and 5 hundredths (b) 7 and 5 tenths

   (c) 70 and 5 tenths (d) 705 ones

C. Match the following.

Column A		Column B
1. 0.01	( )	A) $\frac{1}{1000}$ m (one-thousandth of a metre)
2. 1 mm	( )	B) Rs 1.00 (one rupee)
3. 100 paise	( )	C) 2 units and 7 one-tenths
4. 2.7	( )	D) One-hundredth $\frac{1}{100}$
5. 0.254 kg	( )	E) 254 grams

Note : The above key terms will also be helpful for understanding, the chapter "Another Peek Beyond the Point" in Semester 2.

APSCERT

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. 1 ଏକକ = _____ ଟି ଦଶାଂଶ
2. 10 ଟି ଶତାଂଶ = _____ ଟି ଦଶାଂଶ
3. 3 ଏକକ ଏବଂ 4 ଦଶାଂଶର ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ରୂପ _____
4. 1 ସେ.ମି. = _____ ମି.ମି., ତେବେ 1 ମି.ମି. = _____ ସେ.ମି.
5. 1 କି.ଗ୍ରା. = 1000 ଗ୍ରାମ୍, ତେବେ 85 ଗ୍ରାମ୍ = _____ କି.ଗ୍ରା.

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. $\frac{7}{10} + \frac{5}{100}$ ସହିତ ସମାନ ହେବା ଦଶମିକ ? ( )

   (a) 7.5 (b) 0.75 (c) 75.0 (d) 0.705

2. ନିମ୍ନଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ? ( )

   (a) 0.9 (b) 0.099 (c) 0.90 (d) 0.909

3. 70.5 ର ଅର୍ଥ: ( )

   (a) 70 ଏବଂ 5 ଶତାଂଶ (b) 7 ଏବଂ 5 ଦଶାଂଶ

   (c) 70 ଏବଂ 5 ଦଶାଂଶ (d) 705 ଏକକ

C. ମିଳାଅ ।

Column A		Column B
1. 0.01	( )	A) $\frac{1}{1000}$ ମି. (ଏକ ମିଟରର ଏକ ଶତାଂଶ)
2. 1 ମି.ମି.	( )	B) ଟ. 1.00 (ଏକ ଟଙ୍କା)
3. 100 ପଇସା	( )	C) 2 ଏକକ ଏବଂ 7 ଦଶାଂଶ
4. 2.7	( )	D) ଏକ ଶତାଂଶ $\frac{1}{100}$
5. 0.254 କି.ଗ୍ରା.	( )	E) 254 ଗ୍ରାମ୍

ସୂଚନା: ଉପରୋକ୍ତ ମୁଖ୍ୟ ପଦବଳୀଗୁଡ଼ିକ ସେମିଷ୍ଟର 2 ର 'ସଂଖ୍ୟାର ମଝିରେ ବିନ୍ଦୁର ଗୁରୁତ୍ୱ' ("Another Peek Beyond the Point") ଅଧ୍ୟାୟକୁ ବୁଝିବା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ସାହାଯ୍ୟକାରୀ ହେବ

AP SCERT

DAY-4 4. EXPRESSIONS USING LETTER-NUMBERS



- **Key Terms :** Letter-Number, Algebraic expression, like terms, distributive property,substiution
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Letter-Number variable	A letter standing for a number we don't know yet.	If Riya is 'n' years old, her father is n + 30 years old.
Algebraic Expression	A combination of letter-numbers and numbers using +, -, ×.	If the cost of one mango is ₹ m then the cost of 5 mangoes is ₹ 5 m.
Like Terms	Terms sharing the same letter-number.	3a, 7a, – a, $\frac{-3}{5}$a
Distributive Property	a(b + c) = ab + ac	3(x + 4) = 3x + 12
Substitution	Replace letter (variable) with a number to find the value.	If perimeter p = 4s, if s = 5 cm, then p = 4×5 = 20 cm.

AP SCERT



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. In the expression 7n + 4, the term 7n means 7 _____ n.
2. The simplified form of 3p + 5p + 2p is _____.
3. If a = 5, then the value of 4a - 3 is _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which of these is an algebraic expression? ( )
   a) 5 + 3 b) 4n + 7 c) 12 × 2 d) 100 - 5
2. If p = 3, the value of 2p + 5 is: ( )
   a) 10 b) 8 c) 11 d) 13

DAY-4

4. ଅକ୍ଷର ଓ ସଂଖ୍ୟା ମାଧ୍ୟମରେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ



- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା, ବୀଜ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ, ସଦୃଶ ପଦ, ବଣ୍ଟନ ନିୟମ, ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ
- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ଅର୍ଥ)	ଉଦାହରଣ
ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା (ଚଳପଦ)	ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିକୁ ସୂଚାଉଥିବା ଅକ୍ଷର	ରିୟାର ବୟସ 'n' ବର୍ଷ ହେଲେ, ତା' ବାପାଙ୍କ ବୟସ $n + 30$ ବର୍ଷ ।
ବୀଜ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ	+, -, × ଗୁଡ଼ିକ ସହ ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାର ମିଳନ	ଗୋଟିଏ ଆମ୍ବର ଦାମ ₹ m ହେଲେ, 5 ଟି ଆମ୍ବର ଦାମ ₹ 5m
ସଦୃଶ ପଦ	ଏକା ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା(ଚରପଦ) ଥିବା ପଦ	$3a, 7a, -a, \frac{-3}{5}a$
ବଣ୍ଟନ ନିୟମ,	$a(b + c) = ab + ac$	$3(x + 4) = 3x + 12$
ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ	ଚଳପଦର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାପାଇଁ ଏହାର ସ୍ଥାନରେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ସଂଖ୍ୟା	ପରିସୀମା $p = 4s$ ଏବଂ $s = 5$ ସେ.ମି.. ହେଲେ $p = 4 \times 5 = 20$ ସେ.ମି.

APSCERT



ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି – ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. $7n + 4$ ଏହା ପରିପ୍ରକାଶରେ ପଦ $7n$ ଅର୍ଥ 7 _____ n.
2. $3p + 5p + 2p$ ର ସରଳ ରୂପ _____
3. $a = 5$ ହେଲେ, $4a - 3$ ର ମୂଲ୍ୟ _____

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. ନିମ୍ନଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ବୀଜ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ? ( )
   a) $5 + 3$ b) $4n + 7$ c) 12×2 d) $100 - 5$
2. $p = 3$ ହେଲେ, $2p + 5$ ର ମୂଲ୍ୟ: ( )
   a) 10 b) 8 c) 11 d) 13

DAY-5

5. PARALLEL AND INTERSECTING LINES



- **Key Terms :** Intersecting Lines, Parallel Lines, Perpendicular Lines, Linear Pair, Vertically Opposite Angles, Transversal, Corresponding Angles, Alternate Angles
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition
Intersecting Lines	Two lines that meet at exactly one point on a plane.
Parallel Lines	Lines on the same plane that never meet, no matter how far extended.
Perpendicular Lines	Two lines that intersect at exactly 90° (a right angle).
Linear Pair	Two adjacent angles formed on a straight line; they always add up to 180°.
Vertically Opposite Angles	The pair of equal angles formed across the intersection when two lines cross.
Transversal	A line that crosses two or more other lines at different points.
Corresponding Angles	Angles in the same position at each intersection of a transversal with two lines.
Alternate Angles	Pair of angles on opposite sides of a transversal intersect two lines; equal when lines are parallel.

AP SCERT

୫. ସମାନ୍ତର ଓ ଛେଦନ ରେଖା



- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ଛେଦନ(Intersecting) ରେଖା, ସମାନ୍ତର ରେଖା, ଲମ୍ବରେଖା, ସରଳ ରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି, ପ୍ରତୀପକୋଣ, ଛେଦକ(Transversal), ଅନୁରୂପ କୋଣ, ଏକାନ୍ତର କୋଣ ।

- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ଅର୍ଥ)
ଛେଦନ ରେଖା	ଏକା ସମତଳରେ ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ରେଖା ଠିକ୍ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ମିଳିତ ହୁଏ ।
ସମାନ୍ତର ରେଖା	ଏକାସମତଳରେ ଥିବା ସରଳ ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ଯେତେ ଦୂର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବଢ଼ାଇଲେ ମଧ୍ୟ କେବେ ବି ପରସ୍ପର ମିଳିତ ହୁଏ ନାହିଁ ।
ଲମ୍ବରେଖା	ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ରେଖା 90° (ସମକୋଣ) ରେ ଛେଦକରେ।
ସରଳ ରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି	ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ଗଠିତ ଦୁଇଟି ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଯାହାର ମୋଟ ସର୍ବଦା 180° ହୁଏ ।
ପ୍ରତୀପକୋଣ	ଦୁଇଟି ରେଖା ଛେଦ କଲେ ସମ୍ମୁଖସ୍ଥ ଥିବା ସମାନ କୋଣ ଯୋଡ଼ି ।
ଛେଦକ	ଏକ ରେଖା ଯାହା ଦୁଇ କିମ୍ବା ଅଧିକ ରେଖାକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ ।
ଅନୁରୂପ କୋଣ	ଏକ ଛେଦକ ଦୁଇଟି ରେଖାକୁ ଛେଦନ କଲାବେଳେ ସମାନ ଅବସ୍ଥିତିରେ ଥିବା କୋଣଗୁଡ଼ିକ ।
ଏକାନ୍ତର କୋଣ	ଛେଦକର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା କୋଣ ଯୋଡ଼ି, ଯଦି ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର, ତେବେ ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ।

APSCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. Two lines on the same plane that never meet are called _____ lines.
2. Vertically opposite angles are always _____ to each other.
3. A _____ is a line that crosses two or more lines at different points.
4. Linear pairs always add up to _____.
5. If two lines are intersected by a transversal and formed corresponding angle pairs are equal then the two lines are _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Two lines intersecting at 90° are: ( )

   a) Parallel lines b) Perpendicular lines

   c) Adjacent lines d) Transversal lines

2. Vertically opposite angles are always: ( )

   a) 180° b) 90° c) Equal d) Supplementary

3. When a transversal intersects two parallel lines, Then formed alterate angles are: ( )

   a) Different b) Equal c) 90° each d) 180° each

C. Match the Following.

	Column A		Column B
1.	Lines that never meet	( )	A) 90°
2.	Sum of angles of a linear pair	( )	B) Parallel
3.	Right angle measure	( )	C) 180°
4.	Vertically opposite angles are always	( )	D) Equal

AP SCERT

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. ଏକା ସମତଳରେ କଦାପି ମିଳିତ ହେଉ ନଥିବା ଦୁଇଟି ରେଖାକୁ _____ ରେଖା କୁହାଯାଏ ।
2. ପ୍ରତୀପ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବଦା ପରସ୍ପର _____ ହୋଇଥାଏ ।
3. ଦୁଇ କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ରେଖାକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଥିବା ରେଖାକୁ _____ କୁହାଯାଏ ।
4. ସରଳ ରୈଖିକ ଯୋଡ଼ିର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା _____ ହୋଇଥାଏ ।
5. ଯଦି ଦୁଇଟି ରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକ ଛେଦକରେ ଏବଂ ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ସେହି ଦୁଇଟି _____ ରେଖା ଅଟେ ।

B.ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. ଦୁଇଟି ରେଖା 90° କୋଣରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କଲେ, ସେଗୁଡ଼ିକ: ( )

   a) ସମାନ୍ତର ରେଖା b) ଲମ୍ବ ରେଖା

   c) ସଂଲଗ୍ନ ରେଖା d) ଛେଦନ ରେଖା

2. ପ୍ରତୀପଗୁଡ଼ିକ କୋଣ ସର୍ବଦା : ( )

   a) 180° b) 90° c) ସମାନ d) ପରିପୂରକ

3. ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାକୁ ଛେଦ କଲେ ଗଠିତ ଏକାନ୍ତର କୋଣଗୁଡ଼ିକ: ( )

   a) ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ b) ସମାନ c) ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ90° d) ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ 180°

C. ମିଳାଅ ।

Column A		Column B
1. କଦାପି ମିଳିତ ହେଉ ନଥିବା ରେଖାଗୁଡ଼ିକ	( )	A) 90°
2. ସରଳ ରୈଖିକ ଯୋଡ଼ିର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ	( )	B) ସମାନ୍ତର
3. ସମକୋଣର ପରିମାଣ ହେଉଛି	( )	C) 180°
4. ପ୍ରତୀପ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବଦା ପରସ୍ପର	( )	D) ସମାନ

AP SCERT


Teacher Corner


- **Key Terms :** Even number, odd number, consecutive numbers, Magic square, sequence.
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Even Number	A number that can be split into equal parts (divisible by 2)	4, 8, 12, 100
Odd Number	A number that cannot be split into equal parts (not divisible by 2) ; leaves 1 leftover	3, 7, 11, 99
Consecutive Numbers	Numbers that follow one after another in order (n, n +1)	4 and 5; 11 and 12
Magic Square	A grid where every row, column & diagonal adds to the same number (magic sum)	3×3 grid using 1-9 with magic sum = 15
Sequence	A list of numbers following a specific rule	1, 2, 3, 5, 8, 13 (Virahanka sequence)

AP SCERT



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. Adding any 5 odd numbers gives a _____ number.
2. The nth even number is expressed as _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. The magic sum for a 3×3 magic square using numbers 1-9 is: ( )
   (a) 9 (b) 12 (c) 15 (d) 45
2. What is the next number in the sequence 1, 2, 3, 5, 8, 13, ? ( )
   (a) 21 (b) 20 (c) 22 (d) 23



- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା, ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା, କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା, କୁହୁକ ବର୍ଗ, ଅନୁକ୍ରମ
- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ଅର୍ଥ)	ଉଦାହରଣ
ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା	ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ 2 ଦ୍ୱାରା ସମଭାଗରେ ବିଭାଜନ କରାଯାଇପାରିବ (ସମାନ ଭାଗରେ ବାଣ୍ଟିପାରିବା)	4, 8, 12, 100.
ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା	ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ 2 ଦ୍ୱାରା ସମଭାଗରେ ବିଭାଜନ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ (ଭାଗଶେଷ ରହେ)	3, 7, 11, 99
କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା	ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ଏକ କ୍ରମରେ ଆସେ (n, n +1)	4 ଏବଂ 5; 11 ଏବଂ 12
କୁହୁକ ବର୍ଗ	ଏକ ଗ୍ରିଡ୍ ଯେଉଁଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ି, ସ୍ତମ୍ଭ ଓ କର୍ଣ୍ଣସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସମାନ ଥାଏ	3×3 ଗ୍ରିଡ୍‌ରେ 1-9 ଯାଏ ସଂଖ୍ୟା କୁହୁକ ଯୋଗଫଳ = 15
ଅନୁକ୍ରମ	ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ନିୟମ ଅନୁସାରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ତାଲିକା	1, 2, 3, 5, 8, 13 (ବିରାହଙ୍କ ଅନୁକ୍ରମ)

APSCERT



ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. ଯେକୌଣସି 5 ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ସର୍ବଦା _____ ହୁଏ ।
2. 'n' ତମ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା _____ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. 1-9 ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାରି ତିଆରି ହୋଇଥିବା 3×3 କୁହୁକ ବର୍ଗର 'କୁହୁକ ଯୋଗଫଳ'
   (a) 9 (b) 12 (c) 15 (d) 45 ( )
2. 1, 2, 3, 5, 8, 13, ଏହି ଅନୁକ୍ରମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?
   (a) 21 (b) 20 (c) 22 (d) 23 ( )

7. A TALE OF THREE INTERSECTING LINES



- **Key Terms :** Triangle, vertex, equilateral triangle, isosceles triangle, scalene triangle, angle sum property, altitude, exterior angle
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition + Example
Triangle	A closed figure with 3 sides, 3 vertices, and 3 angles. e.g., In ΔABC, A, B, C are vertices.
Vertex (Vertices)	Corner point(s) where two sides of a triangle meet. e.g., Point B in ΔABC where sides AB and BC meet.
Equilateral Triangle	A triangle with all three sides equal in length. e.g., ΔABC with AB = BC = CA = 4 cm. Each angle = 60°.
Isosceles Triangle	A triangle with exactly two sides of equal length. e.g., ΔPQR with PQ = PR = 5 cm, QR = 3 cm.
Scalene Triangle	A triangle with all three sides of different lengths. e.g., ΔXYZ with XY = 3 cm, YZ = 4 cm, XZ = 5 cm.
Angle Sum Property	The sum of all three angles of any triangle equals 180°. e.g., In ΔABC, if ∠A = 60° and ∠B = 70°, then ∠C = 50°.
Altitude	A perpendicular line drawn from a vertex to its opposite side. e.g., In ΔABC, the altitude from A meets BC at right angle (90°).
Exterior Angle	Angle formed between one extended side and the adjacent side. e.g., If ∠A = 50°, ∠B = 60°, exterior angle at C = 50° + 60° = 110°.

AP SCERT

DAY-7

୭. ତିନୋଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ସରଳରେଖାର କଥା



- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ତ୍ରିଭୁଜ, ଶୀର୍ଷ, ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, କୋଣ ସମଷ୍ଟି ନିୟମ, ଉଚ୍ଚତା, ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ

- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ଅର୍ଥ) + ଉଦାହରଣ
ତ୍ରିଭୁଜ	3 ଟି ବାହୁ, 3 ଟି ଶୀର୍ଷ, ଏବଂ 3 ଟି କୋଣ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର । ଉଦା: ତ୍ରିଭୁଜ ΔABC ରେ A, B ଓ C ଏହାର ଶୀର୍ଷ
ଶୀର୍ଷ	ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁ ଯେଉଁଠାରେ ମିଳିତ ହୁଅନ୍ତି । ଉଦା: ΔABC ରେ AB ବାହୁ ଏବଂ BC ବାହୁ B ବିନ୍ଦୁରେ ମିଳିତ ହୁଏ ।
ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ(ଲମ୍ବ) ସମାନ ଥାଏ । ଉଦା: ΔABC ରେ $AB = BC = CA = 4$ cm । ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ $= 60°$
ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଠିକ୍ ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଥାଏ। ଉଦା: ΔPQR ରେ $PQ = PR = 5$ cm ଓ $QR = 3$ cm.
ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ଯାକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅସମାନ । ଉଦା: ΔXYZ ରେ $XY = 3$ cm, $YZ = 4$ cm ଓ $XZ = 5$ cm.
କୋଣ ସମଷ୍ଟି ନିୟମ	ଯେ କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି କୋଣର ଯୋଗଫଳ(ସମଷ୍ଟି) $180°$ ହୁଏ । ଉଦା: ΔABC ରେ $\angle A = 60°$ ଏବଂ $\angle B = 70°$, ତେବେ $\angle C = 50°$
ଉଚ୍ଚତା(ଲମ୍ବ)	ଏକ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ(ସମ୍ମୁଖୀନ) ବାହୁ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ରେଖାକୁ ଉଚ୍ଚତା (ଲମ୍ବ) କୁହାଯାଏ । ଉଦା: ΔABC ରେ A ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଟି BC କୁ ସମକୋଣ($90°$) ରେ ମିଳିତ ହୁଏ ।
ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ	ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ବାହୁକୁ ବୃଦ୍ଧି କଲେ ଏବଂ ଏହାର ଏକ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ ସହିତ ଗଠିତ କୋଣକୁ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ କୁହାଯାଏ । ଉଦା: $\angle A = 50°$, $\angle B = 60°$, ହେଲେ C ଠାରେ ଗଠିତ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ $= 50° + 60° = 110°$

APSCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. A triangle has _____ sides, _____ vertices, and _____ angles.
2. In an equilateral triangle, all sides are _____ and each angle measures _____.
3. The sum of all angles of a triangle is always _____.
4. An altitude is _____ drawn from a vertex to the opposite side.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which of the following measurement sides can form a triangle?

   (a) 2 cm, 3 cm, 6 cm (b) 3 cm, 4 cm, 5 cm ( )

   (c) 1 cm, 2 cm, 5 cm (d) 10 cm, 15 cm, 30 cm

2. If two angles of a triangle are 65° and 70°, the third angle is:

   (a) 55° (b) 45° (c) 65° (d) 135° ( )

C. Match the Following.

Column A		Column B
1. Equilateral triangle	( )	A) Perpendicular from vertex to the opposite side
2. Scalene triangle	( )	B) All sides equal
3. Altitude	( )	C) All sides different
4. Exterior angle of a triangle	( )	D) Sum of two non-adjacent interior angles

AP SCERT

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. ଏକ ତ୍ରିଭୁଜରେ ____ଟି ବାହୁ, ____ଟି ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ଏବଂ ____ ଟି କୋଣ ଥାଏ ।
2. ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜରେ ସମସ୍ତ ବାହୁ _____ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ମାପ _____ ହୁଏ ।
3. ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ସମସ୍ତ କୋଣର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା _____ ହୁଏ ।
4. ଉଚ୍ଚତା ହେଉଛି ଏକ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ____ ରେଖା ।

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. ନିମ୍ନ କେଉଁ ମାପଗୁଡ଼ିକରୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ ହୋଇପାରିବ ?

   (a) 2 cm, 3 cm, 6 cm (b) 3 cm, 4 cm, 5 cm ( )

   (c) 1 cm, 2 cm, 5 cm (d) 10 cm, 15 cm, 30 cm

2. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି କୋଣ 65° ଏବଂ 70° ହେଲେ, ତୃତୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ:

   (a) 55° (b) 45° (c) 65° (d) 135° ( )

C. ମିଳାଅ ।

Column A		Column B
1. ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	( )	A) ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ରେଖା
2. ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	( )	B) ସମସ୍ତ ବାହୁ ସମାନ
3. ଉଚ୍ଚତା(ଉନ୍ନତି)	( )	C) ସମସ୍ତ ବାହୁ ଅସମାନ
4. ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ	( )	D) ଦୁଇଟ ଅସଂଲଗ୍ନ(ଅଣ ସନ୍ନିହିତ) ଅନ୍ତରସ୍ଥ କୋଣର ସମଷ୍ଟି

AP SCERT



- **Key Terms :** Fraction, Numerator, Denominator, Mixed fraction, reciprocal, quotient
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Fraction	A number that represents part of a whole when divided into equal parts. Written as $\frac{a}{b}$ where a is the numerator and b is the denominator.	$\frac{1}{2}$ of a pizza means 1 part out of 2 equal parts.
Numerator	The top number in a fraction; shows how many parts are taken.	In $\frac{3}{5}$, the numerator is 3.
Denominator	The bottom number in a fraction; shows total equal parts.	In $\frac{3}{5}$, the denominator is 5.
Mixed Fraction	A number with a whole part and a fraction part.	$2\frac{1}{4}$ (two and one-fourth)
Reciprocal (Multiplicative inverse)	Flip the fraction - swap numerator and denominator.	Reciprocal of $\frac{2}{3}$ is $\frac{3}{2}$.
Product	The result when two or more numbers are multiplied.	$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
Quotient	The result when one number is divided by another.	6 divided by $\frac{1}{4}$ = 24

AP SCERT

୫. ଭଗ୍ନାଂଶ ସହ କାମ କରିବା



- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ଭଗ୍ନାଂଶ, ଲବ, ହର, ମିଶ୍ର ଭଗ୍ନାଂଶ, ଗୁଣନ ବିଲୋମୀ(ପ୍ରତିଲୋମୀ/ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ), ଭାଗଫଳ
- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ସଂଜ୍ଞା)	ଉଦାହରଣ
ଭଗ୍ନାଂଶ	ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା କୌଣସି ମୋଟ(ସମଗ୍ର)କୁ ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କଲେ ତାହାର କିଛି ଅଂଶକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ, ଏହାକୁ $\frac{a}{b}$ ରୂପରେ ଲେଖାଯାଏ, a ଲବ, b ହର ।	ପିଜ୍ଜାର $\frac{1}{2}$ ଅଂଶ ଅର୍ଥ 2 ସମାନ ଭାଗରୁ 1 ଏକ ଭାଗ
ଲବ	ଭଗ୍ନାଂଶର ଉପରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ନିଆଯାଇଥିବା ଭାଗ(ଅଂଶ)ର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦର୍ଶାଏ ।	$\frac{3}{5}$ ରେ ଲବ 3
ହର	ଭଗ୍ନାଂଶର ତଳେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ମୋଟ(ସମଗ୍ର)କୁ କେତେଟି ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇଛି ତାହା ସୂଚିତ କରେ ।	$\frac{3}{5}$ ରେ ଲବ 5
ମିଶ୍ର ଭଗ୍ନାଂଶ	ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଯେଉଁଠି ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନାଂଶ ଥାଏ ।	$2\frac{1}{4}$ (ଦୁଇ ଏବଂ ଏକ ଚତୁର୍ଥାଂଶ)
ଗୁଣନ ବିଲୋମୀ (ପ୍ରତିଲୋମୀ/ ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ)	ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ଓଲଟାଇଲେ ପାଇବା ସଂଖ୍ୟା (ଉପର ସଂଖ୍ୟା ଓ ତଳ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅଦଳବଦଳ କଲେ ପାଇବା ସଂଖ୍ୟା) ।	$\frac{2}{3}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ $\frac{3}{2}$
ଗୁଣଫଳ	ଦୁଇଟି କିମ୍ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କଲେ ପାଇବା ଫଳାଫଳ ।	$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
ଭାଗଫଳ	ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେପାଇବା ଫଳାଫଳ ।	6 କୁ $\frac{1}{4}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ 24

AP SCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. In the fraction $\frac{5}{8}$, the numerator is _____.
2. The reciprocal of $\frac{3}{7}$ is _____.
3. When we multiply $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$, the product is _____.
4. Dividing $\frac{a}{b}$ by $\frac{c}{d}$ is same as multiplying $\frac{a}{b}$ with _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. What is $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$? ( )

   a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{6}{20}$ c) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{1}{2}$

2. What is $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$? ( )

   a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 2 d) 4

C. Match the Following.

Column A		Column B
1. Numerator of $\frac{5}{9}$	( )	A) $\frac{7}{4}$
2. Reciprocal of $\frac{4}{7}$	( )	B) $\frac{1}{12}$
3. Product of $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$	( )	C) 5

AP SCERT

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. $\frac{5}{8}$ ଭଗ୍ନାଂଶରେ, ଲବ _____.
2. $\frac{3}{7}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ _____.
3. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ ଗୁଣନ କଲେ ପାଇବା ଗୁଣଫଳ _____.
4. $\frac{a}{b}$ କୁ $\frac{c}{d}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରିବା ଅର୍ଥ, $\frac{a}{b}$ କୁ _____ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିବା ।

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ ର ମୂଲ୍ୟ ? ( )

   a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{6}{20}$ c) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{1}{2}$

2. $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ ର ମୂଲ୍ୟ ? ( )

   a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 2 d) 4

C. ମିଳାଅ ।

Column A		Column B
1. $\frac{5}{9}$ ରେ ଲବ	( )	A) $\frac{7}{4}$
2. $\frac{4}{7}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ	( )	B) $\frac{1}{12}$
3. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ ର ଗୁଣଫଳ	( )	C) 5

AP SCERT

9. GEOMETRIC TWINS



- **Key Terms :** Triangle, Vertex (Vertices), Hypotenuse, Altitude, Congruent Figures, Corresponding Parts, Included Angle, Isosceles Triangle, Equilateral Triangle
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Congruent Figures	Figures with exactly the same shape and same size; one can be placed exactly over the other	Two identical coins; both triangles with sides 3 cm, 4 cm, 5 cm
Triangle	A closed figure with 3 sides (line segments) and 3 angles	A yield/warning road sign is triangular
Vertex (Vertices)	The corner points of a figure where two sides meet.	In ΔABC, the vertices are points A, B, and C
Corresponding Parts	Matching sides and angles in two congruent triangles that overlap when superimposed	In $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$: side AB corresponds to XY; $\angle A$ corresponds to $\angle X$
Included Angle	The angle formed between two sides of a triangle (the angle 'sandwiched' between those two sides)	In ΔABC, $\angle B$ is the included angle between sides AB and BC
Hypotenuse	The longest side of a right-angled triangle; always opposite the right angle (90°)	In a right triangle with sides 3 cm , 4 cm, 5 cm - the side of 5 cm is the hypotenuse
Isosceles Triangle	A triangle with exactly two equal sides; the angles opposite those equal sides are also equal	A triangle with sides 5 cm, 5 cm, 7 cm is isosceles

AP SCERT



- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ତ୍ରିଭୁଜ, ଶୀର୍ଷ, କର୍ଣ୍ଣ, ଉଚ୍ଚତା, ସର୍ବସମ ଚିତ୍ର, ଅନୁରୂପ ଅଂଶ, ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କୋଣ, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ।
- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ଅର୍ଥ)	ଉଦାହରଣ
ସର୍ବସମ ଚିତ୍ର	ଯେଉଁ ଆକୃତିଗୁଡ଼ିକର ଆକାର ଓ ପରିମାଣ ଉଭୟ ସମାନ ଥାଏ ଏବଂ ଗୋଟିଏକୁ ଅନ୍ୟଟି ଉପରେ ସଠିକ ଭାବରେ ରଖିଲେ ମେଳ ହୁଏ ।	ଦୁଇଟି ସମାନ କଏନ, 3 ସେ.ମି., 4 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ।
ତ୍ରିଭୁଜ	3 ଟି ବାହୁ (ରେଖାଖଣ୍ଡ) ଓ 3 ଟି କୋଣ ଥିବା ଏକ ଆବଦ୍ଧ ଆକୃତି ।	ସତର୍କର ସତର୍କତା ଚିହ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜ ଆକାରରେ ଥାଏ ।
ଶୀର୍ଷ	ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ରର କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ ଯହିଁରେ ଦୁଇଟି ବାହୁ ମିଳିତ ହୋଇଥାଏ ।	ΔABC ରେ ଶୀର୍ଷଗୁଡ଼ିକ A, B ଏବଂ C ବିନ୍ଦୁ ।
ଅନୁରୂପ ଅଂଶ	ଦୁଇଟି ସମାନାକୃତ ତ୍ରିଭୁଜର ସେହି ବାହୁ(ପାର୍ଶ୍ୱ) ଓ କୋଣ ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଏକାଠି ରଖିଲେ ଗୋଟିଏ ଅନ୍ୟ ସହିତ ମେଳ ହୁଅନ୍ତି ।	$\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ ରେ: AB ବାହୁ XY ର ଅନୁରୂପ $\angle A$, $\angle X$ ର ଅନୁରୂପ ଅଟେ ।
ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କୋଣ	ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜକୁ ଗୋଟିଏ ଉପରେ ଅନ୍ୟଟି ସ୍ଥାପିତ କଲେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ମେଳ ହେଉଥିବା ଅଂଶ	ΔABC ରେ, $\angle B$ ହେଉଛି AB ଏବଂ BC ବାହୁର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କୋଣ ।
କର୍ଣ୍ଣ	ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ବାହୁ, ଯାହା ସମକୋଣର (90° କୋଣ)ର ସମ୍ମୁଖରେ ଥାଏ ।	3 ସେ.ମି. 4 ସେ.ମି. , 5ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର, 5 ସେ.ମି. ବାହୁଟି କର୍ଣ୍ଣ ହୁଏ ।
ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁ ସମାନ ସେହି ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଥାଏ ।	5ସେ.ମି. , 5ସେ.ମି. , 7 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଅଟେ ।

AP SCERT

Term	Meaning	Example
Equilateral Triangle	A triangle with all three sides equal; all three angles are also equal, each measuring 60°	An equilateral triangle with each side 6 cm has each angles = 60°
Altitude	A perpendicular line segment drawn from a vertex to the opposite side (or its extension)	The height of a triangle drawn at 90° to the base



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. Two figures are _____ if they have the same shape and same size.
2. In a right triangle, the side opposite to the 90° angle is called the _____.
3. All three angles of an equilateral triangle each measure _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which condition does NOT guarantee congruence? ( )
   (a) SSS (b) SAS (c) SSA (d) RHS
2. In $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$, the side corresponding to BC is: ( )
   (a) XY (b) YZ (c) XZ (d) ZX

C. Match the Following.

Column A		Column B
1. SSS	( )	A) 2 sides + included angle equal
2. SAS	( )	B) right angle + hypotenuse + 1 side equal
3. RHS	( )	C) all 3 corresponding sides equal

AP SCERT

ପଦ	ପରିଭାଷା(ଅର୍ଥ)	ଉଦାହରଣ
ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର ତିନୋଟି ବାହୁ ସମାନ, ଏହାର ତିନୋଟି କୋଣ ମଧ୍ୟ ସମାନ ଥାଏ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 60° ହୋଇଥାଏ ।	ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁ 6 ସେମି, ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ 60° ।
ଉଚ୍ଚତା	ଏକ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁରୁ ଏହାର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ (କିମ୍ବା ଏହାର ବୃଦ୍ଧି) ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଏକ ଲମ୍ବ ରେଖାଖଣ୍ଡ ।	ଭୂମି(ଆଧାର) ପ୍ରତି 90° କୋଣରେ ଅଙ୍କିତ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା ।

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. ଯେଉଁ ଆକୃତିଗୁଡ଼ିକର ଆକାର ଓ ପରିମାଣ ଉଭୟ ସମାନ ସେଗୁଡ଼ିକୁ _____ କୁହାଯାଏ ।
2. ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣର (90° କୋଣ)ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁକୁ _____ କୁହାଯାଏ ।
3. ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ _____ ।

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. ନିମ୍ନ କେଉଁ ସର୍ତ୍ତଟି ସର୍ବସମାନତାକୁ ନିଶ୍ଚିତ (guarantee) କରେ ନାହିଁ? ( )

   (a) SSS(ବା.ବା.ବା) (b) SAS (ବା.କୋ.ବା) (c) SSA (ବା.ବା.କୋ) (d) RHS(ସ.କ.ବା)

2. $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ ହେଲେ BC ର ଅନୁରୂପ ବାହୁ : ( )

   (a) XY (b) YZ (c) XZ (d) ZX

C. ମିଳାଅ ।

Column A		Column B
1. SSS(ବା.ବା.ବା)	( )	A) 2 ଟି ବାହୁ + ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କୋଣ ସମାନ
2. SAS (ବା.କୋ.ବା)	( )	B) ସମକୋଣ + କର୍ଣ୍ଣ + ଗୋଟିଏ ବାହୁ ସମାନ
3. RHS(ସ.କ.ବା)	( )	C) ସମସ୍ତ 3 ଟି ଅନୁରୂପ ବାହୁ ସମାନ

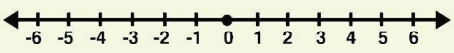
AP SCERT

10. OPERATIONS WITH INTEGERS

Teacher Corner

- **Key Terms :** Integer, Positive Integer, Negative Integer, Additive Inverse, Number Line, Magnitude, Multiplier, Multiplicand
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Integer	The set of natural numbers and their negatives, including zero. No fractions or decimals.	..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...
Positive Integer	A natural number which is greater than zero; placed to the right of 0 on a number line.	+5, +12, +100 (the '+' sign is often not written)
Negative Integer	A natural number less than zero; placed to the left of 0 on a number line.	-3, -15, -200 (temperature below 0°C; debt in money)
Additive Inverse	The additive inverse of a number a is -a. Adding a number and its additive inverse always gives 0.	Additive inverse of 7 is -7. Additive inverse of -12 is 12.
Number Line	A straight line with 0 at the centre; positive integers to the right and negative integers to the left.	

AP SCERT

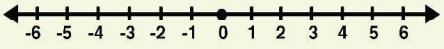
10. ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ

- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, ଧନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, ଋଣ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, ଯୋଗ(ଯୋଗାତ୍ମକ) ବିଲୋମୀ, ସଂଖ୍ୟାରେଖା, ପରିମାଣ, ଗୁଣକ, ଗୁଣ୍ୟ

- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ଅର୍ଥ)	ଉଦାହରଣ
ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା	ଧନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, ଋଣ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଶୂନ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ସେଟ୍ (ସମୂହ) । ଏଥିରେ କୌଣସି ଭଗ୍ନାଂଶ/ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ନଥାଏ	..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...
ଧନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା	ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଶୂନ ଠାରୁ ବଡ଼ ଏହା ଏକ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ '0' ର ଡାହାଣ ପଟେ ରହିଥାଏ ।	+5, +12, +100 (ସାଧାରଣତଃ '+' ସଙ୍କେତ ଲେଖାଯାଏ ନାହିଁ)
ଋଣ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା	ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଶୂନ ଠାରୁ ଛୋଟ ଏହା ଏକ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ '0' ର ବାମ ପଟେ ରହିଥାଏ ।	−3, −15, −200 (0°C ଠାରୁ କମ୍ ତାପମାତ୍ରା, ଋଣ ନେବା ଟଙ୍କା)
ଯୋଗ ବିଲୋମୀ	ଏକ ସଂଖ୍ୟା'a' ର ଯୋଗ ବିଲୋମ ହେଉଛି '-a' । ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏହାର ଯୋଗ ବିଲୋମକୁ ଯୋଗ କଲେ ସବୁବେଳେ '0' ମିଳିଥାଏ ।	7 ର ଯୋଗ ବିଲୋମ −7. − 12 ର ଯୋଗ ବିଲୋମ 12
ସଂଖ୍ୟାରେଖା	ଏକ ସରଳ ରେଖା ଯାହାର ମଧ୍ୟଭାଗରେ '0' ଥାଏ, ଏହାର ଡାହାଣ ପଟେ ଧନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ବାମ ପଟେ ଋଣ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ରହିଥାଏ।	

APSCERT

Term	Meaning	Example
Magnitude	The size or absolute value of a number, ignoring its sign (direction).	Magnitude of -8 is 8. Magnitude of +8 is also 8.
(+) × (+) or (-) × (-)	Product is always POSITIVE	(+5) × (+6) = +30, (-5) × (-6) = +30
(+) × (-) or (-) × (+)	Product is always NEGATIVE	(+5) × (-6) = -30 or (-5) × (+6)=-30
Multiplier / Multiplicand	In a × b: 'a' is the multiplier (how many times) and 'b' is the multiplicand (what is multiplied).	In (-4) × 3: multiplier = -4, multiplicand = 3, product = -12



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The additive inverse of -17 is _____.
2. (-6) × (-9) = _____ because both integers have _____ signs.
3. -1 × (25) = _____ (Hint: -1 × a = -a)

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1, What is (-8) × (+7)? ( )

(a) +56 (b) -56 (c) +15 (d) -15

C. Match the Following.

	Column A		Column B
1.	(-12) ÷ (-4)	( )	A) +3
2.	(+12) ÷ (-4)	( )	B) -4
3.	(-12) ÷ (+3)	( )	C) -3

AP SCERT

ପଦ	ପରିଭାଷା(ଅର୍ଥ)	ଉଦାହରଣ
ପରିମାଣ(ମୂଲ୍ୟ)	ଚିହ୍ନ(ଦିଗ) ସହ ସମ୍ବନ୍ଧ ନଥାଇ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପରିମାଣ (ମୂଲ୍ୟ)	-8 ର ପରିମାଣ 8 +8 ର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟ 8
(+) × (+) କିମ୍ବା (−) × (−)	ଗୁଣଫଳ ସର୍ବଦା ଧନାତ୍ମକ ହୁଏ	(+5) × (+6) = +30 (−5) × (−6) = +30
(+) × (−) କିମ୍ବା (−) × (+)	ଗୁଣଫଳ ସର୍ବଦା ଋଣାତ୍ମକ ହୁଏ	(−5) × (−6) = −30 (−5) × (+6) = −30
ଗୁଣକ / ଗୁଣ୍ୟ	a × b ରେ: 'a' ହେଉଛି ଗୁଣକ (କେତେ ଥର) 'b' ହେଉଛି ଗୁଣ୍ୟ (କ'ଣ ଗୁଣନ କରିବ)	(−4) × 3 ରେ ଗୁଣକ= −4, ଗୁଣ୍ୟ= 3, ଗୁଣଫଳ = −12

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. −17 ର ଯୋଗ(ଯୋଗାତ୍ମକ) ବିଲୋମୀ_____.
2. (−6) × (−9) = _____ କାରଣ, ଉଭୟ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର _____ ସଙ୍କେତ(ଚିହ୍ନ) ଅଛି ।
3. −1 × (25) = _____ (ଟିପ୍ପଣୀ: -1 × a = -a)

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. (−8) × (−7) ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ? ( )

(a) +56 (b) -56 (c) +15 (d) -15

C. ମିଳାଅ ।

Column A		Column B
1. (-12) ÷ (-4)	( )	A) +3
2. (+12) ÷ (-4)	( )	B) -4
3. (-12) ÷ (+3)	( )	C) -3

AP SCERT

11. FINDING COMMON GROUNDS



- **Key Terms :** Factor, Multiple, Prime Number, Composite Number, Prime Factorisation, Common Factor, Co-prime Numbers, LCM, HCF
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Factor	A number that divides another number exactly, leaving no remainder.	Factors of 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12
Multiple	A number obtained by multiplying a given number by any positive whole number.	Multiples of 4: 4, 8, 12, 16, 20, ...
Prime Number	A positive integer greater than 1 that has only 1 and itself as factors.	2, 3, 5, 7, 11, 13 are primes
Composite Number	A positive integer greater than 1 that has more than two factors (i.e., not prime).	12 is composite: factors are 1, 2, 3, 4, 6, 12
Prime Factorisation	Writing a number as a product of its prime factors only.	$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ (all factors are primes)
Common Factor	A number that is a factor of two or more given numbers.	Common factors of 12 and 18: 1, 2, 3, 6

AP SCERT

11. ସାଧାରଣ ଅଂଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା



- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ଉତ୍ପାଦକ, ଗୁଣିତକ, ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା, ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା, ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ, ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ(ଉତ୍ପାଦକ), ସହ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା, ଲ.ସା.ଗୁ., ଗ.ସା.ଗୁ. ।
- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ସଂଜ୍ଞା)	ଉଦାହରଣ
ଉତ୍ପାଦକ	ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଅନ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବେ ବିଭାଜିତ କରେ । ବିନା ଭାଗଶେଷରେ ।	12 ର ଉତ୍ପାଦକ: 1, 2, 3, 4, 6, 12
ଗୁଣିତକ	ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଧନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୁଣନ କଲେ ପାଇବାସଂଖ୍ୟା ।	4 ର ଗୁଣିତକ: 4, 8, 12, 16, 20, ...
ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା	1 ରୁ ବଡ଼ ଏକ ଧନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, ଯାହାର କେବଳ 1 ଏବଂ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ନିଜେ ହିଁ ଉତ୍ପାଦକ ହୁଏ ।	2, 3, 5, 7, 11, 13 ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା
ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା	1 ରୁ ବଡ଼ ଏକ ଧନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, ଯାହାର ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ଉତ୍ପାଦକ ଥାଏ (ଅର୍ଥାତ୍ ଯାହା ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ)।	12 ଏକ ଯୌକିକ ସଂଖ୍ୟା ଉତ୍ପାଦକ :1, 2, 3, 4, 6, 12 (ଉତ୍ପାଦକ = ଗୁଣନୀୟକ)
ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ	ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ କେବଳ ତା'ର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକର ଗୁଣଫଳ ଭାବରେ ଲେଖିବା	90 = 2 × 3 × 3 × 5 (ସମସ୍ତ ଉତ୍ପାଦକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ)
ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ (ଉତ୍ପାଦକ)	ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଦୁଇଟି କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ପାଦକ ।	12 ଏବଂ 18 ର ସାଧାରଣ ଉତ୍ପାଦକ (ଗୁଣନୀୟକ) 1, 2, 3, 6

AP SCERT

Term	Definition	Example
Common Multiple	A number that is a multiple of two or more given numbers.	Common multiples of 4 and 6: 12, 24, 36, ...
Co-prime Numbers	Two numbers whose common factor is only 1 (their HCF = 1).	8 and 15 are co-prime: HCF = 1
HCF (Highest Common Factor)	The largest number that divides two or more numbers exactly. This is Also called GCD.	HCF of 12 and 16 is 4
LCM (Lowest Common Multiple)	The smallest number that is a common multiple of two or more numbers.	LCM of 6 and 8 is 24



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The Common Factors of 12 and 16 are _____.
2. The LCM of 6 and 8 is _____ because it is the _____ common multiple.
3. The prime factorisation of 90 is 2 × 3 × _____ × _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. What is the HCF of 45 and 75? ( )
   (a) 5 (b) 15 (c) 3 (d) 75
2. The LCM of two co-prime numbers p and q is: ( )
   (a) p + q (b) p × q (c) HCF (d) Cannot be found

AP SCERT

ପଦ	ପରିଭାଷା(ସଂଜ୍ଞା)	ଉଦାହରଣ
ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ	ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଦୁଇଟି କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଗୁଣିତକ ଅଟେ ।	4 ଏବଂ 6 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ 12, 24, 36, ...
ସହ–ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା / ପରସ୍ପର–ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା	ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଯାହାର ସାଧାରଣ ଉତ୍ପାଦକ କେବଳ 1 (ସେଗୁଡ଼ିକର ଗ.ସା.ଗୁ. 1)	8 ଏବଂ 15 ସହ–ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା: ଗ.ସା.ଗୁ. = 1
ଗ.ସା.ଗୁ. (ଗରିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ)	ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଦୁଇଟି କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବେ ବିଭାଜିତ କରେ । ଏହାକୁ (GCD) ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।	12 ଏବଂ 16 ର ଗ.ସା.ଗୁ. = 4
ଲ.ସା.ଗୁ. (ଲଘିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ)	ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଦୁଇଟି କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ଅଟେ ।	6 ଏବଂ 8 ର ଲ.ସା.ଗୁ.= 24

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. 12 ଏବଂ 16 ର ସାଧାରଣ ଉତ୍ପାଦକ_____
2. 6 ଏବଂ 8 ର ଲ.ସା.ଗୁ._____କାରଣ ଏହା _____ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ।
3. 90 ର ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ 2 × 3 × _____ × _____.

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. 45 ଏବଂ 75 ର ଗ.ସା.ଗୁ. କେତେ ? ( )

   (a) 5 (b) 15 (c) 3 (d) 75

2. ଦୁଇଟି ସହ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା p ଏବଂ q ର ଲ.ସା.ଗୁ.: ( )

   (a) p + q (b) p × q (c) ଗ.ସା.ଗୁ (d) ଅନିର୍ଣ୍ଣେୟ

AP SCERT

12. CONNECTING THE DOTS



- **Key Terms :** Statistics, Data, Arithmetic Mean (Average), Median, Range
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition & Example
Data	A collection of numbers or facts gathered for study. Example: Marks scored by students in a test: 45, 60, 72, 38, 55
Statistics	The study of collecting, organising, analysing, interpreting, and presenting data. Example: Finding the average score summative assessment of a class is a statistical task.
Arithmetic Mean (Average)	Sum of all values ÷ Number of values. It balances the highs and lows. Example: Mean of 3, 7, 5 = (3+7+5) ÷ 3 = 15 ÷ 3 = 5
Median	The middle value of sorted data. If two middle values exist, take their average. Example: Sorted data: 2, 5, 7, 9, 12 → Median = 7
Range	Difference between the maximum and minimum value in the data. Example: Prices 25, 30, 59 → Range = 59 - 25 = 34

APSCERT



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The mean of 4, 8, 6, 2 = _____
2. The median of 3, 7, 1, 9, 5 (sorted: _____) = _____

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which is a statistical question? ( )
   (a) How many legs does a dog have?
   (b) Average height of the students in your class?
   (c) What is 5 × 6?
   (d) Is water wet?

12. ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଯୋଗ କରିବା



- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ପରିସଂଖ୍ୟାନ, ତଥ୍ୟ, ଅଙ୍କଗାଣିତିକ ମାଧ୍ୟ(ହାରାହାରି), ମଧ୍ୟମା, ବ୍ୟାପ୍ତି(ବିସ୍ତାର/ପରିସର)
- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ସଂଜ୍ଞା) ଓ ଉଦାହରଣ
ତଥ୍ୟ	ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ସଂଗୃହିତ ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ତଥ୍ୟର ଏକ ସମୂହ । ଉଦାହରଣ: ଏକ ପରୀକ୍ଷାରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ପ୍ରାପ୍ତ କରିଥିବା ମାର୍କ: 45, 60, 72, 38, 55
ପରିସଂଖ୍ୟାନ	ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ, ପରିଚାଳନା , ବିଶ୍ଳେଷଣ, ବ୍ୟାଖ୍ୟା ଏବଂ ଉପସ୍ଥାପନର ଅଧ୍ୟୟନ । ଉଦାହରଣ: ଏକ ଶ୍ରେଣୀର ସଂଗ୍ରହଣାତ୍ମକ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନର ହାରାହାରି ସଂଖ୍ୟା(ମାର୍କ୍) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଏକ ପରିସଂଖ୍ୟାନିକ କାର୍ଯ୍ୟ।
ହାରାହାରି	ସମସ୍ତ ମୂଲ୍ୟର ଯୋଗଫଳ ÷ ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା । ଏହା ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଏବଂ ନିମ୍ନତମ ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ସନ୍ତୁଳନ ରକ୍ଷା କରେ । ଉଦା: 3, 7, 5 ର ହାରାହାରି = (3 + 7 + 5) ÷ 3 = 15 ÷ 3 = 5
ମଧ୍ୟମା	କ୍ରମାନ୍ୱିତ ତଥ୍ୟର ମଧ୍ୟଭାଗରେ ଥିବା ମୂଲ୍ୟ । ଯଦି ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟଭାଗ ମୂଲ୍ୟ ଥାଏ, ତେବେ ସେଗୁଡ଼ିକର ହାରାହାରି ନିଅ । ଉଦାହରଣ: କ୍ରମାନ୍ୱିତ ତଥ୍ୟ: 2, 5, 7, 9, 12 → ମଧ୍ୟମା = 7
ବିସ୍ତାର	ତଥ୍ୟର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଏବଂ ନିମ୍ନତମ ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପାର୍ଥକ୍ୟ । ଉଦା: 25, 30, 59 → ବ୍ୟାପ୍ତି= 59 – 25 = 34



ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. 4, 8, 6, 2 ର ହାରାହାରି = _____
2. 3, 7, 1, 9, 5 ର ମଧ୍ୟମା (କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ : _____) = _____

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. ନିମ୍ନ କେଉଁଟି ପରିସଂଖ୍ୟାନର ଏକ ପ୍ରଶ୍ନ ଅଟେ ? ( )
   (a) ଏକ କୁକୁରର କେତୋଟି ଗୋଡ଼ ଥାଏ ?
   (b) ତୁମେ ଶ୍ରେଣୀରେ ଥିବା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ହାରାହାରି ଉଚ୍ଚତା କେତେ?
   (c) 5 × 6 କେତେ ?
   (d) ପାଣି ଓଦା ଅଟେ କି ?

APSCERT



- **Key Terms :** Line Segment,Bisection, Perpendicular, Perpendicular Bisector, Midpoint, Angle, Angle Bisector, Congruent Triangles, Regular Polygon, Tiling (Tessellation)
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition & Example
Line Segment	A part of a line with two definite endpoints. Example: The segment joining points X and Y, written $\overline{XY}$, has fixed length.
Bisection	Dividing a line segment or angle into two exactly equal parts. Example: If O is the midpoint of $\overline{XY}$, then O bisects $\overline{XY}$.
Perpendicular	Two lines that meet at exactly 90° (a right angle) are called perpendicular. Example: The corner of a square shows two perpendicular lines.
Perpendicular Bisector	A line that is perpendicular to a given segment and passes through its midpoint. Example: Any point on the perpendicular bisector of XY is equidistant from X and Y.
Midpoint	The point that divides a line segment into two equal halves. Example: If XY = 8 cm, the midpoint M lies 4 cm from both X and Y.
Angle	The figure formed by two rays sharing a common endpoint called the vertex. Example: ∠AOB is the angle at vertex O between rays $\overrightarrow{OA}$ and $\overrightarrow{OB}$.
Angle Bisector	A ray that divides an angle into two equal parts. Example: If $\overrightarrow{OC}$ bisects ∠AOB, then ∠AOC = ∠BOC.

APSCERT

13. ଅଙ୍କନ ଓ ଟାଇଲିଙ୍ଗ୍



- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ରେଖାଖଣ୍ଡ, ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ, ଲମ୍ବ, ଲମ୍ବ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ, ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ, କୋଣ, କୋଣ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ, ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ, ସମ ବହୁଭୁଜୀ, ଟାଇଲିଙ୍ଗ୍ (Tessellation)
- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ସଂଜ୍ଞା) ଓ ଉଦାହରଣ
ରେଖାଖଣ୍ଡ	ଏକ ରେଖାର ଅଂଶ ଯାହାର ଦୁଇଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । ଉଦାହରଣ: ବିନ୍ଦୁ X ଏବଂ Y କୁ ଯୋଡୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{XY}$ ଯାହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଥାଏ ।
ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ	ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ କିମ୍ବା ଏକ କୋଣକୁ ଦୁଇଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରେ । ଉଦାହରଣ: ଯଦି O, $\overline{XY}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ, ତେବେ O ବିନ୍ଦୁ $\overline{XY}$ କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡନ କରେ।
ଲମ୍ବ	ଦୁଇଟି ରେଖା ଯାହା ପରସ୍ପରକୁ ଠିକ୍ $90°$ (ସମକୋଣ) ରେ ଛେଦ କରନ୍ତି, ତାହାକୁ ଲମ୍ବ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ: ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କୋଣ ଦୁଇଟି ଲମ୍ବ ରେଖାକୁ ଦର୍ଶାଏ ।
ଲମ୍ବ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ	ଏକ ରେଖା ଯାହା ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଲମ୍ବ ହୋଇ ତା'ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଏ । ଉଦାହରଣ: XY ର ଲମ୍ବ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଉପରେ ଥିବା ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁ X ଏବଂ Y ରୁ ସମଦୂରତାରେ ଥାଏ।
ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ	ସେହି ବିନ୍ଦୁ ଯାହା ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଦୁଇଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରେ । ଉଦାହରଣ: ଯଦି XY = ୪ ସେମି, ତେବେ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ M, X ଏବଂ Y ଉଭୟଠାରୁ 4 ସେମି ଦୂରତାରେ ରହେ ।
କୋଣ	ଦୁଇଟି ରଶ୍ମିର ଏକ ସାଧାରଣ ଶେଷବିନ୍ଦୁ (ଯାହାକୁ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ) ରୁ ଗଠିତ ଚିତ୍ରକୁ କୋଣ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ: $\overrightarrow{OA}$ ଏବଂ $\overrightarrow{OB}$ ରଶ୍ମି ଦ୍ୱାରା ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ O ଠାରେ ଗଠିତ ହେବା କୋଣ $\angle AOB$ ।
କୋଣ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ	ଏକ ରଶ୍ମି ଯାହା ଏକ କୋଣକୁ ଦୁଇଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରେ ।ଉଦାହରଣ: ଯଦି $\overrightarrow{OC}$, $\angle AOB$ କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡିତ କରେ, ତେବେ $\angle AOC = \angle BOC$

AP SCERT

Term	Definition & Example
Congruent Triangles	Triangles that have exactly the same shape and size (all sides and angles equal). Example: If $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ by SSS, then all matching sides and angles are equal.
Regular Polygon	A polygon with all sides equal and all angles equal. Example: Equilateral triangle (3 sides, 60° each angle), Square (4 sides, 90° each angle).
Tiling (Tessellation)	Covering a flat surface using shapes that fit together with no gaps and no overlaps. Example: Bathroom floor tiles of squares form a tiling of the plane.



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The perpendicular bisector of XY passes through the _____ of XY.
2. An angle bisector divides an angle into _____ equal parts.
3. An equilateral triangle has all angles equal to _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. To construct the perpendicular bisector of XY, arcs are drawn from X and Y with: ( )
   (a) Different radii (b) Equal radii (c) Any radii (d) No radii
2. The angle between two lines that are perpendicular is: ( )
   (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 180°

C. Match the Following.

	Column A			Column B
1.	90° angle at a point on a line	( )	A)	tiling
2.	45° angle	( )	B)	bisect a 90° angle
3.	Covering a floor with tiles	( )	C)	perpendicular
4.	60° angle	( )	D)	equilateral triangle

AP SCERT

ପଦ	ପରିଭାଷା(ସଂଜ୍ଞା) ଓ ଉଦାହରଣ
ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ	ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକର ଆକୃତି ଏବଂ ଆକାର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ସମାନ (ସମସ୍ତ ବାହୁ ଏବଂ କୋଣ ସମାନ) । ଉଦାହରଣ: ଯଦି SSS ନିୟମ ଅନୁସାରେ $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ ହୁଏ, ତେବେ ସମସ୍ତ ଅନୁରୂପ ବାହୁ ଏବଂ କୋଣ ସମାନ ।
ସମ ବହୁଭୁଜୀ	ଏକ ବହୁଭୁଜ ଯାହାର ସମସ୍ତ ବାହୁ ଏବଂ ସମସ୍ତ କୋଣ ସମାନ । ଉଦାହରଣ: ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (3ଟି ବାହୁ, ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ 60°), ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର(4ଟି ବାହୁ, ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ 90°)।
ଟାଇଲିଙ୍ଗ (Tessellation)	କୌଣସି ସମତଳ ପୃଷ୍ଠକୁ ଏପରି ଆକୃତି ଦ୍ୱାରା ଘୋଡ଼ାଇବା ଯାହା ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ଖାଲି ସ୍ଥାନ ରହେ ନାହିଁ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଉପରେ ଅନ୍ୟଟି ରହେ ନାହିଁ । ସ୍ନାନାଗାର ଚଟାଣ ର ବର୍ଗାକାର ଟାଇଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠର ଏକ ଟାଇଲିଙ୍ଗ୍ ଗଠନ କରନ୍ତି ।

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. XY ର ଲମ୍ବ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ରେଖା XY ର _____ ଦେଇ ଗତିକରେ ।
2. ଗୋଟିଏ କୋଣ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ରେଖା କୋଣକୁ _____ ଟି ସମାନ ଭାଗ କରେ ।
3. ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ସମସ୍ତକୋଣ _____ ସହ ସମାନ ଅଟେ ।

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. XY ର ଲମ୍ବ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବାପାଇଁ, X ଏବଂ Y ରୁ ଅଙ୍କିତ ଚାପ ଏପରି ହେବା ଆବଶ୍ୟକ
   (a) ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ (b) ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ( )
   (c) ଯେକୌଣସି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ (d) ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନଥାଏ
2. ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହୋଇଥିବା ଦୁଇଟି ରେଖା ମଧ୍ୟସ୍ଥ କୋଣ କେତେ? ( )
   (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 180°

C. ମିଳାଅ ।

Column A			Column B
1. ରେଖାର ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଉପରେ 90° କୋଣ	( )	A)	ଟାଇଲିଙ୍ଗ
2. 45° କୋଣ	( )	B)	90° କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡନ କରିବା
3. ଚଟାଣକୁ ବର୍ଗାକାର ଟାଇଲରେ ଘୋଡ଼ାଇବା	( )	C)	ଲମ୍ବ
4. 60° କୋଣ	( )	D)	ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ

AP SCERT

14. FINDING THE UNKNOWN



- **Key Terms :** Variable, Equation, LHS/RHS, Solution, Inverse Operations, Trial & Error Method, Expression
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition & Example
Variable	A letter (like x, y, n) used to represent an unknown number. Ex: In 2n + 1 = 99, the letter n is the variable.
Equation	A mathematical statement showing two expressions are equal using '='. Symbol Ex: 3x + 4 = 7 is an equation.
LHS / RHS	LHS = Left Hand Side; RHS = Right Hand Side of an equation. Ex: In 2n + 1 = 99, LHS is 2n + 1 and RHS is 99.
Solution	The value of the variable that makes LHS = RHS. Ex: x = 3 is the solution of x + 4 = 7.
Inverse Operations	Operations that undo each other: addition & subtraction, multiplication & division. Ex: To undo +5, we subtract 5.
Trial & Error Method	Guessing different values for the variable and checking which one satisfies the equation.
Expression	A combination of numbers and variables without an '=' sign. Ex: 2n + 1 is an algebraic expression.

APSCERT



Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. In the equation 5x - 4 = 7, the LHS is _____ and RHS is _____.
2. A _____ is the value of the variable that makes the equation true.
3. To solve 2n = 10, we divide both sides by ____. So n = ____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which is an equation? ( )
   (a) 3x + 2 (b) x - 5 = 7 (c) 4y (d) 2 + 3
2. If 3x = 15, what is the value of x?: ( )
   (a) 3 (b) 5 (c) 12 (d) 45

14. ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ



- **ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :** ଚଳରାଶି, ସମୀକରଣ, LHS/RHS, ସମାଧାନ, ବିଲୋମ ପ୍ରକ୍ରିୟା, ଉଦ୍ୟମ ଓ ତ୍ରୁଟି ପ୍ରଣାଳୀ, ପରିପ୍ରକାଶ ।
- **ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା – ପଦାବଳୀକୁ ବୁଝିବା :**

ସୂଚନା: ପରିଭାଷା ଓ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ପରିଚୟ କରାଅ । ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗଠନ ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରଣାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଯୋଗ କର ।

ପଦ	ପରିଭାଷା(ସଂଜ୍ଞା) ଓ ଉଦାହରଣ
ଚଳରାଶି	ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିକୁ ସୂଚାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟା (x, y, n ଇତ୍ୟାଦି). ଉଦାହରଣ: $2n + 1 = 99$ ରେ, ଅକ୍ଷର 'n' ଏକ ଚଳରାଶି ।
ସମୀକରଣ	'=' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶ ସମାନ ବୋଲି ଦର୍ଶାଉଥିବା ଏକ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତି । ଉଦାହରଣ: $3x + 4 = 7$ ଏକ ସମୀକରଣ ।
LHS/RHS	LHS = ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ; RHS = ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ । ଉଦାହରଣ: $2n + 1 = 99$ରେ, LHS = $2n + 1$ ଏବଂ RHS = 99
ସମାଧାନ	ଚଳରାଶିର ଯେଉଁ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ LHS = RHS ହୁଏ, ତାହାକୁ ସମାଧାନ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ: $x + 4 = 7$ର ସମାଧାନ $x = 3$
ବିଲୋମ ପ୍ରକ୍ରିୟା	ଯେଉଁ ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପରର ପ୍ରଭାବକୁ ରଦ୍ଦ କରନ୍ତି: ଯେପରିକି ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣ । ଉଦାହରଣ: +5 ହଟାଇବକୁ ଆମେ 5 ବିୟୋଗକରୁ ।
ଉଦ୍ୟମ ଓ ତ୍ରୁଟି ପ୍ରଣାଳୀ	ଚଳରାଶି ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ଅନୁମାନ କରିବା ଏବଂ କେଉଁଟି ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରୁଛି ତାହା ଯାଞ୍ଚ କରିବା ।
ପରିପ୍ରକାଶ	'=' ଚିହ୍ନ ନଥାଇ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଚଳରାଶିର ଏକ ସମାହାର । ଉଦାହରଣ: $2n + 1$ ହେଉଛି ଏକ ବୀଜାଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ।

APSCERT

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ

ସୂଚନା : ମୁଖ୍ୟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ୟାନଦେଇ ପଢ଼ । ପରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିଜେ ଲେଖ ।

A. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର ।

1. $5x - 4 = 7$ ସମୀକରଣରେ, LHS _____ ଏବଂ RHS _____.
2. ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରୁଥିବା ଚଳରାଶିର ମୂଲ୍ୟକୁ _____ କୁହାଯାଏ ।
3. $2n = 10$ କୁ ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ _____ ଦ୍ୱାର ଭାଗକରୁ, ତେଣୁ n = _____

B. ବହୁ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ – ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଚୟନକର ।

1. ନିମ୍ନଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଏକ ସମୀକରଣ ଅଟେ ? ( )
   (a) $3x + 2$ (b) $x - 5 = 7$ (c) $4y$ (d) $2 + 3$
2. $3x = 15$ ହେଲେ, x ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ? ( )
   (a) 3 (b) 5 (c) 12 (d) 45

1 LARGE NUMBERS AROUND US

S5P2Z2

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Read, write, and compare large numbers up to 10 crore.
- Understand and apply place value and number systems.
- Estimate and round off numbers appropriately for real-life use.
- Recognise and create patterns in numbers and operations.
- Connect mathematical knowledge to daily life situations involving large numbers.

1.0 Introduction

The Government of Andhra Pradesh has sponsored a great opportunity for government school students who stood first in the Inspire Manak competitions; they are eligible to visit the Science Museum in Delhi.

It was a bright Wednesday morning, and Lakshmi was excited about her trip to the Science Museum. As she entered, she saw a huge board that read:

"The distance from the Earth to the Sun is 149,600,000 kilometers."

Lakshmi's eyes are widened.

"Wow! That's such a big number! How do even scientists read that?" she wondered. Moving ahead, she saw another display about the population of India - 1,420,000,000 people!



"That's even bigger!" she said to her friend Arjun.

AP SCERT

1 ଆମ ଚାରିପଟେ ଥିବା ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା

D7G5W9

ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ :

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଏହା କରିପାରିବେ:

- 10 କୋଟି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିପାରିବେ, ଲେଖିପାରିବେ ଓ ତୁଳନା କରିପାରିବେ ।
- ସ୍ଥାନୀୟ ମାନକୁ ବୁଝିପାରିବେ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ସେଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବେ ।
- ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ କଳନା କରିବା ଏବଂ ସଂଶୋଧନ କରିବା ଶିଖିବେ ।
- ସଂଖ୍ୟାଶ୍ରେଣୀ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିପାରିବେ ଏବଂ ନୂତନ ସଂରଚନା ତିଆରି କରିପାରିବେ ।
- ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଶ୍ରେଣୀ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ ପରିସ୍ଥିତି ସହ ସଂଯୋଜିତ କରିପାରିବେ ।

1.0 ଉପକ୍ରମ

ସରକାରୀ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଇନ୍‌ସ୍ପାଇର୍ ମାନକ୍ ପ୍ରତିଯୋଗୀତାରେ ପ୍ରଥମ ସ୍ଥାନ ହାସଲ କରିଥିବା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଆନ୍ଧ୍ରପ୍ରଦେଶ ସରକାର ଏକ ବଡ଼ ସୁଯୋଗ ଦେଉଛନ୍ତି । ସେମାନେ ଦିଲ୍ଲୀସ୍ଥିତ ସାଇନ୍ସ ମ୍ୟୁଜିୟମ ପରିଦର୍ଶନ କରିବା ପାଇଁ ବନ୍ଦୋବସ୍ତ କରାଯାଇଛି ।

ବୁଧବାର ଦିନ ଏକ ଉଜ୍ଜ୍ୱଳ ପ୍ରଭାତରେ ଲକ୍ଷ୍ମୀ ଏହି ସାଇନ୍ସ ମ୍ୟୁଜିୟମ ପରିଦର୍ଶନ ପାଇଁ ଖୁବ୍ ଉତ୍ସାହିତ ଅବସ୍ଥାରେ ଅଛି । ସେ ଭିତରେ ପ୍ରବେଶ କରିବା କ୍ଷଣି ବୋର୍ଡରେ ଲେଖାହୋଇଥିବା ଏକ ଖୁବ୍ ବଡ଼ ବୋର୍ଡ୍ ଦେଖୁଥିଲା ଯେଉଁଥିରେ ଲେଖା ହୋଇଥିଲା ''ପୃଥିବୀଠାରୁ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଦୂରତା 149,600,000 କିଲୋମିଟର'' ।

ତା'ର ଚକ୍ଷୁଦ୍ୱୟ ବିସ୍ଫାରିତ ହୋଇଗଲା ।

''ବାଃ! ଏହା ତ ଏତେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା! ବୈଜ୍ଞାନିକ ମାନେ ମଧ୍ୟ ଏହାକୁ କିପରି ପଢ଼ିପାରିବେ?

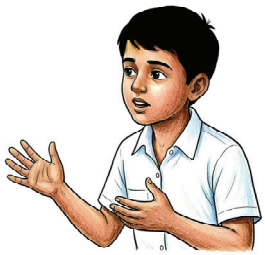


ସେ ବିସ୍ମିତ ହେଲା ଓ ଆଗକୁ ଚାଲିଲା । ଅନ୍ୟ ଏକ ସ୍ଥାନରେ ଦେଖିଲା ଯେ,
ଭାରତର ଜନସଂଖ୍ୟା 1,420,000,000 !

''ଏହା ଆହୁରି ବଡ଼'' । ସେ ତା'ର ସାଙ୍ଗ ଅର୍ଜୁନକୁ କହିଲା ।

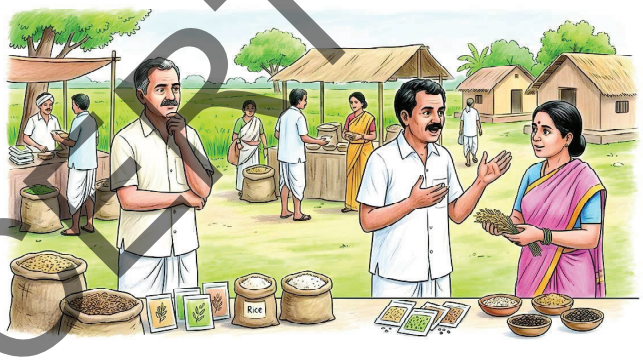
AP SCERT

Arjun laughed, "That's why we need to learn how to read and write such large numbers. They're everywhere - in science, geography, and even in sports!" Also my mother, Durga said that the Ancient Indian Mathematician Aaryabhatta used large numbers to calculate planetary motion as 4,320,000 revolutions per 'Mahayuga'.



When they returned to school, their Maths teacher smiled and said, "Children, you just explored what our next chapter is all about - Large Numbers Around Us!"

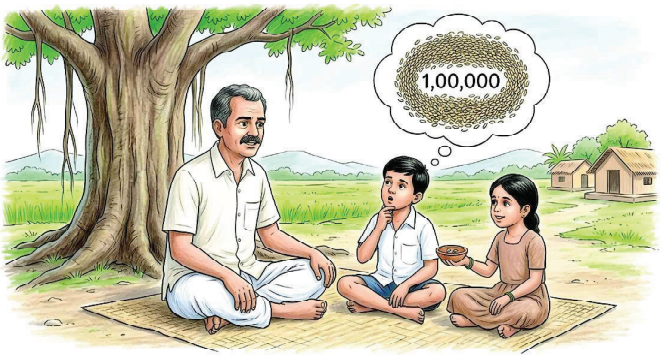
1.1 A Lakh Varieties!



Ramayya is a farmer in Vemavaram, a village in Andhra Pradesh. He visits the market regularly to buy seeds for his rice field. During one such visit he overheard a conversation between Siva and Soujanya. Siva said, "Earlier our country had about a lakh varieties of rice. Farmers used to preserve different varieties of seeds and use them to grow rice. Now, we only have a handful of varieties. Also, farmers have to come to the market to buy seeds".

Soujanya said, "There is a seed bank near my house. So far, they have collected about a hundred indigenous varieties of rice seeds from different places. You can also buy seeds from there."

You may have heard the word 'lakh' before. Do you know how big one lakh is? Let us find out.



Ramayya shared this incident with his daughter Ratnam and son Surya. Surya was surprised to know that there were about one lakh varieties of rice in this country. He wondered "One lakh! So far I have only tasted 3 varieties. If we tried a new variety each day, would we even come close to tasting all the varieties in a lifetime of 100 years?" What do you think? Guess.

APSCERT

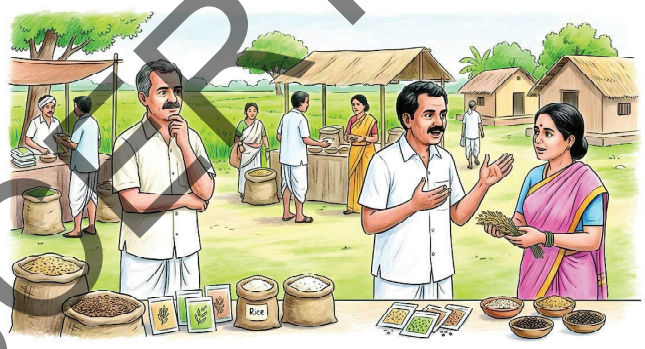
ଅର୍ଜୁନ ହସିଲା ଓ କହିଲା, ''ତେଣୁ ସେହିଭଳି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଲେଖିବା ଓ ପଢ଼ିବା ଆବଶ୍ୟକ, ଯେହେତୁ, ସେଗୁଡ଼ିକ ସବୁ ଜାଗାରେ ଯଥା ବିଜ୍ଞାନ, ଭୂଗୋଳ ଏପରିକି ଖେଳରେ ମଧ୍ୟ ଦେଖାଯାଏ । ସେହିଭଳି ମୋ ମାଁ ଦୁର୍ଗା କହିଲେ ଯେ, ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞ ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କହିଥିଲେ ଯେ ଗୋଟିଏ ମହାଯୁଗ 4,320,000 ଟି ଗ୍ରହ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଯୋଗୁଁ ହୋଇଥାଏ ।



ସେମାନେ ସ୍କୁଲକୁ ଫେରିବା ପରେ ତାଙ୍କ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକ ହସିଲେ ଓ କହିଲେ, ''ପିଲାମାନେ, ତୁମେ ଆମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟାୟରେ କ'ଣ –ଆମ ଚାରିପାଖେ ଥିବା ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅନୁସନ୍ଧାନ କଲ ।''

1.1 ଏକ ଲକ୍ଷ ପ୍ରକାର !

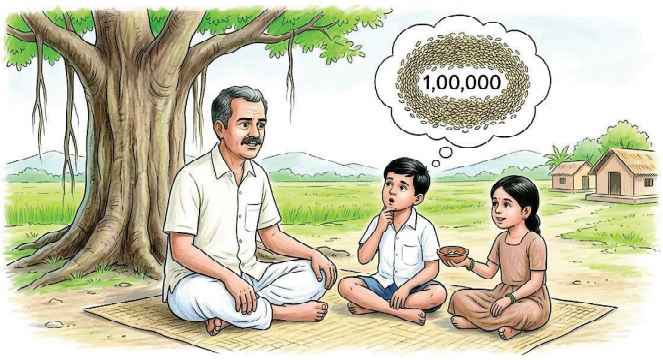
ରାମାୟା ଆମ ରାଜ୍ୟର ଭୀମବରମ୍ ଗ୍ରାମର ଜଣେ ଚାଷୀ । ସେ ତାଙ୍କର ଜମିପାଇଁ ଧାନ ବିହନ କିଣିବା ପାଇଁ ନିୟମିତ ଭାବେ ବଜାରକୁ ଯାଆନ୍ତି । ଏକଦା ସେ ବଜାରକୁ ଯାଉଥିବା ବେଳେ ଶିବ ଓ ସୌଜନ୍ୟା ଧାନ ବିହନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କଥା ହେଉଥିବା ଶୁଣିଲେ । ଶିବ କହିଲେ, ''ପୂର୍ବ କାଳରେ ଆମ ଦେଶରେ ପ୍ରାୟ ଏକ ଲକ୍ଷ କିସମର ଧାନ ଥିଲା । ଚାଷୀମାନେ ବିଭିନ୍ନ କିସମର ବିହନକୁ ସାଇତି ରଖୁଥିଲେ ଓ ତାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଧାନ ଚାଷ କରୁଥିଲେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମ ପାଖରେ ହାତଗଣତି କେତୋଟି କିସମର ଧାନ ବିହନ ଅଛି । ପୁଣି, ଚାଷୀମାନଙ୍କୁ ବଜାରରୁ ଆସି ବିହନ କିଣିବାକୁ ପଡୁଛି ।''



ସୌଜନ୍ୟା କହିଲେ, ''ଆମ ଘର ନିକଟରେ ଏକ ବିହନ ସଂଗ୍ରହାଳୟ ଅଛି । ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସେମାନେ ବିଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନରୁ ପ୍ରାୟ ଏକ ଶହରୁ ଅଧିକ ସ୍ୱଦେଶୀ କିସମର ଧାନ ବିହନ ସଂଗ୍ରହ କଲେଣି । ତୁମେ ମଧ୍ୟ ସେଠାରୁ ଧାନ ବିହନ କିଣିପାରିବ ।''

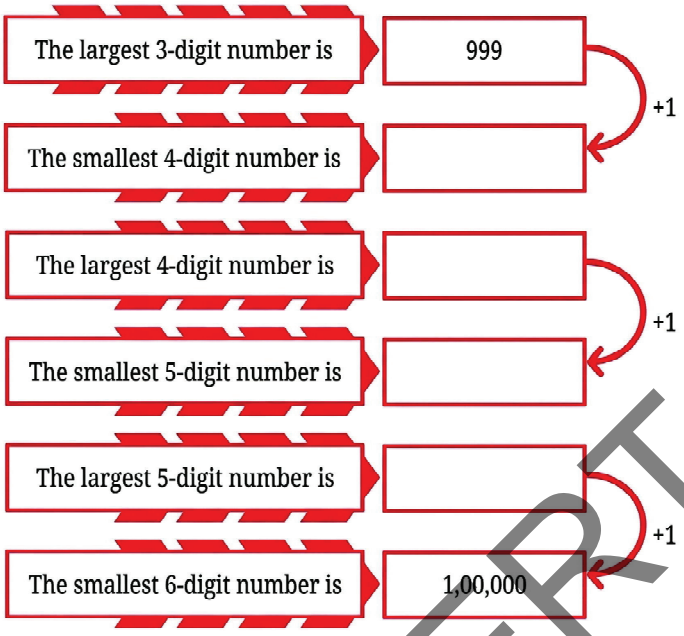
ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ 'ଲକ୍ଷ' ଶବ୍ଦ ସହିତ ପରିଚିତ ଅଛ । ତୁମେ ଜାଣିଛକି, ଏକ ଲକ୍ଷ କେତେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ? ଚାଲ ଆମେ ଜାଣିବା ।

ରାମାୟା ଏହି ଘଟଣାକୁ ତାଙ୍କ ଝିଅ ରତ୍ନମ୍ ଓ ପୁଅ ସୂର୍ଯ୍ୟାକୁ ଜଣାଇଲେ । ଆମ ଦେଶରେ ପ୍ରାୟ ଏକ ଲକ୍ଷ କିସମର ଧାନ ଥିବା ଜାଣି ସୂର୍ଯ୍ୟା ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟ ହୋଇଗଲା । ସେ ବିସ୍ମିତ ହୋଇ କହିଲା, ଏକ ଲକ୍ଷ! ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ମୁଁ ମାତ୍ର 3 ପ୍ରକାରର ଧାନର ନାମ ଜାଣିଛି । ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ଆମେ ଗୋଟିଏ ନୂଆ ପ୍ରକାରର ଧାନର ଚାଉଳ ଖାଇବା, ତେବେ 100 ବର୍ଷରେ ଜୀବନକାଳ ମଧ୍ୟରେ ଆମେ ସମସ୍ତ ପ୍ରକାର ଚାଉଳର ନାମ ଜାଣିପାରିବା କି ? ତୁମେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ? ଅନୁମାନ କର ।

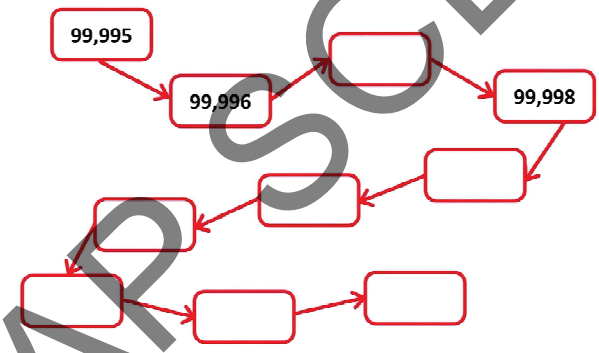


AP SCERT

But how much is one lakh? Observe the pattern and fill in the boxes given below.



1,00,000 is read as "One Lakh"



AP SCERT

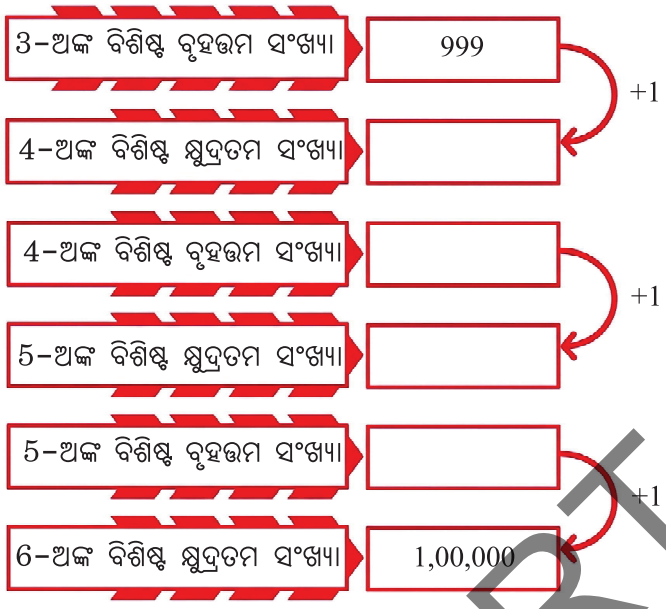


Rakshitha and Surya found that if they ate one variety of rice a day, they would come nowhere close to a lakh in a lifetime! Ratnam suggests, "What if we ate 2 varieties of rice every day? Would we then be able to eat 1 lakh varieties of rice in 100 years?"

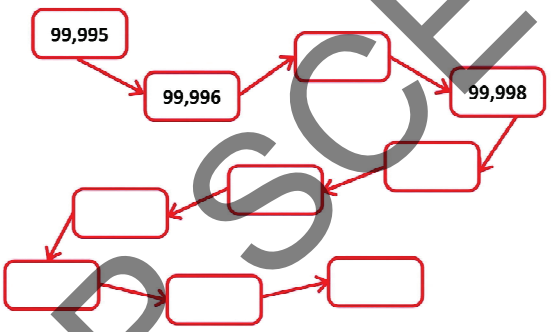


? What if a person ate 3 varieties of rice every day? Will they be able to taste all the lakh varieties in a 100 year lifetime? Find out. Surya said, "We know that 365 days are there in a year. if we ignore leap years. If we live for 'y' years, the number of days in our lifetime will be 365 × y."

କିନ୍ତୁ ଏକ ଲକ୍ଷ କେତେ ? ସଂରଚନାକୁ ଲକ୍ଷ କରି ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା କୋଠରୀଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣକର ।



1,00,000 କୁ ଆମେ ''**ଏକ ଲକ୍ଷ**'' ବୋଲି ପଢ଼ିବା ।



APSCERT



ରଶ୍ମିତା ଓ ସୂର୍ଯ୍ୟା ହିସାବ କରି ଦେଖିଲେ ଯେ, ଯଦି ସେମାନେ ଦିନକୁ ଗୋଟିଏ ପ୍ରକାର ଚାଉଳ ଖାଆନ୍ତି, ତେବେ 100 ବର୍ଷରେ ଏକ ଲକ୍ଷ ପ୍ରକାର ଚାଉଳ ଖାଇପାରିବ ନାହିଁ । ରନ୍ମ୍ ପ୍ରସ୍ତାବ ଦେଲା, ଯଦି ଆମେ ଦିନକୁ ଦୁଇପ୍ରକାର ଚାଉଳ ଖାଇବା, ତେବେ କ'ଣ 100 ବର୍ଷରେ ଏକ ଲକ୍ଷ ପ୍ରକାରରୁ ଚାଉଳ ଖାଇପାରିବା ?



? ଯଦି ଜଣେ ଦିନକୁ ତିନି ପ୍ରକାରର ଚାଉଳ ଖାଏ, ତେବେ ସେ 100 ବର୍ଷ ଜୀବନ କାଳରେ ଏକ ଲକ୍ଷ ପ୍ରକାରର ଚାଉଳ ଖାଇପାରିବ କି? ଆସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ସୂର୍ଯ୍ୟା କହିଲା, ''ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏକ ବର୍ଷରେ 365 ଦିନ ଅଛି (ଅଧିବର୍ଷକୁ ବାଦ ଦେବା) । ଯଦି ଆମେ y ବର୍ଷ ବଞ୍ଚିବା, ଜୀବନକାଳର ମୋଟ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା ହେବ $365 \times y$ ।

? Choose a number for y. How close to one lakh is the number of days in y years, for the y of your choice?



Figure it Out - 1.1

1. According to the 2011 Census, the population of the town of Chintamani was about 75,000. How much less than one lakh is 75,000?
2. The estimated population of Chintamani in the year 2024 is 1,06,000. How much more than one lakh is 1,06,000?
3. By how much did the population of Chintamani increase from 2011 to 2024?

Getting a Feel of Large Numbers

You may have come across interesting facts like these:

- The world's tallest statue is the 'Statue of Unity' in Gujarat depicting Sardar Vallabhbhai Patel. Its height is about 180 metres.
- Kunchikal waterfall in Karnataka is said to drop from a height of about 450 metres.

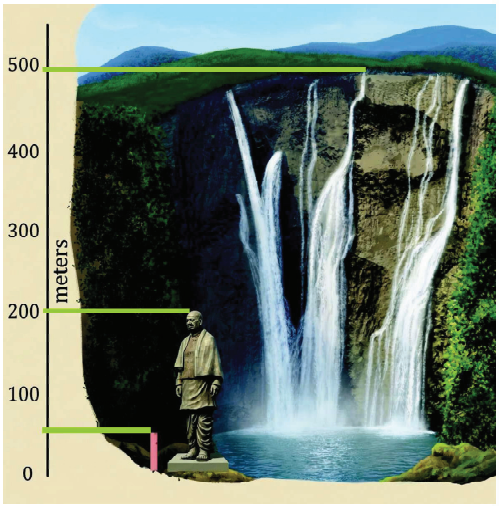
It is not always easy to get a sense of how big these measurements are. But, we can get a better sense of their size when we compare them with something familiar. Let us see an example.

Look at the picture on the right. Ramu is 1 metre tall. If each floor is about four times his height, what is the approximate height of the building?



? Which is taller — The Statue of Unity or this building? How much taller? _____m.

We can see that the height of the Statue of Unity is close to 4 times the height of Ramu's building.



? How much taller is the Kunchikal waterfall than Ramu's building? _____m.

? How many floors should Ramu's building have to be as high as the waterfall? _____ .

AP SCERT

ତୁମେ y ପାଇଁ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ତୁମେ ନେଇଥିବା y ପାଇଁ, y ବର୍ଷରେ ଥିବା ଦିନ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ଲକ୍ଷର କେତେ ନିକଟତର ।



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର 1.1

1. 2011 ଜନଗଣନା ଅନୁଯାୟୀ, ଚିନ୍ତାମଣି ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାୟ 75,000 । 75,000 ଏକ ଲକ୍ଷରୁ କେତେ କମ୍ ?
2. 2024 ମସିହାରେ ଚିନ୍ତାମଣି ସହରର ଆନୁମାନିକ ଜନସଂଖ୍ୟା 1,06,000 । ଏହା ଏକ ଲକ୍ଷରୁ କେତେ ଅଧିକ ?
3. 2011 ରୁ 2024 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଚିନ୍ତାମଣି ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା କେତେ ବୃଦ୍ଧି ହେଲା ?

ବଡ଼ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନୁଭବ କରିବା!

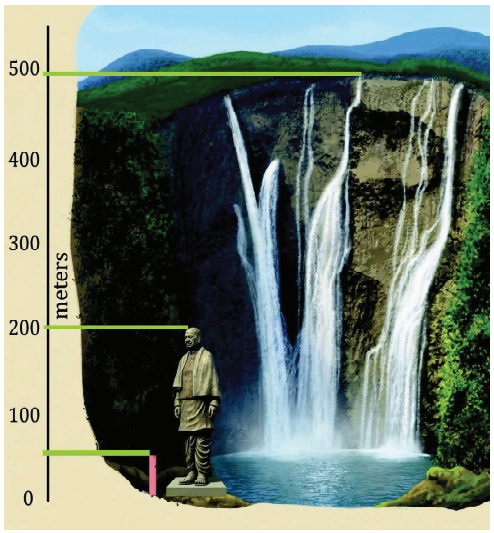


ତୁମେମାନେ ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏମିତି କିଛି ରୋଚକ କଥା ଶୁଣିଥିବ,

- ଯେପରିକି ଗୁଜୁରାଟରେ ଅବସ୍ଥିତ ସର୍ଦ୍ଦାର ବଲ୍ଲଭଭାଇ ପଟେଲ୍‌ଙ୍କ ପ୍ରତିମୂର୍ତ୍ତି 'ଷ୍ଟାଚ୍ୟୁ ଅଫ ୟୁନିଟି' ହେଉଛି ପୃଥିବୀର ଉଚ୍ଚତମ ମୂର୍ତ୍ତୀ, ଯାହାର ଉଚ୍ଚତା ପ୍ରାୟ 180 ମିଟର ।
- କର୍ଣ୍ଣାଟକର କୁଞ୍ଚିକାଲ ଜଳପ୍ରପାତରେ ପ୍ରାୟ 450 ମିଟର ଉଚ୍ଚରୁ ପାଣି ପଡିଥାଏ ।

ଏହି ବଡ଼ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ସବୁବେଳେ ଅନୁମାନରେ ବୁଝିବା ସହଜ ନୁହେଁ । କିନ୍ତୁ ଏହି ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ଆମର ପରିଚିତ ଥିବା ଜିନିଷର ଆକାର ସହିତ ତୁଳନା କଲେ ଆମେ ଏହାକୁ ଭଲଭାବରେ ବୁଝିପାରିବା । ଚାଲ ଏହାର ଏକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଡାହାଣ ପାଖରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । ରାମୁର ଉଚ୍ଚତା 1 ମିଟର । ଯଦି ଏହି କୋଠାଘରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ମହଲା ରାମୁ ଉଚ୍ଚତାଠାରୁ ପ୍ରାୟ 4 ଗୁଣ, ତେବେ କୋଠାଘରର ଆନୁମାନିକ ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?



'ଷ୍ଟାଚ୍ୟୁ ଅଫ ୟୁନିଟି' ଓ ରାମୁର ଏହି ଦଶ ମହଲା ବିଶିଷ୍ଟ କୋଠାଘରର ଉଚ୍ଚତା ମଧ୍ୟରୁ କାହାର ଉଚ୍ଚତା ଅଧିକ ?

_____ ମିଟର ଅଧିକ ?

ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ, 'ଷ୍ଟାଚ୍ୟୁ ଅଫ ୟୁନିଟି'ର ଉଚ୍ଚତା, ସେହି ଘରର ଉଚ୍ଚତାର ପାଖାପାଖି 4 ଗୁଣ ।

କୁଞ୍ଚିକାଲ ଜଳପ୍ରପାତର ଉଚ୍ଚତା ରାମୁର କୋଠାଘରର ଉଚ୍ଚତାଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ? _____ ମି. ।

ରାମୁର କୋଠାଘରର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ମହଲା ହେଲେ ତାହା ଏହି ଜଳପ୍ରପାତର ଉଚ୍ଚତା ସହ ସମାନ ହେବ ? _____

AP SCERT

Is One Lakh a Very Large Number?

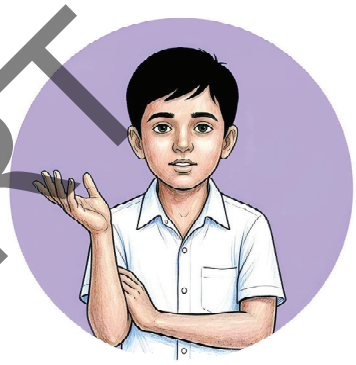


Ramayya asked Rakshitha and Surya, "Is a lakh big or small?"

Rakshitha feels that 1 lakh is a large number:

- "We had one lakh varieties of rice — that is a lot."
- "Living 1 lakh days would mean living for 274 years — that is a really long time!"
- "If 1 lakh people stood shoulder to shoulder in a line they could stretch as far as 38 kilometres."

Surya, however, thinks it is not that big:



- "Do you know that the cricket stadium in Ahmedabad has a seating capacity of more than 1 lakh? One lakh people in such a small area!"
- "Most humans have 80,000 to 1,20,000 hairs on their heads. Imagine, 1 lakh hairs fit in such a tiny space!"
- "I heard that there are some species of fish where a female fish can lay almost one lakh eggs at once very comfortably. Some even lay tens of lakhs of eggs at a time."

? How do you view a lakh — is a lakh big or small?

AP SCERT

Reading and Writing Numbers

We have already been using commas for 5-digit numbers like 45,830 in the Indian place value system. As numbers grow bigger, using commas helps in reading the numbers easily. We use a comma in between the digits representing the "ten thousands" place and the "one lakh" place as you have seen just before (1,00,000).

The number name of 12,78,830 is twelve lakh seventy eight thousand eight hundred thirty.

Similarly, the number 15,75,000 in words is fifteen lakh seventy five thousand.

Write each of the numbers given below in words:

(a) 3,00,600
(b) 5,04,085
(c) 27,30,000
(d) 70,53,138

ଏକଲକ୍ଷ ଗୋଟିଏ ଅତିବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା କି?



ରାମାୟା, ରକ୍ଷିତା ଓ ସୂର୍ଯ୍ୟାକୁ ପଚାରିଲେ, ''ଏକ ଲକ୍ଷ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ନା ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟା ?''

ରକ୍ଷିତା ଏକ ଲକ୍ଷ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି ଅନୁଭବ କରେ:

- "ଆମ ଦେଶରେ ଏକ ଲକ୍ଷ କିସମର ଧାନ ଚାଷ ହେଉଥିଲା, ଯାହାକି ଖୁବ୍ ଅଧିକ ।"
- ''ଏକ ଲକ୍ଷ ଦିନ ବଞ୍ଚିବା ଅର୍ଥ ପ୍ରାୟ 274 ବର୍ଷ ବଞ୍ଚିବା । ଯାହାକି ପ୍ରକୃତରେ ଖୁବ ଲମ୍ବା ସମୟ ।''
- "ଯଦି ଏକ ଲକ୍ଷ ଲୋକ ଜଣକ ପରେ ଜଣେ ମିଶି ଏକ ଧାଡ଼ିରେ ଠିଆ ହେବେ, ତେବେ ସେହି ଧାଡ଼ିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରାୟ 38 କି.ମି. ହେବ ।"



ସୂର୍ଯ୍ୟା ଏହାକୁ ଖୁବ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି ଭାବେ ନାହିଁ ।

- "ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ଅହମ୍ମଦାବାଦର ଏକ କ୍ରିକେଟ ଷ୍ଟାଡିୟମ୍‌ରେ ଏକ ଲକ୍ଷରୁ ଅଧିକ ଲୋକ ବସିପାରନ୍ତି । ଏକ ଲକ୍ଷ ଲୋକ ଏକ ଛୋଟ ଜାଗାରେ !"
- "ଅଧିକାଂଶ ମନୁଷ୍ୟଙ୍କ ମୁଣ୍ଡରେ 80,000 ରୁ 1,20,000 କେଶ ଥାଏ । କଳ୍ପନା କରି ଦେଖ ସେପରି ଏକ ଛୋଟ ସ୍ଥାନରେ ଏକ ଲକ୍ଷ କେଶ ରହିପାରୁଛି !"
- "ମୁଁ ଶୁଣିଥିଲି ଯେ କିଛି ପ୍ରଜାତିର ମାଛ ଅଛି ଯେଉଁଠି ଏକ ମାଇ ମାଛ ଏକା ଥରକେ ଦଶ ଲକ୍ଷରୁ ମଧ୍ୟ ଅଧିକ ଅଣ୍ଡା ଦେଇଥାନ୍ତି ।"

? ଏକ ଲକ୍ଷ ସଂଖ୍ୟାଟି ବଡ଼ କି ସାନ? ଚିନ୍ତା କର ।

ସଂଖ୍ୟା ପଢ଼ିବା ଏବଂ ଲେଖିବା

ଆମେ ପାଞ୍ଚ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଯଥା 45,830 କୁ ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ କମା ବ୍ୟବହାର କରୁ । ସଂଖ୍ୟା ବଡ଼ ହେଲେ କମା ବ୍ୟବହାର କରି ଏହାକୁ ସୁବିଧାରେ ପଢ଼ିହୁଏ । ଆମେ 'ଦଶହଜାର' ସ୍ଥାନ ପରେ ଏକ କମା ଏବଂ ଏକ ଲକ୍ଷ ସ୍ଥାନକୁ ସୂଚାଉଥିବା ଅଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଏକ କମା ବ୍ୟବହାର କରୁ ଯେପରି ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ବ୍ୟବହାର କରିଛ (1,00,000) ।

12,78,830 ର ନାମ ହେଉଛି ବାର ଲକ୍ଷ ଅଠସ୍ତରୀ ହଜାର ଆଠଶହ ତିରିଶି ।

ସେହିପରି 15,75,000 ସଂଖ୍ୟାଟି ପନ୍ଦର ଲକ୍ଷ ପଞ୍ଚସ୍ତରୀ ହଜାର ଅଟେ ।

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅକ୍ଷରରେ ଲେଖ ।

(a) 3,00,600

(b) 5,04,085

(c) 27,30,000

(d) 70,53,138

AP SCERT

Write the corresponding number in the Indian place value system for each of the following:

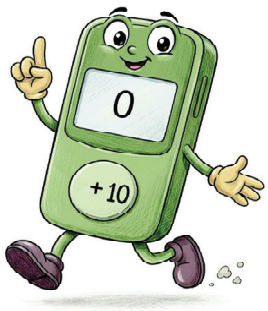
(a) One lakh twenty three thousand four hundred and fifty six
(b) Four lakh seven thousand seven hundred and four
(c) Fifty lakhs five thousand and fifty
(d) Ten lakhs two hundred and thirty five

Teacher's Note : Encourage students to make connections between these facts. For example, can the whole population of Amalapuram fit in the stadium? How can we imagine the line of 38 km, having a lakh people, sitting next to each other in the stadium? Add some more connections accordingly.

1.2 Land of Tens

In the **Land of Tens**, there are special calculators with special buttons.

1. The **Tedious Tens** only has a +10 button. How many times should it be pressed to show:



(a) Five hundred? _____
(b) 780? _____
(c) 1000? _____
(d) 3700? _____
(e) 10,000? _____
(f) One lakh? _____
(g) _____? 435 times

2. The **Handy Hundreds** only has a +100 button. How many times should



(a) Four hundred?_____ times
(b) 3,700? _____
(c) 10,000? _____
(d) Fifty three thousand? _____
(e) 90,000? _____
(f) 97,600? _____
(g) 1,00,000? _____

AP SCERT

ନିମ୍ନରେ କେତେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅକ୍ଷରରେ ଲେଖାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଅଙ୍କରେ ଲେଖ ।

(a) ଏକ ଲକ୍ଷ ତେଇଶି ହଜାର ଚାରିଶହ ଛପନ

(b) ଚାରି ଲକ୍ଷ ସାତ ହଜାର ସାତଶହ ଚାରି

(c) ପଚାଶ ଲକ୍ଷ ପାଞ୍ଚ ହଜାର ପଚାଶ

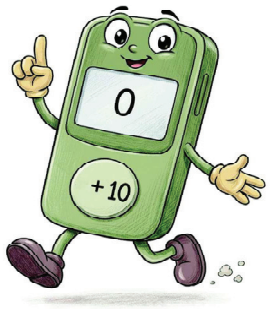
(d) ଦଶ ଲକ୍ଷ ଦୁଇଶହ ପଞ୍ଚତିରିଶ

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା: ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଏହି ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ସଂଯୋଗ ସ୍ଥାପନ କରିବାକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରନ୍ତୁ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଅମଲାପୁରମ୍ ସହରର ସବୁଲୋକ ଷ୍ଟାଡିୟମ୍‌ରେ ବସିବା ପାଇଁ ସ୍ଥାନ ପାଇବେ କି ? ଷ୍ଟାଡିୟମ୍‌ରେ ପାଖାପାଖି ବସିଥିବା ଏକ ଲକ୍ଷ ଲୋକଙ୍କୁ ନେଇ 38 କିଲୋମିଟର ଲମ୍ବା ଲାଇନକୁ ଆମେ କିପରି କଳ୍ପନା କରିବା ? ଏହିପରି ଆଉ କେତୋଟି ପରିସ୍ଥିତି ସଂଯୋଗ କର ।

1.2 ଦଶକର ରାଜ୍ୟ

ଦଶକର ରାଜ୍ୟରେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର କାଲ୍‌କୁଲେଟରମାନ ରହିଛି ।

1. **'କ୍ରାନ୍ତିକାରୀ ଦଶକ'** କାଲ୍‌କୁଲେଟରରେ କେବଳ +10 ବଟନ୍‌ଟି ଅଛି । ଏହାକୁ କେତେଥର ଦବାଇଲେ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ଶାଇବ ।



(a) ପାଞ୍ଚ ଶହ? _____

(b) 780? _____

(c) 1000? _____

(d) 3700? _____

(e) 10,000? _____

(f) ଏକ ଲକ୍ଷ? _____

(g) _____? 435 ଥର

2. **ଉପଯୋଗୀ ଶତକ** କାଲ୍‌କୁଲେଟର୍‌ରେ କେବଳ +100 ବଟନ୍‌ଟି ଅଛି । ଏହାକୁ କେତେଥର ଦବାଇଲେ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ଶାଇବ ?



(a) ଚାରି ଶହ?_____ ଥର

(b) 3,700? _____

(c) 10,000? _____

(d) ତେପନ ହଜାର? _____

(e) 90,000? _____

(f) 97,600? _____

(g) 1,00,000? _____

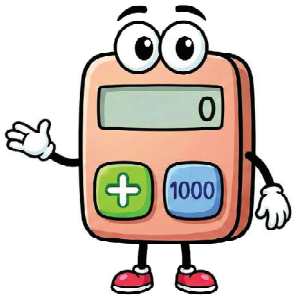
AP SCERT

(h) _____? 582 times

(i) How many hundreds are required to make ten thousand?

(j) How many hundreds are required to make one lakh?

(k) Handy Hundreds says, "There are some numbers which Tedious Tens and Thoughtful Thousands can't show but I can." Is this statement true? Think and explore.



3. The **Thoughtful Thousands** only has a +1000 button. How many times should it be pressed to show :

(a) Three thousand? 3 times

(b) 10,000? _____

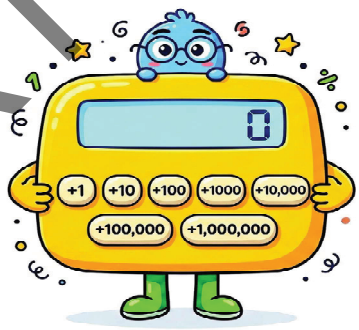
(c) Fifty three thousand? _____

(d) 90,000? _____

(e) One Lakh? _____

(f) _____? 153 times

(g) How many thousands are required to make one lakh?



4. **Creative Chitti** is a different kind of calculator. It has the following buttons:+1, +10, +100, +1000, +10000, +100000 and+1000000. It always has multiple ways of doing things. "How so?", you might ask. To get the number 321, it presses +10 thirty two times and +1 once. Will it get 321? Alternatively, it can press +100 two times and +10 twelve times and +1 once.

5. Two of the many different ways to get 5072 are shown below:

These two ways can be expressed as:

(a) (50 × 100) + (7 × 10) + (2 × 1) = 5072

(b) (3×1000) + (20×100) + (72 ×1) = 5072

? Find a different way to get 5072 and write an expression for the same

Buttons	5072	
+10,00,000		
+1,00,000		
+10,000		
+1,000		3
+100	50	20
+10	7	
+1	2	72



Figure it Out - 1.2

For each number given below, write expressions for at least two different ways to obtain the number through button clicks. Think like Chitti and be creative.

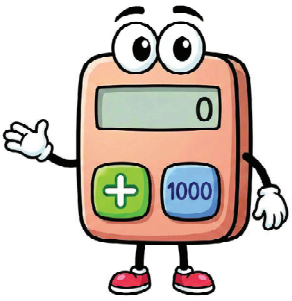
APSCERT

(h) _____? 582 ଥର

(i) ଦଶ ହଜାର ହେବାକୁ କେତେ ଶହ ଦରକାର ?

(j) ଏକ ଲକ୍ଷ ହେବାକୁ କେତେ ଶହ ଦରକାର ?

(k) "ଉପଯୋଗୀ ଶତକ" କାଲ୍‌କୁଲେଟର୍ କହୁଛି, "ଏଠାରେ କିଛି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଯାହା 'କ୍ରାନ୍ତିକାରୀ ଦଶକ' ଓ ଚିନ୍ତାଶୀଳ ହଜାର ଦେଖାଇପାରିବେ ନାହିଁ, କିନ୍ତୁ ମୁଁ ପାରିବି'' । ଏହି ଉକ୍ତି ସତ୍ୟ କି? ଚିନ୍ତାକର ଏବଂ ଅନୁସନ୍ଧାନ କର ।



3. **ଚିନ୍ତାଶୀଳ ହଜାର** କାଲ୍‌କୁଲେଟର୍‌ରେ କେବଳ +1000 ବଟନ୍‌ଟି ରହିଛି । ଏହାକ କେତେଥର ଦବାଇଲେ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦେଖାଇବ?

(a) ତିନି ହଜାର ? 3 ଥର

(b) 10,000? _____

(c) ତେପନ ହଜାର? _____

(d) 90,000? _____

(e) ଏକ ଲକ୍ଷ ? _____

(f) _____? 153 ଥର

(g) ଏକ ଲକ୍ଷ ହେବାପାଇଁ କେତେ ହଜାର ଆବଶ୍ୟକ ?



4. **'କ୍ରିୟେଟିଭ୍ ଚିଙ୍ଗି'** ଏକ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର କାଲ୍‌କୁଲେଟର୍ । ଏଥିରେ ନିମ୍ନ ଲିଖିତ ବଟନ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ଅଛି : +1, +10, +100, +1000, +10000, +100000 ଏବଂ +1000000 । ଏହା ସବୁବେଳେ ଅନେକ ଉପାୟରେ କାମ କରିଥାଏ । ତୁମେ ପଚାରିପାର, 'କେମିତି?' ସଂଖ୍ୟା 321 ପାଇବକୁ ହେଲେ, ଏହା +10 କୁ 32 ଥର ଏବଂ +1 କୁ ଥରେ ଦବାଏ । ଏହା 321 ପାଇପାରିବ କି? ବିକଳ୍ପ ଭାବରେ ଏହା +100 କ ଦଇଥର ଏବଂ +10 କୁ ବାର ଥର ଏବଂ +1କୁ ଥରେ ଦବାଇ ପାରିବ ।

5. 5072 ପାଇବାପାଇଁ ଅନେକ ଉପାୟ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ଉପାୟ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ଏହି ଦୁଇଟି ଉପାରକୁ ଏହିପରି ପରିପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ:

(a) $(50 \times 100) + (7 \times 10) + (2 \times 1) = 5072$

(b) $(3 \times 1000) + (20 \times 100) + (72 \times 1) = 5072$

? 5072 ପାଇବାପାଇଁ ଏକ ଭିନ୍ନ ଉପାୟ ଖୋଜ ଏବଂ ଏହା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ବଟନ୍	5072	
+10,00,000		
+1,00,000		
+10,000		
+1,000		3
+100	50	20
+10	7	
+1	2	72



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 1.2

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ, ବଟନ୍ ଦବାଇବା ମାଧ୍ୟମରେ ସଂଖ୍ୟା ପରିପ୍ରକାଶ କରିବାପାଇଁ ଅତି କମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟ ଲେଖ । 'କ୍ରିୟେଟିଭ୍ ଚିଙ୍ଗି' ପରି ଚିନ୍ତାକର ଏବଂ ସୃଜନଶୀଳ ହୁଅ ।

APSCERT

(a) 8300

(b) 40629

(c) 56354

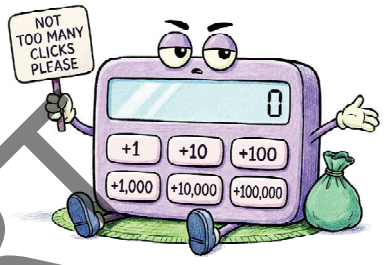
(d) 66666

(e) 367813

Creative Chitti has some questions for you —

(a) You have to make exactly 30 button presses. What is the largest 3-digit number you can make? What is the smallest 3-digit number you can make?

(b) 997 can be made using 25 clicks. Can you make 997 with a different number of clicks?



Create questions like these and challenge your classmates.

Systematic Sippy is a different kind of calculator. It has the following buttons: +1, +10, +100, +1000, +10000, +100000. It wants to be used as minimally as possible.

How can we get the numbers (a) 5072, (b) 8300 using as few button clicks as possible?

Find out which buttons should be clicked and how many times to get the desired numbers given in the table. The aim is to click as few buttons as possible.

Here is one way to get the number 5072. This method uses 23 button clicks in total.

Is there another way to get 5072 using less than 23 button clicks? Write the expression for the same.

Buttons	5072
+10,00,000	
+1,00,000	
+10,000	
+1,000	5
+100	0
+10	6
+1	12



Figure it Out - 1.3

1. For the numbers in the previous exercise, find out how to get each number by making the smallest number of button clicks and write the expression.
2. Do you see any connection between each number and the corresponding smallest number of button clicks?
3. If you notice, the expressions for the least button clicks also give the Indian place value notation of the numbers. Think about why this is so.



APSCERT

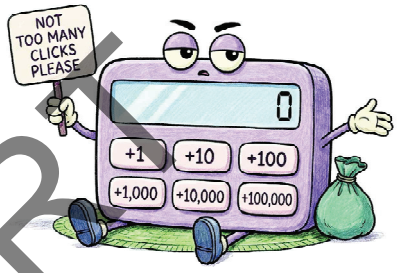
(a) 8300
(b) 40629
(c) 56354
(d) 66666
(e) 367813

ତୁମପାଇଁ 'କ୍ରିୟେଟିଭ୍ ଚିଚ୍ଚି' କାଲ୍‌କୁଲେଟର୍‌ରେ କିଛି ପ୍ରଶ୍ନ---

(a) ତୁମକୁ ଠିକ 30 ଥର ବଟନ ଦବାଇବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତୁମେ କେଉଁ ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରିପାରିବ ? ତୁମେ କେଉଁ ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାଟି ତିଆରି କରିପାରିବ ?

(b) 25 ଥର ବଟନ ଦବାଇ 997 ସଂଖ୍ୟାଟି ପାଇପାରିବା । ତୁମେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଥର ବଟନ ଦବାଇବା ମାଧ୍ୟମରେ 997 ସଂଖ୍ୟାଟି ତିଆରି କରିପାରିବ କି ?

ଏହିପରି ଆଉ କିଛି ପ୍ରଶ୍ନ ତିଆରି କରି ତୁମ ସହପାଠୀଙ୍କୁ ଚାଲେଞ୍ଜ୍ କର ।



ସିଷ୍ଟାମେଟିକ୍ ସିପ୍ପି ଏକ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର କ୍ୟାଲ୍‌କୁଲେଟର୍ । ଏଥିରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ବଟନ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ଅଛି : +1, +10, +100, +1000, +10000, +100000. ଏହାର ବଟନ୍‌କୁ ଯଥାସମ୍ଭବ କମ୍ ଥର ଦବାଇ ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନ କର ।

? ଆମେ କିପରି ଯଥାସମ୍ଭବ କମ ଥର ବଟନ ଦବାଇ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇପାରିବା ?

a) 5072, (b) 8300 ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇବା ପାଇଁ କେଉଁ ବଟନ୍‌ଗୁଡ଼ିକ କେତେଥର ଦବାଇବାକୁ ହେବ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଆମର ଲକ୍ଷ୍ୟ ହେଉଛି ଯଥାସମ୍ଭବ କମ ଥର ବଟନ ଦବାଇବା । ଏଠାରେ 5072 ସଂଖ୍ୟା ପାଇବାର ଗୋଟିଏ ଉପାୟ ଅଛି । ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ମୋଟ 23 ଥର ବଟନ ଦବାଇବାର ଉପାୟ ଦିଆଯାଇଛି । 23ଥର ଠାରୁ କମ ଥର ବଟନ ଦବାଇ 5072 ପାଇବାର ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଉପାୟ ଅଛି କି ? ସେଥିପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଲେଖ ।

Buttons	5072
+10,00,000	
+1,00,000	
+10,000	
+1,000	5
+100	0
+10	6
+1	12



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 1.3

1. ପୂର୍ବ ଅଭ୍ୟାସରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ସର୍ବନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ବଟନ ଦବାଇ କିପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ, ତାହା ଖୋଜ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।
2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଅନୁରୂପ ସର୍ବନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ବଟନ ଦବାଇବା ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସମ୍ପର୍କ ଥିବାର ତୁମେ ଦେଖିପାରୁଛ କି ?
3. ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ, ସର୍ବନିମ୍ନ ବଟନ ଦବାଇବା ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ, ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟ ଦେଇଥାଏ । ଏହାର କାରଣ ବିଷୟରେ ତୁମେ ଚିନ୍ତାକର ।



AP SCERT

What if we press the +10,00,000 button ten times? What number will come up? How many zeroes will it have? What should we call it? The number will be 100 lakhs, which is also called a crore. 1 crore is written as 1,00,00,000 - it is 1 followed by seven zeroes.

1.3 Of Crores and Crores!

The table below shows some numbers according to both the Indian system and the American system (also called the International system) of naming numerals and placing commas. Observe the placement of commas in both systems.

Indian System		American System	
1,000	One thousand	1,000	One thousand
10,000	Ten thousand	10,000	Ten thousand
1,00,000	One lakh	100,000	Hundred thousand
10,00,000	Ten lakhs	1,000,000	One million
1,00,00,000	One crore	10,000,000	Ten million
10,00,00,000	Ten crores	100,000,000	Hundred million
1,00,00,00,000	One arab or One hundred crores	1,000,000,000	One billion

© NCERT

The Indian system of naming numbers is also followed in Bhutan, Nepal, Sri Lanka, Pakistan, Bangladesh, Maldives, Afghanistan, and Myanmar. The words lakh and crore originate from the Sanskrit words laksha and koti. The American system is also used in many countries.

Observe the number of zeroes in 1 lakh and 1 crore.

1 lakh, written in numbers would be 1 followed by 5 zeroes. 1 crore, written in numbers would be 1 followed by 7 zeroes.

A lakh is a hundred times a thousand, a crore is a hundred times a lakh and an arab is a hundred times a crore (i.e., a hundred thousand is 1 lakh, 100 lakhs is 1 crore, and 100 crores is 1 arab).

(?) How many zeros does a thousand lakh have?

The number 9876501234 can be easily read by placing commas first:

(a) 9,87,65,01,234 → 9 arab 87 crore 65 lakhs 1 thousand and 234 or 987 crore 65 lakh 1 thousand 234 (in the Indian system).

(b) 9,876,501,234 → 9 billion 876 million 501 thousand 234 (in the American system).

ଯଦି ଆମେ +10,00,000 ବଟନ୍‌କୁ ଦଶଥର ଦବାଇବା, ତେବେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ? ଏଥିରେ କେତୋଟି ଶୂନ ରହିବ ? ଏହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆମେ କ'ଣ କହିବା ? ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟି 100 ଲକ୍ଷ ହେବ, ଯାହାକୁ ଏକ କୋଟି ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । 1 କୋଟିକୁ 1,00,00,000 ରୂପରେ ଲେଖାଯାଏ, ଯାହାର 1 ପରେ ସାତୋଟି ଶୂନ ଲେଖାଯାଏ

1.4 କୋଟି ବା କୋଟିରୁ ଅଧିକ !

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାରଣୀଟି ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ ଓ ଆମେରିକୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ (ଆନ୍ତର୍ଜାତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ) ଅନୁଯାୟୀ କିଛି ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ଶାଉଛି, ଯେଉଁଥିରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଓ କମା ବ୍ୟବହାର କରିବା ନିୟମ ଦିଆଯାଇଛି । ଉଭୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ କମା ଲଗାଇବାର ପଦ୍ଧତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ		ଆମେରିକୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ	
1,000	ଏକ ହଜାର	1,000	ଏକ ହଜାର
10,000	ଦଶ ହଜାର	10,000	ଦଶ ହଜାର
1,00,000	ଏକ ଲକ୍ଷ	100,000	ଏକ ଶହ ହଜାର
10,00,000	ଦଶ ଲକ୍ଷ	1,000,000	ଏକ ମିଲିଅନ୍
1,00,00,000	ଏକ କୋଟି	10,000,000	ଦଶ ମିଲିଅନ୍
10,00,00,000	ଦଶ କୋଟି	100,000,000	ଏକ ଶହ ମିଲିଅନ୍
1,00,00,00,000	ଏକ ଅରବ ବା ଏକ ଶହ କୋଟି	1,000,000,000	ଏକ ବିଲିଅନ୍

ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ନାମକରଣ ପଦ୍ଧତି ଭୁଟାନ, ଶ୍ରୀଲଙ୍କା, ନେପାଳ, ପାକିସ୍ତାନ, ବାଂଲାଦେଶ, ମାଳଦୀପ, ଆଫଗାନିସ୍ତାନ ଓ ମିଆଁମାରରେ ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ଲକ୍ଷ ଓ କୋଟି ଶବ୍ଦ ସଂସ୍କୃତ ଶବ୍ଦ ଲକ୍ଷ (ଲକ୍ଷ) ଓ କୋଟି (କୋଟି) ରୁ ଆସିଛି । ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟ ଅନେକ ଦେଶରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

1 ଲକ୍ଷ ଓ 1 କୋଟିରେ କେତୋଟି ଶୂନ ଅଛି ତାହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

1 ଲକ୍ଷକୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ଲେଖିଲେ 1 ର ଡାହାଣପଟେ 5 ଟି ଶୂନ ଲେଖାଯାଏ । 1 କୋଟିକୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ଲେଖିଲେ 1 ର ଡାହାଣପଟେ 7 ଟି ଶୂନ ଲେଖାଯାଏ ।

ଏକ ଲକ୍ଷ ହେଉଛି ଏକ ହଜାରର ଶହେ ଗୁଣ, ଏକ କୋଟି ହେଉଛି ଏକ ଲକ୍ଷର ଶହେ ଗୁଣ ଏବଂ ଏକ ଅରବ ହେଉଛି 1 କୋଟିର ଶହେ ଗୁଣ (ଅର୍ଥାତ୍ ଏକ ଶହ ହଜାର ହେଉଛି 1 ଲକ୍ଷ, 100 ଲକ୍ଷ ହେଉଛି ୧ କୋଟି ଏବଂ 100 କୋଟି ହେଉଛି 1 ଅରବ) ।

? ଏକ ହଜାର ଲକ୍ଷରେ କେତୋଟି ଶୂନ ଅଛି ?

9876501234 ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ପ୍ରଥମେ କମା ଦେଇ ସହଜରେ ପଢ଼ିହେବ ।

(a) 9,87,65,01,234 → 9 ଅରବ 87 କୋଟି 65 ଲକ୍ଷ 1 ହଜାର 234 କିମ୍ବା
987 କୋଟି 65 ଲକ୍ଷ 1 ହଜାର 234 (ଭାରତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ)

(b) 9,876,501,234 → 9 ବିଲିଅନ୍ 876 ମିଲିଅନ୍ 501 ହଜାର 234 (ଆମେରିକା ପ୍ରଣାଳୀରେ)

AP SCERT



Figure it Out - 1.4

1. Read the following numbers in Indian place value notation and write their number names in both the Indian and American systems:
   (a) 4050678 (b) 48121620
   (c) 20022002 (d) 246813579
   (e) 345000543 (f) 1020304050
2. Write the following numbers in Indian place value notation:
   (a) One crore one lakh one thousand ten
   (b) One billion one million one thousand one
   (c) Ten crore twenty lakh thirty thousand forty
   (d) Nine billion eighty million seven hundred thousand six hundred
3. Compare and write '<', '>' or '=':
   (a) 30 thousand ____ 3 lakhs
   (b) 500 lakhs _____ 5 million
   (c) 800 thousand ____ 8 million
   (d) 640 crore _____ 60 billion
   We shall come across even bigger numbers in later grades.

1.4 Exact and Approximate Values



What do you think of this conversation? Have you read or heard such headlines or statements?

Very often, exact numbers are not required and just an approximation is sufficient. For example, according to the 2011 census, the population of Amalapuram town is 76,068. Instead, saying that the population is about 75,000 is enough to give an idea of how big the quantity is.

APSCERT



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର -1.4

1. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଅନୁସାରେ ପଢ଼ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ନାମ ଉଭୟ ଭାରତୀୟ ଓ ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖ :

   (a) 4050678 (b) 48121620

   (c) 20022002 (d) 246813579

   (e) 345000543 (f) 1020304050

2. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସାରେ ଲେଖ ।

   (a) ଏକ କୋଟି ଏକ ଲକ୍ଷ ଏକ ହଜାର ଦଶ

   (b) ଏକ ବିଲିୟନ୍ ଏକ ମିଲିୟନ୍ ଏକ ହଜାର ଏକ

   (c) ଦଶ କୋଟି କୋଡ଼ିଏ ଲକ୍ଷ ତିରଶି ହଜାର ଚାଳିଶି

   (d) ନଅ ବିଲିୟନ୍ ଅଶୀଏ ମିଲିୟନ୍ ସାତ ଶହ ହଜାର ଛଅ ଶହ

3. '<', '>' କିମ୍ବା '=' ଲେଖି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କର ।

   (a) 30 ହଜାର ____ 3 ଲକ୍ଷ

   (b) 500 ଲକ୍ଷ _____ 5 ମିଲିଅନ୍

   (c) 800 ହଜାର ____ 8 ମିଲିଅନ୍

   (d) 640 କୋଟି _____ 60 ବିଲିଅନ୍

ଆଗାମୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଆହୁରି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ ଜାଣିବା ।

1.4 ଠିକ୍ ଏବଂ ଆନୁମାନିକ ମାନ :

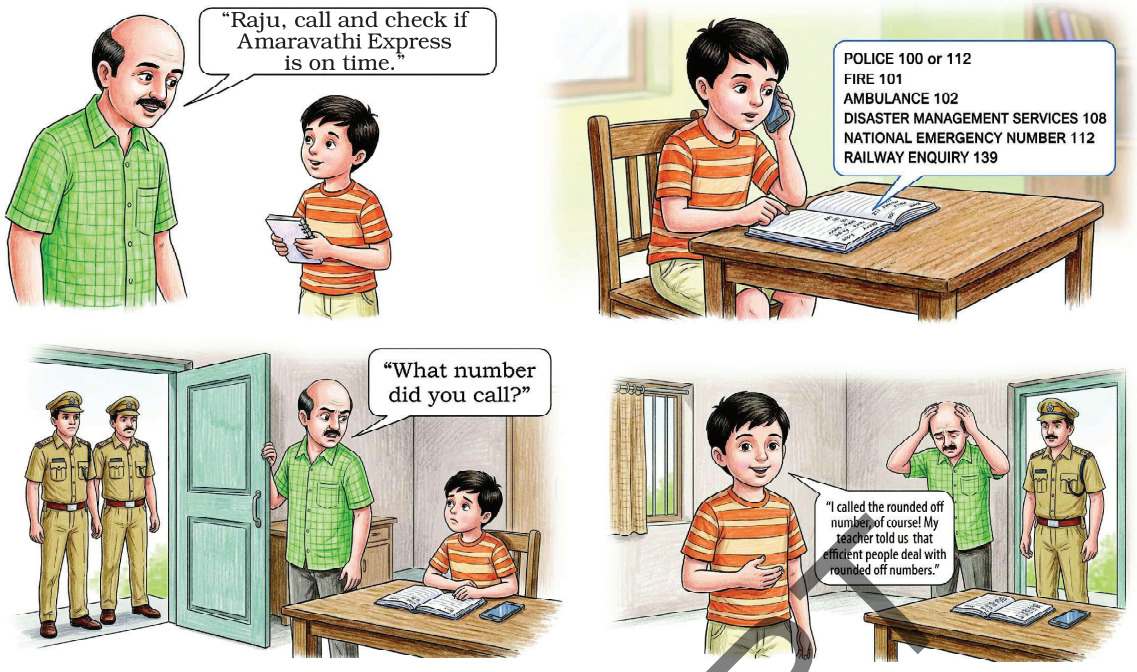


ଏହି ବାର୍ତ୍ତାଳାପ ବିଷୟରେ ତୁମେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ? ତୁମେ ଏପରି ଶିରୋନାମା କିମ୍ବା ଉକ୍ତି ପଢ଼ିଛ କି ?

ଅନେକ ସମୟରେ, ଠିକ ସଂଖ୍ୟା ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ ନାହିଁ ଏବଂ କେବଳ ଏକ ଆନୁମାନିକ ମାନ ଯଥେଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସରୂପ, 2011 ଜନଗଣନା ଅନୁଯାୟୀ, ଅମଲାପୁରମ୍ ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା 76,064. ଅଟେ । ଏହା ବଦଳରେ ଜନସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାୟ 75,000 ବୋଲି କହିବା ଯଥେଷ୍ଟ, ଯାହାଦ୍ୱାରା ପରିମାଣ କେତେ ବଡ଼ ତାହାର ଏକ ଧାରଣା ମିଳିଥାଏ ।

AP SCERT



There are situations where it makes sense to round up a number (rounding up is when the approximated number is more than the actual number). For example, if a school has 732 people including students, teachers and staff: the principal might order 750 sweets instead of 700 sweets.

There are situations where it is better to round down (rounding down is when the approximated number is less than the actual number). For example, if the cost of an item is ₹470, the shopkeeper may say that the cost is around ₹450 instead of saying it is around ₹500.

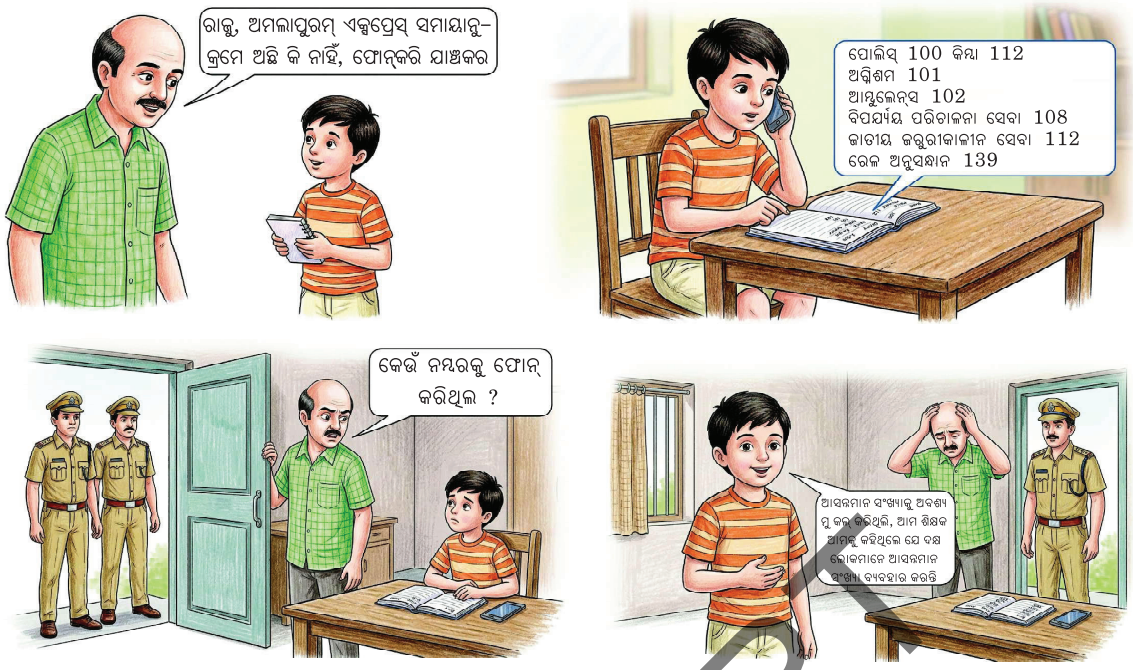
? Think and share situations where it is appropriate to (a) round up, (b) round down, (c) either rounding up or rounding down is okay and (d) when exact numbers are needed.

Nearest Neighbours

With large numbers it is useful to know the nearest thousand, lakh or crore. For example, the nearest neighbours of the number 6,72,85,183 are shown in the table below.

Nearest thousand	6,72,85,000
Nearest ten thousand	6,72,90,000
Nearest lakh	6,73,00,000
Nearest ten lakh	6,70,00,000
Nearest crore	7,00,00,000

AP SCERT



ଏପରି ପରିସ୍ଥିତି ଅଛି, ଯେଉଁଠାରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆସନ୍ନମାନ (ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ମାନ) କରିବା ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇଥାଏ । (ସଂଖ୍ୟାର ଆସନ୍ନମାନ କରିବା ବେଳେ ଆସନ୍ନମାନ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ଅଧିକ ହୋଇଥାଏ କିମ୍ବା ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କମ୍ ମଧ୍ୟ ହୋଇଥାଏ) । (rounding up କିମ୍ବା rounding down କୁ ଆସନ୍ନମାନ ରୂପେ ନିଆଯାଏ ।)

ଉଦାହରଣ ସରୂପ, ଯଦି ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଛାତ୍ର, ଶିକ୍ଷକ ଓ କର୍ମଚାରୀ ସମେତ 732 ଜଣ ଅଛନ୍ତି, ତେବେ ପ୍ରଧାନ ଶିକ୍ଷକ 700 ଟି ମିଠା ବଦଳରେ 750 ଟି ମିଠା ବରାଦ କରିପାରନ୍ତି । ପୁନଶ୍ଚ, ଯଦି ଗୋଟିଏ ଜିନିଷର ମୂଲ୍ୟ 470 ଟଙ୍କା ତେବେ ଦୋକାନୀ 500 ଟଙ୍କା ବଦଳରେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ 450 ଟଙ୍କା ମଧ୍ୟ କହିପାରନ୍ତି ।

? ସେହି ପରିସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକୁ ଦଳଗତଭାବେ ବିଚାର କର ଏବଂ ଆଲୋଚନା କର ଯେଉଁଠାରେ (କ) ଆସନ୍ନମାନଟି ପ୍ରକୃତ ମାନଠାରୁ ଅଧିକ ହେବ (ଖ) ଆସନ୍ନମାନଟି ପ୍ରକୃତ ମାନଠାରୁ କମ୍ ହେବ (ଗ) ଆସନ୍ନମାନଟି ପ୍ରକୃତ ମାନଠାରୁ ଅଧିକ ବା କମ୍ ହେବ, (ଘ) ଠିକ୍ ସଂଖ୍ୟା ଆବଶ୍ୟକ ହେବ ।

ନିକଟତମ ପଡ଼ୋଶୀ :

ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ନିକଟତମ ହଜାର, ଲକ୍ଷ କିମ୍ବା କୋଟି ଜାଣିବା ଉପଯୋଗୀ ଅଟେ । ଉଦାହରଣ ସରୂପ, ସଂଖ୍ୟା 6,72,85,183ର ନିକଟତମ ସଂଖ୍ୟା (ଆସନ୍ନମାନ) ଲେଖାଯାଇଛି ।

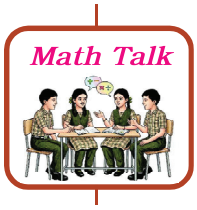
ନିକଟତମ ହଜାର	6,72,85,000
ନିକଟତମ ଦଶ ହଜାର	6,72,90,000
ନିକଟତମ ଲକ୍ଷ	6,73,00,000
ନିକଟତମ ଦଶ ଲକ୍ଷ	6,70,00,000
ନିକଟତମ କୋଟି	7,00,00,000

APSCERT

? Similarly, write the five nearest neighbours for these numbers:

(a) 3,87,69,957

(b) 29,05,32,481



? I have a number for which all five nearest neighbours are 5,00,00,000. What could the number be? How many such numbers are there?

Hasantika and Srestha are estimating the values of simple expressions.

1. **4,63,128 + 4,19,682,**

Hasantika: "The sum is near 8,00,000 and is more than 8,00,000."

Srestha : "The sum is near 9,00,000 and is less than 9,00,000."

(a) Are these estimates correct? Whose estimate is closer to the sum?

(b) Will the sum be greater than 8,50,000 or less than 8,50,000? Why do you think so?

(c) Will the sum be greater than 8,83,128 or less than 8,83,128? Why do you think so?

(d) Exact value of 4,63,128 + 4,19,682 = _____

2. **14,63,128 – 4,90,020**

Hasantika: "The difference is near 10,00,000 and is less than 10,00,000."

Srestha : "The difference is near 9,00,000 and is more than 9,00,000."

(a) Are these estimates correct? Whose estimate is closer to the difference?

(b) Will the difference be greater than 9,50,000 or less than 9,50,000? Why do you think so?

(c) Will the difference be greater than 9,63,128 or less than 9,63,128? Why do you think so?

(d) Exact value of 14,63,128 – 4,90,020 = _____

Note to the Teacher: Ask students questions like — "what could the numbers be if the sum had to be less than 8,50,000."

AP SCERT

? ସେହିଭଳି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର, ପାଞ୍ଚୋଟି ନିକଟତମ ସଂଖ୍ୟା (ଆସନ୍ନମାନ) ଲେଖ :

(a) 3,87,69,957

(b) 29,05,32,481

? ମୋ ପାଖରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଯାହାର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ଏହିପରି 5 ଟି ସଂଖ୍ୟା 5,00,00,000 ଅଟେ । ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ? ଏହିପରି କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ? ହସନ୍ତିକା ଏବଂ ଶ୍ରେଷ୍ଠା ସରଳ ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ଆକଳନ କରୁଛନ୍ତି ।



1. 4,63,128 + 4,19,682,

ହସନ୍ତିକା : ଯୋଗଫଳ ପ୍ରାୟ 8,00,000 ଏବଂ 8,00,000 ରୁ ଅଧିକ ।

ଶ୍ରେଷ୍ଠା : ଯୋଗଫଳ ପ୍ରାୟ 9,00,000 ଏବଂ 9,00,000 ରୁ କମ୍ ।

(a) ଏହି ଆକଳନଗୁଡ଼ିକ ଠିକ ଅଛି କି ? କାହାର ଆକଳନ ଯୋଗଫଳର ନିକଟତର ।

(b) ଯୋଗଫଳ 8,50,000 ରୁ ଅଧିକ ହେବ କିମ୍ବା 8,50,000 ରୁ କମ ହେବ । ତୁମେ ଏହା କାହିଁକି ଭାବୁଛ ?

(c) ଯୋଗଫଳ 8,83,128 ରୁ ଅଧିକ ହେବ କିମ୍ବା8,83,128 ରୁ କମ୍ ହେବ ?

ତୁମେ ଏପରି କାହିଁକି ଭାବୁଛ ?

(d) 4,63,128 + 4,19,682 ର ଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ = _____

2. 14,63,128 - 4,90,020

ହସନ୍ତିକା : "ପାର୍ଥକ୍ୟ ପାଖାପାଖି 10,00,000 ଏବଂ 10,00,000 ରୁ କମ୍ ।"

ଶ୍ରେଷ୍ଠା :"ପାର୍ଥକ୍ୟ ପାଖାପାଖି 9,00,000 ଏବଂ 9,00,000 ରୁ ବେଶୀ ।."

(a) ଏହି ଆକଳନଗୁଡ଼ିକ ଠିକ ଅଛି କି ? କାହାର ଆକଳନ ପାର୍ଥକ୍ୟର ନିକଟତର ।

(b) ପାର୍ଥକ୍ୟ 9,50,000 ରୁ ଅଧିକ ହେବ କିମ୍ବା 9,50,000 ରୁ କମ୍ ହେବ?

ତୁମେ ଏପରି କାହିଁକି ଭାବୁଛ ?

(c) ପାର୍ଥକ୍ୟ 9,63,128 ରୁ ଅଧିକ ହେବ କିମ୍ବା 9,63,128 ରୁ କମ୍ ହେବ କି ?

ତୁମେ ଏପରି କାହିଁକି ଭାବୁଛ ?

(d) 14,63,128 - 4,90,020 ର ଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ= _____

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା: ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରନ୍ତୁ ଯେପରିକି – 'ଯଦି ସମଷ୍ଟି 8,50,000 ରୁ କମ୍ ହୋଇଥାନ୍ତା, ତେବେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ହୋଇଥାନ୍ତା ?'

AP SCERT

Populations of Cities

Observe the populations of some Indian cities in the table below.

Rank	City	Population (2011)	Population (2001)
1	Mumbai	1,24,42,373	1,19,78,450
2	New Delhi	1,10,07,835	98,79,172
3	Bengaluru	84,25,970	43,01,326
4	Hyderabad	68,09,970	36,37,483
5	Ahmedabad	55,70,585	35,20,085
6	Chennai	46,81,087	43,43,645
7	Kolkata	44,86,679	45,72,876
8	Surat	44,67,797	24,33,835
9	Vadodara	35,52,371	16,90,000
10	Pune	31,15,431	25,38,473
11	Jaipur	30,46,163	23,22,575
12	Lucknow	28,15,601	21,85,927
13	Kanpur	27,67,031	25,51,337
14	Nagpur	24,05,665	20,52,066
15	Indore	19,60,631	14,74,968
16	Thane	18,18,872	12,62,551
17	Bhopal	17,98,218	14,37,354
18	Visakhapatnam	17,28,128	13,45,938
19	Pimpri-Chinchwad	17,27,692	10,12,472
20	Patna	16,84,222	13,66,444

AP SCERT

ସହରଗୁଡ଼ିକର ଜନସଂଖ୍ୟା

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ କିଛି ଭାରତୀୟ ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ର୍ୟାଙ୍କ୍	ସହର	ଜନସଂଖ୍ୟା (2011)	ଜନସଂଖ୍ୟା (2001)
1	ମୁମ୍ବାଇ	1,24,42,373	1,19,78,450
2	ନୂଆ ଦିଲ୍ଲୀ	1,10,07,835	98,79,172
3	ବେଙ୍ଗାଲୁରୁ	84,25,970	43,01,326
4	ହାଇଦ୍ରାବାଦ୍	68,09,970	36,37,483
5	ଅହମଦାବାଦ୍	55,70,585	35,20,085
6	ଚେନ୍ନାଇ	46,81,087	43,43,645
7	କୋଲ୍‌କତା	44,86,679	45,72,876
8	ସୁରତ୍	44,67,797	24,33,835
9	ୱାଡ଼ୋଦରା	35,52,371	16,90,000
10	ପୁନେ	31,15,431	25,38,473
11	ଜୟପୁର	30,46,163	23,22,575
12	ଲକ୍ଷ୍ନୌ	28,15,601	21,85,927
13	କାନ୍‌ପୁର୍	27,67,031	25,51,337
14	ନାଗ୍‌ପୁର୍	24,05,665	20,52,066
15	ଇନ୍ଦୋର୍	19,60,631	14,74,968
16	ଥାନେ	18,18,872	12,62,551
17	ଭୋପାଲ୍	17,98,218	14,37,354
18	ବିଶାଖପାଟଣା	17,28,128	13,45,938
19	ପିମ୍ପ୍ରି–ଚିଞ୍ଚ୍ୱାଡ୍	17,27,692	10,12,472
20	ପାଟ୍‌ନା	16,84,222	13,66,444

AP SCERT

From the information given in the table, answer the following questions by approximation:

1. What is your general observation about this data? Share it with the class.
2. How much is the population of Pune in 2011? Approximately, by how much has it increased compared to 2001?
3. Which city's population increased the most between 2001 and 2011?
4. Are there cities whose population has almost doubled? Which are they?
5. By what number should we multiply Patna's population to get a number/population close to that of Mumbai?

Fascinating Facts about Large Numbers

Some interesting facts about large numbers are hidden below. Calculate the product or quotient to uncover the facts. Once you find the product or quotient, read the number in both Indian and American naming systems. Share your thoughts and questions about the fact with the class after you discover each number.

AP SCERT

1250×380

is the number of kirtanas composed by Purandaradasa according to legends.
Purandaradasa was a composer and singer in the 15th century. His kirtanas spanned social reform, bhakti and spirituality. He systematised methods for teaching Carnatic music which is followed to the present day.





How many years did he live to compose so many songs? At what age did he start composing songs? If he composed 4,75,000 songs, how many songs per year did he have to compose?

ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାରଣୀର ତଥ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଆସନ୍ନମାନ ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

1. ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟ ବିଷୟରେ ତୁମ ସାଧାରଣ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କ'ଣ ? ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କର ।
2. 2011 ମସିହାରେ ପୁନେ ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

   ଆନୁମାନିକ ଭାବରେ, 2001 ତୁଳନାରେ ଏହା କେତେ ବୃଦ୍ଧିପାଇଛି ?
3. 2001 ଏବଂ 2011 ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା ସର୍ବାଧିକ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଛି ?
4. କେଉଁ କେଉଁ ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା 2001 ତୁଳନାରେ ପ୍ରାୟ ଦୁଇଗୁଣ ହୋଇଛି ?
5. ପାଟଣାର ଜନସଂଖ୍ୟାକୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନକଲେ ମୁମ୍ବାଇ ସହର ଜନସଂଖ୍ୟାର ପାଖାପାଖି ହେବ ?

ବଡ଼ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପର୍କରେ ମଜାଦାର ତଥ୍ୟ

ବଡ଼ସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ କିଛି ରୋଚକ ତଥ୍ୟ ତଳେ ଲୁଚି ରହିଛି । ସେହି ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଖୋଜି ବାହାର କରିବା ପାଇଁ ଗୁଣଫଳ କିମ୍ବା ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତୁମେ ଯେତେବେଳେ ଗୁଣଫଳ କିମ୍ବା ଭାଗଫଳ ପାଇଗଲ, ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ ଏବଂ ଆମେରିକୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ପଢ଼ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବାପରେ ତତ୍ ସଂପର୍କିତ ତୁମ ନିଜର ଚିନ୍ତା ଓ ପ୍ରଶ୍ନ ଶ୍ରେଣୀରେ ଉପସ୍ଥାପନ କର ।

1250×380

କିମ୍ବଦନ୍ତୀ ଅନୁସାରେ, ଏହା ହେଉଛି ପୁରନ୍ଦରଦାସଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ରଚିତ କୀର୍ତ୍ତନ ସଂଖ୍ୟା । ପୁରନ୍ଦରଦାସ ପଞ୍ଚଦଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଜଣେ ସଙ୍ଗୀତଜ୍ଞ ଏବଂ ଗାୟକ ଥିଲେ । ତାଙ୍କର କୀର୍ତ୍ତନଗୁଡ଼ିକ ଭକ୍ତି, ଆଧ୍ୟାତ୍ମିକତା ଏବଂ ସମାଜ ସଂସ୍କାରଧର୍ମୀ ଥିଲା । ସେ କର୍ଣ୍ଣାଟକ ସଙ୍ଗୀତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ସୁବ୍ୟବସ୍ଥିତ କରିଥିଲେ ଯାହାକି ଆଜି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅନୁସରଣ କରାଯାଉଛି ।





ସେ ଏତେଗୁଡ଼ିଏ ଗୀତ ରଚନା କରିବା ପାଇଁ କେତେ ବର୍ଷ ବଞ୍ଚିଥିଲେ ? ସେ କେତେବର୍ଷ ବୟସରୁ ଗୀତ ରଚନା କରିବା ଆରମ୍ଭ କରିଥିଲେ ? ଯଦି ସେ 4,75,000 ଗୀତ ରଚନା କରିଥିଲେ, ତେବେ ତାଙ୍କୁ ପ୍ରତିବର୍ଷ କେତେ ସଂଖ୍ୟକ ଗୀତ ରଚନା କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥିଲା ?

AP SCERT

2100 × 70,000

is the approximate distance in kilometers, between the Earth and the Sun.
This distance keeps varying throughout the year.
The farthest distance is about 152 million kilometers.

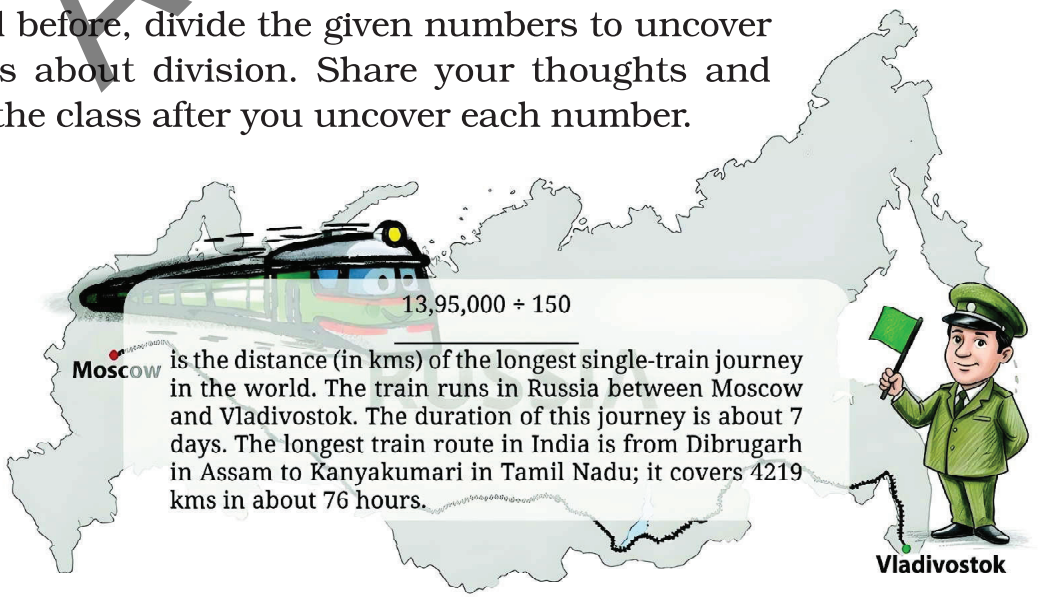


6400 × 62,500

is the average number of litres of water the Amazon river discharges into the Atlantic Ocean every second. The river's flow into the Atlantic is so much that drinkable freshwater is found even 160 kilometers into the open sea.

APSCERT

As you did before, divide the given numbers to uncover interesting facts about division. Share your thoughts and questions with the class after you uncover each number.



13,95,000 ÷ 150

is the distance (in kms) of the longest single-train journey in the world. The train runs in Russia between Moscow and Vladivostok. The duration of this journey is about 7 days. The longest train route in India is from Dibrugarh in Assam to Kanyakumari in Tamil Nadu; it covers 4219 kms in about 76 hours.

2100 × 70,000

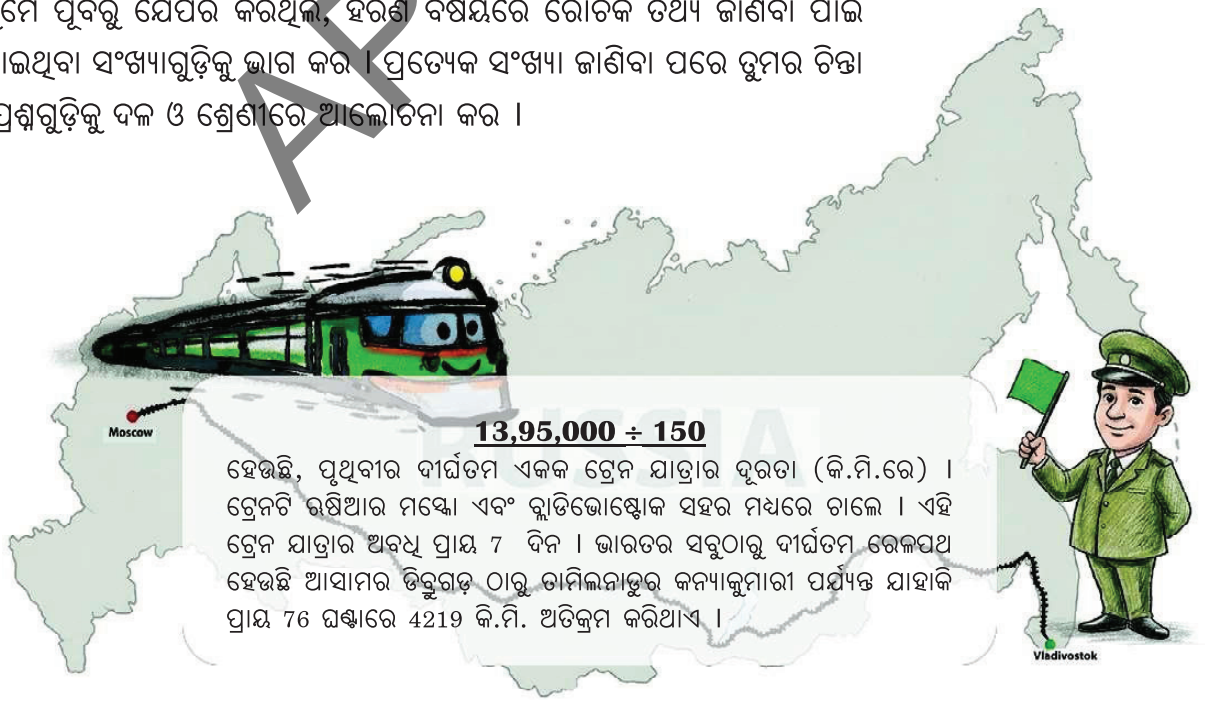
ହେଉଛି, ପୃଥବୀ ଓ ସୂର୍ଯ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କିଲୋମିଟରରେ ଆନୁମାନିକ ଦୂରତା । ଏହି ଦୂରତା ବର୍ଷସାରା ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ହୋଇଥାଏ । ପୃଥିବୀ ଓ ସୂର୍ଯ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବାଧିକ ଦୂରତା ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 152 ମିଲିୟନ୍ କିଲୋମିଟର ।



6400 × 62,500

ଆମାଜନ୍ ନଦୀ ପ୍ରତି ସେକେଣ୍ଡରେ ଆଟଲାଣ୍ଟିକ ମହାସାଗରକୁ ଛାଡୁଥିବା ପାଣିର ପରିମାଣ (ଲିଟରରେ) । ଆଟ୍‌ଲାଣ୍ଟିକ ମହାସାଗରରେ ଆମେଜାନ୍ ନଦୀର ଜଳ ପ୍ରବାହ ଏତେ ଅଧିକ ପରିମାଣରେ ହୋଇଥାଏ ଯେ ଖୋଲା ସମୁଦ୍ର କୂଳରୁ 160କି.ମି. ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସ୍ୱଚ୍ଛ ପାନୀୟ ଜଳ ମିଳିଥାଏ ।

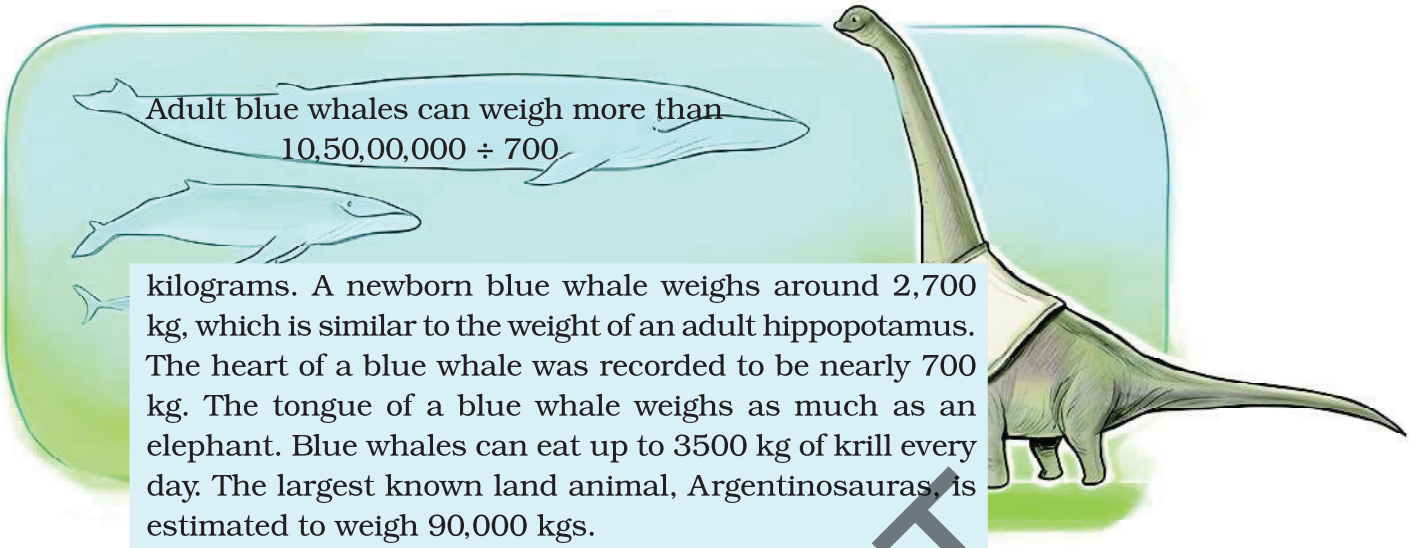
ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଯେପରି କରିଥିଲ, ହରଣ ବିଷୟରେ ରୋଚକ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଭାଗ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପରେ ତୁମର ଚିନ୍ତା ଏବଂ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ଦଳ ଓ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କର ।



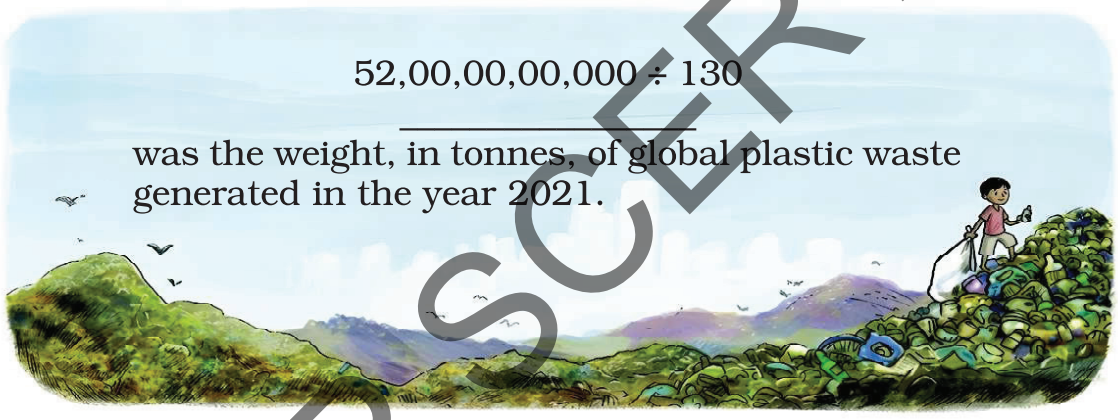
13,95,000 ÷ 150

ହେଉଛି, ପୃଥିବୀର ଦୀର୍ଘତମ ଏକକ ଟ୍ରେନ ଯାତ୍ରାର ଦୂରତା (କି.ମି.ରେ) । ଟ୍ରେନଟି ଋଷିଆର ମସ୍କୋ ଏବଂ ଭ୍ଲାଡିଭୋଷ୍ଟୋକ ସହର ମଧ୍ୟରେ ଚାଲେ । ଏହି ଟ୍ରେନ ଯାତ୍ରାର ଅବଧି ପ୍ରାୟ 7 ଦିନ । ଭାରତର ସବୁଠାରୁ ଦୀର୍ଘତମ ରେଳପଥ ହେଉଛି ଆସାମର ଡିବ୍ରୁଗଡ଼ ଠାରୁ ତାମିଲନାଡୁର କନ୍ୟାକୁମାରୀ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯାହାକି ପ୍ରାୟ 76 ଘଣ୍ଟାରେ 4219 କି.ମି. ଅତିକ୍ରମ କରିଥାଏ ।

APSCERT



kilograms. A newborn blue whale weighs around 2,700 kg, which is similar to the weight of an adult hippopotamus. The heart of a blue whale was recorded to be nearly 700 kg. The tongue of a blue whale weighs as much as an elephant. Blue whales can eat up to 3500 kg of krill every day. The largest known land animal, Argentinosauras, is estimated to weigh 90,000 kgs.



Large Number Fact

In a single gram of healthy soil there can be 100 million to 1 billion bacteria and 1 lakh to 1 million fungi, which can support plants' growth and health.

Share such large-number facts you know / come across with your class.

Veda Numbers:

Number names in ancient Bharat

Vedas used words for numbers.

For example, Tridasati = Trimsat = $3 \times 10 = 30$

Ekatrimsat (eka+trimsat) = $30 + 1 = 31$

Yajurveda referred the height number as parardha = 10^{12} = 1 lakh crore.

Siddhartha (Gowtama Buddha) counted numbers upto Tallakshana = 10^{53}

Ramayana mentioned numbers up Mahayuga 10^{62}.

© NCERT not to be republished



ନୀଳତିମିର ଓଜନ

$10,50,00,000 \div 700$

କିଲୋଗ୍ରାମ୍‌ରୁ ଅଧିକ ହୋଇପାରେ । ଗୋଟିଏ ନବଜାତ ନୀଳତିମିର ଓଜନ ପ୍ରାୟ 2,700 କି.ଗ୍ରା., ଯାହାକି ଏକ ବୟସ୍କ ଜଳହସ୍ତୀର ଓଜନ ସହିତ ସମାନ । ଗୋଟିଏ ନୀଳତିମିର ହୃତ୍‌ପିଣ୍ଡର ଓଜନ ପାଖାପାଖି 700 କି.ଗ୍ରା. ରେକର୍ଡ କରାଯାଇଅଛି । ନୀଳତିମିର ଜିଭର ଓଜନ ଗୋଟିଏ ହାତୀର ଓଜନ ସହିତ ସମାନ ହେବ । ନୀଳତିମିର ପ୍ରତିଦିନ ପ୍ରାୟ 3500 କି.ଗ୍ରା.ର କ୍ରିଲ (ଏକ ପ୍ରକାର ଛୋଟ ମାଛ) ଖାଇପାରେ । ଆର୍ଜେଣ୍ଟିନୋସରସ ହେଉଛି ପୃଥିବୀର ସବୁଠାରୁ ବୃହତ୍ତମ ସ୍ଥଳଚର ପ୍ରାଣୀ, ଯାହାର ଆନୁମାନିକ ଓଜନ ପ୍ରାୟ 90,000 କି.ଗ୍ରା. ।

$52,00,00,00,000 \div 130$

ହେଉଛି 2021 ମସିହାରେ ବିଶ୍ୱରେ ନିର୍ଗତ ହୋଇଥିବା ପ୍ଲାଷ୍ଟିକ ବର୍ଜ୍ୟବସ୍ତୁର ଓଜନ (ଟନ୍‌ରେ) ।

APSCERT

ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ସଂପର୍କୀୟ ତଥ୍ୟ

ସାଧାରଣ ଭାବରେ ପ୍ରତି ଏକ ଗ୍ରାମ ଉତ୍କୃଷ୍ଟ ମୃତ୍ତିକାରେ ପ୍ରାୟ 100 ମିଲିୟନ୍‌ରୁ 1 ବିଲିୟନ୍ ବ୍ୟାକ୍ଟେରିଆ ଏବଂ 1 ଲକ୍ଷରୁ 1 ମିଲିଅନ୍(ନିୟୁତ) କବକ (fungi), ଯାହାକି ଗଛକୁ ସୁସ୍ଥ ରଖେ ଓ ବୃଦ୍ଧିରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

ସେହିଭଳି ତୁମେ ଜାଣିଥିବା ବଡ଼ ନମ୍ବର ସଂପର୍କିତ ଅନ୍ୟ କିଛି ତଥ୍ୟକୁ ତୁମଦଳ ଓ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କର ।

ବେଦ ସଂଖ୍ୟା :

ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତ ବର୍ଷରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ନାମ
ବେଦରେ ସଂଖ୍ୟାପାଇଁ ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ
ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ତ୍ରିଦଶତି = ତ୍ରିଂଶତ= $3\times10 = 30$
ଏକ ତ୍ରିଂଶତ୍ (ଏକ + ତ୍ରିଂଶତ୍) = $30+1 = 31$
ଯଜୁର୍ବେଦରେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ପରାର୍ଦ୍ଧ = 10^{12} = 1 ଲକ୍ଷକୋଟି ବୋଲି ଲେଖାଯାଇଛି
ସିଦ୍ଧାର୍ଥ (ଗୌତମ ବୁଦ୍ଧ) ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ତଲ୍ଲକ୍ଷଣ = 10^{53} ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣନା କରିଥିଲେ
ରାମାୟଣରେ ଏକ ମହାଯୁଗ = 10^{62} ବୋଲି ଅଭିହିତ ଅଛି ।

1.6 Did You Ever Wonder...?

Surya is amused by all these interesting facts about large numbers. While thinking about these, he came up with an unusual question, "Could the entire population of Mumbai fit into 1 lakh buses?"

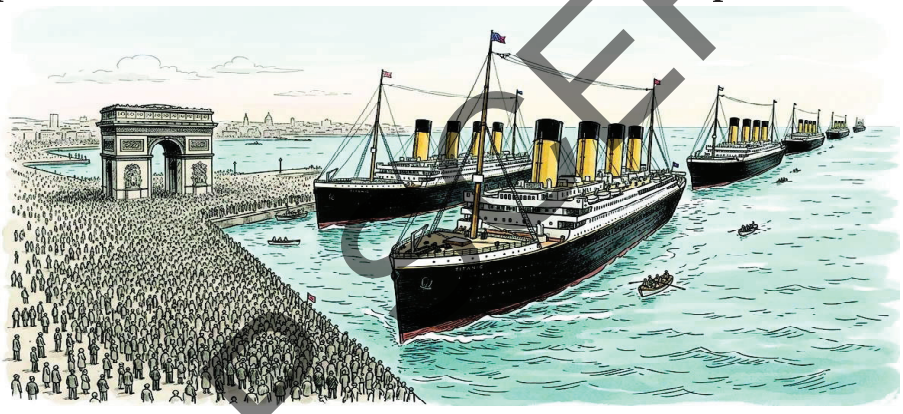
What do you think?

How can we find out?

Let us assume a bus can accommodate 50 people. Then 1 lakh buses can accommodate 1 lakh × 50 = 50 lakh people.

The population of Mumbai is more than 1 crore 24 lakhs (we saw this in an earlier table). So, the entire population of Mumbai cannot fit in 1 lakh buses.

? The RMS Titanic ship carried about 2500 passengers. Can the population of Mumbai fit into 5000 such ships?



Inspired by this strange question, Rakshitha wondered, "If I could travel 100 kilometers every day, could I reach the Moon in 10 years?" (The distance between the Earth and the Moon is 3,84,400 km.)

How far would she have travelled in a year?

How far would she have travelled in 10 years?

Is it not easier to perform these calculations in stages? You can use this method for all large calculations.

? Find out if you can reach the Sun in a lifetime, if you travel 1000 kilometers every day. (You had written down the distance between the Earth and the Sun in a previous exercise.)

? Make necessary reasonable assumptions and answer the questions below:

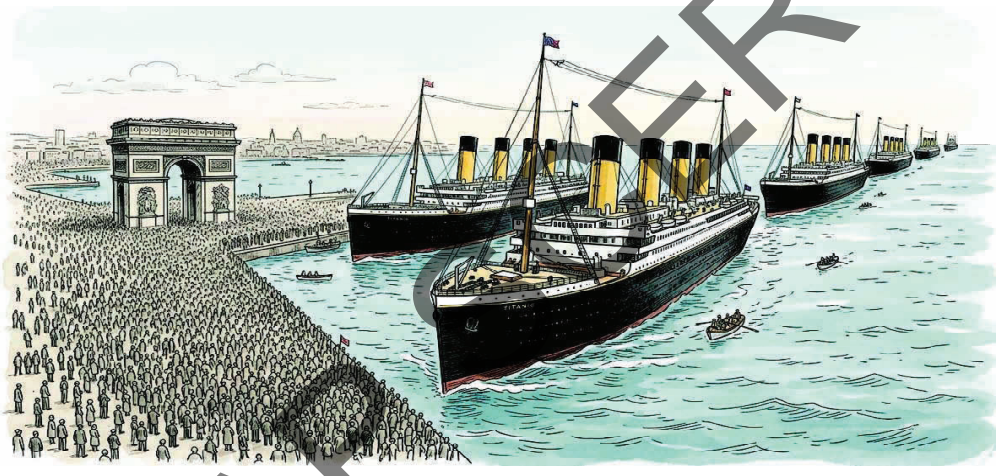
© NCERT

1.4 ତୁମେ କେବେ ଭାବିଛ କି...?

ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ ଏ ସମସ୍ତ ରୋଚକ ତଥ୍ୟ ଜାଣି ସୂର୍ଯ୍ୟ ବହୁତ ଖୁସି ହେଲା । ଏସବୁ ବିଷୟରେ ଭାବୁଭାବୁ ସେ ଗୋଟିଏ ଅସ୍ୱାଭାବିକ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିଲା,ମୁମ୍ବାଇର ସମସ୍ତ ଲୋକଙ୍କୁ 1 ଲକ୍ଷ ବସ୍‌ରେ ବସାଇ ହେବ କି ? ତୁମେ କଣ ଭାବୁଛ ? ଆମେ କିପରି ଏହାର ସମାଧାନ କରିପାରିବା ? ମନେକର, ଗୋଟିଏ ବସ୍‌ରେ 50 ଜଣ ଲୋକ ବସିପାରିବେ । ତେବେ 1 ଲକ୍ଷ ବସ୍‌ରେ ମୋଟ 1ଲକ୍ଷ × 50 = 50 ଲକ୍ଷ ଲୋକ ବସିପାରିବେ ।

ମୁମ୍ବାଇ ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 1 କୋଟି 24 ଲକ୍ଷ ରୁ ଅଧିକ (ଆମେ ପୂର୍ବ ସାରଣୀରେ ଦେଖିଛୁ) । ତେଣୁ ମୁମ୍ବାଇ ସହରର ସମସ୍ତ ଲୋକଙ୍କୁ 1 ଲକ୍ଷ ବସ୍‌ରେ ବସାଇ ପାରିବା ନାହିଁ ।

? RMS ଟାଇଟାନିକ୍ ଜାହାଜରେ 2500 ଜଣ ଯାତ୍ରୀ ବସିପାରନ୍ତି । ତେବେ ମୁମ୍ବାଇ ସହରର ସମସ୍ତ ଲୋକ ସେହିପରି 5000 ଟି ଜାହାଜରେ ବସିପାରିବେ କି ?



ଏହିପରି ଅଜବ ପ୍ରଶ୍ନଦ୍ୱାରା ଉତ୍ସାହିତ ହୋଇ ରକ୍ଷିତା ପଚାରିଲା, ଯଦି ମୁଁ ପ୍ରତିଦିନ 100 କି.ମି. ଯାତ୍ରା କରିବି, ତେବେ ମୁଁ 10 ବର୍ଷରେ ଚନ୍ଦ୍ରକୁ ପହଞ୍ଚି ପାରିବି କି ? (ପୃଥିବୀ ଓ ଚନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା 3,84,400 କି.ମି.)

ସେ ଏକ ବର୍ଷରେ କେତେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିଥାନ୍ତା ?

ସେ 10 ବର୍ଷରେ କେତେ ଦୂରତା ଯାଇପାରିଥାନ୍ତା ?

ଏହି ଆକଳନଗୁଡ଼ିକ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ହିସାବ କରିବା ସହଜ ନୁହେଁ କି ? ତୁମେ ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ସମସ୍ତ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାର ହିସାବ କରିପାରିବ ।

? ଯଦି ତୁମେ ଦିନକୁ 1000 କି.ମି. ଯାତ୍ରା କର, ତେବେ ତୁମେ ଜୀବନକାଳ ମଧ୍ୟରେ ସୂର୍ଯ୍ୟ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚି ପାରିବ କି ? ଚିନ୍ତାକରି ଉତ୍ତର ଦିଅ । (ପୂର୍ବ ଅଭ୍ୟାସରେ ପୃଥିବୀ ଓ ସୂର୍ଯ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ଦିଆଯାଇଛି)

? ଉପଯୁକ୍ତ କଳ୍ପନା କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

© NCERT

(a) If a single sheet of paper weighs 5 grams, could you lift one lakh sheets of paper together at the same time?

(b) If 250 babies are born every minute across the world, will a million babies be born in a day?

(c) Can you count 1 million coins in a day? Assume you can count 1 coin every second.

Think and create more such fun questions and share them with your class.



Figure it Out - 1.5

1. Using all digits from 0 – 9 exactly once (the first digit cannot be 0) to create a 10-digit number, write the
   (a) Largest multiple of 5
   (b) Smallest even number
2. The number 10,30,285 in words is Ten lakhs thirty thousand two hundred eighty five, which has 43 letters. Give a 7-digit number name which has the maximum number of letters.
3. Write a 9-digit number where exchanging any two digits results in a bigger number. How many such numbers exist?
4. Strike out 10 digits from the number 12345123451234512345 so that the remaining number is as large as possible.
5. The words 'zero' and 'one' share letters 'e' and 'o'. The words 'one' and 'two' share a letter 'o', and the words 'two' and 'three' also share a letter 't'. How far do you have to count to find two consecutive numbers which do not share an English letter in common?

Try This

6. Suppose you write down all the numbers 1, 2, 3, 4, ..., 9, 10, 11, ... The tenth digit you write is '1' and the eleventh digit is '0', as part of the number 10.
   (a) What would the 1000th digit be? At which number would it occur?
   (b) What number would contain the millionth digit?
   (c) When would you have written the digit '5' for the 5000th time?

Try This

AP SCERT

(a) ଯଦି ଗୋଟିଏ କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦର ଓଜନ 5 ଗ୍ରାମ ହୁଏ, ତେବେ ଏକାଥରକେ ଏକ ଲକ୍ଷ କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦକୁ ତୁମେ ଉଠାଇ ପାରିବ କି ?

(b) ଯଦି ସାରା ବିଶ୍ୱରେ ପ୍ରତି ମିନିଟ୍ରେ 250ଟି ଶିଶୁ ଜନ୍ମ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ଗୋଟିଏ ଦିନରେ ଏକ ମିଲିୟନ ଶିଶୁ ଜନ୍ମ ହୋଇପାରିବେ କି ?

(c) ତୁମେ 5 ମିଲିୟନ ମୁଦ୍ରା, ଗୋଟିଏ ଦିନରେ ଗଣିପାରିବ କି ? (ମନେକର, ତୁମେ 1 ସେକେଣ୍ଡରେ 1ଟି ମୁଦ୍ରା ଗଣିପାରୁଛ)

(?) ତୁମପାଇଁ କାମ : ଏହିପରି ଅନେକ ମଜାଦାର ପ୍ରଶ୍ନ ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ ଚିନ୍ତାକର ଓ ନିଜ ଦଳ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କର ।



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 1.5

1. 0 – 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ କେବଳ ଥରେ ମାତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି (ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କ 0 ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ) ଗୋଟିଏ 10–ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନ କର ଓ ଲେଖ, ଯାହା –

   (a) 5 ର ବୃହତ୍ତମ ଗୁଣିତକ

   (b) କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା

2. 10,30,285 ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅକ୍ଷରରେ ''ଦଶ ଲକ୍ଷ ତିରିଶି ହଜାର ଦୁଇ ଶହ ପଞ୍ଚାଅଶୀ'' ଲେଖାଯାଏ, ଯେଉଁଥିରେ 18 ଟି ଅକ୍ଷର ଅଛି । ସର୍ବାଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଅକ୍ଷର ଥିବା ଗୋଟିଏ 7 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

3. ଏକ 9 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯେଉଁଠାରେ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଅଙ୍କର ସ୍ଥାନ ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ ଏକ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିବ । ଏହିପରି କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

4. 12345123451234512345 ସଂଖ୍ୟାରୁ 10 ଟି ଅଙ୍କ କାଟି ଦିଅ, ଯାହାଦ୍ୱାରା ଅବଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଟି ଯଥାସମ୍ଭବ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଚେଷ୍ଟାକର

5. 'zero' ଓ 'one' ଉଭୟ ଶବ୍ଦରେ 'e' ଏବଂ 'o' ଅକ୍ଷର ଅଛି । 'one' ଏବଂ 'two' ଉଭୟ ଶବ୍ଦରେ 'o' ଅକ୍ଷର ଅଛି ଏବଂ 'two' ଏବଂ 'three' ଉଭୟ ଶବ୍ଦରେ 't' ଅକ୍ଷର ଅଛି । କୌଣସି ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର ସମାନ ନ ଥାଇ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା (ଇଂରାଜୀ ବନାନ) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ତୁମକୁ କେତେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣିବାକୁ ପଡ଼ିବ ?

ଚେଷ୍ଟାକର

6. ମନେକର ତୁମେ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା 1, 2, 3, 4, ..., 9, 10, 11, ... ଲେଖୁଛ । ତୁମେ ଲେଖୁଥିବା ଦଶମ ଅଙ୍କଟି ହେଉଛି 10 ଏବଂ ଏକାଦଶ ଅଙ୍କଟି ହେଉଛି '1' , ଯାହା ସଂଖ୍ୟା '0' ର ଏକ ଅଂଶ

   (a) ସେହିପରି ଲେଖିଲେ, 1000 ତମ ଅଙ୍କଟି କ'ଣ ହେବ ? ଏହି ଅଙ୍କଟି କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବ ?

   (b) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାରେ ମିଲିଅନ୍ (ନିଯୁତତମ) ଅଙ୍କ ରହିଥିବ ?

   (c) ତୁମେ କେତେବେଳେ ଅଙ୍କ '5' କୁ 5000 ଥର ଲେଖୁଥିବ ?

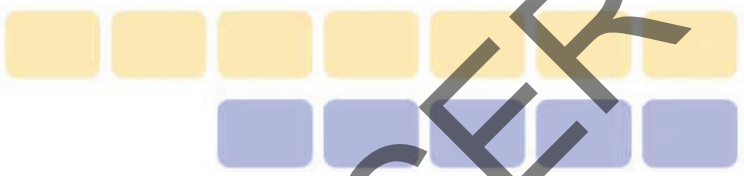
APSCERT

7. A calculator has only '+10,000' and '+100' buttons. Write an expression describing the number of button clicks to be made for the following numbers:



(a) 20,800
(b) 92,100
(c) 1,20,500
(d) 65,30,000
(e) 70,25,700

8. How many lakhs make a billion?
9. You are given two sets of number cards numbered from 1 – 9. Place a number card in each box below to get the (a) largest possible sum (b) smallest possible difference of the two resulting numbers.





10. You are given some number cards; 4000, 13000, 300, 70000, 150000, 20, 5. Using the cards get as close as you can to the numbers below using any operation you want. Each card can be used only once for making a particular number.

(a) 1,10,000: Closest I could make is

$$4000 \times (20 + 5) + 13000 = 1,13,000$$

(b) 2,00,000:



(c) 5,80,000:
(d) 12,45,000:
(e) 20,90,800:



11. Find out how many coins should be stacked to match the height of the Statue of Unity. Assume each coin is 1 mm thick.
12. Grey-headed albatrosses have a roughly 7-feet wide wingspan. They are known to migrate across several oceans. Albatrosses can cover about 900 – 1000 km in a day. One of the longest single trips recorded is about 12,000 km. How many days would such a trip take to cross the Pacific Ocean approximately?

© NCERT not to be republished

7. ଗୋଟିଏ କାଲ୍‌କୁଲେଟର୍‌ରେ କେବଳ '+10,000' ଏବଂ '+100' ବଟନ୍ ଅଛି । ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ କେତେଥର କେଉଁ ବଟନ୍ ଦବାଇବ, ତା'ର ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

(a) 20,800

(b) 92,100

(c) 1,20,500

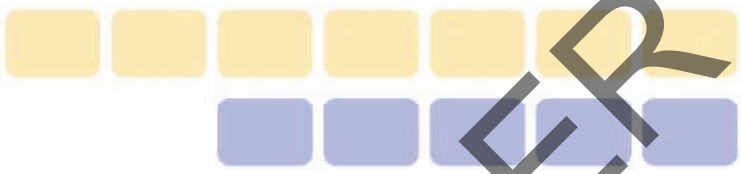
(d) 65,30,000

(e) 70,25,700



8. କେତେ ଲକ୍ଷରେ ଏକ ବିଲିୟନ ହୁଏ ?

9. 1 ରୁ 9 ଥିବା ଦୁଇ ସେଟ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ ତୁମକୁ ଦିଆଯାଇଛି । ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଠରୀରେ ସେଥିରୁ ଏପରି ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ କାର୍ଡ୍ ରଖ ଯେପରି –(କ) ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବାଧିକ ହେବ । (ଖ) ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟାଦୟର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସର୍ବନିମ୍ନ ବିୟୋଗଫଳ ହେବ ।





10. ତୁମକୁ କିଛି ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ ଦିଆଯାଇଛି । 4000, 13000, 300, 70000, 150000, 20, 5 । କାର୍ଡ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ଚାହୁଁଥିବା ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅନୁସାରେ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ନିକଟତର ହୁଅ । (ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରିବାପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କାର୍ଡକୁ କେବଳ ଥରେ ବ୍ୟବହୃତ କରିପାରିବ ।) ଯେପରି,

(a) 1,10,000: ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା

$$4000 \times (20 + 5) + 13000 = 1,13,000$$

(b) 2,00,000:

(c) 5,80,000:

(d) 12,45,000:

(e) 20,90,800:



ଚେଷ୍ଟାକର

11. 'ଷ୍ଟାଚ୍ୟୁ ଅଫ୍ ୟୁନିଟି' ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ମୁଦ୍ରା ସ୍ତମ୍ଭ ସୃଷ୍ଟି କରିବାପାଇଁ କେତୋଟି ମୁଦ୍ରା ଆବଶ୍ୟକ ହେବ? ମନେକର ପ୍ରତ୍ୟେକ ମୁଦ୍ରାର ମୋଟେଇ 1 ମି.ମି. ।

12. ଧୂସର ମୁଣ୍ଡଥିବା ଏକ ପ୍ରକାର ସାମୁଦ୍ରିକ ପକ୍ଷୀ 'ଆଲ୍ବାଟ୍ରୋସ'ଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରାୟ 7 ଫୁଟ ଓସାରର ଡେଣା ଥାଏ । ସେମାନେ ସମୁଦ୍ରରେ ଏକ ସ୍ଥାନରୁ ଅନ୍ୟ ସ୍ଥାନକୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତର କରିବାରେ ଜଣାଶୁଣା । ଆଲ୍ବାଟ୍ରୋସ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ଦିନକୁ ପ୍ରାୟ 900–1000 କି.ମି. ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯାଇପାରନ୍ତି । ରେକର୍ଡ୍ ହୋଇଥିବା ଦୀର୍ଘତମ ଏକକ ଯାତ୍ରା ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 12,000 କି.ମି. । ତେବେ ଏପରି ଯାତ୍ରା କରିଲେ ପ୍ରଶାନ୍ତ ମହାସାଗର ଅତିକ୍ରମ କରିବାପାଇଁ ପ୍ରାୟ କେତେ ଦିନ ଲାଗିବ?

APSCERT

13. A bar-tailed godwit holds the record for the longest recorded non-stop flight. It travelled 13,560 km from Alaska to Australia without stopping. Its journey started on 13 October 2022 and continued for about 11 days. Find out the approximate distance it covered every day. Find out the approximate distance it covered every hour.

14. Bald eagles are known to fly as high as 4500 – 6000 m above the ground level. Mount Everest is about 8850 m high. Aeroplanes can fly as high as 10,000 – 12,800 m. How many times bigger are these heights compared to Ramu's building?

SUMMARY

- We came across large numbers — lakhs, crores and arabs; millions and billions. We learnt how to read and write these numbers in the Indian and American/International naming systems.
  (a) 1 lakh is 1 followed by 5 zeroes: 1,00,000
  (b) 1 crore is 1 followed by 7 zeroes: 1,00,00,000
  (c) 1 million is 1 followed by 6 zeroes: 1,000,000 (which is also ten lakhs)
  (d) 1 arab is 1 followed by 9 zeroes: 1,000,000,000 (which is also 100 crore or 1 billion)
- We generally round up or round down large numbers. Many times it is enough just to know roughly how big or small something is.
- To get a sense of large numbers or quantities, we can check how many times bigger they are compared to numbers or quantities that are more familiar.
- We saw how to factorise numbers and regroup them to make multiplications simpler.
- We carried out interesting thought experiments such as — "Would one be able to watch 1000 movies in a year?"

APSCERT

13. ବାର୍‌ଟେଲ୍‌ଡ୍ ଗାଡ୍‌ୱିକ୍ ପକ୍ଷୀ ବିନା ରହଣୀରେ ଦୀର୍ଘତମ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାର ରେକର୍ଡ୍ ରହିଛି । ଏହା ବିନା ରହଣିରେ ଆଲାସ୍କାରୁ ଅଷ୍ଟ୍ରେଲିଆକୁ 13,560 କି.ମି. ଯାତ୍ରାକଲା । ଏହାର ଯାତ୍ରା 13 ଅକ୍ଟୋବର 2022 ରେ ଆରମ୍ଭ ହୋଇ 11 ଦିନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଚାଲିଲା । ତେବେ ଏହା ପ୍ରତିଦିନ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. ଶଙ୍କଚିଲ ପକ୍ଷୀ ଭୂମିସ୍ତରରୁ 4500 – 6000 ମିଟର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଉଡ଼ିପାରନ୍ତି । ଏଭାରେଷ୍ଟ ଶୃଙ୍ଗର ହେଉଛି 8850 ମିଟର ଉଚ୍ଚ । ଉଡ଼ାଜାହାଜ 10,000 – 12,800 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଉଡ଼ିପାରେ । ରାମୁର କୋଠା ତୁଳନାରେ ଏହି ଉଚ୍ଚତାଗୁଡ଼ିକ କେତେ ଗୁଣ ବଡ଼ ?

ସାରାଂଶ

- ଆମେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଲକ୍ଷ, କୋଟି ଏବଂ ଅରବ, ମିଲିୟନ ଏବଂ ବିଲିୟନ ବିଷୟରେ ଜାଣିଲୁ । ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଲିଖନ ପଦ୍ଧତି ଓ ଆମେରିକୀୟ/ ଆନ୍ତର୍ଜାତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପଦ୍ଧତି ଅନୁଯାୟୀ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ପଢ଼ାଯାଏ, ଲେଖାଯାଏ ତାହା ଶିଖିଲୁ ।
  - (a) 1 ଲକ୍ଷ ହେଉଛି 1 ପରେ 5 ଟି ଶୂନ: 1,00,000
  - (b) 1 କୋଟି ହେଉଛି 1 ପରେ 7 ଟି ଶୂନ: 1,00,00,000
  - (c) 1 ମିଲିଅନ୍ ହେଉଛି 1 ପରେ 6 ଟି ଶୂନ: 1,000,000 (ଯାହା 10 ଲକ୍ଷ ମଧ୍ୟ)
  - (d) 1 ଅରବ ହେଉଛି 1 ପରେ 9 ଟି ଶୂନ : 1,000,000,000 (ଯାହା 100 କୋଟି ବା 1 ବିଲିୟନ ମଧ୍ୟ)
- ଆମେ ସାଧାରଣତଃ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଆସନ୍ନମାନରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା କମ ଲେଖୁଥାଉ । ଅନେକ ସମୟରେ କୌଣସି ଜିନିଷ କେତେ ବଡ଼ କିମ୍ବା ଛୋଟ ଜାଣିବା ଯଥେଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ ।
- ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ବୃହତ୍ ପରିମାଣର ଧାରଣା ପାଇବା ପାଇଁ ଅଧିକ ପରିସ୍ଥିତି ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ବା ପରିମାଣ ସହ କେତେଗୁଣ ଅଧିକ ତୁଳନା କରି ଜାଣିଥାଉ ।
- ଆମେ ଦେଖିଲେ, ଗୁଣନକୁ ସହଜ କରିବା ପାଇଁ କିପରି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଓ ସଂରଚନା କରି ଲେଖାଯାଏ ।
- ଆମେ କିଛି ମଜାଦାର ଚିନ୍ତାଧାରା ପରୀକ୍ଷଣ କରିଥିଲୁ ଯେପରିକି– ''ଜଣେ 1 ବର୍ଷରେ 1000 ଟି ଚଳଚ୍ଚିତ୍ର(ସିନେମା) ଦେଖିପାରିବ କି ?''

AP SCERT



We can write digits as shown in the image below:



You can either use toothpicks or matchsticks, or just write the digits in this way, using lines to represent sticks. To make the digit 7, three sticks are needed.

Write or make the number 5108. How many sticks are required?

1. Make or write the number 42,019. It would require exactly 23 sticks.
2. Starting with 42,019, add or write two more sticks, and make a bigger number. One example is 42,078. What other numbers bigger than 42,019 can you make in this way?
3. Preetham wants to insert the digit '1' somewhere among the digits '4', '2', '0', '1' and '9'. Where should he place the digit '1' to get the biggest possible number?
4. What other numbers can he make by placing the digit '1'?

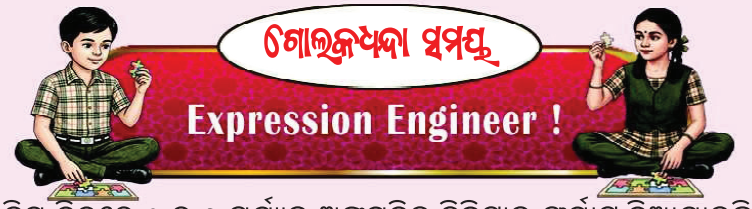
1. Make or write the number 63,890.
2. Starting with 63,890, rearrange exactly four sticks and make a bigger number. One example is 88,078. What other numbers bigger than 63,890 can you make in this way?

1. Make any number using exactly 24 sticks or lines.
2. What is the biggest number that can be made using 24 sticks or lines?
3. What is the smallest number that can be made using 24 sticks or lines?

Make your own questions and challenge each other



AP SCERT



ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ 0 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଡିଜିଟାଲ ଫର୍ମାଟ୍ ଦିଆଯାଇଛି :



ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ପରି ଆମେ 'ଦିଆସିଲି କାଠି' ବା 'ଦାନ୍ତ କାଠି' ବା କେବଳ 'ରେଖା' ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖିପାରିବା । ଅଙ୍କ 7 ଲେଖିବା ପାଇଁ ତିନୋଟି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ । 5108କୁ କାଠି ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ । କେତୋଟି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ପଡୁଛି ଗଣନା କର ।

1. ସଂଖ୍ୟା 42,019 କୁ ଲେଖ କିମ୍ବା ତିଆରି କର । ଏଥିପାଇଁ ଠିକ୍ 23 ଟି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ।
2. 42,019 ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ତହିଁରେ ଆଉ ଦୁଇଟି କାଠି ଯୋଡ଼ି ଆହୁରି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କର । ଯେମିତି 42,078 । ତୁମେ ଏହିଭଳି 42,019 ଠାରୁ ବଡ଼ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରିପାରିବ ଲେଖ ?
3. ପ୍ରୀତମ୍ '4', '2', '0', '1'ଏବଂ '9' ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ '1' ରଖିବାକୁ ଚାହୁଁଛି । ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ପାଇଁ ସେ ଅଙ୍କ '1' କୁ କେଉଁଠାରେ ରଖିବା ଉଚିତ୍?
4. ଅଙ୍କ '1' କୁ ରଖି, ସେ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରିପାରିବ ?

1. 63,890 ସଂଖ୍ୟାକୁ କାଠି ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ ବା ତିଆରି କର ।
2. 63,890 ସଂଖ୍ୟାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି, କେବଳ ଚାରୋଟି କାଠି ଉଠାଇ, ପୁନଃବିନ୍ୟାସ କରି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ । ଉଦାହରଣ 88,078 । ତୁମେ ଏହିଭଳି ଉପାୟରେ 63,890 ଠାରୁ ବଡ଼ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରି ପାରିବ ?

1. କେବଳ 24 ଟି କାଠି ବା ରେଖା ନେଇ ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କର ।
2. କେବଳ 24 ଟି କାଠି ବା ରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରାଯାଇପାରିବ ?
3. କେବଳ 24 ଟି କାଠି ବା ରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ସବୁଠାରୁ ସାନ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରାଯାଇପାରିବ ?

ଏହିପରି ପ୍ରଶ୍ନ ନିଜେ ତିଆରି କର ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀରେ ପରସ୍ପର ସହିତ ଆଲୋଚନା କର ।



APSCERT

2 ARITHMETIC EXPRESSIONS

P5R7N5

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Understand the meaning and evaluate the values of simple algebraic expressions.
- Compare mathematical expressions through logical reasoning rather than direct calculation.
- Read and evaluate complex expressions accurately using terms and brackets.
- Apply commutative and associative properties of addition to simplify calculations.
- Resolve brackets correctly by changing internal signs when preceded by a negative sign.
- Utilize the distributive property to expand and simplify mathematical expressions.

AP SCERT

2.0 Introduction

In a village, Subbamma washes and irons clothes for the villagers. When she finishes, she returns them and charges total money calculating instantly without using pen and paper. For example, one family gave her 29 sarees. She charges ₹725 right away, at ₹25 per saree. Can you guess how she is able to figure it out in her mind quickly and correctly? This chapter gives such tricks to calculate easily.

2.1 Simple Expressions

You may have seen mathematical phrases like 13 + 2, 20 - 4, 12 × 5, and 18 ÷ 3. Such phrases are called **arithmetic expressions.**

Every arithmetic expression has a value which is the number it evaluates to. For example, the value of the expression 13 + 2 is 15. This expression can be read as '13 plus 2' or 'the sum of 13 and 2'.

2 ପାଟୀଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ

P9A6K5

ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ:

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଏହା କରିପାରିବେ:

- ସରଳ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବେ ଏବଂ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିପାରିବେ ।
- ସିଧାସଳଖ ଗଣନା ପରିବର୍ତ୍ତେ ତାର୍କିକ ଯୁକ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କରିପାରିବେ ।
- ପଦ ଏବଂ ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଜଟିଳ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ସଠିକ୍ ଭାବରେ ପଢ଼ିପାରିବେ ।
- ଯୋଗକ୍ରିୟାର କ୍ରମବିନିମୟୀ ଧର୍ମ ଏବଂ ସହଯୋଗୀ ଧର୍ମ ବ୍ୟବହାର କରି ସରଳରେ ଗଣନା କରିପାରିବେ ।
- ବନ୍ଧନୀ ପୂର୍ବରୁ ଋଣାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ଥିଲେ ଏହାକୁ ସରଳ କରିବା ସମୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅନ୍ତର୍ଗତ ପଦର ଚିହ୍ନ ବଦଳାଇ ସମାଧାନ କରିପାରିବେ ।
- ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ବିସ୍ତାର ଏବଂ ସରଳ କରିବା ପାଇଁ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରିବେ ।

APSCERT

2.0 ଉପକ୍ରମ

ଏକ ଗାଁରେ ସୁବାନ୍ନା ଗାଁ ଲୋକଙ୍କ ପାଇଁ ଲୁଗା ଧୋଇ, ଇସ୍ତ୍ରୀ କରନ୍ତି । ସେ କାମ ସରିବାପରେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଫେରାଇବା ବେଳେ କାଗଜ, କଲମ ବ୍ୟବହାର ବିନା ତୁରନ୍ତ ହିସାବ କରି ମୋଟ ଟଙ୍କା ଆଦାୟ କରନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଗୋଟିଏ ପରିବାର ତାଙ୍କୁ 29ଟି ଶାଢ଼ି ଦେଇଥିଲେ । ସେ ପ୍ରତି ଶାଢ଼ିପାଇଁ ₹ 25 ହିସାବରେ ତୁରନ୍ତ ₹ 725 ଆଦାୟ କରନ୍ତି । ତୁମେ କ'ଣ ଅନୁମାନ କରିପାରିବେ ଯେ ସେ କିପରି ମନେମନେ ଏତେ ଶୀଘ୍ର ଏବଂ ସଠିକ୍ ଭାବରେ ଏହା ଗଣନା କରିପାରନ୍ତି ? ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ସହଜରେ ଗଣନା କରିବା କୌଶଳ ଦିଆଯାଇଛି ।

2.1 ସରଳ ପରିପ୍ରକାଶ

ତୁମେମାନେ କେତେକ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତି ଦେଖିଥିବ, ଯେପରିକି 13 + 2, 20 − 4, 12 × 5 ଏବଂ 18 ÷ 3 ଏହିପରି ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ **ପାଟୀ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ବା ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ** କୁହାଯାଏ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ବା ମାନ ଥାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 13 + 2 ର ମାନ15 । ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ '13 + 2' ବା '13 ଓ 2 ର ଯୋଗ ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

We use the equality sign '=' to denote the relationship between an arithmetic expression and its value. For example: 13 + 2 = 15.

Example 1 : Mallika spends ₹ 25 every day for lunch. Write the expression for the total amount she spends on lunch in a week from Monday to Friday.

The expression for the total amount is 5 × 25.

5 × 25 is "5 times 25" or "the product of 5 and 25".

Different expressions can have the same value. Here are multiple ways to express the number 12, using two numbers and any of the four operations +, - , × and ÷

10 + 2, 15 - 3, 3 × 4, 24 ÷ 2.

Choose your favourite number and write as many expressions as you can having that value.

2.1.1 Comparing Expressions

As we compare numbers using '=', '<' and '>' signs, we can also compare expressions. We compare expressions based on their values and write the 'equal to', 'greater than' or 'less than' sign accordingly. For example, 10 + 2 > 7 + 1

because the value of 10 + 2 = 12 is greater than the value of 7 + 1 = 8.

Similarly,

13 - 2 < 4 × 3.



Figure it Out - 2.1

1. Fill in the blanks to make the expressions equal on both sides of the = sign:

   (a) 13 + 4 = _____ + 6 (b) 22 + _____ = 6 × 5

   (c) 8 × _____ = 64 ÷ 2 (d) 34 - _____ = 25

2. Arrange the following expressions in ascending (increasing) order of their values.

   (a) 67 - 19 (b) 67 - 20 (c) 35 + 25

   (d) 5 × 11 (e) 120 ÷ 3

APSCERT

ଆମେ ଏକ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଓ ଏହାର ମାନକୁ '=' ଚିହ୍ନ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖିପାରିବା । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 13 + 2 = 15 ।

ଉଦାହରଣ 1 : ମଲ୍ଲିକା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ଜଳଖିଆ ପାଇଁ ₹ 25 ଖର୍ଚ୍ଚ କରେ । ସେ ସପ୍ତାହରେ ସୋମବାର ଠାରୁ ଶୁକ୍ରବାର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଜଳଖିଆ ବାବଦରେ ଖର୍ଚ୍ଚ କରୁଥିବା ମୋଟ ରାଶିକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ମୋଟ ରାଶିର ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ 5 × 25.

5 × 25 ହେଉଛି "25 ର 5 ଗୁଣ " କିମ୍ବା "5 ଓ 25 ର ଗୁଣଫଳ" ।

ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ସମାନ ହୋଇଥାଏ । ଏଠାରେ 12କୁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ । (ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଓ ଚାରି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା +, - , × ଓ ÷ କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ।)

10 + 2, 15 – 3, 3 × 4, 24 ÷ 2.

ନିଜ ପସନ୍ଦର ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଏହାକୁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପରିପ୍ରକାଶ ରୂପେ ଲେଖ ।

2.1.1 ପରିପ୍ରକାଶର ତୁଳନା

ଯେପରି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା ବେଳେ ଆମେ '=', '<' ଏବଂ '>' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ, ସେହିପରି ଦୁଇଟି ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା ଏହି ଚିହ୍ନଗୁଡ଼ିକ ମାଧ୍ୟମରେ କରିପାରିବା । ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରିବା ସମୟରେ ସେମାନଙ୍କର ସାଂଖ୍ୟିକ ମାନ ଅନୁଯାୟୀ '=', '<' ଏବଂ '>' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ଉଦାହରଣ, 10 + 2 > 7 + 1

କାରଣ 10 + 2 = 12 ଯାହାକି 7 + 1 = 8 ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।

ସେହିପରି 13 - 2 < 4 × 3



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନକର – 2.1

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ଯେପରିକି ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକରେ = ଚିହ୍ନର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହେବ :

   (a) 13 + 4 = _____+ 6 (b) 22 + _____ = 6 × 5

   (c) 8 × _____ = 64 ÷ 2 (d) 34 - _____ = 25

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ମାନ ଅନୁଯାୟୀ ଆରୋହଣ କ୍ରମରେ ସଜାଅ ।

   (a) 67 - 19 (b) 67 - 20 (c) 35 + 25

   (d) 5 × 11 (e) 120 ÷ 3

AP SCERT

Example 2 : Which is greater?

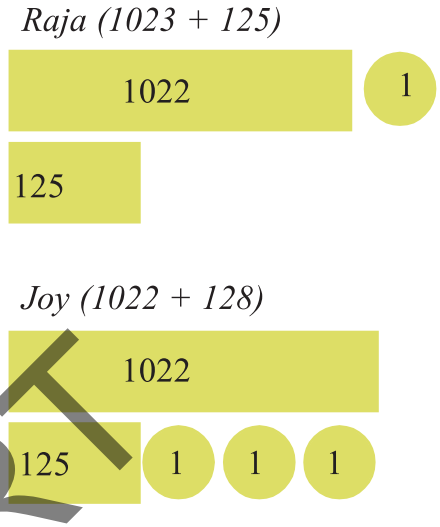
1023 + 125 or 1022 + 128?

Imagining a situation could help us answer this without finding the values. Raja had 1023 marbles and got 125 more today. Now he has 1023 + 125 marbles. Joy had 1022 marbles and got 128 more today. Now he has 1022 + 128 marbles. Who has more?

This situation can be represented as shown in the picture on the right. To begin with, Raja had 1 more marble than Joy. But Joy got 3 more marbles than Raja today. We can see that Joy has (two) more marbles than Raja now.

That is,

1023 + 125 < 1022 + 128.



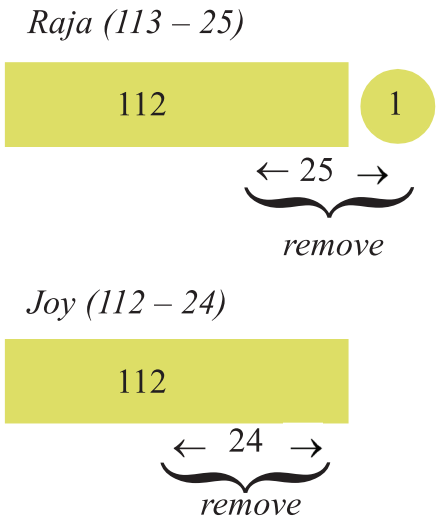
Example 3 : Which is greater? 113 – 25 or 112 – 24?

Imagine a situation, Raja had 113 marbles and lost 25 of them. He has 113 – 25 marbles. Joy had 112 marbles and lost 24 today. He has 112 – 24 marbles. Who has more marbles left with them?

Raja had 1 marble more than Joy. But he also lost 1 marble more than Joy did. Therefore, theyhave an equal number of marbles now.

That is,

113 – 25 = 112 – 24.



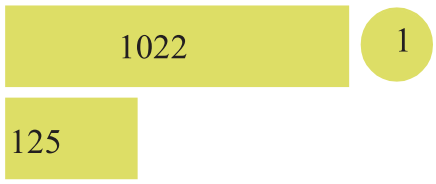
AP SCERT

ଉଦାହରଣ 2 : କେଉଁଟି ବୃହତ୍ତର ?

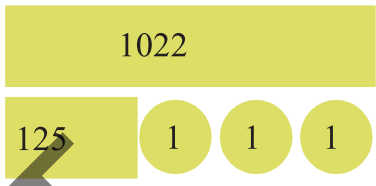
1023 + 125 କିମ୍ବା 1022 + 128 ?

ଆସ ଏକ ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ଯାହାକି ଦତ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ ଦ୍ୱୟର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନ କରି ମଧ୍ୟ ଆମେ ଏହାର ଉତ୍ତର ସହଜରେ ପାଇପାରିବା । ରାଜା ପାଖରେ 1023 ଟି ମାର୍ବଲ୍ ଥିଲା ଏବଂ ସେ ଆଜି ଆଉ 125 ଟି ମାର୍ବଲ୍ ପାଇଲା, ବର୍ତ୍ତମାନ ତା' ପାଖରେ 1023 + 125 ମାର୍ବଲ୍ ହେଲା । ଜୟ ପାଖରେ 1022 ଟି ମାର୍ବଲ୍ ଥିଲା ଏବଂ ସେ ଆଜି 128 ଟି ମାର୍ବଲ୍ ପାଇଲା, ବର୍ତ୍ତମାନ ତା ପାଖରେ 1022 + 128 ଟି ମାର୍ବଲ୍ ହେଲା । ତେବେ କାହା ପାଖରେ ଅଧିକ ମାର୍ବଲ୍ ଅଛି ?

ରାଜା *(1023 + 125)*



ଜୟ *(1022 + 128)*



ଏହି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଡାହାନ ପାର୍ଶ୍ୱ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଇବା ଭଳି ଉପସ୍ଥାପନା କରିପାରିବା । ପ୍ରଥମେ ରାଜା ପାଖରେ ଜୟ ଠାରୁ 1ଟି ମାର୍ବଲ୍ ଅଧିକ ଥିଲା । କିନ୍ତୁ ଆଜି ଜୟ ରାଜା ଅପେକ୍ଷା 3ଟି ମାର୍ବଲ୍ ଅଧିକ ପାଇଲା । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଯେ, ଜୟ ଠାରେ ଥିବା ମାର୍ବଲ୍ ରାଜା ଠାରୁ ଦୁଇଟି ଅଧିକ ।

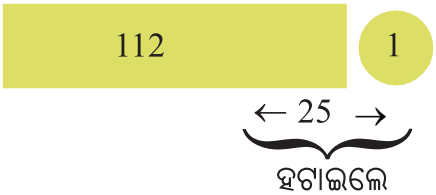
ଅତଏବ

1023 + 125 < 1022 + 128.

ଉଦାହରଣ 3 : କେଉଁଟି ବୃହତ୍ତର ? 113 – 25 କିମ୍ବା 112 – 24?

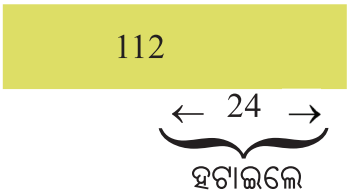
ଆସ ଆଉ ଏକ ପରିସ୍ଥିତି କଥା ଆଲୋଚନା କରିବା, ରାଜା ପାଖରେ 113 ଟି ମାର୍ବଲ୍ ଥିଲା, ସେଥିରୁ 25 ଟି ହଜିଗଲା । ତା ପାଖରେ 113 – 25 ଟି ମାର୍ବଲ୍ ରହିଲା । ଜୟ ପାଖରେ 112 ଟି ମାର୍ବଲ୍ ଥିଲା ଓ ଆଜି ସେଥିରୁ 24 ଟି ମାର୍ବଲ୍ ହଜିଗଲା । ତା ପାଖରେ ଆଉ 112 – 24 ମାର୍ବଲ୍ ରହିଲା । କାହା ପାଖରେ ଅଧିକ ମାର୍ବଲ୍ ରହିଲା ?

ରାଜା *(113 – 25)*



ଜୟଙ୍କ ଅପେକ୍ଷା ରାଜାର 1 ଟି ମାର୍ବଲ୍ ଅଧିକ ଥିଲା, କିନ୍ତୁ ରାଜାର ଜୟ ତୁଳନାରେ 1 ଟି ମାର୍ବଲ୍ ଅଧିକ ହଜିଗଲା । ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ସେ ଦୁହିଁଙ୍କର ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ମାର୍ବଲ୍ ରହିଲା ।

ଜୟ *(112 – 24)*



ଏଣୁ 113 – 25 = 112 – 24

AP SCERT

? Use '>' or '<' or '=' in each of the following expressions to compare them. Can you do it without complicated calculations? Explain your thinking in each case.

(a) 245 + 289 ☐ 246 + 285

(b) 273 – 145 ☐ 272 – 144

(c) 364 + 587 ☐ 363 + 589

(d) 124 + 245 ☐ 129 + 245

(e) 213 – 77 ☐ 214 – 76

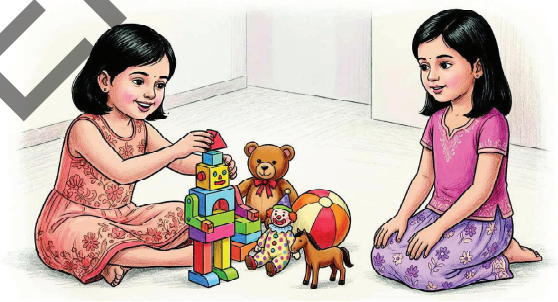
2.2 Reading and Evaluating Complex Expressions

Sometimes, when an expression is not accompanied by a context, there can be more than one way of evaluating its value. In such cases, we need some tools and rules to specify how exactly the expression has to be evaluated.

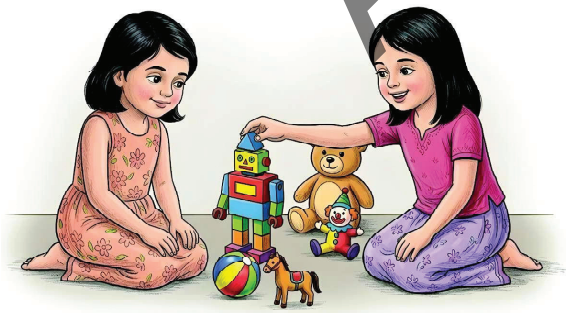
To give an example with language, look at the following sentences:

(a) Sentence: "Tulasi sat next to a friend with toys".

Tulasi



Tulasi



Meaning: The friend has toys and Tulasi sat next to her.

(b) Sentence: "Tulasi sat next to a friend, with toys".

Meaning: Tulasi has the toys and she sat with them next to her friend.

This sentence without the punctuation could have been interpreted in two different ways. The appropriate use of a comma specifies how the sentence has to be understood.

APSCERT

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ '>' କିମ୍ବା '<' କିମ୍ବା '=' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁଳନା କର । ଜଟିଳ ଗଣନା ବିନା ତୁମେ ଏହା କରିପାରିବ କି ? ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ତୁମର ଚିନ୍ତାଧାରା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

(a) 245 + 289 ☐ 246 + 285

(b) 273 – 145 ☐ 272 – 144

(c) 364 + 587 ☐ 363 + 589

(d) 124 + 245 ☐ 129 + 245

(e) 213 – 77 ☐ 214 – 76

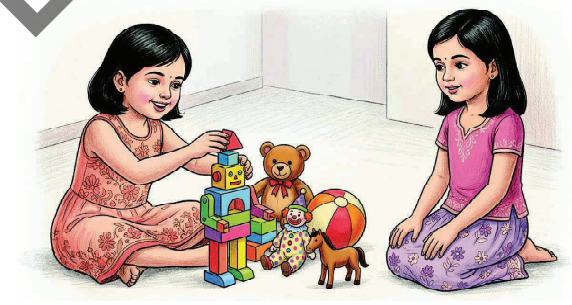
2.2 ଜଟିଳ ପରିପ୍ରକାଶର ପଠନ ଓ ମୂଲ୍ୟାୟନ

ବେଳେବେଳେ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ପ୍ରସଙ୍ଗ ସହ ସମ୍ବଳିତ ହୋଇନଥାଏ, ସେତେବେଳେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ଏକାଧିକ ଉପାୟ ହୋଇପାରିବ । ଏହିପରି ପରିସ୍ଥିତିରେ କିପରି ସଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯିବ ତାହା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରିବା ପାଇଁ ଆମକୁ କିଛି ଉପକରଣ ଏବଂ ନିୟମ ଆବଶ୍ୟକ ।

ଭାଷା ସହିତ ଏକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନ ବାକ୍ୟଗୁଡ଼ିକରେ ଦେଖିପାରିବା:

(a) ବାକ୍ୟ: "ତୁଳସୀ ଖେଳନା ଥିବା ଜଣେ ସାଙ୍ଗ ପାଖରେ ବସିଥିଲା ।"

ତୁଳସୀ



ତୁଳସୀ



ଅର୍ଥ: ସାଙ୍ଗର ଖେଳନା ଅଛି ଏବଂ ତୁଳସୀ ତା'ପାଖରେ ବସିଥିଲା ।

(b) ବାକ୍ୟ: "ତୁଳସୀ ଖେଳନା ସହିତ ଜଣେ ସାଙ୍ଗ ପାଖରେ ବସିଥିଲା ।"

ଅର୍ଥ: ତୁଳସୀ ପାଖରେ ଖେଳନା ଅଛି ଏବଂ ସେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଧରି ତା' ସାଙ୍ଗ ପାଖରେ ବସିଥିଲା ।

ବିରାମ ଚିହ୍ନ ବିନା ଏହି ବାକ୍ୟକୁ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରେ । କମାର ଉପଯୁକ୍ତ ବ୍ୟବହାର ବାକ୍ୟଟିକୁ କିପରି ବୁଝିବାକୁ ହେବ ତାହା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରେ ।

APSCERT

Let us see an expression that can be evaluated in more than one way.

Example 4 : Mallesh brought 30 marbles to the playground. Arun brought 5 bags of marbles with 4 marbles in each bag. How many marbles did Mallesh and Arun bring to the playground? Mallesh summarized this by writing the mathematical expression —

$$30 + 5 \times 4.$$

Without knowing the context behind this expression, Purna found the value of this expression to be 140. He added 30 and 5 first, to get 35, and then multiplied 35 by 4 to get 140.

Mallesh found the value of this expression to be 50. He multiplied 5 and 4 first to get 20 and added 20 to 30 to get 50.

In this case, Mallesh is right. But why did Purna get it wrong?

Just looking at the expression $30 + 5 \times 4$, it is not clear whether we should do the addition first or multiplication.

Just as punctuation marks are used to resolve confusions in language, brackets and the notion of terms are used in mathematics to resolve confusions in evaluating expressions.

2.2.1 Brackets in Expressions

In the expression to find the number of marbles $30 + 5 \times 4$ we had to first multiply 5 and 4, and then add this product to 30. This order of operations is clarified by the use of brackets as follows:

$$30 + (5 \times 4).$$

When evaluating an expression having brackets, we need to first find the values of the expressions inside the brackets before performing other operations. So, in the above expression, we first find the value of 5×4, and then do the addition. Thus, this expression describes the number of marbles:

$$30 + (5 \times 4) = 30 + 20 = 50.$$

AP SCERT

ଆସ ଏକାଧିକ ଉପାୟରେ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ ହେଉଥିବା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ 4 : ମାଲେସ୍ ଖେଳ ପଡ଼ିଆକୁ 30 ଟି ମାର୍ବଲ୍ ଆଣିଥିଲା । ଅରୁଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାଗ୍‌ରେ 4 ଟି କରି 5 ଟି ବ୍ୟାଗ୍ ମାର୍ବଲ୍ ଆଣିଥିଲା । ତେବେ ମାଲେସ୍ ଓ ଅରୁଣ କେତୋଟି ମାର୍ବଲ୍ ଖେଳ ପଡ଼ିଆକୁ ଆଣିଥିଲେ ? ମାଲେସ୍ ଏହାକୁ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖିଲା – $30 + 5 \times 4.$

ପୂର୍ଣ୍ଣ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିର ପ୍ରସଙ୍ଗକୁ ନ ଜାଣି ଏହାର ମୂଲ୍ୟ 140 ବୋଲି କହିଲା । ସେ ପ୍ରଥମେ 30 ଓ 5 ର ଯୋଗ କରି 35 ପାଇଲା ଏବଂ ପରେ 35 କୁ 4 ସହିତ ଗୁଣନ କରି 140 ପାଇଲା ।

ମାଲ୍ଲେସ୍ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିର ମୂଲ୍ୟ 50 ବୋଲି କହିଲା, ସେ ପ୍ରଥମେ 5 ଓ 4 ର ଗୁଣଫଳ 20 ପାଇଲା ଏବଂ 20 ଓ 30 କୁ ଯୋଗକରି 50 ପାଇଲା ।

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ମାଲ୍ଲେସ୍‌ର ହିସାବ ଠିକ୍ । କିନ୍ତୁ ପୂର୍ଣ୍ଣର ହିସାବ ଭୁଲ୍ ହେଲା କାହିଁକି ?

$30 + 5 \times 4$ ପରିପ୍ରକାଶଟିରେ ପ୍ରଥମେ ଯୋଗ କିମ୍ବା ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ହେବ । ତାହାର ସ୍ପଷ୍ଟ ସୂଚନା ଦିଆଯାଇ ନାହିଁ ।

ଭାଷାରେ ଉପୁଜୁଥିବା ଦ୍ୱନ୍ଦର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ବିରାମ ଚିହ୍ନର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବା ବେଳେ ଗଣିତରେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଉପୁଜୁଥିବା ଦ୍ୱନ୍ଦକୁ ଦୂର କରିବା ପାଇଁ ବନ୍ଧନୀ ଏବଂ ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

2.2.1 ପରିପ୍ରକାଶରେ ବନ୍ଧନୀର ପ୍ରୟୋଗ

$30 + 5 \times 4$ ପରିପ୍ରକାଶଟିରେ ମାର୍ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ପ୍ରଥମେ 5 ଓ 4 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି 30 ସହ ଯୋଗ କରିବା । ଏହି କ୍ରମକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାବେ ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର ଦ୍ୱାରା ସ୍ପଷ୍ଟ କରାଯାଇ ପାରିବ :

$$30 + (5 \times 4).$$

ବନ୍ଧନୀ ଥିବା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ବେଳେ, ଅନ୍ୟ ପ୍ରକ୍ରିୟା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଆମକୁ ପ୍ରଥମେ ବନ୍ଧନୀ ଭିତରେ ଥିବା ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତେଣୁ ଉପରୋକ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶରେ, ଆମେ ପ୍ରଥମେ 5×4 ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କରି ତା ପରେ ଯୋଗ କରିବା । ଏହିପରି ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିର ମାର୍ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା ଠିକ୍‌ରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

$$30 + (5 \times 4) = 30 + 20 = 50.$$

AP SCERT

Example 5 : Irfan bought a pack of biscuits for ₹15 and a packet of toor dal for ₹56. He gave the shopkeeper ₹100. Write an expression that can help us calculate the change Irfan will get back from the shopkeeper.

Irfan spent ₹15 on a biscuit packet and ₹56 on toor dal. So, the total cost in rupees is 15 + 56. He gave ₹100 to the shopkeeper. So, he should get back 100 minus the total cost. Can we write that expression as—

$$100 - 15 + 56 \ ?$$

Can we first subtract 15 from 100 and then add 56 to the result? We will get 141. It is absurd that he gets more money than he paid the shopkeeper!

We can use brackets in this case:

$$100 - (15 + 56).$$

Evaluating the expression within the brackets first, we get 100 minus 71, which is 29. So, Irfan will get back ₹29.

Terms in Expressions

Suppose we have the expression $30 + 5 \times 4$ without any brackets. Does it have no meaning?

When there are expressions having multiple operations, and the order of operations is not specified by the brackets, we use the notion of terms to determine the order.

Terms are the parts of an expression separated by a '+' sign. For example, in 12+7, the terms are 12 and 7, as marked below.

$$12 + 7 = \ (12) \ + \ (7)$$

AP SCERT

ଉଦାହରଣ 5 : ଇର୍‌ଫାନ୍ ₹15 ଦେଇ ଗୋଟିଏ ବିସ୍କୁଟ୍ ପ୍ୟାକେଟ୍ ଓ ₹56 ଦେଇ ଗୋଟିଏ ବୁଟ ଡାଲି ପ୍ୟାକେଟ୍ କିଣିଲା । ସେ ଦୋକାନୀକୁ ₹100 ଦେଲା । ଦୋକାନୀଠାରୁ ଇର୍‌ଫାନ୍ ଫେରି ପାଇଥିବା ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଲେଖ ।

ଇର୍‌ଫାନ୍ ବିସ୍କୁଟ୍ ପ୍ୟାକେଟ୍ ପାଇଁ ₹ 15 ଓ ବୁଟ ଡାଲି ପ୍ୟାକେଟ୍ ପାଇଁ ₹ 56 ଖର୍ଚ୍ଚ କଲା । ମୋଟ ଖର୍ଚ୍ଚ ଟଙ୍କା 15 + 56 । ସେ ଦୋକାନୀକୁ ₹100 ଦେଲା । ତେଣୁ ସେ ₹100 ରୁ ମୋଟ ଦାମ ବିୟୋଗ କଲେ ବଳକା ଟଙ୍କା ଫେରି ପାଇବ । ଏହାକୁ ନିମ୍ନମତେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରିବ —

$$100 - 15 + 56 \ ?$$

ଫଳାଫଳ ପାଇବା ପାଇଁ ପ୍ରଥମେ ଆମେ 100 ରୁ 15 ବିୟୋଗ କରି ପରେ 56 ଯୋଗ କରିପାରିବା କି ? ଆମେ ପାଇବା 141 । ଯାହାକି ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ, କାରଣ ଇର୍‌ଫାନ୍ ଦୋକାନୀଙ୍କୁ ଦେଇଥିବା ଟଙ୍କାଠାରୁ ଏହା ଅଧିକ ଅଟେ ।

ଆମେ ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା:

$$100 - (15 + 56)$$

ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କଲେ 71 ହେବ । 100 ରୁ 71 ବିୟୋଗ କଲେ 29 ହେବ । ତେଣୁ ଇର୍‌ଫାନ୍ ₹29 ଫେରିପାଇବ ।

ପରିପ୍ରକାଶରେ ଥିବା ପଦ

ମନେକର $30 + 5 \times 4$ ପରିପ୍ରକାଶରେ ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ନାହିଁ । ଏହାର କୌଣସି ଅର୍ଥ ନାହିଁକି ?

ଯେତେବେଳେ ଏକାଧିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବିଶିଷ୍ଟ ପରିପ୍ରକାଶ ଥାଏ ଏବଂ ବନ୍ଧନୀ ଦ୍ୱାରା କୌଣସି ପ୍ରକ୍ରିୟାର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମ ନଥାଏ, ସେତେବେଳେ ଆମେ ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ଗାଣିତିକ ବ୍ୟବହାର ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେଇଥାଉ ।

ପଦଗୁଡ଼ିକ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ଅଂଶ ବିଶେଷ ହୋଇଥାଏ '+' ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ଅଲଗା ହୋଇଥାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $12 + 7$ ରେ ପଦଦ୍ୱୟ 12 ଏବଂ 7 ଅଟେ ଯାହାକି ନିମ୍ନରେ ଚିହ୍ନିତ ।

$$12 + 7 = \text{(12)} + \text{(7)}$$

AP SCERT

We will keep marking each term of an expression as above. Note that this way of marking the terms is not a usual practice. This will be done until you become familiar with this concept.

Now, what are the terms in 83 – 14? We know that subtracting a number is the same as adding the inverse of the number. Recall that the inverse of a given number has the sign opposite to it. For example, the inverse of 14 is –14, and the inverse of –14 is 14. Thus, subtracting 14 from 83 is the same as adding –14 to 83. That is,

$$83 - 14 = (83) + (-14)$$

Thus, the terms of the expression 83 – 14 are 83 and –14.

? Check if replacing subtraction by addition in this way does not change the value of the expression, by taking different examples.

? Can you explain why subtracting a number is the same as adding its inverse, using the Token Model of integers that we saw in the Class 6 textbook of mathematics?



All subtractions in an expression are converted to additions in this manner to identify the terms.

Here are some more examples of expressions and their terms:

$-18 - 3 = (-18) + (-3)$

$6 \times 5 + 3 = (6 \times 5) + (3)$

$2 - 10 + 4 \times 6 = (2) + (-10) + (4 \times 6)$

Note that 6×5, 4×6 are single terms as they do not have any '+' sign.

In the following table, some expressions are given. Complete the table.

AP SCERT

ଆମେ ଉପର ସୂଚିତ ଉକ୍ତି ପରି ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଚିହ୍ନିତ କରିବା, ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ଯେ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନିତ କରିବାର ଏହି ଉପାୟ ଏକ ନିୟମିତ ଅଭ୍ୟାସ ନୁହେଁ । ଏହି ଧାରଣା ସହିତ ଅଭ୍ୟସ୍ତ ହେବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହା କରାଯିବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ 83 – 14 ରେ ପଦଦ୍ୱୟ କ'ଣ ? ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା, ସଂଖ୍ୟାର ବିଲୋମୀ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିବା ସହିତ ସମାନ । ମନେରଖ ଯେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ବିଲୋମୀ ସଂଖ୍ୟା ଏହାର ବିପରୀତ ଚିହ୍ନ ସହିତ ସମାନ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ: 14 ର ବିଲୋମୀ ସଂଖ୍ୟା –14, ଏବଂ –14 ର ବିଲୋମୀ ସଂଖ୍ୟା 14 । ଏହିପରି 83 ରୁ 14 କୁ ବିୟୋଗ କରିବା, –14 କୁ 83 ସହ ଯୋଗ କରିବା ସହିତ ସମାନ । ଅର୍ଥାତ୍

$$83 - 14 = (83) + (-14)$$

ତେଣୁ 83 –14 ପରିପ୍ରକାଶର ପଦଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି 83 ଏବଂ –14 ।

? ବିଭିନ୍ନ ଉଦାହରଣ ନେଇ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଏହି ଉପାୟରେ ବିୟୋଗ ଚିହ୍ନକୁ ଯୋଗ ଚିହ୍ନରେ ବଦଳାଇବା ଦ୍ୱାରା ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ ।

? ଆମେ ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ ଗଣିତ ବହିରେ ଦେଖିଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଟୋକେନ୍ ନମୂନା ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ବୁଝାଇ କହିପାରିବ କି କାହିଁକି ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା ଏବଂ ତାହାର ବିଲୋମୀକୁ ଯୋଗ କରିବା ସମାନ ?



ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ସମସ୍ତ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ପାଇଁ ସମସ୍ତ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ରୂପାନ୍ତରିତ କରିବାକୁ ହୁଏ ।

ଏଠାରେ କିଛି ପରିପ୍ରକାଶ ଓ ସେମାନଙ୍କର ପଦଗୁଡ଼ିକର ଉଦାହରଣ ଦିଆଗଲା :

$$-18 - 3 = (-18) + (-3)$$

$$6 \times 5 + 3 = (6 \times 5) + (3)$$

$$2 - 10 + 4 \times 6 = (2) + (-10) + (4 \times 6)$$

ଧ୍ୟାନଦିଅ ଯେ, 6×5, 4×6 ପଦଗୁଡ଼ିକ ଏକକ ପଦ ଅଟନ୍ତି କାରଣ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି '+' ଚିହ୍ନ ନାହିଁ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ କେତେକ ପରିପ୍ରକାଶ ପ୍ରଦତ୍ତ ହୋଇଛି । ସାରଣୀଟିକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କର ।

APSCERT

Expression	Expression as the sum of its terms	Terms
13 – 2 + 6	(13) + (– 2) + (6)	13, – 2, 6
5 + 6 × 3	(5) + (6 × 3)	
4 + 15 – 9	( ) + ( ) + ( )	
23 – 2 × 4 + 16	( ) + ( ) + ( )	
28 + 19 – 8	( ) + ( ) + ( )	

Now we will see how terms are used to determine the order of operations to find the value of an expression.

We will start with expressions having only additions (with all the subtractions suitably converted into additions).

? Does changing the order in which the terms are added give different values?

2.2.3 Swapping and Grouping

Let us consider a simple expression having only two terms.

? **Example 6 :** Madhu is flying a drone from a terrace. The drone goes 6 m up and then 4 m down. Write an expression to show how high the final position of the drone is from the terrace.

The drone is 6 – 4 = 2 m above the terrace. Writing it as sum of terms:

(6) + (– 4) = (2)

Will the sum change if we swap the terms?

(– 4) + (6) = (2)

It doesn't in this case.

We already know that swapping the terms does not change the sum when both the terms are positive numbers.

? Will this also hold when there are terms having negative numbers as well? Take some more expressions and check.

APSCERT

ପରିପ୍ରକାଶ	ସମଷ୍ଟିରୂପେ ପଦଗୁଡ଼ିକର ପରିପ୍ରକାଶ	ପଦସମୂହ
$13 - 2 + 6$	$(13) + (-2) + (6)$	$13, -2, 6$
$5 + 6 \times 3$	$(5) + (6 \times 3)$	
$4 + 15 - 9$	$(\quad) + (\quad) + (\quad)$	
$23 - 2 \times 4 + 16$	$(\quad) + (\quad) + (\quad)$	
$28 + 19 - 8$	$(\quad) + (\quad) + (\quad)$	

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖିବା ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ନିମନ୍ତେ କିପରି ପଦଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର ଗାଣିତିକ ପ୍ରତିକ୍ରିୟାର କ୍ରମ ସ୍ଥିର କରିଥାଏ ।

ଆମେ କେବଳ ଯୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ଆଲୋଚନା କରିବା (ବିୟୋଗଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବା) ।

? ଯୋଗ କରିବାକୁ ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକର କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ଯୋଗକଲେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ମିଳିଥାଏ କି ?

2.2.3 କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଓ ଏକତ୍ରୀକରଣ

କେବଳ ଦୁଇଟି ପଦ ଥିବା ଏକ ସରଳ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବିଚାରକୁ ନେବା ।

? **ଉଦାହରଣ 6 :** ମଧୁ ଏକ ଛାତ ଟେରସ୍‌ରୁ ଡ୍ରୋନ୍ ଉଡାଉଛି । ଡ୍ରୋନ୍‌ଟି 6 ମିଟର ଉପରକୁ ଯାଇ 4 ମିଟର ତଳକୁ ଆସିଲା । ଛାତରେ ଡ୍ରୋନ୍‌ର ଅନ୍ତିମ ଅବସ୍ଥାନ କେତେ ଉଚ୍ଚରେ ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ଡ୍ରୋନ୍‌ଟି ଛାତ ଠାରୁ $6 - 4 = 2$ ମିଟର ଉଚ୍ଚରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଏହାକୁ ପଦର ସମଷ୍ଟି ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ:

$$(6) + (-4) = (2)$$

ଯଦି ଆମେ ପଦଗୁଡ଼ିକର କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବା ତେବେ ମୂଲ୍ୟର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କି ?

$$(-4) + (6) = (2)$$

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉନାହିଁ ।

ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛୁ ଯେ ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପଦର କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ ଯୋଗଫଳ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ ।

? ଏହି ଧାରଣା ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ? ଆଉ କିଛି ପରିପ୍ରକାଶ ନିଅ ଏବଂ ପରୀକ୍ଷା କର ।

APSCERT

Can you explain why this is happening using the Token Model of integers that we saw in the Class 6 textbook of mathematics?

Try This

Thus, in an expression having two terms, swapping them does not change the value.

Term 1 + Term 2 = Term 2 + Term 1

Now consider an expression having three terms: (–7) + 10 + (–11). Let us add these terms in the following two different orders:

(–7 + 10) + (–11)

(adding the first two terms and then adding their sum to the third term)

–7 + (10 + (–11))

(adding the last two terms and then adding their sum to the first term)

What do you see? The sums are the same in both cases.

Again, we know that while adding positive numbers, grouping them in any of the above two ways gives the same sum.

Will this also hold when there are terms having negative numbers as well? Take some more expressions and check.

Can you explain why this is happening using the Token Model of integers that we saw in the Class 6 textbook of mathematics?

Try This

Thus, grouping the terms of an expression in either of the following ways gives the same value.

(Term 1 + Term 2) + Term 3 = Term 1 + (Term 2 + Term 3)

Let us consider the expression (–7) + 10 + (–11) again. What happens when we change the order and add –7 and –11 first, and then add this sum to 10? Will we get the same sum as before?

We see that adding the terms of the expression (–7) + 10 + (–11) in any order gives the same sum of –8.

AP SCERT

ଚେଷ୍ଟାକର

? 6ଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ ଗଣିତ ବହିର ଦେଖୁଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଟୋକେନ୍ ନମୂନା ବ୍ୟବହାର କରି ଏହା ଏପରି କାହିଁକି ଘଟୁଛି ତୁମେ ବୁଝାଇ ପାରିବ କି ?

ତେଣୁ ଦୁଇଟି ପଦ ଥିବା ପରିପ୍ରକାଶରେ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଅଦଳ ବଦଳ (କ୍ରମ ପରିବର୍ତ୍ତନ) କରି ଲେଖିଲେ ମୂଲ୍ୟର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟେ ନାହିଁ ।

(ପଦ 1) + (ପଦ 2) = (ପଦ 2) + (ପଦ 1)

ବର୍ତ୍ତମାନ ତିନୋଟି ପଦ ଥିବା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ: (–7) + 10 + (–11) ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ କ୍ରମରେ ଯୋଗ କରିବା ।

(– 7 + 10) + (– 11)

(ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ପଦକୁ ଯୋଗ କରିବା ଏବଂ ଏହି ଯୋଗଫଳକୁ ତୃତୀୟ ପଦ ସହ ଯୋଗ କରିବା)

(– 7) + (10 + – 11)

(ଶେଷ ଦୁଇଟି ପଦକୁ ଯୋଗ କରି ଯୋଗଫଳକୁ ପ୍ରଥମ ପଦ ସହ ଯୋଗ କରିବା) ତୁମେ କ'ଣ ଦେଖିଲ ? ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରର ଯୋଗଫଳ ସମାନ ।

ପୁନଶ୍ଚ, ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରିବା ବେଳେ ସେମାନଙ୍କୁ ଏକତ୍ରୀକରଣ କରି ଉପରୋକ୍ତ ଯେକୌଣସି ପଦ୍ଧତିରେ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହୁଏ ।

? ଏହି ଧାରଣା ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ? ଆଉ କିଛି ପରିପ୍ରକାଶ ନିଅ ଏବଂ ପରୀକ୍ଷା କର ।

ଚେଷ୍ଟାକର

? 6ଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକରେ ଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଟୋକେନ୍ ନମୂନାର ବ୍ୟବହାର କରି ଏହା କିପରି ଘଟୁଛି, ତୁମେ ବୁଝାଇ ପାରିବ କି ?

ଅତଏବ, ଏକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ରୀକରଣ କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଯେ କୌଣସି ପଦ୍ଧତିରେ ସମାଧାନ କଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମୂଲ୍ୟ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିବ ।

(ପଦ 1 + ପଦ 2) + ପଦ 3 = ପଦ 1 + (ପଦ 2 + ପଦ 3)

ଆସନ୍ତୁ (–7) + 10 + (–11) ପରିପ୍ରକାଶକୁ ପୁନର୍ବାର ବିଚାର କରିବା । ଯେତେବେଳେ ଆମେ କ୍ରମ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି –7 ଏବଂ –11 କୁ ପ୍ରଥମେ ଯୋଗ କରିବା ଏବଂ ତା ପରେ ଯୋଗଫଳକୁ 10 ସହ ଯୋଗ କରିବା ଉତ୍ତର କଣ ହେବ ? ଆମେ ପୂର୍ବପରି ସମାନ ରାଶି ପାଇବୁ କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ (–7) + 10 + (–11) ପରିପ୍ରକାଶର ପଦଗୁଡ଼ିକ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ –8 ହେବ ।

AP SCERT

Does adding the terms of an expression in any order give the same value? Take some more expressions and check. Consider expressions with more than 3 terms also.

Try This

Can you explain why this is happening using the Token Model of integers that we saw in the Class 6 textbook of mathematics?

Thus, the addition of terms in any order gives the same value. Therefore, in an expression having only additions, it does not matter in what order the terms are added: they all give the same value.

Now let us consider expressions having multiplication and division also, without the order of operations specified by the brackets. The values of such expressions are found by first evaluating the terms. Once all the terms are evaluated, they are added.

For example, the expression 30 + 5 × 4 is evaluated as follows:

$30 + 5 \times 4 = \underset{30}{\underbrace{30}} + \underset{20}{\underbrace{5 \times 4}} = 50$

The expression 5 × (3 + 2) + 78 + 3 is evaluated as follows:

$5 \times (3 + 2) + 78 + 3 = \underset{25}{\underbrace{5 \times (3 + 2)}} + \underset{56}{\underbrace{7 \times 8}} + 3$

Where (3+2) is first evaluated and this sum is multiplied by 5 (= 25). The expression 7 × 8 is evaluated (= 56). This simplifies to 25 + 56 + 3 = 84.

Manasa is adding a long list of numbers. It took her five minutes to add them all and she got the answer 11749. Then she realised that she had forgotten to include the fourth number 9055. Does she have to start all over again?

1342
774
8611
9055
1022

In mathematics we use the phrase **commutative property** of addition instead of saying "swapping terms does not change the sum". Similarly, "grouping does not change the sum" is called the **associative property of addition.**

Swapping the Order of Things in Everyday Life

Manasa is going outside to play. Her mother says, "Wear your hat and shoes!" Which one should she wear first? She can wear her hat first and then her shoes. Or she can wear her shoes first and then her hat.





Manasa will look exactly the same in both cases. Imagine a different situation: Manasa's mother says "Wear your socks and shoes!" Now the order matters.

APSCERT

? ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କଲେ ସମାନ ମୂଲ୍ୟ ରହିଥାଏ କି ? ଆଉ କିଛି ପରିପ୍ରକାଶ ନିଅ ଏବଂ ପରୀକ୍ଷା କର । 3 ରୁ ଅଧିକ ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ପରିପ୍ରକାଶ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କର ।

ଚେଷ୍ଟା କର

? ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ ଗଣିତ ବହିର ଦେଖୁଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଟୋକେନ୍ ନମୂନା ବ୍ୟବହାର କରି ଏହା ଏପରି କାହିଁକି ଘଟୁଛି ତୁମେ ବୁଝାଇ ପାରିବ କି ?

ଅତଏବ, ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ପଦମାନଙ୍କର ଯୋଗ ସମାନ ମୂଲ୍ୟ ଦେଇଥାଏ,

ତେଣୁ କେବଳ ଯୋଗଥିବା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶରେ, ପଦଗୁଡ଼ିକ ଯେଉଁ କ୍ରମରେ ଯୋଗ କଲେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହୋଇଥାଏ । ବର୍ତ୍ତମାନ ବିନା ବନ୍ଧନୀରେ ଥିବା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ବିଚାରକୁ ନେବା ଯେଉଁଥିରେ ଗୁଣନ ଓ ଭାଗକ୍ରିୟା ଥିବ । ପ୍ରଥମେ ପଦଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଏହିପରି ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ, ଏଥିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବା ପରେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ: $30 + 5 \times 4$ ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ନିମ୍ନମତେ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

$30 + 5 \times 4 = \textcircled{30} + \textcircled{5 \times 4} = \textcircled{30} + \textcircled{20} = \textcircled{50}$

$5 \times (3 + 2) + 7 \times 8 + 3$ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ନିମ୍ନମତେ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ :

$5 \times (3 + 2) + 78 + 3 = \textcircled{5 \times (3 + 2)} + \textcircled{7 \times 8} + \textcircled{3}$

ଯେଉଁଠାରେ ପ୍ରଥମେ (3+2) ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଯୋଗଫଳକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଯାଏ (=25), 7×8 ର ଗୁଣଫଳ (= 56) । $25 + 56 + 3 = 84$ କୁ ଏହିପରି ସରଳୀକରଣ କରାଯାଏ ।

? ମନସା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଏକ ଲମ୍ବା ତାଲିକା ଯୋଗ କରୁଛି, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରିବାକୁ ତାକୁ 5 ମିନିଟ୍ ସମୟ ଲାଗିଲା ଏବଂ ସେ 11749 ଉତ୍ତର ପାଇଲା । ସେ ସେହି ଯୋଗ କ୍ରିୟାରେ ଚତୁର୍ଥ ସଂଖ୍ୟା 9055 ଯୋଗ କରିବା ପାଇଁ ଭୁଲି ଯାଇଛି ବୋଲି ଜାଣିଲା । ତାକୁ ପୁଣିଥରେ ଆରମ୍ଭ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ କି ?

1342
774
8611
9055
1022

ପଦ ମାନଙ୍କର କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ । ଏହାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର **କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ପଦମାନଙ୍କର ଏକତ୍ରୀକରଣ କରି ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ । ଏହାକୁ **ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକର କ୍ରମର ଅଦଳ ବଦଳ

? ମନସା ଖେଳିବାକୁ ବାହାରକୁ ଯାଉଛି । ମନସାର ମା' କହିଲେ, ''ଟୋପି ଏବଂ ଜୋତା ପିନ୍ଧ'' । ସେ ପ୍ରଥମେ କେଉଁଟି ପିନ୍ଧିବା ଉଚିତ୍ ? ସେ ପ୍ରଥମେ ତା'ର ଟୋପି ପିନ୍ଧି ପାରିବ ଏବଂ ପରେ ଜୋତା ପିନ୍ଧିବ । କିମ୍ବା ସେ ପ୍ରଥମେ ତା'ର ଜୋତା ପିନ୍ଧିବ ଏବଂ ପରେ ଟୋପି ପିନ୍ଧିପାରିବ ।





ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମନସା ସମାନ ଦେଖାଯିବ । ଅନ୍ୟ ଏକ ଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି କଳ୍ପନା କରିବା – ମନସାର ମା' କହିଲେ ''ତୁମର ମୋଜା ଏବଂ ଜୋତା ପିନ୍ଧ'' ।

AP SCERT

She should wear socks and then shoes. If she wears shoes and then socks, Manasa will feel very uncomfortable and look very different. Now Let us discuss such type of situtions in mathematics involving arithmetic expression

2.2.4 More Expressions and Their Terms

Example 7 : Anu, Charan, Madhu, and John went to a hotel and ordered four dosas. Each dosa cost ₹23, and they wish to thank the waiter by tipping ₹5. Write an expression describing the total cost.

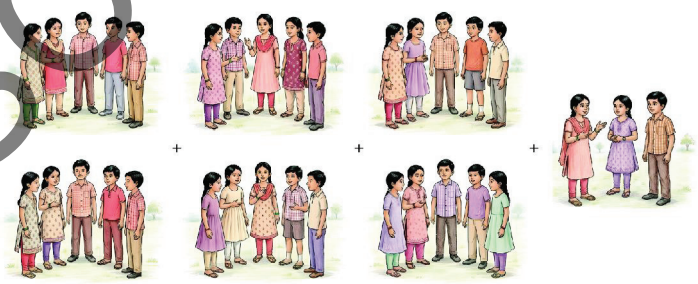
Cost of 4 dosas = 4 × 23

Can the total amount with tip be written as 4 × 23 + 5? Evaluating it, we get

4 × 23 + 5 = (4 × 23) + (5) = (92) + (5) = (97)

Thus, 4 × 23 + 5 is a correct way of writing the expression.

If the total number of friends goes up to 7 and the tip remains the same, how much will they have to pay? Write an expression for this situation and identify its terms.



Example 8 : Children in a class are playing "Fire in the mountain, run, run, run!". Whenever the teacher calls out a number, students are supposed to arrange them selves in groups of that number. Whoever is not part of the announced group size, is out.

Rupa wanted to rest and sat on one side. The other 33 students were playing the game in the class.

The teacher called out '5'. Once children settled, Rupa wrote

6 × 5 + 3

(understood as 3 more than 6 × 5)

Think and discuss why she wrote this.

The expression written as a sum of terms is—

(6 × 5) + (3)

AP SCERT

ବର୍ତ୍ତମାନ ସେ ପ୍ରଥମେ ମୋଜା ଓ ପରେ ଜୋତା ପିନ୍ଧିବ । ଯଦି ସେ ପ୍ରଥମେ ଜୋତା ଓ ପରେ ମୋଜା ପିନ୍ଧିବ ତେବେ ସେ ବହୁତ ଅସହଜ ଅନୁଭବ କରିବ ଏବଂ ଭିନ୍ନ ଦେଖାଯିବ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ ଗଣିତର ପାଟୀଗଣିତ ପରିପ୍ରକାଶ ସହିତ ଜଡ଼ିତ ଏହିଭଳି ପରିସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

2.2.4 ଅଧିକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଓ ସେମାନଙ୍କର ପଦ

ଉଦାହରଣ 7 : ଅନୁ, ଚରଣ, ମଧୁ ଏବଂ ଜନ୍ ଏକ ହୋଟେଲ୍‌କୁ ଯାଇ ଚାରୋଟି ଦୋସା ବରାଦ କଲେ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୋସାର ମୂଲ୍ୟ ₹23, ସେମାନେ ଖାଦ୍ୟ ପରଷୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିକୁ ₹5 ବକ୍‌ସିସ୍ ଦେଲେ । ସମୁଦାୟ ଖର୍ଚ୍ଚକୁ ଏକ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖ ।

4 ଟି ଦୋସାର ମୂଲ୍ୟ = 4×23

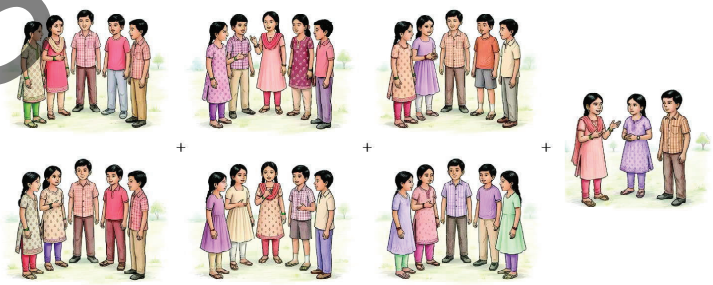
ଖାଦ୍ୟ ପରଷୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତି ପାଇଥିବା ଟଙ୍କା ସହ ମୋଟ $4 \times 23 + 5$ ଲେଖିପାରିବା କି ? ଏହାକୁ ହିସାବ କଲେ ଆମେ ପାଇବା

$$4 \times 23 + 5 = (4 \times 23) + (5) = (92) + (5) = (97)$$

ତେଣୁ $4 \times 23 + 5$ ହେଉଛି ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖିବାର ଠିକ୍ ଉପାୟ ।

ଯଦି ମୋଟ ସାଙ୍ଗ ମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା 7 ହୁଏ ଓ ବକ୍‌ସିସ୍ ଦେବା ପରିମାଣ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ, ତେବେ ସେମାନଙ୍କୁ ସମୁଦାୟ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ? ଏହାକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖ ଏବଂ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

ଉଦାହରଣ 8 : ଏକ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ମାନେ ''ପାହାଡ଼ରେ ନିଆଁ ଲାଗିଛି ଧାଅଁ, ଧାଅଁ, ଧାଅଁ'' ଖେଳ ଖେଳୁଥିଲେ । ଯେତେବେଳେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା କହିବେ, ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଦଳରେ ସଜାଇ ହେବେ । ଯିଏ ଡକାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ଦଳ କରି ନଥିବ ସେ ଖେଳରୁ ବାଦ୍ ପଡ଼ିବ ।



ରୂପା ବିଶ୍ରାମ ନେବାକୁ ଚାହୁଁଥିଲା ଏବଂ ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ବସିଥିଲା । ଅନ୍ୟ 33 ଜଣ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ଖେଳୁଥିଲେ । ଶିକ୍ଷକ '5' ସଂଖ୍ୟା ଡାକିଲେ । ପିଲାମାନେ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ଦଳରେ ସଜାଇ ହେଲେ । ରୂପା ଲେଖିଲା $6 \times 5 + 3$ (ଏଥିରୁ ବୁଝିବା ଯେ ପିଲାସଂଖ୍ୟା 6×5 ଠାରୁ 3 ଅଧିକ)

ସେ କାହିଁକି ଏପରି ଲେଖିଲେ, ଚିନ୍ତାକରି ଆଲୋଚନା କର । ପଦ ସମୂହକୁ ନେଇ ଲେଖାଯାଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି ହେଲା

$$(6 \times 5) + (3)$$

APSCERT

For each of the cases below, write the expression and identify its terms:

If the teacher had called out '4', Rupa would write _____

If the teacher had called out '7', Rupa would write _____

Write expressions like the above for your class size.

Example 9 : Raghu bought 100 kg of rice from the wholesale market and packed them into 2 kg packets. He already had four 2 kg packets. Write an expression for the number of 2 kg packets of rice he has now and identify the terms.

He had 4 packets. The number of new 2 kg packets of rice is $100 \div 2$, which we also write as $\frac{100}{2}$.

The number of 2 kg packets he has now is $4 + \frac{100}{2}$. The terms are—

(4) and $\left(\frac{100}{2}\right)$.

Example10 : Krishna has to pay ₹432 to a shopkeeper using coins of ₹1 and ₹5, and notes of ₹10, ₹20, ₹50 and ₹100. How can he do it?

There is more than one possibility. For example,

$$432 = 4 \times 100 + 1 \times 20 + 1 \times 10 + 2 \times 1$$

Meaning: 4 notes of ₹100, 1 note of ₹20, 1 note of ₹10 and 2 coins of ₹1

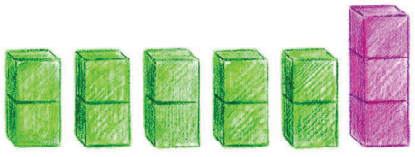
$$432 = 8 \times 50 + 1 \times 10 + 4 \times 5 + 2 \times 1$$

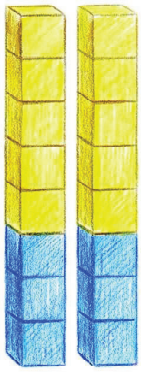
Meaning: 8 notes of ₹50, 1 note of ₹10, 4 notes of ₹5 and 2 coins of ₹1

Identify the terms in the two expressions above.

Can you think of some more ways of giving ₹432 to someone?

Example 11 : Here are two pictures. Which of these two arrangements matches with the expression $5 \times 2 + 3$?





APSCERT

ନିମ୍ନରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ଲେଖ ଏବଂ ଏହାର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ :

ଯଦି ଶିକ୍ଷକ '4' ସଂଖ୍ୟା ଡାକିବେ, ରୂପା ଲେଖିବ _____

ଯଦି ଶିକ୍ଷକ '7' ସଂଖ୍ୟା ଡାକିବେ ରୂପା ଲେଖିବ _____

ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ଅନୁରୂପଭାବେ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ ।

ଉଦାହରଣ 9 : ରଘୁ ହୋଲ୍‌ସେଲ୍ ବଜାରରୁ 100 କି.ଗ୍ରା. ଚାଉଳ କିଣି ଏହାକୁ 2 କି.ଗ୍ରା. ଓଜନ ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ୟାକେଟ୍‌ରେ ଭରିଲା । ପୂର୍ବରୁ ତା ପାଖରେ କେତୋଟି 2 କି.ଗ୍ରା. ଓଜନ ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ୟାକେଟ୍ ରହିଲା ? ଏହାକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖି ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

ତାଙ୍କ ପାଖରେ 4 ଟି ପ୍ୟାକେଟ୍ ଥିଲା । ନୂଆ ଭାବରେ 2 କି.ଗ୍ରା. ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ୟାକେଟ୍ ହେବ $100 \div 2$ ବା $\frac{100}{2}$ । ବର୍ତ୍ତମାନ ତା ପାଖରେ 2 କି.ଗ୍ରା. ଓଜନ ପ୍ୟାକେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା $4 + \frac{100}{2}$ ।

ଏହାର ପଦଗୁଡ଼ିକ — (4) ଓ $\left(\frac{100}{2}\right)$

ଉଦାହରଣ 10 : କୃଷ୍ଣ ଜଣେ ଦୋକାନୀକୁ ₹1 ଓ ₹5 ମୁଦ୍ରା ଏବଂ ₹10, ₹20, ₹50 ଓ ₹100 ନୋଟ୍‌କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ₹432 ଦେବ । ଏହାକୁ ସେ କିପରି ଦେବ ?

ଏଠାରେ ଏକାଧିକ ସମ୍ଭାବନା ଅଛି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ,

$432 = 4 \times 100 + 1 \times 20 + 1 \times 10 + 2 \times 1$

ଅର୍ଥାତ୍, 4ଟି ₹100 ନୋଟ୍, 1ଟି ₹20 ନୋଟ୍, 1ଟି ₹10 ନୋଟ୍ ଏବଂ 2ଟି ₹1 ମୁଦ୍ରା ।

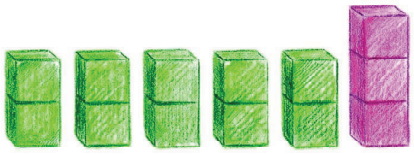
$432 = 8 \times 50 + 1 \times 10 + 4 \times 5 + 2 \times 1$

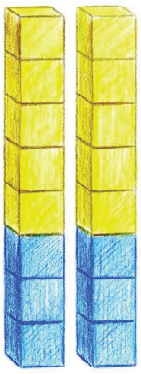
ଅର୍ଥାତ୍, 8ଟି ₹50 ନୋଟ୍, 1ଟି ₹10 ନୋଟ୍, 4ଟି ₹5 ନୋଟ୍, 2ଟି ₹1 ମୁଦ୍ରା ।

ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

ତୁମେ ₹432 ଟଙ୍କା ଦେବାପାଇଁ ଆଉ କିଛି ଉପାୟ ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତା କରି କହିପାରିବ କି ?

ଉଦାହରଣ 11 : ଏଠାରେ ଦୁଇଟି ଚିତ୍ର ଅଛି । ଏହି ଦୁଇଟି ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି $5 \times 2 + 3$ ପରିପ୍ରକାଶ ସହିତ ମେଳ ଖାଉଛି ?





AP SCERT

Let us write this expression as a sum of terms.

$$(5 \times 2) + (3) = (10) + (3) = (13)$$

This expression $5 \times 2 + 3$ can be understood as 3 more than 5×2, which illustrates the arrangement on the left.

? What is the expression for the arrangement in the right making use of the number of yellow and blue squares?

Do you recall the use of brackets? We need to use brackets for this.

$$2 \times (5 + 3)$$

Notice that this arrangement can also be described using—

$5 + 3 + 5 + 3$ OR

$5 \times 2 + 3 \times 2$ OR

$2 \times 5 + 2 \times 3$



Figure it Out - 2.2

1. Find the values of the following expressions by writing the terms in each case.
   (a) $28 - 7 + 8$ (b) $39 - 2 \times 6 + 11$
   (c) $40 - 10 + 10 + 10$ (d) $48 - 10 \times 2 + 16 \div 2$
   (e) $6 \times 3 - 4 \times 8 \times 5$
2. Write a story/situation for each of the following expressions and find their values.
   (a) $89 + 21 - 10$ (b) $5 \times 12 - 6$
   (c) $4 \times 9 + 2 \times 6$
3. For each of the following situations, write the expression describing the situation, identify its terms and find the value of the expression.
   (a) Queen Alia gave 100 gold coins to Princess Elsa and 100 gold coins to Princess Anna last year. Princess Elsa used the coins to start a business and doubled her coins. Princess Anna bought jewellery and has only half of the coins left. Write an expression describing how many gold coins Princess Elsa and Princess Anna together have.
   (b) A metro train ticket between two stations is ₹40 for an adult and ₹20 for a child. What is the total cost of tickets:
   (i) for four adults and three children?
   (ii) for two groups having three adults each?

AP SCERT

ଆସ, ଏହି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ପଦଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖିବା ।

$$(5 \times 2) + (3) = (10) + (3) = (13)$$

$5 \times 2 + 3$ ପରିପ୍ରକାଶଟି 5×2 ରୁ 3 ଅଧିକକୁ ବୁଝାଏ ଯାହା ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସଂରଚନାକୁ ସାଧାରଣ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କରୁଛି ।

? ହଳଦିଆ ଓ ନୀଳ ରଙ୍ଗର ବର୍ଗଚିତ୍ରର ସଂରଚନା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶଟି କଣ ? ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର ମନେଅଛି ? ଆମେ ଏଥିପାଇଁ ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

$$2 \times (5 + 3)$$

ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ଯେ ଏହି ସଂରଚନାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇପାରେ :

$5 + 3 + 5 + 3$ କିମ୍ବା

$5 \times 2 + 3 \times 2$ କିମ୍ବା

$2 \times 5 + 2 \times 3$

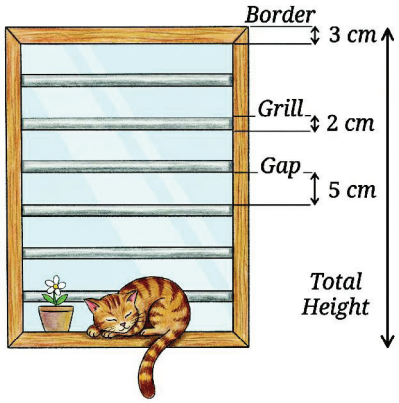


ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନକର – 2.2

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖି ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
   (a) $28 - 7 + 8$ (b) $39 - 2 \times 6 + 11$
   (c) $40 - 10 + 10 + 10$ (d) $48 - 10 \times 2 + 16 \div 2$
   (e) $6 \times 3 - 4 \times 8 \times 5$
2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶ ପାଇଁ ଏକ କାହାଣୀ/ପରିସ୍ଥିତି ବର୍ଣ୍ଣନା କର ଏବଂ ମାନ ନିରୂପଣ କର ।
   (a) $89 + 21 - 10$ (b) $5 \times 12 - 6$ (c) $4 \times 9 + 2 \times 6$
3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ, ପରିସ୍ଥିତିକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରୁଥିବା ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ । ଏହାର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଏବଂ ମାନ ନିରୂପଣ କର ।
   (a) ରାଣୀ ଆଲିଆ ତାଙ୍କର ଦୁଇ ରାଜକୁମାରୀ ଇଲ୍‌ସା ଏବଂ ଆନ୍ନାଙ୍କୁ 100 ଟି ଲେଖାଏଁ ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣମୁଦ୍ରା ପ୍ରଦାନ କଲେ । ଇଲ୍‌ସା ଏକ ବ୍ୟବସାୟ ଆରମ୍ଭ କରି ତାଙ୍କ ମୁଦ୍ରାକୁ ଦ୍ୱିଗୁଣିତ କଲେ । ଆନ୍ନା କିଛି ଅଳଙ୍କାର କିଣିଛନ୍ତି ଏବଂ ଅଧା ମୁଦ୍ରା ତାଙ୍କ ପାଖରେ ଅଛି । ଏବେ ରାଜକୁମାରୀ ଇଲ୍‌ସା ଏବଂ ଆନ୍ନାଙ୍କ ପାଖରେ କେତେ ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣମୁଦ୍ରା ଅଛି ତାହାକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖ ।
   (b) ଦୁଇଟି ରେଳ ଷ୍ଟେସନ୍ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ମେଟ୍ରୋ ଟ୍ରେନ୍‌ର ଟିକେଟ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ ବୟସ୍କଙ୍କ ପାଇଁ ₹40 ଏବଂ ଶିଶୁମାନଙ୍କ ପାଇଁ ₹20 । ତେବେ ସମୁଦାୟ ଟିକେଟ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ହେବ ?
   (i) ଚାରି ଜଣ ବୟସ୍କ ଓ ତିନି ଜଣ ଶିଶୁଙ୍କ ପାଇଁ
   (ii) ତିନି ଜଣ ଲେଖାଏଁ ବୟସ୍କ ଥିବା ଦୁଇଟି ଦଳ ପାଇଁ

APSCERT

(c) Find the total height of the window by writing an expression describing the relationship among the measurements shown in the picture.



2.2.5 Removing Brackets — I

Let us find the value of this expression,

$$200 - (40 + 3).$$

We first evaluate the expression inside the bracket to 43 and then subtract it from 200.

But it is simpler to first subtract 40 from 200:

$$200 - 40 = 160.$$

And then subtract 3 from 160:

$$160 - 3 = 157.$$

What we did here was 200 – 40 – 3. Notice, that we did not do

$$200 - 40 + 3.$$

So, $200 - (40 + 3) = 200 - 40 - 3.$

Example 12 : We also saw this earlier in the case of Irfan purchasing a biscuit packet (₹15) and a toor dal packet (₹56). When he paid ₹100, the change he gets in rupees is:

$$100 - (15 + 56) = 29.$$

The change could also have been calculated as follows:

(a) First subtract the cost of the biscuit packet (15) from 100:

$$100 - 15 = 85.$$

This is the amount the shopkeeper owes Irfan if he had purchased only the biscuits. As he has purchased toor dal also, its cost is taken from this remaining amount of 85.

(b) So, to find the change, we need to subtract the cost of toor dal from 85.

$$85 - 56 = 29.$$

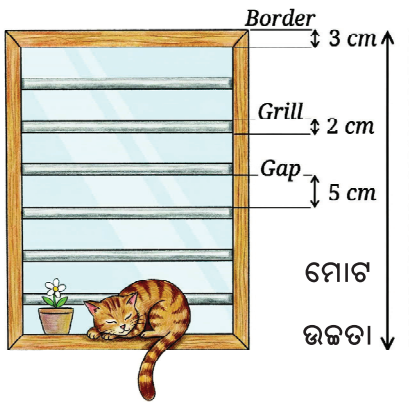
What we have done here is **100 – 15 – 56.** So,

$$\mathbf{100 - (15 + 56) = 100 - 15 - 56.}$$

Notice how upon **removing the brackets preceded by a negative sign,** the signs of the terms inside the brackets change. Observe the signs of 40 and 3 in the first example, and that of 15 and 56 in the second.

AP SCERT

(c) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିମାଣକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଝରକାର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ଓ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



2.2.5 ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ — I

ଚାଲ ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା

$$200 - (40 + 3).$$

ଆମେ ପ୍ରଥମେ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ 43 ବୋଲି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଏବଂ ପରେ ଏହାକୁ 200 ରୁ ବିୟୋଗ କରିବା । କିନ୍ତୁ ଏହାକୁ ସରଳୀକୃତ ଭାବରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ପ୍ରଥମେ 200 ରୁ 40 ବିୟୋଗ କରିବା ।

$$200 - 40 = 160.$$

ଏବଂ ପରେ 160 ରୁ 3 ବିୟୋଗ କରିବା:

$$160 - 3 = 157$$

ଏଠାରେ ଆମେ $200 - 40 - 3$ କଲେ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଆମେ $200 - 40 + 3$ କଲେ ନାହିଁ ।

ତେଣୁ $200 - (40 + 3) = 200 - 40 - 3$

ଉଦାହରଣ 12 : ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଦେଖିଥିଲେ ଯେ ଇରଫାନ୍ ଏକ ପ୍ୟାକେଟ୍ ବିସ୍କୁଟ (₹15) ଏବଂ ବୁଟ ଡାଲି ପ୍ୟାକେଟ୍ (₹56) ରେ କିଣି ₹100 ଦୋକାନୀକୁ ଦେଇଥିଲେ ସେ ଫେରିପାଇଥିବା ଟଙ୍କା

$$100 - (15 + 56) = 29.$$

ଏହାକୁ ମଧ୍ୟ ନିମ୍ନମତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ:

(a) ପ୍ରଥମେ ବିସ୍କୁଟ ପ୍ୟାକେଟ୍‌ର ଦାମ (15) କୁ 100 ରୁ ବିୟୋଗ କରିବା:

$$100 - 15 = 85$$

ଯଦି ସେ କେବଳ ବିସ୍କୁଟ କିଣିବ, ତେବେ ଏହି ପରିମାଣର ଟଙ୍କା ଦୋକାନୀ ଇରଫାନ୍‌କୁ ଫେରସ୍ତ କରିବେ , ମାତ୍ର ଇରଫାନ୍ ବୁଟ ଡାଲି କିଣିଥିବାରୁ ଏହାର ମୂଲ୍ୟକୁ 85 ରୁ ବାଦ୍ ଦେବେ ।

(b) ତେଣୁ ଫେରସ୍ତ ଟଙ୍କା ପାଇଁ 85 ଟଙ୍କାରୁ ଡାଲିର ମୂଲ୍ୟ ବିୟୋଗ କରିବା ।

$$85 - 56 = 29$$

ଆମେ ଏଠାରେ କଣ କଲେ, **100 - 15 - 56** । ତେଣୁ

$$\mathbf{100 - (15 + 56) = 100 - 15 - 56}$$

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ **ବନ୍ଧନୀ ପୂର୍ବରୁ '–' ଚିହ୍ନ ଥିଲେ ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରିବା ପରେ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକର ଚିହ୍ନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି,** ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣରେ 40 ଓ 3 ର ଚିହ୍ନ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣରେ 15 ଓ 56 ଚିହ୍ନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି ।

APSCERT

Example 13 : Consider the expression 500 – (250 – 100). Is it possible to write this expression without the brackets?

To evaluate this expression, we need to subtract 250 – 100 = 150 from 500:

$$500 - (250 - 100) = 500 - 150 = 350.$$

If we were to directly subtract 250 from 500, then we would have subtracted 100 more than what we needed to. So, we should add back that 100 to 500 – 250 to make the expression take the same value as 500 – (250 – 100). This sequence of operations is 500 – 250+100. Thus,

$$500 - (250 - 100) = 500 - 250 + 100.$$

Check that 500 – (250 – 100) is not equal to 500 – 250 – 100. Notice again that **when the brackets preceded by a negative sign** are removed, the signs of the terms inside the brackets change. In this case, the signs of 250 and – 100 change to – 250 and 100.

Example 14 : Meena has a rare coin collection. She has 28 coins in one bag and 35 coins in another. She gifts her friend 10 coins from the second bag. Write an expression for the number of coins left with Meena.

This can be expressed by 28 + (35 – 10).

We know that this is the same as 28 + (35 + (–10)). Since the terms can be added in any order, this expression can simply be written as 28 + 35 + (–10), or 28 + 35 – 10. Thus,

$$28 + (35 - 10) = 28 + 35 - 10 = 53.$$

When the brackets are NOT preceded by a negative sign, the terms within them do not change their signs upon removing the brackets. Notice the sign of the terms 35 and – 10 in the above expression.



Rather than simply remembering rules for when to change the sign and when not to, you can figure it out for yourself by thinking about the meanings of the expressions.

2.2.6 Tinker the Terms I

What happens to the value of an expression if we increase or decrease the value of one of its terms?

Some expressions are given in following three columns. In each column, one or more terms are changed from the first expression. Go through the example (in the first column) and fill the blanks, doing as little computation as possible.

APSCERT

ଉଦାହରଣ 13 : 500 – (250 – 100) ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ । ଏହି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରି ଲେଖିବା ସମ୍ଭବ କି ?

ଏହାକୁ ସରଳୀକରଣ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରଥମେ 500 ରୁ 250 – 100 = 150 କୁ ବିୟୋଗ କରିବା:

$$500 - (250 - 100) = 500 - 150 = 350$$

ଯଦି ଆମେ ସିଧା ସଳଖ 500 ରୁ 250 ବିୟୋଗ କରିବା ଏବଂ ପୁନର୍ବାର 100 ବିୟୋଗ କରିବା । ଆମେ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ପାଇ ପାରିବା କି ? ତେଣୁ ଆମେ (500 – 250) ରେ 100 ଯୋଗ କରି ପରିପ୍ରକାଶଟିର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ପାଇବା, ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟି ହେଲା 500 – 250 + 100 ତେଣୁ

$500 - (250 - 100) = 500 - 250 + 100$

500 – (250 – 100) ଓ 500 – 250 – 100 ସମାନ କୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କର । ପୁନର୍ବାର ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ଯେ **ବନ୍ଧନୀ ପୂର୍ବରୁ '–' ଚିହ୍ନ ଥିଲେ ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରିବା ସମୟରେ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକର ଚିହ୍ନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି** । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ 250 ଓ –100ର ଚିହ୍ନ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୋଇ – 250 ଓ 100 ହୋଇଛି ।

ଉଦାହରଣ 14 : ମୀନାଙ୍କର ମୁଦ୍ରା ସଂଗ୍ରହରେ ଆଗ୍ରହ ଅଛି, ସେ ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାଗ୍‌ରେ 28 ମୁଦ୍ରା ଓ ଅନ୍ୟ ଏକ ବ୍ୟାଗ୍‌ରେ 35 ଟି ମୁଦ୍ରା ସଂଗ୍ରହ କଲେ । ସେ ତାଙ୍କ ସାଙ୍ଗକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ବ୍ୟାଗ୍‌ରୁ 10 ଟି ମୁଦ୍ରା ଉପହାର ଦେଲେ । ତେବେ ମୀନାଙ୍କ ପାଖରେ ଥିବା ମୁଦ୍ରାକୁ ନେଇ ଏକ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ଏହା 28 + (35 – 10) ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ । ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ ଏହା 28 + (35 + (–10) କିମ୍ବା 28 + 35 – 10 ରୂପେ ଲେଖିପାରିବା, ତେଣୁ

$$28 + (35 - 10) = 28 + 35 - 10 = 53.$$

ବନ୍ଧନୀ ପୂର୍ବରୁ '–' ଚିହ୍ନ ନ ଥାଇ '+' ଚିହ୍ନ ଥିଲେ ଅପସାରଣ ସମୟରେ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକର ଚିହ୍ନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ ନାହିଁ । ଏଠାରେ 35 ଓ –10 ଚିହ୍ନର କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୋଇନାହିଁ ।



କେତେବେଳେ ପଦଗୁଡ଼ିକର ଚିହ୍ନ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କେତେବେଳେ ହେବନାହିଁ । ନିୟମକୁ ମନେ ରଖି, ପରିପ୍ରକାଶର ଅର୍ଥ ବୁଝି ନିଜେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କରିପାରିବ ।

2.2.6 ସାଂଖ୍ୟିକ ପଦ ନିରୀକ୍ଷଣ- I

ଯଦି ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ଗୋଟିଏ ପଦର ମାନକୁ ବୃଦ୍ଧି କିମ୍ବା ହ୍ରାସ କରାଯାଏ ତେବେ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟରେ କ'ଣ ଘଟିବ ?

ନିମ୍ନରେ କେତେକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ତିନୋଟି ସ୍ତମ୍ଭରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ହୋଇଛି, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଗୋଟିଏ ବା ଅଧିକ ପଦର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଇଛି, ଯଥା ସମ୍ଭବ କମ୍ ହିସାବ କରି ପରିପ୍ରକାଶର ପ୍ରଥମ ସ୍ତମ୍ଭ ଅନୁଯାୟୀ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

AP SCERT

53 + (–16) = 37	53 + (–16) = 37	(–87) + (–16) = ◯
54 + (–16) = 38 54 is one more than 53, so the value will be 1 more than 37.	52 + (–16) = ◯ 52 is one less than 53, so the value will be 1 less than 37.	(–88) + (–15) = ◯
		(–86) + (–18) = ◯
53 + (–15) = ◯ Is –15 one more or one less than –16?	53 + (–17) = ◯ Is –17 one more or one less than –16?	(–97) + (–26) = ◯



Figure it Out - 2.3

1. Fill in the blanks with numbers, and boxes with operation signs such that the expressions on both sides are equal.
   (a) 24 + (6 – 4) = 24 + 6 ☐ ____
   (b) 38 + (____ ☐ ____) = 38 + 9 – 4
   (c) 24 – (6 +4) = 24 ☐ 6 – 4
   (d) 24 – 6 – 4 = 24 – 6 ☐ ____
   (e) 27 – (8 + 3) = 27 8 3
   (f) 27– (____ ☐ ____) = 27 – 8 + 3
2. Remove the brackets and write the expression having the same value.
   (a) 14 + (12 + 10) (b) 14 – (12 + 10)
   (c) 14 + (12 – 10) (d) 14 – (12 – 10)
   (e) –14 + 12 – 10 (f) 14 – (–12 – 10)
3. Find the values of the following expressions. For each pair, first try to guess whether they have the same value. When are the two expressions equal?
   (a) (6 + 10) – 2 and 6 + (10 – 2)
   (b) 16 – (8 – 3) and (16 – 8) – 3
   (c) 27 – (18 + 4) and 27 + (–18 – 4)
4. In each of the sets of expressions below, identify those that have the same value. Do not evaluate them, but rather use your understanding of terms.

AP SCERT

53 + (– 16) = 37	53 + (– 16) = 37	(– 87) + (–16) = ◯
54 + (– 16) = 38 54, 53 ଠାରୁ ଅଧିକ ତେଣୁ ପରିପ୍ରକାଶ ମୂଲ୍ୟ 37 ଠାରୁ 1 ଅଧିକ	52 + (–16) = ◯ 52, 53 ଠାରୁ କମ୍ ତେଣୁ ପରିପ୍ରକାଶ ମୂଲ୍ୟ 37 ଠାରୁ 1 କମ୍	(– 88) + (– 15) = ◯
		(– 86) + (–18) = ◯
53 + (–15) = ◯ –15, –16 ଠାରୁ 1 କମ୍ ନା 1 ବେଶୀ	53 + (– 17) = ◯ –17, –16 ଠାରୁ 1 କମ୍ ନା 1 ବେଶୀ	(–97) + (–26) = ◯



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନକର – 2.3

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ବାକ୍ସରେ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ପୂରଣ କର ଯେପରିକି ପରିପ୍ରକାଶର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱର ମାନ ସମାନ ହେବ ।
   (a) 24 + (6 – 4) = 24 + 6 ☐ _____
   (b) 38 + (_____ ☐ _____) = 38 + 9 – 4
   (c) 24 – (6 +4) = 24 ☐ 6 – 4
   (d) 24 – 6 – 4 = 24 – 6 ☐ _____
   (e) 27 – (8 + 3) = 27 ☐ 8 ☐ 3
   (f) 27– (_____ ☐ _____) = 27 – 8 + 3

2. ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ ଯେପରିକି ପରିପ୍ରକାଶ ମାନ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିବ ।
   (a) 14 + (12 + 10) (b) 14 – (12 + 10)
   (c) 14 + (12 – 10) (d) 14 – (12 – 10)
   (e) –14 + 12 – 10 (f) 14 – (–12 – 10)

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ାର ମାନ ସମାନ କି ନୁହେଁ ପ୍ରଥମେ ଅନୁମାନ କର । କେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ସମାନ ହେବ କି ?
   (a) (6 + 10) – 2 ଏବଂ 6 + (10 – 2)
   (b) 16 – (8 – 3) ଏବଂ (16 – 8) – 3
   (c) 27 – (18 + 4) ଏବଂ 27 + (–18 – 4)

4. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ପରିପ୍ରକାଶ ମାନ ସମାନ ଚିହ୍ନାଅ । ସେଗୁଡ଼ିକର ହିସାବ ନ କରି ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝି ଲେଖ ।

AP SCERT

(a) 319 + 537, 319 – 537, – 537 + 319, 537 – 319

(b) 87 + 46 – 109, 87 + 46 – 109, 87 + 46 – 109, 87 – 46 + 109, 87 – (46 + 109), (87 – 46) + 109

5. Add brackets at appropriate places in the expressions such that they lead to the values indicated as shown in the below example 65 - 18 + 12 = 35 , the correct expression is 65 - (18 + 12)= 35

(a) 34 – 9 + 12 = 13

(b) 56 – 14 – 8 = 34

(c) –22 – 12 + 10 + 22 = – 22

6. Using only reasoning of how terms change their values, fill the blanks to make the expressions on either side of the equality (=) equal.

(a) 423 + _____= 419 + _____

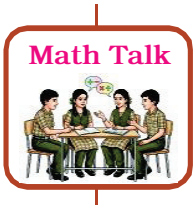
(b) 207 – 68 = 210 – _____

7. Using the numbers 2, 3 and 5, and the operators '+' and '–', and brackets, as necessary, generate expressions to give as many different values as possible. For example, 2 – 3 + 5 = 4 and 3 – (5 – 2) = 0.

8. Whenever Radhika has to subtract 9 from a number, she subtracts 10 and adds 1 to it. For example, 36 – 9 = 26 + 1.

(a) Do you think she always gets the correct answer? Why?

(b) Can you think of other similar strategies? Give some examples.



9. Consider the two expressions: a) 73 – 14 + 1, b) 73 – 14 – 1. For each of these expressions, identify the expressions from the following collection that are equal to it.

(a) 73 – (14 + 1) b) 73 – (14 – 1)

(c) 73 + (– 14 + 1) d) 73 + (– 14 – 1)

2.2.7 Removing Brackets — II

Example 15 : Phani and Prem went to a hotel. Each of them ordered a vegetable cutlet and a rasgulla. A vegetable cutlet costs ₹43 and a rasgulla costs ₹24. Write an expression for the amount they will have to pay.

As each of them had one vegetable cutlet and one rasagulla, each of their shares can be represented by 43 + 24.

What about the total amount they have to pay? Can it be described by the expression: 2 × 43 + 24?

AP SCERT

(a) $319 + 537,\ 319 - 537,\ -537 + 319,\ 537 - 319$

(b) $87 + 46 - 109,\ 87 + 46 - 109,\ 87 + 46 - 109,\ 87 - 46 + 109,\ 87 - (46 + 109),\ (87 - 46) + 109$

5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉଦାହରଣରେ ଦର୍ଶାଇବା ଭଳି ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ସୂଚିତ ମୂଲ୍ୟ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରଖି ଉପଯୁକ୍ତ ସ୍ଥାନରେ ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କର ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $65 - 18 + 12 = 35$, ସଠିକ୍ ସମାସଟି $65 - (18 + 12) = 35$

(a) $34 - 9 + 12 = 13$

(b) $56 - 14 - 8 = 34$

(c) $-22 - 12 + 10 + 22 = -22$

6. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଏପରି ସଂଖ୍ୟା ପୂରଣ କର ଯେପରିକି ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱର ମାନ ସମାନ ହେବ ।

(a) $423 + \_\_\_\_\_ = 419 + \_\_\_\_\_$

(b) $207 - 68 = 210 - \_\_\_\_\_$

7. 2, 3 ଓ 5 ଏବଂ '+' ଓ '–' ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଯେତେ ସମ୍ଭବ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମାନ ଥିବା ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ଗଠନ କର । ଯେପରି $2 - 3 + 5 = 4$ ଏବଂ $3 - (5 - 2) = 0$

8. ଯେତେବେଳେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରୁ 9 ବିୟୋଗ କରିବାକୁ ହୁଏ ରାଧିକା 10 ବିୟୋଗ କରି ସେଥିରେ 1 ଯୋଗ କରିଥାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $36 - 9 = 26 + 1$

(a) ସେ ସର୍ବଦା ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ପାଇବ କି ? କାହିଁକି ?

(b) ତୁମେ ସେହିଭଳି ଅନ୍ୟ କୌଶଳ ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତା କରିପାରିବ କି ? କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।



9. ଦିଆଯାଇଥିବା ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଦୁଇଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

(a) $73 - 14 + 1$, (b) $73 - 14 - 1$ ପ୍ରତ୍ୟେକର ମାନ ସମାନ ଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟରୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(a) $73 - (14 + 1)$ (b) $73 - (14 - 1)$

(c) $73 + (-14 + 1)$ (d) $73 + (-14 - 1)$

2.2.7 ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ – II

ଉଦାହରଣ 15 : ଫଣି ଓ ପ୍ରେମ୍ ଦୁହେଁ ଜଳଖିଆ ଦୋକାନକୁ ଯାଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ କଟ୍‌ଲେଟ୍ ଓ ରସଗୋଲା ଖାଇଲେ । ଗୋଟିଏ କଟ୍‌ଲେଟ୍‌ର ଦାମ ₹43 ଓ ଗୋଟିଏ ରସଗୋଲାର ଦାମ୍ ₹24 । ସେମାନେ ଦୋକାନୀକୁ ଦେଇଥିବା ମୋଟ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ଯେହେତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ କଟ୍‌ଲେଟ୍ ଓ ରସଗୋଲା ଖାଇଛନ୍ତି ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ $43 + 24$ ଟଙ୍କା ଦେବେ ।

ତେବେ ସେମାନେ ମୋଟ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେବେ ? ଏହାକୁ ପରିପ୍ରକାଶ $2 \times 43 + 24$ ଭଳି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିହେବ କି ?

APSCERT

Writing it as sum of terms gives:

$$(2 \times 43) + (24)$$

This expression means 24 more than 2×43. But, we want an expression which means twice or double of $43 + 24$.

We can make use of brackets to write such an expression:

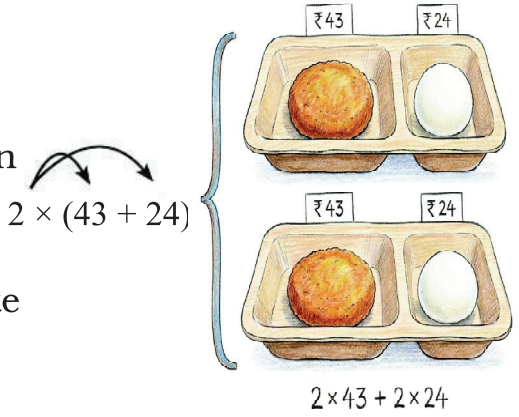
$$2 \times (43 + 24).$$

So, we can say that together they have to pay $2 \times (43 + 24)$. This is also the same as paying for two vegetable cutlets and two rasgullas:

$$2 \times 43 + 2 \times 24.$$

Therefore,

$$2 \times (43 + 24) = 2 \times 43 + 2 \times 24.$$



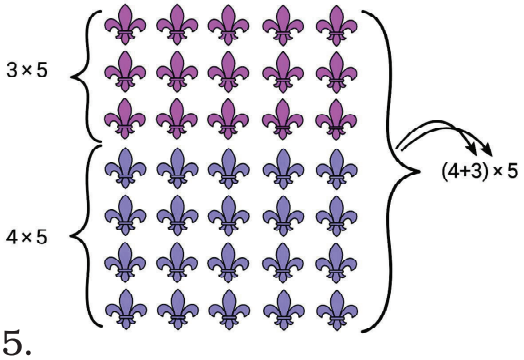
? If another friend, Satish, joins them and orders the same items, what will be the expression for the total amount to be paid?

? **Example 16 :** In the Republic Day parade, there are boy scouts and girl guides marching together. The scouts march in 4 rows with 5 scouts in each row. The guides march in 3 rows with 5 guides in each row (see the figure below). How many scouts and guides are marching in this parade?

The number of boy scouts marching is 4×5. The number of girl guides marching is 3×5.

The total number of scouts and guides will be $4 \times 5 + 3 \times 5$.

This can also be found by first finding the total number of rows, i.e., $4 + 3$, and then multiplying their sum by the number of children in each row. Thus, the number of boys and girls can be found by $(4 + 3) \times 5$.



Therefore, $4 \times 5 + 3 \times 5 = (4 + 3) \times 5$.

Computing these expressions, we get

$$4 \times 5 + 3 \times 5 = (4 \times 5) + (3 \times 5) = (20) + (15) = (35)$$

$$(4 + 3) \times 5 = 7 \times 5 = 35$$

AP SCERT

ଏହାକୁ ପଦ ଅନୁଯାୟୀ ଲେଖିଲେ:

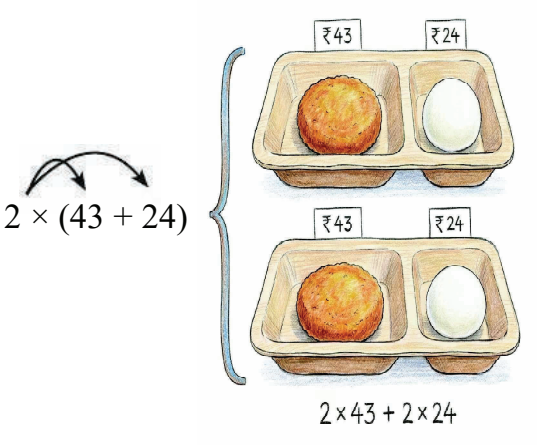
$$(2 \times 43) + (24)$$

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶର ଅର୍ଥ 2×43 ଠାରୁ 24 ଅଧିକ ।

କିନ୍ତୁ, ଆମର ଆବଶ୍ୟକ $43 + 24$ ର ଦୁଇଗୁଣ ।

ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଏହାକୁ ଲେଖିପାରିବା ଯେ:

$$2 \times (43 + 24).$$



ତେଣୁ, ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ସେମାନେ $2 \times (43 + 24)$ ଦେବାକୁ ହେବ ।

ଏହା ଦୁଇଟି କଟ୍‌ଲେଟ୍ ଓ ଦୁଇଟି ରସଗୋଲାର ଦାମ୍ ସହ ସମାନ ।

$$2 \times 43 + 2 \times 24$$

ତେଣୁ

$$2 \times (43 + 24) = 2 \times 43 + 2 \times 24$$

? ଯଦି ଅନ୍ୟ ଜଣେ ସାଙ୍ଗ ସତିସ୍ ସେମାନଙ୍କ ସହ ଯୋଗ ଦିଏ ତେବେ ସେମାନଙ୍କୁ ପୈଠ କରିବାକୁ ଥିବା ମୋଟ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ ।

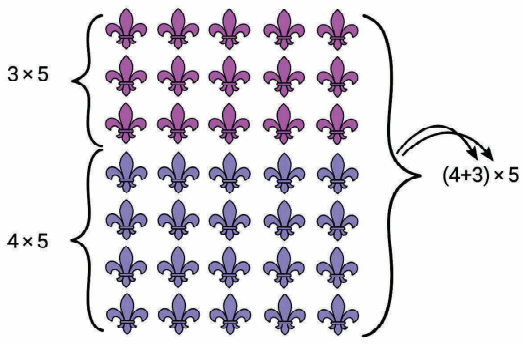
? **ଉଦାହରଣ 16 :** ଗଣତନ୍ତ୍ର ଦିବସ ଉପଲକ୍ଷେ ବାଳକ ସ୍କାଉଟ୍ ଓ ବାଳିକା ଗାଇଡ୍ ମାନଙ୍କର ପ୍ୟାରେଡ ଅନୁଷ୍ଠିତ ହେଉଥିଲା । ସ୍କାଉଟ୍‌ରେ 5 ଜଣ କରି 4 ଟି ଧାଡ଼ି ଏବଂ ଗାଇଡ୍‌ରେ 5 ଜଣ କରି 3 ଟି ଧାଡ଼ି ହୋଇଥିଲା । (ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ) । ତେବେ ଏହି ପ୍ୟାରେଡ୍‌ରେ ମୋଟ କେତେ ଜଣ ଗାଇଡ୍ ଓ ସ୍କାଉଟ୍ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରିଥିଲେ ?

ପ୍ୟାରେଡ୍‌ରେ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରିଥିବା ବାଳକ ସ୍କାଉଟ୍ ସଂଖ୍ୟା 4×5 । ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରିଥିବା ବାଳିକା ଗାଇଡ୍ ସଂଖ୍ୟା 3×5 ।

ମୋଟ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରିଥିବା ସ୍କାଉଟ୍ ଓ ଗାଇଡ୍ ସଂଖ୍ୟା $4 \times 5 + 3 \times 5$ ।

ପ୍ରଥମେ ମୋଟ ଧାଡ଼ି ସଂଖ୍ୟା, ଅର୍ଥାତ୍ $4 + 3$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଏବଂ ତା'ପରେ ସେଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳକୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ ଥିବା ପିଲାମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଗୁଣନ କରି ମଧ୍ୟ ଏହା ଜଣାପଡ଼ିପାରିବ । ଏହିପରି ଭାବରେ, ବାଳକ ଏବଂ ବାଳିକାମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା $(4 + 3) \times 5$ ଦ୍ୱାରା ବାହାର କରାଯାଇପାରିବ ।

ତେଣୁ, $4 \times 5 + 3 \times 5 = (4 + 3) \times 5$ ।



ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିକର ଗଣନା କଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$$4 \times 5 + 3 \times 5 = (4 \times 5) + (3 \times 5) = (20) + (15) = (35)$$

$$(4 + 3) \times 5 = 7 \times 5 = 35$$

APSCERT

? $5 \times 4 + 3 = 5 \times (4 + 3)$. Can you explain why?
Is $5 \times (4 + 3) = 5 \times (3 + 4) = (3 + 4) \times 5$?

Take away point : The observations that we have made in the previous two examples can be seen in a general way as follows.

Consider $10 \times 98 + 3 \times 98$. This means taking the sum of 10 times 98 and 3 times 98.

$$\underbrace{98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98}_{\text{10 times}} + \underbrace{98 + 98 + 98}_{\text{3 times}}$$

Clearly, this is the same as 10 + 3 = 13 times 98. Thus,

$$10 \times 98 + 3 \times 98 = (10 + 3) \times 98.$$

Writing this equality the other way, we get

$$(10 + 3)\ 98 = 10 \times 98 + 3 \times 98.$$

Swapping the numbers in the products above, this property can be seen in the following form:

$$98 \times 10 + 9 \times 83 = 98\ (10 + 3), \text{ and}$$
$$98\ (10 + 3) = 98 \times 10 + 98 \times 3.$$

Similarly, let us consider the expression $14 \times 10 - 6 \times 10$. This means subtracting 6 times 10 from 14 times 10.

$$\underbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + + 10 + 10 + 10 + 10}_{\text{14 times}} + \cancel{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}$$

Clearly, this is 14 – 6 = 8 times 10. Thus,

$$14 \times 10 - 6 \times 10 = (14 - 6) \times 10,$$

or

$$(14 - 6) \times 10 = 14 \times 10 - 6 \times 10$$

This property can be nicely summed up as follows:

The multiple of a sum (difference) is the same as the sum (difference) of the multiples. This property is called distributive property of multiplication over sum (difference).

2.2.8. Tinker the Terms II

Let us understand what happens when we change the numbers occurring in a product.

AP SCERT

? $5 \times 4 + 3 = 5 \times (4 + 3)$ ଅଟେ କି ? କାହିଁକି, ବର୍ଣ୍ଣନା କରିପାରିବ କି ?

$5 \times (4 + 3) = 5 \times (3 + 4) = (3 + 4) \times 5$ ।

ମୁଖ୍ୟ ବିଷୟ ବସ୍ତୁ: ପୂର୍ବ ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣରେ ଆମେ କରିଥିବା ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣଗୁଡ଼ିକୁ ସାଧାରଣଭାବେ ନିମ୍ନମତେ ଦେଖାଯାଇପାରିବ ।

$10 \times 98 + 3 \times 98$ ଅର୍ଥ 98 ର 10 ଗୁଣ ଓ 98 ର 3 ଗୁଣର ସମଷ୍ଟି ।

$$\underbrace{98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98}_{10 \text{ ଥର}} + \underbrace{98 + 98 + 98}_{3 \text{ ଥର}}$$

ସ୍ପଷ୍ଟଭାବେ, ଏହା $10 + 3 = 13$ ଗୁଣ 98 ସହ ସମାନ । ତେଣୁ

$$10 \times 98 + 3 \times 98 = (10 + 3) \times 98$$

ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ

$$(10 + 3)\ 98 = 10 \times 98 + 3 \times 98.$$

ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ଲେଖିଲେ ଆମେ ପରଟିକୁ ପାଇବା, ଏହି ନିୟମକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରେ ଦେଖାଯାଇପାରିବ ।

$$98 \times 10 + 98 \times 3 = 98\ (10 + 3), \text{ ଏବଂ}$$

$$98\ (10 + 3) = 98 \times 10 + 98 \times 3.$$

ସେହିପରି, $14 \times 10 - 6 \times 10$ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବିଚାର କରାଯାଉ । ଅର୍ଥାତ୍ 10 ର 14 ଗୁଣରୁ 10 ର 6 ଗୁଣ ବିୟୋଗ ହେବ ।

$$\underbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + \cancel{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}}_{14 \text{ ଥର}}$$

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଏହା $14 - 6 = 8$ ର 10 ଗୁଣ ।

$14 \times 10 - 6 \times 10 = (14 - 6) \times 10,$

କିମ୍ବା

$(14 - 6) \times 10 = 14 \times 10 - 6 \times 10$

ଏହି ନିୟମକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାବରେ ସଂକ୍ଷେପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ :

ଏକ ଯୋଗଫଳ(କିମ୍ବା ବିୟୋଗଫଳ) ର ଗୁଣିତକ, ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ(କିମ୍ବା ବିୟୋଗଫଳ) ସହିତ ସମାନ ଅଟେ । ଏହି ନିୟମକୁ ଯୋଗ (କିମ୍ବା ବିୟୋଗ) ପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ କୁହାଯାଏ ।

2.2.8 ସାଂଖ୍ୟକ ପଦ ନିରୀକ୍ଷଣ – II

ଆସ ଦେଖିବା, ଗୋଟିଏ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସଂଖ୍ୟାର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଲେ କ'ଣ ହେବ ?

AP SCERT

Example 17 : Given 53 × 18 = 954. Find out 63 × 18.

As 63 × 18 means 63 times 18,

63 × 18 = (53 + 10) × 18

= 53 ×18 + 10×18

= 954 + 180

= 1134.

Example 18 : Find an effective way of evaluating 97 × 25.

97 × 25 means 97 times 25.

We can write it as (100 – 3) × 25

We know that this is the same as the difference of 100 times 25 and 3 times 25:

$$97 \times 25 = 100 \times 25 - 3 \times 25$$

Find this value.

Use this method to find the following products:

(a) 95 × 8

(b) 104 × 15

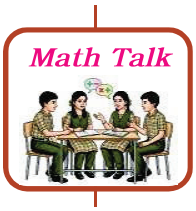
(c) 49 × 50

Is this quicker than the multiplication procedure you use generally?

Which other products might be quicker to find like the ones above?



Figure it Out - 2.4



1. Fill in the blanks with numbers, and boxes by signs, so that the expressions on both sides are equal.

(a) 3 × (6 + 7) = 3 × 6 + 3 × 7

(b) (8 + 3) × 4 = 8 × 4 + 3 × 4

(c) 3 × (5 + 8) = 3 × 5 ☐ 3 × ____

(d) (9 + 2) × 4 = 9 × 4 ☐ 2 ×____

(e) 3 × (____ + 4) = 3 ____+____

(f) (____+ 6) × 4 = 13 × 4 + ____

(g) 3 × (____+____) = 3 × 5 + 3 × 2

(h) (____+____)×____= 2 × 4 + 3 × 4

(i) 5 × (9 – 2) = 5 × 9 – 5 × ____

(j) (5 – 2) × 7 = 5 × 7 – 2 × ____

(k) 5 × (8 – 3) = 5 × 8 ☐ 5 × ____

AP SCERT

ଉଦାହରଣ 17 : 53 × 18 = 954 ହେଲେ 63 × 18 ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଯେହେତୁ 63 × 18 ଅର୍ଥାତ୍ 63 ର 18 ଗୁଣ ।

63 × 18 = (53 + 10) × 18

= 53 × 18 + 10 × 18

= 954 + 180

= 1134.

ଉଦାହରଣ 18 : 97 × 25 ର ମୂଲ୍ୟାୟନ ପାଇଁ ଏକ ଫଳପ୍ରଦ ଉପାୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

97 × 25 ଅର୍ଥ 97 ର 25 ଗୁଣ ।

ଏହାକୁ ଆମେ ଲେଖିବା (100 – 3) × 25

ଏହାର ଅର୍ଥ 100 ର 25 ଗୁଣରୁ 3 ର 25 ଗୁଣ ବିୟୋଗ

97 × 25 = 100 × 25 – 3 × 25

ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଏହି ପଦ୍ଧତି ଅବଲମ୍ବନ କରି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) 95 × 8

(b) 104 × 15

(c) 49 × 50

ଗୁଣନର ସାଧାରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଠାରୁ ଏହା ସହଜ ଓ କ୍ଷିପ୍ରତର କି ?

ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଗୁଣନଗୁଡ଼ିକ ଉପର ପ୍ରକ୍ରିୟା ଭଳି ଶୀଘ୍ର ହିସାବ କରିହେବ ?



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନକର – 2.4



1. ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱର ମାନ ପରିବର୍ତ୍ତନ ନ କରି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ସଂଖ୍ୟା ଓ ବାକ୍ସ ମଧ୍ୟରେ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କର ।

(a) 3 × (6 + 7) = 3 × 6 + 3 × 7

(b) (8 + 3) × 4 = 8 × 4 + 3 × 4

(c) 3 × (5 + 8) = 3 × 5 ☐ 3 × ____

(d) (9 + 2) × 4 = 9 × 4 ☐ 2 ×____

(e) 3 × (____ + 4) = 3 ____+____

(f) (____+ 6) × 4 = 13 × 4 + ____

(g) 3 × (____+____) = 3 × 5 + 3 × 2

(h) (____+____)×____= 2 × 4 + 3 × 4

(i) 5 × (9 – 2) = 5 × 9 – 5 × ____

(j) (5 – 2) × 7 = 5 × 7 – 2 × ____

(k) 5 × (8 – 3) = 5 × 8 ☐ 5 × ____

APSCERT

(l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7$ ☐ 3×7

(m) $5 \times (12 - \_\_\_\_) = \_\_\_\_$ ☐ $5 \times \_\_\_\_$

(n) $(15 - \_\_\_\_) \times 7 = \_\_\_\_$ ☐ 6×7

(o) $5 \times (\_\_\_\_ - \_\_\_\_) = 5 \times 9 - 5 \times 4$

(p) $(\_\_\_\_ - \_\_\_\_) \times \_\_\_\_ = 17 \times 7 - 9 \times 7$

2. In the boxes below, fill '<', '>' or '=' after analysing the expressions on the LHS and RHS. Use reasoning and understanding of terms and brackets to figure this out and not by evaluating the expressions.

(a) $(8 - 3) \times 29$ ☐ $(3 - 8) \times 29$

(b) $15 + 9 \times 18$ ☐ $(15 + 9) \times 18$

(c) $23 \times (17 - 9)$ ☐ $23 \times 17 + 23 \times 9$

(d) $(34 - 28) \times 42$ ☐ $34 \times 42 - 28 \times 42$

3. Here is one way to make 14: $\underline{2} \times (\underline{1} + \underline{6}) = 14$. Are there other ways of getting 14? Fill them out below:

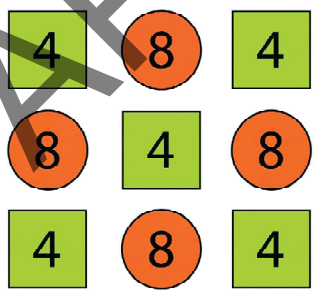
(a) _____ × (_____ + _____) = 14

(b) _____ × (_____ + _____) = 14

(c) _____ × (_____ + _____) = 14

(d) _____ × (_____ + _____) = 14

4. Find out the sum of the numbers given in each picture below in at least two different ways. Describe how you solved it through expressions.



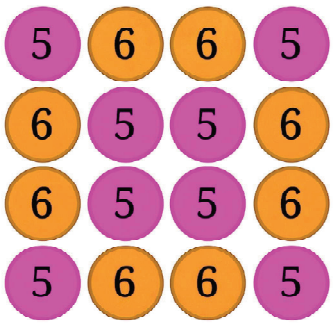




Figure it Out - 2.5

1. Read the situations given below. Write appropriate expressions for each of them and find their values.

(a) The district market in Ongole operates on all seven days of a week. Rahim supplies 9 kg of mangoes each day from his

AP SCERT

(l) $(8-3)\times 7 = 8\times 7$ ☐ 3×7

(m) $5\times(12-\_\_\_\_) = \_\_\_\_$ ☐ $5\times\_\_\_\_$

(n) $(15-\_\_\_\_)\times 7 = \_\_\_\_$ ☐ 6×7

(o) $5\times(\_\_\_\_-\_\_\_\_) = 5\times 9 - 5\times 4$

(p) $(\_\_\_\_-\_\_\_\_)\times \_\_\_\_ = 17\times 7 - 9\times 7$

2. ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ (LHS) ଏବଂ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ (RHS)ରେ ଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରି ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବାକ୍ସଗୁଡ଼ିକରେ '<', '>' କିମ୍ବା '=' ଚିହ୍ନ ପୂରଣ କର । ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନକରି, ପଦ ଏବଂ ବନ୍ଧନୀର ବୁଝାମଣା ତଥା ଯୁକ୍ତି ବ୍ୟବହାର କରି ଏହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।।

(a) $(8-3)\times 29$ ☐ $(3-8)\times 29$

(b) $15+9\times 18$ ☐ $(15+9)\times 18$

(c) $23\times(17-9)$ ☐ $23\times 17+23\times 9$

(d) $(34-28)\times 42$ ☐ $34\times 42-28\times 42$

3. 14 ପାଇବା ପାଇଁ ଏକ ଉପାୟ ଦିଆଗଲା। $14: \underline{2}\times(\underline{1}+\underline{6}) = 14$ ଏହିପରି 14 ପାଇବା ପାଇଁ ଅଧିକ ସଂରଚନା ଅଛି କି ? ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

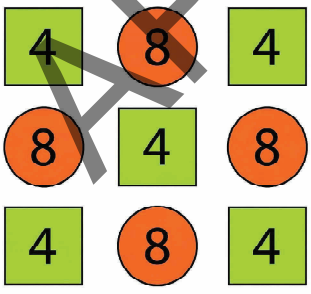
(a) _____× (_____+_____) = 14

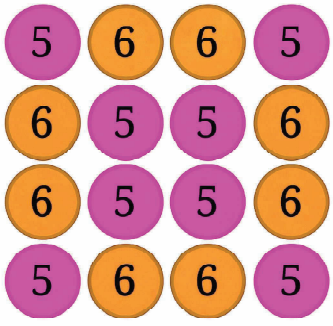
(b) _____× (_____+_____) = 14

(c) _____× (_____+_____) = 14

(d) _____× (_____+_____) = 14

4. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ଅତି କମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାକୁ କିପରି ସମାଧାନ କଲ ଲେଖ ।







ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନକର – 2.5

1. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ଲେଖି ସମାଧାନ କର ।

(a) ଅଙ୍ଗୋଲ୍ ଜିଲ୍ଲା ହାଟ ସପ୍ତାହରେ ସାତ ଦିନ ବସେ । ରହିମ୍ ନିଜ ବାଡ଼ିରେ ଫଳୁଥିବା ଆମ୍ବ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ

AP SCERT

orchard and Shyam supplies 11 kg of mangoes each day from his orchard to this market. Find the amount of mangoes supplied by them in a week to the local district market.

(b) Bhanu earns ₹20,000 per month. She spends ₹5,000 on rent, ₹5,000 on food, and ₹2,000 on other expenses every month. What is the amount Bhanu will save by the end of a year?

(c) During the daytime a snail climbs 3 cm up a post, and during the night while asleep, accidentally slips down by 2 cm. The post is 10cm high, and a delicious treat is on its top. In how many days will the snail get the treat?

2. Murari reads a two-page story every day except on Tuesdays and Saturdays. How many stories would he complete reading in 8 weeks? Which of the expressions below describes this scenario?

(a) $5 \times 2 \times 8$
(b) $(7 - 2) \times 8$
(c) 8×7
(d) $7 \times 2 \times 8$
(e) $7 \times 5 - 2$
(f) $(7 + 2) \times 8$
(g) $7 \times 8 - 2 \times 8$
(h) $(7 - 5) \times 8$

3. Find different ways of evaluating the following expressions:

(a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$
(b) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$

4. Compare the following pairs of expressions using '<', '>' or '=' by reasoning.

(a) $49 - 7 + 8$	☐	$49 - 7 + 8$
(b) $83 \times 42 - 18$	☐	$83 \times 40 - 18$
(c) $145 - 17 \times 8$	☐	$145 - 17 \times 6$
(d) $23 \times 48 - 35$	☐	$23 \times (48 - 35)$
(e) $(16 - 11) \times 12$	☐	$-11 \times 12 + 16 \times 12$
(f) $(76 - 53) \times 88$	☐	$88 \times (53 - 76)$
(g) $25 \times (42 + 16)$	☐	$25 \times (43 + 15)$
(h) $36 \times (28 - 16)$	☐	$35 \times (27 - 15)$

AP SCERT

9 କି.ଗ୍ରା. କରି ଏବଂ ଶ୍ୟାମ ନିଜ ବାଡ଼ରେ ଫଳୁଥିବା ଆମ୍ବ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ 11 କି.ଗ୍ରା. କରି ଏହି ହାଟକୁ ଯୋଗାଇ ଥାଆନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ହାଟକୁ ସପ୍ତାହଯାକ ଯୋଗାଇଥିବା ସମୁଦାୟ ଆମ୍ବର ପରିମାଣ କେତେ ?

(b) ଭାନୁର ମାସିକ ଆୟ ₹20,000 । ସେ ମାସକୁ ଘର ଭଡ଼ା ବାବଦକୁ ₹5,000, ଖାଦ୍ୟ ବାବଦକୁ ₹5,000 ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଖର୍ଚ୍ଚ ବାବଦକୁ ₹2,000 ଖର୍ଚ୍ଚ କରେ । ତେବେ ସେ ବର୍ଷକୁ କେତେ ଟଙ୍କା ସଞ୍ଚୟ କରିବ ?

(c) ଗୋଟିଏ ଗେଣ୍ଡା ଦିନବେଳେ ଏକ ଖୁଣ୍ଟ ଉପରକୁ 3 ସେ.ମି. ଚଢ଼େ ଏବଂ ଶୋଇଲା ବେଳେ ଅଚାନକ 2 ସେ.ମି. ଖସିଥାଏ । ଖୁଣ୍ଟଟି 10 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚ ଏବଂ ଖୁଣ୍ଟ ଉପରେ ସ୍ୱାଦିଷ୍ଟ ଖାଦ୍ୟ ଅଛି । ଖୁଣ୍ଟର ଅଗ୍ରଭାଗକୁ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ତାକୁ କେତେ ଦିନ ଲାଗିବ ?

2. ମୁରାରି ମଙ୍ଗଳବାର ଓ ଶନିବାର ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଦିନ ମାନଙ୍କରେ ପ୍ରତିଦିନ ଦୁଇ ପୃଷ୍ଠାର ଏକ ଗପ ପଢ଼େ । ସେ 8 ସପ୍ତାହରେ କେତୋଟି ଗପ ପଢ଼ିବ ? ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା କେଉଁ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଏହାକୁ ସୂଚିତ କରେ ?

(a) $5 \times 2 \times 8$

(b) $(7 - 2) \times 8$

(c) 8×7

(d) $7 \times 2 \times 8$

(e) $7 \times 5 - 2$

(f) $(7 + 2) \times 8$

(g) $7 \times 8 - 2 \times 8$

(h) $(7 - 5) \times 8$

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀ ଲେଖ ।

(a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$

(b) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$

4. '<', '>' କିମ୍ବା '=' ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଯୋଡ଼ା ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ତୁଳନା କର ।

(a)	$49 - 7 + 8$	☐	$49 - 7 + 8$
(b)	$83 \times 42 - 18$	☐	$83 \times 40 - 18$
(c)	$145 - 17 \times 8$	☐	$145 - 17 \times 6$
(d)	$23 \times 48 - 35$	☐	$23 \times (48 - 35)$
(e)	$(16 - 11) \times 12$	☐	$-11 \times 12 + 16 \times 12$
(f)	$(76 - 53) \times 88$	☐	$88 \times (53 - 76)$
(g)	$25 \times (42 + 16)$	☐	$25 \times (43 + 15)$
(h)	$36 \times (28 - 16)$	☐	$35 \times (27 - 15)$

AP SCERT

5. Identify which of the following expressions are equal to the given expression without computation. You may rewrite the expressions using terms or removing brackets. There can be more than one expression which is equal to the given expression.

(a) 83 – 37 – 12

(i) 84 – 38 – 12 (ii) 84 – (37 + 12)

(iii) 83 – 38 – 13 (iv) – 37 + 83 –12

(b) 93 + 37 × 44 + 76

(i) 37 + 93 × 44 + 76 (ii) 93 + 37 × 76 + 44

(iii) (93 + 37) × (44 + 76) (iv) 37 × 44 + 93 + 76

6. Choose a number and create ten different expressions having that value. For example, if I choose 15, one expression to get 15 is (2 × 7) + 1, another is (3 × 6) - 3, ..

SUMMARY

- We have been reading and evaluating simple expressions for quite some time now. Here we started by revising the meaning of some simple expressions and their values.
- We learnt how to compare certain expressions through reasoning instead of bluntly evaluating them.
- To help read and evaluate complex expressions without confusion, we use terms and brackets.
- When an expression is written as a sum of terms, changing the order of the terms or grouping the terms does not change the value of the expression. This is because the "commutative property of addition" and the "associative property of addition", respectively.
- To evaluate expressions within brackets, we saw that when we remove brackets preceded by a negative sign, the terms within the bracket change their sign.
- We also learnt about the "distributive property" — multiplying a number with an expression inside brackets is equal to the multiplying the number with each term in the bracket.

APSCERT

5. ହିସାବ ନ କରି ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ସହ ସମାନ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ତୁମେ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ପଦ ବ୍ୟବହାର କରି କିମ୍ବା ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରି ଲେଖିପାର । ଏଠାରେ ଏକାଧିକ ପରିପ୍ରକାଶ, ଦତ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ ସହ ସମାନ ହୋଇପାରେ ।

(a) $83 - 37 - 12$

(i) $84 - 38 - 12$ (ii) $84 - (37 + 12)$

(iii) $83 - 38 - 13$ (iv) $- 37 + 83 - 12$

(b) $93 + 37 \times 44 + 76$

(i) $37 + 93 \times 44 + 76$ (ii) $93 + 37 \times 76 + 44$

(iii) $(93 + 37) \times (44 + 76)$ (iv) $37 \times 44 + 93 + 76$

6. ଏକ ସଂଖ୍ୟା ନିଅ ଏବଂ ଦଶଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ଯାହାର ମାନ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହେବ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଯଦି ଆମେ 15 ପାଇବାକୁ ଚାହୁଁ ତେବେ 15 ପାଇବା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ପରିପ୍ରକାଶ ହେଉଛି $(2 \times 7) + 1$, ଅନ୍ୟଟି $(3 \times 6) - 3$, ..

ସାରାଂଶ

- ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ପଠନ ଓ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଶିଖିଲେ । ଏଠାରେ ଆମେ କେତେକ ସରଳ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ଅର୍ଥ ଓ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପୁନଃ ଆଲୋଚନା କଲେ ।
- ଆମେ ପାରମ୍ପରିକ ରୀତିରେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନ କରି ଏହାକୁ ଯୁକ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ତୁଳନା କରିବା ଶିଖିଲେ ।
- ପଦ ଏବଂ ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଜଟିଳ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ପଠନ ଓ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଶିଖିଲେ ।
- ଯେତେବେଳେ ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦଗୁଡ଼ିକର କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି କିମ୍ବା ପଦର ଏକତ୍ରୀ କରଣ କରି ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ମାନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ । ଏହା ଯଥାକ୍ରମେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ''କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ'' ଏବଂ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ''ସହଯୋଗୀ ନିୟମ'' ଅଟେ ।
- ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଥିବା ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ସମାଧାନ ସମୟରେ ବନ୍ଧନୀ ପୂର୍ବରୁ ଋଣାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ଥିଲେ ବନ୍ଧନୀ ଭିତରେ ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକର ଚିହ୍ନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ।
- ଆମେ ମଧ୍ୟ ''ବଣ୍ଟନ ନିୟମ'' ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିଲେ, ଯାହାକି ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ, ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

AP SCERT



Using three 3's along with the four operations (addition, subtraction, multiplication, and division) and brackets as needed we can create several expressions. For example, $(3 + 3)/3 = 2$, $3 + 3 - 3 = 3$, $3 \times 3 + 3 = 12$, and so on.

Using four 4's, create expressions to get all values from 1 to 20.

Using the numbers 1, 2, 3, 4, and 5 exactly once in any order get as many values as possible between –10 and +10.

Using the numbers 0 to 9 exactly once in any order, make an expression with a value 100.

What other similar interesting questions can you ask?



© NCERT



ଗଣିତର ଚତୁର୍ବିଦ ପ୍ରକ୍ରିୟା (ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣ) ଏବଂ ଆବଶ୍ୟକ ଅନୁଯାୟୀ ବନ୍ଧନୀ ସହିତ ତିନୋଟି 3 ର ବ୍ୟବହାର କରି ଅନେକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ତିଆରି କରିପାରିବା । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $(3 + 3)/3 = 2$, $3 + 3 - 3 = 3$, $3 \times 3 + 3 = 12$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଚାରୋଟି 4 ର ବ୍ୟବହାର କରି, 1 ରୁ 20 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ ।

1, 2, 3, 4, ଓ 5 କୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଥରେ ବ୍ୟବହାର କରି -10 ରୁ $+10$ ମଧ୍ୟରେ ଯଥା ସମ୍ଭାବ୍ୟ ମାନ ପାଇବା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ ।

0 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଥରେ ବ୍ୟବହାର କରି, 100 ସହ ସମାନ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ଏହିପରି ଅନ୍ୟ କେଉଁ କୌତୁହଳପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରଶ୍ନ ତୁମେ ପଚାରି ପାରିବ କି ?



© SCERT

3 A PEEK BEYOND THE POINT

M2Y4T2

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Understands and represents rational numbers in decimal form.
- Applies decimal concepts to solve real-life measurement problems.
- Develops fluency in manipulating and comparing decimal numbers.
- Understands patterns and relationships between numbers.
- Recognizes the limitations and context-specific use of decimal notation.

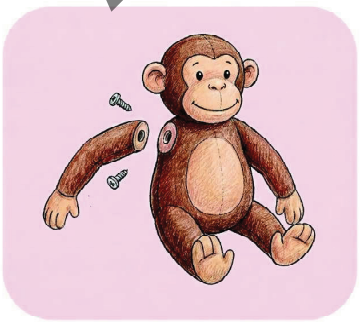
3.0 Introduction



Karthik's mother was fixing a toy. She was trying to join two pieces with the help of a screw. Karthik was watching his mother with great curiosity. His mother was unable to join the pieces. Karthik asked why. His mother said that the screw was not of the right size.

She brought another screw from the box and was able to fix the toy. The two screws looked the same to Karthik. But when he observed them closely, he saw they were of slightly different lengths.





Karthik was fascinated by how such a small difference in lengths could matter so much. He was curious to know the difference in lengths. He was also curious to know how little the difference was because the screws looked nearly the same.

In the following figure, screws are placed above a scale. Measure them and write their length in the space provided.

APSCERT

3 ସଂଖ୍ୟାର ମଝିରେ ବିନ୍ଦୁର ଗୁରୁତ୍ୱ

R7M8L8

ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ:

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଏହା କରିପାରିବେ:

- ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିବେ ଓ ବୁଝିପାରିବେ ।
- ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ମାପ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଦଶମିକ ଧାରଣାଟିକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରିବେ ।
- ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ପରିଚାଳନା ଏବଂ ତୁଳନା କରିବାରେ ଦକ୍ଷତା ହାସଲ କରିବେ ।
- ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ସଂରଚନା ଓ ସମ୍ବନ୍ଧ ବୁଝିପାରିବେ ।
- ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ସଙ୍କେତ, ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀର ସୀମିତତା ଏବଂ ପ୍ରସଙ୍ଗ ଭିତ୍ତିକ ବ୍ୟବହାରକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବେ ।

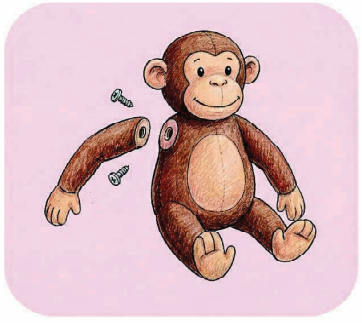
3.0 ଉପକ୍ରମ



କାର୍ତ୍ତିକର ମାଆ ଗୋଟିଏ ଖେଳନା ସଜାଡୁଥିଲେ । ସେ ଏକ ସ୍କ୍ରୁ ସାହାଯ୍ୟରେ ଦୁଇଖଣ୍ଡକୁ ଯୋଡ଼ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଥିଲେ । କାର୍ତ୍ତିକ କୌତୁହଳର ସହ ତାଙ୍କ ମାଆଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଦେଖୁଥିଲେ । ତାଙ୍କର ମାଆ ଖଣ୍ଡ ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଡ଼ିବାକୁ ସକ୍ଷମ ହେଉ ନଥିଲେ । କାର୍ତ୍ତିକ ତାଙ୍କ ମାଆଙ୍କୁ ଯୋଡ଼ି ନପାରିବାର କାରଣ ପଚାରିଲେ । ସେ କହିଲେ ଯେ ସ୍କ୍ରୁଟି ଉପଯୁକ୍ତ ଆକାରର ନୁହେଁ ।

ସେ ଆଉ ଏକ ସ୍କ୍ରୁ ବାକ୍ସରୁ ଆଣିଲେ ଏବଂ ଖେଳନାଟିକୁ ସଜାଡ଼ିବାରେ ସକ୍ଷମ ହେଲେ । କାର୍ତ୍ତିକକୁ ଦୁଇଟି ସ୍କ୍ରୁ ଏକାଭଳି ଦେଖାଗଲା । କିନ୍ତୁ ସେ ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ସ୍କ୍ରୁକୁ ପାଖରୁ ନିରୀକ୍ଷଣ କରି ଦେଖିଲା ଯେ, ସେ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟରେ ସାମାନ୍ୟ ଫରକ ଅଛି ।

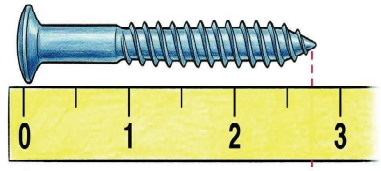




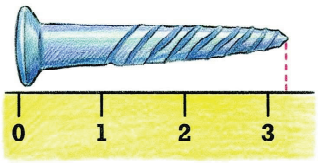
ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଏତେ ଛୋଟ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଏତେ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କିପରି ହୋଇପାରେ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ କାର୍ତ୍ତିକ ଆଗ୍ରହୀ ହୋଇପଡ଼ିଲା, ସେ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ପାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ଜାଣିବାକୁ ଆଗ୍ରହୀ ଥିଲା, ସେ ଏହା ମଧ୍ୟ ଜାଣିବାକୁ ଆଗ୍ରହୀ ଥିଲା ଯେ, ସେଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାୟ ସମାନ ଦେଖାଯାଉଥିଲେ ମଧ୍ୟ ପାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ କମ୍ ।

ନିମ୍ନଲିଖିତ ଚିତ୍ରରେ ସ୍କ୍ରୁଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ସ୍କେଲ୍ ଉପରେ ରଖାଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମାପ ଏବଂ ଦିଆଯାଇଥିବା ସ୍ଥାନରେ ସେଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଲେଖ ।

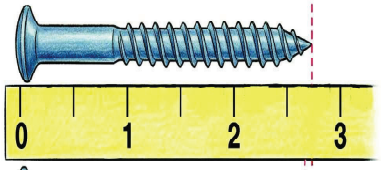
AP SCERT



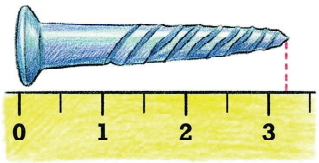
Between 2 cm and 3 cm



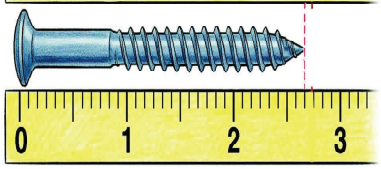
_____



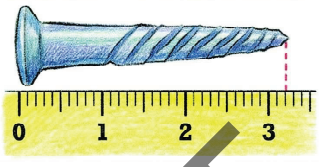
More than $2\frac{1}{2}$ cm but less than 3 cm



_____



$2\frac{7}{10}$ cm



_____

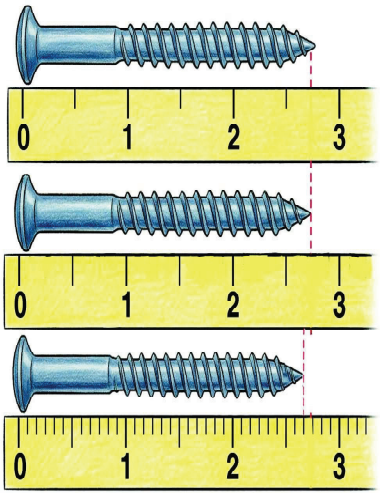
Which scale helped you measure the length of the screws accurately? Why?

What is the meaning of $2\frac{7}{10}$ cm (the length of the first screw)?

As seen on the ruler, the unit length between two consecutive numbers is divided into 10 equal parts. To get the length $2\frac{7}{10}$ cm, we go from 0 to 2 and then take seven parts of $\frac{1}{10}$. The length of the screw is 2 cm and $\frac{7}{10}$ cm. Similarly, we can make sense of the length $3\frac{2}{10}$ cm. We read $2\frac{7}{10}$ cm as **two and seven-tenth centimeters,** and $3\frac{2}{10}$ cm as **three and two-tenth centimeters.**

Length	Can be read as
$4\frac{3}{10}$ cm	
$5\frac{8}{10}$ cm	
$8\frac{4}{10}$ cm	

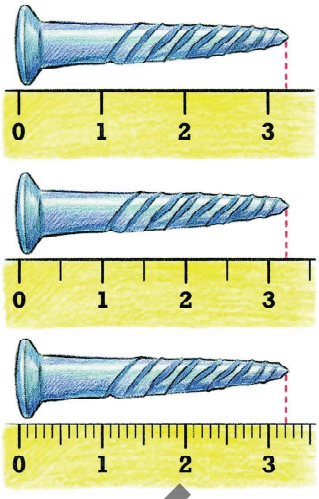
AP SCERT



2 ସେ.ମି ଓ 3 ସେ.ମି. ମଧ୍ୟରେ

$2\frac{1}{2}$ ସେ.ମି. ଠାରୁ ଅଧିକ କିନ୍ତୁ 3 ସେ.ମି. ଠାରୁ କମ୍

$2\frac{7}{10}$ ସେ.ମି.



_____

_____

_____

? ସ୍କେଲ୍‌ର କେଉଁ ଏକକଟି ସ୍କୁର ଠିକ୍ ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟରେ ତୁମକୁ ସହାୟକ ହେବ ? କାହିଁକି ?

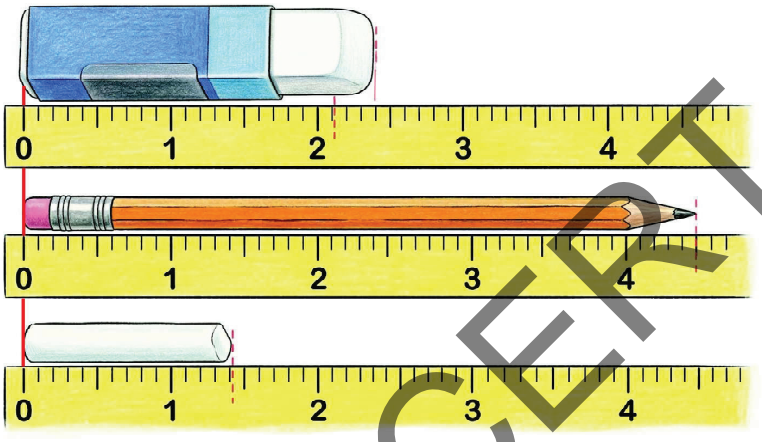
? $2\frac{7}{10}$ ସେ.ମି.ର ଅର୍ଥ କ'ଣ ? (ପ୍ରଥମ ସ୍କୁ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)

ସ୍କେଲ୍‌ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପରି, ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ 10 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । $2\frac{7}{10}$ ସେ.ମି. ଲମ୍ବ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ 0 ରୁ 2 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବା ଏବଂ ତା ପରେ $\frac{1}{10}$ ର ସାତ ଭାଗ ନେବା, ତେଣୁ ସ୍କୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2 ସେ.ମି. ଏବଂ $\frac{7}{10}$ ସେ.ମି. । ସେହିପରି $3\frac{2}{10}$ ସେ.ମି.କୁ କିପରି ବୁଝିବା ? ଆମେ $2\frac{7}{10}$ ସେ.ମି.କୁ **ଦୁଇ ଏବଂ ସାତ ଦଶାଂଶ ସେ.ମି.** ଏବଂ $3\frac{2}{10}$ ସେ.ମି.କୁ ତିନି ଏବଂ **ଦୁଇ ଦଶାଂଶ ସେ.ମି.** ରୂପେ ପଢୁ ।

ଲମ୍ବ	ଏପରି ପଢ଼ିପାରିବା
$4\frac{3}{10}$ ସେ.ମି.	
$5\frac{8}{10}$ ସେ.ମି.	
$8\frac{4}{10}$ ସେ.ମି.	

APSCERT

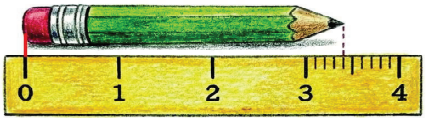
- Can you explain why the unit was divided into smaller parts to measure the screws?
- Measure the following objects using a scale and write their measurements in centimeters (as shown earlier for the lengths of the screws): pen, sharpener, and any other object of your choice.
- Write the measurements of the objects shown in the picture:

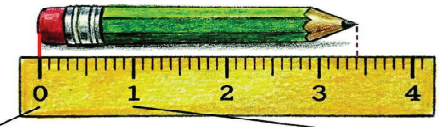


As seen here, when exact measures are required we can make use of smaller units of measurement.

3.1 A Tenth Part

The length of the pencil shown in the figure below is $3\frac{4}{10}$ units, which can also be read as 3 units and four one-tenths, i.e., $(3 \times 1) + \left(4 \times \frac{1}{10}\right)$ units.





$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$

$= 10 \text{ times } \frac{1}{10} = 10 \times \frac{1}{10} = 1 \text{ unit}$

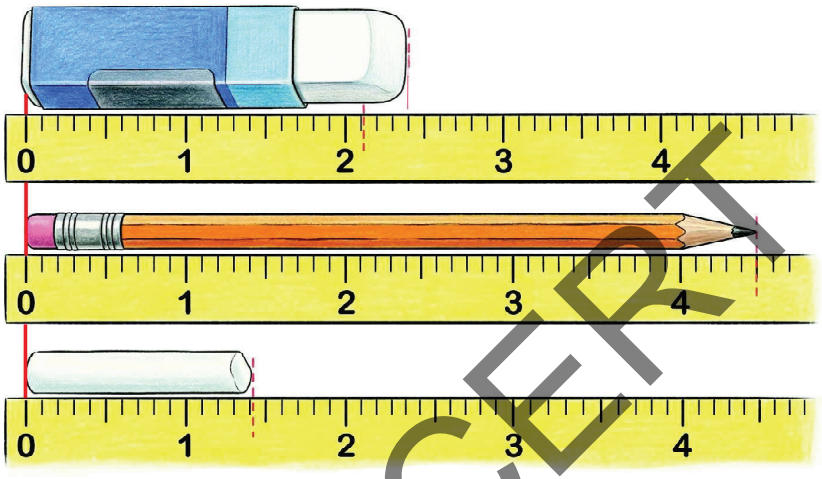
This length is the same as 34 one-tenths units because 10 one-tenths units make one unit.

AP SCERT

? ସ୍କୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପିବା ପାଇଁ କାହିଁକି ଛୋଟ ଛୋଟ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରାଗଲା ତୁମେ କହିପାରିବ କି ?

? ଗୋଟିଏ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ଏବଂ ଏହାକୁ ସେଣ୍ଟିମିଟରରେ ଲେଖ (ସ୍କୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ପାଇଁ ଯେପରି ଉପରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି) କଲମ, ପେନ୍‌ସିଲ୍, ରବର ଏବଂ ତୁମ ପସନ୍ଦର ଅନ୍ୟ ଯେକୌଣସି ବସ୍ତୁ ନେଇପାର ।

? ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ମାପ ଲେଖ :

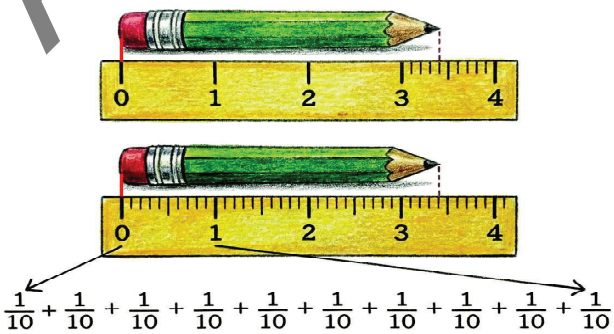


ଏଠାରେ ଦେଖିଲୁ ଯେ, ଛୋଟ ଜିନିଷର ଠିକ୍ ମାପ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଛୋଟ ଛୋଟ ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ ।

3.1 ଦଶାଂଶ:

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ଲମ୍ବ $3\frac{4}{10}$ ଏକକ, ଏହାକୁ 3 ଏକକ ଓ ଚାରି ଦଶାଂଶ ଏକକ ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ,

ଅର୍ଥାତ୍ $(3 \times 1) + \left(4 \times \frac{1}{10}\right)$ ଏକକ ।



$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$

$= 10$ ଥର $\frac{1}{10} = 10 \times \frac{1}{10} = 1$ ଏକକ

ଏହି ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 34 ଦଶାଂଶ ଏକକ ସହ ସମାନ କାରଣ 10 ଦଶାଂଶ, ଏକ ଏକକ ସହ ସମାନ ।

AP SCERT

$34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ (34 one-tenths)

$= 1 + 1 + 1 + \frac{4}{10}$ (3 and 4 one - tenths)

A few numbers with fractional units are shown below along with how to read them.

$4\frac{1}{10} \longrightarrow$ **'four and one-tenth'**

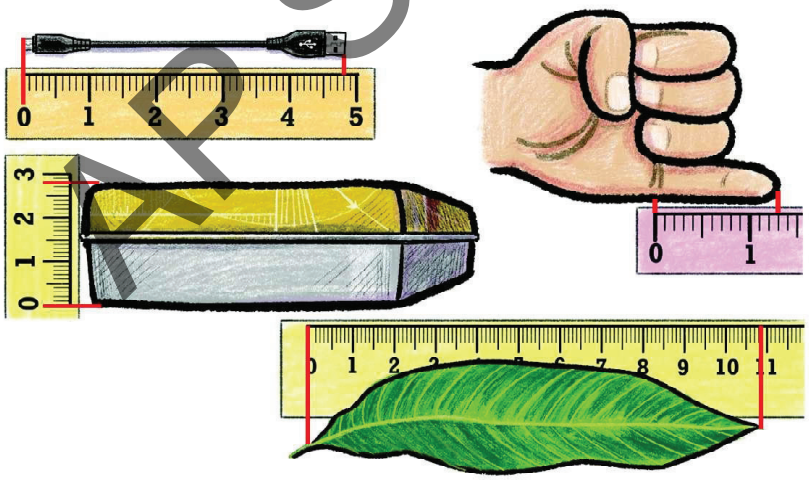
$\frac{4}{10} \longrightarrow$ **'four one-tenths' or 'four-tenths'**

$\frac{41}{10} \longrightarrow$ **'forty-one one-tenths' or 'forty-one tenths'**

$41\frac{1}{10} \longrightarrow$ **'forty-one and one-tenth'**

For the objects shown below, write their lengths in two ways and read them aloud. An example is given for the USB cable. (Note that the unit length used in each diagram is not the same).

The length of the USB cable is 4 and $\frac{8}{10}$ units or $\frac{48}{10}$ units.



Arrange the following lengths in increasing order:

(a) $\frac{9}{10}$ (b) $1\frac{7}{10}$ (c) $\frac{130}{10}$ (d) $13\frac{1}{10}$

(e) $10\frac{5}{10}$ (f) $7\frac{6}{10}$ (g) $6\frac{7}{10}$ (h) $\frac{4}{10}$

Try This

© NCERT not to be republished

$$34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} \quad (34 \text{ ଦଶାଂଶ})$$

$$= 1 + 1 + 1 + \frac{4}{10} \quad (3 \text{ ଓ } 4 \text{ ଦଶାଂଶ})$$

ନିମ୍ନରେ କେତେକ ସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି ଆସ ଏହାକୁ କିପରି ପଢ଼ାଯାଏ ଜାଣିବା ।

$4\frac{1}{10} \longrightarrow$ **'ଚାରି ଓ ଏକ ଦଶାଂଶ'**

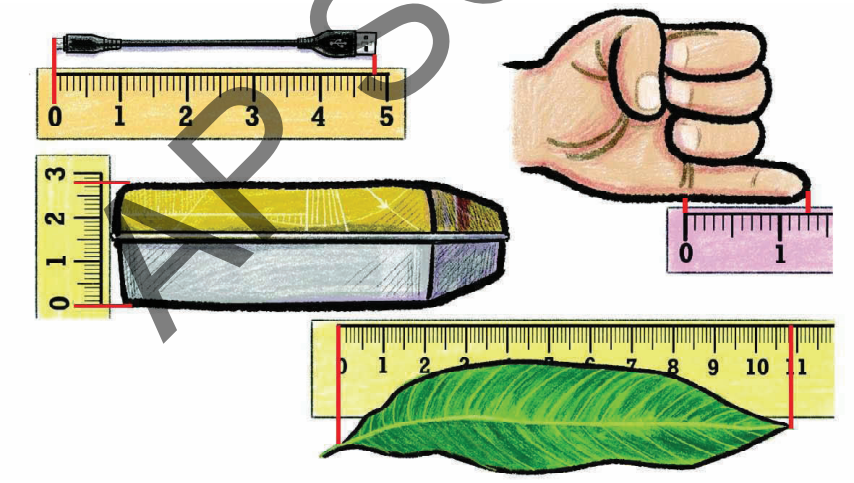
$\frac{4}{10} \longrightarrow$ **'ଚାରି ଏକ ଦଶାଂଶ କିମ୍ବା ଚାରି ଦଶାଂଶ'**

$\frac{41}{10} \longrightarrow$ **'ଏକଚାଳିଶ ଏକ ଦଶାଂଶ କିମ୍ବା ଏକଚାଳିଶ ଦଶାଂଶ'**

$41\frac{1}{10} \longrightarrow$ **'ଏକଚାଳଶି ଓ ଏକ ଦଶାଂଶ'**

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ସେମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ଲେଖ ଏବଂ ବଡ଼ପାଟିରେ ପଢ଼ । USB ତାର ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି । (ଧ୍ୟାନ ଦିଅ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ବ୍ୟବହୃତ ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ନୁହେଁ)

USB ତାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ଓ $\frac{8}{10}$ ଏକକ ବା $\frac{48}{10}$ ଏକକ ।



? ନିମ୍ନ ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଆରୋହଣ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ :

(a) $\frac{9}{10}$ (b) $1\frac{7}{10}$ (c) $\frac{130}{10}$ (d) $13\frac{1}{10}$

(e) $10\frac{5}{10}$ (f) $7\frac{6}{10}$ (g) $6\frac{7}{10}$ (h) $\frac{4}{10}$

ଚେଷ୍ଟାକର

APSCERT

Try This

Arrange the following lengths in increasing order:

$4\frac{1}{10}, \frac{4}{10}, \frac{41}{10}, 41\frac{1}{10}$

Example 1 : Karthik is measuring some of his body parts. The length of Karthik 's lower arm is $2\frac{7}{10}$ units, and that of his upper arm is $3\frac{6}{10}$ units. What is the total length of his arm?

To get the total length, let us see the lower and upper arm length as 2 units and 7 one-tenths, and 3 units and 6 one-tenths, respectively.

So, there are (2 + 3) units and (7 + 6) one-tenths. Together, they make 5units and 13 one-tenths. But 13 one-tenths is 1 unit and 3 one-tenths. So, the total length is 6 units and 3 one-tenths.

(a) $(2+3)+\left(\frac{7}{10}+\frac{6}{10}\right)$

$=(2+3)+\left(\frac{13}{10}\right)$

$=5+\frac{13}{10}$

$=5+\frac{10}{10}+\frac{3}{10}=5+1+\frac{3}{10}$

$=6+\frac{3}{10}$

$=6\frac{3}{10}$

(b) $2\frac{7}{10}$

$+\ 3\frac{6}{10}$

$= 5\frac{13}{10}$

$= 6\frac{3}{10}$

Or, both the lengths can be converted to tenths and then added:

(c) 27 one-tenths and 35 one-tenths is 62 one-tenths $\frac{27}{10}+\frac{35}{10}=\frac{62}{10}$

$\frac{62}{10}$ is the same as 60 one-tenths $\left(\frac{60}{10}\right)$ and 2 one-tenths $\left(\frac{2}{10}\right)$,

which is equal to 6 units and 2 one-tenths, i.e., $6\frac{2}{10}$

AP SCERT

ଚେଷ୍ଟାକର

ନିମ୍ନ ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଆରୋହଣ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ:

$4\frac{1}{10}, \frac{4}{10}, \frac{41}{10}, 41\frac{1}{10}$.

ଉଦାହରଣ 1 : କାର୍ତ୍ତିକ ନିଜ ଶରୀରର କିଛି ଅଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକୁ ମାପୁଛି । ତାର ନିମ୍ନ ଭାଗଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $2\frac{7}{10}$ ଏକକ, ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $3\frac{6}{10}$ ଏକକ ହେଲେ ହାତଟିର ମୋଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

ହାତର ମୋଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ନିମ୍ନ ବାହୁ ଓ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 2 ଏକକ ଓ 7 ଦଶାଂଶ ଏକକ ଓ 3 ଏକକ ଓ 6 ଦଶାଂଶ ଏକକର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

ତେଣୁ (2 + 3) ଏକକ ଓ (7 + 6) ଦଶାଂଶ ଏକକ ମିଶି 5 ଏକକ ଓ 13 ଦଶାଂଶ ଏକକ ହୁଏ । କିନ୍ତୁ, 13 ଦଶାଂଶ ଏକକ ଅର୍ଥାତ୍ 1 ଏକକ ଓ 3 ଦଶାଂଶ ଏକକ ତେଣୁ ହାତର ମୋଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ଏକକ ଓ 3 ଦଶାଂଶ ଏକକ ଅଟେ ।

(a) $(2+3)+\left(\frac{7}{10}+\frac{6}{10}\right)$

$=(2+3)+\left(\frac{13}{10}\right)$

$=5+\frac{13}{10}$

$=5+\frac{10}{10}+\frac{3}{10}=5+1+\frac{3}{10}$

$=6+\frac{3}{10}$

$=6\frac{3}{10}$

(b)
$$\begin{array}{r} 2\frac{7}{10} \\ +\ 3\frac{6}{10} \\ \hline =\ 5\frac{13}{10} \\ =\ 6\frac{3}{10} \end{array}$$

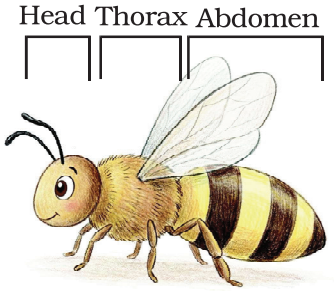
କିମ୍ବା ଉଭୟ ମାପକୁ ଦଶାଂଶରେ ପରିଣତ କରି ଯୋଗ କରି ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ ।

(c) 27 ଦଶାଂଶ ଓ 35 ଦଶାଂଶ ମିଶି 62 ଦଶାଂଶ ହୁଏ । $\frac{27}{10}+\frac{35}{10}=\frac{62}{10}$

$\frac{62}{10}$ ହେଉଛି 60 ଦଶାଂଶ $\left(\frac{60}{10}\right)$ ଓ 2 ଦଶାଂଶ $\left(\frac{2}{10}\right)$ ସହ ସମାନ । ଏହା 6 ଏକକ ଏବଂ 2 ଦଶାଂଶ ସହ ସମାନ, ଯାହା $6\frac{2}{10}$

AP SCERT

The lengths of the body parts of a honeybee are given. Find its total length.



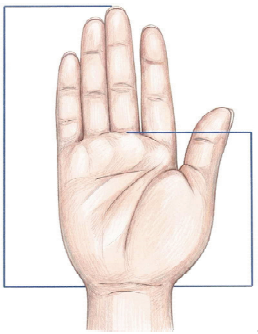
Head: $2\frac{3}{10}$ units

Thorax: $5\frac{4}{10}$ units

Abdomen: $7\frac{5}{10}$ units

The length of Kalpana's hand is $12\frac{4}{10}$ units, and her palm is $6\frac{7}{10}$ units, as shown in the picture. What is the length of the longest (middle) finger?

The length of the finger can be found by evaluating $\left(12+\frac{4}{10}\right)-\left(6+\frac{7}{10}\right)$. This can be done in different ways. For example,



$12\frac{4}{10}$ units

$6\frac{7}{10}$ units

(a) $12+\frac{4}{10}-6-\frac{7}{10}$

$=(12-6)+\left(\frac{4}{10}-\frac{7}{10}\right)$

$=6-\frac{3}{10}$

$=5+1-\frac{3}{10}$

$=5+\frac{10}{10}-\frac{3}{10}$

$=5+\frac{7}{10}=5\frac{7}{10}$

Discuss what is being done here and why.

(b) $12\frac{4}{10} \longrightarrow 11\frac{14}{10}$

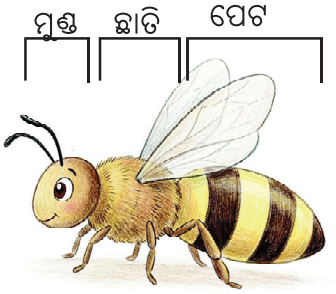
$-6\frac{7}{10} \qquad -6\frac{7}{10}$

$=5\frac{7}{10}$

As in the case of counting numbers, it is convenient to start subtraction from the tenths. We cannot remove 7 one-tenths from 4 one-tenths. So we split a unit from 12 and convert it to 10 one-tenths. Now, the number has 11 units and 14 one-tenths. We subtract 7 onetenths from 14 one-tenths and then subtract 6 units from 11 units.

AP SCERT

? ମହୁମାଛି ଶରୀରର ବିଭିନ୍ନ ଅଂଶର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହାର ମୋଟ ଲମ୍ବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



ମୁଣ୍ଡ: $2\frac{3}{10}$ ଏକକ

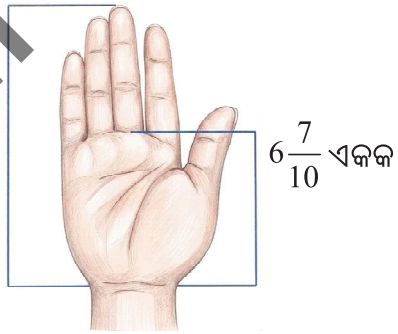
ଛାତି: $5\frac{4}{10}$ ଏକକ

ପେଟ: $7\frac{5}{10}$ ଏକକ

? ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ କଳ୍ପନାର ହାତର ଲମ୍ବ $12\frac{4}{10}$ ଏକକ ଏବଂ ତାର ପାପୁଲିର ଲମ୍ବ $6\frac{7}{10}$ ଏକକ ଅଟେ । ତେବେ ତାର ମଧ୍ୟମ ଆଙ୍ଗୁଠିର ଲମ୍ବ କେତେ ?

କଳ୍ପନାର ମଧ୍ୟମ ଆଙ୍ଗୁଠିର ଲମ୍ବ ହେବ: $\left(12+\frac{4}{10}\right)-\left(6+\frac{7}{10}\right)$

ଏହାକୁ ନିମ୍ନ ଉପାୟରେ ସରଳୀକୃତ କରିହେବ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ,



(a) $12 + \frac{4}{10} - 6 - \frac{7}{10}$

$= (12 - 6) + \left(\frac{4}{10} - \frac{7}{10}\right)$

$= 6 - \frac{3}{10}$

$= 5 + 1 - \frac{3}{10}$

$= 5 + \frac{10}{10} - \frac{3}{10}$

$= 5 + \frac{7}{10} = 5\frac{7}{10}$

ଏଠାରେ କଣ କରାଯାଇଛି ଓ କାହିଁକି କରାଯାଇଛି ଆଲୋଚନା କର ।

(b) $12\frac{4}{10} \longrightarrow 11\frac{14}{10}$

$-6\frac{7}{10} \qquad -6\frac{7}{10}$

$= 5\frac{7}{10}$

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯେପରି ହୁଏ, ସେହିପରି ଦଶାଂଶ ସ୍ଥାନରୁ ବିୟୋଗ ଆରମ୍ଭ କରିବା ସୁବିଧାଜନକ ହୋଇଥାଏ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ 4 ଦଶାଂଶରୁ 7 ଦଶାଂଶ ବିୟୋଗ କରିହେବ ନାହିଁ । ତେଣୁ 12 ଏକକରୁ ଏକକ ଆଣି ଏହାକୁ 10 ଦଶାଂଶ ଏକକରେ ପରିଣତ କରାଗଲା । ବର୍ତ୍ତମାନ ସଂଖ୍ୟାଟି 11 ଏକକ ଓ 14 ଦଶାଂଶ ଏକକ ହେଲା, 14 ଦଶାଂଶ ଏକକକୁ 7 ଦଶାଂଶ ଏକକ ଏବଂ 11 ଏକକରୁ 6 ଏକକ ବିୟୋଗ କରାଗଲା ।

AP SCERT

Try computing the difference by converting both lengths to tenths.

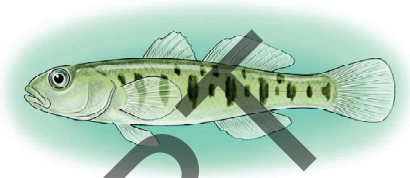


Figure it Out - 3.1

1. A Celestial Pearl Danio's length is $2\frac{4}{10}$ cm, and the length of a Philippine Goby is $\frac{9}{10}$ cm. What is the difference in their lengths?
2. How big are these fish compared to your finger?



Celestial Pearl Danio



Philippine Goby

3. Observe the given sequences of numbers. Identify the change after each term and extend the pattern:

(a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10},$ _____, _____, _____, _____

(b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10},$ _____, _____, _____, _____

(c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10},$ _____, _____, _____, _____

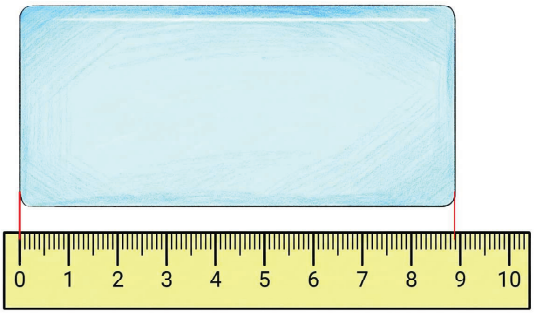
(d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10},$ _____, _____, _____, _____

(e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10},$ _____, _____, _____, _____

(f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10},$ _____, _____, _____, _____

3.2 A Hundredth Part

The length of a sheet of paper was $8\frac{9}{10}$ units, which can also be said as 8 units and 9 one-tenths. It is folded in half along its length. What is its length now?



APSCERT

ଉଭୟ ଲମ୍ବକୁ ଦଶାଂଶରେ ପରିଣତ କରି ପାର୍ଥକ୍ୟ ଗଣନା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।



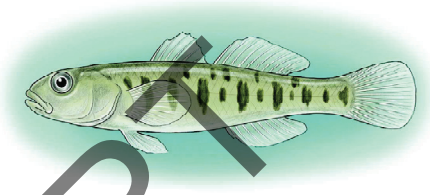
ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 3.1

1. ଏକ ସେଲେଷ୍ଟିଏଲ୍ ପର୍ଲ ଡାନିଓ ମାଛର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $2\frac{4}{10}$ ସେ.ମି., ଏବଂ ଏକ ଫିଲିପାଇନ୍ ଗୋବି ମାଛର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $\frac{9}{10}$ ସେ.ମି. । ସେମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ପାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ?

2. ତୁମ ଆଙ୍ଗୁଠି ତୁଳନାରେ ଏହି ମାଛଗୁଡ଼ିକ କେତେ ବଡ଼ ?



ସେଲେଷ୍ଟିଏଲ୍ ପର୍ଲ ଡାନିଓ ମାଛ



ଫିଲିପାଇନ୍ ଗୋବି ମାଛ

3. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାକ୍ରମକୁ ଦେଖି ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ବିସ୍ତାର କରି ଖାଲିସ୍ଥାନରେ ପୂରଣ କର ।

(a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10},$ _____, _____, _____, _____

(b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10},$ _____, _____, _____, _____

(c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10},$ _____, _____, _____, _____

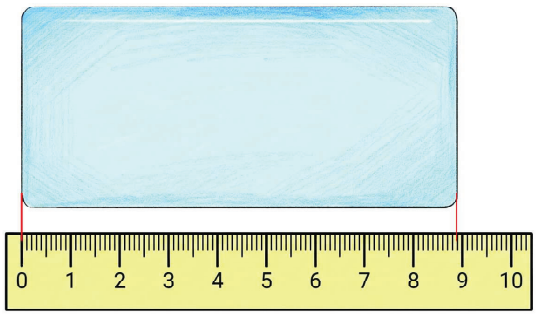
(d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10},$ _____, _____, _____, _____

(e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10},$ _____, _____, _____, _____

(f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10},$ _____, _____, _____, _____

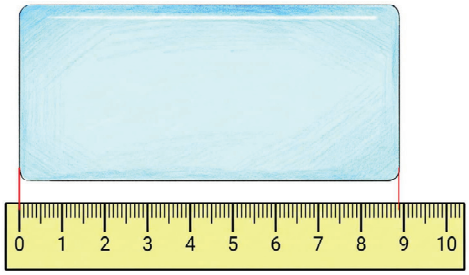
3.2 ଏକ ଶତାଂଶ

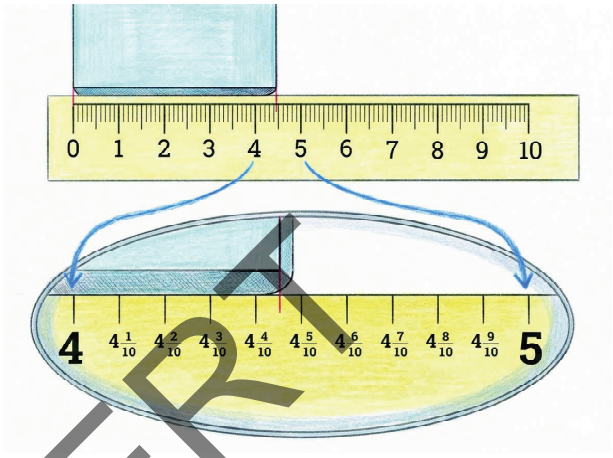
ଖଣ୍ଡିଏ କାଗଜର ଲମ୍ବ $8\frac{9}{10}$ ଏକକ ଯାହାକୁ 8 ଓ 9 ଦଶାଂଶ ଏକକ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଏହାକୁ ଲମ୍ବ ଭାଗରେ ଅଧା କରି ଭଙ୍ଗାଯାଇଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହାର ଲମ୍ବ କେତେ ?



AP SCERT

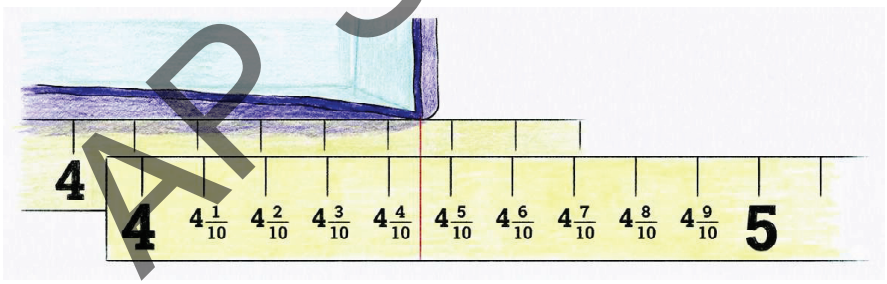
We can say that its length is between $4\frac{4}{10}$ units and $4\frac{5}{10}$ units. But we cannot state its exact measurement, since there are no markings. Earlier, we split a unit into 10 one-tenths to measure smaller lengths. We can do something similar and split each one-tenth into 10 parts.





What is the length of this smaller part? How many such smaller parts make a unit length?

As shown in the figure below, each one-tenth has 10 smaller parts, and there are 10 one-tenths in a unit; therefore, there will be 100



smaller parts in a unit. Therefore, one part's length will be $\frac{1}{100}$ of a unit.

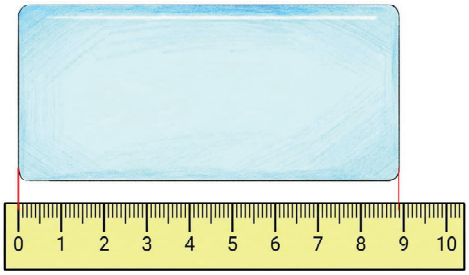
Returning to our question, what is the length of the folded paper? We can see that it ends at $4\frac{4}{10}\frac{5}{100}$, read as **4 units and 4 one-tenths and 5 one-hundredths.**

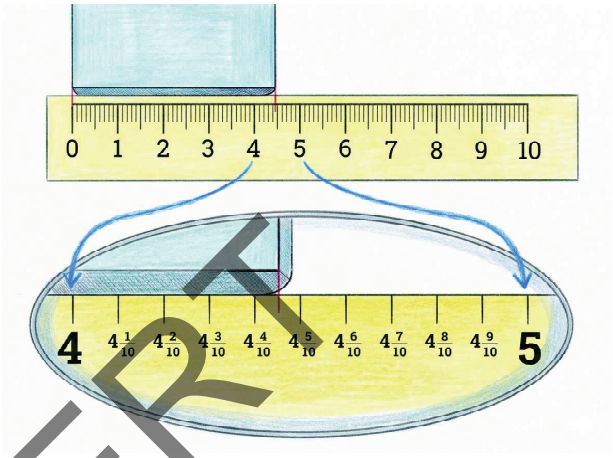
How many one-hundredths make one-tenth? Can we also say that the length is 4 units and 45 one-hundredths?



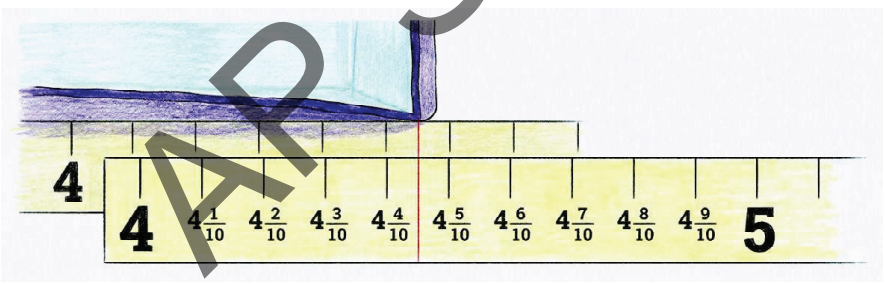
© NCERT

ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $4\frac{4}{10}$ ଏକକ କିମ୍ବା $4\frac{5}{10}$ ଏକକର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତି ଏକକ, କିନ୍ତୁ ଆମେ ଏହାର ସଠିକ୍ ମାପ କହିପାରିବୁ ନାହିଁ । ସେଠାରେ କୌଣସି ଚିହ୍ନ ନଥିବା ଯୋଗୁଁ । ଆମେ ପୂର୍ବଭଳି ଛୋଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପିବା ପାଇଁ 10 ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିପାରିବା ।





? ଏହି ଛୋଟ ଅଂଶର ଲମ୍ବ କେତେ ? ଏହିଭଳି କେତୋଟି ଛୋଟ ଅଂଶ ନେଲେ ଏକ ଏକକ ହେବ ? ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଯାଇଥିବା ପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦଶାଂଶକୁ ସମାନ 10 ଟି ଛୋଟ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି ଏବଂ ଏକ ଏକକରେ 10 ଟି ଦଶାଂଶ ଏକକ ଅଛି । ତେଣୁ ଏକ ଏକକରେ 100 ଟି ଛୋଟ ଅଂଶ ରହିଥାଏ ।



ତେଣୁ, ଏକ ଶତାଂଶ ଏକକ ହେଉଛି ଏକ ଏକକର $\frac{1}{100}$ ଅଂଶ ।

ଆମ ପ୍ରଶ୍ନକୁ ଫେରିବା ଓ ଭଙ୍ଗା ହୋଇଥିବା କାଗଜର ଲମ୍ବ କେତେ ଜାଣିବା ।

ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏହା $4\frac{4}{10}\frac{5}{100}$ ଲମ୍ବ, ଏହାକୁ **4 ଏକକ 4 ଦଶାଂଶ ଓ 5 ଶତାଂଶ ଏକକ** ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

? ଏକ ଦଶାଂଶ ଯେ କେତେ ଶତାଂଶ ? ଏହି ଲମ୍ବକୁ ଆମେ 4 ଏକକ ଓ 45 ଶତାଂଶ ଏକକ କହିପାରିବା କି ?

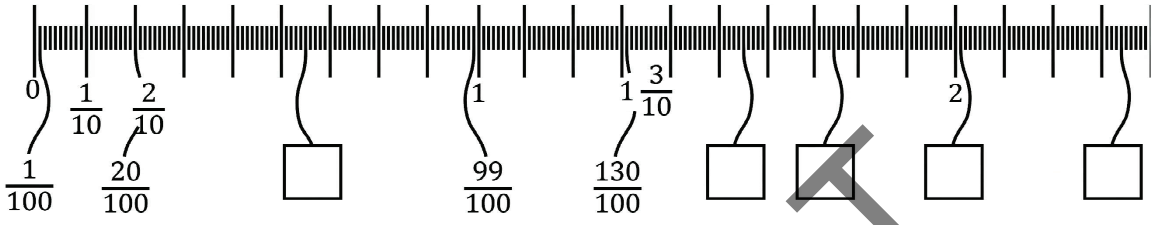


APSCERT

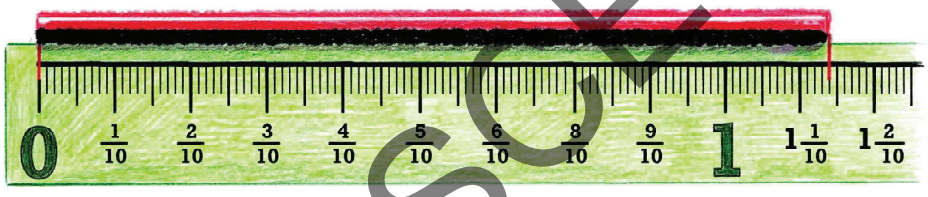


Figure it Out - 3.2

1. Observe the figure below. Notice the markings and the corresponding lengths written in the boxes when measured from 0. Fill the lengths in the empty boxes.



The length of the wire in the first picture is given in three different ways. Can you see how they denote the same length?



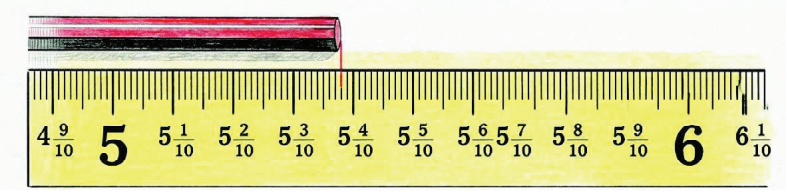
$1\frac{1}{10}\frac{4}{100}$ **One and one-tenth and four-hundredths**

$1\frac{14}{100}$ **One and fourteen-hundredths**

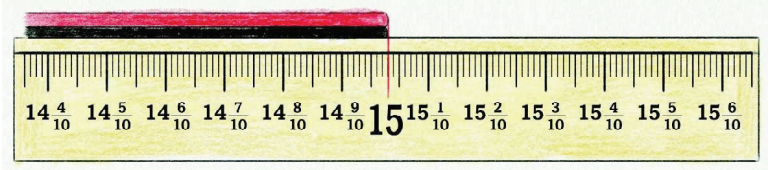
$\frac{114}{100}$ **One Hundred and Fourteen-hundredths**

2. For the lengths shown below write the measurements and read out the measures in words.

a)



b)

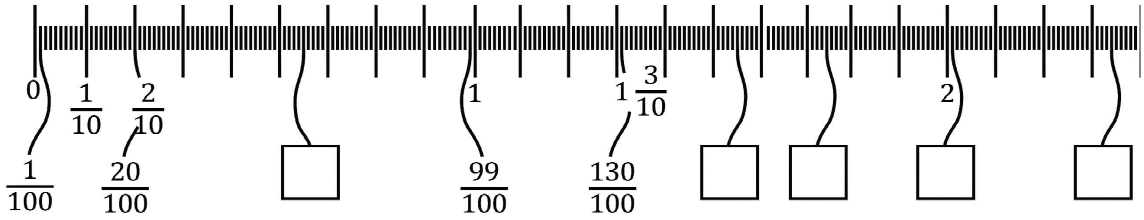


APSCERT

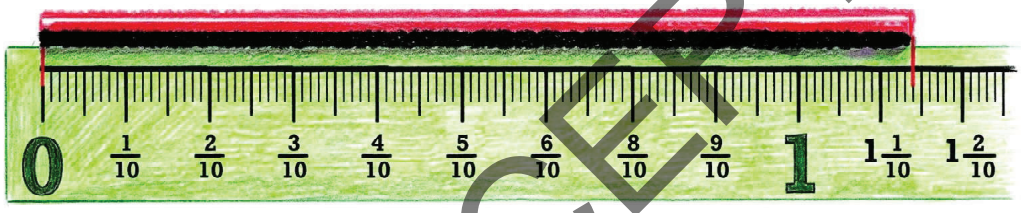


ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 3.2

1. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଟିକୁ ଦେଖି 0 ଠାରୁ ମାପିବା ସମୟରେ ବକ୍ସଗୁଡ଼ିକରେ ଲେଖାଯାଇଥିବା ଚିହ୍ନ ଏବଂ ଅନୁରୂପ ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । ଖାଲି ବକ୍ସରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର ।



ପ୍ରଥମ ଛବିରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ତାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ତିନି ପ୍ରକାର ଉପାୟରେ ଦିଆଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ କିପରି ସମାନ ଲମ୍ବକୁ ସୂଚାଉଛି ତୁମେ ଦେଖିପାରୁଛ କି ?



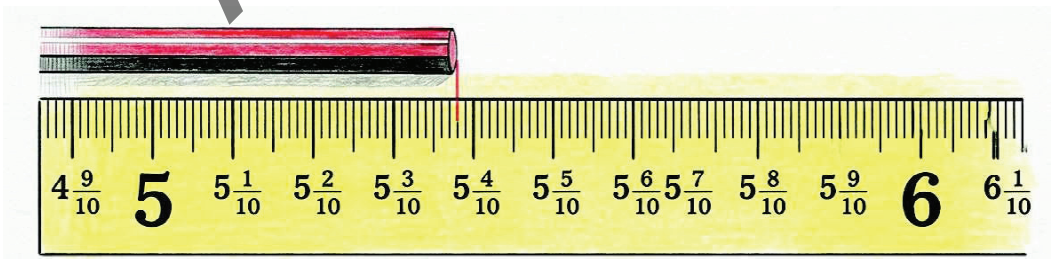
$1\frac{1}{10}\frac{4}{100}$ ଏକ ଓ ଏକ ଦଶାଂଶ ଓ ଚାରି ଶତାଂଶ ଏକକ

$1\frac{14}{100}$ ଏକ ଓ ଚଉଦ ଶତାଂଶ ଏକକ

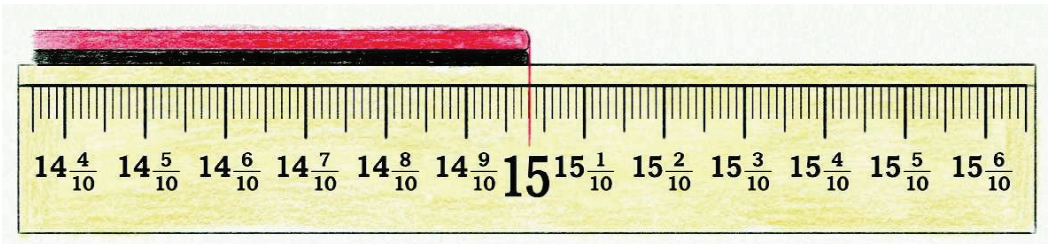
$\frac{114}{100}$ ଏକ ଶହ ଚଉଦ ଶତାଂଶ ଏକକ

2. ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଲମ୍ବଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ମାପ ଲେଖ ଏବଂ ସେହି ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ଶବ୍ଦରେ ପଢ଼ ।

a)

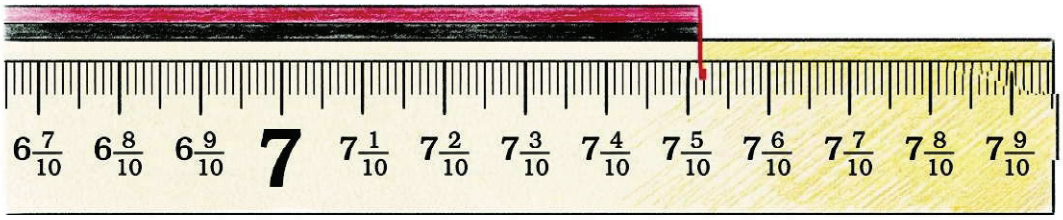


b)

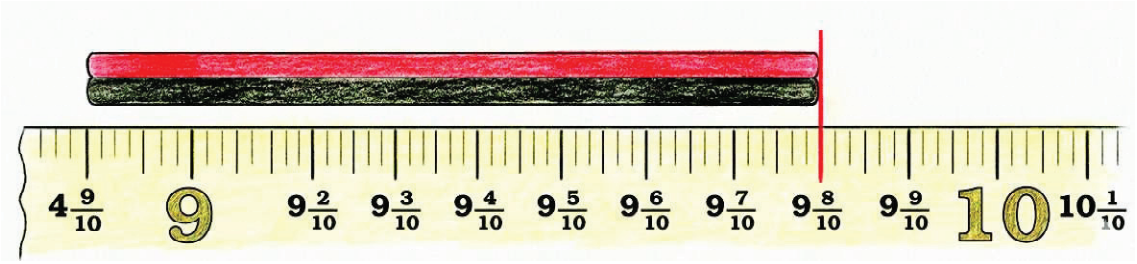


AP SCERT

c)



d)

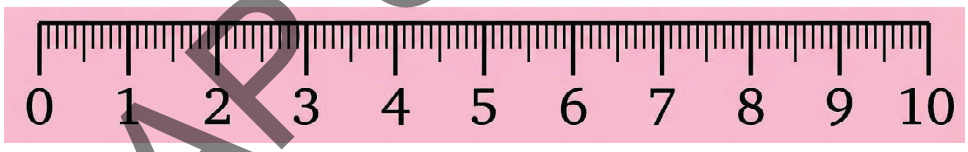


3. In each group, identify the longest and the shortest lengths. Mark each length on the scale.

(a) $\frac{3}{10}, \frac{3}{100}, \frac{33}{100}$



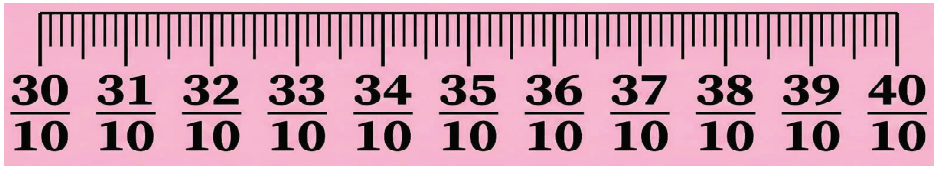
(b) $3\frac{1}{10}, \frac{30}{10}, 1\frac{3}{10}$



(c) $\frac{45}{100}, \frac{54}{100}, \frac{5}{10}, \frac{4}{10}$

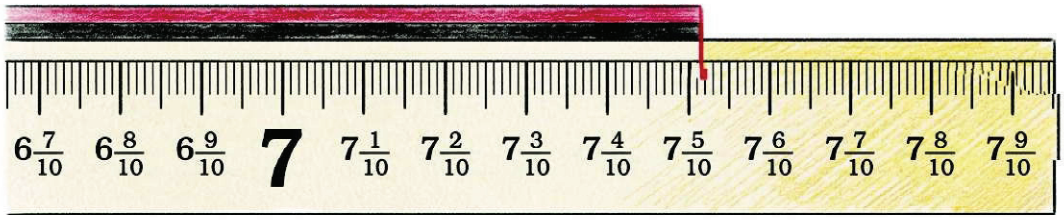


(d) $3\frac{6}{10}, 3\frac{6}{100}, 3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$

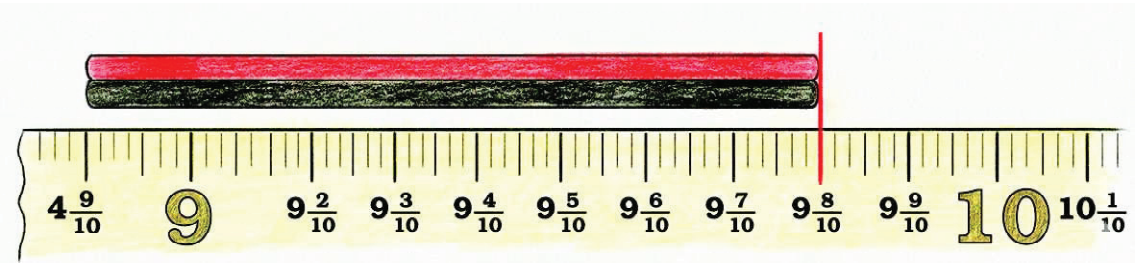


AP SCERT

c)



d)

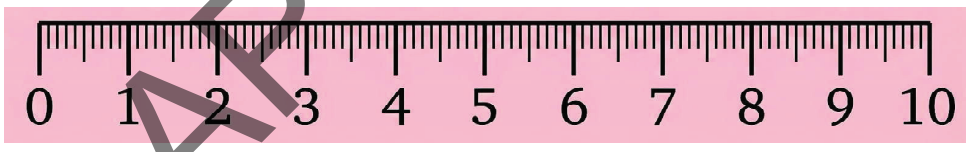


3. ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମୂହରେ ସବୁଠାରୁ ଲମ୍ବା ଓ ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଦତ୍ତ ସ୍କେଲ୍‌ରେ ଚିହ୍ନିତ କର ।

(a) $\frac{3}{10}, \frac{3}{100}, \frac{33}{100}$



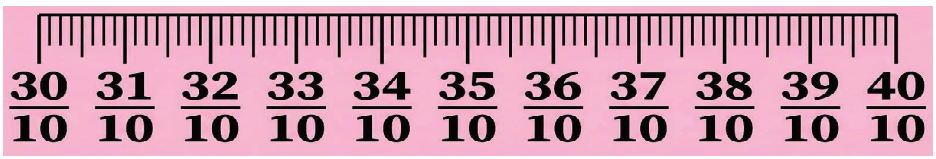
(b) $3\frac{1}{10}, \frac{30}{10}, 1\frac{3}{10}$



(c) $\frac{45}{100}, \frac{54}{100}, \frac{5}{10}, \frac{4}{10}$

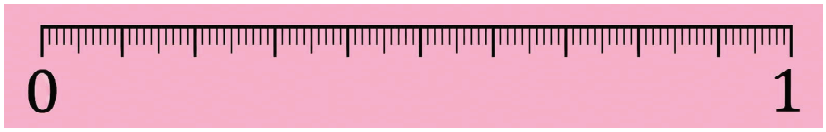


(d) $3\frac{6}{10}, 3\frac{6}{100}, 3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$

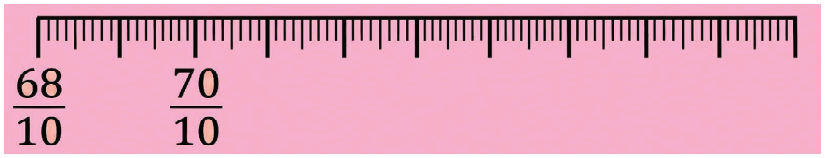


AP SCERT

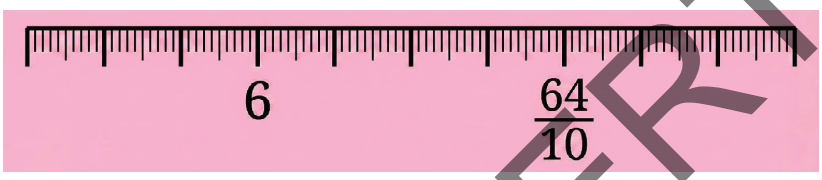
(e) $\frac{8}{10}, \frac{2}{100}, \frac{9}{100}, 1\frac{8}{100}$



(f) $7\frac{3}{10}\frac{5}{100}, 7\frac{5}{10}, 7\frac{41}{100}$



(g) $\frac{65}{10}\frac{15}{100}, 5\frac{87}{100}, 5\frac{7}{100}$



Example 2 : What will be the sum of $15\frac{3}{10}\frac{4}{100}$ and $2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$?

This can be solved in different ways. Some are shown below.

(a) **Method 1**

$$(15+2)+\left(\frac{3}{10}+\frac{6}{10}\right)+\left(\frac{4}{100}+\frac{8}{100}\right)$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{12}{100}$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{1}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=17+\frac{10}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=18\frac{2}{100}$$

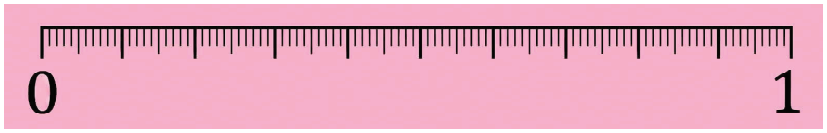
10 hundredths is the same as 1 tenth.

(b) **Method 2**

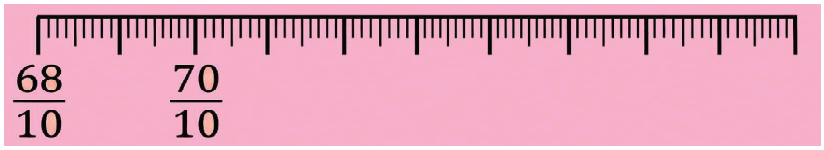
$$\begin{array}{rr} & 15\frac{3}{10}\frac{4}{100} \\ + & 2\frac{6}{10}\frac{8}{100} \\ \hline = & 17\frac{9}{10}\frac{12}{100} \\ = & 17\frac{10}{10}\frac{2}{100} \\ = & 18\frac{2}{100} \end{array}$$

APSCERT

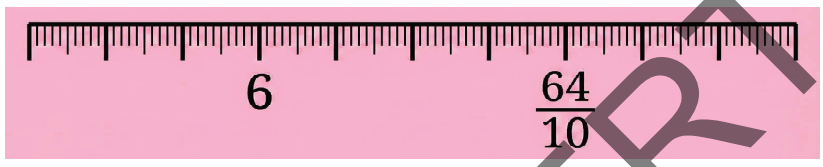
(e) $\frac{8}{10}, \frac{2}{100}, \frac{9}{100}, 1\frac{8}{100}$



(f) $7\frac{3}{10}\frac{5}{100}, 7\frac{5}{10}, 7\frac{41}{100}$



(g) $\frac{65}{10}\frac{15}{100}, 5\frac{87}{100}, 5\frac{7}{100}$



ଉଦାହରଣ 2 : $15\ \frac{3}{10}\frac{4}{100}$ ଓ $2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେବ ? ଏହାକୁ ଅନେକ ଉପାୟରେ ସମାଧାନ କରାଯାଇପାରିବ । ନିମ୍ନରେ କିଛି ଦିଆଯାଇଛି ।

(a) **ପଦ୍ଧତି 1**

$$(15+2)+\left(\frac{3}{10}+\frac{6}{10}\right)+\left(\frac{4}{100}+\frac{8}{100}\right)$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{12}{100}$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{1}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=17+\frac{10}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=18\frac{2}{100}$$

10 ଶତାଂଶ,
1 ଦଶାଂଶ ସହ ସମାନ

(b) **ପଦ্ধତି 2**

$$\begin{array}{rl} & 15\frac{3}{10}\frac{4}{100} \\ + & 2\frac{6}{10}\frac{8}{100} \\ \hline = & 17\frac{9}{10}\frac{12}{100} \\ = & 17\frac{10}{10}\frac{2}{100} \\ = & 18\frac{2}{100} \end{array}$$

AP SCERT

Are both these methods different?

Observe the addition done below for 483 + 268. Do you see any similarities between the methods shown above?



(400 + 80 + 3) + (200 + 60 + 8)

= (400 + 200) + (80 + 60) + (3 + 8)

= 600 + 140 +11

= 600 + 150 + 1

= 600 + 100 + 50 + 1

= 700 + 50 + 1

= 751

One can also find the sum $15\frac{3}{10}\frac{4}{100}+2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ by converting to hundredths, as follows.

(c) $(15 + 2) + \left(\frac{34}{100}+\frac{68}{100}\right)$

$= 17+\frac{102}{100}$

$= 17 + 1 + \frac{2}{100}$

$= 18\frac{2}{100}$

100 hundredths is the same as 1 unit.

(d) $\left(\frac{1534}{100}\right)+\left(\frac{268}{100}\right)$

$=\frac{1802}{100}$

$=\frac{1800}{100}+\frac{2}{100}$

$=18\frac{2}{100}$

15 is the same as 1500 hundredths and 2 is the same as 200 hundredths.

Example 3 : What is the difference: $25\ \frac{9}{10} - 6\frac{4}{10}\frac{7}{100}$?

One way to solve this is as follows:

$$25\frac{9}{10} \longrightarrow 25\frac{8}{10}\frac{10}{100} \longrightarrow 25\frac{8}{10}\frac{10}{100}$$

$$\underline{-6\frac{4}{10}} \qquad \underline{-6\frac{4}{10}\frac{7}{100}} \qquad \underline{-6\frac{4}{10}\frac{7}{100}}$$

$$19\frac{4}{10}\frac{3}{100}$$

AP SCERT

ଏହି ପଦ୍ଧତି ଦ୍ୱୟ ଭିନ୍ନ ଅଟନ୍ତି କି ?

483 + 268 ପାଇଁ ନିମ୍ନରେ କରାଯାଇଥିବା ବିୟୋଗକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ପୂର୍ବ ପଦ୍ଧତି ସହ ଏହି ପଦ୍ଧତିର କୌଣସି ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ତୁମେ ଦେଖିଛ କି ?



$(400 + 80 + 3) + (200 + 60 + 8)$

$= (400 + 200) + (80 + 60) + (3 + 8)$

$= 600 + 140 + 11$

$= 600 + 150 + 1$

$= 600 + 100 + 50 + 1$

$= 700 + 50 + 1$

$= 751$

ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ଶତାଂଶରେ ପରିଣତ କରି ମଧ୍ୟ $15\frac{3}{10}\frac{4}{100} + 2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ ର ଯୋଗଫଳ ନିମ୍ନମତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ।

(c) $(15 + 2) + \left(\frac{34}{100} + \frac{68}{100}\right)$

$= 17 + \frac{102}{100}$

$= 17 + 1 + \frac{2}{100}$

$= 18\frac{2}{100}$

100 ଶତାଂଶ , 1 ଏକକ ସହ ସମାନ ।

(d) $\left(\frac{1534}{100}\right) + \left(\frac{268}{100}\right)$

$= \frac{1802}{100}$

$= \frac{1800}{100} + \frac{2}{100}$

$= 18\frac{2}{100}$

15, 1500 ଶତାଂଶ ସହ ସମାନ ଏବଂ 2, 200 ଶତାଂଶ ସହ ସମାନ ।

ଉଦାହରଣ 3 : ବିୟୋଗ କର: $25\ \frac{9}{10} - 6\frac{4}{10}\frac{7}{100}$?

ଏହାକୁ ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ପଦ୍ଧତି ହେଲା

$25\frac{9}{10} \longrightarrow 25\frac{8}{10}\frac{10}{100} \longrightarrow 25\frac{8}{10}\frac{10}{100}$

$-6\frac{4}{10} \qquad -6\frac{4}{10}\frac{7}{100} \qquad -6\frac{4}{10}\frac{7}{100}$

$19\frac{4}{10}\frac{3}{100}$

AP SCERT

Solve this by converting to hundredths.



Example 4 : What is the difference $15\frac{3}{10}\frac{4}{100} - 2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$?

One way to solve this is as follows:

$15\frac{3}{10}\frac{4}{100}$ $\quad$ $\frac{2}{10}\frac{14}{100}$ $\quad$ $\frac{12}{10}\frac{14}{100}$

$-2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ $\quad$ $-2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ $\quad$ $-2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$

$= 12\frac{6}{10}\frac{6}{100}$



Observe the subtraction done below for 653 – 268. Do you see any similarities with the methods shown above?

(600 + 50 + 3) – (200 + 60 + 8)

= (600 – 200) + (50 – 60) + (3 – 8)

= (600 – 200) + (40 – 60) + (13 – 8)

= (600 – 200) + (40 – 60) + 5

= (500 – 200) + (140 – 60) + 5

= 300 + 80 + 5

= 385



Figure it Out - 3.3

Find the sums and differences:

(a) $\frac{3}{10} + 3\frac{4}{100}$

(b) $9\frac{5}{10}\frac{7}{100} + 2\frac{1}{10}\frac{3}{100}$

(c) $15\frac{6}{10}\frac{4}{100} + 14\frac{3}{10}\frac{6}{100}$

(d) $7\frac{7}{100} - 4\frac{4}{100}$

(e) $8\frac{6}{100} - 5\frac{3}{100}$

(f) $12\frac{6}{100}\frac{2}{100} - \frac{9}{10}\frac{9}{100}$

3.3 Decimal Place Value

You may have noticed that whenever we need to measure something more accurately, we split a part into 10 (smaller) equal parts ? we split a unit into 10 one-tenths and then split each one-tenth into 10, onehundredths and then we use these smaller parts to measure.

AP SCERT

ଶତାଂଶରେ ପରିଣତ କରି ସମାଧାନ କର ।



ଉଦାହରଣ 4 : $15\frac{3}{10}\frac{4}{100} - 2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ ର ବିୟୋଗଫଳ କେତେ ?

ଏହାକୁ ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ପଦ୍ଧତି ନିମ୍ନ ଭଳି ରହିଛି:

$15\frac{3}{10}\frac{4}{100}$ $15\frac{2}{10}\frac{14}{100}$ $14\frac{12}{10}\frac{14}{100}$

$-2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ $-2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ $-2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$

$= 12\frac{6}{10}\frac{6}{100}$

653 – 268 ପାଇଁ ନିମ୍ନରେ କରାଯାଇଥିବା ବିୟୋଗକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।



ପୂର୍ବ ପଦ୍ଧତି ସହ ଏହି ପଦ୍ଧତିର କିଛି ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ଦେଖିଲ କି ?

(600 + 50 + 3) – (200 + 60 + 8)

= (600 – 200) + (50 – 60) + (3 – 8)

= (600 – 200) + (40 – 60) + (13 – 8)

= (600 – 200) + (40 – 60) + 5

= (500 – 200) + (140 – 60) + 5

= 300 + 80 + 5

= 385



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 3.3

ଯୋଗଫଳ ଓ ବିୟୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର:

(a) $\frac{3}{10} + 3\frac{4}{100}$

(b) $9\frac{5}{10}\frac{7}{100} + 2\frac{1}{10}\frac{3}{100}$

(c) $15\frac{6}{10}\frac{4}{100} + 14\frac{3}{10}\frac{6}{100}$

(d) $7\frac{7}{100} - 4\frac{4}{100}$

(e) $8\frac{6}{100} - 5\frac{3}{100}$

(f) $12\frac{6}{100}\frac{2}{100} - \frac{9}{10}\frac{9}{100}$

3.3 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ

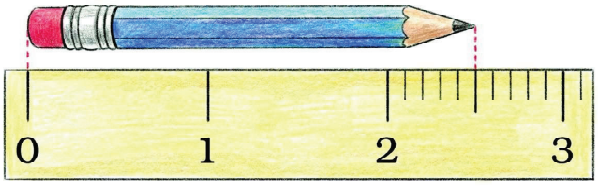
କୌଣସି ଏକ ବସ୍ତୁର ସଠିକ୍ ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଏହାର କିଛି ଅଂଶକୁ ଛୋଟ ଛୋଟ 10 ଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିଥାଉ । ଯେପରିକି ଏକ ଏକକକୁ 10 ଦଶାଂଶ ଏକକରେ ବିଭକ୍ତ କରି ପରେ ପ୍ରତି ଦଶ ଦଶାଂଶକୁ 10 ଶତାଂଶ ଏକକରେ ପରିଣତ କରି ଛୋଟ ଛୋଟ ଅଂଶକୁ ମାପିଥାଉ ।

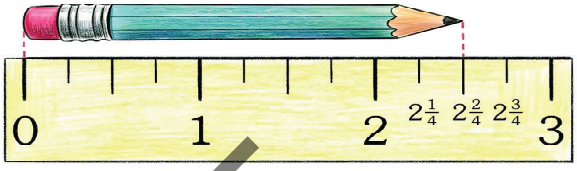
© SCERT

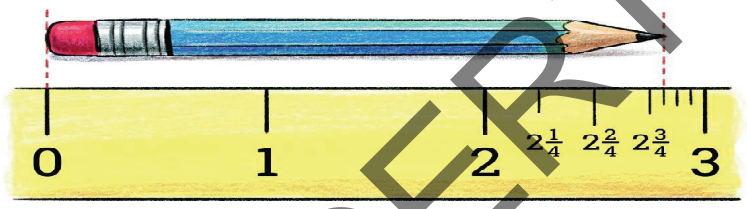
Can we not split a unit into 4 equal parts, 5 equal parts, 8 equal parts, or any other number of equal parts instead?

Yes, we can. The example below compares how the same length is represented when the unit is split into 10 equal parts and when the unit is split into 4 equal parts.

If an even more precise measure is needed, each quarter can further be split into four equal parts. Each part then measures $\frac{1}{16}$ of a unit, i.e., 16 such parts make 1 unit.







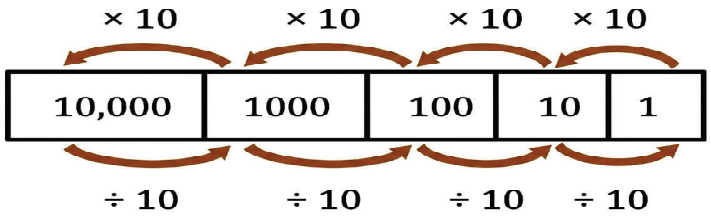
Then why split a unit into 10 parts every time?

The reason is the special role that 10 plays in the Indian place value system. For a whole number written in the Indian place value system — for example, 284 — the place value of 2 is hundreds (100), that of 8 is tens (10), and that of 4 is one (1). Each place value is 10 times bigger than the one immediately to its right. Equivalently, each place value is 10 times smaller than the one immediately to its left:

10 ones make 1 ten,

10 tens make 1 hundred,

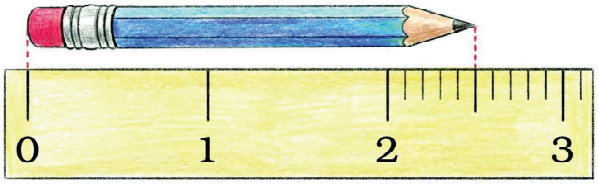
10 hundreds make 1 thousand, and so on.



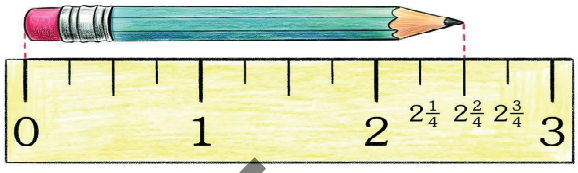
In order to extend this system of writing numbers to quantities smaller than one, we divide one into 10 equal parts. What does this give? It gives one-tenth. Further dividing it into 10 parts gives one-hundredth, and so on.

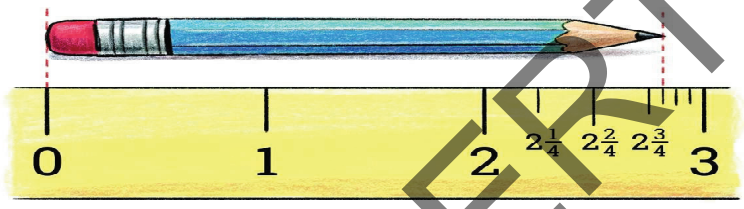
AP SCERT

ଏକ ଏକକକୁ ସମାନ 4 ଭାଗ, ସମାନ 5 ଭାଗ, ସମାନ 8 ଭାଗ କିମ୍ବା ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସମାନ ଭାଗରେ ଆମେ ବିଭକ୍ତ କରିପାରିବା ନାହିଁ କି ? ହଁ, ଆମେ କରିପାରିବା ଏକ ଏକକକୁ 10 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କିମ୍ବା 4 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କଲେ ସମାନ ଲମ୍ବକୁ କିପରି ଦେଖାଯାଏ ତାହା ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣରେ ତୁଳନା କରାଯାଇଛି ।



ଯଦି ଆହୁରି ଠିକ୍ ମାପ ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକ ଚତୁର୍ଥାଂଶକୁ ପୁନର୍ବାର 4 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ ଏକ ଏକକର $\frac{1}{16}$ ଅଂଶ, ଏହି 16 ଅଂଶ ମିଶି 1 ଏକକ ହେବ ।





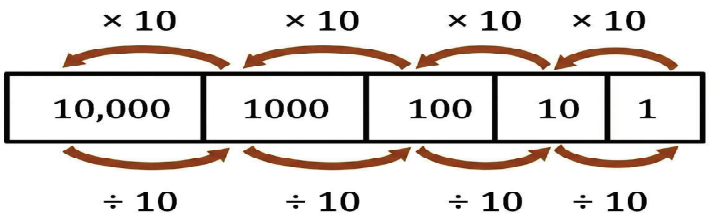
ଏକ ଏକକକୁ ପ୍ରତିଥର 10 ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା କାହିଁକି ?

କାରଣ, ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ 10 ର ବିଶେଷ ଭୂମିକା ରହିଛି । ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲିଖିତ ଏକ ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ 10 ର ଭୂମିକା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 284ରେ 2 ହେଉଛି ଶତକ(100) ସ୍ଥାନୀୟ, 8 ହେଉଛି ଦଶକ (10) ସ୍ଥାନୀୟ ଓ 4 ହେଉଛି ଏକକ (1) ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଏହାର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସ୍ଥାନୀୟ ମାନର 10 ଗୁଣ । ସେହିପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଏହାର ଠିକ୍ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସ୍ଥାନୀୟ ମାନର 10 ଭାଗ ।

10 ଟି 1 ଦଶ ହୁଏ,

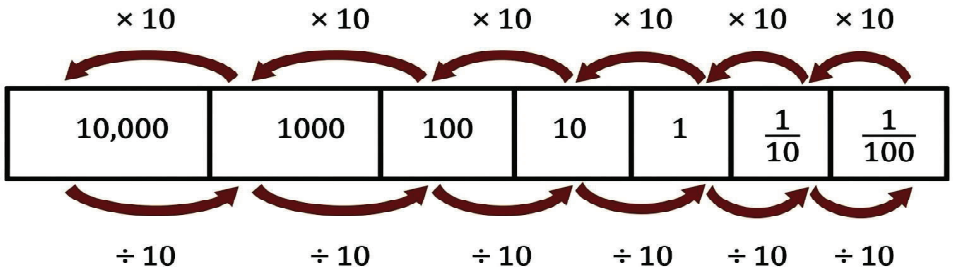
10 ଟି ଦଶ 1 ଶହ ହୁଏ,

10 ଟି ଶହ 1 ହଜାର ହୁଏ, ... ଇତ୍ୟାଦି ।



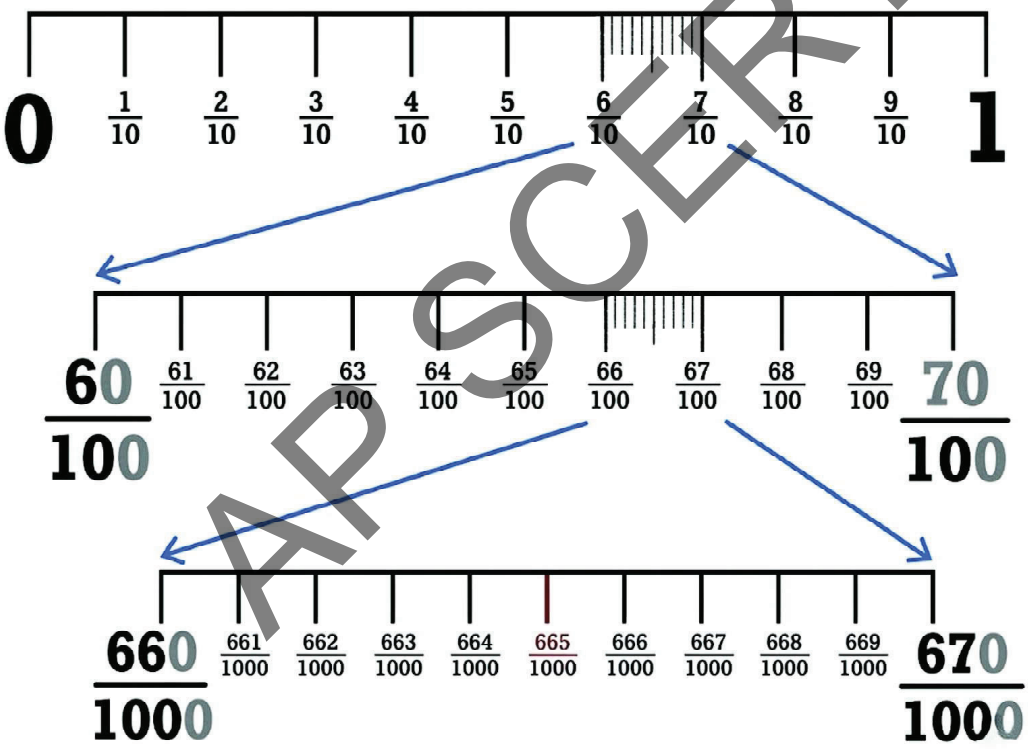
ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବାର ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଏକ ଠାରୁ ଛୋଟ ଅଂଶରେ ବିସ୍ତାର କରିବା ପାଇଁ ଏକକୁ 10 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରୁ । ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ପାଉ ? ଏହା ଏକ ଦଶାଂଶ ଅଟେ । ଏହାକୁ ଆହୁରି 10 ଭାଗ କଲେ ଏକ ଶତାଂଶ ମିଳେ, ଇତ୍ୟାଦି ।

AP SCERT



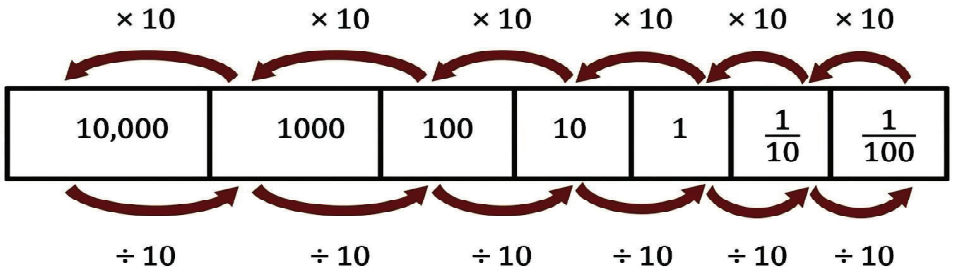
Can we extend this further?

What will the fraction be when $\frac{1}{100}$ is split into 10 equal parts? It will be $\frac{1}{1000}$, i.e., a thousand such parts make up a unit.



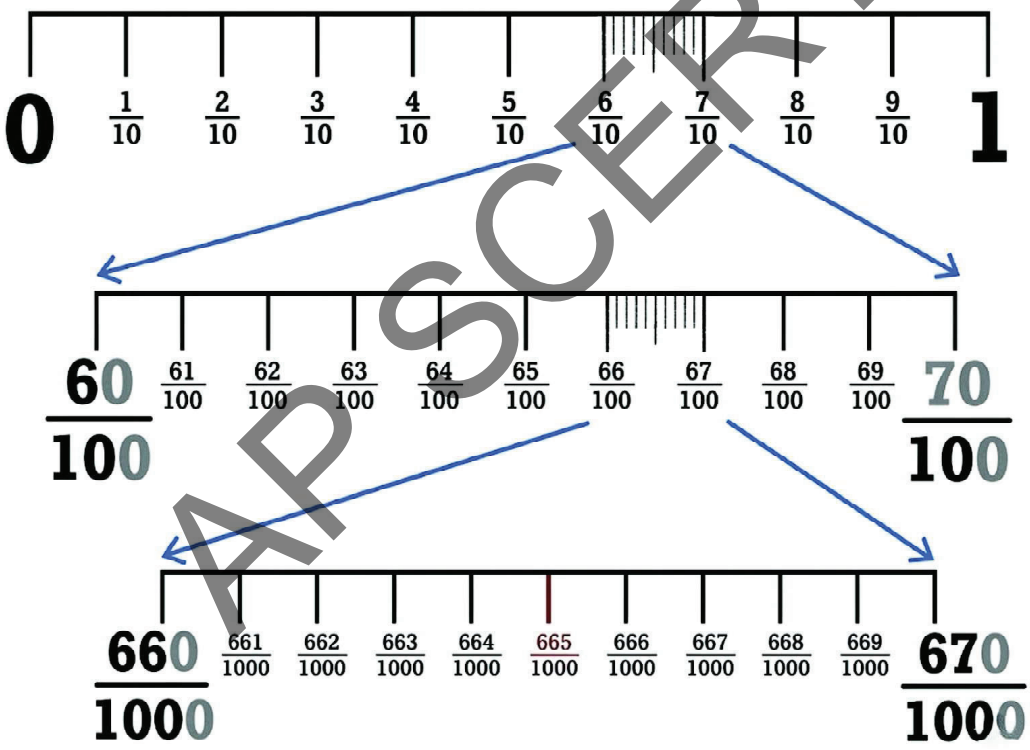
Just as when we extend to the left of 10,000, we get bigger place values at each step, we can also extend to the right of $\frac{1}{1000}$, getting smaller place values at each step.

APSCERT



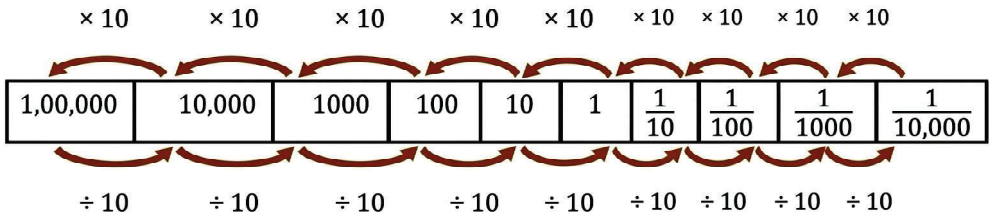
? ಎಹಾಕୁ ପୁନର୍ବାର ବିସ୍ତାରିତ କରିପାରିବା କି ?

? $\frac{1}{100}$ କୁ 10 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କଲେ ଭଗ୍ନାଂଶଟି କେତେ ହେବ ? ଏହା $\frac{1}{1000}$ ହେବ । ଏହାକୁ ଏକ ସହସ୍ରାଂଶ ଭାବେ ପଢ଼ାଯାଏ, ଏକ ହଜାର ସହସ୍ରାଂଶ ଏକ ଏକକ ହୋଇଥାଏ ।



AP SCERT

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୋପାନରେ 10,000 ର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ସ୍ଥାନକୁ ବିସ୍ତାରିତ କଲେ ବଡ଼ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଏବଂ $\frac{1}{1000}$ ର ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ସ୍ଥାନକୁ ବିସ୍ତାରିତ କଲେ କ୍ଷୁଦ୍ର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ, ଆମେ ପାଇପାରିବା ।



This way of writing numbers is called the "decimal system" since it is based on the number 10; **"decem"** means ten in Latin, which in turn is cognate to the Sanskrit dasha meaning 10, with similar words for 10 occurring across many Indian languages including Odia, Konkani, Marathi, Gujarati, Hindi, Kashmiri, Bodo, and Assamese. We shall learn about other ways of writing numbers in later grades.

How Big?

We already know that a hundred 10s make 1000, and a hundred 100s make 10000.

? We can ask similar questions about fractional parts:

(a) How many thousandths make one unit?

(b) How many thousandths make one tenth?

(c) How many thousandths make one hundredth?

(d) How many tenths make one ten?

(e) How many hundredths make one ten?

? Make a few more questions of this kind and answer them.

Notation, Writing and Reading of Numbers

We have been writing numbers in a particular way, say 456, instead of writing them as 4 × 100 (4 hundreds) + 5 × 10 (5 tens) + 6 × 1 (6 ones). Similarly, can we skip writing tenths and hundredths?

? Can the quantity $4\frac{2}{10}$ be written as 42 (skipping the $\frac{1}{10}$ in $2 \times \frac{1}{10}$) ?



If yes, how would we know if 42 means 4 tens and 2 units or it means 4 units and 2 tenths?

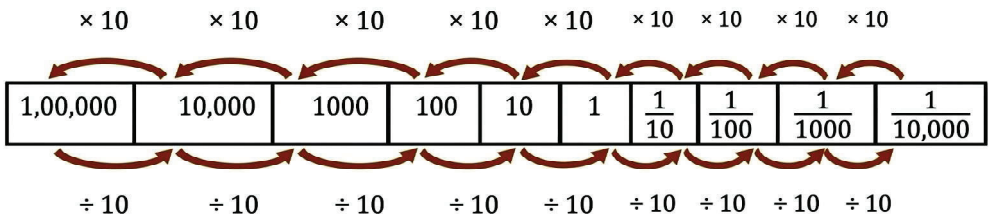
Similarly, 705 could mean:

(a) 7 hundreds, and 0 tens and 5 ones (700 + 0 + 5)

(b) 7 tens and 0 units and 5 tenths $\left(70+0+\frac{5}{10}\right)$

(c) 7 units and 0 tenths and 5 hundredths $\left(7+\frac{0}{10}+\frac{5}{100}\right)$

AP SCERT



ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବାର ଏହି ପଦ୍ଧତିକୁ ''ଦଶମିକ ପଦ୍ଧତି'' କୁହାଯାଏ । କାରଣ ଏହା ସଂଖ୍ୟା 10 ଉପରେ ଆଧାରିତ, ଲାଟିନ୍ ଭାଷାରେ 'ଡେସେମ୍' ଅର୍ଥ 10, ଯାହା ସଂସ୍କୃତ ଶବ୍ଦ 10 ସହିତ ସମାନ, ଓଡ଼ିଆ, କୋଙ୍କଣୀ, ମରାଠୀ, ଗୁଜୁରାଟୀ, ହିନ୍ଦୀ, କାଶ୍ମୀରୀ, ବୋଡୋ ଏବଂ ଆସାମୀ ଭଳି ଅନେକ ଭାରତୀୟ ଭାଷାରେ ଦଶ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବାର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଉପାୟ ବିଷୟରେ ଶିଖିବା ।

କେତେ ବଡ଼ ?

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣୁ ଯେ ଶହେ 10 ରୁ 1000 ଏବଂ ଶହେ 100 ରୁ 10000 ହୁଏ ।

? ଆମେ ଭଗ୍ନାଂଶ ବିଷୟରେ ସମାନ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିପାରିବା:

(a) କେତୋଟି ସହସ୍ରାଂଶ ହେଲେ ଏକ ଏକକ ହେବ ?

(b) କେତୋଟି ସହସ୍ରାଂଶ ହେଲେ ଏକ ଦଶାଂଶ ହେବ ?

(c) କେତୋଟି ସହସ୍ରାଂଶ ହେଲେ ଏକ ଶତାଂଶ ହେବ ?

(d) କେତୋଟି ଦଶାଂଶ ହେଲେ ଗୋଟିଏ ଦଶ ହେବ ?

(e) କେତୋଟି ଶତାଂଶ ହେଲେ ଗୋଟିଏ ଦଶ ହେବ ?

? ଏହି ପ୍ରକାରର ଆଉ କିଛି ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ଏବଂ ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂକେତରେ ଚିହ୍ନାଇବା, ପଢ଼ିବା ଓ ଲେଖିବା:

ଆମେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉପାୟରେ ଲେଖିଥାଉ, ଯେପରିକି, 4 × 100 (4 ଶହ) + 5 × 10 (5 ଦଶ) + 6 × 1 (6 ଏକକ) ଲେଖିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ '456' ଲେଖୁ । ସେହିପରି ଏକ ଦଶାଂଶ ଓ ଏକ ଶତାଂଶକୁ ବାଦ ଦେଇ ଲେଖିପାରିବା କି ?

? $4\frac{2}{10}$ କୁ 42 ଭାବରେ $\left(2 \times \frac{1}{10}\right.$ ରେ $\left.\frac{1}{10}\right.$ କୁ ବାଦ୍ ଦେଇ) ଲେଖି ପାରିବା କି ?

ଯଦି ହଁ, ତେବେ ଆମେ କିପରି ଜାଣିବୁ ଯେ 42 ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି 4 ଦଶ 2 ଏକ କିମ୍ବା 4 ଏକ 2 ଦଶାଂଶ ।

ସେହିପରି, 705 ର ଅର୍ଥ:

(a) 7 ଶହ, 0 ଦଶ 5 ଏକ (700 + 0 + 5)

(b) 7 ଦଶ, 0 ଏକ 5 ଦଶାଂଶ $\left(70+0+\frac{5}{10}\right)$

(c) 7 ଏକ, 0 ଦଶାଂଶ 5 ଶତାଂଶ $\left(7+\frac{0}{10}+\frac{5}{100}\right)$



APSCERT

Since these are different quantities, we need to have distinct ways of writing them.

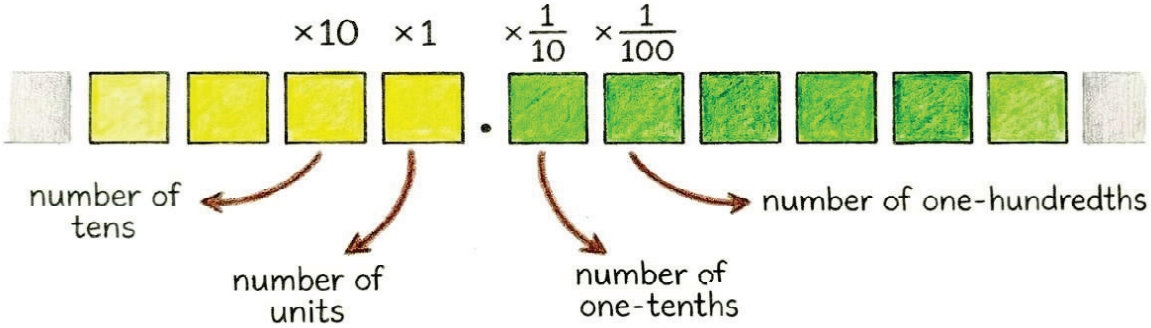
To identify the place value where integers end and the fractional parts start, we use a point or period (‘.’) as a separator, called a **decimal point.**

The above quantities in decimal notation are then:

Quantity	Decimal Notation
7 hundreds and 5 ones (700 + 0 + 5)	705
7 tens and 5 tenths $\left(70+0+\frac{5}{10}\right)$	70.5
7 units and 5 hundredths $\left(7+0+\frac{5}{100}\right)$	7.05

These numbers, when shown through place value, are as follows:

Decimal number	Hundreds	Tens	Units •	Tenths	Hundredths
705	7×100	0×10	5×1 •		
70.5		7×10	0×1 •	$5 \times \frac{1}{10}$	
7.05			7×1 •	$0 \times \frac{1}{10}$	$0 \times \frac{1}{100}$



AP SCERT

ଯେହେତୁ ଏଗୁଡ଼ିକ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପରିମାଣ ଅଟେ, ତେଣୁ ଆମକୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ଲେଖିବା ପାଇଁ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

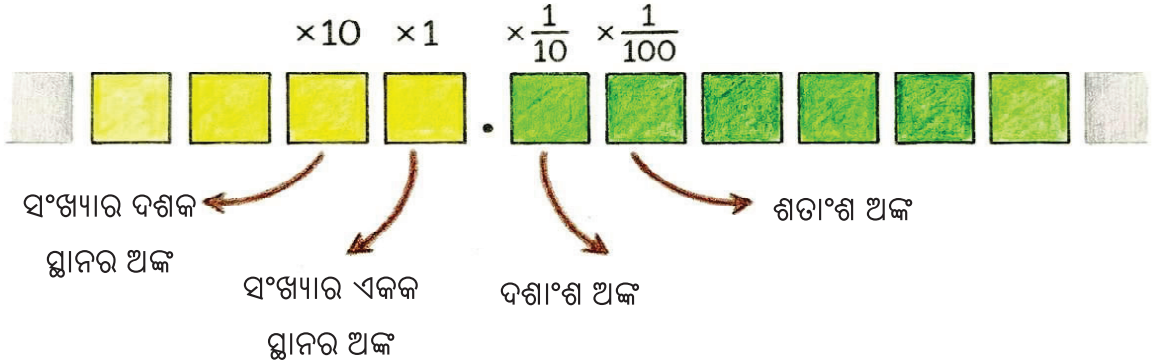
ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଚିହ୍ନଟ ଜାଣିବା ପାଇଁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଶେଷରେ ଏବଂ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଆରମ୍ଭ ହେଉଥିବା ସ୍ଥାନରେ ଆମେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ (‘.’) ଚିହ୍ନକୁ ବିଭାଜକ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରୁ, ଯାହାକୁ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ ।

ଉପରୋକ୍ତ ପରିମାଣକୁ ଦଶମିକ ପଦ୍ଧତିରେ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା:

ପରିମାଣ	ଦଶମିକ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସଙ୍କେତ
7 ଶହ ଓ 5 ଏକ (700 + 0 + 5)	705
7 ଦଶ ଓ 5 ଦଶାଂଶ $\left(70+0+\frac{5}{10}\right)$	70.5
7 ଏକ ଓ 5 ଶତାଂଶ $\left(7+0+\frac{5}{100}\right)$	7.05

ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଅନୁସାରେ ଲେଖିଲେ:

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା	ଶତକ	ଦଶକ	ଏକକ	●	ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ
705	7×100	0×10	5×1	●		
70.5		7×10	0×1	●	$5 \times \frac{1}{10}$	
7.05			7×1	●	$0 \times \frac{1}{10}$	$0 \times \frac{1}{100}$



AP SCERT

Thus decimal notation is a natural extension of the Indian place value system to numbers also having fractional parts. Just as 705 means $7 \times 100 + 5 \times 1$, the number 70.5 means $7 \times 10 + 5 \times \frac{1}{10}$, and 7.05 means $7 \times 1 + 5 \times \frac{1}{100}$.

We have seen how to write numbers using the decimal point ('.'). But how do we read/say these numbers?

We know that 705 is read as **seven hundred and five.**

70.5 is read as **seventy point five,** short for **seventy and five-tenths.**

7.05 is read as **seven point zero five,** short for **seven and five hundredths.**

0.274 is read as **zero point two seven four.** We don't read it as **zero point two hundred and seventy four** as 0.274 means **2 one-tenths and 7 one-hundredths and 4 one-thousandths.**

Try This

? Make a place value table similar to the one above. Write each quantity in decimal form and in terms of place value, and read the number:

(a) 2 ones, 3 tenths and 5 hundredths

(b) 1 ten and 5 tenths

(c) 4 ones and 6 hundredths

(d) 1 hundred, 1 one and 1 hundredth

(e) $\frac{8}{100}$ and $\frac{9}{10}$

(f) $\frac{5}{100}$

(g) $\frac{1}{10}$

(h) $2\frac{1}{100}, 4\frac{1}{10}$ and $7\frac{7}{1000}$

In the chapter on large numbers, we learned how to write 23 hundreds.

23 hundreds = $23 \times 100 = 2000 + 300 = 2300$.

Thousands	Hundreds	Tens	Units
	23		
2	3	0	0

Similarly, 23 tens would be:

23 tens = $23 \times 10 = 200 + 30 = 230$.

AP SCERT

ଏହିପରି ଦଶମିକ ସଂକେତ ପ୍ରଣାଳୀ ହେଉଛି ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟମୂଲ୍ୟ ପ୍ରଣାଳୀର ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ବିସ୍ତାର, ଯାହା ଭଗ୍ନାଂଶ ଅଂଶ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ମଧ୍ୟ ପ୍ରକାଶ କରେ । ଯେପରି 705 ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି $7 \times 100 + 5 \times 1$ । ସଂଖ୍ୟା 70.5 ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି $7 \times 10 + 5 \times \frac{1}{10}$ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟା 7.05 ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି $7 \times 1 + 5 \times \frac{1}{100}$ ।

ଆମେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ('.') ବ୍ୟବହାର କରି ସଂଖ୍ୟା କିପରି ଲେଖିବା ଦେଖିଛୁ । କିନ୍ତୁ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ପଢ଼ିବା / କହିବା ?

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ 705 କୁ **ସାତ ଶହ ପାଞ୍ଚ** ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

70.5 କୁ **ସତୁରୀ ଦଶମିକ ପାଞ୍ଚ** ବା ସଂକ୍ଷିପ୍ତରେ **ସତୁରୀ ଓ ପାଞ୍ଚ ଦଶାଂଶ** ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

7.05 କୁ **ସାତ ଦଶମିକ ଶୂନ ପାଞ୍ଚ** ବା ସଂକ୍ଷିପ୍ତରେ **ସାତ ଓ ପାଞ୍ଚ ଶତାଂଶ** ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

0.274 କୁ ଶୂନ ଦଶମିକ ଦୁଇ ସାତ ଚାରି, ଏହାକୁ ଶୂନ ଦଶମିକ ଦୁଇଶହ ଚଉସ୍ତରୀ ବୋଲି ପଢ଼ିବା ନାହିଁ । କାରଣ 0.274 ର ଅର୍ଥ **2 ଦଶାଂଶ, 7 ଶତାଂଶ ଏବଂ 4 ସହସ୍ରାଂଶ** ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

ଚେଷ୍ଟାକର

ଏକ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର, ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଦଶମିକ ରୂପରେ ଓ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଅନୁଯାୟୀ ଲେଖ ଏବଂ ପଢ଼ :

(a) 2 ଏକ, 3 ଦଶାଂଶ ଓ 5 ସହସ୍ରାଂଶ

(b) 1 ଦଶ ଓ 5 ଦଶାଂଶ

(c) 4 ଏକ ଓ 6 ଶତାଂଶ

(d) 1 ଶହ, 1 ଏକ ଓ 1 ଶତାଂଶ

(e) $\frac{8}{100}$ ଓ $\frac{9}{10}$

(f) $\frac{5}{100}$

(g) $\frac{1}{10}$

(h) $2\frac{1}{100}, 4\frac{1}{10}$ ଏବଂ $7\frac{7}{1000}$

'ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା' ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅଧ୍ୟାୟରେ, ଆମେ 23 ଶହକୁ କିପରି ଲେଖିବା ଶିଖିଥିଲୁ ।

23 ଶହ = $23 \times 100 = 2000 + 300 = 2300$.

ସହସ୍ର	ଶତକ	ଦଶକ	ଏକକ
	23		
2	3	0	0

ସେହିପରି, 23 ଦଶକ ହେବ:

23 ଦଶ = $23 \times 10 = 200 + 30 = 230$

AP SCERT

Thousands	Hundreds	Tens	Units
		23	
	2	3	0

Example 5 : How can we write 234 tenths in decimal form?

234 tenths = $\frac{234}{10}$

$= \frac{200}{10} + \frac{30}{10} + \frac{4}{10}$

$= 20 + 3 + \frac{4}{10}$

= 23.4

Hundreds	Tens	Units	Tenths	Hundredths
			234	
	2	3	4	

Write these quantities in decimal form:

(a) 234 hundredths, (b) 105 tenths.

Try This

3.4 Units of Measurement

Length Conversion

We have been using a scale to measure length for a few years. We already know that 1 cm = 10 mm (millimeters).

How many cm is 1 mm?

1 mm = $\frac{1}{10}$ cm = 0.1 cm (i.e., one-tenth of a cm).

How many cm is (a) 5 mm? (b) 12 mm?

5 mm = $\frac{5}{10}$cm = 0.5 cm

12 mm = 10 mm + 2 mm

= 1 cm + $\frac{2}{10}$cm

= 1.2 cm.

APSCERT

ସହସ୍ର	ଶତକ	ଦଶକ	ଏକକ
		23	
	2	3	0

ଉଦାହରଣ 5 : 234 ଦଶାଂଶକୁ ଦଶମିକ ରୂପରେ କିପରି ଲେଖିବା ?

234 ଦଶାଂଶ $= \frac{234}{10}$

$= \frac{200}{10} + \frac{30}{10} + \frac{4}{10}$

$= 20 + 3 + \frac{4}{10}$

$= 23.4$

ଶତକ	ଦଶକ	ଏକକ	ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ
			234	
	2	3	4	

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଦଶମିକ ରୂପରେ ଲେଖ:

(a) 234 ଶତାଂଶ (b) 105 ଦଶାଂଶ

ଚେଷ୍ଟାକର

3.4 ମାପର ଏକକ:

ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପର ଏକକରେ ରୂପାନ୍ତର:

ଆମେ ବହୁ ବର୍ଷରୁ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବା ଲମ୍ବ ମାପ ପାଇଁ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରୁ ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ 1 ସେ.ମି. = 10 ମି.ମି.(ମିଲିମିଟର)

1 ମି.ମି. କେତେ ସେ.ମି. ?

1 ମି.ମି. $= \frac{1}{10}$ ସେ.ମି. = 0.1 ସେ.ମି. (ଅର୍ଥାତ୍ ସେ.ମି.ର ଏକ ଦଶାଂଶ)

(a) 5 ମି.ମି. (b) 12 ମି.ମି. କେତେ ସେ.ମି. ?

5 ମି.ମି. $= \frac{5}{10}$ ସେ.ମି. = 0.5 ସେ.ମି.

12 ମି.ମି. = 10 ମି.ମି. + 2 ମି.ମି.

= 1 ସେ.ମି. + $\frac{2}{10}$ ସେ.ମି.

= 1.2 ସେ.ମି.

AP SCERT

How many mm is 5.6 cm? Since each cm has 10 mm, 5.6 cm (5 cm + 0.6 cm) is 56 mm.

Try This

Fill in the blanks below (mm <–> cm)

12 mm = 1.2 cm	56 mm = 5.6 cm	70 mm = _____
_____ = 0.9 cm	134 mm =_____	_____ = 203.6 cm

The illustration below shows how small some things are! Try taking an approximate measurement of each.



APSCERT

- The three blue stripes represent the typical relative sizes of pen strokes: fine stroke, medium stroke, and bold stroke.
- A human hair is about 0.1 mm in thickness.
- The thickness of a newspaper can range from 0.05 to 0.08 mm.
- Mustard seeds have a thickness of 1 – 2 mm.
- The smallest ant species discovered so far, Carabera Bruni, has a total length of 0.8 – 1 mm. They are found in Sri Lanka and China.
- The smallest land snail species discovered so far, Acmella Nana, has a shell diameter of 0.7 mm. They are found in Malaysia.

We also know that 1 m = 100 cm. Based on this, we can say that

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{m} = 0.01 \text{ m}.$$

5.6 ସେ.ମି. କେତେ ମି.ମି. ? ଯେହେତୁ ଏକ ସେ.ମି., 10 ମି.ମି. ସହ ସମାନ । ତେଣୁ 5.6 ସେ.ମି. ଅର୍ଥ (5 ସେ.ମି. + 0.6 ସେ.ମି.) 56 ମି.ମି. ।

ଚେଷ୍ଟାକର

? ନିମ୍ନ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର । (ମି.ମି. <–> ସେ.ମି.)

12 ମି.ମି. = 1.2 ସେ.ମି.	56 ମି.ମି. = 5.6 ସେ.ମି.	70 ମି.ମି. = _____
_____ = 0.9 ସେ.ମି.	134 ମି.ମି. =_____	_____ = 203.6 ସେ.ମି.

କିଛି ଜିନିଷ କେତେ ଛୋଟ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକର ଏକ ଆନୁମାନିକ ମାପ ନେବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।



ଠିକ୍ ଆକାର

APSCERT

- ତିନୋଟି ନୀଳ ରେଖା, କଲମ ଗାରର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଆପେକ୍ଷିକ ଆକାରକୁ ସୂଚିତ କରେ: ସରୁ(ସୂକ୍ଷ୍ମ) ଗାର, ମଧ୍ୟମ ଧରଣର ଗାର ଏବଂ ମୋଟା ଗାର ।
- ମଣିଷର କେଶ ପ୍ରାୟ 0.1 ମି.ମି. ମୋଟା ।
- ଖବର କାଗଜର ମୋଟେଇ 0.05 ମି.ମି.ରୁ 0.08 ମି.ମି. ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ହୋଇପାରେ ।
- ସୋରିଷ ମଞ୍ଜିର ମୋଟେଇ 1 – 2 ମି.ମି. ରହିଥାଏ ।
- ଏପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆବିଷ୍କୃତ ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ପ୍ରଜାତିର ପିମ୍ପୁଡ଼ି, କାରାବେରା ବୁନିର ସମୁଦାୟ ଲମ୍ବ 0.8 – 1 ମି.ମି. ଅଟେ । ସେଗୁଡ଼ିକ ଶ୍ରୀଲଙ୍କା ଏବଂ ଚୀନରେ ଦେଖାଯାଆନ୍ତି ।
- ଆକମେଲା ନାନା, ବର୍ତ୍ତମାନ ସୁଦ୍ଧା ଆବିଷ୍କୃତ ହୋଇଥିବା କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଗେଣ୍ଡା (ସ୍ଥଳ ଭାଗରେ) ପ୍ରଜାତି ଯାହାର ଆବରଣର ବ୍ୟାସ 0.7 ମି.ମି. । ଏଗୁଡ଼ିକ ମାଲେସିଆରେ ଦେଖାଯାଆନ୍ତି ।

ଆମେ ଏହା ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛୁ ଯେ,1 ମି. = 100 ସେ.ମି. । ଏହାକୁ ଆଧାର କରି , ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ,

$$1 \text{ ସେ.ମି.} = \frac{1}{100} \text{ ମି.} = 0.01 \text{ ମି.}$$

Example 6 : How many m is (a) 10 cm? (b) 15 cm?

$10 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ m} = 0.1 \text{ m}$

Since each cm is one-hundredth of a meter, 15 cm can be written as

$15 \text{ cm} = \frac{15}{100} \text{m}$

$= \frac{10}{100} \text{m} + \frac{5}{100} \text{m}$

$= \frac{1}{10} \text{m} + \frac{5}{100} \text{m}$

$= 0.15 \text{ m}.$

Try This

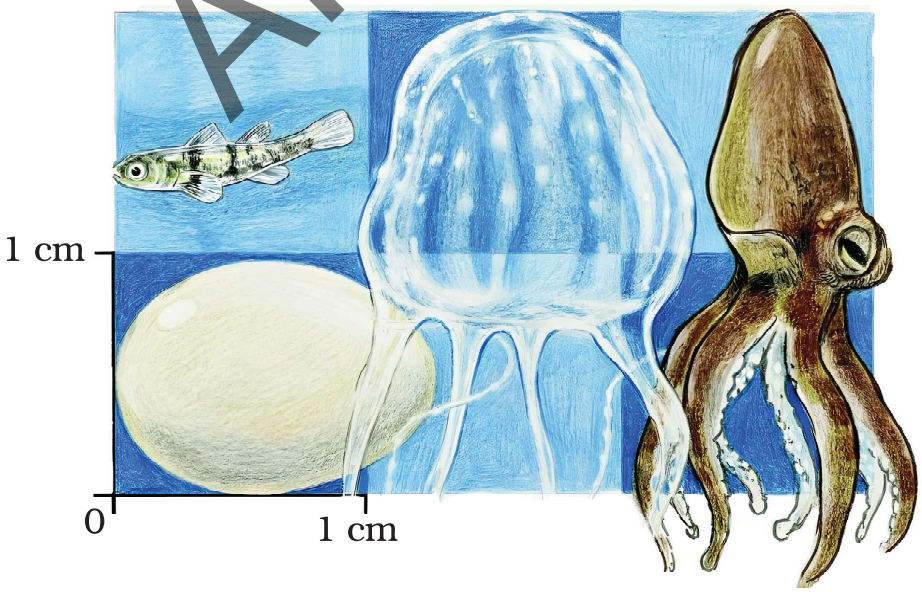
Fill in the blanks below (cm <–> m):

36 cm = _____	50 cm = _____	_____ = 0.89 m
4 cm = _____	325 cm = _____	_____ = 2.07 m

How many mm does 1 meter have?

Can we write 1 mm = $1\frac{1}{1000}$ m ?

Here, we have some more interesting facts about small things in nature!



APSCERT

ଉଦାହରଣ 6 : (a) 10 ସେ.ମି. (b) 15 ସେ.ମି. କୁ କେତେ ମିଟର ?

10 ସେ.ମି. = $\frac{1}{10}$ ମି. = 0.1 ମି.

ଯେହେତୁ ଏକ ସେ.ମି., ଏକ ମିଟରର ଏକ ଶତାଂଶ ଅଟେ, ତେଣୁ 15 ସେ.ମି.କୁ ଏପରି ଲେଖିପାରିବା ।

$$15 \text{ ସେ.ମି.} = \frac{15}{100} \text{ ମି.}$$

$$= \frac{10}{100} \text{ ମି.} + \frac{5}{100} \text{ ମି.}$$

$$= \frac{1}{10} \text{ ମି.} + \frac{5}{100} \text{ ମି.}$$

= 0.15 ମି.

ଚେଷ୍ଟାକର

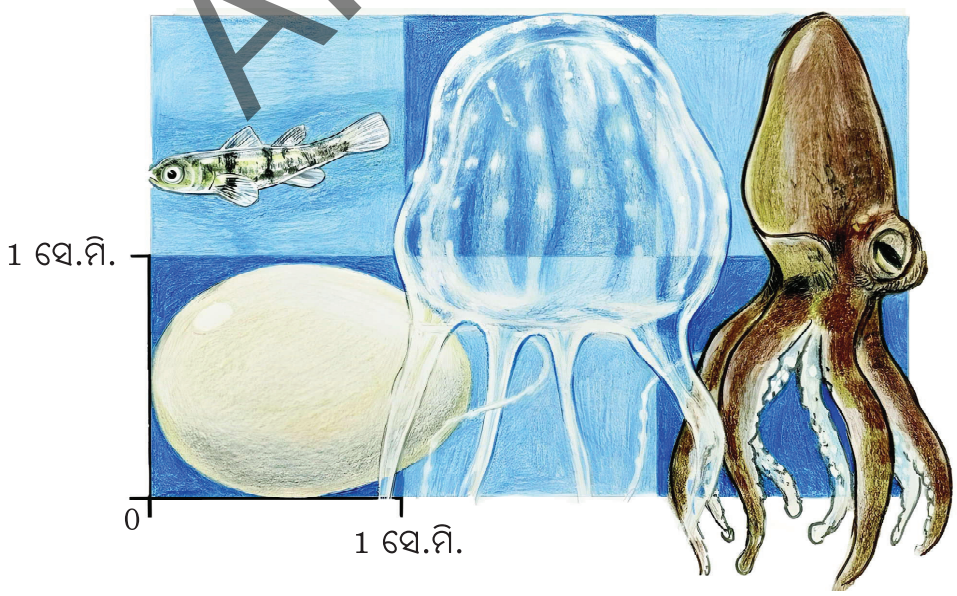
ନିମ୍ନ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର (ସେ.ମି. <–> ମି.):

36 ସେ.ମି. = _____	50 ସେ.ମି. = _____	_____ = 0.89 ମି.
4 ସେ.ମି. = _____	325 ସେ.ମି. = _____	_____ = 2.07 ମି.

1 ମିଟରରେ କେତୋଟି ମିଲିମିଟର ଅଛି ?

ଆମେ 1 ମି.ମି. = $1\frac{1}{1000}$ ମିଟର ଲେଖିପାରିବା କି ?

ଏଠାରେ ପ୍ରକୃତିର କେତେକ ଛୋଟ ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ କିଛି ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟ ଦିଆଯାଇଅଛି ।



APSCERT

- The egg of a humming bird typically is 1.3 cm long and 0.9 cm wide.
- The Philippine Goby is about 0.9 cm long. It can be found in the Philippines and other Southeast Asian countries.
- The smallest known jellyfish, Irukandji, has a bell size of 0.5 – 2.5 cm. Its tentacles can be as long as 1 m. They are found in Australia. Its venom can be fatal to humans.
- The Wolfi octopus, also known as the Star-sucker Pygmy Octopus, is the smallest known octopus in the world. Their typical size is around 1 – 2.5 cm and they weigh less than 1 gm. They are found in the Pacific Ocean.

Weight Conversion

Let us look at kilograms (kg). We know that 1 kg = 1000 gram (g). We can say that

$$1\text{ g} = \frac{1}{1000}\text{ kg} = 0.001\text{ kg}.$$

? How many kilograms is 5 g?

$$5\text{ g} = \frac{5}{1000}\text{ kg} = 0.005\text{ kg}.$$

? How many kilograms is 10 g?

$$10\text{ g} = \frac{10}{1000}\text{ kg} = \frac{1}{100}\text{ kg} = 0.010\text{ kg}.$$

? As each gram is one-thousandth of a kg, 254 g can be written as

$$254\text{ g} = \frac{254}{1000}\text{ kg}$$

$$\left(\frac{200}{1000}+\frac{50}{1000}+\frac{4}{1000}\right)\text{kg}$$

$$\left(\frac{2}{10}+\frac{5}{100}+\frac{4}{1000}\right)\text{kg}$$

$$= 0.254\text{ kg}.$$

AP SCERT

- ହମିଙ୍ଗ ପକ୍ଷୀର ଅଣ୍ଡାର ଲମ୍ବ 1.3 ସେ.ମି. ଏବଂ ଓସାର 0.9 ସେ.ମି. ।
- ଫିଲିପାଇନ୍ ଗୋବି ପ୍ରାୟ 0.9 ସେ.ମି. ଲମ୍ବା । ଏହା ଫିଲିପାଇନ୍ସ ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଦକ୍ଷିଣ ପୂର୍ବ ଏସିଆ ଦେଶଗୁଡ଼ିକରେ ଦେଖାଯାଇଥାଏ ।
- କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଜେଲିଫିସ୍, ଇରୁକାନ୍ଦଜୀର ଆକାର ପ୍ରାୟ 0.5 – 2.5 ସେ.ମି. ଓ ଲମ୍ବା ପ୍ରାୟ 1 ମି. । ଏଗୁଡ଼ିକ ଅଷ୍ଟ୍ରେଲିଆରେ ଦେଖାଯାଆନ୍ତି । ଏମାନଙ୍କର ବିଷ ମନୁଷ୍ୟପାଇଁ ମାରାତ୍ମକ ।
- ବିଶ୍ୱର ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ଅକ୍ଟୋପସ୍ ଓ୍ୱଲଫି ଅକ୍ଟୋପସ୍ ଯାହା ଷ୍ଟାରସକ୍‌ର ପିଗ୍ମି ଭାବେ ଜଣାଶୁଣା । ସେମାନଙ୍କର ସାଧାରଣ ଆକାର ପ୍ରାୟ 1 – 2.5 ସେ.ମି. ଏବଂ ଓଜନ 1ଗ୍ରାମରୁ କମ୍ । ସେଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାୟତଃ ପ୍ରଶାନ୍ତ ମହାସାଗରରେ ଦେଖାଯାଆନ୍ତି ।

ଓଜନ ମାପର ଏକକରେ ରୂପାନ୍ତର:

ଆମେ କହିପାରିବା, 1 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ = 1000 ଗ୍ରାମ୍ (ଗ୍ରା)

$$1 \text{ ଗ୍ରା} = \frac{1}{1000} \text{ କି.ଗ୍ରା.} = 0.001 \text{ କି.ଗ୍ରା.}$$

? 5 ଗ୍ରାମ୍ ଯେ କେତେ କି.ଗ୍ରା. ?

$$5 \text{ ଗ୍ରାମ୍} = \frac{5}{1000} \text{ କି.ଗ୍ରା.} = 0.005 \text{ କି.ଗ୍ରା.}$$

? 10 ଗ୍ରାମ୍ ଯେ କେତେ କି.ଗ୍ରା. ?

$$10 \text{ ଗ୍ରା.} = \frac{10}{1000} \text{ କିଲୋଗ୍ରାମ୍} = \frac{1}{100} \text{ କିଲୋଗ୍ରାମ୍} = 0.010 \text{ କିଲୋଗ୍ରାମ୍}$$

? ଯେହେତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକ ଗ୍ରାମ୍ ଯେ ଏକ କିଲୋଗ୍ରାମ୍‌ର ଏକ ସହସ୍ରାଂଶ, ତେଣୁ, 254 ଗ୍ରା.କୁ ଆମେ ଏପରି ଲେଖିପାରିବା

$$254 \text{ ଗ୍ରା.} = \frac{254}{1000} \text{ କି.ଗ୍ରା.}$$

$$= \left(\frac{200}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000}\right) \text{ କି.ଗ୍ରା.}$$

$$= \left(\frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}\right) \text{ କି.ଗ୍ରା.}$$

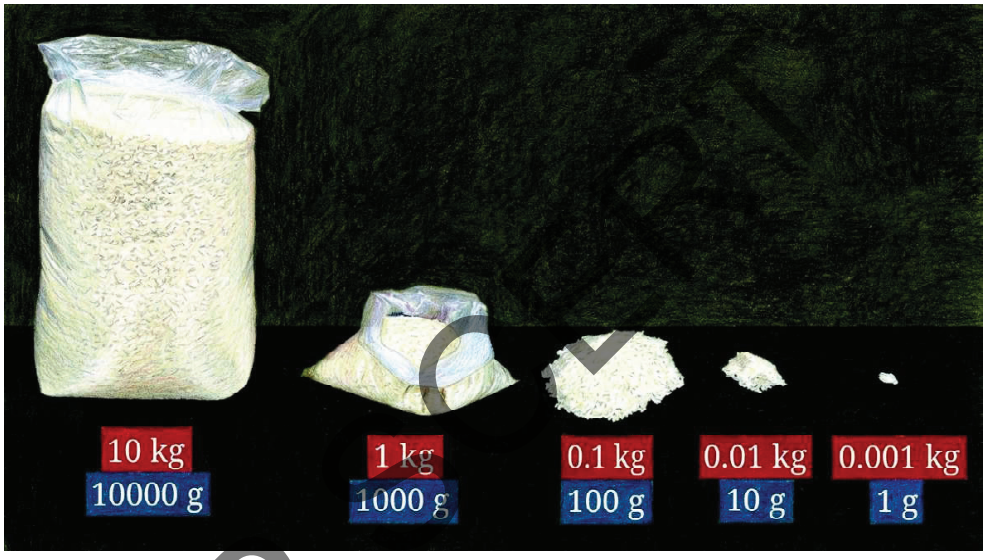
$$= 0.254 \text{ କି.ଗ୍ରା.}$$

AP SCERT

Fill in the blanks below (g <–> kg)

465g = _____	68 g = _____	1560 g = _____
704 g = _____	_____ = 0.56 kg	_____ = 2.5 kg

Look at the picture below showing different quantities of rice. Starting from the 1g heap, subsequent heaps can be found that are 10 times heavier than the previous heap/packets. The combined weight of rice in this picture is 11.111 kg.





Also,

1 gram = 1000 milligrams (mg). So, 1 mg = $\frac{1}{1000}$ g = 0.001 g.

Rupee - Paise conversion

You may have heard of 'paisa'. 100 paise is equal to 1 rupee. As we have coins and notes for rupees, coins for paise were also used commonly until recently. There were coins for 1 paisa, 2 paise, 3 paise, 5 paise, 10 paise, 20 paise, 25 paise, and 50 paise. All denominations of 25 paise and less were removed from use in the year 2011. But we still see paise in bills, account statements, etc.

1 rupee = 100 paise

1 paisa = $\frac{1}{100}$ rupee = 0.01 rupee

As each paisa is one-hundredth of a rupee,

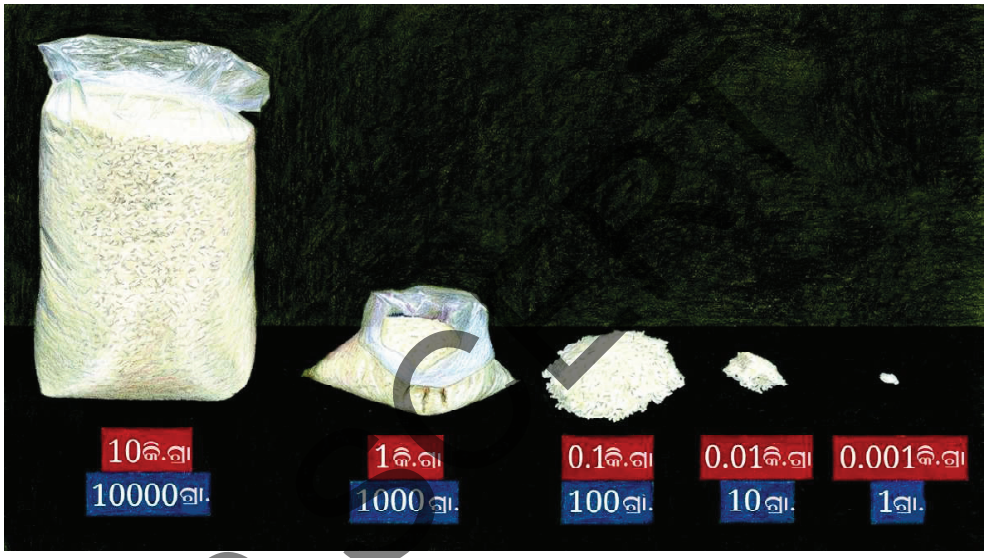
75 paise = $\frac{75}{100}$ rupee

APC

? ନିମ୍ନ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକ ପୂରଣ କର (ଗ୍ରା. <–> କି.ଗ୍ରା.) ।

465 ଗ୍ରା. = _____	68 ଗ୍ରା. = _____	1560 ଗ୍ରା. = _____
704 ଗ୍ରା. = _____	_____ = 0.56 କି.ଗ୍ରା.	_____ = 2.5 କି.ଗ୍ରା.

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ 1 ଗ୍ରା. ଓଜନର ଚାଉଳଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ପରବର୍ତ୍ତୀ ଓଜନର ଚାଉଳର ପରିମାଣ ପୂର୍ବ ପରିମାଣର 10 ଗୁଣ ଓଜନିଆ ଚାଉଳ ପ୍ୟାକେଟ୍ ରଖାଯାଇଛି । ମୋଟ ଚାଉଳର ପରିମାଣ 11.111 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ।



ଆହୁରି ମଧ୍ୟ,

1 ଗ୍ରାମ୍ = 1000 ମିଲିଗ୍ରାମ୍ (ମି.ଗ୍ରା.) ତେଣୁ, 1 ମି.ଗ୍ରା. = $\frac{1}{1000}$ ଗ୍ରା. = 0.001 ଗ୍ରା.

ଟଙ୍କା – ପଇସା ହିସାବରେ ରୂପାନ୍ତର:

ତୁମେ 'ପଇସା' ବିଷୟରେ ଶୁଣିଥିବ, 100 ପଇସା, 1 ଟଙ୍କା ସହିତ ସମାନ, ଆମ ପାଖରେ ଟଙ୍କା ନିମନ୍ତେ ମୁଦ୍ରା ଓ ନୋଟ୍ ଅଛି, ବର୍ତ୍ତମାନ ସୁଦ୍ଧା ଆମେ ପଇସା ପାଇଁ ସାଧାରଣତଃ ମୁଦ୍ରା ବ୍ୟବହାର କରୁ । 1 ପଇସା, 2 ପଇସା, 3 ପଇସା, 5 ପଇସା, 10 ପଇସା, 20 ପଇସା, 25 ପଇସା ଓ 50 ପଇସା ପାଇଁ ମୁଦ୍ରା ଥିଲା । 2011 ମସିହା ଠାରୁ 25 ପଇସା ଏବଂ ତା' ଠାରୁ କମ୍ ମୂଲ୍ୟର ସମସ୍ତ ମୁଦ୍ରାଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାରରୁ ବାଦ ଦିଆଯାଇଛି । କିନ୍ତୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ସୁଦ୍ଧା ବିଲ୍, ଆକାଉଣ୍ଟ ବିବରଣୀ ଆଦିରେ ପଇସା ଲେଖାଥିବାର ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ।

1 ଟଙ୍କା = 100 ପଇସା

1 ପଇସା = $\frac{1}{100}$ ଟଙ୍କା = 0.01 ଟଙ୍କା

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକ ପଇସା ଏକ ଟଙ୍କାର ଏକ ଶତାଂଶ,

75 ପଇସା = $\frac{75}{100}$ ଟଙ୍କା

$$= \left(\frac{70}{100} + \frac{5}{100}\right) \text{rupee}$$

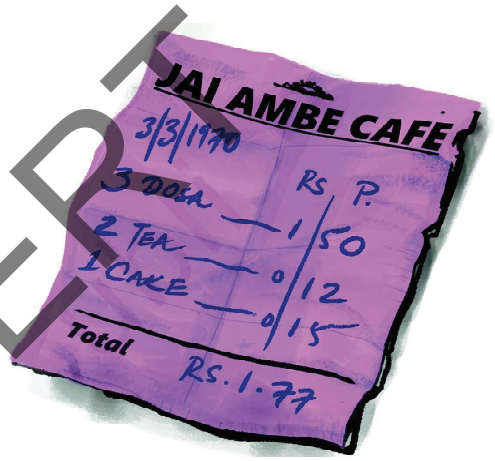
$$= 0.70 + 0.05$$

$$= 0.75 \text{ rupee}$$

Fill in the blanks below (rupee <–> paise):

10 p = _____	_____p = ₹ 0.05	_____p = ₹ 0.36
_____p = ₹ 0.50	99 p = _____	250 p = _____

During the 1970s, a masala dosa cost just 50 paise, one could buy a banana for 20-25 paise, a handful of peppermints were available for 2 paise or 3 paise, and a kg of rice cost ₹2.45.



Discuss with adults at home/school the prices of different products and services during their childhood. Try to find old coins and stamps.



Try This

3.5 Locating and Comparing Decimals

Let us consider the decimal number 1.4. It is equal to 1 unit and 4 tenths. This means that the unit between 1 and 2 is divided into 10 equal parts, and 4 such parts are taken. Hence, 1.4 lies between 1 and 2.

© APSCERT

$= \left(\frac{70}{100} + \frac{5}{100}\right)$ ଟଙ୍କା।

= 0.70 + 0.05 ଟଙ୍କା।

= 0.75 ଟଙ୍କା।

ନିମ୍ନ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର (ଟଙ୍କା <–> ପଇସା) ।

10 ପଇସା = _____	_____ ପଇସା = ₹ 0.05	_____ ପଇସା = ₹ 0.36
_____ = ₹ 0.50	99 ପଇସା = _____	250 ପଇସା = _____

1970 ମସିହାରେ ଏକ ମସଲା ଦୋସାର ମୂଲ୍ୟ ମାତ୍ର 50 ପଇସା, 20-25 ପଇସାରେ ଗୋଟିଏ କଦଳୀ, 2 ପଇସା କିମ୍ବା 3 ପଇସାରେ ମୁଠାଏ ଚକୋଲେଟ୍ ଏବଂ ₹2.45 ରେ ଏକ କିଗ୍ରା ଚାଉଳ ଉପଲବ୍ଧ ଥିଲା ।



ଘରେ/ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ବୟସ୍କମାନଙ୍କର ପିଲାଦିନରେ ଉପଲବ୍ଧ ବିଭିନ୍ନ ସାମଗ୍ରୀର ମୂଲ୍ୟ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କର । ପୁରୁଣା ମୁଦ୍ରା ଏବଂ ଟିକେଟ ସଂଗ୍ରହ କର ।



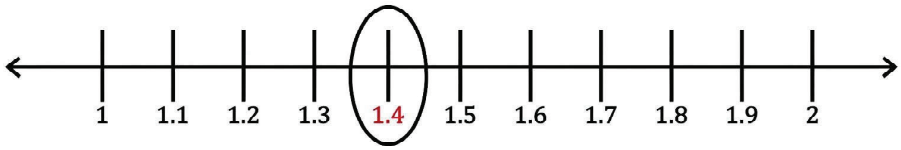
ଚେଷ୍ଟାକର

3.5 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଚିହ୍ନଟ ଓ ତୁଳନା:

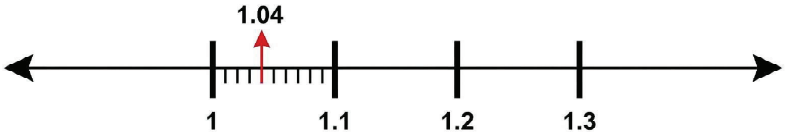
ଆସ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା 1.4 କୁ ବିଚାରକୁ ନେବା । ଏହ 1 ଏକକ ଏବଂ 4 ଦଶାଂଶ ସହିତ ସମାନ । ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ 1 ଓ 2 କୁ 10 ସମାନ ଭାଗରେ ଭାଗ କରି 4 ସମାନ ଭାଗ ନିଆଯାଏ ତେଣୁ 1 ଓ 2 ମଧ୍ୟରେ 1.4 ରହେ ।

APSCERT

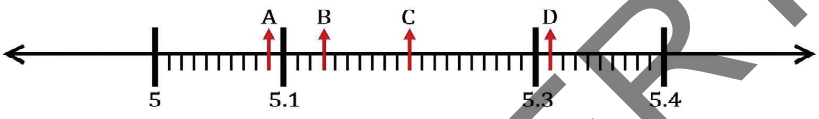
Draw the number line and divide the unit between 1 and 2 into 10 equal parts. Take the fourth part, and we have 1.4 on the number line.



Name all the divisions between 1 and 1.1 on the number line.



Identify and write the decimal numbers against the letters.



There is Zero Dilemma!

Karthik says that 0.2 can also be written as 0.20, 0.200; Dhanyasri thinks that putting zeros on the right side may alter the value of the decimal number. What do you think?

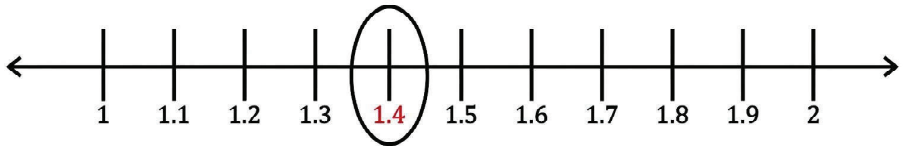
We can figure this out by looking at the quantities these numbers represent using place value.

Decimal number	Units	Tenths	Hundredths	Thousandths
0.2	0	2		
0.20	0	2	0	
0.200	0	2	0	0
0.02	0	0	2	
0.002	0	0	0	2

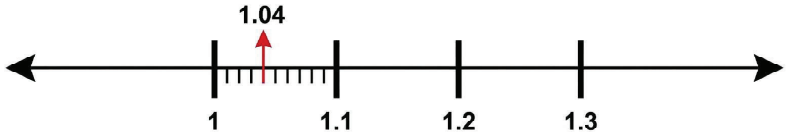
We can see that 0.2, 0.20, and 0.200 are all equal as they represent the same quantity, i.e., 2 tenths. But 0.2, 0.02, and 0.002 are different.

AP SCERT

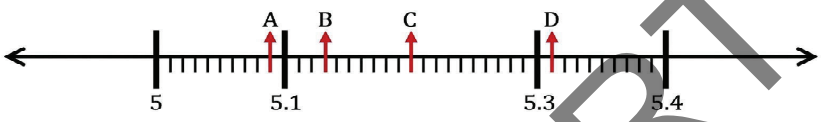
ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଅଙ୍କନ କର 1 ଏବଂ 2 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଏକକକୁ 10 ଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କର । ଚତୁର୍ଥ ଭାଗଟିକୁ ନିଅ, ଏବଂ ଆମେ 1.4 ସଂଖ୍ୟାଟି ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ଉପରେ ପାଇବା ।



? ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ 1 ଓ 1.1 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ଭାଗଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।



? ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଥିବା ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକର ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ କର ଏବଂ ଲେଖ ।



ଶୂନ୍ୟ (୦) ର ଦ୍ୱିଧା!

? କାର୍ତ୍ତିକ କହିଲା ଯେ 0.2 କୁ ମଧ୍ୟ 0.20, 0.200 ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ, ଧନ୍ୟାଶ୍ରୀ ଭାବିଲା ଯେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଶୂନ ଲେଖିଲେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ମୂଲ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୋଇପାରେ । ତୁମେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ?

ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଚିହ୍ନଟ କରୁଥିବା ପରିମାଣଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖି ଆମେ ଏହା ଜାଣିପାରିବା ।

ଦଶାଂଶ ସଂଖ୍ୟା	ଏକକ	ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ	ସହସ୍ରାଂଶ
0.2	0	2		
0.20	0	2	0	
0.200	0	2	0	0
0.02	0	0	2	
0.002	0	0	0	2

ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ 0.2, 0.20 ଓ 0.200 ସମସ୍ତ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସମାନ, ଯେହେତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ 2 ଦଶାଂଶକୁ ସୂଚାଏ । କିନ୍ତୁ 0.2, 0.02 ଏବଂ 0.002 ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

AP SCERT

Can you tell which of these is the smallest and which is the largest?

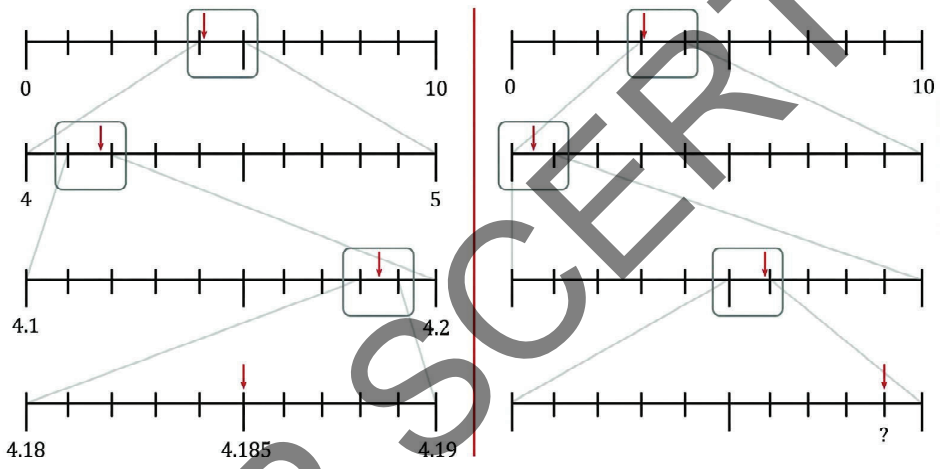


Figure it Out - 3.4

1. Which of these are the same: 4.5, 4.05, 0.405, 4.050, 4.50, 4.005, 04.50?

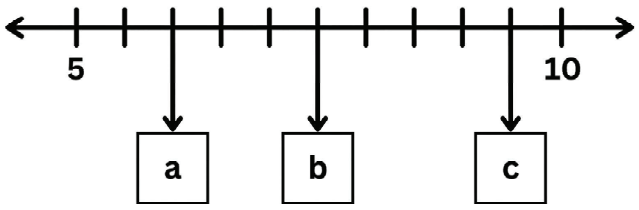
   Observe the number lines in Figure (a) below. At each level, a particular segment of the number line is magnified to locate the number 4.185.

2. Identify the decimal number in the last number line in Figure (b) denoted by '?'.



3. Make such number lines for the decimal numbers: (a) 9.876 (b) 0.407 .

4. a) In the number line shown below, what decimal numbers do the boxes labelled 'a', 'b', and 'c' denote?



The box with 'b' corresponds to the decimal number 7.5; are you able to see how? There are 5 units between 5 and 10, divided into 10 equal parts. Hence, every 2 divisions make a unit, and so every division is $\frac{1}{2}$ unit. What numbers do 'a' and 'c' denote?

AP SCERT

? ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଟି କ୍ଷୁଦ୍ରତର ଏବଂ କେଉଁଟି ବୃହତ୍ତର କହିପାରିବ କି ?

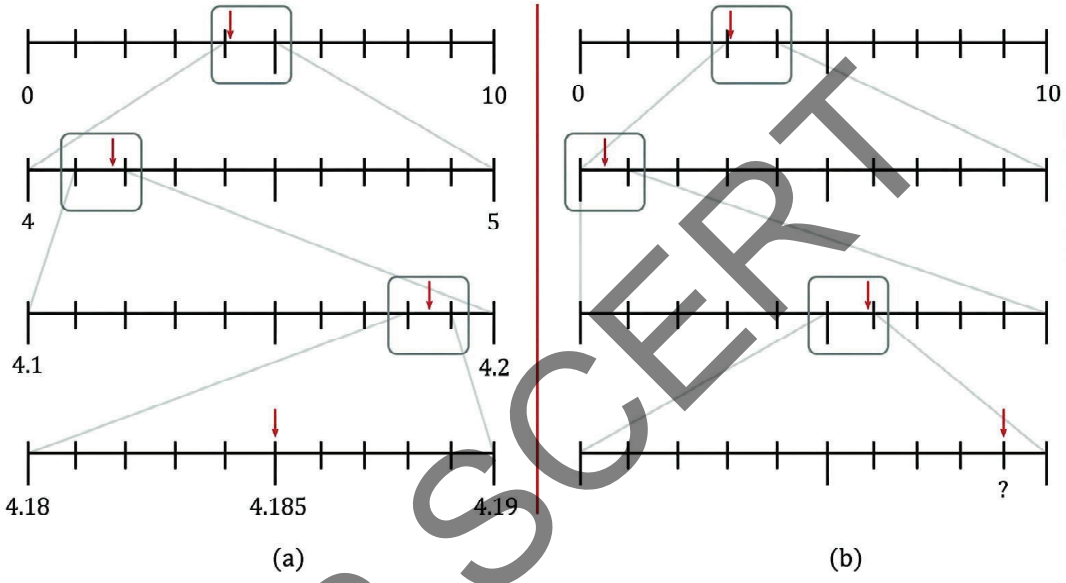


ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 3.4

1. ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଅଟନ୍ତି: 4.5, 4.05, 0.405, 4.050, 4.50, 4.005, 04.50?

   ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର (a) ରେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଦେଖ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାଗକୁ ବିସ୍ତାରିତ କରାଯାଇ ସଂଖ୍ୟା 4.185 କୁ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି ।

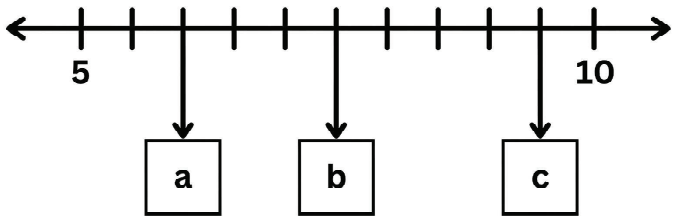
2. ଚିତ୍ର (b) ର ଶେଷ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ '?' ସୂଚିତ ଅଂଶଟି କେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ ?



3. ନିମ୍ନ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଏହିଭଳି ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଚିହ୍ନଟ କର:

   (a) 9.876 (b) 0.407

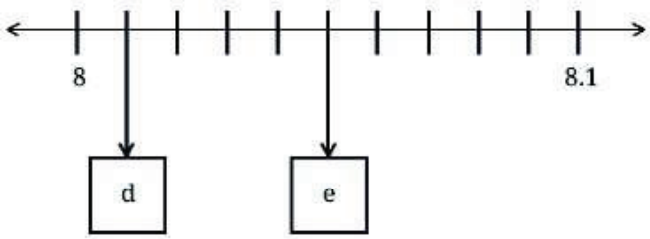
4. (a) ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ 'a', 'b' ଓ 'c' କୋଠରୀଗୁଡ଼ିକ କେଉଁ କେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚିତ କରେ ଲେଖ ।

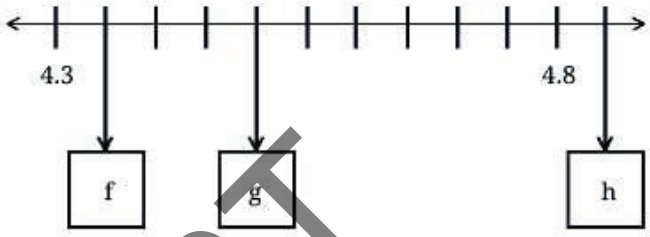


'b' କୋଠରୀଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା 7.5 କୁ ସୂଚିତ କରେ । ଏହା କିପରି ଦେଖିପାରୁଛ ? ଏଠାରେ 5 ଏକକକୁ, 5 ଓ 10 ମଧ୍ୟରେ ସମାନ 10 ଭାଗ କରାଯାଇଅଛି, ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ 2 ଭାଗ ଏକ ଏକକ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକ ଭାଗ $\frac{1}{2}$ ଏକକ ଅଟେ । 'a' ଓ 'c' କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚିତ କରେ ?

AP SCERT

b) Using similar reasoning find out the decimal numbers in the boxes below.



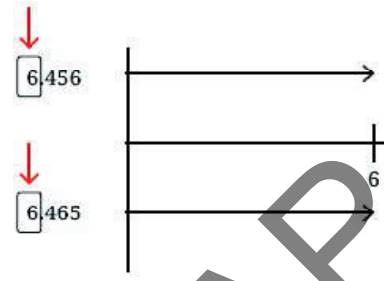
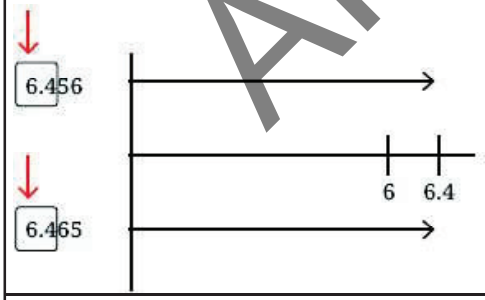
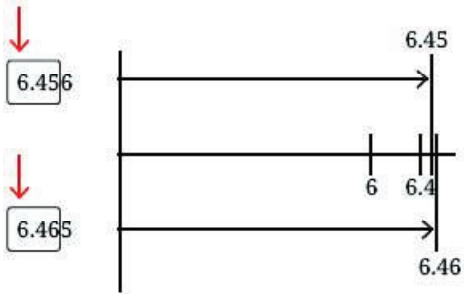


Which is larger: 6.456 or 6.465?

To answer this, we can use the number line to locate both decimal numbers and show which is larger.

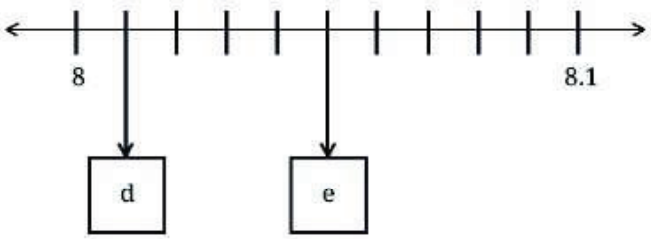
This can also be done by comparing the corresponding digits at each place value, as we do with whole numbers.

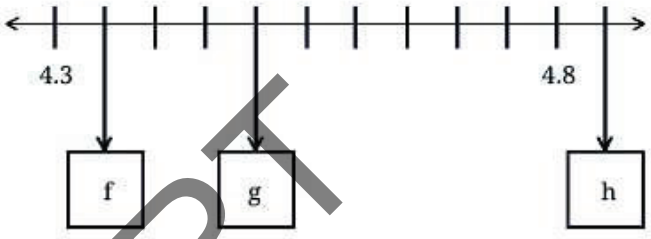
This comparison is visualised step by step below. Note that the visualisation below is not to scale.

	Both numbers have 6 units.
	Both numbers have 6 units and 4 tenths.
	Both numbers have 6 units and 4 tenths, but the first number has only 5 hundredths, where as the second number has 6 hundredths.

APSCERT

b) ସେହିଭଳି ସମାନ ଯୁକ୍ତି ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନରେ ଥିବା କୋଠରୀଗୁଡ଼ିକର ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଖୋଜି ବାହାର କର ।



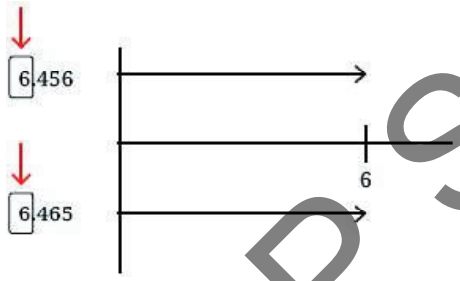
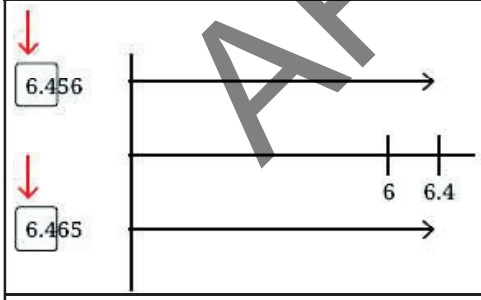
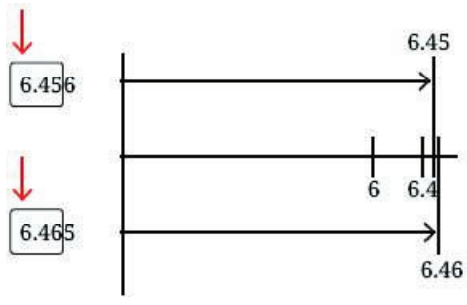


? କେଉଁଟି ବଡ଼: 6.456 କିମ୍ବା 6.465 ?

ଏହାର ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ସେଥିରେ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସ୍ଥାପନ କଲେ କେଉଁଟି ବଡ଼ ସୂଚାଇ ହେବ ।

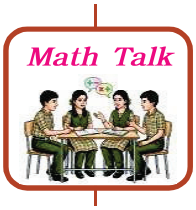
ଏହାକୁ ମଧ୍ୟ ଆମେ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନର ତୁଳନା ମାଧ୍ୟମରେ କେଉଁଟି ବଡ଼ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା । ଯାହାକି ଆମେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ କରିଥାଉ ।

ଏହି ତୁଳନାକୁ ନିମ୍ନମତେ ସୋପାନ ଅନୁଯାୟୀ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଅଛି ।

	ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାରେ 6 ଏକକ ରହିଛି ।
	ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାରେ 6 ଏକକ ଏବଂ 4 ଦଶାଂଶ ରହିଛି ।
	ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାରେ 6 ଏକକ ଏବଂ 4 ଦଶାଂଶ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ସମାନ ମାତ୍ର ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାରେ ଶତାଂଶ ସ୍ଥାନରେ 5 ଥିଲାବେଳେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଶତାଂଶ ସ୍ଥାନର 6 ଅଛି ।

AP SCERT

We start by comparing the most significant digits (digits with the highest place value) of the two numbers. If the digits are the same, we compare the next smaller place value. We keep going till we find a position where the digits are not equal. The number with the larger digit at this position is the greater of the two.



? Why can we stop comparing at this point? Can we be sure that whatever digits are there after this will not affect our conclusion?

Which decimal number is greater?

(a) 1.23 or 1.32

(b) 3.81 or 13.800

(c) 1.009 or 1.090

Closest Decimals

Consider the decimal numbers 0.9, 1.1, 1.01, and 1.11. Identify the decimal number that is closest to 1.

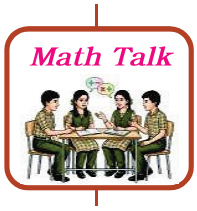
Let us compare the decimal numbers. Arranging these in ascending order, we get $0.9 < 1 < 1.01 < 1.1 < 1.11$. Among the neighbours of 1, 1.01 is 1/100 away from 1 whereas 0.9 is 10/100 away from 1. Therefore, 1.01 is closest to 1.

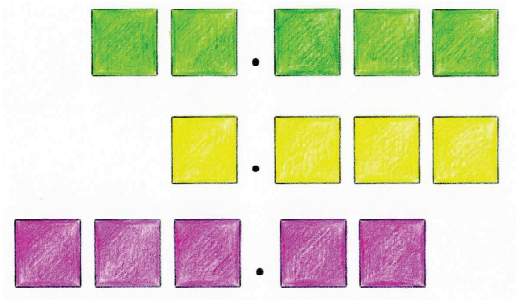
? Which of the above is closest to 1.09?

? Which among these is closest to 4: 3.56, 3.65, 3.099?

? Which among these is closest to 1: 0.8, 0.69, 1.08?

? In each case below use the digits 4, 1, 8, 2, and 5 exactly once and try to make a decimal number as close as possible to 25.





AP SCERT

ଆମେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ସବୁଠାରୁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କ (ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଅନୁଯାୟୀ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ମୂଲ୍ୟ) ତୁଳନା କରି ଆରମ୍ଭ କରୁ । ଯଦି ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ସମାନ, ତେବେ ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଛୋଟ ସ୍ଥାନୀୟମୂଲ୍ୟ ତୁଳନା କରୁ । ଆମେ ଏପରି ଏକ ସ୍ଥାନ ପାଇବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଜାରି ରଖୁ । ଯେଉଁଠାରେ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ନଥାଏ । ବଡ଼ ଅଙ୍କ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି ସ୍ଥିର କରାଯାଏ ।

? ଏହି ଅବସ୍ଥାରେ ଆମେ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନାକୁ ବନ୍ଦ କରିବା କାହିଁକି ? ଆମେ ନିଶ୍ଚିତ ଯେ ଏହାପରେ ଥିବା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଆମ ଉତ୍ତରକୁ ପ୍ରଭାବିତ କରିବ ନାହିଁ ।



କେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଟି ବଡ଼ ?

(a) 1.23 କିମ୍ବା 1.32

(b) 3.81 କିମ୍ବା 13.800

(c) 1.009 କିମ୍ବା 1.090

ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା:

ବର୍ତ୍ତମାନ 0.9, 1.1, 1.01, ଏବଂ 1.11 ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏହି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି 1 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ । ଆସ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ତୁଳନା କରିବା । ଉପରୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଆରୋହଣ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖିଲେ $0.9 < 1 < 1.01 < 1.1 < 1.11$, ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 1 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ 1.01, 1 ଠାରୁ 1/100 ଅଧିକ, ମାତ୍ର 0.9, 1 ଠାରୁ 10 /100 ସାନ, ତେଣୁ, 1 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ହେଉଛି 1.01 ।

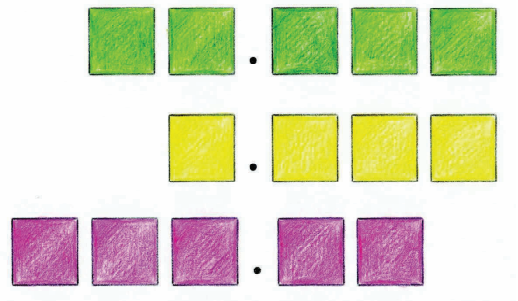
? ଉପରୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି 1.09 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ?

? ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି 4 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ: 3.56, 3.65, 3.099?

? 0.8, 0.69, 1.08 ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି 1 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ?

? ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯିବା 4, 1, 8, 2 ଓ 5 ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଥରେମାତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯେପରିକି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 25 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ହେବା ସମ୍ଭବ ହେବ ।





AP SCERT

3.6 Addition and Subtraction of Decimals

Lakshmi requires 2.7 m of cloth for her skirt, and Devi requires 3.5m for her kurti. What is the total quantity of cloth needed?

We have to find the sum of 2.7m + 3.5m.

Earlier, we saw how to add $2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10}$ (also shown below). Can you carry out the same addition using decimal notation? It is shown below.

Share your observations.

The total quantity of cloth needed is 6.2 m.

$$2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10} = 5\frac{12}{10} = 6\frac{2}{10}$$

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 2.7 \\ +3.5 \\ \hline = 6.2 \end{array}$$

How much longer is Priya's cloth compared to Lakshmi's?

We have to find the difference of 3.5m – 2.7m. Again, observe how the differences $3\frac{5}{10} - 2\frac{7}{10}$ and 3.5m – 2.7m are computed.

$$3\frac{5}{10} \longrightarrow 2\frac{15}{10}$$

$$\begin{array}{r} -2\frac{7}{10} \\ \hline = 0\frac{8}{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} -2\frac{7}{10} \\ \hline \end{array}$$

$$3.5 \longrightarrow {}^{2}\not{3}{}^{1}.5$$

$$\begin{array}{r} -2.7 \\ \hline = 0.8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -2.7 \\ \hline \end{array}$$

As you can see, the standard procedure for adding and subtracting whole numbers can be used to add and subtract decimals.

A detailed view of the underlying place value calculation is shown below for the sum 75.345 + 86.691. Its compact form is shown next to it.

APSCERT

3.6 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ

ଲକ୍ଷ୍ମୀ ତା ର ସ୍କର୍ଟ ତିଆରି ପାଇଁ 2.7 ମି. ଓ ପ୍ରିୟାର କୁର୍ତ୍ତୀ ତିଆରି ପାଇଁ 3.5 ମି. କପଡ଼ା ଦରକାର କରନ୍ତି । ତେବେ ସ୍କର୍ଟ ଓ କୁର୍ତ୍ତୀ ତିଆରି ପାଇଁ ମୋଟ କେତେ କପଡ଼ା ଆବଶ୍ୟକ ?

ଆମକୁ 2.7 ମିଟର + 3.5 ମିଟରର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ । ପୂର୍ବରୁ ଆମେ $2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10}$ ର ଯୋଗ ଜାଣିଛୁ (ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଇଲା ଭଳି) । ତୁମେ ଯୋଗର ସେହି ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ କରିପାରିବା କି ?

ତୁମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣଗୁଡ଼ିକୁ ଚର୍ଚ୍ଚାକର ।

ସମୁଦାୟ 6.2 ମି. କପଡ଼ା ଆବଶ୍ୟକ ହେବ ।

$$2\frac{7}{10}$$
$$+\ 3\frac{5}{10}$$
$$= 5\frac{12}{10}$$
$$= 6\frac{2}{10}$$

$$\overset{1}{2}.7$$
$$+3.5$$
$$= 6.2$$

ଲକ୍ଷ୍ମୀ ଅପେକ୍ଷା ପ୍ରିୟାର କପଡ଼ାର ପରିମାଣ କେତେ ଅଧିକ ?

ଏଠାରେ 3.5 ମି. – 2.7 ମି. ର ପ୍ରଭେଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ । ପୁଣି, $3\frac{5}{10} - 2\frac{7}{10}$ ଓ 3.5 ମି. – 2.7 ମି.ର ପ୍ରଭେଦ କିପରି ଗଣନା କରାଯାଏ ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ।

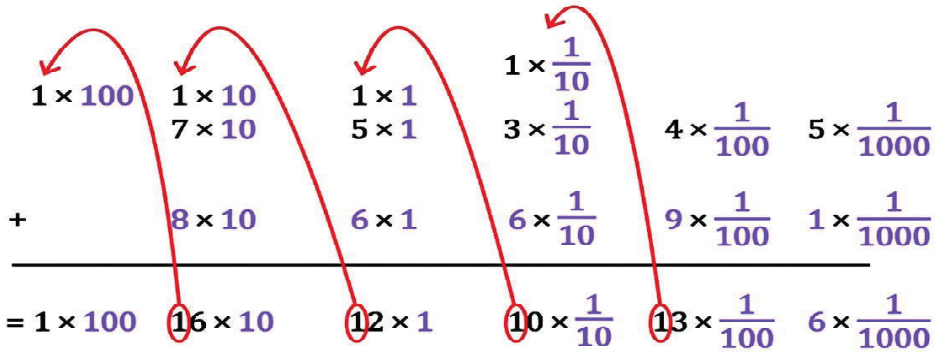
$$3\frac{5}{10} \longrightarrow 2\frac{15}{10}$$
$$-2\frac{7}{10} \quad -2\frac{7}{10}$$
$$= 0\ \frac{8}{10}$$

$$3.5 \longrightarrow \overset{2}{\not{3}}.\overset{1}{5}$$
$$-\ 2.7 \quad -\ 2.7$$
$$= 0.8$$

ଯେପରି ତୁମେମାନେ ଦେଖିପାରୁଛ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ ଏବଂ ବିୟୋଗ କରିବାର ମାନକ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ଏବଂ ବିୟୋଗ ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ।

75.345 + 86.691 ର ଯୋଗଫଳ ପାଇଁ ଏହାର ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଗଣନାର ଏକ ବିସ୍ତୃତ ରୂପ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଏହାର ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ରୂପ ଏହା ପାଖରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

AP SCERT



$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ 1} \\ 75.345 \\ +86.691 \\ \hline =162.036 \end{array}$$

Write the detailed place value computation for 84.691 – 77.345, and its compact form.

Try This



Figure it Out - 3.5

1. Find the sums
   (a) 5.3 + 2.6 (b) 18 + 8.8
   (c) 2.15 + 5.26 (d) 9.01 + 9.10
   (e) 29.19 + 9.91 (f) 0.934 + 0.6
   (g) 0.75 + 0.03 (h) 6.236 + 0.487
2. Find the differences
   (a) 5.6 – 2.3 (b) 18 – 8.8
   (c) 10.4 – 4.5 (d) 17 – 16.198
   (e) 17 – 0.05 (f) 34.505 – 18.1
   (g) 9.9 – 9.09 (h) 6.236 – 0.487

Decimal Sequences

Observe this sequence of decimal numbers and identify the change after each term.

4.4, 4.8. 5.2, 5.6, 6.0, ...

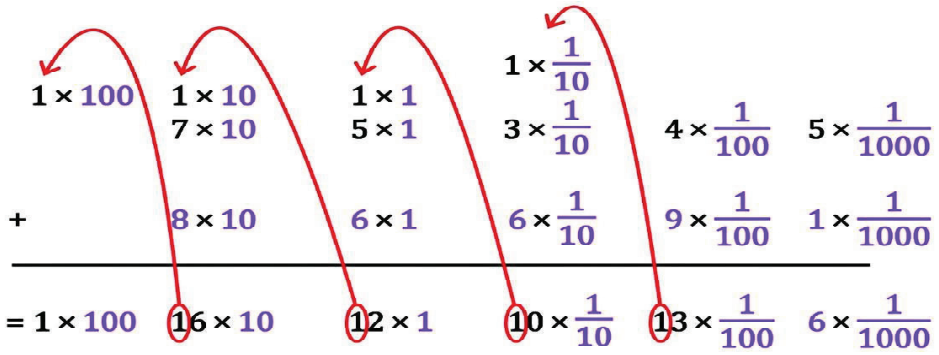
We can see that 0.4 is being added to a term to get the next term.

Continue this sequence and write the next 3 terms.

Similarly, identify the change and write the next 3 terms for each sequence given below. Try to do this computation mentally.

(a) 4.4, 4.45, 4.5, ... (b) 25.75, 26.25, 26.75, ...
(c) 10.56, 10.67, 10.78, ... (d) 13.5, 16, 18.5, ...
(e) 8.5, 9.4, 10.3, ... (f) 5, 4.95, 4.90, ...
(g) 12.45, 11.95, 11.45, ... (h) 36.5, 33, 29.5, ...

APSCERT



$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ 1} \\ 75.345 \\ +86.691 \\ \hline =162.036 \end{array}$$

? 84.691 – 77.345 କୁ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଅନୁଯାୟୀ ବିସ୍ତୃତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ବିୟୋଗ କରି ବିୟୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପଣାଳୀରେ ବିୟୋଗ କର । ଉଭୟ କ୍ଷେତରେ ବିୟୋଗଫଳର ତୁଳନା କର ।



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 3.5

ଚେଷ୍ଟାକର

1. ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
   (a) 5.3 + 2.6 (b) 18 + 8.8
   (c) 2.15 + 5.26 (d) 9.01 + 9.10
   (e) 29.19 + 9.91 (f) 0.934 + 0.6
   (g) 0.75 + 0.03 (h) 6.236 + 0.487
2. ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
   (a) 5.6 – 2.3 (b) 18 – 8.8
   (c) 10.4 – 4.5 (d) 17 – 16.198
   (e) 17 – 0.05 (f) 34.505 – 18.1
   (g) 9.9 – 9.09 (h) 6.236 – 0.487

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମ:

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମଟିକୁ ଦେଖ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ କେତେ ଅଛି କୁହ ।

4.4, 4.8. 5.2, 5.6, 6.0, ...

ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଯେ ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରେ 0.4 ଯୋଗ କଲେ ତା' ପର ସଂଖ୍ୟାଟି ମିଳେ ।

? ଏହି କ୍ରମରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ 3 ଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

? ସେହିପରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାକ୍ରମଗୁଡ଼ିକର ପଦଗୁଡ଼ିକ ଯେଉଁ କ୍ରମରେ ଅଛନ୍ତି ସେହି କ୍ରମ ଅନୁଯାୟୀ ପରବର୍ତ୍ତୀ 3 ଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ । ଏହାକୁ ମାନସିକ ଭାବେ ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

(a) 4.4, 4.45, 4.5, ... (b) 25.75, 26.25, 26.75, ...
(c) 10.56, 10.67, 10.78, ... (d) 13.5, 16, 18.5, ...
(e) 8.5, 9.4, 10.3, ... (f) 5, 4.95, 4.90, ...
(g) 12.45, 11.95, 11.45, ... (h) 36.5, 33, 29.5, ...

AP SCERT

? Make your own sequences and challenge your classmates to extend the pattern.

Estimating Sums and Differences

Karhik has observed sums and differences of decimal numbers and says, "If we add two decimal numbers, then the sum will always be greater than the sum of their whole number parts. Also, the sum will always be less than 2 more than the sum of their whole number parts."

Let us use an example to understand what his claim means:

If the two numbers to be added are 25.936 and 8.202, the claim is that their sum will be greater than 25 + 8 (whole number parts) and will be less than 25 + 1 + 8 + 1.

? What do you think about this claim? Verify if this is true for these numbers. Will it work for any 2 decimal numbers?

? What about for the sum of 25.93603259 and 8.202?

? Similarly, come up with a way to narrow down the range of whole numbers within which the difference of two decimal numbers will lie.

Note to the Teacher: Estimating the result before computing may help in identifying if a mistake happens with the calculation.

AP SCERT

3.7 More on the Decimal System

Decimal and Measurement Disasters

Decimal point and unit conversion mistakes may seem minor sometimes but they can lead to serious problems. Here are some actual incidents in which such errors caused major issues.

? In 2013, the finance office of Amsterdam City Council (Netherlands) mistakenly sent out €188 million in housing benefits instead of the intended €1.8 million due to a programming error that processed payments in euro cents instead of euros. (1 euro-cent = 1/100 euro).

(?) ତୁମେ ନିଜେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି, ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ କ୍ରମ ଲେଖିବାକୁ ଆହ୍ୱାନ କର ।

ଯୋଗଫଳ ଏବଂ ବିୟୋଗଫଳର ଆକଳନ:

କାର୍ତ୍ତିକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ଓ ବିୟୋଗଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ନିରୀକ୍ଷଣ କରୁଥିଲା ଏବଂ କହିଲା ''ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶଟି ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶ ଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ ଠାରୁ ସର୍ବଦା ବଡ଼ ହେବ, ଏବଂ ଏହି ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ସେମାନଙ୍କର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶର ସମଷ୍ଟି ଠାରୁ 2 ଅଧିକ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ ମଧ୍ୟ କମ୍ ହେବ ।''

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 25.936 ଏବଂ 8.202 ର ଯୋଗଫଳର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶ, 25 + 8 (ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶ) ଠାରୁ ଅଧିକ ହେବ ଏବଂ 25 + 1 + 8 + 1 ଠାରୁ କମ୍ ହେବ ।

(?) ଏ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ତୁମେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ? ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ଏହା ସତ କି ନୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କର ? ଏହା ଯେକୌଣସି 2ଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ?

(?) 25.93603259 ଓ 8.202 ର ଯୋଗଫଳ କଣ ହେବ ?

(?) ସେହିଭଳି ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗଫଳ କେଉଁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ପରିସର ମଧ୍ୟରେ ରହିବ ତାହା ଜାଣିବାର ଏକ ଉପାୟ ବାହାର କର ।

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା: ଗଣନା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଫଳାଫଳର ପୂର୍ବାନୁମାନ କଲେ ଏହାର ଫଳାଫଳ ଭୁଲ କି ଠିକ୍ ଚିହ୍ନଟ କରିବାରେ ସହାୟକ ହେବ ।

3.7 ଦଶମିକ ପ୍ରଣାଳୀ ବିଷୟରେ ଅଧିକ ତଥ୍ୟ

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ମାପର ଏକକ ବ୍ୟବହାରରେ ତ୍ରୁଟି:

ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଓ ମାପର ଏକକ ରୂପାନ୍ତରରେ ହେଉଥିବା ଭୁଲଗୁଡ଼ିକ ବେଳେବେଳେ ସାମାନ୍ୟ ମନେ ହୁଏ କିନ୍ତୁ ଏହା ଗମ୍ଭୀର ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କରିପାରେ । ଏଠାରେ କିଛି ପ୍ରକୃତରେ ଘଟିଥିବା ଘଟଣା ଲେଖାଅଛି । ଯେଉଁଥିରେ ଏପରି ତ୍ରୁଟି ପ୍ରମୁଖ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କରିଥିଲା ।

(?) 2013 ମସିହାରେ ଆମ୍ଷ୍ଟର୍ଡାମ୍ ସହର କାଉନ୍ସିଲ୍ (ନେଦେର୍ଲ୍ୟାଣ୍ଡ୍)ର ଆର୍ଥିକ କାର୍ଯ୍ୟାଳୟରେ ଭୁଲ୍‌ବଶତଃ 1.8 ନିୟୁତ ୟୁରୋ ବଦଳରେ 188 ନିୟୁତ ୟୁରୋ ଗୃହ ନିର୍ମାଣ ପାଇଁ ସହାୟତା ରାଶି ଦେଇଥିଲେ । କାରଣ ଏହାର ପ୍ରୋଗ୍ରାମିଂ ତ୍ରୁଟି ଥିଲା । ଯାହା ୟୁରୋ ବଦଳରେ ୟୁରୋ ସେଣ୍ଟରେ ଦେବାର ପ୍ରକ୍ରିୟାକରଣ କରୁଥିଲା (1 ୟୁରୋ – ସେଣ୍ଟ୍ = 1/100 ୟୁରୋ) ।

AP SCERT

In 1983, a decimal error nearly caused a disaster for an Air Canada Boeing 767. The ground staff miscalculated the fuel, loading 22,300 pounds instead of kilograms—about half of what was needed (1 pound ~ 0.453 kg). The plane ran out of fuel mid-air, forcing the pilots to make an emergency landing at an abandoned airfield. Fortunately, everyone survived.

Several incidents have occurred due to incorrect reading of decimal numbers while giving medication. For example, reading 0.05 mg as 0.5 mg can lead to using a medicine 10 times more than the prescribed quantity. It is therefore important to pay attention to units and the location of the decimal point.

Deceptive Decimal Notation

Lavanya gets a message: "The bus will reach the station 4.5 hours post noon." When will the bus reach the station: 4:05 p.m., 4:50 p.m., 4:25 p.m.?

None of these! Here, 0.5 hours means splitting an hour into 10 equal parts and taking 5 parts out of it. Each part will be 6 minutes (60 minutes/10) long. 5 such parts make 30 minutes. So, the bus will reach the station at 4:30.

Here is a short-story of a decimal mishap: A girl measures the width of an opening as 2 ft 5 inches but conveys to the carpenter to make a door 2.5 ft wide. The carpenter makes a door of width 2 ft 6 inches (since 1 ft = 12 inches, 0.5 ft = 6 inches), and it wouldn't close fully.



AP SCERT

1983 ମସିହାରେ ଥରେ ଏକ ଦଶମିକ ତ୍ରୁଟି ଏୟାର୍ କାନଡ଼ା କମ୍ପାନୀ ବୋଇଙ୍ଗ୍ 767 ପାଇଁ ବିପଦ ଆଣିଥିଲା । ବିମାନ ବନ୍ଦର କର୍ମଚାରୀ ଇନ୍ଧନର ଭୁଲ୍, ହିସାବ ଦେଇ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ପରିମାଣର ପ୍ରାୟ 22,300 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ବଦଳରେ ପାଉଣ୍ଡ ଇନ୍ଧନ ଭରିଦେଲା(1 ପାଉଣ୍ଡ ~ 0.453 କି.ଗ୍ରା.) । ଯାହା ଫଳରେ ବିମାନଟିର ଇନ୍ଧନ ମଝି ଆକାଶରେ ସରିଗଲା । ଫଳରେ ବିମାନ ଚାଳକ ଏକ ପରିତ୍ୟକ୍ତ ସ୍ଥାନରେ ବିମାନର ଜରୁରୀକାଳୀନ ଅବତରଣ କରିବାକୁ ବାଧ ହେଲେ । ସୌଭାଗ୍ୟବଶତଃ ସମସ୍ତ ଯାତ୍ରୀ ସୁରକ୍ଷିତ ରହିଲେ ।

ଔଷଧ ଦେବା ସମୟରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭୁଲ୍ ପଠନ ଯୋଗୁଁ ମଧ୍ୟ ଅନେକ ଦୁର୍ଘଟଣା ଘଟିଛି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 0.05 ମିଲିଗ୍ରାମ୍‌କୁ 0.5 ମିଲିଗ୍ରାମ୍ ଭାବରେ ପଢ଼ିବା ଦ୍ୱାରା ଆବଶ୍ୟକ ପରିମାଣ ଠାରୁ 10 ଗୁଣ ଅଧିକ ଔଷଧ ବ୍ୟବହାର ହୋଇପାରେ । ତେଣୁ, ଏକକ ଓ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନ ପ୍ରତି ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଅତ୍ୟନ୍ତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ।

ଭ୍ରାନ୍ତିକର ଦଶମିକ ସଂକେତ

ଲାବଣ୍ୟ ଏକ ବାର୍ତ୍ତା ପାଇଲା: ବସ୍ ମଧ୍ୟାହ୍ନର 4.5 ଘଣ୍ଟା ପରେ ଷ୍ଟେସନ୍‌ରେ ପହଞ୍ଚିବ । ତେବେ ବସ୍‌ଟି କେତେବେଳେ ଷ୍ଟେସନ୍‌ରେ ପହଞ୍ଚିବ: ଅପରାହ୍ନ 4:05, ଅପରାହ୍ନ 4:50, ଅପରାହ୍ନ 4:25 ?

ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହଁ! ଏଠାରେ 0.5 ଘଣ୍ଟା ଅର୍ଥାତ୍ ଏକ ଘଣ୍ଟାକୁ 10 ସମାନ ଭାଗ କରି ସେଥିମଧ୍ୟରୁ 5 ସମାନ ଭାଗ ନେବା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶ 6 ମିନିଟ୍ (60 ମିନିଟ୍ /10) ଏହିପରି 5 ସମାନ ଭାଗ ଅର୍ଥାତ୍ 30 ମିନିଟ୍ । ତେଣୁ ବସ୍‌ଟି 4:30ରେ ପହଞ୍ଚିବ ।

ଏଠାରେ ଏକ ଦଶମିକ ତ୍ରୁଟିର କାହାଣୀ ଅଛି: ଜଣେ ଝିଅ ଏକ ଦୁଆର ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଖୋଲା ସ୍ଥାନର ପ୍ରସ୍ଥ 2 ଫୁଟ 5 ଇଞ୍ଚ ମାପିଲା କିନ୍ତୁ ସେ ଏକ ବଢ଼େଇକୁ 2.5 ଫୁଟ ଚଉଡ଼ାର ଏକ ଦୁଆର ତିଆରି କରିବାକୁ କହିଲା । ବଢ଼େଇଟି 2 ଫୁଟ 6 ଇଞ୍ଚ୍ ଚଉଡ଼ାର କବାଟଟିଏ ତିଆରି କଲା । (1 ଫୁଟ = 12 ଇଞ୍ଚ୍, 0.5 ଫୁଟ = 6 ଇଞ୍ଚ୍) ଏଣୁ କବାଟଟି ସେହି ସ୍ଥାନରେ ଲାଗିପାରିଲା ନାହିଁ ।



APSCERT

If you watch cricket, you might have noticed decimal-looking numbers like 'Overs left: 5.5'. Does this mean 5 overs and 5 balls or 5 overs and 3 balls? Here, 5.5 overs means $5\frac{5}{6}$ overs (as 1 over = 6 balls), i.e., 5 overs and 5 balls.



Where else can we see such 'non-decimals' with a decimal-like notation?

A Pinch of History – Decimal Notation Over Time

Decimal fractions (i.e., fractions with denominators like $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ and so on) are used in the works of a number of ancient Indian astronomers and mathematicians, including in the important 8th century works of Shridharacharya on arithmetic and algebra. Decimal notation, in essentially its modern form, was described in *detail in Kitab al-Fusul fi al-Hisab al Hindi* (The Book of Chapters on Indian Arithmetic) by *Abul Hassan al-Uqlidisi*, an Arab mathematician, in around 950 CE. He represented the number 0.059375 as 0059375. In the 15th century, to separate whole numbers from fractional parts, a number of different notations were used:

- a vertical mark on the last digit of the whole number part (as shown above),
- use of different colours and
- a numerical superscript giving the number of fractional decimal places (0.36 would be written as $3^{2}6$).

In the 16th century, John Napier, a Scottish mathematician, and Christopher Clavius, a German mathematician, used the point/period ('.') to separate the whole number and the fractional parts, while François Viète, a French mathematician, used the comma (',') instead.

Currently, several countries use the comma to separate the integer part and the fractional part. In these countries, the number 1,000.5 is written as 1000,5 (space as a thousand separator). But the decimal point has endured as the most popular notation for writing numbers having fractional parts in the Indian place value system.



Figure it Out - 3.6

1. Convert the following fractions into decimals:

(a) $\frac{5}{100}$ (b) $\frac{16}{1000}$ (c) $\frac{12}{10}$ (d) $\frac{254}{1000}$

AP SCERT

ଯଦି ତୁମେ କ୍ରିକେଟ୍ ଦେଖୁଥାଅ ତେବେ ତୁମେ ହୁଏତ ଦଶମିକ ଦେଖାଯାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିଥିବ ଯେପରି 5.5 ଓଭର୍ ବାକି ଅଛି । ଏହାର ଅର୍ଥ କଣ 5 ଓଭର୍ 5 ବଲ୍ ନା 5 ଓଭର୍ ଏବଂ 3 ବଲ୍? ଏଠାରେ 5.5 ଓଭର୍‌ର ଅର୍ଥ $5\frac{5}{6}$ ଓଭର୍ (ଯେପରି 1 ଓଭର୍ = 6 ବଲ୍), ଅର୍ଥାତ୍ 5 ଓଭର୍ ଓ 5 ବଲ୍ ।

? ଦଶମିକ ପରି ସଂକେତ ସହିତ ତୁମେ ଏପରି ଅଣ – ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଆଉ କେଉଁଠାରେ ଦେଖୁଛ କି ?



ଇତିହାସର ଏକ ଝଲକ – ସମୟ ସହ ଦଶମିକ ଲେଖନ ପ୍ରଣାଳୀ

ଦଶମିକ ଭଗ୍ନାଂଶ (ଅର୍ଥାତ୍ ଭଗ୍ନାଂଶର ହର ଏପରି ଥାଇ $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000} \ldots$) ଏହାର ବ୍ୟବହାର ବହୁତ ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞ, ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନୀମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା କରାଯାଉଥିଲା । ଯେଉଁଥିରେ 8ମ ଶତାବ୍ଦୀର ଶ୍ରୀଧରାଚାର୍ଯ୍ୟଙ୍କ ପାଟୀଗଣିତ ଓ ବୀଜଗଣିତରେ ଏହାର ବ୍ୟବହାର ଦେଖାଯାଏ । ଆଧୁନିକ ରୂପରେ ଗଣିତ ମୂଳତଃ ପ୍ରାୟ 950 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ଜଣେ ଆରବ ଗଣିତଜ୍ଞ ଅବ୍‌ଦୁଲ୍ ହାସନ ଅଲ୍ – ଉକ୍ଲିଦିସିଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ରଚିତ ଗ୍ରନ୍ଥ କିତାବ ଅଲ୍ – ଫୁସୁଲ ଫି ଅଲ୍ – ହିସାବ ଅଲ ହିନ୍ଦୀ (ଭାରତୀୟ ପାଟୀଗଣିତ ଉପରେ ଆଧାରିତ ପୁସ୍ତକ)ରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ମୂଳତଃ ଏହାର ଆଧୁନିକ ରୂପରେ ବିସ୍ତୃତ ଭାବରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଥିଲା। ସେ 0.059375 ସଂଖ୍ୟାକୁ 0059375 ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରିଥିଲେ । 15ଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରୁ ଭିନ୍ନ କରିବା ପାଇଁ ଅନେକ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିଲା:

- ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶର ଶେଷ ଅଙ୍କରେ ଏକ ଭୂଲମ୍ବ ଚିହ୍ନ (ଉପରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ପରି)
- ବିଭିନ୍ନ ରଙ୍ଗର ବ୍ୟବହାର ଓ
- ଏକ ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ଅବଧାରଣା (ଧାଡ଼ି ଉପରେ ଲେଖା ବା ମୁଦ୍ରିତ) ଯାହା ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଏହିପରି ସ୍ଥାନ ଦିଏ (0.36 କୁ $3^{2}6$ ରୂପେ ଲେଖିଲେ) ।

16ଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ସ୍କଟିସ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ ଜନ୍ ନେପିୟର୍ ଏବଂ ଜର୍ମାନ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ କ୍ରିଷ୍ଟୋଫର୍ କ୍ଲାଭିୟସ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ପୃଥକ କରିବା ପାଇଁ ବିନ୍ଦୁ (‘.’) ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ । କିନ୍ତୁ ଫ୍ରାନ୍ସ ଗଣିତଜ୍ଞ ଫ୍ରାନ୍‌କୋଇସ୍ ଭିଟେ ଏହା ବଦଳରେ କମା (‘,’) ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ମଧ୍ୟ ଅନେକ ଦେଶ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ପୃଥକ୍ କରିବା ପାଇଁ କମାର ବ୍ୟବହାର କରୁଛନ୍ତି । ଏହି ଦେଶଗୁଡ଼ିକରେ 1,000.5 କୁ 1000,5 ହିସାବରେ ଲେଖନ୍ତି (ଖାଲିସ୍ଥାନ ଏକ ହଜାରର ବିଭାଜକ ଭାବରେ) କିନ୍ତୁ ଭାରତୀୟ ଲେଖା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ସବୁଠାରୁ ଲୋକପ୍ରିୟ ସଙ୍କେତ ଭାବରେ ରହିଅଛି ।



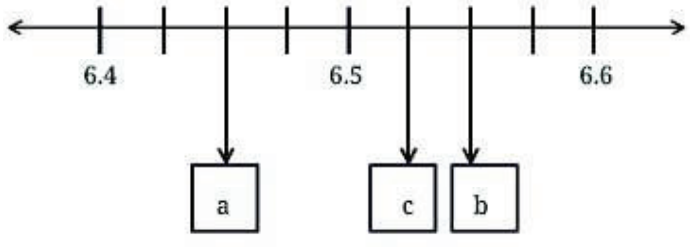
ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର୍ – 3.6

1. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର :

(a) $\frac{5}{100}$ (b) $\frac{16}{1000}$ (c) $\frac{12}{10}$ (d) $\frac{254}{1000}$

AP SCERT

2. Convert the following decimals into a sum of tenths, hundredths and thousandths:
   (a) 0.34 (b) 1.02 (c) 0.8 (d) 0.362
3. What decimal number does each letter represent in the number line below?



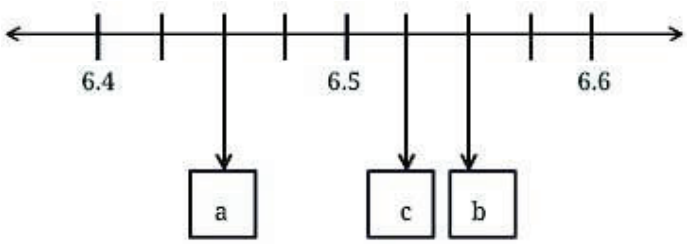
4. Arrange the following quantities in descending order:
   (a) 11.01, 1.011, 1.101, 11.10, 1.01
   (b) 2.567, 2.675, 2.768, 2.499, 2.698
   (c) 4.678 g, 4.595 g, 4.600 g, 4.656 g, 4.666 g
   (d) 33.13 m, 33.31 m, 33.133 m, 33.331 m, 33.313 m
5. Using the digits 1, 4, 0, 8, and 6 make:
   (a) the decimal number closest to 30
   (b) the smallest possible decimal number between 100 and 1000.
6. Will a decimal number with more digits be greater than a decimal number with fewer digits?
7. Pratap purchases 0.25 kg of beans, 0.3 kg of carrots, 0.5 kg of potatoes, 0.2 kg of capsicums, and 0.05 kg of ginger. Calculate the total weight of the items she bought.
8. Rajesh supplies 3.79 L, 4.2 L, and 4.25 L of milk to a milk dairy in the first three days. In 6 days, he supplies 25 litres of milk. Find the total quantity of milk supplied to the dairy in the last three days.
9. Sudhir weighed 35.75 kg in January and 34.50 kg in February. Has he gained or lost weight? How much is the change?
10. Extend the pattern: 5.5, 6.4, 6.39, 7.29, 7.28, 6.18, 6.17, ____, _____
11. How many millimeters make 1 kilometer?
12. Indian Railways offers optional travel insurance for passengers who book e-tickets. It costs 45 paise per passenger. If 1 lakh people opt for insurance in a day, what is the total insurance fee paid?
13. Which is greater?
    (a) $\frac{10}{1000}$ or $\frac{1}{10}$?

APSCERT

2. ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶାଂଶ, ଶତାଂଶ ଓ ସହସ୍ରାଂଶର ଯୋଗଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର:

(a) 0.34 (b) 1.02 (c) 0.8 (d) 0.362

3. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକ କେଉଁ ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚିତ କରୁଅଛି ?



4. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଅବରୋହଣ କ୍ରମରେ ସଜାଅ ।

(a) 11.01, 1.011, 1.101, 11.10, 1.01

(b) 2.567, 2.675, 2.768, 2.499, 2.698

(c) 4.678 ଗ୍ରା., 4.595 ଗ୍ରା., 4.600 ଗ୍ରା., 4.656 ଗ୍ରା., 4.666 ଗ୍ରା.

(d) 33.13 ମି., 33.31 ମି., 33.133 ମି., 33.331 ମି., 33.313 ମି.

5. 1, 4, 0, 8 ଓ 6 ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ:

(a) 30ର ନିକଟତମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

(b) 100 ଏବଂ 1000 ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବନିମ୍ନ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

6. ଅଧିକ ଅଙ୍କ ଥିବା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା, କମ୍ ଅଙ୍କ ଥିବା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ଼ ହେବ କି ?

7. ପ୍ରତାପ 0.25 କି.ଗ୍ରା. ବିନ୍‌ସ, 0.3 କି.ଗ୍ରା. ଗାଜର, 0.5 କି.ଗ୍ରା. ଆଳୁ, 0.2 କି.ଗ୍ରା. କେପ୍‌ସିକମ୍, 0.05 କି.ଗ୍ରା. ଅଦା କିଣିଲା । ସେ ସମୁଦାୟ ମୋଟ କେତେ ଓଜନର ଜିନିଷ କିଣିଲା ?

8. ଏକ ଦୁଗ୍ଧ ସଂଗ୍ରହ କେନ୍ଦ୍ରକୁ ରାଜେଶ ପ୍ରଥମ ତିନି ଦିନରେ 3.79 ଲି., 4.2 ଲି. ଏବଂ 4.25 ଲି. କ୍ଷୀର ଯୋଗାଇଦିଏ । ଯଦି 6 ଦିନରେ 25 ଲି. କ୍ଷୀର ଯୋଗାଇଥାଏ, ତେବେ ସେ ଶେଷ ତିନି ଦିନରେ କେତେ ଲିଟର କ୍ଷୀର ଯୋଗାଇଥିଲା ?

9. ଜାନୁୟାରୀ ମାସରେ ସୁଧୀର୍‌ର ଓଜନ 35.75 କି.ଗ୍ରା. ଏବଂ ଫେବୃୟାରୀରେ 34.50 କି.ଗ୍ରା. ଥିଲା । ତା ର ଓଜନ ବୃଦ୍ଧି ନା ହ୍ରାସ ହୋଇଛି ? କେତେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୋଇଅଛି ?

10. ଅନୁକ୍ରମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ପଦ ଲେଖ: 5.5, 6.4, 6.39, 7.29, 7.28, 6.18, 6.17, _____, _____

11. 1 କିଲୋମିଟର କେତେ ମିଲିମିଟର ?

12. ଭାରତୀୟ ରେଳବାଇ ଇ – ଟିକେଟ ସଂଗ୍ରହ କରୁଥିବା ଯାତ୍ରୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଇଚ୍ଛାଧୀନ ଯାତ୍ରା ବୀମା ପ୍ରଦାନ କରେ । ପ୍ରତି ଯାତ୍ରୀଙ୍କ ପାଇଁ ଏହି ବିମାର ମୂଲ୍ୟ 45 ପଇସା । ଯଦି ଗୋଟିଏ ଦିନରେ 1 ଲକ୍ଷ ଲୋକ ବୀମା କରିବାକୁ ଚାହିଁଥାନ୍ତି ତେବେ ମୋଟ ବୀମା ଦେୟ କେତେ ହେବ ?

13. କେଉଁଟି ବଡ଼ ?

(a) $\frac{10}{1000}$ କିମ୍ବା $\frac{1}{10}$?

APSCERT

(b) One-hundredth or 90 thousandths?

(c) One-thousandth or 90 hundredths?

14. Write the decimal forms of the quantities mentioned (an example is given):

(a) 87 ones, 5 tenths and 60 hundredths = 88.10

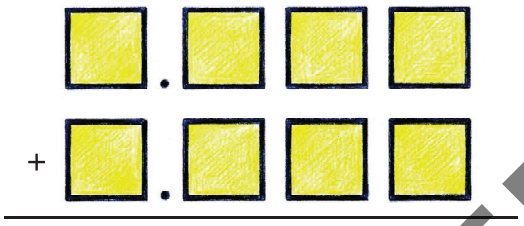
(b) 12 tens and 12 tenths

(c) 10 tens, 10 ones, 10 tenths, and 10 hundredths

(d) 25 tens, 25 ones, 25 tenths, and 25 hundredths

15. Using each digit 0 - 9 not more than once, fill the boxes below so that the sum is closest to 10.5:

Try This



16. Write the following fractions in decimal form:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{1}{5}$ (f) $\frac{4}{5}$

APSCERT

SUMMARY

- We can split a unit into smaller parts to get more exact/accurate measurements.
- We extended the Indian place value system and saw that
  - » 1 unit = 10 one-tenths,
  - » 1 tenth = 10 one-hundredths,
  - » 1 hundredth = 10 one-thousandths,
  - » 10 one-hundredths = 1 tenth,
  - » 100 one-hundredths = 1 unit.
- A decimal point ('.') is used in the Indian place value system to separate the whole number part of a number from its fractional part.
- We also learnt how to compare decimal numbers, locate them on the number line, and perform addition and subtraction on them.

(b) ଏକ ଶତାଂଶ କିମ୍ବା 90 ସହସ୍ରାଂଶ ?

(c) ଏକ ସହସ୍ରାଂଶ କିମ୍ବା 90 ଶତାଂଶ ?

14. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର (ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି):

(a) 87 ଏକ, 5 ଦଶାଂଶ ଓ 60 ଶତାଂଶ = 88.10

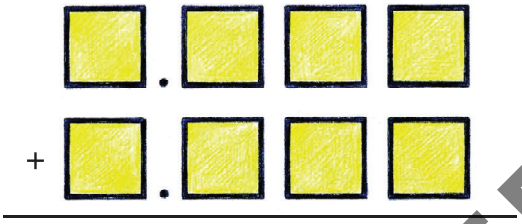
(b) 12 ଦଶ ଓ 12 ଦଶାଂଶ

(c) 10 ଦଶ, 10 ଏକ, 10 ଦଶାଂଶ ଓ 10 ଶତାଂଶ

(d) 25 ଦଶ, 25 ଏକ, 25 ଦଶାଂଶ ଓ 25 ଶତାଂଶ

15. 0–9 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କକୁ ଥରେ ମାତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନରେ ଥିବା କୋଠରୀଗୁଡ଼ିକ ପୂରଣ କର ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଯୋଗଫଳ 10.5 ର ନିକଟତମ ହେବ:

ଚେଷ ୍ଟାକର



16. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{1}{5}$ (f) $\frac{4}{5}$

ସାରାଂଶ

- ଅଧିକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଠିକ୍ ମାପ, ନିର୍ଭୁଲ୍ ମାପ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଏକ ଏକକକୁ ଛୋଟ ଛୋଟ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରିପାରିବା ।
- ଆମେ ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ବିସ୍ତାର କଲୁ ଓ ଦେଖିଲୁ ଯେ,
  - » 1 ଏକକ = 10 ଦଶାଂଶ(ଦଶ ଭାଗରୁ ଏକ ଭାଗ),
  - » 1 ଦଶାଂଶ = 10 ଶତାଂଶ,
  - » 1 ଶତାଂଶ = 10 ସହସ୍ରାଂଶ,
  - » 10 ଶତାଂଶ = 1 ଦଶାଂଶ,
  - » 100 ଶତାଂଶ = 1 ଏକକ ।
- ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶକୁ ଏହାର ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଅଂଶରୁ ପୃଥକ୍ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ (‘.’) ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।
- ଆମେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କରିବା, ସେଗୁଡ଼ିକ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ କିପରି ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ଏବଂ ବିୟୋଗ କିପରି କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ମଧ୍ୟ ଶିଖିଲୁ ।

AP SCERT

4 EXPRESSIONS USING LETTER - NUMBERS

G3V2B6

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Explain the use of letters to represent numbers and recognize them in algebraic expressions.
- Create algebraic expressions using variables, constants, and coefficients for mathematical and real-life situations.
- Simplify expressions by combining like terms, applying distributive property, and evaluating them by substitution.
- Identify similarities and differences between numerical expressions and algebraic expressions.
- Represent number patterns, geometric patterns, and real-life situations using algebraic expressions.
- Write algebraic expressions from word problems and interpret given expressions in words.
- Apply algebraic expressions to calculate perimeter, cost, and total values in real-life contexts

APSCERT

4.0 Introduction

In this chapter we shall look at a concise way of expressing mathematical relations and patterns. We shall see how this helps us in thinking about these relationships and patterns, and in explaining why they may hold true.

4 ଅକ୍ଷର ଓ ସଂଖ୍ୟା ମାଧ୍ୟମରେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ

P4U5R5

ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ :

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଏହା କରିପାରିବେ:

- ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଅକ୍ଷରର ବ୍ୟବହାର ବୁଝାଇବେ ଏବଂ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନିବେ ।
- ଗାଣିତିକ ଏବଂ ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ଚଳରାଶି, ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଏବଂ ସହଗ ବ୍ୟବହାର କରି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ସୃଷ୍ଟି କରିବେ ।
- ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରିବେ, ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରିବେ ଏବଂ ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥାପନ କରି ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ କରିବେ ।
- ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଏବଂ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମାନତା ଏବଂ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଚିହ୍ନଟ କରିବେ ।
- ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ବ୍ୟବହାର କରି ସଂଖ୍ୟା ସଂରଚନା, ଜ୍ୟାମିତିକ ସଂରଚନା ଏବଂ ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ସ୍ଥିତିକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବେ ।
- ଧାରା ଗଣିତରୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖିବେ ଏବଂ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଶବ୍ଦରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବେ ।
- ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ପ୍ରସଙ୍ଗରେ ପରିସୀମା, ମୂଲ୍ୟ ଏବଂ ସମୁଦାୟ ମୂଲ୍ୟ ଗଣନା କରିବାକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ପ୍ରୟୋଗ କରିବେ ।

AP SCERT

4.0 ଉପକ୍ରମ

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କ ଏବଂ ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକୁ (patterns) ପ୍ରକାଶ କରିବାର ଏକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପଦ୍ଧତି ବିଷୟରେ ଦେଖିବା । ଏହି ସମ୍ପର୍କ ଏବଂ ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତା କରିବାରେ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକ କାହିଁକି ସତ୍ୟ ହେବ ତାହା ବୁଝାଇବାରେ ଏହା ଆମକୁ କିପରି ସାହାଯ୍ୟ କରେ ତାହା ଆମେ ଦେଖିବା ।

4.1 The Notion of Letter-Numbers

Example 1: Sita is 3 years older than Geeta. When Geeta's age is 10 years, Sita's age will be 13 years. Now Geeta's age is 18 years, what will Sita's age be?

Given Geeta's age, how will you find out Sita's age?

Easy: We add 3 to Geeta's age to get Sita's age.

Can we write this as an expression?

Sita's age is 3 years more than Geeta's. In short, this can be written as:

Sita's age = Geeta's age + 3.

Such mathematical relations are generally represented in a shorthand form. In the relation above, instead of writing the phrase 'Geeta's Age', the convention is to use a convenient symbol. Usually, letters or short phrases are used for this purpose.

Let us say we use the letter g to denote Geeta's age (we could have used any other letter), and s to denote Sita's age. Then the expression to find Sita's age will be g + 3, which can be written as

$$s = g + 3.$$

If g is 23 (Geeta's age in years), then what is Sita's age?

Geeta's age	Expression for Sita's age
4	4 + 3
10	10 + 3
23	23 + 3
?	? + 3
g	g + 3

Fig. 4.1

AP SCERT

4.1 ଅକ୍ଷର–ସଂଖ୍ୟାର ଧାରଣା

ଉଦାହରଣ 1 : ସୀତା, ଗୀତା ଅପେକ୍ଷା 3 ବର୍ଷ ବଡ଼ । ଯେତେବେଳେ ଗୀତାର ବୟସ 10 ବର୍ଷ, ସୀତାର ବୟସ ସେତେବେଳେ 13 ବର୍ଷ ହେବ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୀତାର ବୟସ 18 ବର୍ଷ, ତେବେ ସୀତାର ବୟସ କେତେ ହେବ ?

ଗୀତାର ବୟସ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ତୁମେ ସୀତାର ବୟସ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବ ?

ସହଜ : ସୀତାର ବୟସ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଗୀତାର ବୟସରେ 3 ମିଶାଇବା ।

ଏହାକୁ ଆମେ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ରୂପେ ଲେଖିପାରିବା କି ?

ସୀତାର ବୟସ, ଗୀତାର ବୟସ ଠାରୁ 3 ବର୍ଷ ଅଧିକ । ସଂକ୍ଷେପରେ,ଏହାକୁ ଏହିପରି ଲେଖାଯାଇପାରିବ:

ସୀତାର ବୟସ = ଗୀତାର ବୟସ + 3 ।

ଏହିପରି ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କଗୁଡ଼ିକୁ ସାଧାରଣତଃ ଏକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ରୂପରେ ସୂଚାଯାଇଥାଏ । ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ପର୍କରେ 'ଗୀତାର ବୟସ' ବାକ୍ୟାଂଶ ଲେଖିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ, ଏକ ସୁବିଧାଜନକ ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରିବାର ପ୍ରଥା ରହିଛି । ସାଧାରଣତଃ, ଏହି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ ଅକ୍ଷର କିମ୍ବା ଛୋଟ ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ମନେକର, ଆମେ ଗୀତାର ବୟସକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ 'g' ଅକ୍ଷର ବ୍ୟବହାର କରୁଛୁ (ଆମେ ଯେକୌଣସି ଅକ୍ଷର ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା) ଏବଂ ସୀତାର ବୟସ ପାଇଁ 's' ବ୍ୟବହାର କରୁଛୁ । ତେବେ ସୀତାର ବୟସ ଜାଣିବା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶଟି ହେବ $g + 3$ । ଯାହାକୁ ଏହିପରି ଲେଖାଯାଇପାରିବ :

$$s = g + 3$$

ଯଦି g ର ମୂଲ୍ୟ 23 (ଗୀତାର ବୟସ, ବର୍ଷରେ) ହୁଏ, ତେବେ ସୀତାର ବୟସ କେତେ ହେବ ?

ଗୀତାର ବୟସ	ସୀତାର ବୟସ ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ
4	4 + 3
10	10 + 3
23	23 + 3
?	? + 3
g	g + 3

ଚିତ୍ର 4.1

AP SCERT

Replacing g by 23 in the expression g + 3, we get, s = 23 + 3 = 26 years. Letters such as g and s that are used to represent numbers are called letter-numbers. Mathematical expressions containing letter-numbers, such as the expression g + 3, are called algebraic expressions.

Given the age of Sita, write an expression to find Geeta's age.

We know that Geeta is 3 years younger than Sita. So, Geeta's age will be 3 less than that of Sita. This can be described as

Geeta's age = Sita's age - 3.

If we again use the letter g to denote Geeta's age and the letter s to denote Sita's age, then the algebraic expression would be: g = s - 3, meaning 3 less than s.

Use this expression to find Geeta's age if Sita's age is 20.

Example 2: Shahid is making matchstick patterns. He repeatedly places Ls next to each other. Each L has two matchsticks as shown in Figure 4.2.



Fig. 4.2

How many matchsticks are needed to make 5 Ls? It will be 5 × 2.

How many matchsticks are needed to make 7 Ls? It will be 7 × 2.

How many matchsticks are needed to make 45 Ls? It will be 45 × 2.

Now, what is the relation between the number of Ls and the number of sticks?

First, let us describe the relationship or the pattern here. Every L needs 2 matchsticks. **So the number of matchsticks needed will be 2 times the number of L's.** This can be written as:

Number of matchsticks = 2 × Number of L's

Now, we can use any letter to denote the number of L's. Let's use 'n'. The algebraic expression for the number of matchsticks will be:

2 × n.

This expression tells us how many matchsticks are needed to make n L's. To find the number of matchsticks, we just replace n by the number of L.

Example 3: Rumana prepares and supplies coconut-jaggery laddus. The price of a coconut is ₹35 and the price of 1 kg jaggery is ₹60.

AP SCERT

$g + 3$ ପରିପ୍ରକାଶରେ g ବଦଳରେ 23 ରଖିଲେ, ଆମେ $s = 23 + 3 = 26$ ବର୍ଷ ପାଇବା । ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ g ଏବଂ s ଭଳି ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକୁ ଅକ୍ଷର–ସଂଖ୍ୟା (letter - number) କୁହାଯାଏ । ଅକ୍ଷର–ସଂଖ୍ୟା ଥିବା ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ, ଯେପରିକି $g + 3$ ଭଳି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ (algebraic expressions) କୁହାଯାଏ ।

? ସୀତାର ବୟସ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ଗୀତାର ବୟସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

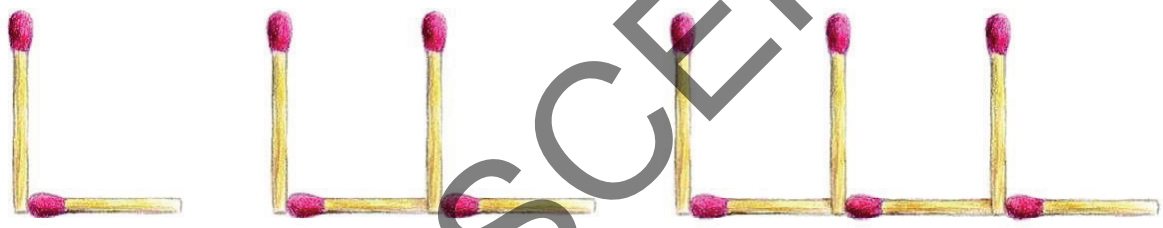
ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, ଗୀତା, ସୀତା ଠାରୁ 3 ବର୍ଷ ସାନ । ତେଣୁ ଗୀତାର ବୟସ, ସୀତାର ବୟସ ଠାରୁ 3 ବର୍ଷ କମ୍ ହେବ । ଏହାକୁ ଏହିଭଳି ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇପାରିବ :

ଗୀତାର ବୟସ = ସୀତାର ବୟସ – 3 ।

ଯଦି ଆମେ ପୁଣି ଥରେ ଗୀତାର ବୟସ ପାଇଁ 'g' ଅକ୍ଷର ଏବଂ ସୀତାର ବୟସ ପାଇଁ 's' ଅକ୍ଷର ନେବା, ତେବେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟି $g = s - 3$ ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ 's' ଠାରୁ 3 କମ୍ ।

? ଯଦି ସୀତାର ବୟସ 20, ତେବେ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶ ବ୍ୟବହାର କରି ଗୀତାର ବୟସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

? **ଉଦାହରଣ 2 :** ଶାହିଦ୍ ଦିଆସିଲି କାଠିରେ ସଂରଚନା ତିଆରି କରୁଛି । ସେ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ 'L' ଅକ୍ଷର ରଖୁଛି । ଚିତ୍ର 4.2 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ 'L' ଆକୃତି ସଂରଚନା କରିବା ନିମନ୍ତେ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ଦିଆସିଲି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ପଡୁଛି ।



ଚିତ୍ର 4.2

5ଟି 'L' ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ? ଏହା 5×2 ହେବ ।

7ଟି 'L' ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ? ଏହା 7×2 ହେବ ।

45ଟି 'L' ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ? ଏହା 45×2 ହେବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, 'L' ର ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଦିଆସିଲିକାଠିର ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ କ'ଣ ?

ପ୍ରଥମେ, ଏଠାରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ କିମ୍ବା ସଂରଚନା ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା । ପ୍ରତ୍ୟେକ 'L' ପାଇଁ 2ଟି ଦିଆସିଲିକାଠି ଆବଶ୍ୟକ ।

ତେଣୁ, ଆବଶ୍ୟକ କାଠି ସଂଖ୍ୟା, 'L' ର ସଂଖ୍ୟାର 2 ଗୁଣ ହେବ । ଏହାକୁ ଏହିପରି ଲେଖାଯାଇପାରିବ :

ଦିଆସିଲିକାଠି ସଂଖ୍ୟା = $2 \times$ L ର ସଂଖ୍ୟା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ 'L' ର ସଂଖ୍ୟା ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଯେକୌଣସି ଅକ୍ଷର ନେଇପାରିବା । ଧରିନିଅ 'n' ।

ତେବେ ଦିଆସିଲିକାଠି ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଏହିଭଳି ହେବ :

$$2 \times n$$

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶ ଆମକୁ 'n'ଟି 'L' ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲିକାଠି ଆବଶ୍ୟକ ଜଣାଉଛି । ଦିଆସିଲିକାଠିର ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପାଇଁ, ଆମେ 'L' ବଦଳରେ 'n' ଲେଖିବା ।

? **ଉଦାହରଣ 3 :** ରୁମାନା ନଡ଼ିଆ–ଗୁଡ଼ ଲଡୁ ତିଆରି କରି ଯୋଗାଉଛନ୍ତି । ଗୋଟିଏ ନଡ଼ିଆର ମୂଲ୍ୟ ₹35 ଏବଂ 1 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ଗୁଡ଼ର ମୂଲ୍ୟ ₹60 ।

AP SCERT

How much should she pay if she buys 10 coconuts and 5 kg jaggery?

Cost of 10 coconuts = 10 × ₹35

Cost of 5 kg jaggery = 5 × ₹60

Total cost = 10 × ₹35 + 5 × ₹60 = ₹350 + ₹300 = ₹650.

How much should she pay if she buys 8 coconuts and 9 kg jaggery?

Write an algebraic expression to find the total amount to be paid for a given number of coconuts and quantity of jaggery.

Let us identify the relationships and then write the expressions.

Quantity needed	Relationship	Expression
Cost of coconuts	Number of coconuts × 35	c × 35
Cost of jaggery	Number of kgs of jaggery × 60	j × 60

Here, 'c' represents the number of coconuts and 'j' represents the number of kgs of jaggery. The total amount to be paid will be: Cost of coconuts + Cost of jaggery.

The corresponding algebraic expression can be written as:

(c × 35) + (j × 60)

Use this expression (or formula) to find the total amount to be paid for 7 coconuts and 4 kg jaggery.

Notice that for different values of 'c' and 'j', the value of the expression also changes.

Writing this expression as a sum of terms we get:

c × 35 + j × 60

Example 4: We are familiar with calculating the perimeters of simple shapes. Write expressions for perimeters.

The perimeter of a square is 4 times the length of its side. This can be written as the expression: 4 × q, where q stands for the side length.

What is the perimeter of a square with side length 7 cm? Use the expression to find out.

You must have realised how the use of letter-numbers and algebraic expressions allows us to express general mathematical relations in a concise way. Mathematical relations expressed this way are often called formulas.

AP SCERT

ଯଦି ସେ 10ଟି ନଡ଼ିଆ ଏବଂ 5 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ଗୁଡ଼ କିଣନ୍ତି, ତେବେ କେତେ ଟଙ୍କା ପୈଠ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ?

10ଟି ନଡ଼ିଆର ମୂଲ୍ୟ = 10 × ₹35

5 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ଗୁଡ଼ର ମୂଲ୍ୟ = 5 × ₹60

ମୋଟ ମୂଲ୍ୟ = 10 × ₹35 + 5 × ₹60 = ₹350 + ₹300 = ₹650

ଯଦି ସେ 8ଟି ନଡ଼ିଆ ଏବଂ 9 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ଗୁଡ଼ କିଣନ୍ତି, ତେବେ କେତେ ଟଙ୍କା ପୈଠ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ?

ଦିଆଯାଇଥିବା ନଡ଼ିଆ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଗୁଡ଼ର ପରିମାଣ ପାଇଁ ପୈଠ କରିଥିବା ଟଙ୍କା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ଆସ ଆମେ ସମ୍ପର୍କ ଚିହ୍ନଟ କରିବା, ତା'ପରେ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖିବା ।

ଆବଶ୍ୟକ ପରିମାଣ	ସମ୍ପର୍କ	ପରିପ୍ରକାଶ
ନଡ଼ିଆର ମୂଲ୍ୟ	ନଡ଼ିଆ ସଂଖ୍ୟା × 35	$c \times 35$
ଗୁଡ଼ର ମୂଲ୍ୟ	ଗୁଡ଼ର ପରିମାଣ (କି.ଗ୍ରା.ରେ) × 60	$j \times 60$

ଏଠାରେ ନଡ଼ିଆ ସଂଖ୍ୟାକୁ 'c' ଅକ୍ଷର ଦ୍ୱାରା ଏବଂ ଗୁଡ଼ର ପରିମାଣକୁ 'j' ସୂଚାଯାଇଛି । ସେ ପୈଠ କରିଥିବା ମୋଟ ଟଙ୍କା ଏହିପରି ହେବ : ନଡ଼ିଆର ମୂଲ୍ୟ + ଗୁଡ଼ର ମୂଲ୍ୟ

ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଏହିଭଳି ଲେଖାଯାଇପାରିବ :

$$(c \times 35) + (j \times 60)$$

7ଟି ନଡ଼ିଆ ଏବଂ 4 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ଗୁଡ଼ ପାଇଁ ପୈଠ କରିବା ମୋଟ ଟଙ୍କା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶ (ସୂତ୍ର) ବ୍ୟବହାର କର ।

ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ଯେ, 'c' ଏବଂ 'j' ର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ, ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ।

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ପଦଗୁଡ଼ିକର ମୋଟ ରୂପେ ଲେଖିଲେ, ଆମେ

$c \times 35 + j \times 60$ ପାଇବା ।

ଉଦାହରଣ 4 : ସରଳ ଆକୃତିଗୁଡ଼ିକର ପରିସୀମା ଗଣନା କରିବାରେ ଆମେ ସୁପରିଚିତ । ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିସୀମା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା, ଏହାର ବାହୁର 4 ଗୁଣ ଅଟେ । ଏହାକୁ ପରିପ୍ରକାଶ ରୂପେ ଏହିଭଳି ଲେଖାଯାଇପାରିବ : $4 \times q$ ଏଠାରେ q ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁକୁ ସୂଚାଏ ।

7 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା କେତେ ? ଏହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟି ବ୍ୟବହାର କର ।

ଏଥିରୁ ଆମେ ଅବଗତ ହେଲୁ ଯେ, ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା ଓ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ବ୍ୟବହାର ସାଧାରଣ ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ରୂପ ଦେବାରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ । ଏହି ପ୍ରକାର ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କର ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସୂତ୍ର କୁହାଯାଏ ।

AP SCERT



Figure it Out - 4.1

1. Write formulas for the perimeter of:
   (a) triangle with all sides equal.
   (b) a regular pentagon (we use the word 'regular' to say that all side lengths and angle measures are equal)
   (c) a regular hexagons
2. Munirathna has a 20 m long pipe. However, he wants a longer watering pipe for his garden. He joins another pipe of some length to this one. Give the expression for the combined length of the pipe. Use the letter-number 'k' to denote the length in meters of the other pipe.
3. What is the total amount Krithika has, if she has the following numbers of notes of ₹100, ₹20 and ₹5? Complete the following table:

No. of ₹100 notes	No.of ₹20 notes	No. of ₹5 notes	Expression and total amount
3	5	6	
			6 × 100 + 4 × 20 + 3 × 5 = 695
8	4	z	
x	y	z	

4. Venkatalakshmi owns a flour mill. It takes 10 seconds for the roller mill to start running. Once it is running, each kg of grain takes 8 seconds to grind into powder. Which of the expressions below describes the time taken to complete grind 'y' kg of grain, assuming the machine is off initially?
   (a) 10 + 8 + y (b) (10 + 8) × y (c) 10 × 8 × y
   (d) 10 + 8 × y (e) 10 × y + 8
5. Write algebraic expressions using letters of your choice.
   (a) 5 more than a number (b) 4 less than a number
   (c) 2 less than 13 times a number
   (d) 13 less than 2 times a number

AP SCERT



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 4.1

1. ନିମ୍ନଗୁଡ଼ିକର ପରିସୀମା ପାଇଁ ସୂତ୍ର ଲେଖ :
   (a) ସମସ୍ତ ବାହୁ ସମାନ ଥିବା ତ୍ରିଭୁଜ ।
   (b) ସୁଷମ ପଞ୍ଚଭୁଜ (ସୁଷମ (regular) ପଦର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ)
   (c) ଏକ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ

2. ମୁନିରତ୍ନ ପାଖରେ 20 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ପାଇପ୍ ଅଛି । କିନ୍ତୁ ସେ ତାଙ୍କ ବଗିଚା ପାଇଁ ଅଧିକା ଦୈର୍ଘ୍ୟର ପାଣି ପାଇପ୍ ଚାହୁଁଛନ୍ତି । ସେ ଏହି ପାଇପ୍ ସହିତ ଆଉ କିଛି ଅଧିକା ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ପାଇପ୍ ଯୋଡୁଛନ୍ତି । ପାଇପ୍‌ର ସମୁଦାୟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶଟିଏ ଲେଖ । ଅନ୍ୟ ଏକ ପାଇପ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ମିଟରରେ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ 'k' ନାମକ ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ବ୍ୟବହାର କର ।

3. କୃତିକା ପାଖରେ ₹100, ₹20 ଏବଂ ₹5 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟ୍ ଅଛି । ଯଦି ତାଙ୍କ ପାଖରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭଳି ନୋଟ୍ ଥାଏ, ତେବେ ତାଙ୍କ ପାଖରେ ସମୁଦାୟ କେତେ ଟଙ୍କା ଅଛି ? ନିମ୍ନ ସାରଣୀଟି ପୂରଣ କର ।

₹100 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟ୍ ସଂଖ୍ୟା	₹20 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟ୍ ସଂଖ୍ୟା	₹5 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟ୍ ସଂଖ୍ୟା	ପରିପ୍ରକାଶ ଏବଂ ସମୁଦାୟ ଟଙ୍କା
3	5	6	
			$6 \times 100 + 4 \times 20 + 3 \times 5 = 695$
8	4	z	
x	y	z	

4. ଭେଙ୍କଟଲକ୍ଷ୍ମୀଙ୍କର ଏକ ଚୁନା ମିଲ୍ ଅଛି । ରୋଲର୍ ଚାଲୁହେବା ପାଇଁ 10 ସେକେଣ୍ଡ ସମୟ ଲାଗେ । ଏହା ଚାଲିବା ପରେ, ପ୍ରତି କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ଶସ୍ୟକୁ ଗୁଣ୍ଡ କରିବା ପାଇଁ 8 ସେକେଣ୍ଡ ସମୟ ଲାଗେ । ଯଦି ମେସିନ୍ ପ୍ରାରମ୍ଭରେ ବନ୍ଦ ଥାଏ, ତେବେ 'y' କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ଶସ୍ୟ ଗୁଣ୍ଡ କରିବା ପାଇଁ ସମୁଦାୟ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ, ତାହା ନିମ୍ନଲିଖିତ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ସମୀକରଣ ଦର୍ଶାଉଛି ?

   (a) $10 + 8 + y$ (b) $(10 + 8) \times y$ (c) $10 \times 8 \times y$
   (d) $10 + 8 \times y$ (e) $10 \times y + 8$

5. ନିଜ ପସନ୍ଦର ଅକ୍ଷର ବ୍ୟବହାର କରି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।
   (a) ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ 5 ଅଧିକ ।
   (b) ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ 4 କମ୍ ।
   (c) ଏକ ସଂଖ୍ୟାର 13 ଗୁଣରୁ 2 କମ୍ ।
   (d) ଏକ ସଂଖ୍ୟାର 2 ଗୁଣରୁ 13 କମ୍ ।

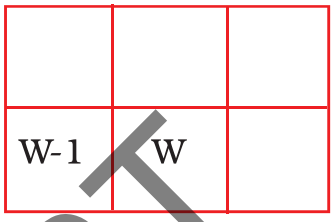
AP SCERT

6. Describe situations corresponding to the following algebraic expressions:
   (a) $8 \times x + 3 \times y$
   (b) $15 \times j - 2 \times k$

7. In a calendar month, if any 2×3 grid full of dates is chosen as shown in the picture, write expressions for the dates in the blank cells if the bottom middle cell has date 'w'.

November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30



4.2 Revisiting Arithmetic Expressions

We learnt how to write expressions as sums of terms and it became easy for us to read arithmetic expressions. Many times they could have been read in multiple ways and it was confusing. We used swapping (adding two numbers in any order) and grouping (adding numbers by grouping them conveniently) to find easy ways of evaluating expressions. Swapping and grouping terms does not change the value of the expression. We also learnt to use brackets in expressions, including brackets with a negative sign outside. We learnt the distributive property (multiple of a sum is the same as sum of multiples).

Let us revise these concepts and find the values of the following expressions

1.	$23 - 10 \times 2$	2.	$83 + 28 - 13 + 32$
3.	$34 - 14 + 20$	4.	$42 + 15 - (8 - 7)$
5.	$68 - (18 + 13)$	6.	$7 \times 4 + 9 \times 6$
7.	$20 + 8 \times (16 - 6)$		

Let us evaluate the first expression, $23 - 10 \times 2$. First we shall write the terms of the expression. Notice that one of the terms is a number, while the other one has to be converted to a number before adding the two terms.

$$23 - 10 \times 2 = 23 + (-10 \times 2) = 23 + (-20) = 3$$

APSCERT

6. ନିମ୍ନଲିଖିତ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ସାଧାରଣ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(a) $8 \times x + 3 \times y$

(b) $15 \times j - 2 \times k$

7. ଗୋଟିଏ କ୍ୟାଲେଣ୍ଡର ମାସରେ, ଯଦି ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି କୌଣସି 2×3 ଗ୍ରୀଡ୍ ବଛାଯାଏ, ତେବେ ଯଦି ତଳ ମଝି କୋଠରୀର ତାରିଖ 'w' ହୁଏ, ଅବଶିଷ୍ଟ ଖାଲି କୋଠରୀଗୁଡ଼ିକର ତାରିଖ ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ନଭେମ୍ବର 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

W-1	W	

4.2 ପାଟୀଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ପୁନଃସମୀକ୍ଷା

କେତୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟିକୁ ନେଇ ଆମେ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖିବା ଶିଖିଅଛ ଏବଂ ଏହା ପାଟିଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବା ପାଇଁ ସହଜ କରିଥାଏ । ଅନେକ ସମୟରେ ଏହାକୁ ଉନ୍ନତ ଶୈଳୀରେ ପଢ଼ାଯାଇପାରେ ଏବଂ ଏହା ଦ୍ୱନ୍ଦ୍ୱ ସୃଷ୍ଟି କରିପାରେ । ଆମେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଥାନ ଅଦଳବଦଳ କରି (swapping – ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗକରିବା)ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକର ଦଳଭୁକ୍ତ (grouping – ସୁବିଧା ଅନୁଯାୟୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକରିବା) କରି ସହଜରେ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିବା ଶିଖିଅଛୁ । ସ୍ଥାନ ଅଦଳବଦଳ କରିବା ଏବଂ ଦଳଭୁକ୍ତ କରିବା ଦ୍ୱାରା ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏନାହିଁ । ଆମେ ପରିପ୍ରକାଶରେ ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରିବା ମଧ୍ୟ ଶିଖିଅଛୁ, ଯେଉଁଥିରେ ବନ୍ଧନୀ ବାହାରେ ବିଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନ ଥିବା ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଆମେ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ (ଏକ ସମଷ୍ଟିର ଗୁଣିତକ, ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ସହିତ ସମାନ ।) ମଧ୍ୟ ଜାଣିଅଛୁ । ଆସ ଏହି ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ସଠିକ୍ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଏବଂ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

1.	$23 - 10 \times 2$	2.	$83 + 28 - 13 + 32$
3.	$34 - 14 + 20$	4.	$42 + 15 - (8 - 7)$
5.	$68 - (18 + 13)$	6.	$7 \times 4 + 9 \times 6$
7.	$20 + 8 \times (16 - 6)$		

ଆସ ପ୍ରଥମ ପରିପ୍ରକାଶ, $23 - 10 \times 2$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ପ୍ରଥମେ ଆମେ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖିବା । ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ, ଏଠାରେ ଗୋଟିଏ ପଦ ହେଉଛି ଏକ ସଂଖ୍ୟା, କିନ୍ତୁ ଅନ୍ୟଟିକୁ ଯୋଗ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଏକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରିବାକୁ ହେବ ।

$$23 - 10 \times 2 = 23 + (-10 \times 2) = 23 + (-20) = 3$$

AP SCERT

Let us now evaluate the second one. All the terms of this expression are numbers. If we notice the terms, we find that it will be easier to evaluate if we swap and group the terms.

$$83 + 28 - 13 + 32 =$$

$$\boxed{83} + \boxed{28} + \boxed{-13} + \boxed{32}$$

$$\boxed{70} + \boxed{60} = \boxed{130}$$

Let us now look at the fifth expression. It has brackets with a negative sign outside. This can be evaluated in two ways — by solving the bracket first (like the solution on the left side) or by removing the brackets appropriately (as on the right side).

$= \boxed{68} + \boxed{-(18+13)}$

$= \boxed{68} + \boxed{-31}$

$= \boxed{37}$

or

$= \boxed{68} + \boxed{-18} + \boxed{-13}$

$= \boxed{50} + \boxed{-13} = \boxed{37}$

Now, find the values of the other arithmetic expressions. Algebraic expressions also take number values when the letter - numbers they contain are replaced by numbers. In Example 1, for finding Sita's age when Geeta is 23 years old, we replaced the letter-number g in the expression g + 3 by 23, and it took the value 26.

4.3 Omission of the Multiplication Symbol in Algebraic Expressions

Look at this number sequence:

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

How can we describe this sequence or pattern? Easy: These are the numbers appearing in the multiplication table of 4 (multiples of 4 in an increasing order).

What is the third term of this sequence? It is 4 × 3.

What is the 29th term of this sequence? It is 4 × 29.

? Find an algebraic expression to get the nth term of this sequence.

Note that here 'n' is a letter-number that denotes a position in the sequence.

APSCERT

ଆସ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଏହି ପରିପ୍ରକାଶରେ ସମସ୍ତ ପଦ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ । ଆମେ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ, ଆମେ ଜାଣିପାରିବା ଯେ, ଯଦି ପଦଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଥାନ ଅଦଳବଦଳ କରିବା ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଦଳଭୁକ୍ତ କରିବା, ତେବେ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିବା ସହଜ ହେବ ।

$83 + 28 - 13 + 32 =$

$\boxed{83} + \boxed{28} + \boxed{-13} + \boxed{32}$

$\boxed{70} + \boxed{60} = \boxed{130}$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ପଞ୍ଚମ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଦେଖିବା । ଏଥିରେ ବନ୍ଧନୀ ବାହାରେ ଏକ ବିୟୁକ୍ତ ଚିହ୍ନ ଅଛି । ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ । ପ୍ରଥମେ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ସମାଧାନ କରି (ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସମାଧାନ ପରି) କିମ୍ବା ଉପଯୁକ୍ତ ଶୈଳୀରେ ବନ୍ଧନୀ ହଟାଇ (ଡାହାଣପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସମାଧାନ ପରି)

$= \boxed{68} + \boxed{-(18+13)}$

$= \boxed{68} + \boxed{-31}$

$= \boxed{37}$

କିମ୍ବା

$= \boxed{68} + \boxed{-18} + \boxed{-13}$

$= \boxed{50} + \boxed{-13} = \boxed{37}$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ପାଟିଗଣିତ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ସାଂଖ୍ୟିକ ମୂଲ୍ୟ ଗ୍ରହଣ କରେ, ଯେତେବେଳେ ସେଥିରେ ଥିବା ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଧ୍ରୁବକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତିସ୍ଥାପିତ ହୁଏ । ଉଦାହରଣ 1 ରେ ଗୀତାର ବୟସ 23 ବର୍ଷ ହେବାବେଳେ ସୀତାଙ୍କ ବୟସ ବାହାର କରିବା ପାଇଁ, ଆମେ $g + 3$ ପରିପ୍ରକାଶରେ 'g' ବଦଳରେ 23 ଲେଖିଥିଲେ ଏବଂ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ 26 ହୋଇଥିଲା ।

4.3 ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଗୁଣନ ଚିହ୍ନର ଅପସାରଣ

ଏହି ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମକୁ ଦେଖ :

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

ଏହି କ୍ରମ କିମ୍ବା ସଂରଚନାକୁ ଆମେ କିପରି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିପାରିବା ? ସହଜ : ଏଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି 4 ପଣକିଆରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ (ଆରୋହଣ କ୍ରମରେ 4 ର ଗୁଣିତକ)

ଏହି ଅନୁକ୍ରମରେ 3ୟ ପଦଟି (term) କ'ଣ ? ତାହା ହେଲା 4×3

ଏହି ଅନୁକ୍ରମରେ 29 ତମ ପଦଟି (term) କ'ଣ ? ତାହା ହେଲା 4×29

ଏହି ଅନୁକ୍ରମର nତମ ପଦ ପାଇବା ପାଇଁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ମନେରଖ ଯେ, ଏଠାରେ 'n' ହେଉଛି ଏକ ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଅନୁକ୍ରମର ଯେକୌଣସି ସ୍ଥାନକୁ ସୂଚାଏ ।

AP SCERT

As it is the sequence of multiples of 4, it can be seen that the n^{th} term will be 4 times n:

$$4 \times n$$

As a standard practice, we shorten 4 × n to 4n by skipping the multiplication sign. We write the number first, followed by the letter(s). Find the value of the expression 7k when k = 4. The value is 7 × 4 = 28.

Find the value that the expression 5m + 3 takes when m = 2.

As 5m stands for 5 × m, the value of the expression when m = 2 is 5 × 2 + 3 = 13.

Mind the Mistake, Mend the Mistake

Some simplifications are shown below where the letter-numbers are replaced by numbers and the value of the expression is obtained.

1. Observe each of them and identify if there is a mistake.
2. If you think there is a mistake, try to explain what might have gone wrong.
3. Then, correct it and give the value of the expression.

1 If a = - 4, then 10 - a = 6.	2 If d = 6, then 3d = 36.	3 If s = 7, then 3s - 2 = 15.
4 If r = 8, then 2r + 1 = 29.	5 If j = 5, then 2j = 10.	6 If m = -6, then 3(m+1) = 19.
7 If f = 3, g = 1 then 2f - 2g = 2.	8 If t = 4, b = 3 then 2t + b = 24.	9 If h = 5, n = 6 then h-(3 - n) = 4.

APSCERT

4.4 Simplification of Algebraic Expressions

Earlier we found expressions to find perimeters of different regular figures in terms of their sides. Let us now find an expression to find the perimeter of a rectangle.

ଯେହେତୁ ଏହା 4 ର ଗୁଣିତକର ଏକ ଅନୁକ୍ରମ, ଏହା ଦେଖିପାରିବା ଯେ, nତମ ପଦଟି 'n' ର 4 ଗୁଣ ହେବ ।

$$4 \times n$$

ସାଧାରଣତଃ ଆମେ ଗୁଣନ ଚିହ୍ନକୁ ବାଦ୍‌ଦେଇ $4 \times n$ କୁ $4n$ ଲେଖିଥାଉ । ଆମେ ପ୍ରଥମେ ଧ୍ରୁବକ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖି, ତା'ପରେ ଅକ୍ଷର(ଗୁଡ଼ିକୁ) ଲେଖୁ ।

$k = 4$ ହେଲାବେଳେ $7k$ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି $7 \times 4 = 28$ ।

$m = 2$ ହେଲାବେଳେ $5m + 3$ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ହେବ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଯେହେତୁ $5m$ ର ଅର୍ଥ $5 \times m$,ତେଣୁ $m = 2$ ହେଲେ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି $5 \times 2 + 3 = 13$ ।

ଭୁଲ ଚିହ୍ନଟକର ଓ ସଂଶୋଧନ କର

ନିମ୍ନରେ କିଛି ପରିପ୍ରକାଶର ସରଳୀକରଣ ନିମନ୍ତେ ଅକ୍ଷର–ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ତାହାର ସାଂଖ୍ୟିକ ମୂଲ୍ୟକୁ ନେଇ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି ।

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଏବଂ ଭୁଲ ଅଛି କି ନାହିଁ ଚିହ୍ନଟ କର ।
2. ଯଦି ତୁମେ କିଛି ଭୁଲ ଅଛି ବୋଲି ଭାବୁଛ, ତେବେ କ'ଣ ଭୁଲ ଥାଇପାରେ ତାହା ବୁଝାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।
3. ତା'ପରେ ଏହାକୁ ସଂଶୋଧନ କର ଏବଂ ପରିପ୍ରକାଶର ସଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ ଦିଅ ।

1. ଯଦି $a = -4$, ତେବେ $10 - a = 6$

2. ଯଦି $d = 6$, ତେବେ $3d = 36$

3. ଯଦି $s = 7$, ତେବେ $3s - 2 = 15$

4. ଯଦି $r = 8$, ତେବେ $2r + 1 = 29$

5. ଯଦି $j = 5$, ତେବେ $2j = 10$

6. ଯଦି $m = -6$, ତେବେ $3(m+1) = 19$

7. ଯଦି $f = 3$, $g = 1$ ତେବେ $2f - 2g = 2$

8. ଯଦି $t = 4$, $b = 3$ ତେବେ $2t + b = 24$

9. ଯଦି $h = 5$, $n = 6$ ତେବେ $h-(3 - n) = 4$

4.4 ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ସରଳୀକରଣ

ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ନିୟମିତ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ପରିସୀମା ସେଗୁଡ଼ିକର ବାହୁ ମାପ ଅନୁସାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଅଛୁ । ଆସ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ପାଇଁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ARSCERT

As in the previous cases, we will first describe how to get the perimeter when the length and the breadth of the rectangle are known:

Find the sum of length + breadth + length + breadth.

Let us use the letter-numbers l and b in place of length and breadth respectively. Let p denote the perimeter of the rectangle. Then we have

$$p = l + b + l + b$$

As we know, these represent numbers, and so the terms of an expression can be added in any order. Hence the above expression can be written as:

$$= l + l + b + b$$

As $l + l = 2 \times l = 2l$, and $b + b = 2 \times b = 2b$, we have

$$p = 2l + 2b.$$

Notice that the initial expression ($l + b + l + b$) and the final expression ($2l + 2b$) that we got for the perimeter look different. However, they are equal since the expression was obtained from the initial one by applying the same rules and operations we do for numbers; they are equal in the sense that they both take the same values when letter-numbers are replaced by numbers.

For example, if we assign $l = 3$, $b = 4$, we get

$$l + b + l + b = 3 + 4 + 3 + 4 = 14, \text{ and}$$

$$2l + 2b = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 14.$$

We call the expression $2l + 2b$ the simplified form of $l + b + l + b$.

Let us see some more examples of simplification.

Example 5: Here is a table showing the number of pencils and erasers sold in a shop. The price per pencil is c, and the price per eraser is d. Find the total money earned by the shopkeeper during these three days.

	Day 1	Day 2	Day 3
Pencils (Price 'c')	5	3	10
Erasers (Price 'd')	4	6	1

Let us first find the money earned by the sale of pencils.

The money earned by selling pencils on Day 1 is 5c.

Similarly, the money earned by selling pencils on Day 2 is _____, and Day 3 is _____.

The total money earned by the sale of pencils is 5c + 3c + 10c.

Can we simplify this expression further and reduce the number of terms?

APSCERT

ପୂର୍ବ ପରିସ୍ଥିତି ପରି, ଯେତେବେଳେ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଜଣାଥାଏ, ତେବେ ଏହାର ପରିସୀମା କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ତାହା ପ୍ରଥମେ ଆମେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ।

ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ + ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ ର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଧରାଯାଉ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ପାଇଁ ଯଥାକ୍ରମେ ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା l ଓ b ବ୍ୟବହାର କରିବା । ଯଦି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମାକୁ p ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ, ତେବେ

$p = l + b + l + b$ ପାଇବା ।

ଯେହେତୁ ଆମେ ଜାଣୁ, ଏଗୁଡ଼ିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଉଛି, ତେଣୁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଯୋଗ କରାଯାଇପାରିବ । ଅତଏବ, ଉପରୋକ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଏହିପରି ଲେଖାଯାଇପାରିବ :

$= l + l + b + b$

ଯେହେତୁ $l + l = 2 \times l = 2l$ ଏବଂ $b + b = 2 \times b = 2b$, ଆମେ ପାଇବା

$p = 2l + 2b$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ, ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ପରିପ୍ରକାଶ ($l + b + l + b$) ଏବଂ ଶେଷ ପରିପ୍ରକାଶ ($2l + 2b$) ଯାହା ଆମେ ପରିସୀମା ପାଇଁ ପାଇଲେ, ତାହା ଦେଖିବାକୁ ଅଲଗା । କିନ୍ତୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାନ, କାରଣ ଶେଷ ପରିପ୍ରକାଶଟି ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ସମାନ ନିୟମ ଏବଂ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ଏହି ଅର୍ଥରେ ସମାନ ଯେ, ଯେତେବେଳେ ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକ ସ୍ଥାନରେ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଏ, ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ମୂଲ୍ୟ ଧାରଣ କରେ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଯଦି ଆମେ $l = 3$, $b = 4$ ନେବା, ତେବେ ଆମେ

$l + b + l + b = 3 + 4 + 3 + 4 = 14$ ଏବଂ

$2l + 2b = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 14$ ପାଇବା ।

ଆମେ $2l + 2b$ ପରିପ୍ରକାଶକୁ $l + b + l + b$ ର **ସରଳୀକୃତ ରୂପ** ବୋଲି କହିବା ।

ଆସ ସରଳୀକରଣର ଆଉ କିଛି ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ 5: ଏଠାରେ ଏକ ଦୋକାନରେ ବିକ୍ରି ହେଉଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଏବଂ ରବର ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ଶାଉଥିବା ଏକ ସାରଣୀ ଦିଆଯାଇଛି । ପ୍ରତି ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ c ଟଙ୍କା ଏବଂ ପ୍ରତି ରବର ମୂଲ୍ୟ d ଟଙ୍କା । ଏହି ତିନି ଦିନ ମଧ୍ୟରେ ଦୋକାନୀ କେତେ ଟଙ୍କା ରୋଜଗାର କଲେ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

	1ମ ଦିନ	2ୟ ଦିନ	3ୟ ଦିନ
ପେନ୍‌ସିଲ୍ (ମୂଲ୍ୟ 'c')	5	3	10
ରବର (ମୂଲ୍ୟ 'd')	4	6	1

ପ୍ରଥମେ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରିରୁ ମିଳିଥିବା ଟଙ୍କା ହିସାବ କରିବା ।

1ମ ଦିନ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରି ଦ୍ୱାରା ଆସିଥିବା ଆଦାୟ $5c$ ।

ସେହିଭଳି 2ୟ ଦିନ ବିକ୍ରି ହୋଇଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ରେ ଆସିଥିବା ଆଦାୟ_____ ଏବଂ 3 ୟ ଦିନ ବିକ୍ରି ହୋଇଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ରେ ଆସିଥିବା ଆଦାୟ _____।

ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରିରୁ ମିଳିଥିବା ସମୁଦାୟ ଟଙ୍କା ହେଉଛି $5c + 3c + 10c$ ।

ଆମେ କ'ଣ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଆହୁରି ସରଳ କରିପାରିବା ଏବଂ ପଦଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା କମାଇ ପାରିବା ?

APSCERT

The expression means 5 times c is added to 3 times c is added to 10 times c. So in total, the letter-number c is added (5 + 3 + 10) times. This is what we have seen as the distributive property of numbers. Thus,

$$5 \times c + 3 \times c + 10 \times c = (5 + 3 + 10) \times c$$

(5 + 3 + 10) × c can be simplified to 18 × c = 18c.

? If c = ₹50, find the total amount earned by the sale of pencils.

? Write the expression for the total money earned by selling erasers. Then, simplify the expression.

The expression for the total money earned by selling pencils and erasers during these three days is 18c + 11d.

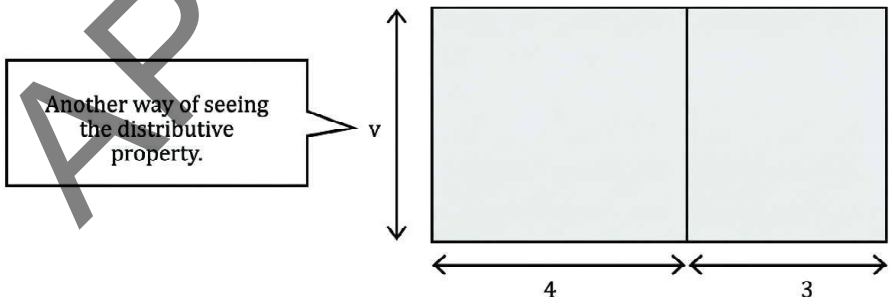
? Can the expression 18c + 11d be simplified further?

There is no way of further simplifying this expression as it contains different letter-numbers. It is in its simplest form.

In this problem, we saw the expression 5c + 3c + 10c getting simplified to the expression 18c.

? Check that both expressions take the same value when c is replaced by different numbers.

? **Example 6:** A big rectangle is split into two smaller rectangles as shown. Write an expression describing the area of the bigger rectangle.



The areas of the smaller rectangles are 4v sq. units and 3v sq. units.

The area of the bigger rectangle can be found in two ways: (i) by directly using its side lengths v and (4 + 3), or (ii) by adding the areas of the smaller rectangles.

The first way gives 7v, and the second way gives 4v + 3v. We know that they are equal: 4v + 3v = 7v, and this is the required expression for the area of the bigger rectangle.

AP SCERT

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶର ଅର୍ଥ ହେଉଛି c ର 5 ଗୁଣ, c ର 3 ଗୁଣ ଏବଂ c ର 10 ଗୁଣର ଯୋଗ । ଅତଏବ ସମୁଦାୟ ଭାବରେ ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା 'c' କୁ (5 + 3 + 10) ଥର ଯୋଗକରାଯାଇଛି । ସଂଖ୍ୟାର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଅନୁସାରେ ଆମେ ଏହା ଦେଖିଛୁ । ତେଣୁ,

$5 \times c + 3 \times c + 10 \times c = (5 + 3 + 10) \times c$

$(5 + 3 + 10) \times c$ କୁ $18 \times c = 18c$ ରୂପେ ସରଳୀକରଣ କରାଯାଇପାରିବ ।

? ଯଦି $c = 50$, ତେବେ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରିରୁ ମିଳିଥିବା ମୋଟ ଆଦାୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

? ରବର ବିକ୍ରି କରିବା ଦ୍ୱାରା ଆସିଥିବା ମୋଟ ଆଦାୟ ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ । ତା'ପରେ ସରଳକର ।

ଏହି ତିନି ଦିନରେ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଏବଂ ରବର ବିକ୍ରିକରିବା ଦ୍ୱାରା ମିଳିଥିବା ମୋଟ ଆଦାୟ ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ ହେଉଛି $18c + 11d$ ।

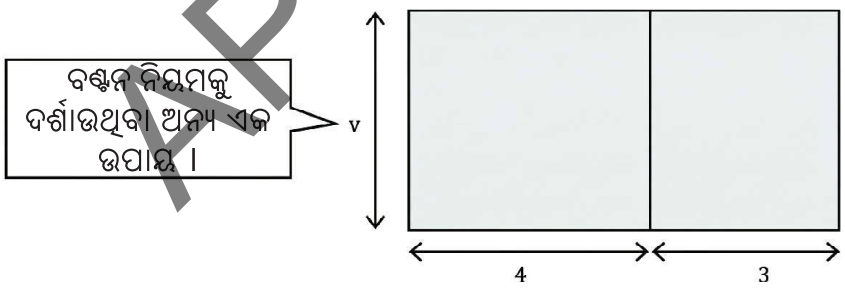
? $18c + 11d$ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଆହୁରି ସରଳ କରାଯାଇପାରିବ କି ?

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଅଧିକ ସରଳ କରିବାର କୌଣସି ଉପାୟ ନାହିଁ, କାରଣ ଏଥିରେ ଦୁଇଟି ଅଲଗା ଅଲଗା ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା ରହିଛି । ଏହା ବର୍ତ୍ତମାନ ସବୁଠାରୁ ସରଳ ରୂପରେ ଅଛି ।

ଏହି ସମସ୍ୟାରେ ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ, $5c + 3c + 10c$ ପରିପ୍ରକାଶଟି ସରଳ ହୋଇ $18c$ ହୋଇଗଲା ।

? 'c' ସ୍ଥାନରେ ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥାପନ କରି ଉଭୟ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ରହୁଛି କି ନାହିଁ ଯାଞ୍ଚ କର ।

? **ଉଦାହରଣ 6 :** ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ଏକ ବଡ଼ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରକୁ ଦୁଇଟି ଛୋଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ବଡ଼ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଦର୍ଶାଉଥିବା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।



ଛୋଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଦୁଇଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥାକ୍ରମେ $4v$ ବର୍ଗ ଏକକ ଏବଂ $3v$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

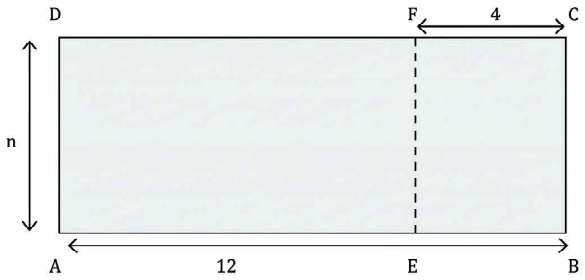
ବଡ଼ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା : (i) ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 'v' ଏବଂ $(4 + 3)$ କୁ ନେଇ (ii) ଛୋଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକରି ।

ପ୍ରଥମ ଉପାୟରେ ଏହା ହେଉଛି $7v$ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଉପାୟରେ ହେଉଛି $4v + 3v$ । ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାନ : $4v + 3v = 7v$ ଏବଂ ଏହା ହିଁ ବଡ଼ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ପରିପ୍ରକାଶ ।

APSCERT

As earlier, a big rectangle is split into two smaller rectangles as shown below. Write an expression to find the area of the rectangle AEFD.

Even in this case, the area of rectangle AEFD can be found in two ways: (i) by directly using the side lengths n and (12 – 4), or (ii) subtracting the area of the rectangle EBCF from that of ABCD.



The first method gives us 8n, and the second method gives us 12n – 4n, and they are equal, since 12n – 4n = 8n. This is the expression for the area of the rectangle AEFD.

Sets of terms such as (5c, c, 10c), (12n, – 4n) that involve the same letter-numbers are called **like terms**. Sets of terms such as {18c, 11d} are called **unlike terms** as they have different letter-numbers.

As we have seen, like terms can be added together and simplified into a single term.

Example 7: A shop rents out chairs and tables for a day's use. To rent them, one has to first pay the following amount per piece.

Item	Amount
Chair	₹40
Table	₹75

When the furniture is returned, the shopkeeper pays back some amount as follows.

Item	Amount returned
Chair	₹6
Table	₹10

Write an expression for the total number of rupees paid if x chairs and y tables are rented.

For x chairs and y tables, let us find the total amount paid at the beginning and the amount one gets back after returning the furniture.

Describe the procedure to get these amounts.

The total amount in rupees paid at the beginning is 40x + 75y, and the total amount returned is 6x + 10y.

So, the total amount paid = (40x + 75y) – (6x + 10y).

Can we simplify this expression? If yes, how?

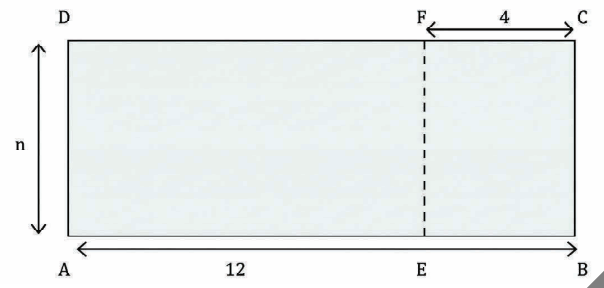
If not, why not?



AP SCERT

ପୂର୍ବ ପରି, ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଇବାଭଳି ଏକ ବଡ଼ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରକୁ ଦୁଇଟି ଛୋଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର AEFD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ, ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର AEFD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ମିଳିପାରେ – (i) ସିଧାସଳଖ ଦୁଇ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 'n' ଏବଂ (12 – 4) ବ୍ୟବହାର କରି କିମ୍ବା (ii) ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ABCD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳରୁ ଆୟତକ୍ଷେତ EBCF ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିୟୋଗ କରି ।



ପ୍ରଥମ ପଦ୍ଧତି ଆମକୁ $8n$ ଦିଏ, ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ୍ଧତି ଆମକୁ $12n - 4n$ ଦିଏ, ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଯେହେତୁ $12n - 4n = 8n$ । ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର AEFD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପାଇଁ ଏହା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ।

ସମାନ ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା ଥିବା $(5c, c, 10c), (12n, -4n)$ ପରି ପଦଗୁଡ଼ିକୁ **ସଦୃଶ ପଦ** କୁହାଯାଏ । ଅଲଗା ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା ଥିବା $\{18c, 11d\}$ ପରି ପଦଗୁଡ଼ିକୁ **ଅସଦୃଶ ପଦ** କୁହାଯାଏ ।

ଆମେ ଦେଖିଛୁ ଯେ, ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି ମିଶାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ଏକକ ପଦରେ ସରଳୀକୃତ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ 7 : ଜଣେ ଦୋକାନୀ ଚୌକି ଏବଂ ଟେବୁଲ୍ ଦୈନିକ ବ୍ୟବହାର ପାଇଁ ଭଡ଼ାରେ ଦିଅନ୍ତି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ନେବା ପାଇଁ, ପ୍ରଥମେ ପ୍ରତିଟି ପାଇଁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିମାଣରେ ଟଙ୍କା ଅଗ୍ରୀମ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ ।

ଜିନିଷ	ପରିମାଣ(ଟଙ୍କାରେ)
ଚୌକି	₹40
ଟେବୁଲ୍	₹75

ଯେତେବେଳେ ଆସବାବପତ୍ର ଫେରସ୍ତ କରାଯାଏ, ଦୋକାନୀ ନିମ୍ନଭଳି କିଛି ଟଙ୍କା ଫେରସ୍ତ କରନ୍ତି :

ଜିନିଷ	ଫେରସ୍ତ ପରିମାଣ (ଟଙ୍କାରେ)
ଚୌକି	₹6
ଟେବୁଲ୍	₹10

ଯଦି x ସଂଖ୍ୟକ ଚୌକି ଏବଂ y ସଂଖ୍ୟକ ଟେବୁଲ୍ ଭଡ଼ାରେ ନିଆଯାଏ, ତେବେ ମୋଟ କେତେ ଟଙ୍କା ଦିଆଗଲା ସେଥିପାଇଁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

x ଏବଂ y ର ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ପ୍ରଥମେ ଅଗ୍ରୀମ ଦିଆଯାଇଥିବା ଟଙ୍କା ଏବଂ ଆସବାବପତ୍ର ଫେରାଇବାପରେ ମୋଟ ଫେରସ୍ତ ରାଶି ବାହାର କରିବା ।

ଏହି ମୋଟ ଟଙ୍କାକୁ ସୂଚାଉଥିବା ପରିପ୍ରକାଶ ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।

ଆରମ୍ଭରେ ଅଗ୍ରୀମ ଦିଆଯାଇଥିବା ମୋଟ ଟଙ୍କା ହେଉଛି $40x + 75y$, ଏବଂ ଫେରସ୍ତ ମିଳିଥିବା ମୋଟ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ ହେଉଛି $6x + 10y$ ।

ତେଣୁ, ମୋଟ ଦେୟ ପରିମାଣ = $(40x + 75y) - (6x + 10y)$ ।

ତୁମେ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳୀକରଣ କରିପାରିବ କି ? ଯଦି ହଁ, କିପରି ? ଯଦି ନାହିଁ, କାହିଁକି ନୁହେଁ?



AP SCERT

Recalling how we open brackets in an arithmetic expression, we get

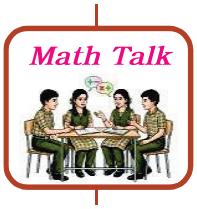
$$(40x + 75y) - (6x + 10y) = (40x + 75y) - 6x - 10y$$

Since the terms can be added in any order, the remaining bracket can be opened and the expression becomes $40x + 75y + (-6x) + (-10y)$

We can group the like terms together, This results in

$$40x + (-6x) + 75y + (-10y)$$
$$= (40 - 6)x + (75 - 10)y$$
$$= 34x + 65y.$$

The expression $(40x + 75y) - (6x + 10y)$ is simplified to $34x + 65y$, which is the total amount paid in rupees.



? Could we have written the initial expression as $(40x + 75y) + (-6x - 10y)$?

? **Example 8 :** Charu has been through three rounds of a quiz. Her scores in the three rounds are $7p - 3q$, $8p - 4q$, and $6p - 2q$. Here, p represents the score for a correct answer and q represents the penalty for an incorrect answer.

? What do each of the expressions mean?

If the score for a correct answer is 4 ($p = 4$) and the penalty for a wrong answer is 1 ($q = 1$), find Charu's score in the first round.

Charu's score is $7 \times 4 - 3 \times 1$. We can evaluate this expression by writing it as a sum of terms.

$7 \times 4 - 3 \times 1 = 7 \times 4 + (-3) \times 1 = 28 + (-3) = 25$

What are her scores in the second and third rounds?

What if there is no penalty? What will be the value of q in that situation?

What is her final score after the three rounds?

Her final score will be the sum of the three scores: $(7p - 3q) + (8p - 4q) + (6p - 2q)$.

Since the terms can be added in any order, we can remove the brackets and write

$7p + - 3q + 8p + - 4q + 6p + -2q$

$= 7p + 8p + 6p + (-3q) + (-4q) + (-2q)$ (by swapping and grouping)

$= (7 + 8 + 6)p + [-(3 + 4 + 2)q]$

$= 21p + (-9q)$

$= 21p - 9q.$

Charu's total score after three rounds is $21p - 9q$. Her friend Krishita's score after three rounds is $23p - 7q$.

© NCERT

ଆମେ ଏକ ପାଟିଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ବନ୍ଧନୀ କିପରି ଖୋଲାଯାଏ ତାହା ମନେପକାଇଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$$(40x + 75y) - (6x + 10y) = (40x + 75y) - 6x - 10y$$

ଯେହେତୁ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ମିଶାଯାଇପାରିବ, ଅବଶିଷ୍ଟ ବନ୍ଧନୀକୁ ଖୋଲାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ପରିପ୍ରକାଶଟି ହେବ : $40x + 75y + (-6x) + (-10y)$

ଆମେ ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରିପାରିବା । ଏହାର ଫଳାଫଳ ହେବ

$$40x + (-6x) + 75y + (-10y)$$
$$= (40 - 6)x + (75 - 10)y$$

$(40x + 75y) - (6x + 10y)$ ପରିପ୍ରକାଶଟି ସରଳୀକୃତ ହୋଇ $34x + 65y$ ହେଲା, ଯାହାକି ଟଙ୍କାରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ମୋଟ ପରିମାଣ ।

? ଆମେ କ'ଣ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ $(40x + 75y) + (-6x - 10y)$ ଭଳି ଲେଖିପାରିଥାନ୍ତେ ?



? **ଉଦାହରଣ 8 :** ଚାରୁ ଏକ କୁଇଜ୍ ପ୍ରତିଯୋଗୀତାରେ ତିନୋଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଭାଗ ନେଇଛନ୍ତି । ତିନୋଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ତାଙ୍କର ସ୍କୋର୍‌ଗୁଡ଼ିକ ହେଲା : $7p - 3q$, $8p - 4q$ ଏବଂ $6p - 2q$ । ଏଠାରେ, p ଏକ ସଠିକ୍ ଉତ୍ତର ପାଇଁ ସ୍କୋର୍‌କୁ ସୂଚାଉଛି ଏବଂ q ଏକ ଭୁଲ୍ ଉତ୍ତର ପାଇଁ ସ୍କୋର୍‌କୁ ସୂଚାଉଛି ।

? ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶର ଅର୍ଥ କ'ଣ ?

ଯଦି ଏକ ସଠିକ୍ ଉତ୍ତର ପାଇଁ ସ୍କୋର୍ 4 ($p = 4$) ଏବଂ ଏକ ଭୁଲ୍ ଉତ୍ତର ପାଇଁ କଟିବା ସ୍କୋର୍ 1 ($q = 1$) ହେଲେ, ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଚାରୁଙ୍କର ସ୍କୋର୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଚାରୁଙ୍କ ସ୍କୋର୍ ହେଉଛି : $7 \times 4 - 3 \times 1$ । ଆମେ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ପଦଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ଭାବରେ ଲେଖି ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିପାରିବା :

$$7 \times 4 - 3 \times 1 = 7 \times 4 + (-3) \times 1 = 28 + (-3) = 25$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ତାଙ୍କର ସ୍କୋର୍ କେତେ ?

ଯଦି କୌଣସି ସ୍କୋର୍ କଟାନଯାଏ ତେବେ କ'ଣ ହେବ ? ସେହି ପରିସ୍ଥିତିରେ q ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

ତୃତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ପରେ ତାଙ୍କର ଚୂଡ଼ାନ୍ତ ସ୍କୋର୍ କେତେ ହେବ ?

ତାଙ୍କର ଚୂଡ଼ାନ୍ତ ସ୍କୋର୍ ତିନୋଟି ସ୍କୋର୍‌ର ସମଷ୍ଟି ହେବ : $(7p - 3q) + (8p - 4q) + (6p - 2q)$।

ଯେହେତୁ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ମିଶାଯାଇପାରିବ, ଆମେ ବନ୍ଧନୀ ହଟାଇ ଏହାକୁ ଏହିଭଳି ଲେଖିପାରିବା :

$$7p + (-3q) + 8p + (-4q) + 6p + (-2q)$$
$$= 7p + 8p + 6p + (-3q) + (-4q) + (-2q)$$ (ଅଦଳବଦଳ ଏବଂ ଦଳଭୁକ୍ତ କରିବା ଦ୍ୱାରା)
$$= (7 + 8 + 6)p + [-(3 + 4 + 2)q]$$
$$= 21p + (-9q)$$
$$= 21p - 9q.$$

ତିନୋଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟ ପରେ ଚାରୁଙ୍କ ମୋଟ ସ୍କୋର୍ ହେଉଛି : $21p - 9q$ । ତାଙ୍କ ବନ୍ଧୁ କୃଷିତାଙ୍କ ସ୍କୋର୍ ତିନୋଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟ ପରେ $23p - 7q$ ଅଟେ ।

APSCERT

Give some possible scores for Krishita in the three rounds so that they add up to give 23p – 7q.

Can we say who scored more? Can you explain why?

How much more has Krishita scored than Charu? This can be found by finding the difference between the two scores.

23p – 7q – (21p – 9q)

Simplify this expression further.

Example 9: Simplify the expression 4 (x + y) – y

Using the distributive property, this expression can be simplifiedto

$$4 (x + y) – y = 4x + 4y – y$$
$$= 4x + 4y + (–y)$$
$$= 4x + (4 – 1)y$$
$$= 4x + 3y.$$

Example 10: Are the expressions 5u and 5 + u equal to each other?

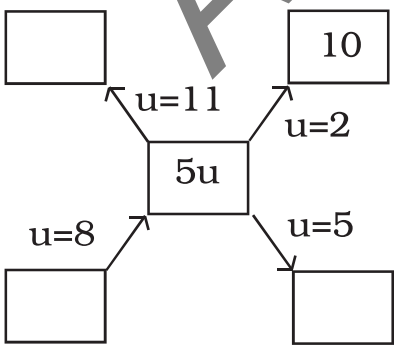
The expression 5u means 5 times the number u,

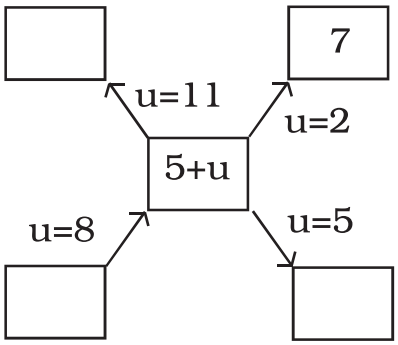
and the expression 5 + u means 5 more than the number u.

These two being different operations, they should give different values for most values of u.

Let us check this.

Fill the blanks below by replacing the letter-numbers by numbers; an example is shown. Then compare the values that 5u and 5 + u take.





If the expressions 5u and 5 + u are equal, then they should take the same values for any given value of u. But we can see that they do not. So, these two expressions are not equal.

APSCERT

ତିନୋଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟ ସମାପ୍ତ ପରେ କୃଷିତା ପାଇଥିବା ମୋଟ ସ୍କୋର୍ $23p - 7q$ ହେବାଭଳି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପର୍ଯ୍ୟାୟର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସ୍କୋର୍ କେତେକେତେ ହୋଇପାରେ ?

କିଏ ଅଧିକ ସ୍କୋର୍ କରିଛନ୍ତି ଆମେ କହିପାରିବା କି ? କିପରି ତୁମେ କହିପାରିବ କି ?

ଚାରୁ ଅପେକ୍ଷା କୃଷିତା କେତେ ଅଧିକ ସ୍କୋର୍ କଲେ ? ଦୁଇଟି ସ୍କୋର୍ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପ୍ରଭେଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ଆମେ ଏହା ଜାଣିପାରିବା ।

$$23p - 7q - (21p - 9q)$$

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଆହୁରି ସରଳ କର ।

ଉଦାହରଣ 9 : $4\ (x + y) - y$ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ସରଳ କର ।

ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଏହିଭଳି ସରଳ କରାଯାଇପାରିବ ।

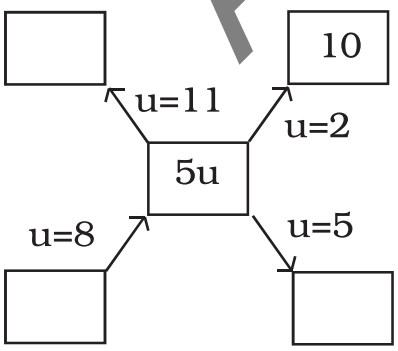
$$4\ (x + y) - y = 4x + 4y - y$$
$$= 4x + 4y + (-y)$$
$$= 4x + (4 - 1)y$$
$$= 4x + 3y$$

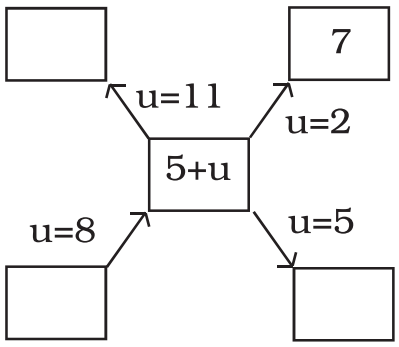
ଉଦାହରଣ 10 : $5u$ ଓ $5 + u$ ପରିପ୍ରକାଶ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସମାନ କି ?

$5u$ ପରିପ୍ରକାଶର ଅର୍ଥ ହେଲା u ର 5 ଗୁଣ ଏବଂ $5 + u$ ପରିପ୍ରକାଶର ଅର୍ଥ u ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ 5 ଅଧିକ । ଏହି ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା, ତେଣୁ u ର ଦତ୍ତ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଏହା ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ଦିଏ ।

ଆସ ପରୀକ୍ଷା କରିବା :

ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ପୂରଣ କରି ନିମ୍ନ ଖାଲିସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର, ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି । ତା'ପରେ $5u$ ଓ $5 + u$ ର ମୂଲ୍ୟକୁ ତୁଳନା କର ।



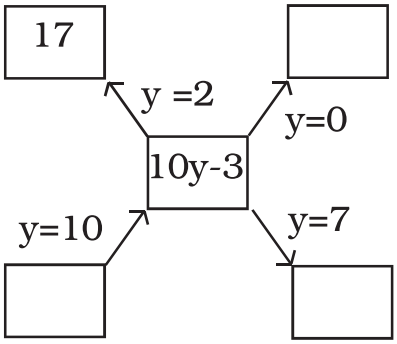


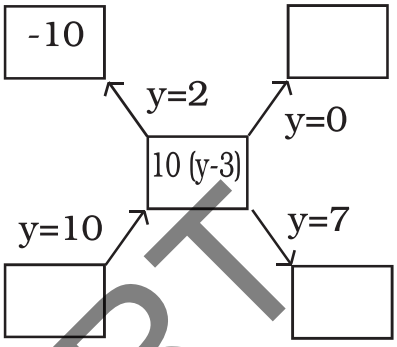
$5u$ ଓ $5 + u$ ପରିପ୍ରକାଶ ସମାନ ହେଲେ, u ର ଯେକୌଣସି ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ହେବ । କିନ୍ତୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ସେହିଭଳି ନାହିଁ ବୋଲି ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲୁ । ତେଣୁ ସେହି ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶ ସମାନ ନୁହେଁ ।

APSCERT

Are the expressions 10y – 3 and 10(y – 3) equal?

10y – 3, short for 10 × y – 3, means 3 less than 10 times y,
10(y – 3), short for 10 × (y – 3), means 10 times (3 less than y).
Let us compare the values that these expressions take for different values of y.

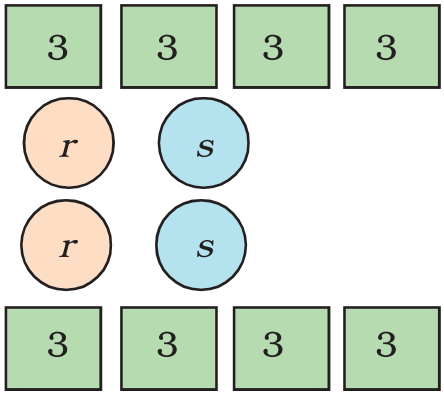




After filling in the two diagrams, do you think the two expressions are equal?

Example 11: What is the sum of the numbers in the picture (unknown values are denoted by letter-numbers)?

There are many ways to go about it. Here, we show some of them.



1. Adding row wise gives:
   $(4 \times 3) + (r + s) + (r + s) + (4 \times 3)$
2. Adding like terms together gives:
   $(8 \times 3) + (r + r) + (s + s)$
3. Adding the upper half and doubling gives:
   $2 \times (4 \times 3 + r + s)$

The three expressions might seem different. We can simplify each one and see that they all are the same: 2r + 2s + 24.



Figure it Out - 4.2

1. Add the numbers in each picture below. Write their corresponding expressions and simplify them. Try adding the numbers in each picture in a couple different ways and see that you get the same thing.

AP SCERT

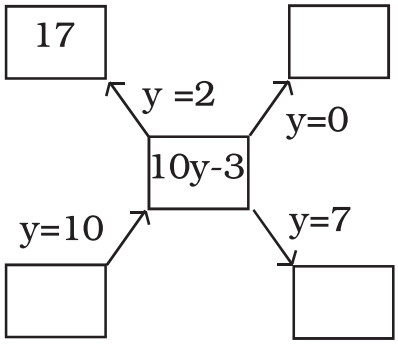
$10y - 3$ ଓ $10(y - 3)$ ପରିପ୍ରକାଶ ଦୁଇଟି ସମାନ କି ?

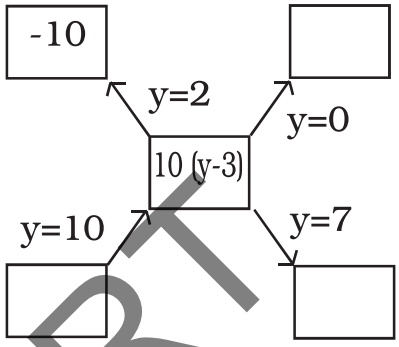


$10y - 3$ ହେଉଛି $10 \times y - 3$ ର ସରଳ ରୂପ, ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଲା y ର 10 ଗୁଣରୁ 3 କମ୍ ।

$10(y - 3)$ ହେଉଛି $10 \times (y - 3)$ ର ସରଳ ରୂପ, ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଲା (y ଠାରୁ 3 କମ୍) ର 10 ଗୁଣ ।

y ର ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟକୁ ତୁଳନା କରି ଦେଖିବା ।



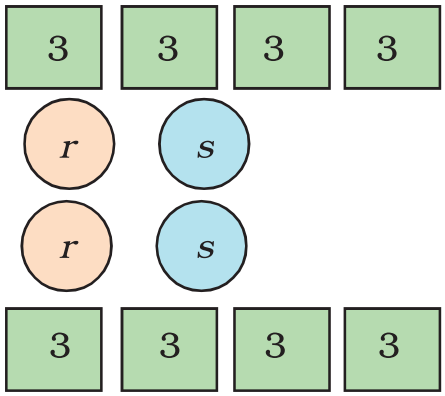


? ଏହି ଦୁଇଟି ଚିତ୍ର ପୂରଣ କଲା ପରେ, ସେହି ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶ ସମାନ ବୋଲି ତୁମେ ଭାବୁଛ କି ?

? **ଉଦାହରଣ 11 :** ପାର୍ଶ୍ୱ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?(ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିକୁ ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଇଛି ।)

ଏହା କରିବା ପାଇଁ ଅନେକ ଉପାୟ ଅଛି । ଏଠାରେ ଆମେ ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କିଛି କରି ଦେଖାଇବା :

1. ଧାଡ଼ି ପଦ୍ଧତିରେ ଯୋଗକରିବା :
   $(4 \times 3) + (r + s) + (r + s) + (4 \times 3)$
2. ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରି ଯୋଗକରିବା :
   $(8 \times 3) + (r + r) + (s + s)$
3. ଚିତ୍ରର ଅର୍ଦ୍ଧାଂଶକୁ ଯୋଗ କରି ଦୁଇଗୁଣ କରିବା :
   $2 \times (4 \times 3 + r + s)$



ଏହି ତିନୋଟି ପରିପ୍ରକାଶ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଲାଗିପାରେ । ଆମେ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ସରଳକରି ଦେଖିଲେ ଜାଣିବା ଯେ ସେଗୁଡ଼ିକ ସବୁ ସମାନ :

$2r + 2s + 24$

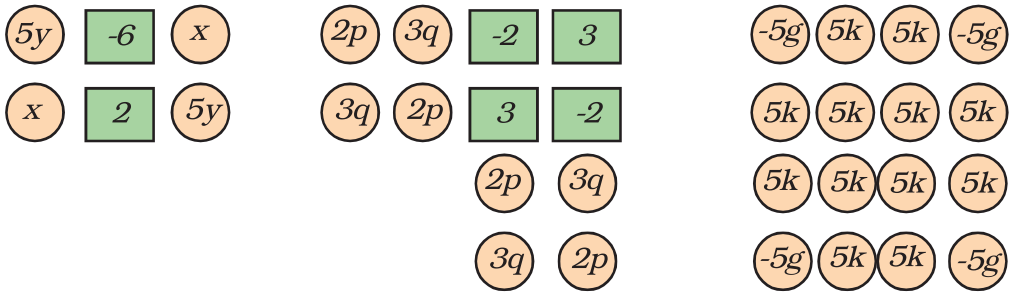


ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 4.2

1. ନିମ୍ନରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗକର । ସେଗୁଡ଼ିକର ଅନୁରୂପ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ଲେଖି ସରଳକର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତିରେ ଯୋଗକରିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କର । ତୁମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମାନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇବ ।



AP SCERT



2. Simplify each of the following expressions:
   (a) p + p + p + p, p + p + p + q, p + q + p – q,
   (b) p – q + p – q, p + q – p + q,
   (c) p + q – (p + q), p – q – p – q
   (d) 2d – d – d – d, 2d – d – d – c,
   (e) 2d – d – (d – c), 2d – (d – d) – c,
   (f) 2d – d – c – c

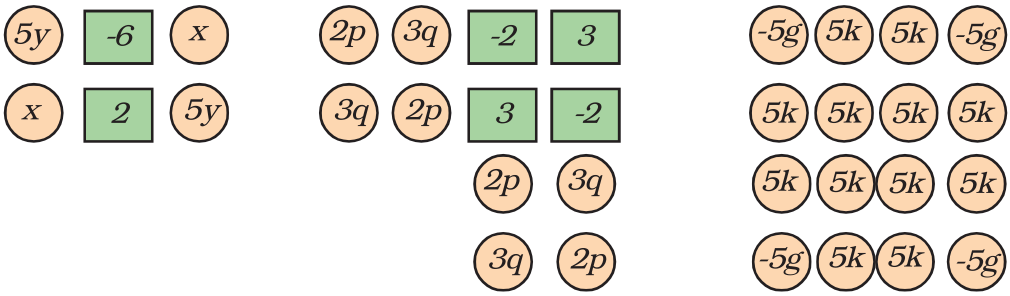
Mind the Mistake, Mend the Mistake

Some simplifications of algebraic expressions are done below. The expression on the right-hand side should be in its simplest form.

- Observe each of them and see if there is a mistake.
- If you think there is a mistake, try to explain what might have gone wrong.
- Then, simplify it correctly.

Expression	Simplest Form	Correct Simplest Form
1. 3a + 2b	5	
2. 3b – 2b – b	0	
3. 6 (p + 2)	6p + 8	
4. (4x + 3y) – (3x + 4y)	x + y	
5. 5 – (2 – 6z)	3 – 6z	
6. 2 + (x + 3)	2x – 6	
7. 2y + (3y – 6)	– y + 6	
8. 7p – p + 5q – 2q	7p + 3q	
9. 5 (2w + 3x + 4w)	10w + 15x + 20w	
10. 3j + 6k + 9h + 12	3 (j + 2k + 3h + 4)	
11. 4 (2r + 3s + 5)	– 20 – 8r – 12s	

APSCERT



2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳ କର :

(a) $p + p + p + p$, $p + p + p + q$, $p + q + p - q$,

(b) $p - q + p - q$, $p + q - p + q$,

(c) $p + q - (p + q)$, $p - q - p - q$

(d) $2d - d - d - d$, $2d - d - d - c$,

(e) $2d - d - (d - c)$, $2d - (d - d) - c$,

(f) $2d - d - c - c$

ଭୁଲ ଚିହ୍ନଟକର ଓ ସଂଶୋଧନ କର

କେତେକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର କିଛି ସରଳୀକୃତ ରୂପ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ପରିପ୍ରକାଶ ଏହାର ସଠିକ୍ ସରଳୀକୃତ ରୂପ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

1. ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କର ଓ କୌଣସି ଭୁଲ ଥିଲେ ଚିହ୍ନଟ କର ।
2. ଯଦି ଭୁଲ ଅଛି ବୋଲି ତୁମେ ଭାବୁଛ, ତେବେ କେଉଁଠି ଭୁଲ ଅଛି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।
3. ତା'ପରେ ତାହାକୁ ସଠିକ୍ ଭାବେ ସରଳ କର ।

ପରିପ୍ରକାଶ	ସରଳୀକୃତ ରୂପ	ସଠିକ୍ ସରଳୀକୃତ ରୂପ
1. $3a + 2b$	5	
2. $3b - 2b - b$	0	
3. $6 (p + 2)$	$6p + 8$	
4. $(4x + 3y) - (3x + 4y)$	$x + y$	
5. $5 - (2 - 6z)$	$3 - 6z$	
6. $2 + (x + 3)$	$2x - 6$	
7. $2y + (3y - 6)$	$- y + 6$	
8. $7p - p + 5q - 2q$	$7p + 3q$	
9. $5 (2w + 3x + 4w)$	$10w + 15x + 20w$	
10. $3j + 6k + 9h + 12$	$3 (j + 2k + 3h + 4)$	
11. $4 (2r + 3s + 5)$	$- 20 - 8r - 12s$	

APSCERT

? Take a look at all the corrected simplest forms (i.e. brackets are removed, like terms are added, and terms with only numbers are also added). Is there any relation between the number of terms and the number of letter-numbers these expressions have?

4.5 Pick Patterns and Reveal Relationships

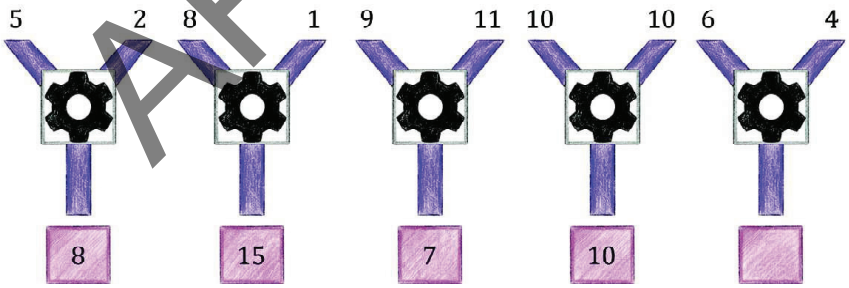
In the first section we got a glimpse of algebraic expressions and how to use them to describe simple patterns and relationships in a concise and elegant manner. Here, we continue to look for general relationships between quantities in different scenarios, find patterns and, interestingly, even explain why these patterns occur.

Remember the importance of describing in simple language, or visualising mathematical relationships, before trying to write them as expressions.

Formula Detective

Look at the picture given. In each case, the number machine takes in the 2 numbers at the top of the 'Y' as inputs, performs some operations and produces the result at the bottom. The machine performs the same operations on its inputs in each case.

? Find out the formula of this number machine.



The formula for the number machine above is "two times the first number minus the second number". When written as an algebraic expression, the formula is 2a – b. The expression for the first set of inputs is 2 × 5 – 2 = 8. Check that the formula holds true for each set of inputs.

AP SCERT

? ସଂଶୋଧିତ ସରଳୀକୃତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । (ଅର୍ଥାତ୍ ବନ୍ଧନୀଗୁଡ଼ିକ ବାହାର କରାଯାଇଛି,, ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକରାଯାଇଛି ଏବଂ କେବଳ ସଂଖ୍ୟା ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ଯୋଗ କରାଯାଇଛି ।) ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ପଦ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଅକ୍ଷର–ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସମ୍ପର୍କ ଦେଖୁଛ କି ?

4.5 ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛ ଓ ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କକୁ ପ୍ରକାଶ କର

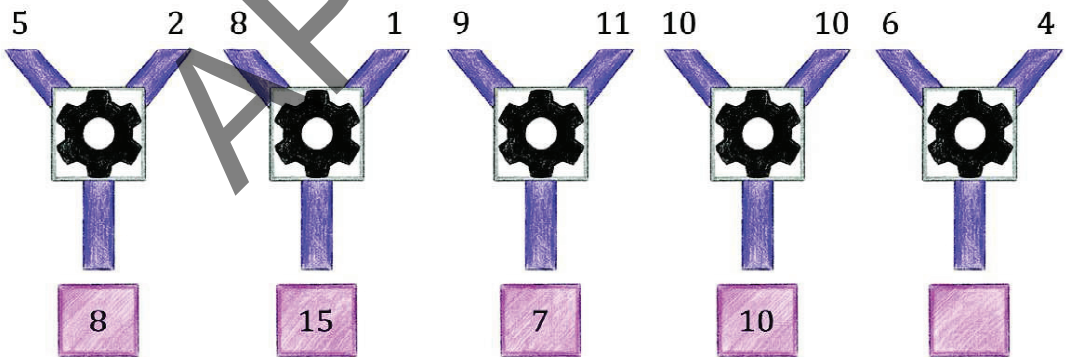
ପ୍ରଥମ ବିଭାଗରେ ଆମେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ, ସରଳ ସଂରଚନା ଓ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କକୁ କିପରି ଉତ୍ତମ ଢଙ୍ଗରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ ଜାଣିଲୁ । ଏଠାରେ, ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଥିବା ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ଓ ଏହା କିପରି ଓ କାହିଁକି ଏପରି ସଂରଚନାରେ ରହିପାରୁଛି ଜାଣିବା ।

ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପରିପ୍ରକାଶ ଭାବରେ ଲେଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ ଭାଷାରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା କିମ୍ବା କଳ୍ପନା କରିବାର ଗୁରୁତ୍ୱକୁ ମନେରଖ ।

ସୂତ୍ର ଗୋଇନ୍ଦା

ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ସଂଖ୍ୟା କଳ 'Y' ର ଉପରେ ଥିବା 2ଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଇନ୍‌ପୁଟ୍ ଭାବରେ ନିଏ, କିଛି ପ୍ରକ୍ରିୟା କରେ ଏବଂ ତଳେ ଫଳାଫଳ ପ୍ରଦାନ କରେ । କଳଟି ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହାର ଇନ୍‌ପୁଟ୍ ଉପରେ ସମାନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂପାଦନ କରେ ।

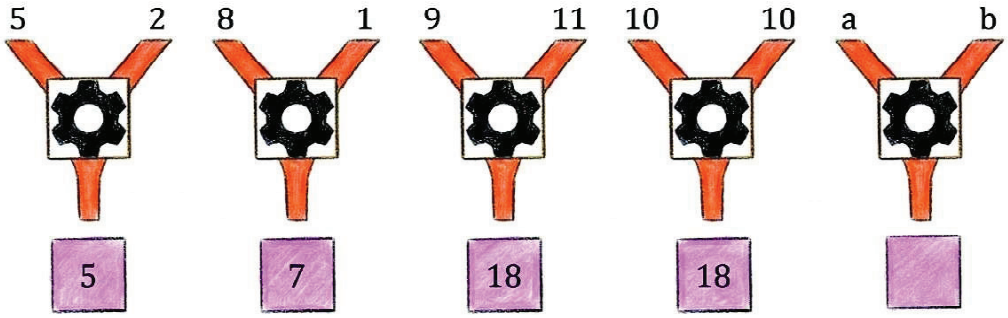
? ଏହି ସଂଖ୍ୟା କଳର ସୂତ୍ର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



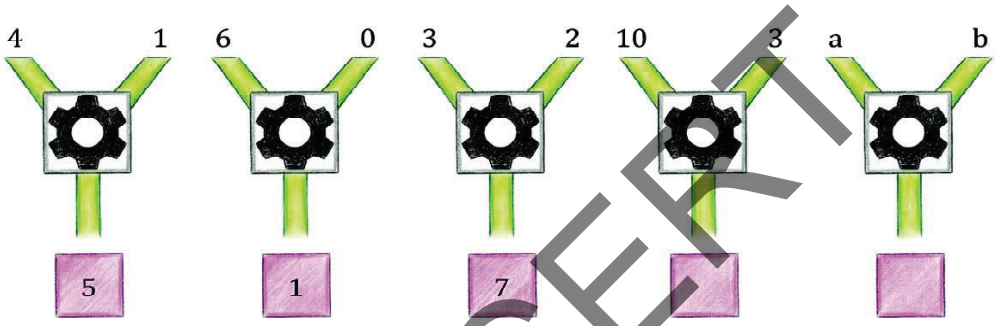
ଉପରୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା କଳ ପାଇଁ ସୂତ୍ର ହେଉଛି '' ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଗୁଣରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ ।'' ଯେତେବେଳେ ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଭାବରେ ରଖାଯାଏ, ସୂତ୍ରଟି ହେଉଛି $2a - b$ ହେବ । ଇନ୍‌ପୁଟ୍‌ର ପ୍ରଥମ ସେଟ୍ ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ ହେଉଛି $2 \times 5 - 2 = 8$ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଇନ୍‌ପୁଟ୍ ସେଟ୍ ପାଇଁ ସୂତ୍ରଟି ସଠିକ୍ କି ନାହିଁ ଯାଞ୍ଚ କର ।

AP SCERT

Find the formulas of the number machines below and write the expression for each set of inputs.



expression: expression: expression: expression: expression:



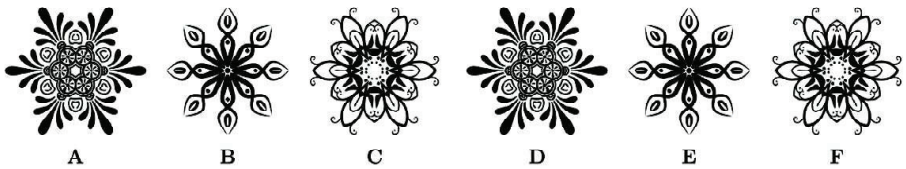
expression: expression: expression: expression: expression:

Now, make a formula on your own. Write a few number machines as examples using that formula. Challenge your classmates to figure it out!

Note to the Teacher: Not just solving problems but creating new questions is also very much a part of learning and doing mathematics!

Algebraic Expressions to Describe Patterns

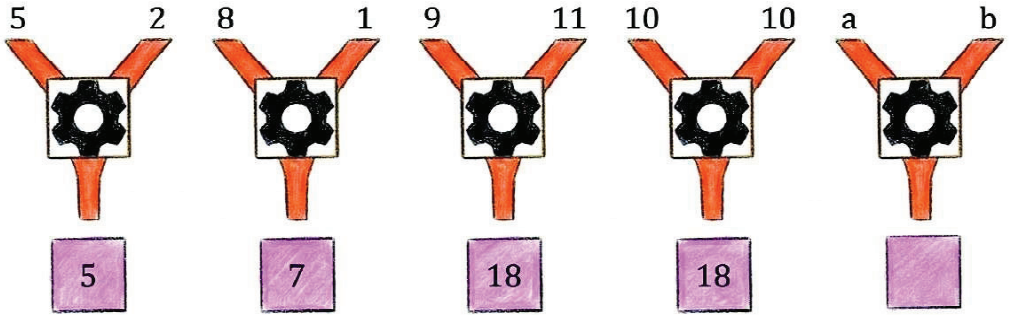
Example 12 : Dhatri noticed a repeating pattern along the border of a saree.



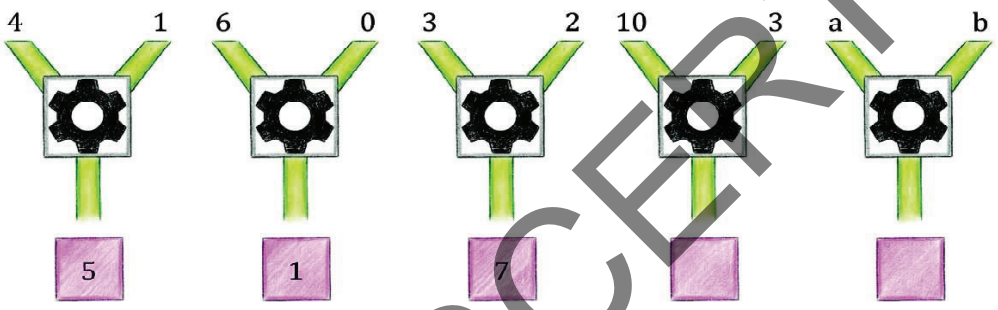
Dhatri wonders if there is a way to describe all the positions where the (i) Design A occurs, (ii) Design B occurs, and (iii) Design C occurs.

AP SCERT

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା କଳଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ସୂତ୍ର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଇନ୍‌ପୁଟ୍ ସମୂହପାତ ପାଇଁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।



ପରିପ୍ରକାଶ : ପରିପ୍ରକାଶ : ପରିପ୍ରକାଶ : ପରିପ୍ରକାଶ : ପରିପ୍ରକାଶ :



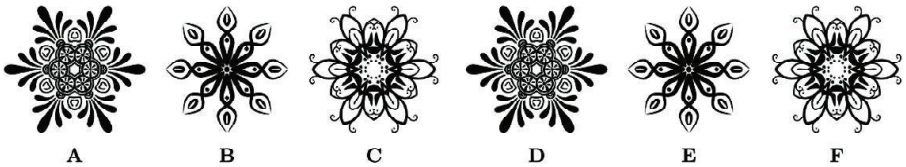
ପରିପ୍ରକାଶ : ପରିପ୍ରକାଶ : ପରିପ୍ରକାଶ : ପରିପ୍ରକାଶ : ପରିପ୍ରକାଶ :

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ ନିଜେ ଏକ ସୂତ୍ର ଗଠନ କର । ଏହି ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି କିଛି ସଂଖ୍ୟା କଳର ଉଦାହରଣ ଲେଖ । ଏହାର ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ତୁମ ସହପାଠୀଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କର ।

ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ସୂଚନା : କେବଳ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ନୁହେଁ, ନୂଆ ପ୍ରଶ୍ନ ଗଠନ କରିବା ହେଉଛି ଗଣିତ ଶିଖିବା ଏବଂ କରିବା ଏକ ମୁଖ୍ୟ ଅଂଶ ।

ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ପାଇଁ ବିଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ

ଉଦାହରଣ 12 : ଧାରତ୍ରୀ ଏକ ଶାଢ଼ିର ଧାରରେ ଏକ ସଂରଚନାର ପୁନରାବୃତ୍ତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲା :



A B C D E F

(i) ଡିଜାଇନ୍ A, (ii) ଡିଜାଇନ୍ B, ଏବଂ (iii) ଡିଜାଇନ୍ C ଗୁଡ଼ିକ କିପରି ସେଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଥାନରେ ପୁନରାବୃତ୍ତି ହୋଇଛି ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ କୌଣସି ଉପାୟ ଅଛି କି ବୋଲି ଧାତ୍ରୀ ଭାବୁଛି ।

APSCERT

Let us start with design C. It appears for the first time at position 3, the second time at position 6.

? Where would design C appear for the n^{th} time?

We can see that this design appears in positions that are multiples of 3. So the nth occurrence of Design C will be at position 3n.

? Similarly, find the formula that gives the position where the other Designs appear for the n^{th} time.

The positions where B occurs are 2, 5, 8, 11, 14, and so on.

We can see that the position of the n^{th} appearance of Design B is one less than the position at which Design C appears for the n^{th} time. Thus, the n^{th} occurrence of Design B is at position:

$$3n - 1$$

Similarly, the expression describing the position at which the design A appears for the n^{th} time is: $3n - 2$.

? Given a position number can we find out the design that appears there? Which Design appears at Position 122?

If the position is a multiple of 3, then clearly we have Design C. As seen earlier, if the position is one less than a multiple of 3, it has Design B, and if it is 2 less than a multiple of 3, then it has Design A.

? Can the remainder obtained by dividing the position number by 3 be used for this? Observe the table below.

Position no.	Quotient on division by 3	Remainder
99	33	0
122	40	2
148	49	1

? Use this to find what design appears at positions 99, 122, and 148.

Patterns in a Calendar

Here is the calendar of November 2024. Consider 2 × 2 squares, as marked in the calendar. The numbers in this square show an interesting property.

AP SCERT

ଆସ ଡିଜାଇନ୍ C ରୁ ଆରମ୍ଭ କରିବା । ଏହା ଆରମ୍ଭରୁ 3 ସ୍ଥାନରେ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର 6ଷ୍ଠ ସ୍ଥାନରେ ରହିଛି ।

? n–ତମ ଅବସ୍ଥିତି ପାଇଁ ଡିଜାଇନ୍ C କେଉଁ ସ୍ଥାନରେ ଦେଖାଯିବ ?

ଆମେ ଦେଖିପାରୁଛୁ ଯେ, ଏହି ଡିଜାଇନ୍‌ଟି 3 ର ଗୁଣିତକ ଥିବା ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକରେ ଦେଖାଯାଉଛି । ତେଣୁ, n–ତମ ଅବସ୍ଥିତି ପାଇଁ ଡିଜାଇନ୍ C, 3n ତମ ସ୍ଥାନରେ ରହିବ ।

? ସେହିଭଳି, ଅନ୍ୟ ଡିଜାଇନ୍‌ଗୁଡ଼ିକ n–ତମ ସ୍ଥାନ ପାଇଁ କେଉଁ ସ୍ଥାନରେ ଦେଖାଯିବ, ତାହାର ସୂତ୍ର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଡିଜାଇନ୍ B ରହୁଥିବା ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକ ହେଲା 2, 5, 8, 11, 14, ଇତ୍ୟାଦି ।

ଆମେ ଦେଖିପାରୁଛୁ ଯେ, ଡିଜାଇନ୍ B ର n–ତମ ସ୍ଥାନ, ଡିଜାଇନ୍ C ର n–ତମ ସ୍ଥାନ ଠାରୁ 1 କମ୍ । ତେଣୁ ଡିଜାଇନ୍ B ର n–ତମ ସ୍ଥାନ ପାଇଁ ସୂତ୍ରଟି ହେବ

$$3n - 1$$

ସେହିଭଳି, ଡିଜାଇନ୍ A ର n–ତମ ସ୍ଥାନ ପାଇଁ ସୂତ୍ରଟି ହେବ : $3n - 2$

? ଏକ ସ୍ଥାନର ଅବସ୍ଥିତି ସଂଖ୍ୟାରେ ଦିଆଯାଇଥିଲେ ଏହି ସ୍ଥାନରେ କେଉଁ ଡିଜାଇନ୍ ଦୃଶ୍ୟମାନ ହେବ କହିପାରିବା କି ? 122 ତମ ସ୍ଥାନରେ କେଉଁ ଡିଜାଇନ୍ ଦୃଶ୍ୟମାନ ହେବ ?

ଯଦି ସ୍ଥାନ ଅବସ୍ଥିତି 3 ର ଏକ ଗୁଣିତକ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ସେଠାରେ ଡିଜାଇନ୍ C ରହେ । ଯଦି ସ୍ଥାନ ଅବସ୍ଥିତି 3 ର ଗୁଣିତକରୁ 1 କମ୍ ହୁଏ, ତେବେ ଡିଜାଇନ୍ B ଏବଂ ଯଦି 2 କମ୍ ହେଲେ ଡିଜାଇନ୍ A ଦୃଶ୍ୟମାନ ହୁଏ ।

? ସ୍ଥାନର ଅବସ୍ଥିତିକୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ମିଳୁଥିବା ଭାଗଶେଷକୁ ଆମେ ଏଥିପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା କି ? ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାରଣୀକୁ ଦେଖ :

ସ୍ଥାନର ଅବସ୍ଥିତି	3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଆସିବା ଭାଗଫଳ	ଭାଗଶେଷ
99	33	0
122	40	2
148	49	1

? 99, 122 ଏବଂ 148 ତମ ସ୍ଥାନରେ କେଉଁ ଡିଜାଇନ୍ ଅଛି, ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଏହି ତଥ୍ୟକୁ ବ୍ୟବହାର କର ।

କ୍ୟାଲେଣ୍ଡରରେ ସଂରଚନା

ଏଠାରେ ନଭେମ୍ବର 2024 ର ଏକ କ୍ୟାଲେଣ୍ଡର ଦିଆଯାଇଛି । କ୍ୟାଲେଣ୍ଡରରେ ଦର୍ଶାଇବା ଭଳି 2 × 2 ବର୍ଗଗ୍ରୀଡ୍‌କୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ଏହି ବର୍ଗ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଏକ ଆକର୍ଷଣୀୟ ଧର୍ମ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରୁଛନ୍ତି ।

AP SCERT

November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

12	13
19	20

Let us take the marked 2 × 2 square, and consider the numbers lying on the diagonals; 12 and 20; 13 and 19. Find their sums; 12 + 20, 13 + 19. What do you observe?

They are equal.

Let us extend the numbers in the calendar beyond 30, creating endless rows.

November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43	44
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

? Will the diagonal sums be equal in every 2 × 2 square in this endless grid? How can we be sure?

To be sure of this we cannot check with all 2 × 2 squares as there are an unlimited number of them.

Let us consider a 2 × 2 square. Its top left number can be any number.

Let us call it 'a'.

? Given that we know the top left number, how do we find the other numbers in this 2 × 2 square? As we have been doing, first let us describe the other numbers in words.

a	?
?	?

APSCERT

ନଭେମ୍ବର 2024

ରବି	ସୋମ	ମଙ୍ଗଳ	ବୁଧ	ଗୁରୁ	ଶୁକ୍ର	ଶନି
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

12	13
19	20

ଆସ ଏଥିରେ ଚିହ୍ନଟ ହୋଇଥିବା 2 × 2 ବର୍ଗକୁ ନେବା ଏବଂ କର୍ଣ୍ଣରେ ଥିବା 12 ଏବଂ 20; 13 ଏବଂ 19 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ସେଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : 12 + 20, 13 + 19 । ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲ ?
ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ।
ଆସ କ୍ୟାଲେଣ୍ଡରର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ 30 ରୁ ଅଧିକ ଲେଖି ଅସୀମ ଧାଡ଼ି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂପ୍ରସାରିତ କରିବା ।

ନଭେମ୍ବର 2024

ରବି	ସୋମ	ମଙ୍ଗଳ	ବୁଧ	ଗୁରୁ	ଶୁକ୍ର	ଶନି
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43	44
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

? ଏହି ଅସୀମ ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ 2 × 2 ବର୍ଗର କୌଣିକ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ାର ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେବ କି ? ଆମେ କିପରି ନିଶ୍ଚିତ ହୋଇପାରିବା ?

ଏହା ନିଶ୍ଚିତ କରିବାକୁ ହେଲେ ଆମେ ସମସ୍ତ 2 × 2 ବର୍ଗଗୁଡ଼ିକୁ ଯାଞ୍ଚ କରିପାରିବା ନାହିଁ, କାରଣ ସେଗୁଡ଼ିକ ଅସଂଖ୍ୟ । ଆସ ଏକ 2 × 2 ବର୍ଗକୁ ବିଚାର କରିବା । ଏହାର ଉପର ବାମ ପଟର ସଂଖ୍ୟା ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରେ । ଆସ ଏହାକୁ 'a' ବୋଲି ଧରିନେବା ।

a	?
?	?

? ଯଦି ଆମେ ଉପର ବାମ ପଟର ସଂଖ୍ୟା ଜାଣୁ, ତେବେ ଏହି 2 × 2 ବର୍ଗରେ ଥିବା ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ?

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ କଲାଭଳି, ପ୍ରଥମେ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଶବ୍ଦରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ।

APSCERT

- the number to the right of 'a' will be 1 more than it.
- the number below 'a' will be 7 more than it.
- the number diagonal to 'a' will be 8 more than it.

So the other numbers in the 2 × 2 square can be represented as shown in the grid. Let us find the diagonal sums; a + (a + 8), and (a + 1) + (a + 7). Let us simplify them.

a	a + 1
a+7	a + 8

Since the terms can be added in any order, the brackets can be opened.

a + (a + 8) = a + a + 8 = 2a + 8

(a + 1) + (a + 7) = a + 1 + a + 7 = a + a + 1 + 7 = 2a + 8

We see that both diagonal sums are equal to 2a + 8 (8 more than 2 times a).

? Verify this expression for diagonal sums by considering any 2 × 2 square and taking its top left number to be 'a'.

Thus, we have shown that diagonal sums are equal for any value of a, i.e., for any 2 × 2 square!



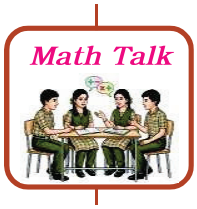
This problem is an example that shows the power of algebraic modelling in verifying whether a pattern will always hold.

Consider a set of numbers from the calendar (having endless rows) forming under the following shape:

	8	
14	15	16
	22	

? Find the sum of all the numbers. Compare it with the number in the centre: 15. Repeat this for another set of numbers that forms this shape. What do you observe?

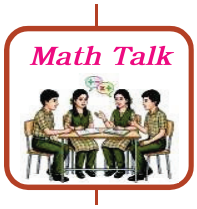
We see that the total sum is always 5 times the number in the centre.



? Will this always happen? How do you show this?

[**Hint:** Consider a general set of numbers that forms this shape.

Take the number at the centre to be 'a'. Express the other numbers in terms of 'a'.]



Find other shapes for which the sum of the numbers within the figure is always a multiple of one of the numbers.

APSCERT

a	a + 1
a+7	a + 8

- 'a' ର ଡାହାଣ ପଟେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଏହାଠାରୁ 1 ଅଧିକ ହେବ ।
- 'a' ର ତଳେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଏହାଠାରୁ 7 ଅଧିକ ହେବ ।
- 'a' ର କର୍ଣ୍ଣରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଏହାଠାରୁ 8 ଅଧିକ ହେବ ।

ତେଣୁ 2 × 2 ବର୍ଗରେ ଥିବା ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଦର୍ଶାଇବା ଭଳି ସୂଚାଯାଇପାରିବ ।

ଆସ ଉଭୟ କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ମୋଟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା :

$a + (a + 8)$ଏବଂ $(a + 1) + (a + 7)$।

ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳକରିବା : ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ମଧ୍ୟ ଯୋଗକରାଯାଇପାରିବ ତେଣୁ, ବନ୍ଧନୀ ଉଠାଇବା :

$$a + (a + 8) = a + a + 8 = 2a + 8$$

$$(a + 1) + (a + 7) = a + 1 + a + 7 = a + a + 1 + 7 = 2a + 8$$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ,କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଥିବା ଦୁଇଟି $2a + 8$ (a ର ଦୁଇଗୁଣରୁ 8 ଅଧିକ) କୁ ସମାନ ।

? ଯେକୌଣସି 2 × 2 ବର୍ଗ ନିଅ ଏବଂ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱର ଉପର ସଂଖ୍ୟାକୁ 'a' ରୂପେ ନେଇ ଉଭୟ କର୍ଣ୍ଣ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ମୋଟ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

ତେଣୁ, 'a' ର ଯେକୌଣସି ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଅର୍ଥାତ୍ ଯେକୌଣସି 2 × 2 ବର୍ଗର ଉଭୟ କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ସମାନ ବୋଲି ଆମେ ଦର୍ଶାଇଲୁ ।



ଏହି ସମସ୍ୟାଟି ଏକ ଉଦାହରଣ ଯାହା ବୀଜଗାଣିତିକ ମଡେଲିଂର ଶକ୍ତିକୁ ଦର୍ଶାଏ ଯାହାଦ୍ୱାରା ଏକ ସଂରଚନା ରହିବ କି ନାହିଁ ଯାଞ୍ଚ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଅସୀମ ଧାଡ଼ି ଥିବା କ୍ୟାଲେଣ୍ଡରରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ସଦ୍ୱିତ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ସେଟ୍ ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

	8	
14	15	16
	22	

? ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । କେନ୍ଦ୍ରରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା 15 ସହ ଏହାକୁ ତୁଳନା କର । ଏହିପରି ଆକୃତିରେ ସଦ୍ୱିତ ହୋଇଥିବା ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ନେଇ ଏହାକୁ ପରୀକ୍ଷା କର । ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲ ?

ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ, ଏହି ସମଷ୍ଟି ସର୍ବଦା କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାର 5 ଗୁଣ ହୋଇଥାଏ ।

? ଏହା ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ ହେବ କି ? ତୁମେ ଏହାକୁ କିପରି ଦର୍ଶାଇବ ?

(ସୂଚନା: ଏହି ଆକୃତିରେ ସଦ୍ୱିତ ଏକ ସାଧାରଣ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହକୁ ବିଚାରକୁ ନିଅ । ଏହାର କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାକୁ 'a' ବୋଲି ଭାବ । ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ 'a' ଅନୁଯାୟୀ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ପ୍ରକାଶ କର ।)

ଅନ୍ୟ ଆକୃତିରେ ସଜାହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌କୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରିକି ସେହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି, ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ଥିବା ଯେକୌଣସି ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣିତକ ହେବ ।

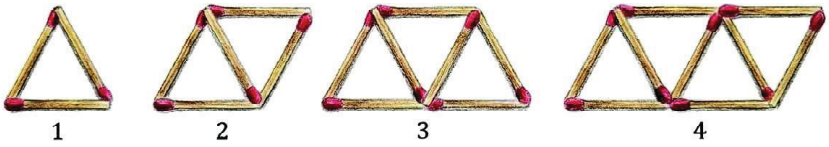




AP SCERT

Matchstick Patterns

Look at the picture below. It is a pattern using matchsticks. Can you identify what the pattern is?



We can see that Step 1 has 1 triangle, Step 2 has 2 triangles, Step 3 has 3 triangles, and so on.

Can you tell how many matchsticks there will be in the next step, Step 5? It is 11. You can also draw this and see.

How many matchsticks will there be in Step 33, Step 84, and Step 108? Of course, we can draw and count, but is there a quicker way to find the answers using the pattern present here?

What is the general rule to find the number of matchsticks in the next step? We can see that at each step 2 matchsticks are placed to get the next one, i.e., the number of matchsticks increases by 2 every time.

Step Number	1	2	3	4	5	6
No. of Matchsticks	3	5	7	9	11	13

Think of a way to use this to find out the number of matchsticks in Step 33 (without continuing to write the numbers).

As each time 2 matchsticks are being added, finding out how many 2s will be added in Step 33 will help. Look at the table below and try to find out.

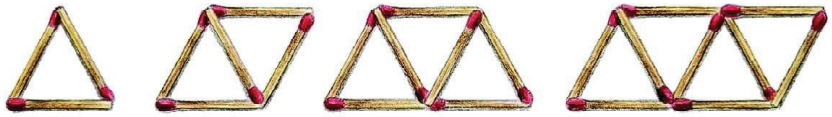
Step Number	1	2	3	4	5	6
No. of Matchsticks	3	5	7	9	11	13
		3 + 2	3 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2 + 2	

The number of matchsticks needed to make 33 triangles (Step 33) is _____. Similarly, find the number of matchsticks needed for Step 84 and Step 108.

AP SCERT

ଦିଆସିଲିକାଠିର ସଂରଚନା

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଟିକୁ ଦେଖ । ଏହା ଦିଆସିଲିକାଠି ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରସ୍ତୁତ ଏକ ସଂରଚନା । ଏହି ସଂରଚନାଟି କ'ଣ ତୁମେ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ କି ?



ଆମେ ଦେଖିପାରୁଛୁ ଯେ, ପ୍ରଥମ ସୋପାନରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ, ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନରେ 2 ଟି , ତୃତୀୟ ସୋପାନରେ 3ଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଛି ଏବଂ ଏହିପରି କ୍ରମରେ ଆଗକୁ ବଢୁଛି ।

ପରବର୍ତ୍ତୀ ସୋପାନ ଅର୍ଥାତ୍ ସୋପାନ 5 ରେ କେତୋଟି ଦିଆସିଲିକାଠି ରହିବ ତୁମେ କହିପାରିବ କି ? ତାହା 11 । ତୁମେ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ସତ୍ୟତା ଜାଣିପାରିବ ।

? 33ତମ, 84 ତମ ଏବଂ 108 ତମ ସୋପାନରେ କେତୋଟି ଲେଖାଏଁ ଦିଆସିଲିକାଠି ରହିବ ?

ଅବଶ୍ୟ ଆମେ ଏହାକୁ ଅଙ୍କନ କରି ଗଣିପାରିବା, କିନ୍ତୁ ଏଠାରେ ଏକ ସଂରଚନାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହାର ଉତ୍ତର ଜାଣିବା ପାଇଁ କୌଣସି ଶୀଘ୍ର ଉପାୟ ଅଛି କି ?

ପରବର୍ତ୍ତୀ ସୋପନରେ ଥିବା ଦିଆସିଲିକାଠି ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ସାଧାରଣ ନିୟମଟି କ'ଣ ? ଆମେ ଦେଖିପାରୁଛୁ ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୋପାନରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଚିତ୍ର ପାଇଁ 2ଟି ଦିଆସିଲିକାଠି ଯୋଡ଼ା ଯାଇଛି, ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରତିଥର ଦିଆସିଲିକାଠିର ସଂଖ୍ୟା 2 ଟି ଲେଖାଏଁ ବୃଦ୍ଧି ପାଉଛି ।

ସୋପାନ ସଂଖ୍ୟା	1	2	3	4	5	6
ଦିଆସିଲିକାଠି ସଂଖ୍ୟା	3	5	7	9	11	13

ଏହା ବ୍ୟବହାର କରି ସୋପାନ 33 ରେ କେତୋଟି ଦିଆସିଲିକାଠି ରହିବ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ଉପାୟ ଚିନ୍ତାକର । (କ୍ରମାଗତ ଭାବେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ନଲେଖି)

ଯେହେତୁ ପ୍ରତିଥର 2ଟି ଲେଖାଏଁ ଦିଆସିଲିକାଠି ଯୋଡ଼ା ଯାଉଛି, ତେଣୁ ସୋପାନ 33 ରେ କେତୋଟି 2 ହେବ ତାହା ଜାଣିଲେ ଆମକୁ ସାହାଯ୍ୟ ମଳିବ । ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାରଣୀକୁ ଦେଖ ଏବଂ ଜାଣିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ସୋପାନ ସଂଖ୍ୟା	1	2	3	4	5	6
ଦିଆସିଲିକାଠି ସଂଖ୍ୟା	3	5	7	9	11	13
		3 + 2	3 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2 + 2	

33ଟି ତ୍ରିଭୁଜ (ସୋପାନ 33) ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ହେଉଥିବା ଦିଆସିଲିକାଠିର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି.....

ସେହିପରି, ସୋପାନ 84 ଓ ସୋପାନ 108 ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ହେଉଥିବା ଦିଆସିଲିକାଠି ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

AP SCERT

What could be an expression describing the rule/formula to find out the number of matchsticks at any step?

The pattern is such that in Step 10, nine 2' s and an added 3 (3 + 2 × 9) gives the number of matchsticks; in Step 11, ten 2s and an added 3 (3 + 2 × 10) gives the number of matchsticks. For step y, what is the expression?

It is: one less than y (i.e. y – 1) 2' s and a 3.

Therefore, the expression is

$$3 + 2 \times (y - 1).$$

This expression gives the number of matchsticks in Step y. Now we can find the number of matchsticks at any step quickly.

You might have already noticed that there is a 2 in the first step also, 3 = 1 + 2. Using this, the expression we get is

$$2y + 1.$$

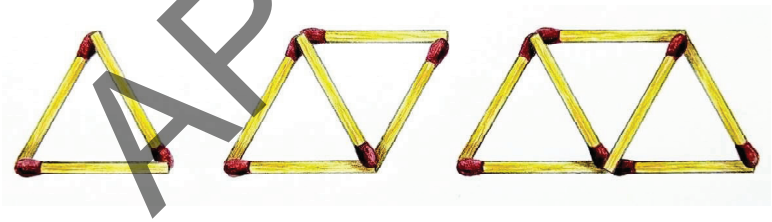
? Does the above expression also give the number of matchsticks at each step correctly? Are these expressions the same?

We can check by simplifying the expression 3 + 2 × (y – 1).

$$3 + 2 \times (y - 1) = 3 + 2y - 2$$
$$= 2y + 1.$$

Both expressions are the same.

There is a different way to count, or see the pattern. Let us take a look at the picture again.



Matchsticks are placed in two orientations — (a) horizontal ones at the top and bottom, and (b) the ones placed diagonally in the middle.

For example, in step 2 there are 2 matchsticks placed horizontally and 3 matchsticks placed diagonally.

? What are these numbers in Step 3 and Step 4?

? How does the number of matchsticks change in each orientation as the steps increase? Write an expression for the number of matchsticks at Step 'y' in each orientation. Do the two expressions add up to 2y + 1?

AP SCERT

ଯେକୌଣସି ସୋପାନରେ ଆବଶ୍ୟକ ଦିଆସିଲିକାଠି ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପାଇଁ ନିୟମ ବା ସୂତ୍ରକୁ ବୁଝାଉଥିବା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ କ'ଣ ହୋଇପାରେ ?

ସଂରଚନାଟି ଏପରି ଯେ, ସୋପାନ 10 ରେ ନଅଟି 2 ଏବଂ ଏକ 3 ଯୋଗକଲେ $(3 + 2 \times 9)$ ମୋଟ ଦିଆସିଲିକାଠି ମିଳେ । ସୋପାନ 11 ରେ, ଦଶଟି 2 ସହ ଏକ 3 ଯୋଗକଲେ $(3 + 2 \times 10)$ ମୋଟ କାଠି ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା । ତେବେ y ତମ ସୋପାନ ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶଟି କ'ଣ ହେବ ?

ଏହା y ଠାରୁ 1 କମ୍ (ଅର୍ଥାତ୍ $y - 1$) ସଂଖ୍ୟକ 2 ଏବଂ 3 ର ସମଷ୍ଟି ।

ତେଣୁ ପରିପ୍ରକାଶଟି ହେଉଛି

$$3 + 2 \times (y - 1)$$

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟି y ତମ ସୋପାନରେ ଥିବା ଦିଆସିଲିକାଠିର ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ଶାଏ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଯେକୌଣସି ସୋପାନରେ କାଠି ସଂଖ୍ୟା ଖୁବ୍ ଶୀଘ୍ର ଜାଣିପାରିବା ।

ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ ଯେ, ପ୍ରଥମ ସୋପାନରେ ମଧ୍ୟ ଏକ 2 ଅଛି । ଅର୍ଥାତ୍ $3 = 1 + 2$ । ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ପାଉଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି ହେଉଛି :

$$2y + 1$$

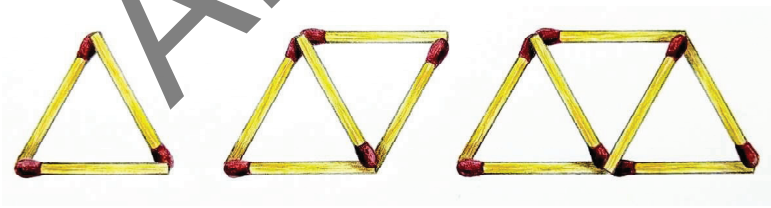
? ଉପରୋକ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶଟି ମଧ୍ୟ କ'ଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୋପାନରେ କାଠି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଠିକ୍ ଭାବରେ ଦର୍ଶାଉଛି ? ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଅଟେ କି ?

ଆମେ $3 + 2 \times (y - 1)$ କୁ ସରଳ କରି ଏହା ଯାଞ୍ଚ କରିପାରିବା ।

$$3 + 2 \times (y - 1) = 3 + 2y - 2$$
$$= 2y + 1$$

ଅତଏବ, ଉଭୟ ପରିପ୍ରକାଶ ସମାନ ।

ଗଣିବା ପାଇଁ ବା ସଂରଚନାକୁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଉପାୟ ମଧ୍ୟ ଅଛି । ଆସ ପୁଣି ଥରେ ଚିତ୍ରଟିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।



ଦିଆସିଲିକାଠିଗୁଡ଼ିକୁ ଦୁଇଟି ସ୍ଥିତିରେ ରଖାଯାଇଛି – (a) ଉପରେ ଏବଂ ତଳେ ଭୂସମାନ୍ତର ଭାବରେ ଏବଂ (b) ମଧ୍ୟ ଭାଗରେ କୌଣିକ ଦିଗରେ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ସୋପାନ 2 ରେ 2ଟି ଭୂସମାନ୍ତର କାଠି ଏବଂ 3ଟି କାଠି କୌଣିକ ଦିଗରେ ରହିଛି ।

? ସୋପାନ 3 ଏବଂ ସୋପାନ 4 ରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କେତେ ?

? ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସୋପାନ ସଂଖ୍ୟା ବୃଦ୍ଧି ସହିତ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟାର କିପରି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି ? ସୋପାନ 'y' ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ କାଠି ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ । ଏହି ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳକଲେ $2y + 1$ ହେଉଛି କି ?

AP SCERT



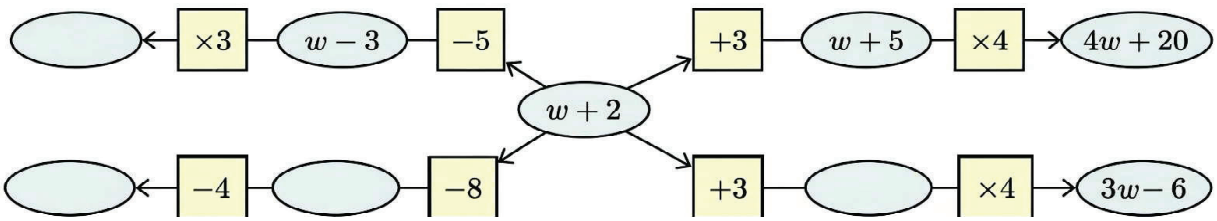
Figure it Out - 4.3

For the problems asking you to find suitable expression(s), first try to understand the relationship between the different quantities in the situation described. If required, assume some values for the unknowns and try to find the relationship.

1. One plate of Jowar roti costs ?30 and one plate of Pulao costs ?20. If x plates of Jowar roti and y plates of pulao were ordered in a day, which expression(s) describe the total amount in rupees earned that day?
   (a) 30x + 20y
   (b) (30 + 20) × (x + y)
   (c) 20x + 30y
   (d) (30 + 20) × x + y
   (e) 30x – 20y
2. Pushpita sells two types of flowers on Independence day: champak and marigold. 'p' customers only bought champak, 'q' customers only bought marigold, and 'r' customers bought both. On the same day, she gave away a tiny national flag to every customer. How many flags did she give away that day?
   (a) p + q + r
   (b) p + q + 2r
   (c) 2 × (p + q + r)
   (d) p + q + r + 2
   (e) p + q + r + 1
   (f) 2 × (p + q)
3. A snail is trying to climb along the wall of a deep well. During the day it climbs up 'u' cm and during the night it slowly slips down 'd' cm. This happens for 10 days and 10 nights.
   (a) Write an expression describing how far away the snail is from its starting position.
   (b) What can we say about the snail's movement if d > u?
4. Radha is preparing for a cycling race and practices daily. The first week she cycles 5 km every day. Every week she increases the daily distance cycled by 'z' km. How many kilometers would Radha have cycled after 3 weeks?

Try This

5. In the following figure, observe how the expression w + 2 becomes 4w + 20 along one path. Fill in the missing blanks on the remaining paths. The ovals contain expressions and the boxes contain operations.



© NCERT not to be republished



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର୍ - 4.3

ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଉପଯୁକ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ ନିମନ୍ତେ ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରଥମେ ବର୍ଣ୍ଣିତ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଥିବା ବିଭିନ୍ନ ପରିମାଣଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ପର୍କକୁ ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । ଯଦି ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ, ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ କିଛି ମୂଲ୍ୟ ଅନୁମାନ କରି ଏବଂ ସମ୍ପର୍କ ଖୋଜିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

1. ଗୋଟିଏ ପ୍ଲେଟ୍ ଜୋଆର ରୁଟିର ଦାମ ₹ 30 ଏବଂ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲେଟ୍ ପଲଉର ଦାମ ₹ 20 । ଯଦି x ପ୍ଲେଟ୍ ଜୋଆର ରୁଟି ଏବଂ y ପ୍ଲେଟ୍ ପଲଉ ଅର୍ଡ଼ର କରାଯାଏ, ତେବେ ସେହି ଦିନ ମୋଟ ଆୟ ଟଙ୍କାରେ ପ୍ରକାଶ କ'ଣ ?

   (a) $30x + 20y$ (b) $(30 + 20) \times (x + y)$
   (c) $20x + 30y$ (d) $(30 + 20) \times x + y$
   (e) $30x - 20y$

2. ପୁଷ୍ପା ସ୍ୱାଧୀନତା ଦିବସରେ ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଫୁଲ ଚମ୍ପା ଏବଂ ଗେଣ୍ଡୁ ବିକ୍ରି କରନ୍ତି । 'p' ଜଣ ଗ୍ରାହକ କେବଳ ଚମ୍ପା ଫୁଲ, 'q' ଜଣ ଗ୍ରାହକ କେବଳ ଗେଣ୍ଡୁ ଫୁଲ ଏବଂ 'r' ଜଣ ଗ୍ରାହକ ଉଭୟ ଫୁଲ କିଣିଲେ । ଠିକ୍ ସେହି ଦିନ ସେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗ୍ରାହକଙ୍କୁ ଏକ ଛୋଟ ଜାତୀୟ ପତାକା ଉପହାର ଦେଲେ । ସେ ସେଦିନ କେତୋଟି ଜାତୀୟ ପତାକା ଉପହାର ଦେଲେ ?

   (a) $p + q + r$ (b) $p + q + 2r$
   (c) $2 \times (p + q + r)$ (d) $p + q + r + 2$
   (e) $p + q + r + 1$ (f) $2 \times (p + q)$

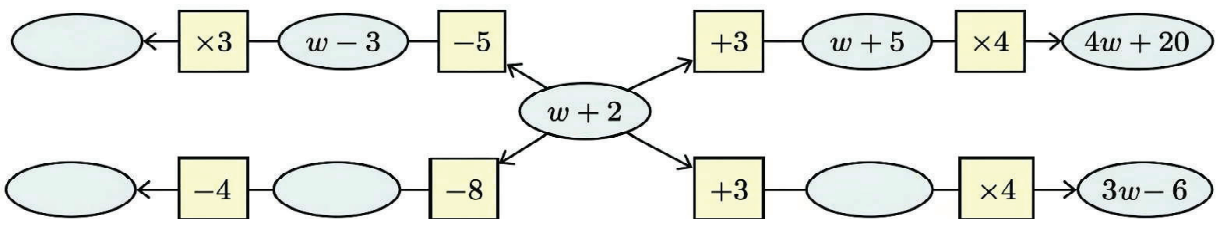
3. ଏକ ଗେଣ୍ଡା ଗଭୀର କୂଅର କାନ୍ଥ ଚଢ଼ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଛି । ଦିନବେଳା ଏହା 'u' ସେ.ମି. ଉପରକୁ ଚଢ଼େ ଏବଂ ରାତିରେ ଏହା ଧୀରେ ଧୀରେ 'd' ସେ.ମି. ତଳକୁ ଖସିଯାଏ । ଏହା 10 ଦିନ ଏବଂ 10 ରାତି ଧରି ଚାଲିଲା ।

   (a) ଗେଣ୍ଡାଟି ତାର ଆରମ୍ଭ ସ୍ଥାନରୁ କେତେ ଦୂରରେ ଅଛି, ତାହା ଦର୍ଶାଉଥିବା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।
   (b) ଯଦି $d > u$ ହୁଏ, ତେବେ ଗେଣ୍ଡାର ଗତି ବିଷୟରେ ଆମେ କ'ଣ କହିପାରିବା ?

4. ରାଧା ଏକ ସାଇକେଲ୍ ପ୍ରତିଯୋଗୀତା ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହେଉଛନ୍ତି ଏବଂ ପ୍ରତିଦିନ ଅଭ୍ୟାସ କରୁଛନ୍ତି । ପ୍ରଥମ ସପ୍ତାହରେ ସେ ପ୍ରତିଦିନ 5 କି.ମି.ସାଇକେଲ୍ ଚଲାନ୍ତି । ପ୍ରତି ସପ୍ତାହରେ ସେ ନିଜର ଦୈନିକ ଦୂରତାକୁ 'z' କି.ମି. ବଢ଼ାନ୍ତି । 3 ସପ୍ତାହ ପରେ ରାଧା ପ୍ରତିଦିନ କେତେ କିଲୋମିଟର ସାଇକେଲ୍ ଚଲାଇଥିବେ ?



5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି କିପରି ପରିପ୍ରକାଶ $w + 2$, ଏକ ପଥ ଦେଇ $4w + 20$ ହୋଇଯାଉଛି । ବାକିଥିବା ପଥଗୁଡ଼ିକରେ ଖାଲିସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର । ଅଣ୍ଡାକାର ଚିହ୍ନଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ପରିପ୍ରକାଶ ଏବଂ ବାକ୍ସଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଲେଖ ।



AP SCERT

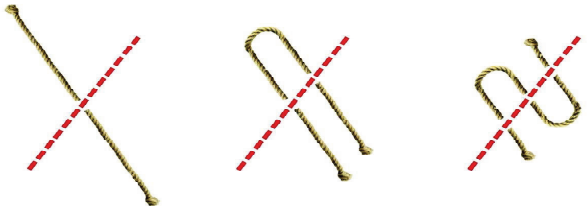
6. A local train from Yahapur to Vahapur stops at three stations at equal distances along the way. The time taken in minutes to travel from one station to the next station is the same and is denoted by t.The train stops for 2 minutes at each of the three stations.
   (a) If t = 4, what is the time taken to travel from Yahapur to Vahapur?
   (b) What is the algebraic expression for the time taken to travel from Yahapur to Vahapur? [Hint: Draw a rough diagram to visualise the situation]
7. Simplify the following expressions:
   (a) 3a + 9b – 6 + 8a – 4b – 7a + 16
   (b) 3 (3a – 3b) – 8a – 4b – 16
   (c) 2 (2x – 3) + 8x + 12
   (d) 8x – (2x – 3) + 12
   (e) 8h – (5 + 7h) + 9
   (f) 23 + 4(6m – 3n) – 8n – 3m – 18
8. Add the expressions given below:
   (a) 4d – 7c + 9 and 8c – 11 + 9d
   (b) – 6f + 19 – 8s and – 23 + 13f + 12s
   (c) 8d – 14c + 9 and 16c – (11 + 9d)
   (d) 6f – 20 + 8s and 23 – 13f – 12s
   (e) 13m – 12n and 12n – 13m
   (f) – 26m + 24n and 26m – 24n
9. Subtract the expressions given below:
   (a) 9a – 6b + 14 from 6a + 9b – 18
   (b) – 15x + 13 – 9y from 7y – 10 + 3x
   (c) 17g + 9 – 7h from 11 – 10g + 3h
   (d) 9a – 6b + 14 from 6a – (9b + 18)
   (e) 10x + 2 + 10y from –3y +8 – 3x
   (f) 8g + 4h – 10 from 7h – 8g + 20
10. Describe situations corresponding to the following algebraic expressions:
   (a) 8x + 3y
   (b) 15x – 2x
11. Imagine a straight rope. If it is cut once as shown in the picture, we get 2 pieces. If the rope is folded once and then cut as shown, we get 3 pieces.

APSCERT

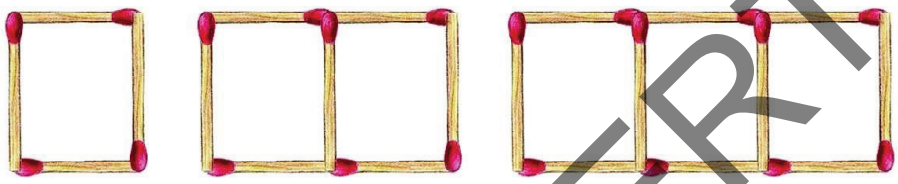
6. ୟାହାପୁରରୁ ୱାହାପୁର ଯାଉଥିବା ଏକ ଲୋକାଲ୍ ଟ୍ରେନ୍ ବାଟରେ ସମାନ ଦୂରତାରେ ଥିବା ତିନୋଟି ଷ୍ଟେସନ୍‌ରେ ରହେ । ଗୋଟିଏ ଷ୍ଟେସନ୍‌ରୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଷ୍ଟେସନ୍‌କୁ ଯିବା ପାଇଁ ଲାଗୁଥିବା ସମୟ (ମିନିଟ୍‌ରେ) ସମାନ ଏବଂ ଏହାକୁ 't' ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି । ଟ୍ରେନ୍‌ଟି ଏହି ତିନୋଟି ଷ୍ଟେସନ୍‌ରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନରେ 2 ମିନିଟ୍ ଲେଖାଏଁ ରହେ ।
   (a) ଯଦି t = 4 ତେବେ ୟାହାପୁରରୁ ୱାହାପୁର ଯିବାପାଇଁ ମୋଟ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ?
   (b) ୟାହାପୁରରୁ ୱାହାପୁର ଯିବା ପାଇଁ ଲାଗୁଥିବା ସମୟର ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ କ'ଣ ହେବ ?
   (ସୂଚନା : ପରିସ୍ଥିତିକୁ ବୁଝିବା ପାଇଁ ଏକ ରଫ୍ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।)
7. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ କର ।
   (a) $3a + 9b - 6 + 8a - 4b - 7a + 16$
   (b) $3\ (3a - 3b) - 8a - 4b - 16$
   (c) $2\ (2x - 3) + 8x + 12$
   (d) $8x - (2x - 3) + 12$
   (e) $8h - (5 + 7h) + 9$
   (f) $23 + 4(6m - 3n) - 8n - 3m - 18$
8. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକର :
   (a) $4d - 7c + 9$ ଏବଂ $8c - 11 + 9d$
   (b) $-6f + 19 - 8s$ ଏବଂ $-23 + 13f + 12s$
   (c) $8d - 14c + 9$ ଏବଂ $16c - (11 + 9d)$
   (d) $6f - 20 + 8s$ ଏବଂ $23 - 13f - 12s$
   (e) $13m - 12n$ ଏବଂ $12n - 13m$
   (f) $-26m + 24n$ ଏବଂ $26m - 24n$
9. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :
   (a) $6a + 9b - 18$ ରୁ $9a - 6b + 14$
   (b) $7y - 10 + 3x$ ରୁ $-15x + 13 - 9y$
   (c) $11 - 10g + 8h$ ରୁ $17g + 9 - 7h$
   (d) $6a - (9b + 18)$ ରୁ $9a - 6b + 14$
   (e) $-3y + 8 - 3x$ ରୁ $10x + 2 + 10y$
   (f) $7h - 8g + 20$ ରୁ $8g + 4h - 10$
10. ନିମ୍ନଲିଖିତ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ପରିସ୍ଥିତି ଅନୁଯାୟୀ ସାଧାରଣ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କର :
   (a) $8x + 3y$
   (b) $15x - 2x$
11. ଏକ ସିଧା ଦଉଡ଼ି ବିଷୟରେ କଳ୍ପନା କର । ଯଦି ଏହାକୁ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଯାଇଥିବା ପରି ଥରେ କଟାଯାଏ, ତେବେ ଆମେ 2 ଟି ଖଣ୍ଡ ପାଇବା । ଯଦି ଦଉଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଯାଇଥିବା ପରି ଥରେ ଭାଙ୍ଗି କଟାଯାଏ, ତେବେ ଆମେ 3ଟି ଖଣ୍ଡ ପାଇବା ।

APSCERT

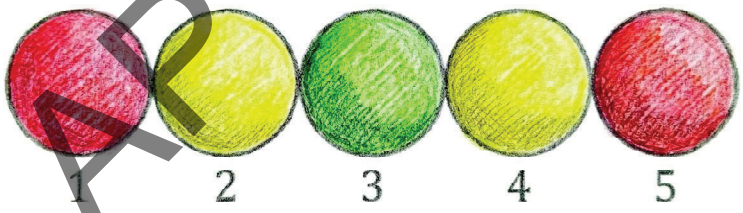
Observe the pattern and find the number of pieces if the rope is folded 10 times and cut. What is the expression for the number of pieces when the rope is folded r times and cut?



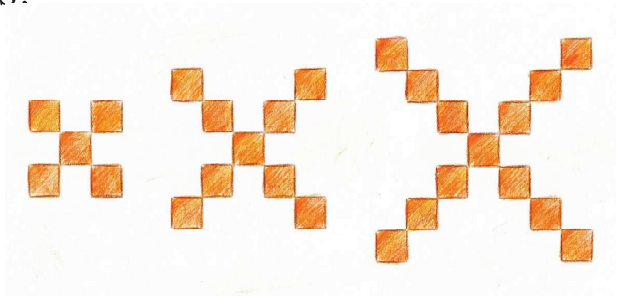
12. Look at the matchstick pattern below. Observe and identify the pattern. How many matchsticks are required to make 10 such squares. How many are required to make w squares?



13. Have you noticed how the colours change in a traffic signal? The sequence of colour changes is shown below. Find the colour at positions 90, 190, and 343. Write expressions to describe the positions for each colour.

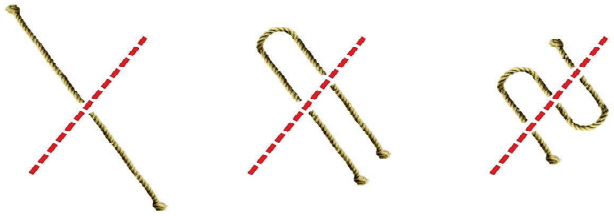


14. Observe the pattern below. How many squares will be there in Step 4, Step 10, Step 50? Write a general formula. How would the formula change if we want to count the number of vertices of all the squares?

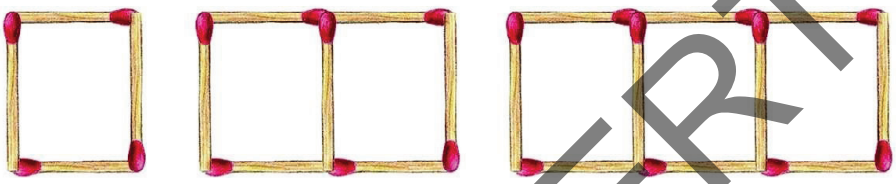


© NCERT

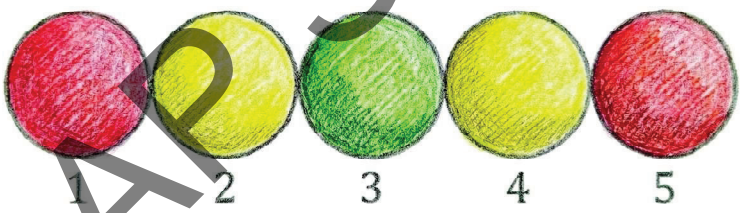
ସଂରଚନାଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଏବଂ ଯଦି ଦଉଡ଼ିକୁ 10 ଥର ଭାଙ୍ଗକରି କଟାଯାଏ, ତେବେ କେତୋଟି ଖଣ୍ଡ ଦଉଡ଼ି ମିଳିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଯଦି ଦଉଡ଼ିକୁ 'r' ଥର ଭାଙ୍ଗି କଟାଯାଏ, ତେବେ ଦଉଡ଼ି ଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ପାଇଁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟି କ'ଣ ହେବ ?



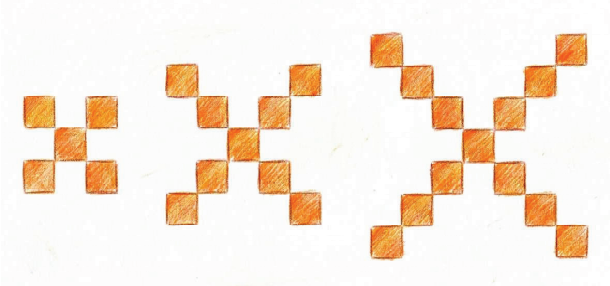
12. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦିଆସିଲି କାଠିର ସଂରଚନାକୁ ଦେଖ ଓ ସଂରଚନାଟିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ଚିହ୍ନଟ କର । ଏହିଭଳି 10ଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ହେବ ? 'w' ସଂଖ୍ୟକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ପାଇଁ କେତୋଟି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ?



13. ଟ୍ରାଫିକ୍ ସିଗ୍‌ନାଲ୍‌ରେ ରଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକ କିପରି ବଦଳେ ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଛ କି ? ରଙ୍ଗ ପରିବର୍ତ୍ତନର କ୍ରମ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି। 90, 190 ଏବଂ 343 ତମ ସ୍ଥାନରେ କେଉଁ କେଉଁ ରଙ୍ଗ ରହିବ ? ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନରେ ରଙ୍ଗର ଅବସ୍ଥାନ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ପାଇଁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।



14. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସଂରଚନାଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଚତୁର୍ଥ , ଦଶମ ଏବଂ 50 ତମ ସୋପାନରେ କେତୋଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ରହିବ ? ଏଥିପାଇଁ ଏକ ସାଧାରଣ ସୂତ୍ର ଲେଖ । ଯଦି ଆମେ ସମସ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଗଣନା କରିବାକୁ ଚାହିଁବା, ତେବେ ସୂତ୍ରଟି କିପରି ବଦଳିଯିବ ?



AP SCERT

15. Numbers are written in a particular sequence in this endless 4-column grid.

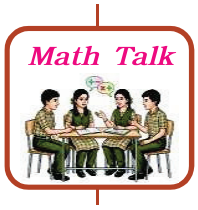
Column 1	Column 2	Column 3	Column 4
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
...	...	...	...

(a) Give expressions to generate all the numbers in a given column (1, 2, 3, 4).

(b) In which row and column will the following numbers appear:
(i) 124
(ii) 147
(iii) 201

(c) What number appears in row r and column c?

(d) Observe the positions of multiples of 3.
Do you see any pattern in it? List other patterns that you see.



APSCERT

SUMMARY

- Algebraic expressions are used in formulas to model patterns and mathematical relationships between quantities, and to make predictions.
- Algebraic expressions use not only numbers but also letter-numbers. The rules for manipulating arithmetic expressions also apply to algebraic expressions. These rules can be used to reduce algebraic expressions to their simplest forms.
- Algebraic expressions can be described in ordinary language, and vice versa. Patterns or relationships that are easily written using algebra can often be long and complex in ordinary language. This is one of the advantages of algebra.

15. ଏହି ଅସୀମ 4-ସ୍ତମ୍ଭ ବିଶିଷ୍ଟ ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ ଲେଖାଯାଇଛି ।

ସ୍ତମ୍ଭ 1	ସ୍ତମ୍ଭ 2	ସ୍ତମ୍ଭ 3	ସ୍ତମ୍ଭ 4
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
...	...	...	...

(a) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସ୍ତମ୍ଭ (1, 2, 3, 4) ରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ପାଇଁ ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

(b) ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କେଉଁ ଧାଡ଼ି ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭରେ ରହିବେ ?

(i) 124

(ii) 147

(iii) 201

(c) ଧାଡ଼ି 'r' ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭ 'c' ରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ରହିବ ?

(d) 3 ର ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଥାନକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏଥିରେ ତୁମେ କୌଣସି ସଂରଚନା ଦେଖୁଛ କି ? ତୁମେ ଦେଖୁଥିବା ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକର ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।



AP SCERT

ସାରାଂଶ

- ବିଭିନ୍ନ ସଂରଚନା ଏବଂ ପରିମାଣଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଏବଂ ପୂର୍ବାନୁମାନ କରିବା ପାଇଁ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ ।
- ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ କେବଳ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ବରଂ ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ପାଟୀଗଣିତର ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ । ଏହି ନିୟମଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳ କରାଯାଇପାରିବ ।
- ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ସାଧାରଣ ଭାଷାରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ଏହାର ଓଲଟା ମଧ୍ୟ ସମ୍ଭବ । ସାଧାରଣ ଭାଷାରେ ଜଟିଳ ମନେହେଉଥିବା ସଂରଚନା କିମ୍ବା ସମ୍ପର୍କକୁ ବୀଜଗଣିତ ବ୍ୟବହାର କରି ସହଜରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ । ଏହା ହେଉଛି ବୀଜଗଣିତର ଅନ୍ୟତମ ଉପକାରିତା ।

5 PARALLEL AND INTERSECTING LINES

S7S5D8

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Identify and describe parallel lines, intersecting lines, and perpendicular lines in diagrams and real-life situations.
- Recognize and classify different types of angles such as acute, right, obtuse, straight, and reflex angles.
- Observe and explain spatial relationships between lines and angles in geometric figures.
- Represent geometric ideas using diagrams and correct mathematical terminology.
- Identify and explain examples of lines and angles found in everyday life such as roads, bridges, windows, and buildings.
- Apply properties of intersecting lines and angles to solve mathematical problems.
- Use mathematical tools like ruler and protractor to draw and measure angles accurately.

AP SCERT

5.0 Introduction

Take a piece of square paper and fold it in different ways. Now, on the creases formed by the folds, draw lines using a pencil and a scale. You will notice different lines on the paper. Take any pair of lines and observe their relationship with each other. Do they meet? If they do not meet within the paper, do you think they would meet if they were extended beyond the paper?

5 ସମାନ୍ତର ଓ ଛେଦନ ରେଖା

K1C2F5

ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ :

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଏହା କରିପାରିବେ:

- ଚିତ୍ର ଏବଂ ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା, ଛେଦକ ତଥା ଏବଂ ଲମ୍ବ ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ ଓ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିପାରିବେ ।
- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କୋଣ ଯଥା ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ, ସମକୋଣ, ସ୍ଥୂଳକୋଣ, ସରଳକୋଣ ଏବଂ ପ୍ରବୃଦ୍ଧ କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ ଏବଂ ବର୍ଗୀକରଣ କରିପାରିବେ ।
- ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ ରେଖା ଓ କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସୂକ୍ଷ୍ମ ସମ୍ବନ୍ଧ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଓ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିପାରିବେ ।
- ସଠିକ ଗାଣିତିକ ଶବ୍ଦାବଳୀ ସହିତ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ଜ୍ୟାମିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବେ ।
- ରାସ୍ତା, ପୋଲ, ଝରକା, କୋଠାବାଡ଼ି ଇତ୍ୟାଦିରେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ରେଖା ଓ କୋଣର ଉଦାହରଣ ଚିହ୍ନଟ କରି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିପାରିବେ ।
- ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ଛେଦନ ରେଖା ଓ କୋଣର ଗୁଣଧର୍ମଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବେ ।
- ରୁଲର୍ ଓ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ଭଳି ଗାଣିତିକ ଉପକରଣଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସଠିକ୍ ଭାବେ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବେ ଏବଂ ମାପ କରିପାରିବେ ।

APSCERT

5.0 ଉପକ୍ରମ

ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକୃତି କାଗଜ ନିଅ ଏବଂ ଏହାକୁ ଦୁଇ ଭାଜ କର । ଭାଜ ପଡ଼ିଥିବା ଚିହ୍ନ ଉପରେ ସ୍କେଲ ଓ ପେନ୍ସିଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ରେଖା (ସରଳ ରେଖା) ଅଙ୍କନ କର । ଏହିପରି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଭାଜ କର ଏବଂ ଭାଜ ଉପରେ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ରେଖାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଓ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ସେମାନେ ପରସ୍ପର ମିଳିତ ହେଉଛନ୍ତି କି ? ଯଦି ସେମାନେ କାଗଜ ଉପରେ ମିଳିତ ହେଉନାହାନ୍ତି, ତେବେ କାଗଜ ବାହାରେ ମିଳିତ ହେବେ କି ?

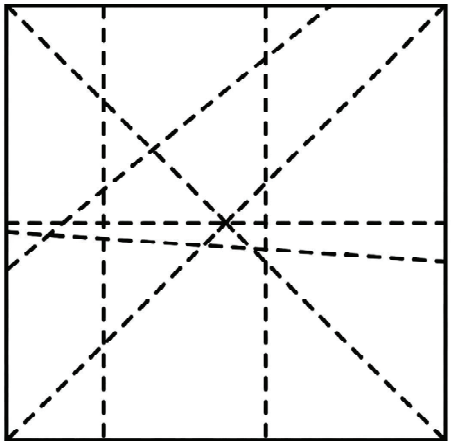


Fig. 5.1

In this chapter, we will explore the relationship between lines on a plane surface. The table top, your piece of paper, the blackboard, and the bulletin board are all examples of plane surfaces.

5.1 Intersecting Lines

Let us observe a pair of lines that meet each other. You will notice that they meet at a point. When a pair of lines meet each other at a point on a plane surface, we say that the lines intersect each other.

Let us observe what happens when two lines intersect.

(?) How many angles do they form?

In Fig. 5.2, where line *l* intersects line m, we can see that four angles are formed.

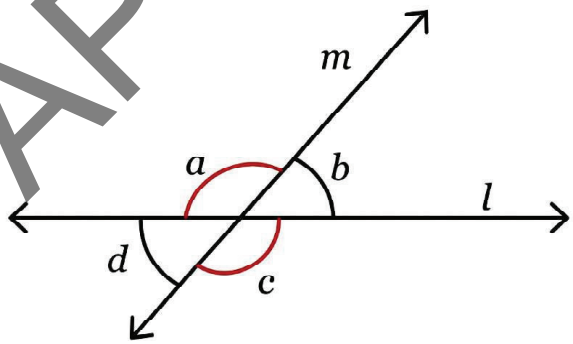


Fig. 5.2

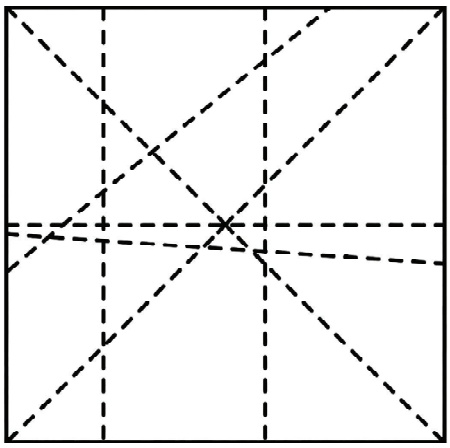
(?) Can two straight lines intersect at more than one point?

(?) **Activity 1**

Draw two lines on a plain sheet of paper so that they intersect.

Measure the four angles formed with a protractor. Draw four

AP SCERT



ଚିତ୍ର 5.1

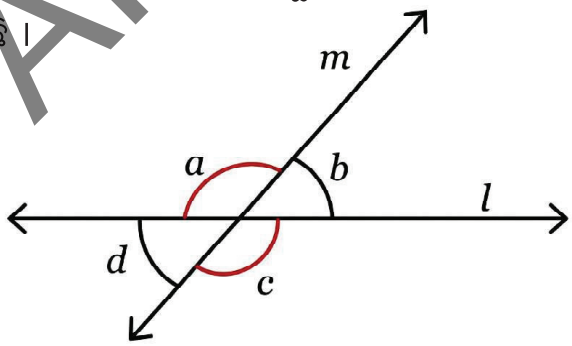
ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ସରଳ ରେଖା ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ସମ୍ପର୍କ ଖୋଜି ବାହାର କରିବା । ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ଟେବୁଲ୍‌ର ଉପରିଭାଗ, ବ୍ଲାକ୍‌ବୋର୍ଡ଼, କାଗଜ ଇତ୍ୟାଦିର ପୃଷ୍ଠ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠର ଉଦାହରଣ । ତୁମେ ତୁମ ଆଖପାଖରେ ଦେଖୁଥିବା ଆଉ କେତୋଟି ସମତଳ ପୃଷ୍ଠର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

5.1 ଛେଦନ ରେଖା(Intersecting Lines)

କାଗଜ ଉପରେ ପରସ୍ପର ଛେଦ କରୁଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖାକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ଏଠାରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁ ଯେ, ଏହି ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସହିତ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ମିଳିତ ହୁଅନ୍ତି । ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖା ଗୋଟିଏ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ମିଳିତ ହେଲେ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ **ଛେଦ** (Intersect) କରନ୍ତି ।

? ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କଲେ ଆଉ କ'ଣ ହୁଏ ? ଆସ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା । ସେମାନେ କେତୋଟି କୋଣ ଗଠନ କରନ୍ତି ?

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର 5.2 ରେ l ଓ m ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି । ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଏଠାରେ ଚାରୋଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଛି ।



ଚିତ୍ର 5.2

? ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଏକରୁ ଅଧିକ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିପାରିବେ କି ?

? **କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ 1**

ଏକ ସମତଳରେ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବେ ।

AP SCERT

such pairs of intersecting lines and measure the angles formed at the points of intersection.

? What patterns do you observe among these angles?

? In Fig. 5.2, if $\angle$ a is 120°, can you figure out the measurements of $\angle$ b, $\angle$ c and $\angle$ d, without drawing and measuring them?

We know that $\angle$ a and $\angle$ b together measure 180°, because when they are combined, they form a straight angle which measures 180°. So, if $\angle$ a is 120°, then $\angle$ b must be 60°.

Similarly, $\angle$ b and $\angle$ c together measure 180°. So, if $\angle$ b is 60°, then $\angle$ c must be 120°. And $\angle$ c and $\angle$ d together measure 180°. So, if $\angle$ c is 120°, then $\angle$ d must be 60°.

Therefore, in Fig. 5.2, $\angle$ a and $\angle$ c measure 120°, and $\angle$ b and $\angle$ d measure 60°.

When two lines intersect each other and form four angles, labelled a, b, c and d, as in Fig. 5.2, then $\angle$ a and $\angle$ c are equal, and $\angle$ b and $\angle$ d are equal!

? Is this always true for any pair of intersecting lines?

Check this for different measures of $\angle$ a. Using these measurements, can you reason whether this property holds true for any measure of $\angle$ a?

We can generalise our reasoning for Fig. 5.2, without assuming the values of $\angle$ a.

Since straight angles measure 180°, we must have $\angle$ a + $\angle$ b = $\angle$ a + $\angle$ d

= 180°. Hence, b and d are always equal. Similarly, $\angle$ b + $\angle$a = $\angle$ b + $\angle$ c = 180°, so $\angle$ a and $\angle$ c must be equal.

Adjacent angles, like $\angle$ a and $\angle$b, formed by two lines intersecting each other, are called linear pairs. Linear pairs always add up to 180°.

AP SCERT

ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଛେଦବିନ୍ଦୁରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଚାରୋଟି କୋଣର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଏହିପରି ଚାରୋଟି ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଛେଦବିନ୍ଦୁଠାରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ମାପି ଲେଖ ।

? ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂରଚନା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

? ଚିତ୍ର 5.2 ରେ $\angle a = 120^\circ$ ହୁଏ, ତେବେ ଅଙ୍କନ କିମ୍ବା ମାପ ନକରି $\angle b$, $\angle c$ ଏବଂ $\angle d$ ର ପରିମାପ ତୁମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି? ଆମେ ଜାଣିପାରିଲୁ ଯେ $\angle a$ ଓ $\angle b$ ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° । କାରଣ ଉଭୟ କୋଣ ମିଶି ସରଳକୋଣ ଗଠନ କରନ୍ତି । ସରଳକୋଣର ପରିମାଣ 180°, ତେଣୁ $\angle a = 120^\circ$ ହେଲେ $\angle b$ ର ପରିମାଣ ନିଶ୍ଚୟ 60° ହେବ ।

ସେହିପରି $\angle b$ ଓ $\angle c$ ର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° । ତେଣୁ ଯଦି $\angle b$ ର ପରିମାଣ 60° ହୁଏ, ତେବେ $\angle c$ ର ପରିମାଣ 120° ହେବ । ପୁନଶ୍ଚ $\angle b$ ଓ $\angle d$ ର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° । ଯଦି $\angle c = 120^\circ$ ହୁଏ, ତେବେ $\angle d$ ର ପରିମାଣ 60° ହେବ ।

ତେଣୁ ଚିତ୍ର 5.2 ରେ $\angle a$ ଓ $\angle c$ ର ପରିମାଣ 120° ଏବଂ $\angle b$ ଓ $\angle d$ ର ପରିମାଣ 60° ।

ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଥିବା ପରି ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପର ଛେଦ କରନ୍ତି ଏବଂ $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ ଓ $\angle d$ ପରି ଚାରୋଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରନ୍ତି ସେଥି ମଧ୍ୟରୁ $\angle a$ ଓ $\angle c$ ର ପରିମାଣ ସମାନ ଏବଂ $\angle b$ ଓ $\angle d$ ପରିମାଣ ସମାନ ।

? ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଯେକୌଣସି ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପାଇଁ ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ପର୍କ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ?

$\angle a$ ର ଯେ କୌଣସି ମାପ ପାଇଁ ଏହା ପରୀକ୍ଷାକର । ତୁମେ ଯୁକ୍ତି କରିପାରିବ କି ଏହି ଧର୍ମ $\angle a$ର ଯେ କୌଣସି ମାପ ପାଇଁ ସତ୍ୟ ହେବ? $\angle a$ ର ମୂଲ୍ୟ ଅନୁମାନ ନକରି ମଧ୍ୟ ଚିତ୍ର 5.2 ରେ ଉପରୋକ୍ତ ବିଷୟକୁ ଆମେ ସାଧାରଣୀକରଣ କରିପାରିବା ।

ସରଳକୋଣର ମୂଲ୍ୟ 180° ହେବା ଯୋଗୁଁ $\angle a + \angle b = \angle a + \angle d = 180^\circ$ ହୁଏ । ଅର୍ଥାତ୍ $\angle b$ ଓ $\angle d$ ସର୍ବଦା ସମାନ । ସେହିପରି $\angle b + \angle a = \angle b + \angle c = 180^\circ$ । ତେଣୁ, $\angle a$ ଓ $\angle c$ ନିଶ୍ଚିତଭାବେ ସମାନ ହେବ ।

ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ସନ୍ନିହିତ $\angle a$ ଓ $\angle b$କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି କୁହାଯାଏ । ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ିର ସମଷ୍ଟି ସର୍ବଦା 180° ।

AP SCERT

Opposite angles, like ∠b and ∠d, formed by two lines intersecting each other, are called vertically opposite angles. Vertically opposite angles are always equal to each other.

From the above reasoning, we conclude that whenever two lines intersect, vertically opposite angles are equal. Such a justification is called a proof in mathematics.



Figure it Out - 5.1

List all the linear pairs and vertically opposite angles you observe in Fig. 5.3:

Linear Pairs	∠ a and ∠b, ...
Pairs of Vertically Opposite Angles	∠ b and ∠d, ...

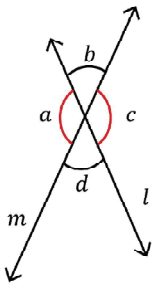


Fig. 5.3

You might have noticed that when you measure linear pairs, sometimes they may not add up to 180°. Or, when you measure vertically opposite angles they may be unequal sometimes. What are the reasons for this? There could be different reasons:

- Measurement errors because of improper use of measuring instruments - in this case, a protractor
- Variation in the thickness of the lines drawn. The "ideal" line in geometry does not have any thickness! But it is not possible for us to draw lines without any thickness

In geometry, we create ideal versions of "lines" and other shapes we see around us, and analyse the relationships between them. For example, we know that the angle formed by a straight line is 180°. So, if another line divides this angle into two parts, both parts should add up to 180°. We arrive at this simply through reasoning and not by measurement.

AP SCERT

ସେହିଭଳି ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦକଲେ $\angle b$ ଓ $\angle d$ ଭଳି ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସନ୍ନିହିତ ନୁହନ୍ତି ବା ବିପରୀତ ଅଟନ୍ତି ସେମାନଙ୍କୁ ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

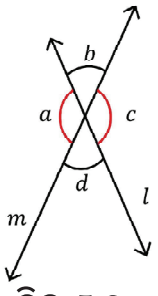
ପ୍ରତୀପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ମାପ ସର୍ବଦା ସମାନ ।ଏହିଭଳି କୌଶଳ ଅବଲମ୍ବନ କରି କୌଣସି ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିର ସତ୍ୟାସତ୍ୟ ପ୍ରତିପାଦନ କରିବାକୁ ଗଣିତରେ ପ୍ରମାଣ କୁହାଯାଏ ।



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 5.1

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 5:3 କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି	$\angle a$ ଏବଂ $\angle b$,-----
ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଯୋଡ଼ି	$\angle b$ ଏବଂ $\angle d$, -----



ଚିତ୍ର 5.3

ପରିମାପ ଓ ଜ୍ୟାମିତି

ତୁମେମାନେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ, ଯେତେବେଳେ ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି ଅଙ୍କନ କରୁଛ ଏବଂ ଏହାର ପରିମାଣ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ନିରୂପଣ କରୁଛ ବେଳେବେଳେ ଏହାର ସମଷ୍ଟି 180° ହୁଏ ନାହିଁ । ସେହିଭଳି ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ବେଳେ ବେଳେ ସମାନ ହୋଇ ନଥାଏ । ଏହାର କାରଣ ଚିନ୍ତାକର ଓ ଆଲୋଚନା କର । ସମ୍ଭାବ୍ୟ କାରଣଗୁଡ଼ିକ ହେଲା :

- ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ଠିକ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର ନ କରିଥିବାରୁ କୋଣର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟରେ ତ୍ରୁଟି ଦେଖାଯାଏ ।
- ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ ବେଳେ ସରଳରେଖାର ମୋଟେଇର ତାରତମ୍ୟତା । ପ୍ରକୃତରେ ସରଳରେଖାର କୌଣସି ମୋଟେଇ ନଥାଏ । ମାତ୍ର ବିନା ମୋଟେଇରେ ଆମେ କାଗଜ ଉପରେ ''ସରଳରେଖା'' ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା କଷ୍ଟକର । ଯେଉଁ ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି ତାହା ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ସମତଳ ହୋଇ ନ ଥାଇ ପାରେ । ଜ୍ୟାମିତିରେ ଆମେ ଆମ ପାଖରେ ଥିବା ବସ୍ତୁକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଓ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରି ସେଗୁଡ଼ିକର ଧାରକୁ ସରଳରେଖା ସହ ତୁଳନା କରୁ । ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଦୁଇଟି ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ିର ସମଷ୍ଟି 180° । ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ରଶ୍ମିର ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ସରଳରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କଲେ ଓ ରଶ୍ମିଟି ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ନ ହେଲେ, ଯେଉଁ ଦୁଇଟି କୋଣ ସୃଷ ହୁଏ, ସେହି ଦୁଇକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° ହେବ । ଏହାକୁ ଆମେ ମାପ ନ କରି ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଭାବରେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚି ପାରିବା ।

AP SCERT

When we measure, it might not be exactly so, for the reasons mentioned above. Still the measurements come out very close to what we predict, because of which geometry finds widespread application in different disciplines such as physics, art, engineering and architecture.

5.2 Perpendicular Lines

Can you draw a pair of intersecting lines such that all four angles are equal? Can you figure out what will be the measure of each angle?

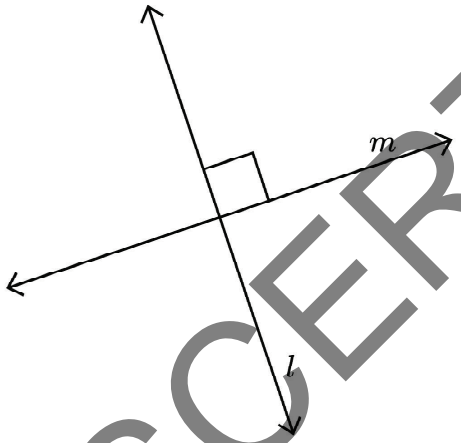


Fig. 5.4

If two lines intersect and all four angles are equal, then each angle must be a right angle (90°).

Perpendicular lines are a pair of lines which intersect each other at right angles (90°). In Fig. 5.4, we can say that lines *l* and m are perpendicular to each other.

5.3 Between Lines

Observe Fig. 5.5 and describe the way the line segments meet or cross each other in each case, with appropriate mathematical words (a point, an endpoint, the midpoint, meet, intersect and the degree measure of each angle).

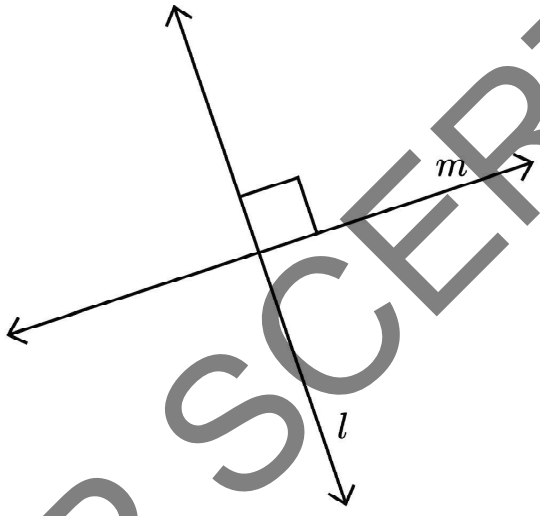
For example, line segments FG and FH meet at the endpoint F at an angle 115°.

AP SCERT

ମାତ୍ର ଯେତେବେଳେ ଆମେ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ମାପ କରିବା, ଏହା ସଠିକ୍ ନ ହୋଇପାରେ । ଏହାର କାରଣ ଉପରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି । ମାତ୍ର ଆମେ ମାପ କଲେ ଯୁକ୍ତିସଂଗତ ମୂଲ୍ୟର ପାଖାପାଖି ମାପ ପାଇପାରିବା । ଏହି କାରଣରୁ ଗଣିତର ପ୍ରୟୋଗ ସୁଦୂର ପ୍ରସାରୀ ଯେପରି ଭୌତିକ ବିଜ୍ଞାନ, ଜୀବ ବିଜ୍ଞାନ, କଳା, ଭାସ୍କର୍ଯ୍ୟ ଇତ୍ୟାଦିରେ ଗଣିତର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଥିବାରୁ ଏହା ଲୋକାଭିମୁଖୀ ହୋଇପାରିଛି ।

5.2 ଲମ୍ବରେଖା

ତୁମେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ କି ଯେପରି ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଚାରୋଟି କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ହେବ? ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ହେବ?



ଚିତ୍ର 5.4

ଯଦି ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ଏବଂ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଚାରୋଟି କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ହୁଏ ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ $90°$ ହେବ ।

ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣ ($90°$)ରେ ଛେଦକଲେ ରେଖାଦ୍ୱୟ **ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ** ହେବେ । ଚିତ୍ର 5.4 ରେ l ଓ m ରେଖାଦୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟନ୍ତି ।

5.3 ସରଳରେଖାର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଅଂଶ

ଚିତ୍ର 5.5 କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଏଠାରେ ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ କିପରି ମିଳିତ ହେଉଛନ୍ତି କିମ୍ବା କିପରି ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି, ଏହାର ଉପଯୁକ୍ତ ଗାଣିତିକ ଶବ୍ଦ (ବିନ୍ଦୁ, ଶେଷ ବିନ୍ଦୁ, ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁରେ, ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ, ମିଳିତ ହୋଇଛନ୍ତି ବା ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ) ।

ଉଦାହରଣ: ଯେପରି FG ରେଖାଖଣ୍ଡ ଓ FH ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସହିତ F ବିନ୍ଦୁରେ ମିଳିତ ହୋଇ $115°$ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରୁଛନ୍ତି ।

AP SCERT

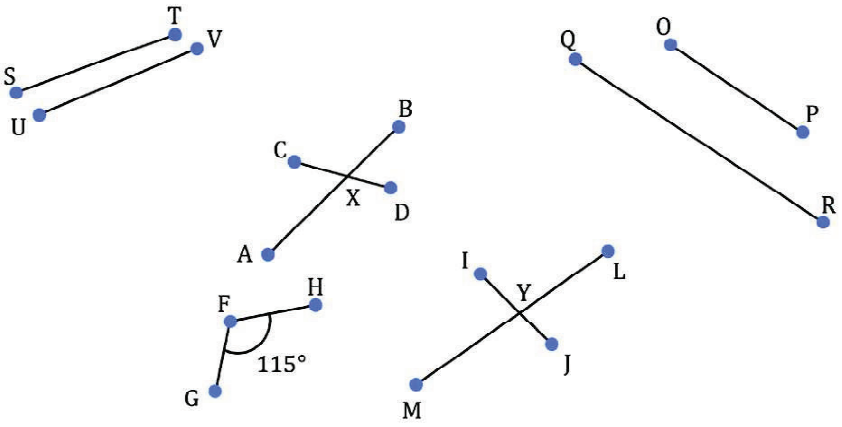


Fig. 5.5

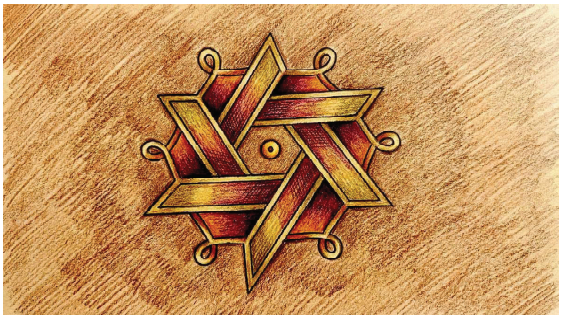
Are line segments ST and UV likely to meet if they are extended? Are line segments OP and QR likely to meet if they are extended? Here are some examples of lines we notice around us.

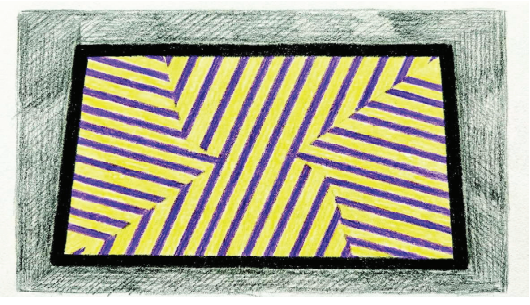


What is common to the lines in the pictures above? They do not seem likely to intersect each other. Such lines are called parallel lines.

Parallel lines are a pair of lines that lie on the same plane, and do not meet however far we extend them at both ends.

Name some parallel lines you can spot in your classroom.

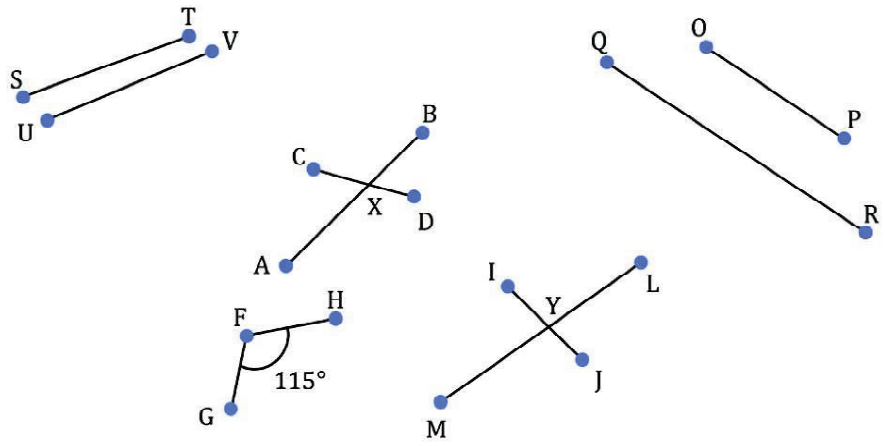




Parallel lines are often used in artwork and shading.

? Which pairs of lines appear to be parallel in Fig. 5.6 below?

© NCERT not to be republished



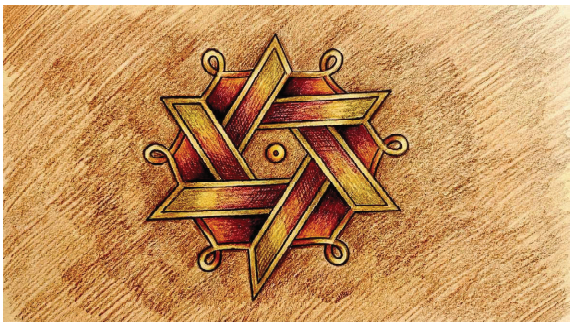
ଚିତ୍ର 5.5

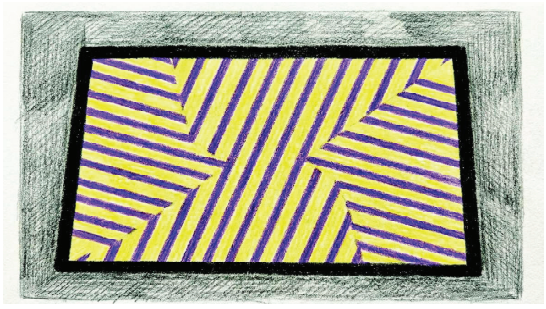
ST ଓ UV ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦୟକୁ ବର୍ଦ୍ଧିତ କଲେ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟ ମିଳିତ ହେବେ କି ? OP ଓ QR ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟକୁ ବର୍ଦ୍ଧିତ କଲେ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟ ଛେଦ କରିବେ କି ? ଏବେ ଆମ ଆଖପାଖରେ ଥିବା ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।



ଉପରୋକ୍ତ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଧାରଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କକୁ ଆଲୋଚନା କରି ଲେଖ । ଏହି ଧାର କିମ୍ବା ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିଲା ଭଳି ଜଣା ପଡୁନାହିଁ । ଏହି ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନ୍ତର ରେଖା କୁହାଯାଏ ।

ଯଦି ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାକୁ ଉଭୟ ଦିଗରେ ଯେତେ ବର୍ଦ୍ଧିତ କଲେ ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ନାହିଁ । ସେମାନଙ୍କୁ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା କୁହାଯାଏ । ତୁମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଥିବା ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ନିରୀକ୍ଷଣ କର ଏବଂ ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।





ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ବିଭିନ୍ନ ଚିତ୍ରକଳା ଓ ଡିଜାଇନ୍‌ରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

? ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର 5.6 ରେ ଯେଉଁ ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର, ସେଗୁଡ଼ିକ ଚିହ୍ନଟ କର ।

© NCERT

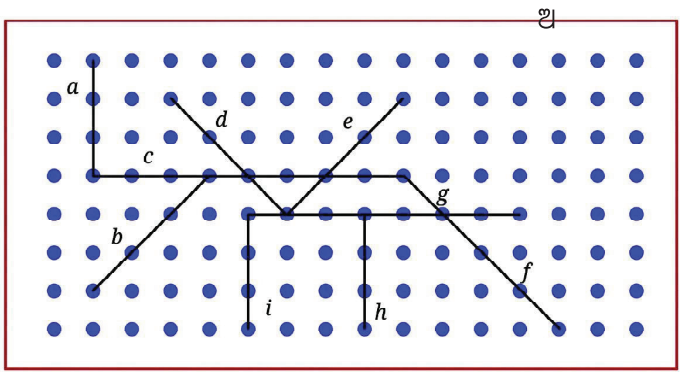


Fig. 5.6

Note to the Teacher: It is important that the lines lie on the same plane. A line drawn on a table and a line drawn on the board may never meet but that does not make them parallel.

5.4 Parallel and Perpendicular Lines in Paper Folding

Activity 2

Take a plain square sheet of paper (use a newspaper for this activity).

- How would you describe the opposite edges of the sheet? They are _____ to each other.
- How would you describe the adjacent edges of the sheet? The adjacent edges are _____ to each other. They meet at a point. They form right angles.
- Fold the sheet horizontally in half. A new line is formed (see Fig. 5.7).
- How many parallel lines do you see now? How does the new line segment relate to the vertical sides?

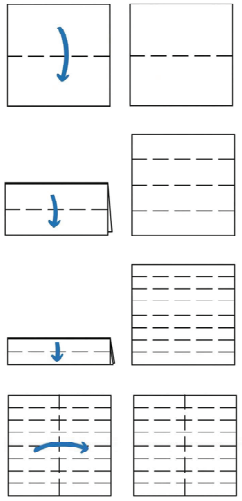
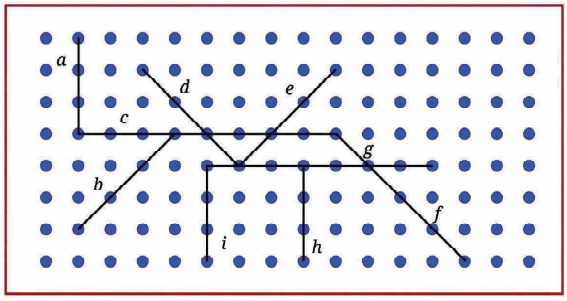


Fig. 5.7

APSCERT



ଚିତ୍ର 5.6

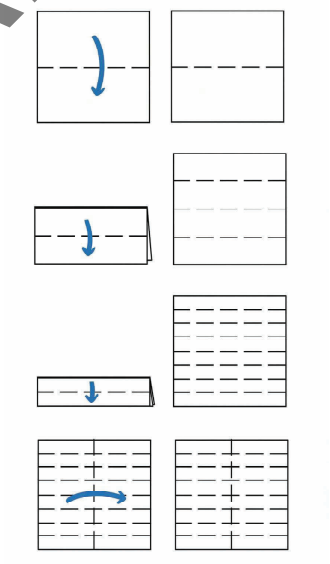
ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଏହା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଯେ ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଥିବା ଆବଶ୍ୟକ । ବ୍ଲାକ୍‌ବୋର୍ଡ଼ରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ଏକ ରେଖା ଏବଂ ଟେବୁଲ ଉପରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ଅନ୍ୟ ଏକ ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ନାହିଁ, ମାତ୍ର ସେହି ଦୁଇ ରେଖାକୁ ସମାନ୍ତର ରେଖା କୁହାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ । କାରଣ ସେହି ଦୁଇରେଖା ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ନାହାନ୍ତି ।

5.4 କାଗଜ ଭାଙ୍ଗି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଓ ଲମ୍ବରେଖା ତିଆରି

କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ 2

ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକାର କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦ ନିଅ (ତୁମେ ଖବର କାଗଜର ଏକ ପୃଷ୍ଠା ନେଇପାରିବ)

- ଏହି କାଗଜର ଫର୍ଦ୍ଦର ବିପରୀତ ଧାରକୁ କିପରି ଦର୍ଶାଇବ ? ସେଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସହ _____
- ଏହି କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦର ସଂଲଗ୍ନ ଧାରଦୁଟିକୁ କିପରି ଦର୍ଶାଇବ ? ସେଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି? _____
  ଏହି ସଂଲଗ୍ନ ଧାର ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ଏହି ଦୁଇଟି ଧାରର ଛେଦରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣ ଏକ ସମକୋଣ ।
- କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦକୁ ଭୂସମାନ୍ତରାଳ ଭାବରେ ଭାଙ୍ଗ ଯେପରି ଉକ୍ତ କାଗଜ ଖଣ୍ଡଟି ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ ହେବ । ଚିତ୍ର 5.7 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲାଭଳି, ବର୍ତ୍ତମାନ ଉକ୍ତ କାଗଜ ଖଣ୍ଡରେ ଗୋଟିଏ ନୂତ ରେଖା ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ।
- କେତୋଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ? ନୂତନ କରି ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ରେଖାଟି କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ଭୂଲମ୍ବ ଭାବରେ ଥିବା ବାହୁ ସହ କିପରି ସମ୍ପର୍କିତ ?



ଚିତ୍ର 5.7

APSCERT

- Make one more horizontal fold in the folded sheet. How many parallel lines do you see now?
- What will happen if you do it once more? How many parallel lines will you get? Is there a pattern? Check if the pattern extends further, if you make another horizontal fold.
- Make a vertical fold in the square sheet. This new vertical line is to the previous horizontal lines.
- Fold the sheet along a diagonal. Can you find a fold that creates a line parallel to the diagonal line?

Here is another activity for you to try.

- Take a square sheet of paper, fold it in the middle and unfold it.
- Fold the edges towards the centre line and unfold them.
- Fold the top right and bottom left corners onto the creased line to create triangles. Refer to Fig. 5.8.
- The triangles should not cross the crease lines.
- Are *a*, *b* and *c* parallel to *p*, *q* and *r* respectively? Why or why not?

Notations

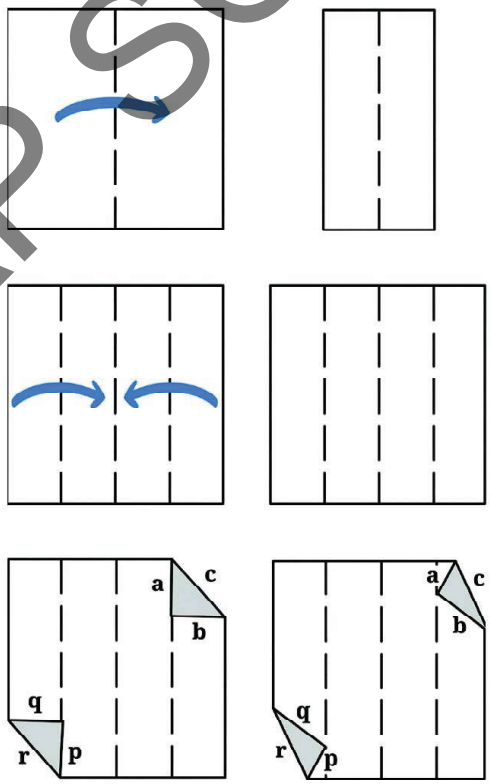


Fig. 5.8

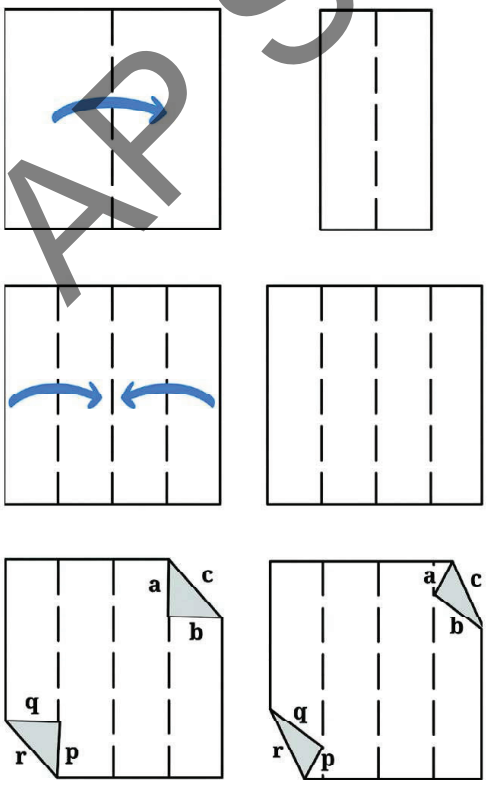
AP SCERT

- ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜଖଣ୍ଡକୁ ଆଉ ଥରେ ଭୂସମାନ୍ତର ଭାବରେ ଭାଙ୍ଗ । ବର୍ତ୍ତମାନ କେତୋଟି ସମାନ୍ତର ରେଖା ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ?
- ପୁଣି ଥରେ ଏହିଭଳି ଭାଙ୍ଗିଲେ କ'ଣ ହେବ ? ତୁମେ କେତୋଟି ସମାନ୍ତର ରେଖା ପାଇଲ ? କୌଣସି ସଂରଚନା ଦେଖୁଛ କି ? ଯଦି ତୁମେ ଆଉ ଏକ ସମାନ୍ତର ଭାବେ ଏକାଧିକ ଥର ଭାଙ୍ଗିବ, ତେବେ କ'ଣ ହେବ ?
- ବର୍ତ୍ତମାନ କାଗଜଟିକୁ ଭୂ-ଲମ୍ବ ଭାବେ ଭାଙ୍ଗ । ଏବେ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ରେଖାଟି ପୂର୍ବରୁ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ସହିତ କିପରି ସମ୍ପର୍କିତ ?
- ପ୍ରଥମେ ଏକ କାଗଜକୁ ଦୁଇ କୋଣରୁ ଭାଙ୍ଗ । ଏହି ନୂତନ କ୍ରିୟାଟି ପୂର୍ବପରି କାଗଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ କି ?

ଏଠାରେ ତୁମକୁ ଅନ୍ୟ କେତେକ କାର୍ଯ୍ୟାବଳୀ ଦିଆଗଲା ।

- ଏକ ବର୍ଗାକାର କାଗଜ ଖଣ୍ଡ ନିଅ । ଏହାକୁ ଠିକ ମଝିରୁ ଭାଙ୍ଗ । ଦେଖ କ'ଣ ହେଉଛି ।
- ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱବର୍ତ୍ତୀ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ରେଖା ଆଡ଼କୁ ଭାଙ୍ଗି ଦେଖ କ'ଣ ହେଉଛି ।
- ଚିତ୍ର 5.8 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲାଭଳି ଏହାର ଉପର ଭାଗକୁ ଭାଙ୍ଗ ଯେପରିକି କାଗଜ ମଧ୍ୟର ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ମାର୍ଜିନ ରେଖାକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରି ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ସୃଷ୍ଟି କରିବ ।
- ଏହି ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ଯେପରି କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ରେଖାକୁ ଟପିଯିବ ନାହିଁ ।
- a, b ଓ c ଯଥାକ୍ରମେ p, q ଓ r ସହ ସମାନ୍ତର ହେବ କି ? କାହିଁକି ବା କାହିଁକି ନୁହେଁ?

ସଂକେତ :



ଚିତ୍ର 5.8

AP SCERT

In mathematics, we use an arrow mark (>) to show that a set of lines is parallel. If there is more than one set of parallel lines (as in Fig. 5. 9), the second set is shown with two arrow marks and so on. Perpendicular lines are marked with a square angle between them.

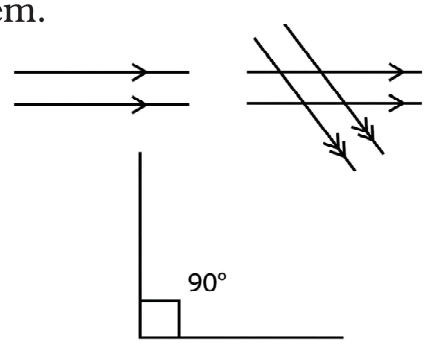


Fig. 5.9



Figure it Out - 5.2

1. Draw some lines perpendicular to the lines given on the dot paper in Fig. 5.10.

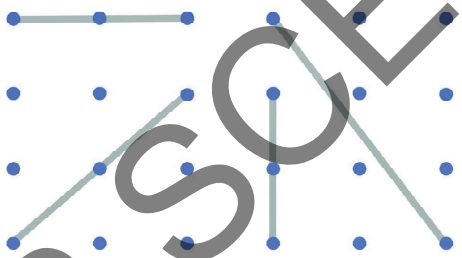


Fig. 5.10

2. In Fig. 5.11, mark the parallel lines using the notation given above (single arrow, double arrow etc.). Mark the angle between perpendicular lines with a square symbol.
   (a) How did you spot the perpendicular lines?
   (b) How did you spot the parallel lines?

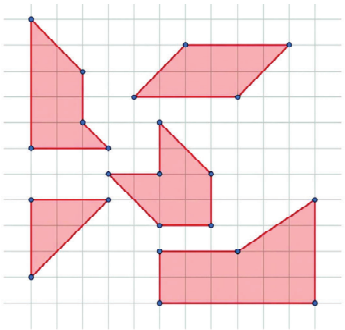
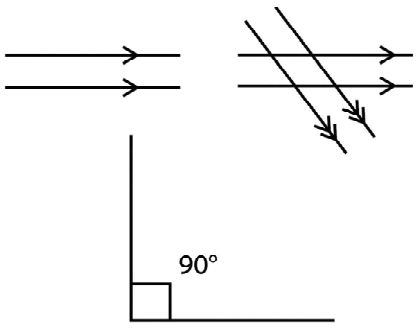


Fig. 5.11

AP SCERT

ଗଣିତରେ ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ତୀରଚିହ୍ନ (>) ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ଏକାଧିକ ଯୋଡ଼ିର ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ଥିଲେ ଦିତୀୟ ଯୋଡ଼ିର ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ତୀରଚିହ୍ନ ଦିଆଯାଏ । ଏହିପରି ଅନ୍ୟ ଯୋଡ଼ିର ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ସୂଚାଇ ଦିଆଯାଇପାରେ । ଭୂଲମ୍ବ ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ତାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମକୋଣ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଏ ଯେପରି ଚିତ୍ର 5.9 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି ।

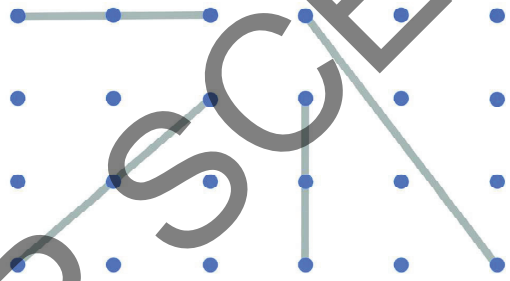


ଚିତ୍ର 5.9



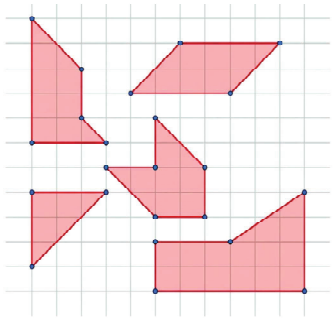
ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 5.2

1. ଚିତ୍ର 5.10 ରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଗ୍ରୀଡ୍ (dot paper) ଉପରେ କେତୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭୂଲମ୍ବରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।



ଚିତ୍ର 5.10

2. ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ଚିତ୍ର 5.11 ରେ ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନଟ କର (ଗୋଟିଏ ତୀର ଚିହ୍ନ, ଦୁଇଟି ତୀର ଚିହ୍ନ ଇତ୍ୟାଦି) ଏବଂ ଲମ୍ବରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ବର୍ଗଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଅ ।
   (a) ଲମ୍ବ ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ଚିହ୍ନଟ କଲ ?
   (b) ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ଚିହ୍ନଟ କଲ ?



ଚିତ୍ର 5.11

AP SCERT

3. In the dot paper following, draw different sets of parallel lines. The line segments can be of different lengths but should have dots as endpoints.

4. Using your sense of how parallel lines look, try to draw lines parallel to the line segments on this dot paper.

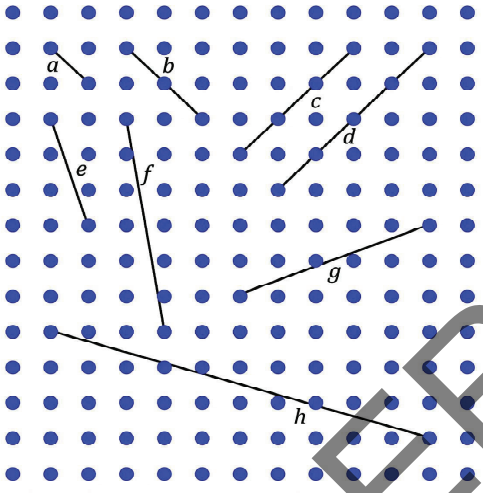


Fig. 5.12

(a) Did you find it challenging to draw some of them?

(b) Which ones?

(c) How did you do it?

5. In Fig. 5.13, which line is parallel to line *a*, line *b* or line *c* ? How do you decide this?

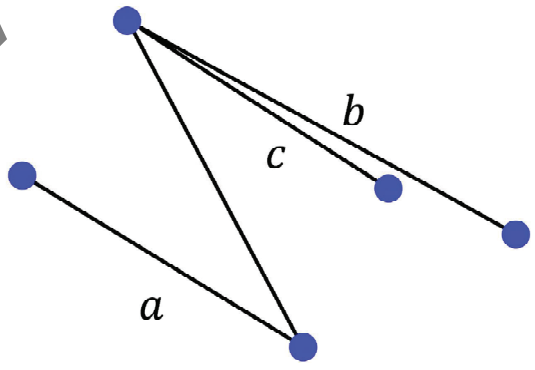
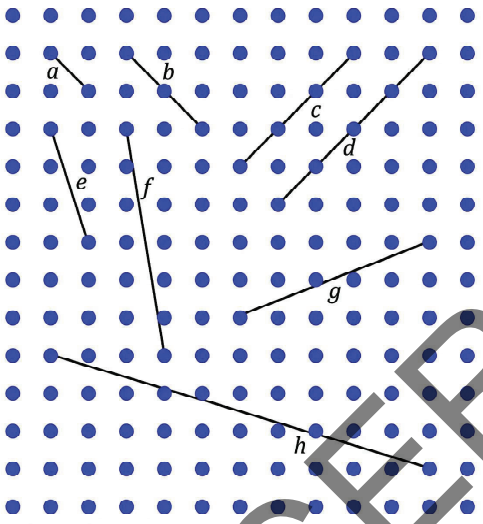


Fig. 5.13

APSCERT

3. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ଗ୍ରୀଡ଼ରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସମାନ୍ତର ରେଖାଯୋଡ଼ି ଅଙ୍କନ କର । ଏହି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକରେ ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ହୋଇଥିବ ଏବଂ ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ବିନ୍ଦୁଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ହୋଇଥିବ ।

4. ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକ କିପରେ ଦେଖାଯାଏ, ତୁମେ ଏହି ଧାରଣା ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ବିନ୍ଦୁ ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର ରେଖାମାନ ଟାଣ ।



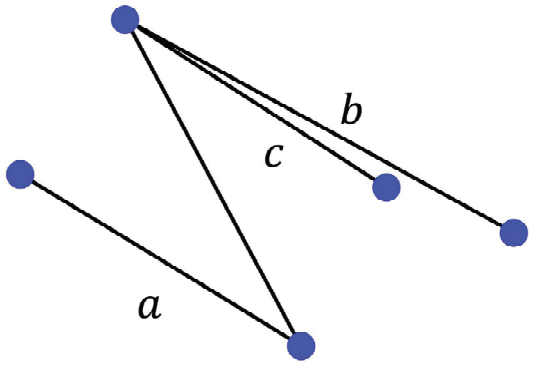
ଚିତ୍ର 5.12

(a) କିଛି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା ତୁମକୁ କଷ୍ଟତର ହେଲାକି ?

(b) କେଉଁ ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବ କଷ୍ଟ ହେଲା ?

(c) ତୁମେ ସେହି ରେଖାଗୁଡ଼ିକର ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କିପରି କଲ ?

5. ଚିତ୍ର 5.13 ରେ '*a*' ରେଖା ସହ *b* ଓ *c* ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ସମାନ୍ତର ? ତୁମେ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲ ?



ଚିତ୍ର5. 13

APSCERT

Note to the Teacher: It is easier to draw vertical and horizontal lines and the ones inclined at 45° (on rectangular dot sheets), but drawing a line parallel to one which has a different orientation is slightly harder. Let students use their intuition for this.

From previous exercises we observed that sometimes it is difficult to be sure whether two lines are parallel. To determine this we use the idea of transversals.

5.5 Transversals

We saw what happens when two lines intersect in different ways. Let us explore what happens when one line intersects two different lines.

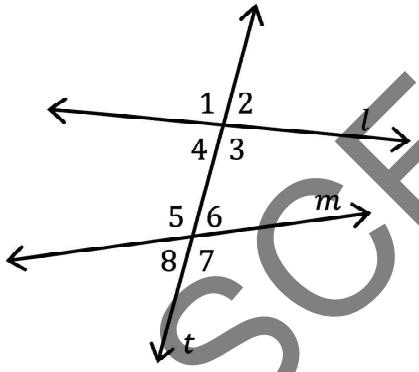


Fig. 5.14

In Fig. 5.14, line t intersects lines *l* and m. t is called a transversal. Notice that 8 angles are formed when a line crosses a pair of lines.

? Is it possible for all the eight angles to have different measurements? Why, why not?

? What about four different angles - 6, 5, 3 and 2?

In Fig. 5.14, since $\angle$ 1 and $\angle$ 3 are vertically opposite angles, they are equal. Are there other pairs of vertically opposite angles? We can see that there are a total of four pairs of vertically opposite angles and in each pair, the angles are equal to each other.

Thus, when a transversal intersects two lines, it forms eight angles with a maximum of four distinct angle measures.

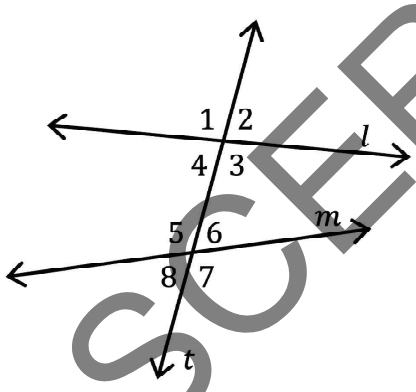
AP SCERT

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଭୂସମାନ୍ତର ଓ ଭୂଲମ୍ବରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା ସହଜ । ସେହିପରି ଡଟ ଗ୍ରୀଡ଼ରେ 45° ଆନତ କୋଣ କରି ରେଖା ଅଙ୍କନ ମଧ୍ୟ ସହଜ । ମାତ୍ର ବିଭିନ୍ନ ଅବସ୍ଥାନରେ ଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ ସହ ସମାନ୍ତର କରି ରେଖା ଅଙ୍କନ ସହଜ ନୁହେଁ । ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ତଃଦୃଷ୍ଟି ପ୍ରୟୋଗ କରି ଅଙ୍କନ କରିବାର ପରିବେଶ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ପୂର୍ବ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲୁ ଯେ ବେଳେବେଳେ ଦୁଇଟି ରେଖା ସମାନ୍ତର ବା ସମାନ୍ତର ନୁହେଁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ସହଜ ନୁହେଁ । ଏହି ଅସୁବିଧାକୁ ଦୂରକରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଛେଦକର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇଥାଉ ।

5.5 ଛେଦକ(Transversals)

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଦୁଇଟି ରେଖାର ଛେଦ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କଲୁ । ଏବେ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ରେଖାକୁ ଛେଦକଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ନୂତନ ତଥ୍ୟକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା ।



ଚିତ୍ର 5.14

ଚିତ୍ର 5.14 ରେ l ଓ m ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାକୁ t ରେଖାଟି ଛେଦ କରୁଛି । ଏଠାରେ t ରେଖାକୁ **ଛେଦକ** କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ରରେ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ରେଖାକୁ ଛେଦକଲେ ଆଠଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ ।

? ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ଆଠଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଭିନ୍ନ କି ? ଯଦି ଭିନ୍ନ, ତେବେ କାହିଁକି ? ଯଦି ଭିନ୍ନ ନୁହେଁ, ତେବେ କାହିଁକି ?

? ଚାରୋଟି ଭିନ୍ନ କୋଣ 6, 5, 3 ଏବଂ 2 ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସମ୍ପର୍କ ଅଛି କି?

ଚିତ୍ର 5.14 ରେ $\angle$ 1 ଏବଂ $\angle$ 3 ଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକ ପରିମାଣ ସମାନ । ସେହି ଚିତ୍ରରେ ଏପରି ଅନ୍ୟକିଛି ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଅଛିକି ? ଚିତ୍ରକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ଚାରିଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଥିବା ଆମେ ଦେଖିବା ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ିର କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ।

ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ରେଖାକୁ ଛେଦକଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ଆଠଟି କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ସର୍ବାଧିକ ଚାରୋଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାର କୋଣ ମିଳିଥାଏ ।

AP SCERT

5.6 Corresponding Angles

In Fig. 5.14, we notice that the transversal t forms two sets of angles - one with line *l* and another with line m. There are angles in the first set that correspond to angles in the second set based on their position. $\angle 1$ and $\angle 5$ are called corresponding angles. Similarly, $\angle 2$ and $\angle 6$, $\angle 3$ and $\angle 7$, $\angle 4$ and $\angle 8$ are the corresponding angles formed when transversal t intersects lines *l* and *m*.

Activity 3

Draw a pair of lines and a transversal such that they form two distinct angles.

Step 1: Draw a line *l* and a transversal t intersecting it at point X.

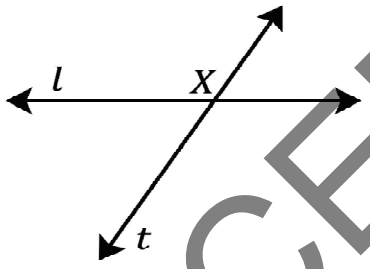


Fig. 5.15

Step 2: Measure $\angle$ a formed by lines *l* and t (let us say it is 60°).

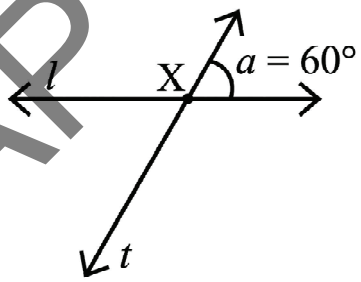


Fig. 5.16

How many distinct angles have formed now?

If one angle is 60°, the other angle of the linear pair should be 120°.

So, we already have two distinct angles.

So, when we draw another line intersecting the transversal t we wish to form only two angles, 60° and 120°.

Step 3: Mark a point Y on line t.

AP SCERT

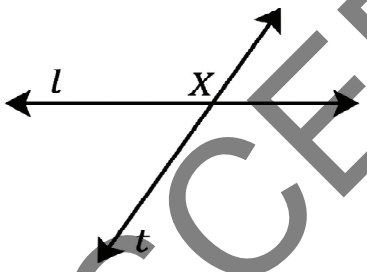
5.6 ଅନୁରୂପ କୋଣ

ଅନୁରୂପ କୋଣ ଚିତ୍ର 5.14 ରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲୁ ଯେ, ଛେଦକ t ଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ସେଟ୍‌ରେ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସୃଷ୍ଟି ହେଲା – ଗୋଟିଏ ସେଟ୍ *l* ରେଖା ସହ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ସେଟ୍‌ଟି m ରେଖା ସହ । ପ୍ରଥମ ସେଟ୍‌ରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣପାଇଁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସେଟ୍‌ର ଅବସ୍ଥାନ ଅନୁସାରେ ଅନୁରୂପ କୋଣ ଥାଏ । $\angle 1$ ଓ $\angle 5$ ଦ୍ୱୟକୁ ଅନୁରୂପ କୋଣ କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ଯେତେବେଳେ ଛେଦକ t, ରେଖାଦ୍ୱୟ *l* ଓ m କୁ ଛେଦ କରେ, $\angle 2$ ଓ $\angle 6$, $\angle 3$ ଓ $\angle 7$, $\angle 4$ ଓ $\angle 8$ ଅନୁରୂପ କୋଣ ଯୋଡ଼ି ହୁଅନ୍ତି ।

କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ 3

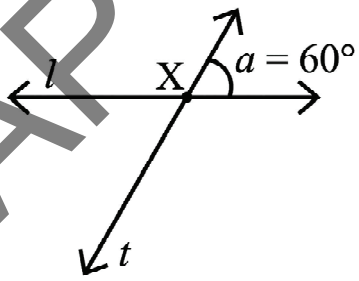
ଆମେ ଏପରି ଦୁଇଟି ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା, ଯେପରି ଏକ ଛେଦକ ଛେଦକଜେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଦୁଇଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କୋଣ ଅଙ୍କନ କର ।

ସୋପାନ 1: ଗୋଟିଏ ରେଖା *l* ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ଛେଦକ t ଏହି ରେଖାକୁ X ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରୁ ।



ଚିତ୍ର 5.15

ସୋପାନ 2 : *l* ଓ t ରେଖାଦ୍ୱାରା ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା $\angle a$ କୁ ମାପ । ଉଦହରାଣ ସ୍ୱରୂପ: $60°$ ।



ଚିତ୍ର 5.16

ବର୍ତ୍ତମାନ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା କୋଣଗୁଡ଼ିକର କେତୋଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣର ହେବ ?

ଯଦି ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ $60°$, ତେବେ ଏହାର ସନ୍ନିହିତ(ସଂଲଗ୍ନ) କୋଣର ପରିମାଣ $120°$ ହେବ, ତେଣୁ ଆମେ ଦୁଇଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣର କୋଣ ସମୂହ ପାଇଲୁ ।

ତେଣୁ ଆମେ ଯେତେବେଳେ ଛେଦକ t କୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଅନ୍ୟ ଏକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବୁ ଯେପରି ଏହି ରେଖାଟିର ଛେଦରୁ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା କୋଣ $60°$ ଏବଂ $120°$ ହେବ ।

ସୋପାନ 3 : ଛେଦକ t ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ Y ନିଆଯାଉ ।

AP SCERT

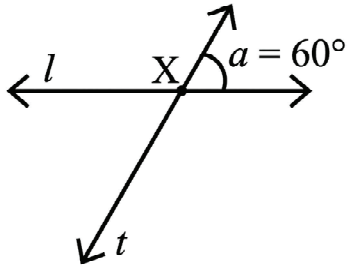


Fig. 5.17

Step 4: Draw a line m through point Y that forms a 60° angle to line t. This can be done either by copying ∠a with a tracing paper or you can use a protractor to measure the angles.

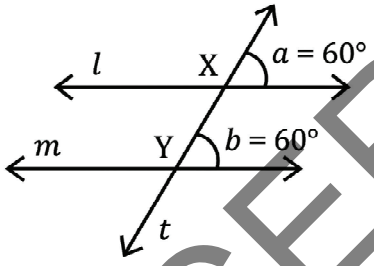


Fig. 5.18

What do you observe about lines l and m ? Do they appear to be parallel to each other?

Yes, they do appear to be parallel to each other.

Angles, ∠ a and ∠b are corresponding angles formed by the transversal t on lines l and m. These corresponding angles are equal to each other.

From this we can observe:

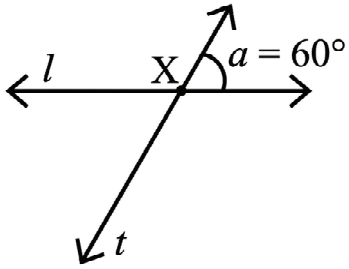
When the corresponding angles formed by a transversal on a pair of lines are equal to each other, then the pair of lines are parallel to each other.

Suppose, we have a transversal intersecting two parallel lines. What can be said about the corresponding angles?

Activity 4

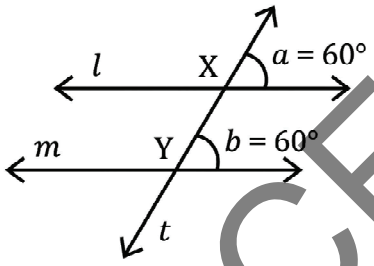
Fig. 5.19 has a pair of parallel lines l and m (what is the notation used in the figure to indicate they are parallel?). Line t is the

AP SCERT



ଚିତ୍ର 5.17

ସୋପାନ 4 : t ରେଖା ସହ Y ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ m ରେଖା ଅଙ୍କନକର, ଯେପରି ଛେଦକର ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ $\angle a$ ଅଛି ସେହି ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏହା 60° କୋଣ ସୃଷ୍ଟି ହେବ । ଏହି ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ଟ୍ରେସ୍ ପେପର କିମ୍ବା ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ ।



ଚିତ୍ର 5.18

l ଓ m ରେଖା ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସମ୍ପର୍କ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ? ଏହି ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବ କି?

ହଁ, ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର ହେବେ ।

$\angle a$ ଏବଂ $\angle b$ ଦ୍ୱୟ ଅନୁରୂପ କୋଣ । ଏହା l ଓ m ରେଖାର ଛେଦକ t ରୁ ସୃଷ୍ଟି । ଏହି ଅନୁରୂପ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ।

ଏଠାରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲୁ: ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ଅନୁରୂପ କୋଣ ସମାନ ହେଲେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସହିତ ସମାନ୍ତର ହେବେ ।

ମନେକର ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଛେଦ କରୁଛି । ଏଠାରେ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଅନୁରୂପ କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ କ'ଣ ହେବ ?

କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ 4

ଚିତ୍ର 5.19 ରେ l ଓ m ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖା(ସମାନ୍ତର ରେଖା ପାଇଁ ସୂଚିତ ସଙ୍କେତ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲ କି?) t ରେଖା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟକୁ ଛେଦ କରୁଛି ଓ ଏଥିରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ଅନୁରୂପ କୋଣଦ୍ୱୟ ହେଲେ

APSCERT

transversal across these two lines. ∠a and ∠b are corresponding angles. Take a tracing paper and trace ∠ a on it. Now place this tracing paper over ∠b and see if the angles align exactly. You will observe that the angles match. Check the other corresponding angles in the figure using a protractor. Are all the corresponding angles equal to each other?

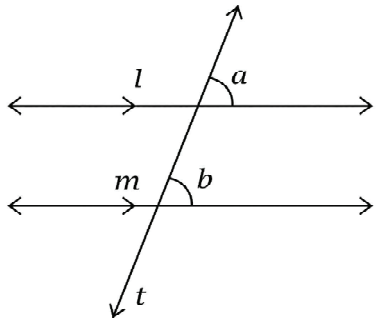


Fig. 5.19

Corresponding angles formed by a transversal intersecting a pair of parallel lines are always equal to each other.

Activity 5

In Fig. 5.20, draw a transversal t to the lines l and m such that one pair of corresponding angles is equal. You can measure the angles with a protractor.

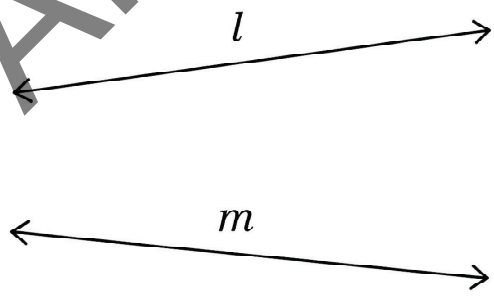


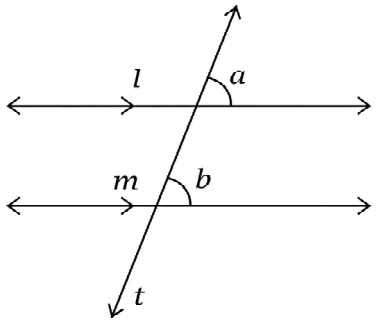
Fig. 5.20

Are you finding it hard to draw a transversal such that the corresponding angles are equal?

APSCERT

$\angle a$ ଓ $\angle b$ । ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେସ୍ ପେପର ବ୍ୟବହାର କରି $\angle a$ ର ପରିମାଣକୁ ସୂଚିତ କର । ସୂଚିତ ହୋଇଥିବା ପେପରକୁ $\angle b$ ଉପରେ ରଖ ଏବଂ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଉଭୟ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ହେବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଉଭୟ କୋଣର ପରିମାଣକୁ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟରର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପି ପରୀକ୍ଷା କର, କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଲା କି ?

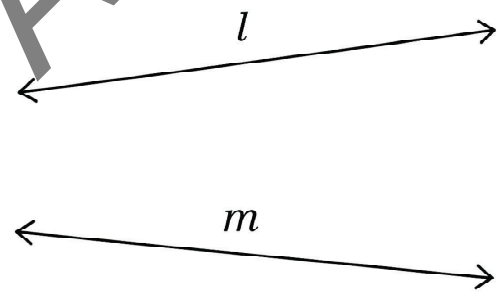


ଚିତ୍ର 5.19

ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଛେଦକଟିଏ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଅନୁରୂପ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସର୍ବଦା ସମାନ ।

କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ 5

ଚିତ୍ର 5.20 ରେ l ଓ m ସରଳରେଖାକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଏକ ଛେଦକ t ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ ହେବ । କୋଣର ପରିମାଣ ମାପିବା ପାଇ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ ।



ଚିତ୍ର 5.20

ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ କରିବା ପାଇଁ ଛେଦକ ଅଙ୍କନ କରିପାରିଲ କି ?

APSCERT

When a pair of lines are not parallel to each other, the corresponding angles formed by a transversal can never be equal to each other.

5.7 Drawing Parallel Lines

Can you draw a pair of parallel lines using a ruler and a set square? Fig. 5.21 shows how you can do it.

Draw a line l with a scale. By sliding your set square you can make two lines perpendicular to line l.

Are these two lines parallel to each other? How are we sure that they are parallel to each other? What angles are formed between these lines and line l?

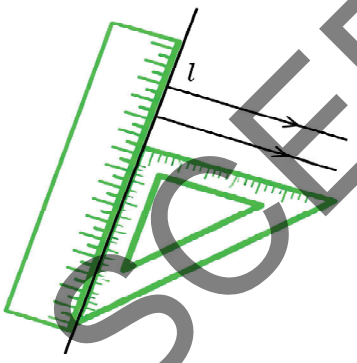


Fig. 5.21

Since we used a set square, the angles measure 90°. The position of the lines is different, but they make the same angle with l. If line l is seen as a transversal to the two new lines, then the corresponding angles measure 90°.

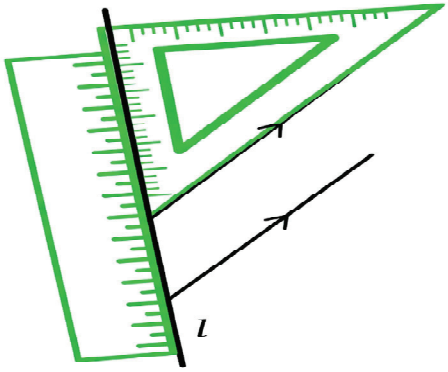


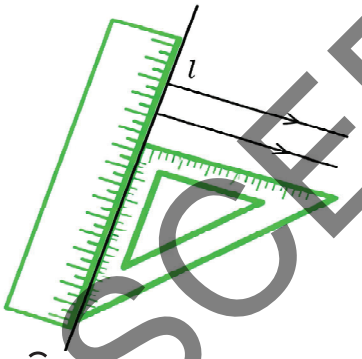
Fig. 5.22

© NCERT not to be republished

ଯଦି ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହୋଇନଥିବେ ତେବେ ଏହି ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟର ଛେଦକ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ ହେବନାହିଁ ।

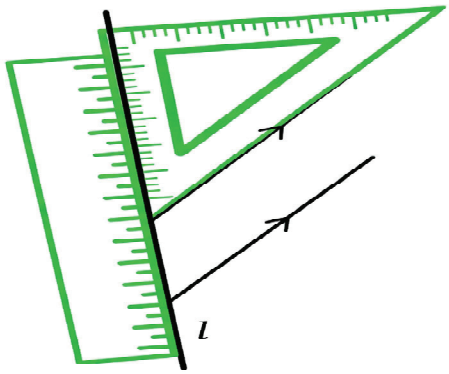
5.7 ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ

ତୁମେମାନେ ସ୍କେଲ୍ ଓ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ବ୍ୟବହାର କରି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ କି ? ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର 5.21 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି । ପ୍ରଥମେ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ରେଖା 'l' ଅଙ୍କନ କର । ଏବେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ବ୍ୟବହାର କରି l ରେଖାପ୍ରତି ଦୁଇଟି ଲମ୍ବରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ଏହି ଦୁଇଟି ରେଖା ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର କି? ଆମେ କିପରି ନିଶ୍ଚିତ ହେବା ଯେ ଏହି ଦୁଇଟି ରେଖା ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର ? ଏହି ରେଖାଦ୍ୱୟ l ରେଖା ସହିତ ସୃଷ୍ଟି କରିଥିବା କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ?



ଚିତ୍ର 5.21

ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ବ୍ୟବହାର କରିଥିବାରୁ l ରେଖାପ୍ରତି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ରେଖା ସମକୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରିଲେ । ଦୁଇଟି ରେଖା ଭିନ୍ନ ହୋଇଥିଲେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରେଖା l ପ୍ରତି ସମକୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରିଛନ୍ତି । ଯଦି l ରେଖାକୁ ଆମେ ଛେଦକ ଭାବରେ ନେବୁ ତେବେ ଦୁଇଟି ଅନୁରୂପ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ $90°$ ।



ଚିତ୍ର 5.22

AP SCERT

As we know these are corresponding angles and they are equal, we can be sure that the lines are parallel.

Draw two more parallel lines using the long side of the set square as shown in Fig. 5.22.

How do you know these two lines are parallel? Can you check if the corresponding angles are equal?

Note to the Teacher: Students should be encouraged to check the equality of corresponding angles both by using the tracing method and using protractors to measure the angles. Pay attention to the language used to make the relationship between corresponding angles and parallel lines. Equality of corresponding angles is both necessary and sufficient for the pair of lines to be parallel to each other.



Figure it Out - 5.3

Can you draw a line parallel to l, that goes through point A? How will you do it with the tools from your geometry box? Describe your method.

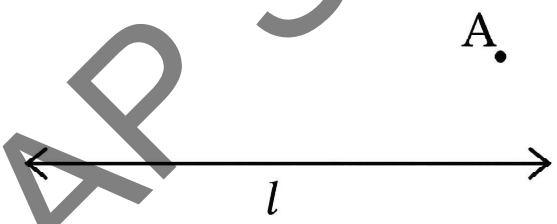


Fig. 5.23

AP SCERT

Making Parallel Lines through Paper Folding

Let us try to do the same with paper folding. For a line l (given as a crease), how do we make a line parallel to l such that it passes through point A?

We know how to fold a piece of paper to get a line perpendicular to l. Now, try to fold a perpendicular to l such that it passes through point A. Let us call this new crease t.

Now, fold a line perpendicular to t passing through A again. Let us call this line m. The lines l and m are parallel to each other.

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଛେଦକ ଦାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ଅନୁରୂପ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଲେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବ ।

ଚିତ୍ର 5.22 ରେ ଯେପରି ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି, ଏବେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍‌ର ଅନ୍ୟ ବାହୁକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆଉ କେତୋଟି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।

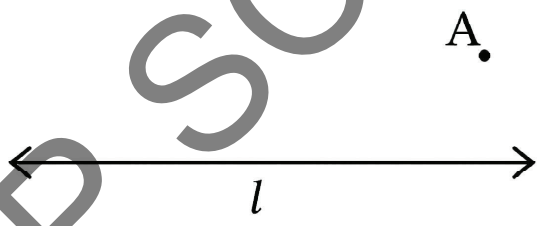
ତୁମେ କିପରି ଜାଣିବ, ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ବ୍ୟବହାର କରି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ରେଖା ସମାନ୍ତର ? ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିବା ଅନୁରୂପ କୋଣ ଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ ହୋଇଥିବା ପରୀକ୍ଷା କରିପାରିବ କି ?

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ସୁଯୋଗ ଦେଇ ଉତ୍ସାହିତ କରିବେ ଯେପରି ସେମାନେ ଉଭୟ ଟ୍ରେସ୍ ପେପର ଓ ପ୍ରୋଟାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣର ସମାନତା ପରୀକ୍ଷା କରିବେ । ସମାନ୍ତର ରେଖା ଓ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବ୍ୟବହାର ହେଉଥିବା ଶବ୍ଦ ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ । ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ସମାନତା ହିଁ ଦୁଇଟି ରେଖା ସମାନ୍ତର ହେବାପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଓ ଯଥେଷ୍ଟ ସର୍ତ୍ତ ।



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 5.3

ତୁମେ, ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା l ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ହେଉଥିବା A ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ କି ? ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସର କେଉଁ କେଉଁ ଉପକରଣ ବ୍ୟବହାର କରିବ ତାହା ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।



ଚିତ୍ର 5.23

କାଗଜ ଭାଙ୍ଗି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ

ଆସ କାଗଜ ଭାଙ୍ଗି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା । ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ କାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା l ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର କରି A ବିନ୍ଦୁରେ କିପରି ସମାନ୍ତର ରେଖା ତିଆରି କରିବ ?

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛୁ କାଗଜ ଭାଙ୍ଗି l ରେଖା ସହ ଭୂଲମ୍ବରେଖା କିପରି ତିଆରି କରାଯାଏ । ବର୍ତ୍ତମାନ କାଗଜକୁ ଏପରି ଭାଜ, ଯେପରି ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ନୂତନ ରେଖାଟି l ରେଖାପ୍ରତି ଭୂଲମ୍ବ ହେବ ଏବଂ A ବିନ୍ଦୁକୁ ଛେଦ କରିବ । ଏହି ନୂତନ ରେଖାର ନାମ t ହେଉ ।

ପୁନଶ୍ଚ ସେହି କାଗଜକୁ ଏପରି ଭାଙ୍ଗିବା ଯେପରି ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ରେଖାଟି A ବିନ୍ଦୁକୁ ଛେଦ କରିବ ଏବଂ t ରେଖାପ୍ରତି ଭୂଲମ୍ବ ହେବ । ଏହି ରେଖାର ନାମ m ହେବ । ବର୍ତ୍ତମାନ l ଓ m ରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ ।

AP SCERT

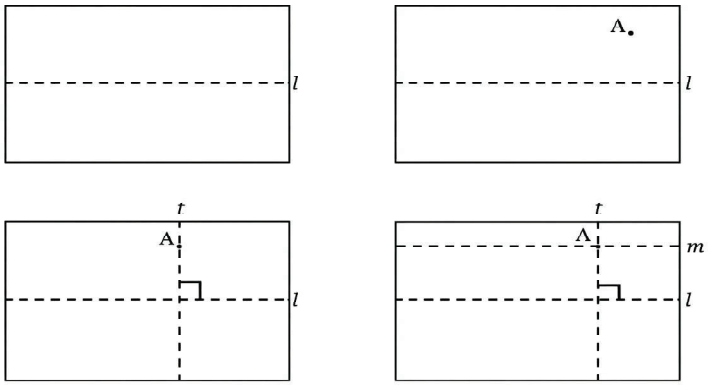


Fig. 5.24

Why are lines l and m parallel to each other?

5.8 Alternate Angles

In Fig. 5.25, $\angle$d is called the alternate angle of $\angle$f, and $\angle$c is the alternate angle of $\angle$e.

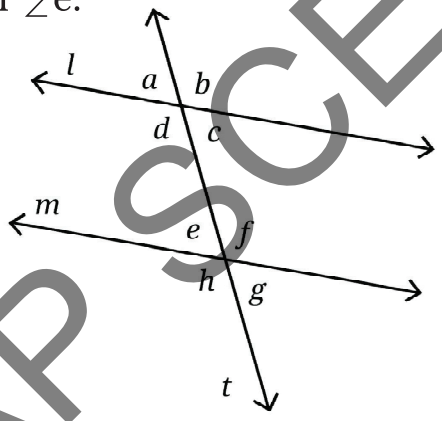


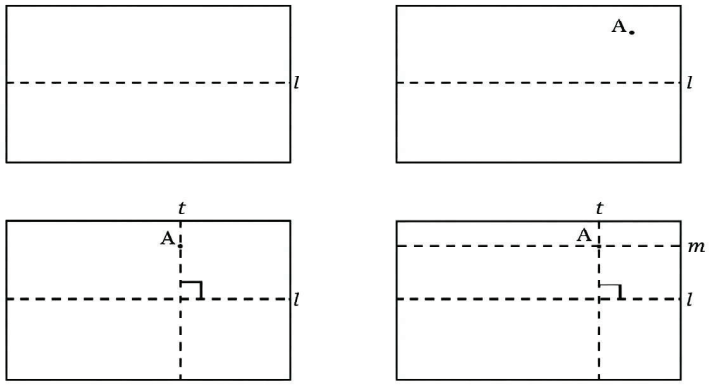
Fig. 5.25

You can find the alternate angle of a given angle, say $\angle$f, by first finding the corresponding angle of $\angle$ f, which is $\angle$ b and then finding the vertically opposite angle of $\angle$ b, which is $\angle$ d.

Activity 6

In Fig. 5.25, if $\angle$f is 120° what is the measure of its alternate angle d? We can find the measure of $\angle$ d if we know $\angle$b because they are vertically opposite angles. Remember, vertically opposite angles are equal. What is the measure of $\angle$b? It is 120° because it is the corresponding angle of $\angle$ f.

AP SCERT

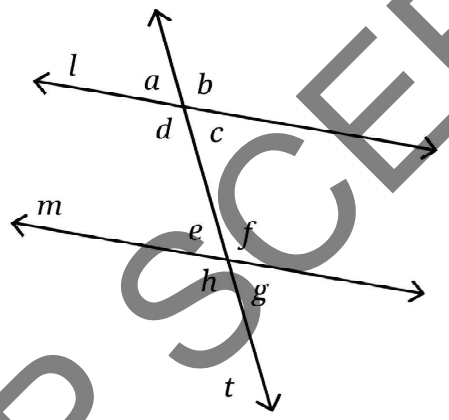


ଚିତ୍ର 5.24

? ଏଠାରେ l ଓ m ରେଖା କାହିଁକି ସମାନ୍ତର ହେବେ ?

5.8 ଏକାନ୍ତର କୋଣ

ଚିତ୍ର 5.25 ରେ $\angle f$ ର ଏକାନ୍ତର କୋଣ $\angle d$ ଏବଂ $\angle e$ ର ଏକାନ୍ତର କୋଣ $\angle c$ ହୁଏ ।



ଚିତ୍ର 5.25

ତୁମେ ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ଏକାନ୍ତର କୋଣ କହିପାରିବ, $\angle f$ ର ଏକାନ୍ତର କୋଣ ପାଇବାକୁ ହେଲେ ପ୍ରଥମେ $\angle f$ ର ଅନୁରୂପ କୋଣ ଚିହ୍ନଟ କରିବ । ଏଠାରେ $\angle f$ ର ଅନୁରୂପ $\angle b$, ପରେ ଏହି କୋଣର ପ୍ରତୀପକୋଣ ଚିହ୍ନଟ କରିବ । ଏଠାରେ $\angle b$ ର ପ୍ରତୀପକୋଣ $\angle d$ ।

? **କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ 6**

ଚିତ୍ର 5.25 ରେ $\angle f$ ର ପରିମାଣ 120° ହେଲେ ଏହାର ଏକାନ୍ତର କୋଣ $\angle d$ ର ପରିମାଣ କେତେ ? $\angle d$ ଜଣାଥିଲେ $\angle b$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ । କାରଣ ଏହା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପକୋଣ । ମନେରଖ ପ୍ରତୀପକୋଣ ପରସ୍ପର ସର୍ବଦା ସମାନ । $\angle b$ ର ପରିମାଣ କେତେ ହେବ ? $\angle b$ ର ପରିମାଣ 120°, କାରଣ $\angle b$ ଓ $\angle f$ ଅନୁରୂପ କୋଣ ।

AP SCERT

So, ∠d also measures 120°.

In fact, ∠f = ∠b irrespective of the measure of ∠f. Why? Because ∠b is the corresponding angle of ∠f.

Similarly, ∠b = ∠d irrespective of the measure of ∠b. Why? Because ∠d is the vertically opposite angle of ∠b. So, it must always be the case that

∠f = ∠d

Using our understanding of corresponding angles without any measurements, we have justified that alternate angles are always equal.

Example 1 : In Fig. 5.26, parallel lines l and m are intersected by the transversal t. If ∠6 is 135°, what are the measures of the other angles?

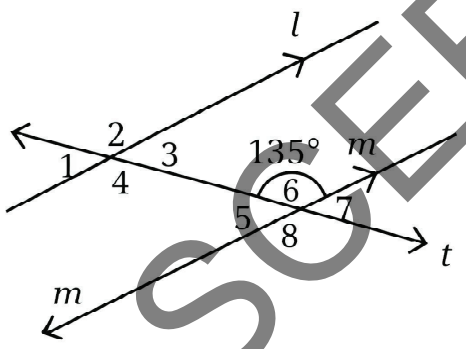


Fig. 5.26

Solution : ∠6 is 135°, so ∠2 is also 135°, because it is the corresponding angle of ∠6 and the lines *l* and *m* are parallel.

∠8 is 135°, because it is the vertically opposite angle of ∠6. ∠4 is 135° because it is the corresponding angle of ∠8.

∠2 is 135° because is the vertically opposite angle of ∠4. So, ∠2, ∠4, ∠6, and ∠8 are all 135°.

∠5 and ∠6 are a linear pair, together they measure 180°. If ∠6 is 135°, then

∠5 = 180 - 135 = 45°

We can similarly find out that ∠1, ∠3, and ∠7 measure 45°.

Example 2 : In Fig. 5.27, lines *l* and *m* are intersected by the transversal t. If ∠a is 120° and ∠f is 70°, are lines *l* and *m* parallel to each other?

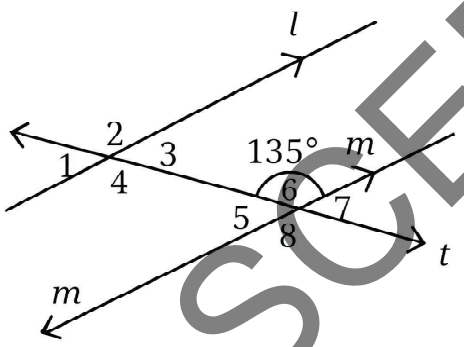
© NCERT not to be republished

ତେଣୁ, $\angle d$ ର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟ $120°$ ।

ସେହିପରି $\angle f$ ଯେ କୌଣସି ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ $\angle f = \angle b$ ହୁଏ? କାହିଁକି ? କାରଣ $\angle b$, $\angle f$ ର ଅନୁରୂପ କୋଣ, ସେହିପରି $\angle f$ ର ଯେକୌଣସି ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ $\angle b = \angle d$ ହୁଏ । କାହିଁକି ? କାରଣ, $\angle d$, $\angle b$ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ । ତେଣୁ ଏହା ସର୍ବଦ ସମାନ ହୁଏ $\angle f = \angle d$ ।

ଏଠାରେ ଏକାନ୍ତର କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ମାପ ନ କରି ମଧ୍ୟ ଅନୁରୂପ ଓ ପ୍ରତୀପ କୋଣର ଧର୍ମକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲୁ ଯେ, ସମାନ୍ତର ରେଖା ଓ ଏହାର ଛେଦକରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ଏକାନ୍ତର କୋଣ ଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସର୍ବଦା ସମାନ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ 1 : ଚିତ୍ର 5.26 ରେ ସମାନ୍ତର ରେଖା l ଓ m ଦ୍ୱୟକୁ ଛେଦକ t ଛେଦକରେ । $\angle 6 = 135°$ ହେଲେ ଅନ୍ୟ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



ସମାଧାନ : $\angle 6$ ର ପରିମାଣ $135°$, ତେଣୁ $\angle 2$ ମଧ୍ୟ $135°$ ହୁଏ, କାରଣ $\angle 6$, $\angle 2$ ଦ୍ୱୟ ଅନୁରୂପ କୋଣ ଏବଂ l ଓ m ରେଖା ସମାନ୍ତର ।

$\angle 8$ ର ପରିମାଣ $135°$, କାରଣ ଏହା $\angle 6$ ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ । $\angle 4$ ର ପରିମାଣ $135°$ କାରଣ ଏହା $\angle 8$ ର ଏକାନ୍ତର କୋଣ ।

$\angle 2$ ର ପରିମାଣ $135°$, କାରଣ ଏହା $\angle 4$ ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ । ତେଣୁ $\angle 2$, $\angle 4$, $\angle 6$ ଏବଂ $\angle 8$ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ $135°$ ହୁଏ ।

$\angle 5$ ଓ $\angle 6$ ସରଳରେଖିକ ଯୋଡ଼ି ଏବଂ ଏହି ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ମିଶି $180°$ । $\angle 6=135°$ ହେଲେ $\angle 5= 180° - 135° = 45°$ ହୁଏ ।

ସେହିପରି $\angle 1$, $\angle 3$, ଓ $\angle 7$ ପ୍ରତ୍ୟେକର ପରିମାଣ $45°$ ବୋଲି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ଉଦାହରଣ 2 : ଚିତ୍ର 5.27 ରେ l ଓ m ରେଖାକୁ ଛେଦକ t ଛେଦକରେ । $\angle a = 120°$ ଓ $\angle f = 70°$ ହେଲେ, l ଓ m ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ହେବେ କି ?

AP SCERT

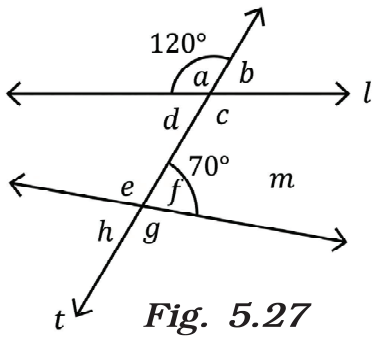


Fig. 5.27

Solution: ∠a is 120°, so ∠b is 60° because ∠a and ∠b form a linear pair. ∠b is a corresponding angle of ∠f. If *l* and *m* are parallel, ∠b should be equal to ∠f, however, they are not equal.

Therefore, lines *l* and *m* are not parallel to each other as the corresponding angles formed by the transversal t are not equal to each other.

Example 3 : In Fig. 5.28, parallel lines *l* and *m* are intersected by the transversal t. If ∠3 is 50°, what is the measure of ∠6?

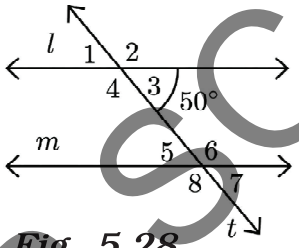


Fig. 5.28

Solution: ∠3 is 50°; therefore, ∠2 is 130°, because ∠2 and ∠3 form a linear pair, and linear pairs always add up to 180°.

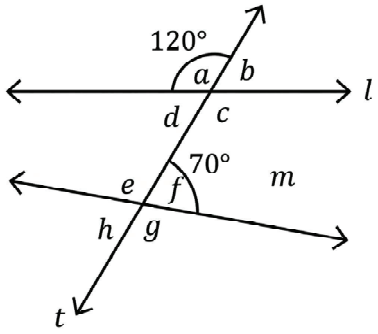
∠2 and ∠6 are corresponding angles, and they need to be equal since lines l and m are parallel.

So, 6 is 130°.

Angles ∠3 and ∠6 are called interior angles.

Is there a relation between ∠3 and ∠6? You could try to find the relationship by taking different values for ∠3 and see what ∠6 is. Once you find a relation, try to justify it or prove that this relation holds always. You will find that the sum of the interior angles on the same side of the transversal always add up to 180°.

AP SCERT

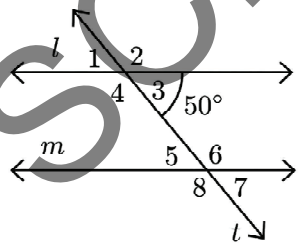


ଚିତ୍ର 5.27

ସମାଧାନ: $\angle a$ ର ପରିମାଣ $120°$ ତେଣୁ $\angle b$ ର ପରିମାଣ $60°$ ହୁଏ । କାରଣ $\angle a$ ଓ $\angle b$ ସରଳରେଖିକ ଯୋଡ଼ି ଅଟନ୍ତି ।

$\angle f$ ଏବଂ $\angle b$ ଦ୍ୱୟ ଅନୁରୂପ କୋଣ । l ଓ m ସମାନ୍ତର ହେଲେ $\angle b$ ଓ $\angle f$ ସମାନ ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ । କିନ୍ତୁ ଏଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ନୁହେଁ $(60° \neq 70°)$ ଏବଂ ଛେଦକ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ହୋଇ ନଥିବାରୁ l ଏବଂ m ରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ ନାହିଁ ।

ଉଦାହରଣ 3 : ଚିତ୍ର 5.28ରେ l ଓ m ସମାନ୍ତର ରେଖା ଦ୍ୱୟର ଛେଦକ t । ଯଦି $\angle 3 = 50°$ ହୁଏ ତେବେ, $\angle 6$ ର ପରିମାଣ କେତେ ?



ଚିତ୍ର 5.28

ସମାଧାନ: $\angle 3$ ର ପରିମାଣ $50°$, $\angle 3$ ଏବଂ $\angle 2$ ସରଳରେଖିକ ଯୋଡ଼ି ହୋଇଥିବାକୁ $\angle 2 = 130°$ ହୁଏ, ସରଳରେଖିକ ଯୋଡ଼ିର ମୋଟ ପରିମାଣ ସର୍ବଦା $180°$ ହୁଏ । l ଓ m ସମାନ୍ତର ରେଖାହେବାରୁ ଅନୁରୂପ କୋଣ ସର୍ବଦା ସମାନ ହୁଏ । ତେଣୁ $\angle 2$ ଏବଂ $\angle 6$ ସମାନ । ତେଣୁ $\angle 6 = 130°$ ।

$\angle 3$ ଓ $\angle 6$ କୋଣ ଦ୍ୱୟକୁ ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ କହିବା ।

$\angle 3$ ଓ $\angle 6$ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟକରିବା ପାଇଁ $\angle 3$ ର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ନେଇ $\angle 6$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାପରେ, ଏହା ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ ବୋଲି ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର । ତୁମେ ସେହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିବ ଯେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାର ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସର୍ବଦା $180°$ ହେବ ।

AP SCERT

Example 4: In Fig. 5.29, line segment AB is parallel to CD and AD is parallel to BC. $\angle$DAC is 65° and $\angle$ADC is 60°. What are the measures of angles $\angle$CAB, $\angle$ABC, and $\angle$BCD?

Solution: Let us observe the parallel lines AB and CD. AD is a transversal of these two lines.

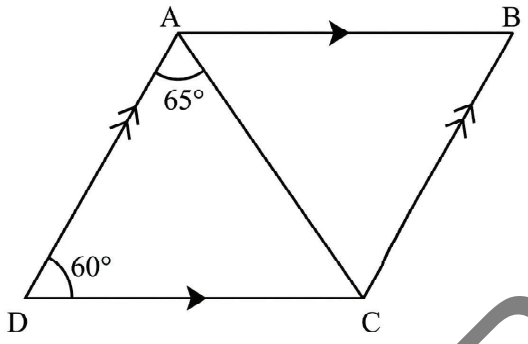


Fig. 5.29

We know that the sum of the interior angles formed by a transversal on a pair of parallel lines adds up to 180°. So

$\angle$ADC + $\angle$DAB = 180°

60° + $\angle$DAB = 180°.

So $\angle$DAB = 120°.

Can we find $\angle$CAB from this?

$\angle$DAB = $\angle$DAC + $\angle$CAB.

So 120° = 65° + $\angle$CAB.

So $\angle$CAB = 55°.

Let us observe the parallel line segments AD and BC. They are intersected by a transversal CD. So, $\angle$ ADC + $\angle$BCD = 180°, because they are interior angles on the same side of the transversal. Since $\angle$ADC is given as 60°, $\angle$BCD = 120°

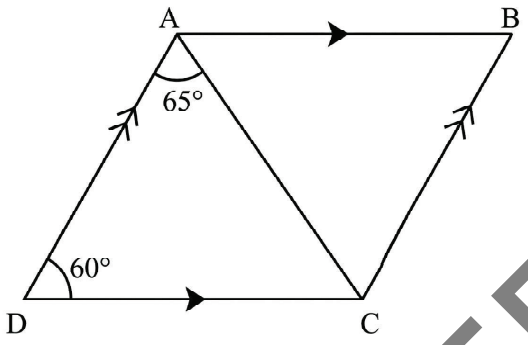
Similarly, we find $\angle$ABC = 60°.

Therefore, in Fig. 5.29, $\angle$ CAB = 55°, $\angle$ABC = 60°, and $\angle$BCD = 120°.

AP SCERT

ଉଦାହରଣ 4 : ଚିତ୍ର 5.29 ରେ AB ରେଖାଖଣ୍ଡ CD ସହ ସମାନ୍ତର ଏବଂ AD ରେଖାଖଣ୍ଡ BC ସହ ସମାନ୍ତର । $\angle DAC = 65°$ ଏବଂ $\angle ADC = 60°$ ହେଲେ $\angle CAB$, $\angle ABC$ ଏବଂ $\angle BCD$ର ପରିମାଣ କେତେ ?

ସମାଧାନ: ସମାନ୍ତର ରେଖା ଦ୍ୱୟ AB ଏବଂ CD କୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା । ଏଠାରେ AD ଉଭୟ ରେଖାର ଛେଦକ ଅଟେ ।



ଚିତ୍ର 5.29

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାର ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° ।

$\angle ADC + \angle DAB = 180°$

$60° + \angle DAB = 180°$

ତେଣୁ $\angle DAB = 120°$

ଏହି ପରିମାଣରୁ $\angle CAB$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟକରିପାରିବା କି?

$\angle DAB = \angle DAC + \angle CAB.$

ତେଣୁ $120° = 65° + \angle CAB.$

ତେବେ $\angle CAB = 55°.$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ AD ଓ BC ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ଓ CD ଏମାନଙ୍କର ଛେଦକ । $\angle ADC$ ଏବଂ $\angle BCD$ ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ କୋଣ ହୋଇଥିବାରୁ $\angle ADC + \angle BCD = 180°$ । $\angle ADC$ ର ପରିମାଣ 60°, ତେଣୁ $\angle BCD = 120°$ ।

ସେହିପରି ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ $\angle ABC = 60°$ ।

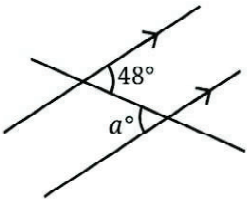
ତେଣୁ ଚିତ୍ର 5.29 ରେ $\angle CAB = 55°$, $\angle ABC = 60°$, $\angle BCD = 120°.$

AP SCERT

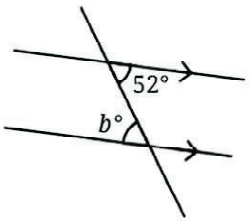


Figure it Out - 5.4

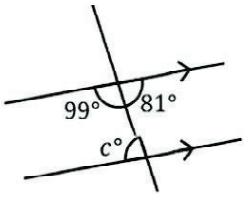
1. Find the angles marked below.



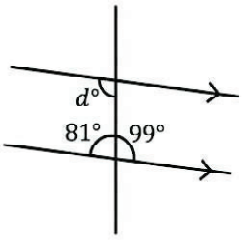
a= ☐



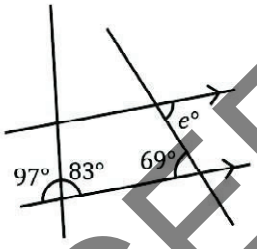
b= ☐



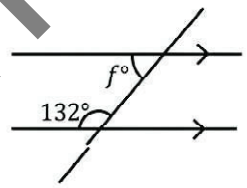
c= ☐



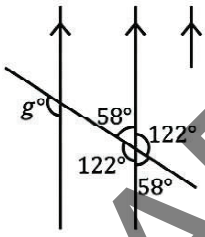
d= ☐



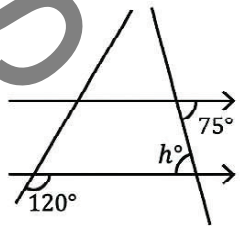
e= ☐



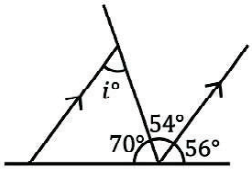
f= ☐



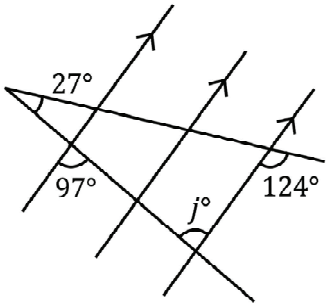
g = ☐



h = ☐



i = ☐



j= ☐

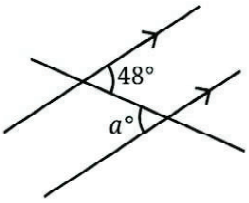
Fig. 5.30

AP SCERT

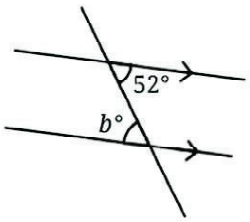


ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 5.4

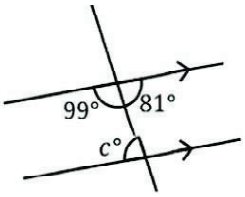
1. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ ସୂଚିତ ହୋଇଥିବା କୋଣର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।



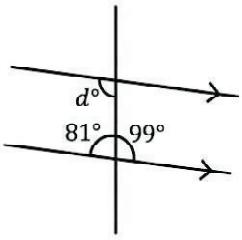
a= ☐



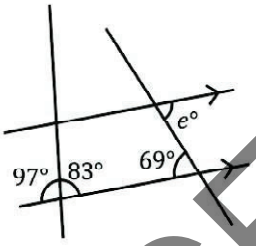
b= ☐



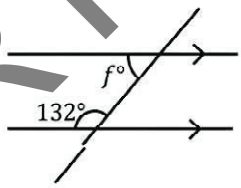
c= ☐



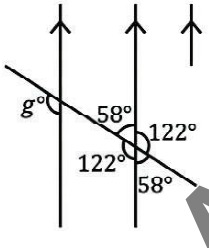
d= ☐



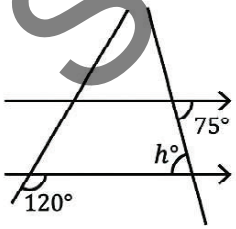
e= ☐



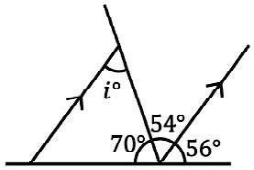
f= ☐



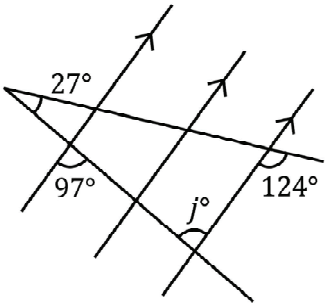
g = ☐



h = ☐



i = ☐



j= ☐

ଚିତ୍ର 5.30

AP SCERT

2. Find the angle represented by a.

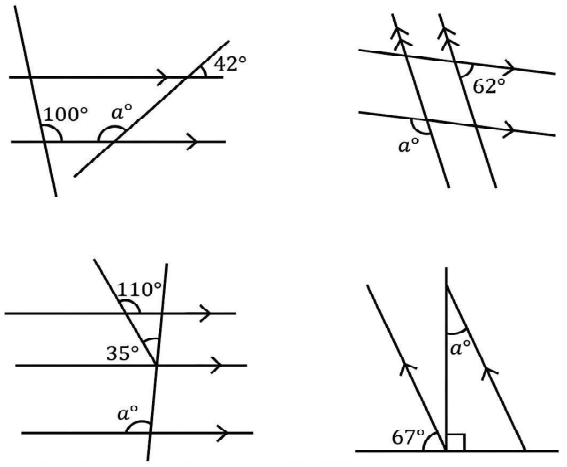


Fig. 5.31

3. In the figures below, what angles do x and y stand for?

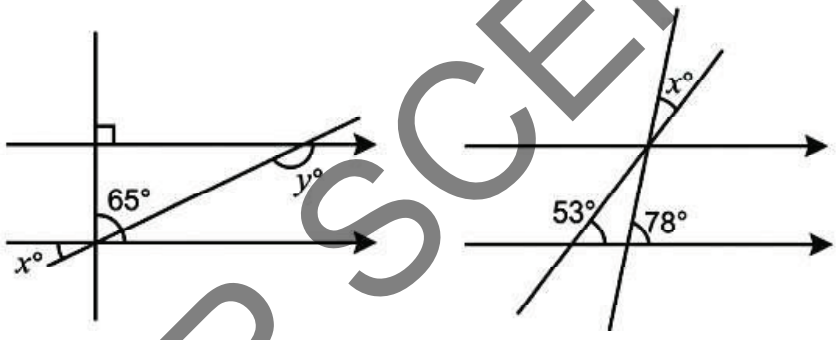


Fig. 5.32

4. In Fig. 5.33, $\angle ABC = 45°$ and $\angle IKJ = 78°$. Find angles $\angle GEH$, $\angle HEF$, $\angle FED$

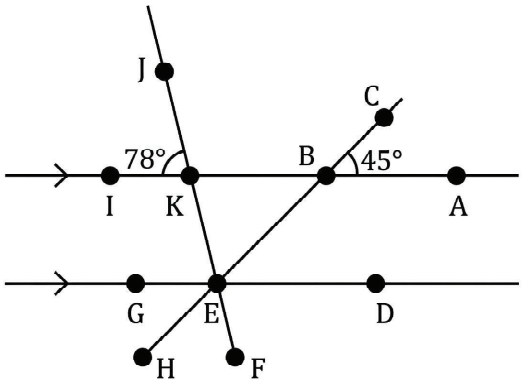
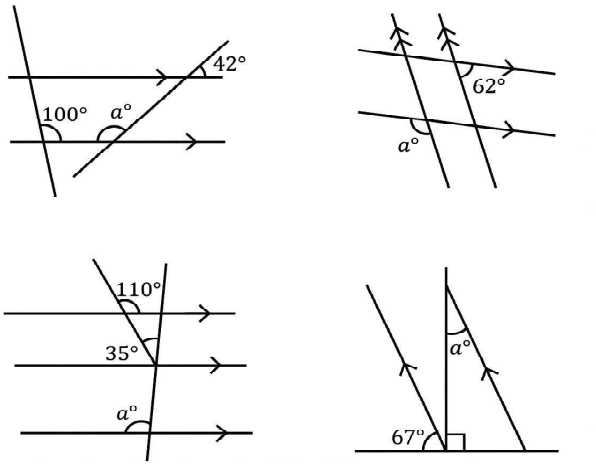


Fig. 5.33

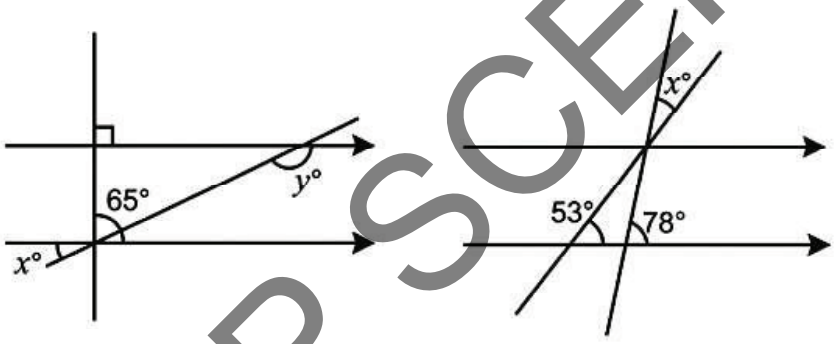
AP SCERT

2. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ a ଚିହ୍ନିତ କୋଣର ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।



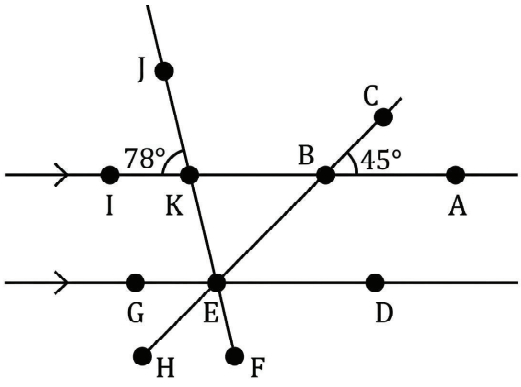
ଚିତ୍ର 5.31

3. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ x ଓ y ଚିହ୍ନିତ କୋଣର ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।



ଚିତ୍ର 5.32

4. ଚିତ୍ର 5.33 ରେ ∠ABC = 45° ଏବଂ ∠IKJ = 78° ହେଲେ ∠GEH, ∠HEF, ∠FED କୋଣର ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।



ଚିତ୍ର 5.33

AP SCERT

5. In Fig. 5.34, AB is parallel to CD and CD is parallel to EF. Also, EA is perpendicular to AB. If $\angle BEF = 55°$, find the values of x and y.

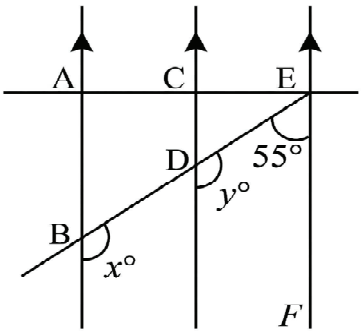


Fig. 5.34

6. What is the measure of angle $\angle NOP$ in Fig. 5.35?

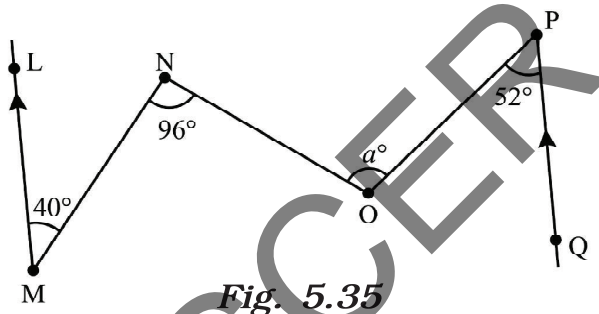
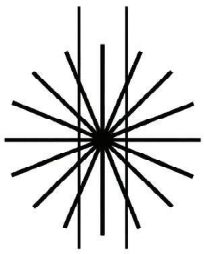


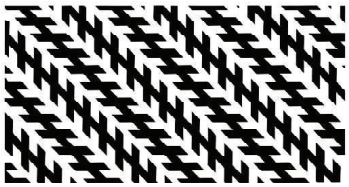
Fig. 5.35

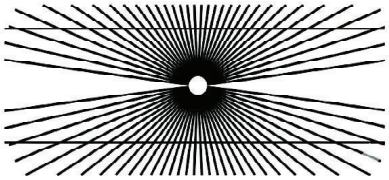
[Hint: Draw lines parallel to LM and PQ through points N and O.]

5.9 Parallel Illusions

There do not seem to be any parallel lines here. Or, are there?



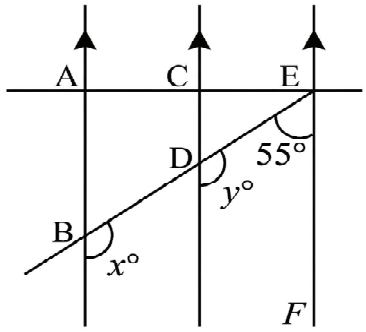




What causes these illusions?

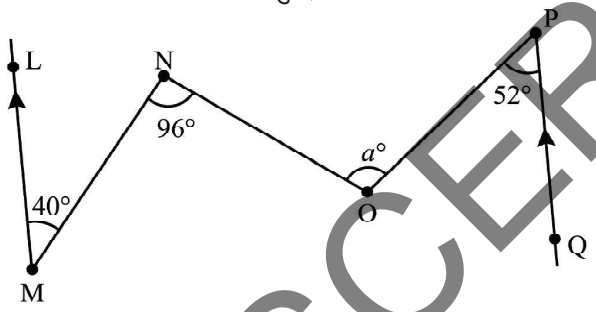
APSCERT

5. ଚିତ୍ର 5.34 ରେ AB କୁ CD ସମାନ୍ତର, CD କୁ EF ସମାନ୍ତର । ପୁନଶ୍ଚ EA ରେଖା AB ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।
$\angle BEF = 55°$ ହେଲେ x ଓ y ର ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।



ଚିତ୍ର 5.34

6. ଚିତ୍ର 5.35 ରେ $\angle NOP$ ର ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।

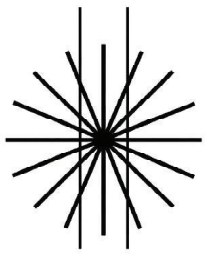


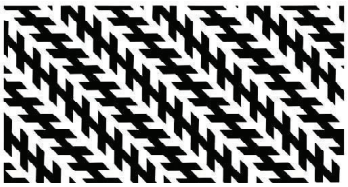
ଚିତ୍ର 5.35

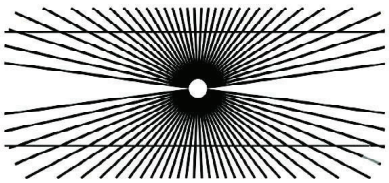
(**ସୂଚନା:** N ଓ O ବିନ୍ଦୁରେ LM ଓ PQ ସହ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।)

5.9. ଭ୍ରମ ସୃଷ୍ଟିକାରୀ ସମାନ୍ତର ରେଖା

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଥିବା ପରି ଲାଗୁନାହିଁ । ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଛି କି?







ଏଠାରେ ଭ୍ରମ ସୃଷ୍ଟି ହେବାର କାରଣ ଖୋଜ ?

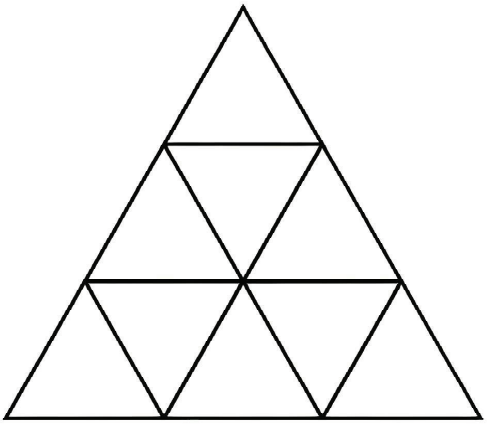
APSCERT

SUMMARY

- When two lines intersect, they form four angles. The vertically opposite angles are equal and the linear pairs add up to 180°.
- When two lines intersect and the angles formed are 90° (i.e., all four angles are equal), the lines are said to be perpendicular to each other.
- When two lines never intersect on a plane, they are called parallel lines.
- When a line t intersects another pair of lines, it is called a transversal and it forms 2 sets of 4 angles. Each of the 4 angles in the first set has a corresponding angle in the second set.
- When a transversal intersects a pair of parallel lines, the corresponding angles are equal. When a transversal intersects a pair of lines and the corresponding angles are equal, then the pair of lines is parallel.
- When a transversal intersects a pair of parallel lines, the alternate angles are equal.
- The interior angles on the same side formed by a transversal intersecting a pair of parallel lines always add up to 180°.

AP SCERT

How many triangles ?



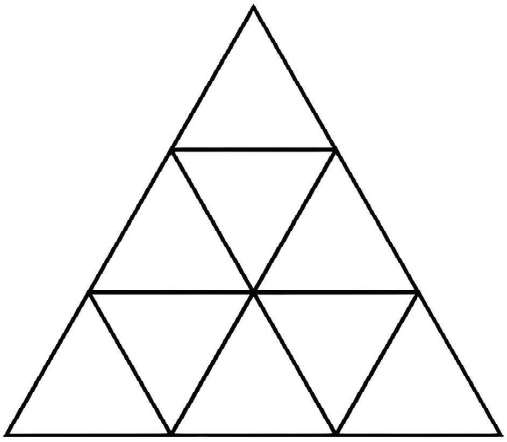


ସାରାଂଶ

- ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦକଲେ ଚାରୋଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ । ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ (vertically opposite angles) ଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ । ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି (linear pairs) ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° ।
- ଦୁଇଟି ରେଖାର ଛେଦରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 90° ହେଲେ ଗୋଟିଏ ରେଖା ଅନ୍ୟ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ବୋଲି କହିବା ।
- ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଦୁଇଟି ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଆଦୌ ଛେଦ ନକଲେ ଏହି ରେଖାଦ୍ୱୟକୁ ସମାନ୍ତର ରେଖା(parallel lines) କୁହାଯାଏ ।
- ଗୋଟିଏ ରେଖା 't' ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ଭିନ୍ନ ରେଖାକୁ ଛେଦକଲେ ଏହାକୁ ଛେଦକ (Transversal) କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଛେଦକଟି 4ଟି କୋଣ ଥିବା 2ଟି ସେଟ୍(ସମୂହ) କୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରେ । ପ୍ରଥମ ସେଟ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ 4ଟି କୋଣ ପାଇଁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସେଟ୍‌ର ଅନୁରୂପ କୋଣ (Corresponding angle) ଥାଏ ।
- ସମାନ୍ତର ରେଖାଦ୍ୱୟର ଛେଦକ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ । ବିପରୀତ କ୍ରମେ ଦୁଇଟି ରେଖାର ଛେଦକରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ଅନୁରୂପ କୋଣ ସମାନ ହେଲେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ ।
- ସମାନ୍ତର ରେଖାଦ୍ୱୟର ଛେଦକରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ଏକାନ୍ତର କୋଣ(Alternate angles)ଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ ।
- ସମାନ୍ତର ରେଖାଦ୍ୱୟର ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 180° ।

APSCERT

କେତୋଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଛି ?





6 NUMBER PLAY

D6A5F3

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Explores, identifies, and generalises patterns and properties in numbers.
- Understands and applies parity concepts (even/odd) and number properties in reasoning tasks.
- Recognises and generates the Fibonacci sequence and connects it to real-life examples.
- Uses number grids and puzzles to develop logical and analytical thinking.
- Appreciates the patterns, structure, and beauty of numbers in nature and everyday life.

AP SCERT

6.0 Introduction

Mathematics is not just about counting or calculations - it is a **playground** of patterns, puzzles, and surprises. In this chapter, Number Play, we explore how numbers can talk to us, play games, and even create art.

We will discover amazing ideas - how numbers reveal patterns, form magic squares, show the beauty of even and odd, and appear in nature as **Virahanka-Fibonacci** sequences.

Get ready to see how mathematics is not only about solving problems, but also about thinking creatively and having fun with numbers

6 ସଂଖ୍ୟା ଖେଳ

D5D3I3

ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ :

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଏହା କରିପାରିବେ:

- ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସଂରଚନା ଓ ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକୁକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିପାରିବେ, ଚିହ୍ନଟିକରଣ ଓ ସାଧାରଣୀକରଣ କରିପାରିବେ ।
- ତାର୍କିକ କାର୍ଯ୍ୟରେ ସମତା (ଯୁଗ୍ମ/ଅଯୁଗ୍ମ) ଧାରଣା ଓ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକରେ ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବେ ଓ ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବେ ।
- ଫିବୋନାସି ଅନୁକ୍ରମଗୁଡ଼ିକ ଚିହ୍ନିପାରିବେ ନିଜେ ତିଆଇ କରିପାରିବେ ଏବଂ ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ପରିସ୍ଥିତି ସହିତ ସଂଯୋଗ କରିପାରିବେ ।
- ତାର୍କିତ ଓ ବିଶ୍ଳେଷଣାତ୍ମକ ଚିନ୍ତାଧାରାର ବିକାଶ ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟା ଗ୍ରିଡ୍ ଓ ପଜଲ୍ (ପ୍ରହେଳିକା) ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବେ ।
- ପ୍ରକୃତି ଓ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସଂରଚନା, ଗଠନ ଓ ସୌନ୍ଦର୍ଯ୍ୟକୁ ପ୍ରଶଂସା କରିବେ ।

AP SCERT

6.0 ଉପକ୍ରମ

ଗଣିତ କେବଳ ଗଣନା ଏବଂ ଗଣିତ କରିବା ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ନୁହେଁ। ଏହା ଅନେକ ସଂରଚନା, ପ୍ରହେଳିକା ଓ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ଏକ ଖେଳପଡ଼ିଆ । ଏହି ''ସଂଖ୍ୟା ଖେଳ'' ଅଧ୍ୟାୟରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କିପରି ଆମ ସହିତ କଥା ହୁଅନ୍ତି, ଖେଳ ଖେଳନ୍ତି ଏବଂ ଏପରି କି କଳା ସୃଷ୍ଟି ମଧ୍ୟ କରନ୍ତି ତାହା ତାହା ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା ।

ଆମେ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟଜନକ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକୁ ଜାଣିବା – ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କିପରି ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରକାଶ କରନ୍ତି, କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ କରନ୍ତି, ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସୌନ୍ଦର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରନ୍ତି ଏବଂ ପ୍ରକୃତିରେ **ବିରହାଙ୍କ– ଫିବୋନାସି** ଅନୁକ୍ରମ ଭାବରେ ବିଦ୍ୟମାନ ହୁଅନ୍ତି ।

ଗଣିତ କେବଳ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ନୁହେଁ ବରଂ ସୃଜନଶୀଳ ଭାବେ ଚିନ୍ତାକରିବା ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ମଜା ଉଠାଇବା ପାଇଁ କିପରି ବ୍ୟବହାର ହୁଏ ଜାଣିବା ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହୁଅ।

Activity - Guess the Rule (Exploring Patterns)

Numbers often follow interesting patterns.

For example, consider this sequence:

2, 4, 6, 8, ...

Each number increases by 2.

Can you predict the next two numbers in this pattern?

6.1 Numbers Tell us Things

Imagine seven children standing in a line according to their height.

Each child says how many children standing in front of them are taller than they are.

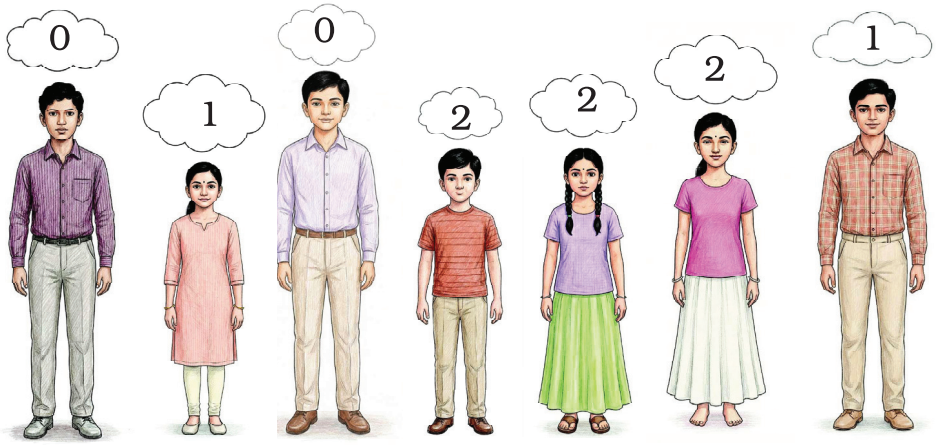
For example, if a child says "2," it means there are two taller children ahead.When all children say their numbers, we get a sequence that describes the height arrangement of the group.

This type of arrangement shows how numbers can tell stories - they describe positions, comparisons, and patterns found in everyday life.

? What do the numbers in the figure below tell us?

Remember the children from the Grade 6 textbook of mathematics?

Now, they call out numbers using a different rule.



AP SCERT

କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ – ନିୟମ ଅନୁମାନ କର (ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକର ଅନୁସନ୍ଧାନ)

ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସାଧାରଣତଃ କୌତୁହଳପ୍ରଦ ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁସରଣ କରନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ନିମ୍ନ ଅନୁକ୍ରମକୁ ନିରୀକ୍ଷଣ କର:

2, 4, 6, 8, ...

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା 2 ବଢୁଅଛି ।

ଏହି ଅନୁକ୍ରମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ତୁମେ ସ୍ଥିର କରିପାରିବ କି?

6.1 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଆମକୁ କିଛି କହିଥାଏ

କଳ୍ପନା କରଯେ, ସାତଜଣ ପିଲା ସେମାନଙ୍କ ଉଚ୍ଚତା ଅନୁସାରେ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ଛିଡ଼ା ହୋଇଛନ୍ତି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା କହିବାକୁ ହେବ ଯେ ତା'ଠାରୁ ଲମ୍ବା ହୋଇ ତା' ସାମନାରେ କେତେ ଜଣ ଛିଡ଼ା ହୋଇଛନ୍ତି ।

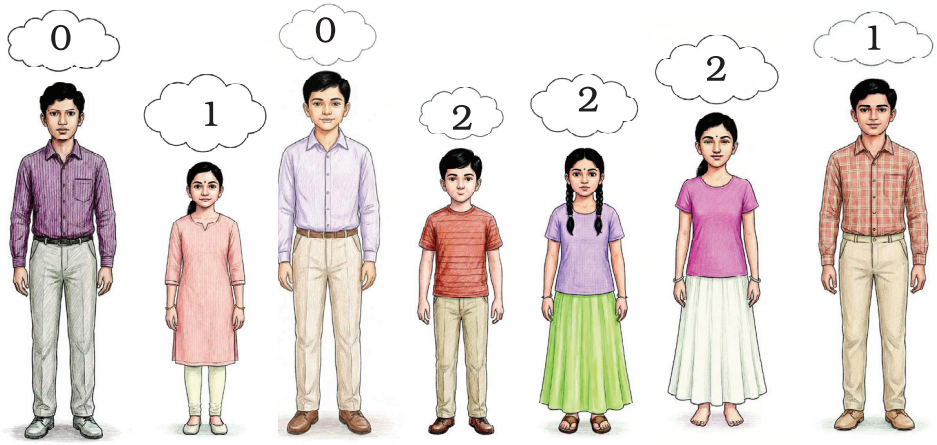
ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଯଦି ଗୋଟିଏ ପିଲା "2" କୁହେ ତେବେ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି, ତା ସାମନାରେ ତା'ଠାରୁ ଲମ୍ବା 2 ଜଣ ପିଲା ଅଛନ୍ତି । ସମସ୍ତ ପିଲା ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା କହିସାରିଲା ପରେ ଆମେ ସେହି ଗୋଷ୍ଠୀର ଉଚ୍ଚତାର ସଜ୍ଜୀକରଣ ବ୍ୟବସ୍ଥା ବର୍ଣ୍ଣନା କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଏକ ଅନୁକ୍ରମ ପାଉ ।

ଏହିପ୍ରକାର ସଜ୍ଜୀକରଣ ଦର୍ଶାଏ ଯେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କିପରି କାହାଣୀ କୁହନ୍ତି – ସେଗୁଡ଼ିକ ଆମ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ପାଉଥିବା ସ୍ଥାନ, ତୁଳନା ଓ ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରେ ।

? ନିମ୍ନଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଆମକୁ କ'ଣ କହନ୍ତି?

ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ ଗଣିତ ବହିରେ ଥିବା ପିଲାମାନଙ୍କୁ ତୁମେ ମନେପକାଅ ।

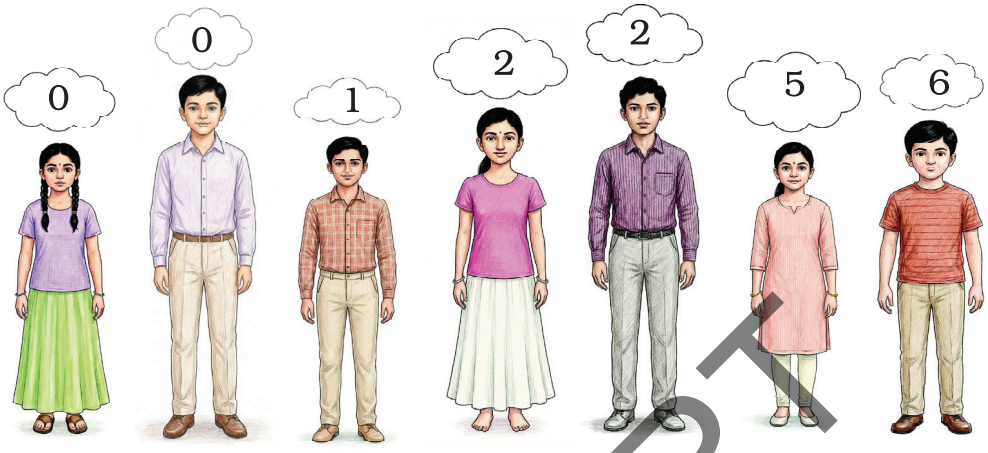
ବର୍ତ୍ତମାନ ସେମାନେ ଏକ ଭିନ୍ନ ନିୟମ ଅନୁସରଣ କରି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ କହୁଛନ୍ତି ।



APSCERT

What do you think these numbers mean?

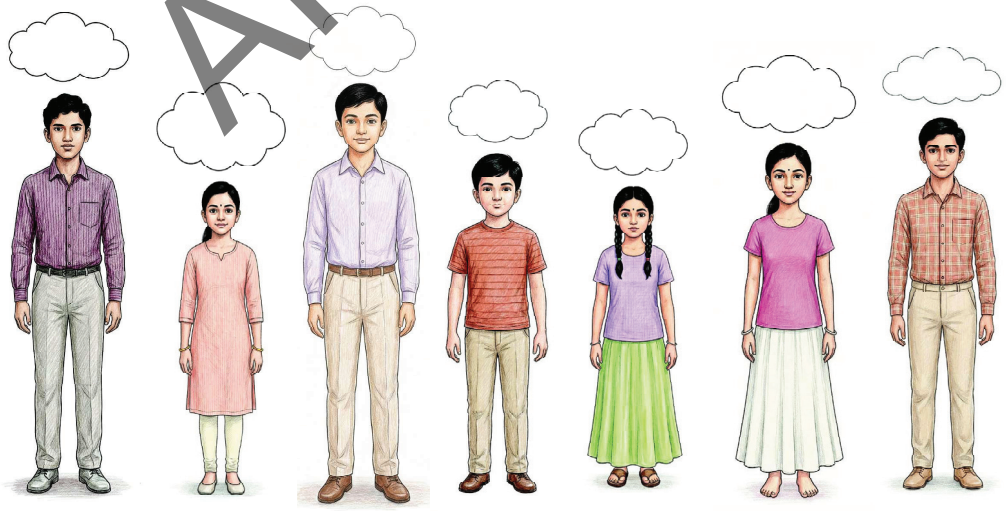
The children rearrange themselves and each one says a number based on the new arrangement.



Could you figure out what these numbers convey? Observe and try to find out.

The rule is - each child calls out the number of children in front of them who are taller than them. Check if the number each child says matches this rule in both the arrangements.

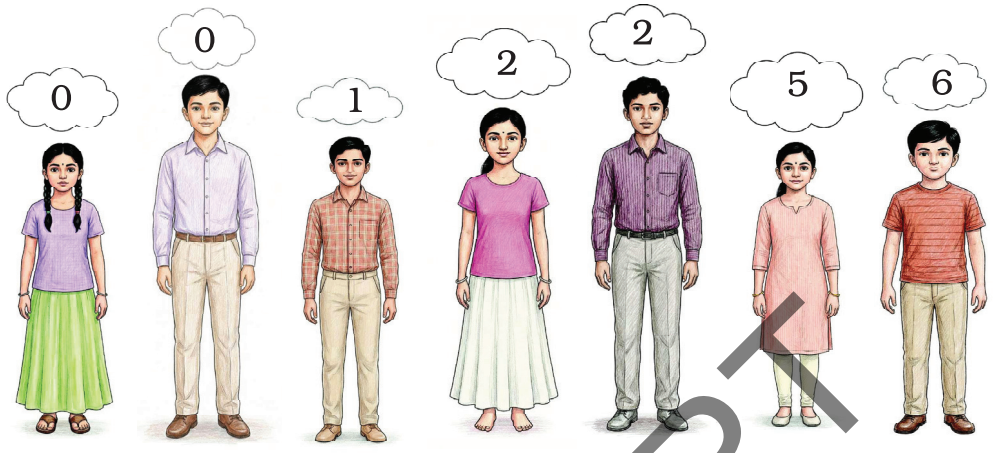
Write down the number each child should say based on this rule for the arrangement shown below.



APSCERT

? ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଅର୍ଥ ତୁମେ କ'ଣ ବୋଲି ଭାବୁଛ ?

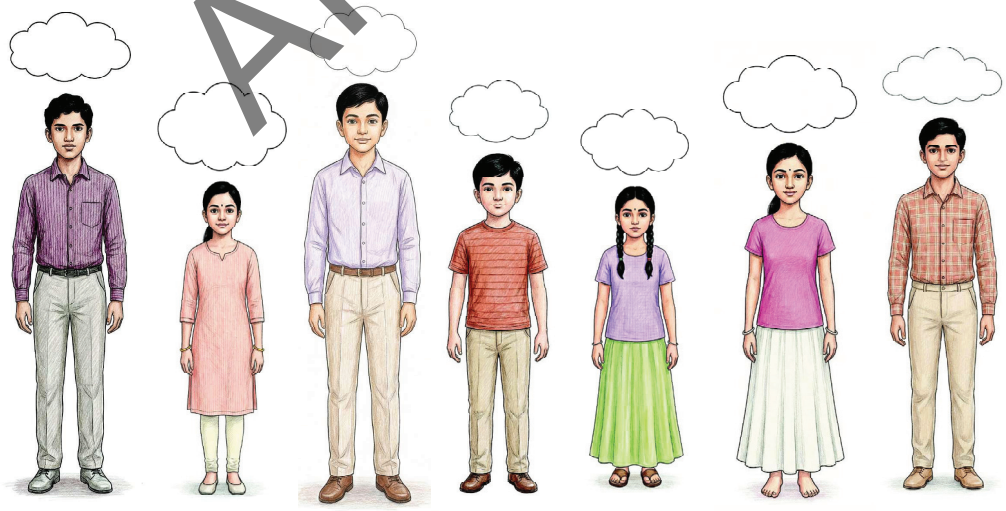
ପିଲାମାନେ ପୁନର୍ବାର ନୂଆ ପ୍ରକାରେ ସଜ୍ଜିତ ହେଲେ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏହି ନୂତନ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅନୁଯାୟୀ ସଂଖ୍ୟା କହିଲେ ।



? ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ସୂଚାଏ ତୁମେ ଜାଣିପାରିବ କି ? ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କର ଓ ଜାଣିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟାକ୍ରମର ନିୟମଟି ହେଉଛି: ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ତା'ର ସମ୍ମୁଖରେ ଛିଡ଼ା ହୋଇଥିବା ଡେଙ୍ଗା ପିଲାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା କହିବେ। ପୂର୍ବର ଦୁଇଟି ଚିତ୍ରକୁ ନିରୀକ୍ଷଣ କରି ଏହି ସୂତ୍ରଟି ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

? ଏହି ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ନାମ କହିବେ ସେହି ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମଟି ଲେଖ ।



AP SCERT



Figure it Out - 6.1

1. Arrange the stick figure cutouts given at the end of the book or draw a height arrangement such that the sequence reads:

   (a) 0, 1, 1, 2, 4, 1, 5

   (b) 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0

   (c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

   (d) 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0

   (e) 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1

   (f) 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3

2. For each of the statements given below, think and identify if it is Always True, Only Sometimes True, or Never True. Share your reasoning.

   (a) If a person says '0', then they are the tallest in the group.

   (b) If a person is the tallest, then their number is '0'.

   (c) The first person's number is '0'.

   (d) If a person is not first or last in line (i.e., if they are standing somewhere in between), then they cannot say '0'.

   (e) The person who calls out the largest number is the shortest.

   (f) What is the largest number possible in a group of 8 people?

6.2 Picking Parity

Kishore has some number cards and is working on a puzzle: There are 5 boxes, and each box should contain exactly 1 number card. The numbers in the boxes should sum to 30. Can you help him find a way to do it?

APSCERT



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର- 6.1

1. ବହିର ଶେଷରେ ସଂଖ୍ୟା କାଠିଗୁଡ଼ିକୁ ସଜାଅ କିମ୍ବା ଉଚ୍ଚତାକୁ କ୍ରମ ଅନୁସାରେ ସଜାଇ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି କ୍ରମ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏପରି ପଢ଼ିବା ।

   (a) 0, 1, 1, 2, 4, 1, 5

   (b) 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0

   (c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

   (d) 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0

   (e) 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1

   (f) 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3

2. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତି ପାଇଁ ଚିନ୍ତା କରି ଚିହ୍ନଟ କର ଯେ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ, କେବଳ ବେଳେବେଳେ ସତ୍ୟ କିମ୍ବା ଆଦୌ ସତ୍ୟ ନୁହେଁ । ଯୁକ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାର ସତ୍ୟାସତ୍ୟ ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

   (a) ଯଦି ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି '0' (ଶୂନ) କୁହନ୍ତି ତେବେ ସେ ସେହି ଦଳରେ ସବୁଠାରୁ ଡେଙ୍ଗା ବ୍ୟକ୍ତି ଅଟନ୍ତି ।

   (b) ଯଦି ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ସବୁଠାରୁ ଡେଙ୍ଗା ତେବେ ତାଙ୍କ ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି '0' (ଶୂନ) ।

   (c) ପ୍ରଥମ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି '0' (ଶୂନ) ।

   (d) ଯଦି ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ପ୍ରଥମରେ କିମ୍ବା ଶେଷରେ ଠିଆ ହୋଇ ନଥାନ୍ତି ଅର୍ଥାତ୍ ସେ ମଝିରେ ଯେକୌଣସି ସ୍ଥାନରେ ଠିଆ ହୋଇଥାନ୍ତି। ସେ '0' (ଶୂନ) କହିପାରିବେ ନାହିଁ ।

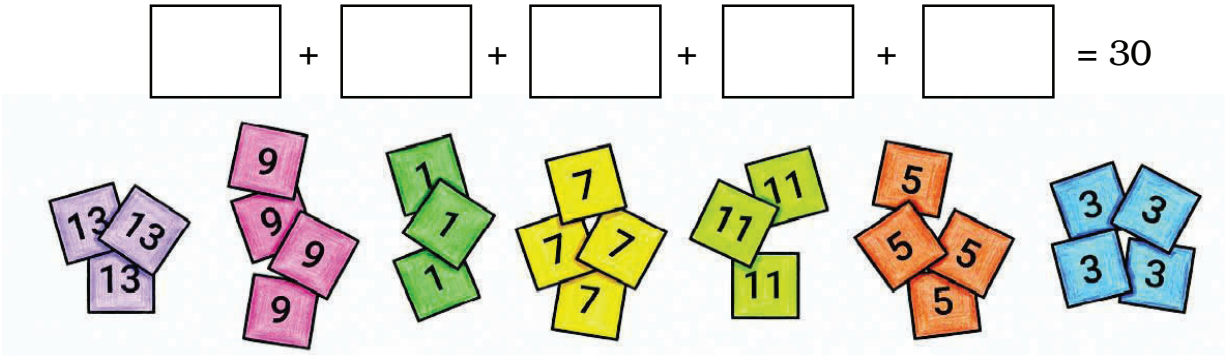
   (e) ଯେଉଁ ବ୍ୟକ୍ତି ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା କହିବେ ତାଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ସମସ୍ତଙ୍କଠାରୁ ନିଶ୍ଚିତ କମ୍ ।

   (f) 8 ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତି ଥିବା ଦଳରେ ସର୍ବବୃହତ୍ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା କ'ଣ ହୋଇପାରେ ?

6.2 ପାରିଟି/ଯୁଗ୍ମତା ବାଛ (Picking Parity)

କିଶୋର ପାଖରେ କେତେକ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ୍ ଅଛି ଏବଂ ସେ ଏକ ପଜଲ୍‌କୁ ସମାଧାନ କରିବାରେ ଲାଗିପଡ଼ିଛି । ତା' ପାଖରେ ଥିବା 5ଟି କୋଠରି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଠରିରେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ୍ ରହିବ ଯେପରିକି କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି 30 ହେବ । ଏହି ଧନ୍ଦାକୁ ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ କୌଶଳଟିଏ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ?

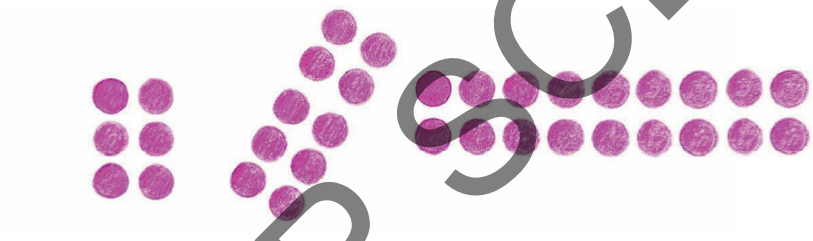
APSCERT

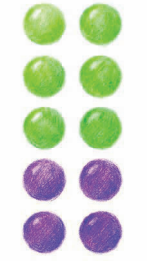


Can you figure out which 5 cards add to 30? Is it possible? There are many ways of choosing 5 cards from this collection.Is there a way to find a solution without checking all possibilities? Let us find out.

? Add a few even numbers together. What kind of number do you get? Does it matter how many numbers are added?

Any even number can be arranged in pairs without any leftovers.Some even numbers are shown here, arranged in pairs.





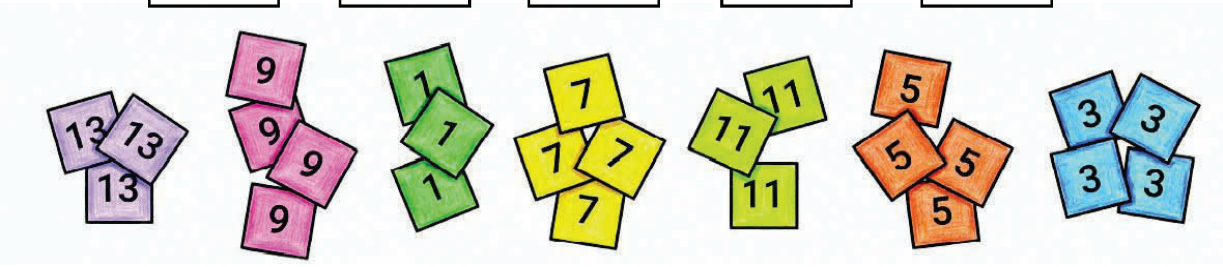
As we see in the figure, adding any number of even numbers will result in a number which can still be arranged in pairs without any leftovers. In other words, the sum will always be an even number.

? Now, add a few odd numbers together. What kind of number do you get? Does it matter how many odd numbers are added?

Odd numbers can't be arranged in pairs. An odd number is one more than a collection of pairs. Some odd numbers are shown below :

AP SCERT

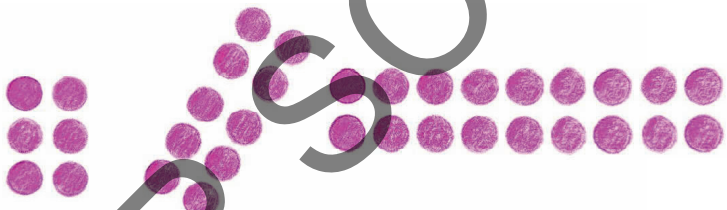
☐ + ☐ + ☐ + ☐ + ☐ = 30



ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ୍ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ 5ଟି ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ୍‌ର ଯୋଗଫଳ 30 ହେବ ? ଏହା ସମ୍ଭବ ହେବ କି ? ଏହି ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ୍ ମଧ୍ୟରୁ 5ଟି କାର୍ଡ୍ ବାଛିବାର ଅନେକ ଉପାୟ ଅଛି । ସମଗ୍ର ସମ୍ଭାବନା ଯାଞ୍ଚ୍ ନ କରି ସମାଧାନ ଖୋଜିବା ପାଇଁ କୌଣସି କୌଶଳ ଅଛି କି ? ଆସ ଜାଣିବା ।

? ଅଳ୍ପ କେତୋଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କର । ତୁମେ କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ? ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳରେ କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେବ ତାହା ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ କି ?

ଯେ କୌଣସି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ସଜାଇପାରିବା, ଯେଉଁଥିରେ କିଛି ଭାଗଶେଷ ରହେ ନାହିଁ । ଏଠାରେ କିଛି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।



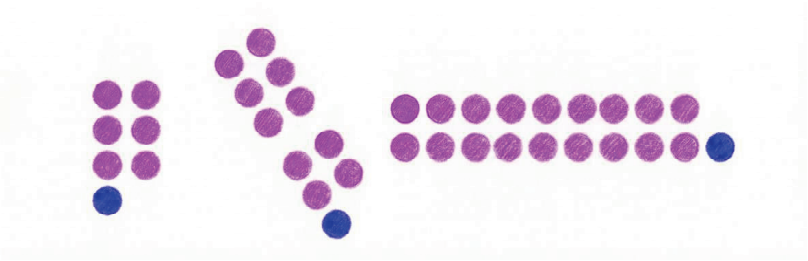


ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଇଲା ପରି ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା (କୌଣସିଟିକୁ ବାଦ୍ ନ ଦେଇ) ଯୋଗ କଲେ ତା'ର ଫଳାଫଳକୁ ଆମେ ଯୋଡ଼ିରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା । ଅନ୍ୟ ଭାଷାରେ କହିଲେ, ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଯୁଗ୍ମ ହେବ ।

? ବର୍ତ୍ତମାନ କିଛି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ତୁମେ କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ? ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ କି ?

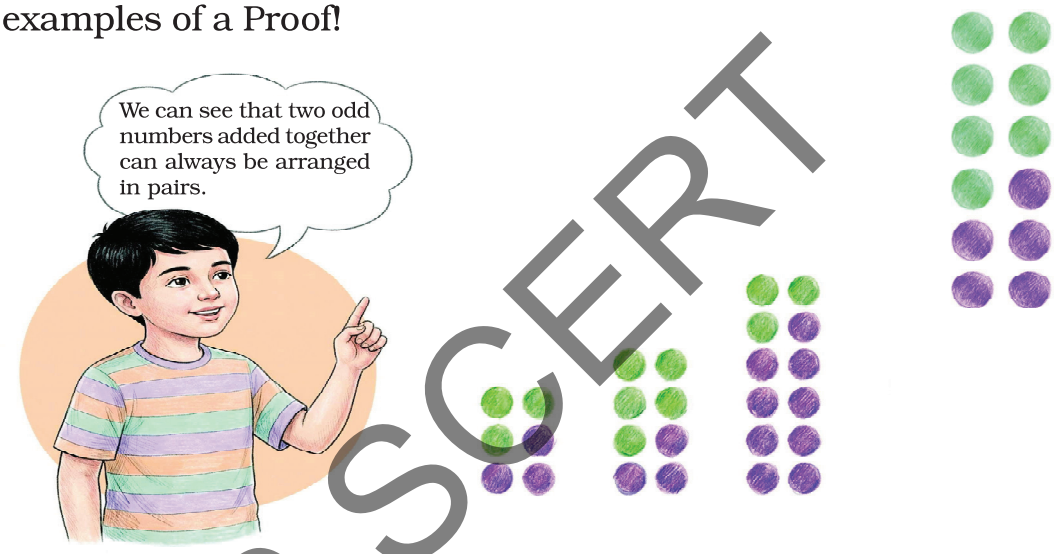
ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ସଜଡ଼ା ଯାଇପାରିବ ନାହିଁ । ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଡ଼ି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ସର୍ବଦା ଗୋଟିଏ ବଳକା ରହିବ । କିଛି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

AP SCERT



Can we also think of an odd number as one less than a collection of pairs?

This figure shows that the sum of two odd numbers must always be even! This along with the other figures here are more examples of a Proof!



AP SCERT

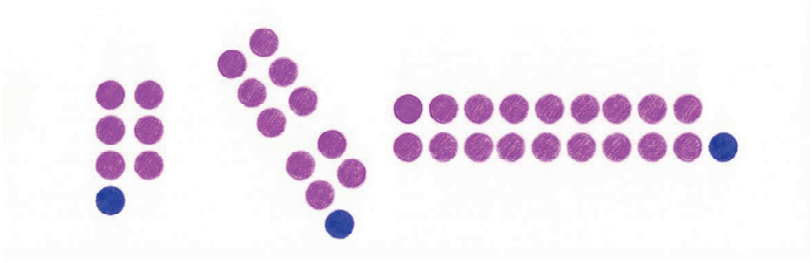
? What about adding 3 odd numbers? Can the resulting sum be arranged in pairs? No.

? Explore what happens to the sum of (a) 4 odd numbers, (b) 5 odd numbers, and (c) 6 odd numbers.

Let us go back to the puzzle Kishore was trying to solve. There are 5 empty boxes. That means he has an odd number of boxes. All the number cards contain odd numbers.

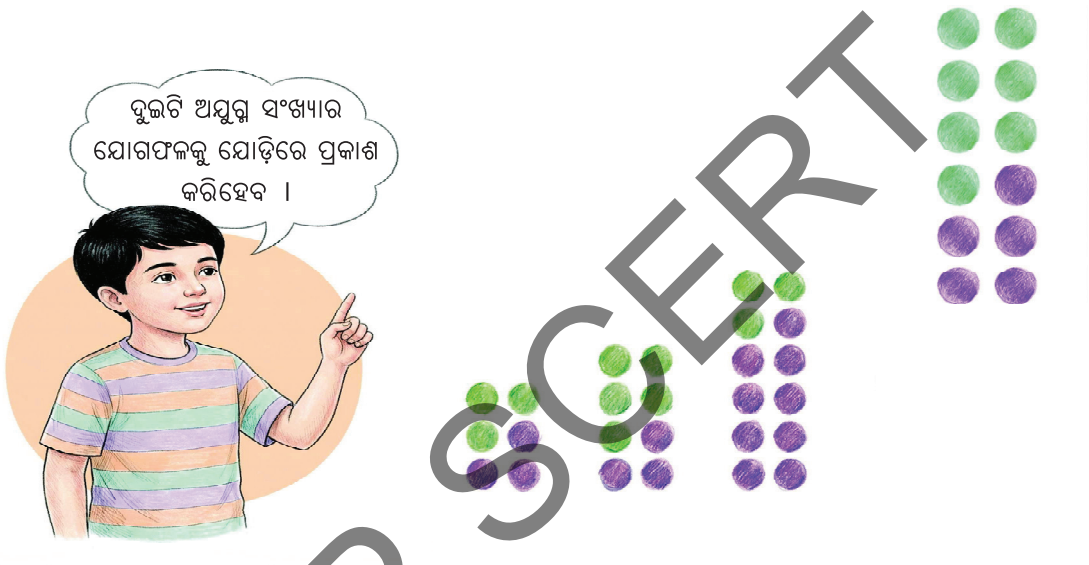
They should add to 30, which is an even number. Since, adding any 5 odd numbers will never result in an even number, Kishore cannot arrange these cards in the boxes to add up to 30.

? Two siblings, Ravi and Krishna, were born exactly one year apart. Today they are celebrating their birthday. Ravi exclaims that the sum of their ages is 112. Is this possible? Why or why not?



ଆମେ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂଗୃହୀତ ଯୋଡ଼ିଠାରୁ 1 କମ୍ ବୋଲି ଭାବି ପାରିବା କି ?

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦର୍ଶାଉଛି ଯେ ଦୁଇଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଯୁଗ୍ମ ହେବ ।
ନିମ୍ନସ୍ଥ ଅନ୍ୟ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଏହାର ଏକ ସ୍ପଷ୍ଟ ପ୍ରମାଣ ।



AP SCERT

? ତିନୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେବ ? ଯୋଗଫଳକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ କି ? 'ନା' ।

? ଆସ, କିଶୋର ସମାଧାନ କରୁଥିବା ଗଣିତ ଧନ୍ଦା ପାଖକୁ ଆମେ ଫେରିଯିବା । 5 ଟି ଶୂନ୍ୟ କୋଠରି ଅଛି । ଅର୍ଥାତ୍ ତାଙ୍କ ପାଖରେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ କୋଠରି ଅଛି । ଏଠାରେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ ମାନ ଅଛି । ପାଞ୍ଚୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ କେବେ ବି ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ନାହିଁ । 5 ଟି ଶୂନ୍ୟ କୋଠରିରେ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ରଖିଲେ ଯୋଗଫଳ 30 ହେବ ନାହିଁ ଯାହା କି ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ । ତେଣୁ କିଶୋର ଯୋଗଫଳ 30 ପାଇବା ପାଇଁ କାର୍ଡଗୁଡ଼ିକୁ କୋଠରିରେ ସଜାଇ ପାରିବ ନାହିଁ ।

? ରବି ଓ କ୍ରିଷ୍ଣା ଦୁଇଭାଇ, ଠିକ୍ ଗୋଟିଏ ବର୍ଷ ବ୍ୟବଧାନରେ ଜନ୍ମ ହୋଇଛନ୍ତି । ଆଜି ସେମାନେ ସେମାନଙ୍କର ଜନ୍ମଦିନ ପାଳନ କରୁଛନ୍ତି । ରବି କହିବା ଅନୁଯାୟୀ ଦୁହିଁଙ୍କ ବୟସର ସମଷ୍ଟି 112 ଅଟେ । ଏହା ସମ୍ଭବ କି ? କାହିଁକି ହେବ କିମ୍ବା କାହିଁକି ହେବନାହିଁ ?

As they were born one year apart, their ages will be (two) consecutive numbers. Can their ages be 51 and 52? 51 + 52 = 103. Try some other consecutive numbers and see if their sum is 112.

The counting numbers 1, 2, 3, 4, 5, ... alternate between even and odd numbers. In any two consecutive numbers, one will always be even and the other will always be odd!

What would be the resulting sum of an even number and an odd number? We can see that their sum can't be arranged in pairs and thus will be an odd number.

Since 112 is an even number, and Ravi's and Krishna's ages are consecutive numbers, they cannot add up to 112.

We use the word **parity** to denote the property of being even or odd. For instance, the parity of the sum of any two consecutive numbers is odd. Similarly, the parity of the sum of any two odd numbers is even.



Figure it Out - 6.2

1. Using your understanding of the pictorial representation of odd and even numbers, find out the parity of the following sums:
   a. Sum of 2 even numbers and 2 odd numbers (e.g., even + even + odd + odd)
   b. Sum of 2 odd numbers and 3 even numbers
   c. Sum of 5 even numbers
   d. Sum of 8 odd numbers
2. Lasya has an odd number of ₹1 coins, an odd number of ₹5 coins and an even number of ₹10 coins in his piggy bank. She calculated the total and got ₹205. Did she make a mistake? If she did, explain why. If she didn't, how many coins of each type could she have?
3. We know that:
   a. even + even = even
   b. odd + odd = even
   c. even + odd = odd

AP SCERT

ଯେହେତୁ ଦୁଇ ଭାଇ ଗୋଟିଏ ବର୍ଷ ବ୍ୟବଧାନରେ ଜନ୍ମ ହୋଇଛନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କର ବୟସ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ହେବ । ସେମାନଙ୍କର ବୟସ 51 ଏବଂ 52 ହୋଇପାରିବ କି ? 51 + 52 = 103 ଆଉ କିଛି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଉଦାହରଣ ନିଅ ଯାହାର ଯୋଗଫଳ 112 ହେବ ।

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା 1, 2, 3, 4, 5, ... କ୍ରମରେ ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଗୋଟିକ ପରେ ଗୋଟିଏ ଆସନ୍ତି । ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ଅଯୁଗ୍ମ ଅଟେ ।

ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେବ ? ସେମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳକୁ ଆମେ ଯୋଡ଼ିରେ ସଜାଇ ଲେଖି ପାରିବା ନାହିଁ । ତେଣୁ ଏହା ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଯେହେତୁ 112 ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ରବି ଓ କ୍ରିଷ୍ଣାର ବୟସ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କର ବୟସର ସମଷ୍ଟି 112 ହେବ ନାହିଁ ।

ଆମେ ଯୁଗ୍ମ କିମ୍ବା ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଧର୍ମକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ **'ଯୁଗ୍ମତା(ଯୋଡ଼, ବେଯୋଡ଼)'** ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ଅଟେ ଏବଂ ସେହିପରି ଦୁଇଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଯୁଗ୍ମ ଅଟେ ।



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 6.2

1. ଯୁଗ୍ମ ଏବଂ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଚିତ୍ରିତ ଉପସ୍ଥାପନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ନିମ୍ନସ୍ଥ ଯୋଗକ୍ରିୟାରେ ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ (ପାରିଟି/ଯୁଗ୍ମତା) ସ୍ଥିର କର ।
   a. 2 ଟି ଯୁଗ୍ମ ଓ 2 ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ (ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ: ଯୁଗ୍ମ+ ଯୁଗ୍ମ+ଅଯୁଗ୍ମ+ଅଯୁଗ୍ମ)
   b. 2 ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଓ 3ଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ
   c. ପାଞ୍ଚୋଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ
   d. 8 ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ
2. ଲାସ୍ୟାର ସଞ୍ଚୟ ବାକ୍ସରେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ 1 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା, ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ 5 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା ଏବଂ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ 10 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା ଅଛି । ସେ ମୁଦ୍ରାଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣିବା ପରେ ମୋଟ 205 ଟଙ୍କା ପାଇଲା । ତା'ର ଗଣନା ଭୁଲ ହେଲା କି ? ଯଦି ହଁ, ତା'ର କାରଣ ଦର୍ଶାଅ । ଯଦି ଗଣନା ଠିକ୍, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକାରର ମୁଦ୍ରା କେତୋଟି ଥାଇପାରେ ?
3. ଆମେ ଜାଣୁ !
   a. ଯୁଗ୍ମ + ଯୁଗ୍ମ = ଯୁଗ୍ମ
   b. ଅଯୁଗ୍ମ + ଅଯୁଗ୍ମ = ଯୁଗ୍ମ
   c. ଯୁଗ୍ମ + ଅଯୁଗ୍ମ = ଅଯୁଗ୍ମ

AP SCERT

Similarly, find out the parity for the scenarios below:

d. even - even = _____

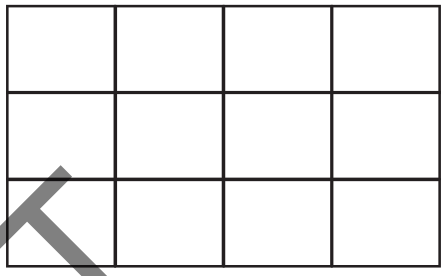
e. odd - odd = _____

f. even - odd = _____

g. odd - even = _____

Small Squares in Grids

In a 3 × 3 grid, there are 9 small squares, which is an odd number. Meanwhile, in a 3 × 4 grid, there are 12 small squares, which is an even number.



Given the dimensions of a grid, can you tell the parity of the number of small squares without calculating the product?

Find the parity of the number of small squares in these grids:

(a) 27 × 13

(b) 42 × 78

(c) 135 × 654

Parity of Expressions

Consider the algebraic expression: 3n + 4. For different values of n, the expression has different parity:

Since 4 is always even, the parity of the expression 3n + 4 depends entirely on the parity of 3n.

If n is Even: 3 × Even = Even

Even + 4 (Even) = Even

If n is Odd: 3 × Odd = Odd

Odd + 4 (Even) = Odd

n	Value of 3n + 4	Parity of the Value
3	13	odd
8	28	even
10	34	even

AP SCERT

ସେହିପରି, ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ଲେଖ ।

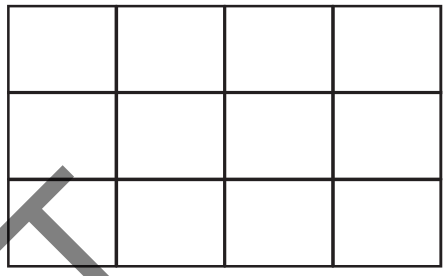
d. ଯୁଗ୍ମ - ଯୁଗ୍ମ = _____

e. ଅଯୁଗ୍ମ - ଅଯୁଗ୍ମ = _____

f. ଯୁଗ୍ମ - ଅଯୁଗ୍ମ = _____

g. ଅଯୁଗ୍ମ - ଯୁଗ୍ମ = _____

ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଥିବା ଛୋଟ ବର୍ଗାକାର କ୍ଷେତ୍ର



ଗୋଟିଏ 3 × 3 ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ 9 ଟି ଛୋଟ ବର୍ଗାକାର କୋଠରି ଅଛି ଯାହା ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ବିଶିଷ୍ଟ । ପୁନଶ୍ଚ 3 × 4 ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ 12 ଟି ବର୍ଗାକାର କୋଠରି ଅଛି ଯାହା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

? ଏକ ଗ୍ରୀଡ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ମାପ ଜଣା ଥିଲେ ହିସାବ ନ କରି ସେଥିରେ କେତୋଟି ଛୋଟ ବର୍ଗାକାର କୋଠରି ହୋଇପାରିବ ଓ ଏହା ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ହେବ କହିପାରିବ କି ?

? ନିମ୍ନସ୍ଥ ଗ୍ରୀଡ୍‌ଗୁଡ଼ିକରେ ଛୋଟ ବର୍ଗାକାର କୋଠରି ସଂଖ୍ୟାର ପାରିଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) 27 × 13

(b) 42 × 78

(c) 135 × 654

ପରିପ୍ରକାଶରେ ଯୁଗ୍ମତା/ପାରିଟି(ଯୋଡ଼ – ବେଯୋଡ଼)

ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକଶଟିକୁ ନିରୀକ୍ଷଣ କର ।

n ର ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ, 3n + 4 ପରିପ୍ରକାଶର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଯୁଗ୍ମତା ଥାଏ ।

4 ସର୍ବଦା ଯୁଗ୍ମ ହୋଇଥିବା ଯୋଗୁଁ 3n + 4 ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ଯୋଡ଼ କିମ୍ବା ବେଯୋଡ଼ ହେବ ତାହା 3n ର ମୂଲ୍ୟ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ।

ଯଦି n ଯୁଗ୍ମ ହେଲେ: 3 × ଯୁଗ୍ମ = ଯୁଗ୍ମ

ଯୁଗ୍ମ + 4 (ଯୁଗ୍ମ) = ଯୁଗ୍ମ

ଯଦି n ଅଯୁଗ୍ମ ହେଲେ: 3 × ଅଯୁଗ୍ମ = ଅଯୁଗ୍ମ

ଅଯୁଗ୍ମ + 4 (ଯୁଗ୍ମ) = ଅଯୁଗ୍ମ

n	3n + 4 ର ମୂଲ୍ୟ	ମୂଲ୍ୟର ପାରିଟି
3	13	ଅଯୁଗ୍ମ
8	28	ଯୁଗ୍ମ
10	34	ଯୁଗ୍ମ

AP SCERT

- Come up with an expression that always has even parity. Some examples are: 100p and 48w - 2. Try to find more.
- Come up with expressions that always have odd parity.
- Come up with other expressions, like 3n + 4, which could have either odd or even parity.
- The expression 6k + 2 evaluates to 8, 14, 20,... (for k = 1, 2, 3,...) - many even numbers are missing.
- Are there expressions using which we can list all the even numbers?

  Hint: All even numbers have a factor 2.
- Are there expressions using which we can list all odd numbers?

  We saw earlier how to express the nth term of the sequence of multiples of 4, where n is the letter-number that denotes a position in the sequence (e.g., first, twenty third, hundred and seventeenth, etc.).
- What would be the nth term for multiples of 2? Or, what is the n^{th} even number?

  To answer this question, consider the following question

  Let us consider odd numbers.
- What is the 100th odd number?
- What is the 100th even number?

  This is 2 × 100 = 200.

  Does this help in finding the 100th odd number? Let us compare the sequence of evens and odds term-by-term.

  Even Numbers : 2, 4, 6, 8, 10, 12,...

  Odd Numbers : 1, 3, 5, 7, 9, 11,...

  We see that at any position, the value at the odd number sequence is one less than that in the even number sequence. Thus, the 100th odd number is 200 - 1 = 199.
- Write a formula to find the nth odd number.

  Let us first describe the method that we have learnt to find the odd number at a given position:

AP SCERT

ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ଯାହାର ମୂଲ୍ୟ ସର୍ବଦା ଯୋଡ଼ା ଯୋଡ଼ା ହୋଇ ରହିପାରିବ ବା ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ । $100p$ ଓ $48w - 2$ ଏହିପରି ଆଉ କିଛି ଉଦାହରଣ ଲେଖ ।

କିଛି ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ଯାହାର ମୂଲ୍ୟ ସର୍ବଦା ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

$3n + 4$ ପରି ଅନ୍ୟ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ଯାହାର ମାନ ଯୁଗ୍ମ କିମ୍ବା ଅଯୁଗ୍ମ ହୋଇପାରେ ।

$k = 1, 2, 3,...$ ପାଇଁ

$6k + 2$ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ 8, 14, 20, ... ଯେଉଁଥିରେ ଅନେକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ନିଖୋଜ ଅଛି ।

ଏପରି କିଛି ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖିପାରିବା କି ଯାହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ସମସ୍ତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତାଲିକା ଭୁକ୍ତ କରିପାରିବା ।

(**ସୂଚନା**: ସମସ୍ତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ଗୁଣନୀୟକ 2)

ଏପରି ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଅଛି କି ଯାହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ସମସ୍ତ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତାଲିକାଭୁକ୍ତ କରିପାରିବା । ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ 4 ର ଗୁଣିତକ ପରିପ୍ରକାଶର n-ତମ ପଦଟି ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର 'n'କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସୂଚିତ ହୋଇଥାଏ ଯହିଁରେ 'n' ଅନୁକ୍ରମର ପଦ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚିତ କରେ ।

(ଯଥା: ପ୍ରଥମ, ତେଇଶିତମ, ଶହେତମ ଏବଂ ସତରତମ, ଇତ୍ୟାଦି ।)

2ର ଗୁଣିତକ ପାଇଁ nତମ ପଦଟି କ'ଣ ହୋଇପାରେ ? କିମ୍ବା, nତମ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଟି କ'ଣ ?

ଆସ, ଅଯୁଗ ସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

100ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ?

100ତମ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ?

ଏହା ହେଉଛି $2 \times 100 = 200$ ।

100ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଖୋଜିବାରେ ଏହା ସାହାଯ୍ୟ କରିବ କି?

ଚାଲ, ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମରେ ପଦକୁ ପଦ ତୁଳନା କରିବା ।

ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା : 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା : 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନରେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 କମ୍ । ତେଣୁ 100 ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଟି = 200 − 1 = 199 ।

'n'ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବାପାଇଁ ନିୟମଟି କ'ଣ ହୋଇପାରିବ ଲେଖ ।

ଚାଲ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ ପାଇଁ ଏକ ପଦ୍ଧତି ସ୍ଥିର କରିବା ।

AP SCERT

(a) Find the even number at that position. This is 2 times the position number.

(b) Then subtract 1 from the even number.

Writing this in expressions, we get

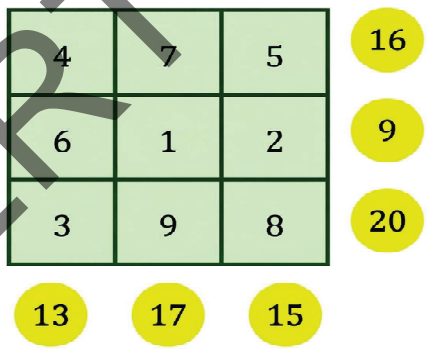
(a) 2n

(b) 2n - 1

Thus, 2n is the formula that gives the n^{th} even number, and 2n - 1 is the formula that gives the n^{th} odd number.

6.3 Some Explorations in Grids

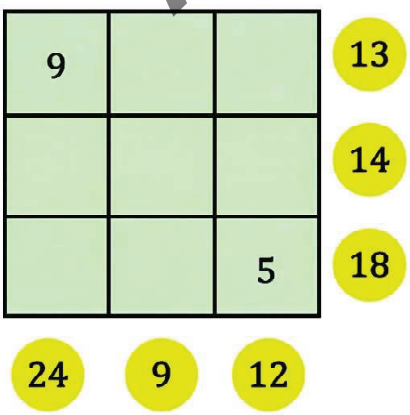
Observe this 3 × 3 grid. It is filled following a simple rule - use numbers from 1 - 9 without repeating any of them. There are circled numbers outside the grid.

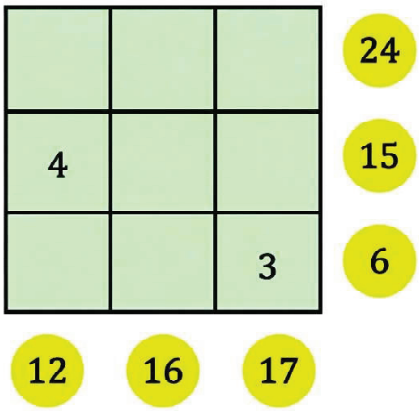


? Are you able to see what the circled numbers represent?

The numbers in the yellow circles are the sums of the corresponding rows and columns.

Fill the grids below based on the rule mentioned above:





AP SCERT

(a) ସେହି ସ୍ଥାନ ପାଇଁ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଟି କ'ଣ ହେବ ?

ଏହା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନ ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟାଟିର 2 ଗୁଣ ସଂଖ୍ୟାଟି ହେବ ।

(b) ତା'ପରେ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାରୁ 1 ବିୟୋଗ କର ।

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିରୁ ଆମେ ପାଇଲେ ।

(a) $2n$

(b) $2n - 1$

ତେଣୁ n ତମ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସୂତ୍ର $2n$ ଏବଂ

n ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସୂତ୍ର $2n-1$

6.3 ଗ୍ରୀଡ୍ ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୱେଷଣ

ଏହି 3 × 3 ଗ୍ରୀଡ୍‌କୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କର । ଏକ ସାଧାରଣ ନିୟମକୁ ପାଥେୟ କରି ଏଥିରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଲେଖାଯାଇଛି । 1 ରୁ 9 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପୁନରାବୃତ୍ତି ନକରି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି । ପୁନଶ୍ଚ ଗ୍ରୀଡ୍ ବାହାରେ ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଇଛି ।

4	7	5	16
6	1	2	9
3	9	8	20
13	17	15	

? ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କାହିଁକି ଲେଖାଯାଇଛି ।

ଏଗୁଡ଼ିକ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟିକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରୁଛନ୍ତି କି ?

ହଳଦିଆ ବୃତ୍ତରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଅନୁରୂପ ଧାଡ଼ିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ଅଟେ ।

ଉପର ନିୟମ ଅନୁସରଣ (1 ରୁ 9 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପୁନରାବୃତ୍ତି ନକରି)ରେ ନିମ୍ନସ୍ଥ ଗ୍ରୀଡ୍‌ଗୁଡ଼ିକର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

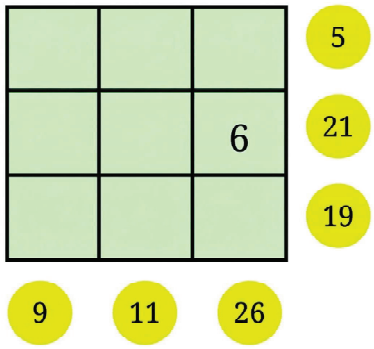
9			13
			14
		5	18
24	9	12	

			24
4			15
		3	6
12	16	17	

APSCERT

Make a couple of questions like this on your own and challenge your peers.

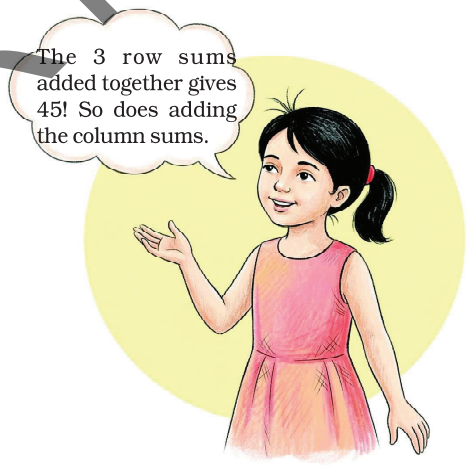
Try solving the problem below.



You might have realised that it is not possible to find a solution for this grid. Why is this the case?

The smallest sum possible is 6 = 1 + 2 + 3. The largest sum possible is 24 = 9 + 8 + 7. Clearly, any number in a circle cannot be less than 6 or greater than 24. The grid has sums 5 and 26. Therefore, this is impossible!

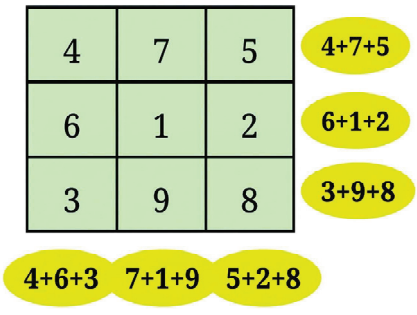
In the earlier grids which we solved, Kishor noticed that the sum of all the numbers in th circles was always 90. Also, Vidya observed tha the sum of the circled numbers for all thre rows, or for all three columns, was always 45 Check if this is true in the previous grids you have solved.



Why should the row sums and column sum always add to 45?

From this grid, we can see that all the row sums added together will be the same as the sum of the numbers 1 - 9. This can be seen for column sums as well. The sum of the numbers 1 - 9 is

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.

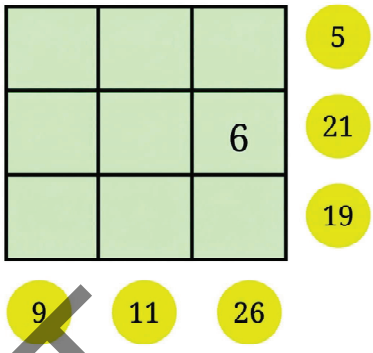


A square grid of numbers is called a **magic square** if each row, each column and each diagonal, add up to the same number. This number is called the **magic sum**. Diagonals are shown in the picture.

AP SCERT

? ଏହିପରି ନିଜେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କୁ ଚାଲେଞ୍ଜ୍ କର । ନିମ୍ନ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

? ତୁମେ ନିଶ୍ଚିତ ଅନୁଭବ କରୁଥିବ ଯେ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଗ୍ରୀଡ୍ ଶୂନ୍ୟ କୋଠରିଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । କାରଣ କ'ଣ ?



ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସର୍ବନିମ୍ନ ରାଶି : 1 + 2 + 3 = 6

ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସର୍ବବୃହତ୍ ରାଶି : 9 + 8 + 7 = 24

ତେଣୁ ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା 6 ଠାରୁ ସାନ ହେବ ନାହିଁ କିମ୍ବା 24 ଠାରୁ ବଡ଼ ହେବ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ଦତ୍ତ ଗ୍ରୀଡ଼ର ବୃତ୍ତସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ 5 ଏବଂ 26 ରହିଛି । ତେଣୁ ଏହି ଗ୍ରୀଡ଼ର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ !

ପୂର୍ବ ଗ୍ରୀଡ୍‌କୁ ସମାଧାନ ପରେ କିଶୋର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି କହିଲା ଯେ ଚିତ୍ରିତ ଛଅଟି ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ଲେଖାଥିବା ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ 90 । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ବିଦ୍ୟା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି କହିଲା ଯେ ଗୋଲରେ ଥିବା 3ଟି ଧାଡ଼ିର ସଂଖ୍ୟା ମିଶି 45 ଓ 3ଟି ସ୍ତମ୍ଭର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମିଶି ସର୍ବଦା 45 ହେଉଥିଲା ।

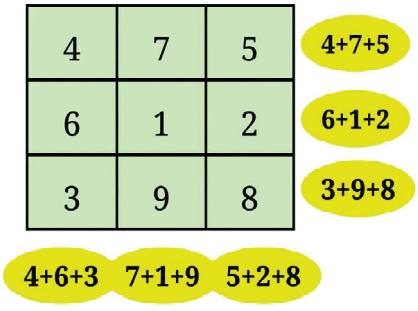
ପୂର୍ବ ଗ୍ରୀଡ୍ ଦେଖି ଏହାର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ?



? ତିନୋଟି ଧାଡ଼ିର ସଂଖ୍ୟା ଏକତ୍ର ମିଶିଲେ ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭ ସଂଖ୍ୟାମାନ ଏକତ୍ର ମିଶିଲେ ଯୋଗଫଳ କ'ଣ କିଛି 45 ହେବ ?

ଦତ୍ତ ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ ଧାଡ଼ିଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ସମାନ । ଏଠାରେ 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି । 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ, 9ଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ :

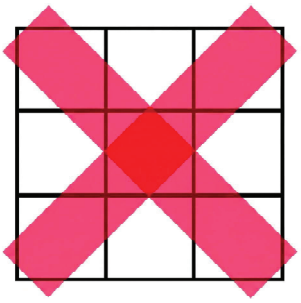
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.



ଏକ ବର୍ଗ ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ି, ସ୍ତମ୍ଭ ଓ କୌଣିକ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଲେ ତାହାକୁ ଏକ **'କୁହୁକ ବର୍ଗ'** କୁହାଯାଏ । ଧାଡ଼ି ବା ସ୍ତମ୍ଭରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳକୁ **'କୁହୁକ ସମଷ୍ଟି'** କୁହାଯାଏ । କୌଣିକ ସ୍ଥାନକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ କରାଯାଇଛି ।

AP SCERT

Trying to create a magic square by randomly filling the grid with numbers may be difficult! This is because there are a large number of ways of filling a 3 × 3 grid using the numbers 1 - 9 without repetition. In fact, it can be found that there are exactly 3,62,880 such ways.



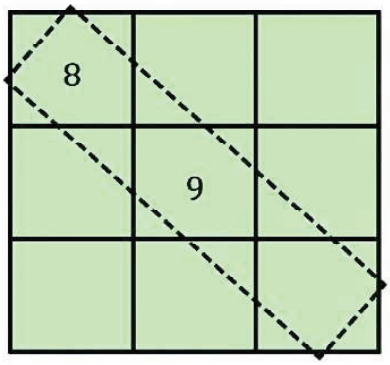
Surprisingly, the number of ways to fill in the grid can be found without listing all of them. We will see in later years how to do this. Instead, we should proceed systematically to make a magic square.

For this, let us ask ourselves some questions.

1. What can the magic sum be? Can it be any number?
   Let us focus, for the moment, only on the row sums. We have seen that in a 3 × 3 grid with numbers 1 - 9, the total of row sums will always be 45. Since in a magic square the row sums are all equal, and they add up to 45, they have to be 15 each. Thus, we have the following observation.

Observation 1: In a magic square made using the numbers 1 - 9, the magic sum must be 15.

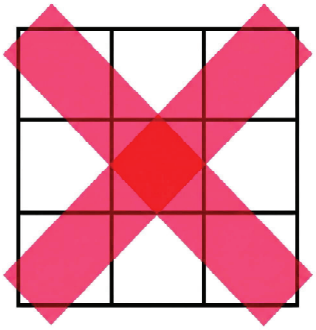
2. What are the possible numbers that could occur at the centre of a magic square?
   Let us consider the possibilities one by one. Can the central number be 9? If yes, then 8 must come in one of the other squares. For example,



   In this, we must have 8 + 9 + other number = 15.
   But this is not possible! The same issue will occur no matter where we place 8. So, 9 cannot be at the centre. Can the central number be 1?
   If yes, then 2 should come in one of the other squares.

AP SCERT

ମନଇଚ୍ଛା ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି କୁହୁକ ବର୍ଗଟିର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରିବା କଷ୍ଟକର । କାରଣ, ଆମେ ଦେଖିଲେ 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାରକରି (ପୁନରାବୃତ୍ତି ନ କରି) ଅନେକ ଉପାୟରେ 3 × 3 ବର୍ଗଗୁଡ଼ିକ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରାଯାଇପାରେ । ପ୍ରକୃତରେ ଦେଖାଯାଇଛି 3,62,880 ଉପାୟରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଲେଖି ହେବ ।



ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟର କଥା ଏଥିମଧ୍ୟରୁ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଉପାୟ ତାଲିକା ଭୁକ୍ତ ନୁହେଁ । ଏକ କୁହୁକବର୍ଗ କେତୋଟି କୌଶଳରେ ପୂରଣ କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ମଧ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରେ । ଆମେ ସେ ବିଷୟରେ ଉପର ଶ୍ରେଣୀଗୁଡ଼ିକରେ ପଢ଼ିବା । ଏହା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ କିପରି ତିଆରି କରିପାରିବା, ସେ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

1. କୁହୁକ ରାଶି କେତେ ହୋଇପାରେ ? ଏହା ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରିବ କି ?

   ଚାଲ, କ୍ଷଣିକ ପାଇଁ ଆମେ କେବଳ ଧାଡ଼ି ଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳର ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

   ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ 3 × 3 ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଧାଡ଼ି ଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ 45 ହେବ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ି ଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ 15 ହେବ ।

   ତେଣୁ ଆମେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ନିମ୍ନ ତଥ୍ୟ ପାଇଲେ ।

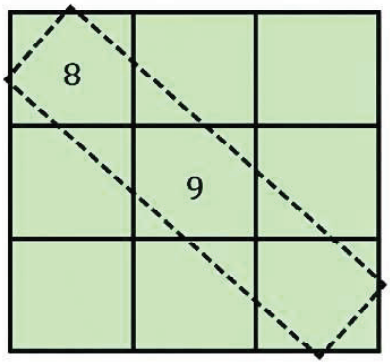
ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ 1: 1 - 9 ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗରେ କୁହୁକ ରାଶି 15 ହେବା ଜରୁରୀ ଅଟେ ।

2. କୁହୁକ ବର୍ଗର କେନ୍ଦ୍ରରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ରାଶିଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ହେବ ?

   ଆସ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ସମ୍ଭାବନାକୁ ବିଚାର କରିବା ।

   କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା '9' ହୋଇପାରିବ କି ?

   ଯଦି ହଁ, ତେବେ ଅନ୍ୟ ବର୍ଗ କୋଠରିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକରେ 8 ରହିବା ସ୍ୱାଭାବିକ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ: କୌଣସି ରାଶିର ଯୋଗଫଳ 8 + 9 + ଏକ ସଂଖ୍ୟା = 15 ହେବ କି ?



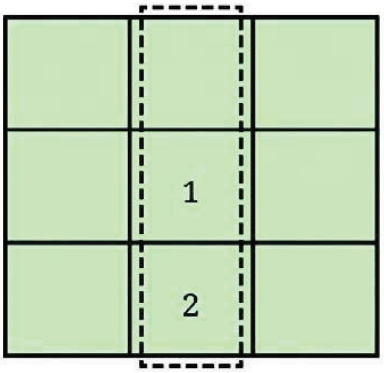
   କିନ୍ତୁ ଏହା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଆମେ 8 କୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ସ୍ଥାନରେ ରଖିଲେ ମଧ୍ୟ ସମାନ ଅସୁବିଧା ଉପୁଜିବ । ତେଣୁ କେନ୍ଦ୍ରରେ '9' ରହିପାରିବ ନାହିଁ । କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା '1' ହୋଇପାରିବ କି ?

   ଯଦି ହୁଏ 2 ଅନ୍ୟ ଏକ କୋଠରିରେ ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ ।

AP SCERT

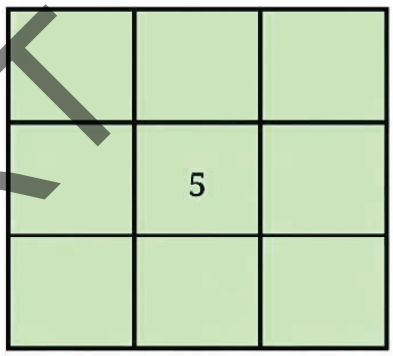
Here, we must have 2 + 1 + other number = 15. But this is not possible because we are only using the numbers 1 - 9. The same issue will occur no matter where we place 1.

So, 1 cannot be at the centre, either.



? Using such reasoning, find out which other numbers 1 - 9 cannot occur at the centre.

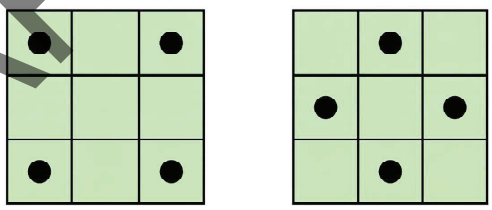
This exploration will lead us to the following interesting observation.



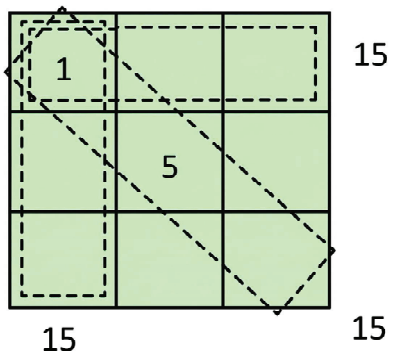
Observation 2: The number occurring at the centre of a magic square, filled using 1 - 9, must be 5.

Let us now see where the smallest number 1 and the largest number 9 should come in a magic square. Our second observation tells us that they will have to come in one of the boundary positions.

Let us classify these positions into two categories:



Can 1 occur in a corner position? For example, can it be placed as follows?

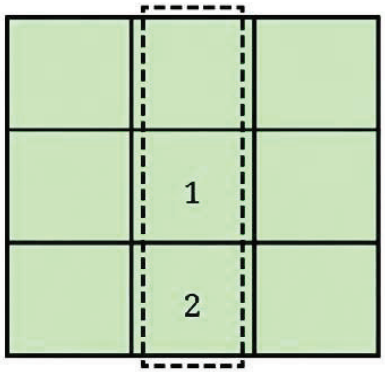


? If yes, then there should exist three ways of adding 1 with two other numbers to give 15. We have 1 + 5 + 9 = 1 + 6 + 8 = 15. Is any other combination possible?

? Similarly, can 9 can be placed in a corner position?

APSCERT

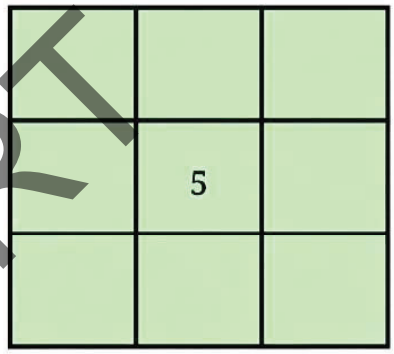
ଏଠାରେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ 2 + 1 + ଏକ ସଂଖ୍ୟା = 15 କିନ୍ତୁ ଏହା ଅସମ୍ଭବ । କାରଣ, ଆମେ କେବଳ 1 - 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରୁଛୁ । ଆମେ '1' କୁ ଯେଉଁଠାରେ ରଖିଲେ ମଧ୍ୟ ସମାନ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି ହେବ । ତେଣୁ '1' ମଧ୍ୟ କେନ୍ଦ୍ରରେ ରହିପାରିବ ନାହିଁ ।



? ଏହିପରି ଯୁକ୍ତି ବ୍ୟବହାର କରି 1 - 9 ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା କେନ୍ଦ୍ରରେ ରହିପାରିବ ନାହିଁ ଦେଖ ।

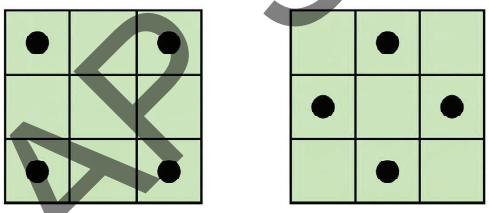
ଏହି ଅନୁଧ୍ୟାନ ନିମ୍ନସ୍ଥ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ ଆଗକୁ ନେବା, ଆମେ ଏକ ଆଗ୍ରହଜନିତ ତଥ୍ୟକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରିବା ।

ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ 2 : 1 - 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗର କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା 5 ହେବା ଜରୁରୀ ।



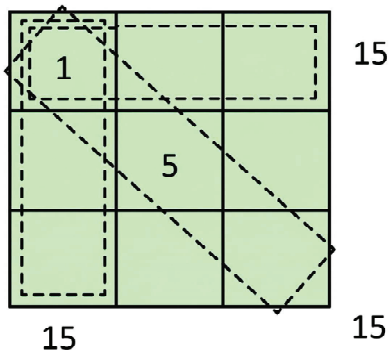
ଚାଲ ଦେଖିବା କୁହୁକ ବର୍ଗର କେଉଁ କୋଠରିରେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା 1 ଏବଂ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା 9 ଆସିବ । ଆମେ ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ଜାଣିଲେ ଯେ 1 ଓ 9 ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ସୀମାବର୍ତ୍ତୀ କୋଠରିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ କୋଠରିରେ ରହିବେ ।

ଚାଲ, ଏହାକୁ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଇଲା ଦୁଇଟି ଶ୍ରେଣୀରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା ।



କୌଣିକ ସ୍ଥାନରେ 1 ରହିପାରିବ କି ? ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଯେପରି ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ବାମପଟ ଉପରିସ୍ଥ କୌଣିକ ସ୍ଥାନରେ 1 ଅଛି ।

? ଯଦି 1 କୁ ବାମପଟ ଉପରିସ୍ଥ କୋଣ ସ୍ଥାନରେ ରଖାଯାଏ ତେବେ 1କୁ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାରେ ତିନୋଟି ଉପାୟରେ ଯୋଗ କରି ଯୋଗଫଳ 15 ନିଶ୍ଚିତ ପାଇବା । ଆମେ ପାଇବା 1 + 5 + 9 = 1 + 6 + 8 = 15 ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ । ଏହିପରି ଆଉ କିଛି ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଯୋଗଫଳ 15 କରାଯାଇପାରିବ କି ?



? ସେହିପରି 9 କୁ ଏକ କୌଣିକ ସ୍ଥିତିରେ ରଖାଯାଇପାରିବ କି ?

AP SCERT

Observation 3: The numbers 1 and 9 cannot occur in any corner, so they should occur in one of the middle positions.

? Can you find the other possible positions for 1 and 9?

1	5	9

	1	
	5	
	9	

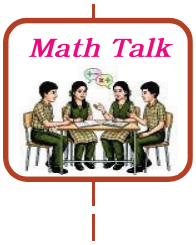
Now, we have one full row or column of the magic square! Try completing it!

[**Hint:** First fill the row or columns containing 1 and 9]

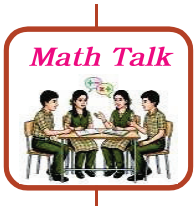


Figure it Out - 6.3

1. How many different magic squares can be made using the numbers 1 - 9?
2. Create a magic square using the numbers 2 - 10.
   What strategy would you use for this? Compare it with the magic squares made using 1 - 9.



3. Take a magic square, and
   (a) increase each number by 1
   (b) double each number
   In each case, is the resulting grid also a magic square? How do the magic sums change in each case?
4. What other operations can be performed on a magic square to yield another magic square?
5. Discuss ways of creating a magic square using any set of 9 consecutive numbers (like 2 - 10, 3 - 11, 9 - 17, etc.).



Generalising a 3 × 3 Magic Square

We can describe how the numbers within the magic square are related to each other, i.e., the structure of the magic square.

? Choose any magic square that you have made so far using consecutive numbers. If m is the letter-number of the number in the centre, express how other numbers are related to m, how much more or less than m.

APSCERT

ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ 3: ସଂଖ୍ୟା 1 ଏବଂ 9 କୌଣିକ ସ୍ଥିତିରେ ଆଦୌ ରହିପାରିବେ ନାହିଁ । ତେଣୁ ସେ ଦୁହେଁ ମଝି ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକରେ ରହିପାରିବେ ।

? 1 ଏବଂ 9 ପାଇଁ ଅନ୍ୟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକୁ ଦର୍ଶାଇ ପାରିବ କି ?

1	5	9

	1	
	5	
	9	

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଆମ କୁହୁକ ବର୍ଗର ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଧାଡ଼ି କିମ୍ବା ସ୍ତମ୍ଭ ଅଛି ।
ଏହାକୁ ସମାପ୍ତ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।
(**ସୂଚନା:** ପ୍ରଥମେ 1 ଏବଂ 9 କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଧାଡ଼ି ବା ସ୍ତମ୍ଭକୁ ପୂରଣ କର ।)



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର୍ - 6.3

1. 1 - 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି କେତୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ କୁହୁକ ବର୍ଗ ତିଆରି କରାଯାଇପାରିବ ?
2. 2 - 10 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ କର । ଏଥି ନିମନ୍ତେ କେଉଁ କୌଶଳ ଅବଲମ୍ବନ କରିବ ? ଏହାକୁ 1 - 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ଗଠନ କରିଥିବା କୁହୁକ ବର୍ଗ ସହିତ ତୁଳନା କର ।
3. ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ନିଅ, ଏବଂ
   (a) କୁହୁକ ବର୍ଗର ପ୍ରତି କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ବଢ଼ାଅ ।
   (b) କୁହୁକ ବର୍ଗର ପ୍ରତି କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦ୍ୱିଗୁଣିତ କର ।
   ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଫଳାଫଳ ଗ୍ରୀଡ୍‌ଟି ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ହେଉଛି କି ?
   ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ କୁହୁକ ରାଶି କିପରି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।
4. ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗରେ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅବଲମ୍ବନ କରି ଅନ୍ୟ ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ କରିହେବ ।
5. କ୍ରମାଗତ ନଅଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି
   (ଯେପରିକି 2–10, 3–11, 9–17, ... ଇତ୍ୟାଦି)
   ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କର ।





3 × 3 କୁହୁକ ବର୍ଗର ସାଧାରଣୀକରଣ

କୁହୁକ ବର୍ଗର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସହିତ କିପରି ସମ୍ବନ୍ଧିତ ସେ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିପାରିବା । କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ଗଢ଼ିଥିବା ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ନିଅ । ଯଦି କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାଟି m ହୁଏ ତେବେ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କିପରି m ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ତାହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ପ୍ରତି କୋଠରିର ରାଶି m ଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ କିମ୍ବା କେତେ କମ୍ ତାହା ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ ।

?

AP SCERT

[**Hint:** Remember, how we described a 2 × 2 grid of a calendar month in the Algebraic Expressions chapter].

Once the generalised form is obtained, share your observations with the class.

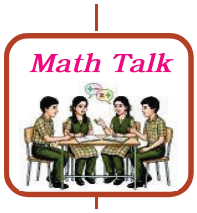




Figure it Out - 6.4

1. Using this generalised form, find a magic square if the centre number is 25.
2. What is the expression obtained by adding the 3 terms of any row, column or diagonal?
3. Write the result obtained by _____
   (a) adding 1 to every term in the generalised form.
   (b) doubling every term in the generalised form
4. Create a magic square whose magic sum is 60.
5. Is it possible to get a magic square by filling nine non-consecutive numbers?



The First-ever 4 × 4 Magic Square

The first ever recorded 4 × 4 magic square is found in a 10th century inscription at the Parshvanath Jain temple in Khajuraho, India, and is known as the Chautisa Yantra.



7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

The first ever recorded 4 × 4 magic square, the Chautasa Yantra, at Khajuraho, India

APSCERT

(**ସୂଚନା:** ମନେରଖ, ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଏକ କ୍ୟାଲେଣ୍ଡର ମାସରେ 2 × 2 ଗ୍ରୀଡ୍ ବିଷୟରେ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।)

? ଥରେ ସାଧାରଣ ସ୍ୱରୂପ ପାଇବା ପରେ ତୁମର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଶ୍ରେଣୀ କକ୍ଷରେ ମୁକ୍ତ ଆଲୋଚନା କର ।





ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର୍ – 6.4

1. ଏହି ସାଧାରଣୀକରଣ ରୂପକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କେନ୍ଦ୍ରରେ 25 ରଖି କୁହୁକ ବର୍ଗଟିଏ ଗଠନ କର ।
2. ଯେକୌଣସି ଧାଡ଼ି, ସ୍ତମ୍ଭ କିମ୍ବା କୌଣୀୟ ସ୍ଥିତିର 3ଟି ପଦର ଯୋଗଫଳକୁ ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା କି ?
3. ପ୍ରାପ୍ତ ଫଳାଫଳକୁ ଲେଖ ।

   (a) ସାଧାରଣୀକରଣ ରୂପର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରେ 1 ଯୋଗ କରିବା ପରେ ।

   (b) ସାଧାରଣୀକରଣ ରୂପର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଦ୍ୱିଗୁଣିତ କରିବା ପରେ ।
4. କୁହୁକ ରାଶି 60 ହୋଇଥିବା ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ କର ।
5. କ୍ରମରେ ନଥିବା 9 ଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ ସମ୍ଭବ କି ?



ସର୍ବପ୍ରଥମ 4 × 4 କୁହୁକ ବର୍ଗ

ସର୍ବପ୍ରଥମ 4 × 4 କୁହୁକ ବର୍ଗ ଦଶମ ଶତାବ୍ଦୀରେ ଭାରତର ଖଜୁରାହୋରେ ଥିବା ପାର୍ଶ୍ୱନାଥ ଜୈନ ମନ୍ଦିରରେ ଦେଖିବାକୁ ମିଳିଥିଲା । ଏହା 'ଚଉତିଶା ଯନ୍ତ୍ର' ନାମରେ ଜଣାଶୁଣା ।



7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

(ସର୍ବ ପ୍ରଥମ 4 × 4 କୁହୁକ ବର୍ଗ, ଚଉତିଶା ଯନ୍ତ୍ର, ଖଜୁରାହୋ, ଭାରତ)

AP SCERT

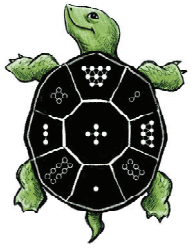
Chautis means 34. Why do you think they called it the Chautisa Yantra? Every row, column and diagonal in this magic square adds up to 34.

The script we found in Chautisa Yantra is Devanagari

The Devanagari numerals are: ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?.

Can you find other patterns of four numbers in the square that add up to 34?

Magic Squares in History and Culture



The first magic square ever recorded, the Lo Shu Square, dates back over 2000 years to ancient China. The legend tells of a catastrophic flood on the Lo River, during which the gods sent a turtle to save the people. The turtle carried a 3 × 3 grid on its back, with the numbers 1 to 9 arranged in a magical pattern.

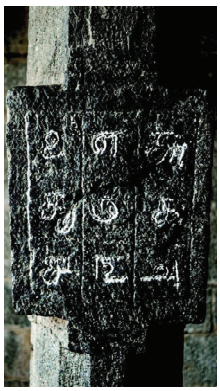
2	7	6
9	5	1
4	3	8

Magic squares were studied in different parts of the world at different points of time including India, Japan, Central Asia, and Europe.

Indian mathematicians have worked extensively on magic squares, describing general methods of constructing them.

The work of Indian mathematicians was not just limited to 3 × 3 and 4 × 4 grids, which we considered above, but also extended to 5 × 5 and other larger square grids. We shall learn more about these in later grades.

The occurrence of magic squares is not limited to scholarly mathematical works. They are found in many places in India. The picture to the right is of a 3 × 3 magic square found on a pillar in a temple in Palani, Tamil Nadu. The temple dates back to the 8th century CE.



APSCERT

ଚଉତିଶାର ଅର୍ଥ ଚଉତିରିଶି (34) । ଏହାକୁ କାହିଁକି ଚଉତିଶା ଯନ୍ତ୍ର କୁହାଯାଉଛି ?

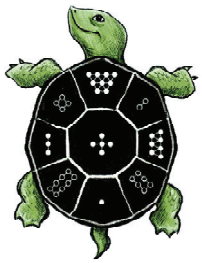
ଏହାର ପ୍ରତି ଧାଡ଼ି, ସ୍ତମ୍ଭ ଓ କୌଣିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକଲେ କୁହୁକ ରାଶିଟି 34 ହେବ ।

ଚଉତିଶା ଯନ୍ତ୍ରରେ ପାଇଥିବା ଲିପି ହେଉଛି **ଦେବନାଗରୀ ଲିପି** ।

ଏହି ଦେବନାଗରୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି : ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?.

ଧାଡ଼ି, ସ୍ତମ୍ଭ ଓ କୌଣୀୟ ସ୍ଥିତିର ଚାରୋଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଅନ୍ୟ କିଛି ସଂରଚନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିପାରିବ କି ଯାହାର ଯୋଗଫଳ 34 ହେବ ।

ଇତିହାସ ଓ ସଂସ୍କୃତିରେ – କୁହୁକ ବର୍ଗ



ପ୍ରାଚୀନ ଚୀନ୍‌ରେ 2000 ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ 'ଲୋ ଶୁ ସ୍କ୍ୱାଏର୍' (Lo Shu Square) ନାମରେ ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଲିପିବଦ୍ଧ ହୋଇଥିବାର ଜଣାପଡିଛି । କିମ୍ବଦନ୍ତୀ ଅନୁଯାୟୀ, ଲୋ(Lo) ନଦୀରେ ଏକ ଭୟାବହ ବନ୍ୟା ହୋଇଥିଲା । ଏହି ସମୟରେ ଭଗବାନ ଲୋକଙ୍କ ଉଦ୍ଧାର ନିମନ୍ତେ ଏକ କଇଁଛ ପଠାଇଥିଲେ । କଇଁଛ ପିଠିରେ ଏକ 3 × 3 ଗ୍ରୀଡ୍ ଥିଲା, ଯେଉଁଥିରେ 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଏକ କୁହୁକ ସଂରଚନାରେ ସଜାଇ ରଖାଯାଇଥିଲା ।

2	7	6
9	5	1
4	3	8

ଭାରତ, ଜାପାନ, ମଧ୍ୟ ଏସିଆ ଏବଂ ୟୁରୋପରେ ବିଭିନ୍ନ ସମୟରେ କୁହୁକ ବର୍ଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରାଯାଇଥିଲା ।

ଭାରତୀୟ ଗାଣିତିକମାନେ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ ନିମନ୍ତେ ବିସ୍ତୃତ ଆଲୋଚନା କରିଛନ୍ତି ଏବଂ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନର ସାଧାରଣ(general methods) କୌଶଳ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିଛନ୍ତି ।

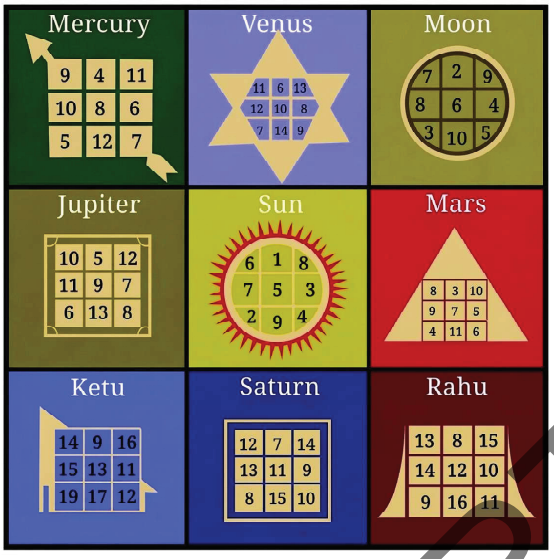
ଭାରତୀୟ ଗାଣିତିକ ମାନେ କେବଳ 3 × 3 ଏବଂ 4 × 4 ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ସୀମିତ ନରହି 5 × 5 ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ବୃହତ୍ ଗ୍ରୀଡ୍ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିଛନ୍ତି । ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଏ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

କୁହୁକ ବର୍ଗର ଅଧ୍ୟୟନ କେବଳ ଗାଣିତିକ କାର୍ଯ୍ୟରେ ସୀମିତ ନଥିଲା । ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଭାରତର ଅନେକ ସ୍ଥାନରେ ଦେଖିବାକୁ ମିଳେ । ତାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଚିତ୍ରଟି ତାମିଲନାଡୁର ପାଲାନିରେ ଥିବା ଏକ ମନ୍ଦିରର ସ୍ତମ୍ଭରେ ମିଳିଥିବା 3 × 3 କୁହୁକ ବର୍ଗର ଚିତ୍ର ଅଟେ । ଏହି ମନ୍ଦିର ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ ପ୍ରାୟ ଅଷ୍ଟମ ଶତାବ୍ଦୀର ।

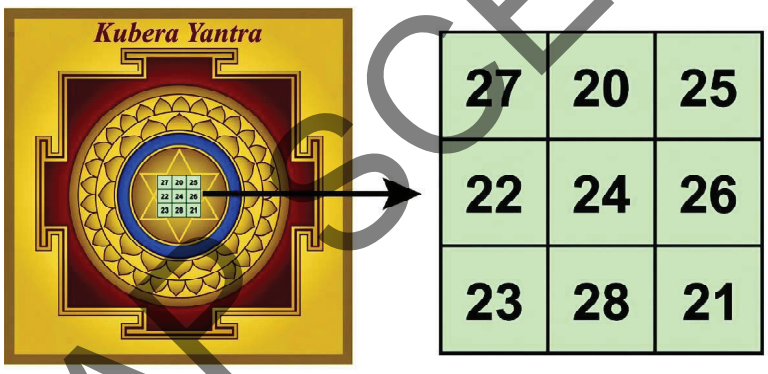


AP SCERT

3 × 3 magic squares can also be found in homes and shops in India. The Navagraha Yantra is one such example shown below.



Notice that a different magic sum is associated with each graha. A picture of a Kubera Yantra is shown below:



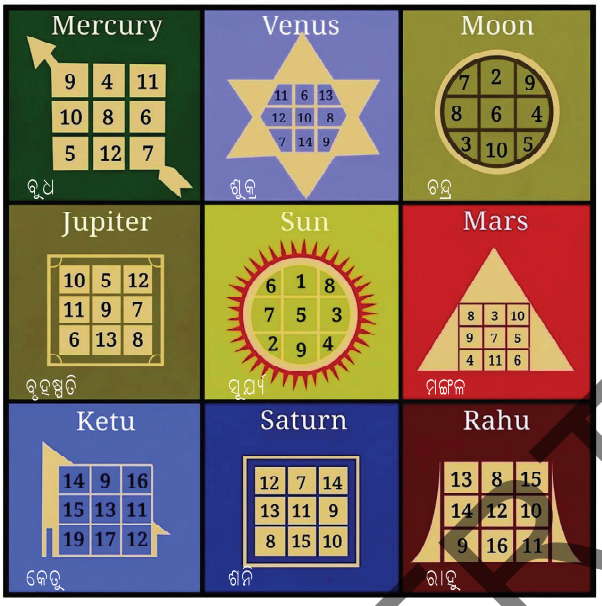
6.4 Nature's Favourite Sequence: The Virahanka-Fibonacci Numbers!

The sequence 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . . (Virahanka-Fibonacci Numbers) is one of the most celebrated sequences in all of mathematics - it occurs throughout the world of Art, Science, and Mathematics. Even though these numbers are found very frequently in Science, it is remarkable that these numbers were first discovered in the context of Art (specifically, poetry)!

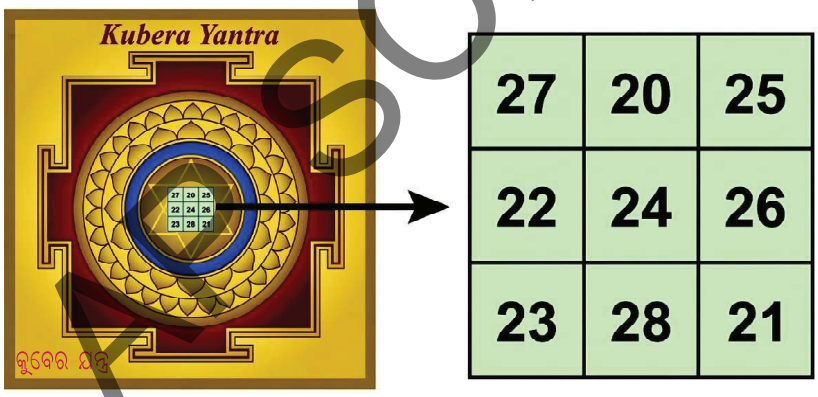
The Virahanka-Fibonacci Numbers thus provide a beautiful illustration of the close links between Art, Science, and Mathematics.

© NCERT

3 × 3 କୁହୁକ ବର୍ଗ ଭାରତର କେତେକ ଘର ଏବଂ ଦୋକାନ କାନ୍ଥରେ ମଧ୍ୟ ଦେଖିବାକୁ ମିଳେ ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ 'ନବଗ୍ରହ ଯନ୍ତ୍ର' ତାହାର ଏକ ଉତ୍କୃଷ୍ଟ ଉଦାହରଣ ।



ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗ୍ରହ ସହିତ ଏକ ଭିନ୍ନ କୁହୁକ ରାଶି ଜଡ଼ିତ । ଏଠାରେ 'କୁବେର ଯନ୍ତ୍ର'ର ଏକ ଚିତ୍ର ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ କରାଯାଇଛି ।



6.4 ପ୍ରକୃତିର ପ୍ରିୟ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ : ବିରାହଙ୍କ – ଫିବୋନାସି ସଂଖ୍ୟା !

ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . . (ବିରାହଙ୍କ–ଫିବୋନାସି ସଂଖ୍ୟା) ଗଣିତରେ ଏକ ପ୍ରଖ୍ୟାତ ଅନୁକ୍ରମ । ପୃଥିବୀର କୋଣେ ଅନୁକୋଣେ କଳା, ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଗଣିତରେ ଏହାର ବହୁଳ ବ୍ୟବହାର ଦେଖାଯାଏ । ଯଦିଓ ବିଜ୍ଞାନରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ବ୍ୟବହାର ବହୁଳ ଭାବରେ ଦେଖାଯାଏ କିନ୍ତୁ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରଥମେ କଳା (ବିଶେଷ କରି ସଙ୍ଗୀତ) ଅଧ୍ୟୟନରୁ ଉପଲବ୍ଧ ହୋଇଥିଲା ।

କଳା, ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଗଣିତ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସୁସମ୍ପର୍କକୁ ବିରାହଙ୍କ ଫିବୋନାସି ସଂଖ୍ୟା ସୁନ୍ଦର ଭାବରେ ପ୍ରତିପାଦିତ କରିଥାଏ ।

© SCERT

Discovery of the Virahanka Numbers

The Virahanka numbers first came up thousands of years ago in the works of Sanskrit and Prakrit linguists in their study of poetry!

In the poetry of many Indian languages, including, Prakrit, Sanskrit, Marathi, Malayalam, Tamil, and Telugu, each syllable is classified as either long or short.

A long syllable is pronounced for a longer duration than a short syllable - in fact, for exactly twice as long. When singing such a poem, a short syllable lasts one beat of time, and a long syllable lasts two beats of time.

This leads to numerous mathematical questions, which the ancient poets in these languages considered extensively. A number of important mathematical discoveries were made in the process of asking and answering these questions about poetry.

One of these particularly important questions was the following.

How many rhythms are there with 8 beats consisting of short syllables (1 beat) and long syllables (2 beats)? That is, in how many ways can one fill 8 beats with short and long syllables, where a short syllable takes one beat of time and a long syllable takes two beats of time.

Here are some possibilities:

long long long long

short short short short short short short short

short short **long long** short **long**

long long short short **long**

Can you find others?

Phrased more mathematically: In how many different ways can one write a number, say 8, as a sum of 1's and 2's?

For example, we have:

$8 = 2 + 2 + 2 + 2,$

$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1,$

$8 = 1 + 2 + 2 + 1 + 2,$

$8 = 2 + 2 + 1 + 1 + 2,$

etc.

Do you see other ways?

Here are all the ways of writing each of the numbers 1, 2, 3, and 4, as the sum of **1's** and **2's**.

AP SCERT

ବିରାହଙ୍କ ସଂଖ୍ୟାର ଆବିଷ୍କାର :

ହଜାର ହଜାର ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ସଂସ୍କୃତ ଓ ପ୍ରାକୃତ ଭାଷାବିଦ୍ ମାନଙ୍କର ସଙ୍ଗୀତ ଅଧ୍ୟୟନ ସମୟରେ ବିରାହଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ନଜରକୁ ଆସିଥିଲା ।

ପ୍ରାକୃତ, ସଂସ୍କୃତ, ମରାଠୀ, ମାଲାୟାଲମ୍, ତାମିଲ୍, ତେଲୁଗୁ ଆଦି ଅନେକ ଭାଷାରେ ସଙ୍ଗୀତ ଗାନ କରିବା ସମୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଦକୁ କେତୋଟି ଦୀର୍ଘ ଓ କ୍ଷୁଦ୍ର ପଦାଂଶରେ (syllable) ଭାଗ କରାଯାଇଥାଏ ।

ଏକ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶକୁ ଦୀର୍ଘ ସମୟ ପାଇଁ ଆବୃତ୍ତି କଲାବେଳେ କ୍ଷୁଦ୍ର ପଦାଂଶକୁ ସ୍ୱଳ୍ପ ସମୟରେ ଆବୃତ୍ତି କରାଯାଏ । ବାସ୍ତବରେ କ୍ଷୁଦ୍ର ପଦାଂଶ ଆବୃତ୍ତି ପାଇଁ ଏକଗୁଣ ସମୟ ନେଲାବେଳେ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ ତାହାର ଠିକ୍ ଦୁଇଗୁଣ ସମୟ ନିଏ ।

ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାରୁ ବିବିଧ ଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ଉତ୍ଥାପନ କରାଗଲା । ଏହି ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କୁ ପ୍ରାଚୀନ କବିମାନେ ନିଜ ନିଜ ଭାଷାରେ ବିସ୍ତୃତ ଆଲୋଚନା ପର୍ଯ୍ୟାଲୋଚନା କରିଥିଲେ । ଏଭଳି ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର ଆଲୋଚନା ସମୟରେ କେତେକ ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ।

ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ଏଠାରେ ଦିଆଗଲା ।

କ୍ଷୁଦ୍ର ପଦାଂଶ (1 ମାତ୍ରା), ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ (2 ମାତ୍ରା) ଥିବା ସଙ୍ଗୀତରେ କେତୋଟି ୪ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳ ଅଛି । ଅର୍ଥାତ୍ କେତୋଟି କୌଶଳରେ ଜଣେ ସେହି ସଙ୍ଗୀତରେ ଏକ ପାଦରେ ଥିବା କ୍ଷୁଦ୍ରାଂଶ ଓ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶକୁ ୪ ମାତ୍ରାରେ ପୂରଣ କରିବ ?

ଉଦାହରଣ : ଷାଠିଏ ପଉଟି ଭୋଗରୁ ତୁମର
କାଢ଼ି ତ ନେଇନି ହରି
କୁହ ତେବେ କେଉଁ ଅପରାଧେ ମୋତେ
କଲ ଦାଣ୍ଡର ଭିକାରି ।

ଯଦି ଏହି ପଦଟିରେ ଥିବା କ୍ଷୁଦ୍ର ପଦାଂଶ 1 ମାତ୍ରା ସମୟ ଓ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ 2 ମାତ୍ରା ସମୟ ନେଇଥାଏ । ତେବେ ଏଥିରେ ୪ ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି ତାଳ ଅଛି । ଅର୍ଥାତ୍, ୪ କୁ କେତୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ କେବଳ 1 କିମ୍ବା 2 ର ଯୋଗଫଳ ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ।

$8 = 2 + 2 + 2 + 2,$

$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1,$

$8 = 1 + 2 + 2 + 1 + 2,$

$8 = 2 + 2 + 1 + 1 + 2,$

ଇତ୍ୟାଦି ।

ଏହିପରି ତୁମେ ଅନ୍ୟ ଉପାୟରେ ଲେଖିପାରିବ କି ?

1, 2, 3,4 କୁ ଏହିପରି କେବଳ 1 କିମ୍ବା 2 ର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ କେତେ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ?

AP SCERT

	Different Ways	Number of Ways
n = 1	1	1
n = 2	1 + 1 2	2
n = 3	1 + 1 + 1 1 + 2 2 + 1	3
n = 4	1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 2 1 + 2 + 1 2 + 1 + 1 2 + 2	5

Try writing the number 5 as a sum of 1s and 2s in all possible ways in your notebook! How many ways did you find? (You should find 8 different ways!) Can you figure out the answer without listing down all the possibilities? Can you try it for n = 8?

Here is a systematic way to write down all rhythms of short and long syllables having 5 beats. Write a '1+' in front of all rhythms having 4 beats, and then a '2+' in front of all rhythms having 3 beats. This gives us all the rhythms having 5 beats :

n = 5	1 + 1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 1 + 2 1 + 1 + 2 + 1 1 + 2 + 1 + 1 1 + 2 + 2	2 + 1 + 1 + 1 2 + 1 + 2 2 + 2 + 1

Thus, there are 8 rhythms having 5 beats!

The reason this method works is that every 5-beat rhythm must begin with either a '1+' or a '2+'. If it begins with a '1+', then the remaining numbers must give a 4-beat rhythm, and we can write all those down. If it begins with a 2+, then the remaining number must give a 3-beat rhythm, and we can write all those down. Therefore, the number of 5-beat rhythms is the number of 4-beat rhythms, plus the number of 3-beat rhythms.

AP SCERT

	ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟ	ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା
n = 1	1	1
n = 2	1 + 1 2	2
n = 3	1 + 1 + 1 1 + 2 2 + 1	3
n = 4	1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 2 1 + 2 + 1 2 + 1 + 1 2 + 2	5

ଏହିପରି 1 କିମ୍ବା 2 ର ସମଷ୍ଟି ରୂପରେ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ତୁମ ଖାତାରେ ଲେଖ । କେତୋଟି ଉପାୟରେ ଲେଖିପାରିଲ ? ଏହିଭଳି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ନ ଲେଖି ଏହାର ସର୍ବମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା କି ? n = 8 ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା !

ଏଠାରେ କ୍ଷୁଦ୍ର ଓ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ ଥିବା 5 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଏକ ସୁବ୍ୟବସ୍ଥିତ ଉପାୟ ଦିଆଗଲା । 4 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ସମସ୍ତ ତାଳ ପୂର୍ବରୁ '1+' ଓ 3 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳ ପୂର୍ବରୁ '2+' ଲେଖ । ଏହା 5 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ସମସ୍ତ ତାଳକୁ ଦର୍ଶାଇବ ।

n = 5	1 + 1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 1 + 2 1 + 1 + 2 + 1 1 + 2 + 1 + 1 1 + 2 + 2	2 + 1 + 1 + 1 2 + 1 + 2 2 + 2 + 1

ଏଥିରୁ ଜଣାଯାଏ 5 ମାତ୍ରା (5 beats) ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା 8 ହେବ !

ଏହି କୌଶଳରେ ଠିକ୍ ତାଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ହେବାର କାରଣ ହେଉଛି 5 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳ '1+' କିମ୍ବା '2+'ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ । ଯଦି ଏହା 1 ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ ତେବେ ଅବଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା 4 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ହେବ ଏବଂ ଆମେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 5ଟି ଉପାୟରେ ପୂର୍ବପରି ଲେଖିପାରିବା । ଯଦି ଏହା 2 ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ ତେବେ ଅବଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା 3 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ ଆମେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 3ଟି ଉପାୟରେ ଲେଖିପାରିବା । ତେଣୁ 5 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା =(4 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା) + (3 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା) ।

AP SCERT

How many 6-beat rhythms are there? By the same reasoning, it will be the number of 5-beat rhythms plus the number of 4-beat rhythms, i.e., 8 + 5 = 13. Thus, there are 13 rhythms having 6 beats.

Use the systematic method to write down all 6-beat rhythms, i.e., write 6 as the sum of 1's and 2's in all possible ways. Did you get 13 ways?

This beautiful method for counting all the rhythms of short syllables and long syllables having any given number of beats was first given by the great Prakrit scholar Virahanka around the year 700 CE. He gave his method in the form of a Prakrit poem! For this reason, the sequence 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . . is known as the **Virahanka sequence**, and the numbers in the sequence are known as the **Virahanka numbers**. **Virahanka** was the first known person in history to explicitly consider these important numbers and write down the rule for their formation. Other scholars in India also considered these numbers in the same poetic context. **Virahanka** was inspired by earlier work of the legendary Sanskrit scholar Pingala, who lived around 300 BCE. After **Virahanka**, these numbers were also written about by Gopala (c. 1135 CE) and then by Hemachandra (c. 1150 CE).

In the West, these numbers have been known as the **Fibonacci numbers**, after the Italian mathematician who wrote about them in the year 1202 CE - about 500 years after **Virahanka**. As we can see, Fibonacci was not first, nor the second, not even the third person to write about these numbers! Sometimes the term "**Virahanka-Fibonacci numbers**" is used so that everyone understands what is being referred to.

So, how many rhythms of short and long syllables are there having 8 beats? We simply take the 8th element of the **Virahanka** sequence: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

Thus, there are 34 rhythms having 8 beats.

Write the next number in the sequence, after 55.

We have seen that the next number in the sequence is given by adding the two previous numbers. Check that this holds true for the numbers given above. The next number is 34 + 55 = 89.

AP SCERT

6 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି ତାଳ ଅଛି ଜାଣିବା ପାଇଁ 5 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳ ଓ 4 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି 8 + 5 = 13 ହେବ, ତେଣୁ 6 ମାତ୍ରାର 13 ଟି ତାଳ ଥାଏ ।

? 6 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ସମସ୍ତ ତାଳକୁ ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ଢଙ୍ଗରେ 1 ଓ 2 ର ଯୋଗଫଳ ରୂପେ ଯଥା ସମ୍ଭବ ଉପାୟରେ ଲେଖ । ତୁମେ ସମସ୍ତ 13 ଟି ଉପାୟରେ ଲେଖିପାରିଲ କି ?

ସମଗ୍ର ବିଶ୍ୱ ମଧ୍ୟରେ କ୍ଷୁଦ୍ର ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ ଥିବା ସମସ୍ତ ସଙ୍ଗୀତରେ ତାଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟର କୌଶଳ 700 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ପ୍ରାକୃତ ଭାଷାବିତ୍ ବିରାହଙ୍କ ପ୍ରଥମେ ଆବିଷ୍କାର କରିଥିଲେ । ତେଣୁ 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . . ଅନୁକ୍ରମକୁ ବିରାହଙ୍କ ନାମ ଅନୁସାରେ **'ବିରାହଙ୍କ ଅନୁକ୍ରମ'** ଓ ଏହି ଅନୁକ୍ରମରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **'ବିରାହଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା'** କୁହାଯାଏ । ଇତିହାସରେ ପ୍ରଥମ ଜଣାଶୁଣା ବ୍ୟକ୍ତି ଭାବରେ ବିରାହଙ୍କ ଏହି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଶ୍ରେଣୀ ଉପରେ ଆଲୋଚନା ପର୍ଯ୍ୟାଲୋଚନା କରିଥିଲେ । ଏହି ଅନୁକ୍ରମ ଗଠନ ନିମନ୍ତେ ବିଧିବଦ୍ଧ ନିୟମ ଲେଖିଥିଲେ । ବିରାହଙ୍କ ପରି ଅନ୍ୟ କେତେକ ଭାରତୀୟ ପଣ୍ଡିତ ସଙ୍ଗୀତ ଅଧ୍ୟୟନରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାନୁକ୍ରମ ଉପରେ ଗବେଷଣା କରିଥିବାର ଜଣାଯାଏ । ଏପରିକି **ବିରାହଙ୍କ** ପ୍ରାଚୀନ ସଂସ୍କୃତ ପଣ୍ଡିତ ପିଙ୍ଗଳଙ୍କ (ପ୍ରାୟ 300 ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବରେ ଜନ୍ମ) ଗବେଷଣା ଦ୍ୱାରା ଅନୁପ୍ରେରିତ ହୋଇଥିବାର ଜଣାଯାଏ । ବିରାହଙ୍କ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଗୋପାଳ (ପ୍ରାୟ 1135 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ଏବଂ ହେମଚନ୍ଦ୍ର (ପ୍ରାୟ 1150 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମରେ ବ୍ୟବହାର ଓ ଗବେଷଣା କରିଥିବାର ପ୍ରମାଣ ମିଳେ ।

ପାଶ୍ଚାତ୍ୟ ଦେଶରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ ଇଟାଲୀ ଦେଶର ଗାଣିତିକ **ଫିବୋନାସି**ଙ୍କ ନାମ ଅନୁସାରେ **ଫିବୋନାସି ସଂଖ୍ୟା** ଭାବେ ପରିଚିତ । ଫିବୋନାସି ପ୍ରାୟ 1202 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ସେମାନଙ୍କ ବିଷୟରେ ଲେଖିଥିଲେ, ଯାହା ବିରହାଙ୍କ 500 ବର୍ଷପରେ । ଏଣୁ ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ ବ୍ୟବହାର କରିବାରେ ଫିବୋନାସି ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ ବା ତୃତୀୟ ବ୍ୟକ୍ତି ନୁହଁନ୍ତି । ତେବେ କେତେକ ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମକୁ **'ବିରାହଙ୍କ–ଫିବୋନାସି ସଂଖ୍ୟା'** କହନ୍ତି ।

ତେଣୁ କ୍ଷୁଦ୍ର ଓ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ ଥିବା ପଦରେ 8 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି ତାଳ ଅଛି ଜାଣିବା ପାଇଁ ବିରାହଙ୍କ ଅନୁକ୍ରମର 8ମ ପଦଟିକୁ ନେଇପାରିବା ।

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... ଯେହେତୁ ବିରାହଙ୍କ ଅନୁକ୍ରମର ଅଷ୍ଟମ ପଦଟି 34 ଏଣୁ କ୍ଷୁଦ୍ର ଓ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ ଯୁକ୍ତ ପଦରେ 8 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା 34 ହେବ ।

ଅନୁକ୍ରମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଟି ତା'ର ଠିକ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ ସହ ସମାନ ହେବ । ପରବର୍ତ୍ତୀ ପଦର ସଂଖ୍ୟାଟି 34 + 55 = 89

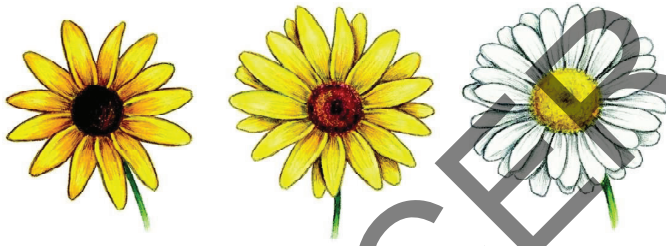
AP SCERT

Write the next 3 numbers in the sequence:
1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 , 55, 89, _____, _____, _____, ...
If you have to write one more number in the sequence above, can you tell whether it will be an odd number or an even number (without adding the two previous numbers)?

What is the parity of each number in the sequence? Do you notice any pattern in the sequence of parities?

Today, the **Virahanka-Fibonacci** numbers form the basis of many mathematical and artistic theories, from poetry to drumming, to visual arts and architecture, to science. Perhaps the most stunning occurrences of these numbers are in nature. For example, the number of petals on a daisy is generally a **Virahanka** number.

How many petals do you see on each of these flowers?



A daisy with 13 petals *A daisy with 21 petals* *A daisy with 34 petals*

There are many other remarkable mathematical properties of the **Virahanka-Fibonacci numbers** that we will see later, in mathematics as well as in other subjects.

These numbers truly exemplify the close connections between Art, Science, and Mathematics.



6.5 Digits in Disguise

You have done arithmetic operations with numbers. How about doing the same with letters?

In the calculations below, digits are replaced by letters. Each letter stands for a particular digit (0 - 9). You have to figure out which digit each letter stands for.

$$\begin{array}{r} T \\ T \\ +\ T \\ \hline U\ T \\ \hline \end{array}$$

APSCERT

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅନୁକ୍ରମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, _____, _____, _____, ...

ଏହି ଅନୁକ୍ରମରେ 89 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଟି ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ହେବ (ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ ନକରି) କହିପାରିବ କି ?

? ଏହି ଅନୁକ୍ରମରେ ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ ନିରୂପଣ କରିବାର ଉପାୟ କ'ଣ ହୋଇପାରିବ ?ଏହି ଅନୁକ୍ରମ ଲେଖିବାର ସଂରଚନା କ'ଣ ହୋଇପାରେ ?

ଏହାକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ । ଆଜିକାଲି ବିରାହଙ୍କ – ଫିବୋନାସି ସଂଖ୍ୟା ସଙ୍ଗୀତ ବିଦ୍ୟାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଚିତ୍ରକଳା, ଦୃଶ୍ୟକଳା, ବିଜ୍ଞାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅନେକ ଗାଣିତିକ ଓ କଳାତ୍ମକ ତତ୍ତ୍ୱର ଆଧାର ହୋଇଅଛି । ବୋଧହୁଏ ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ଉତ୍ପତ୍ତି ପ୍ରକୃତିରୁ ହିଁ ହୋଇଅଛି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଡେଜି ଫୁଲର ପାଖୁଡ଼ା ସଂଖ୍ୟା ଏକ **ବିରାହଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ।**

ଏହି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଡେଜି ଫୁଲରେ କେତୋଟି ପାଖୁଡ଼ା ଅଛି ।



13 ଟି ପାଖୁଡ଼ା

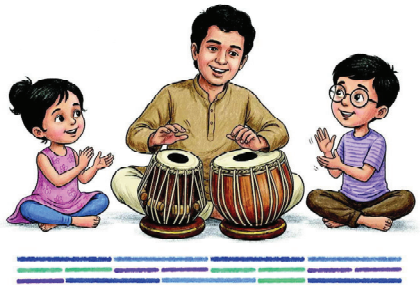


21 ଟି ପାଖୁଡ଼ା



34 ଟି ପାଖୁଡ଼ା

ବିରାହଙ୍କ–ଫିବୋନାସି ସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଉଲ୍ଲେଖନୀୟ ଗାଣିତିକ ଧର୍ମ ବିଷୟରେ ଆମେ ଉଚ୍ଚତର ଗଣିତ ଓ ଅନ୍ୟ ବିଷୟରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ପଢ଼ିବା ।



ବାସ୍ତବରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କଳା, ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଗଣିତ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଘନିଷ୍ଠତାକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଏକ ଉଦାହରଣ ।

6.5 ଗୁପ୍ତ ସଂଖ୍ୟା

ତୁମେ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା କରିଅଛ । ସେହି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ ଅକ୍ଷରକୁ ନେଇ କରିବା ।

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ ଅକ୍ଷର ଦିଆଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅକ୍ଷର 0 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକ ଅଙ୍କକୁ ସୂଚାଉଛି । ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅକ୍ଷର କେଉଁ କେଉଁ ଅଙ୍କ ବଦଳରେ ଲେଖାଯାଇଛି ଜାଣିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

$$\begin{array}{r} T \\ T \\ +\,T \\ \hline U\,T \\ \hline \end{array}$$

AP SCERT

Here, we have a one-digit number that, when added to itself twice, gives a 2-digit sum. The units digit of the sum is the same as the single digit being added.

What could U and T be? Can T be 2? Can it be 3?

Once you explore, you will see that T = 5 and UT = 15.

Let us look at one more example shown on the right. Here K2 means that the number is a 2-digit number having the digit '2' in the units place and 'K' in the tens place. K2 is added to itself to give a 3-digit sum HMM. What digit should the letter M correspond to? Both the tens place and the units place of the sum have the same digit.

$$\begin{array}{r} K2 \\ +\ K2 \\ \hline HMM \end{array}$$

What about H? Can it be 2? Can it be 3?

These types of questions can be interesting and fun to solve! Here are some more questions like this for you to try out. Find out what each letter stands for.

Share how you thought about each question with your classmates; you may find some new approaches.

$$\begin{array}{r} YY \\ +Z \\ \hline ZOO \end{array} \qquad \begin{array}{r} B5 \\ +3D \\ \hline ED5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} KP \\ +\ KP \\ \hline PRR \end{array} \qquad \begin{array}{r} C1 \\ +\ C \\ \hline 1FF \end{array}$$

These types of questions are called 'cryptarithms' or 'alphametics'.



Figure it Out - 6.5

1. A light bulb is ON. Swathi toggles its switch 77 times. Will the bulb be on or off? Why?
2. Sarala has a large old encyclopaedia. When she opened it, several loose pages fell out of it. She counted 50 sheets in total, each printed on both sides. Can the sum of the page numbers of the loose sheets be 6000? Why or why not?

APSCERT

ଏଠାରେ ଆମ ପାଖରେ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଥର ଯୋଗ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଏକ ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ମିଳୁଛି । ଏହି ଯୋଗଫଳର ଏକକ ଅଙ୍କଟି ଯୋଗ ହେବାକୁ ଦିଆଯାଇଥିବା ଏକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ।

ଏଠାରେ U ଏବଂ T ର ମୂଲ୍ୟ କ'ଣ ହୋଇପାରେ ? T ର ମୂଲ୍ୟ 2 କିମ୍ବା 3 ହୋଇପାରେ କି ? T ର ମୂଲ୍ୟକୁ ଭଲଭାବେ ଅନ୍ୱେଷଣ କଲେ T = 5 ଓ UT = 15 ହେବ ବୋଲି ଜାଣିବା ।

(**ସୂଚନା:** ଏଠାରେ T + T + T = UT ଏହି ପ୍ରହେଳିକା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।)

ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏଠାରେ K2 ଏକ ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ସ୍ଥାନରେ ଏକକ ଅଙ୍କଟି 2 ଏବଂ K ଦଶକ ସ୍ଥାନରେ ଅଛି ।

$$\begin{array}{r} K2 \\ +\ K2 \\ \hline HMM \end{array}$$

'2' ନିଜ ସହ ମିଶିବା ପରେ ଯୋଗଫଳ ଏକ ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା 'HMM' ହେଉଛି । 'M' ଅକ୍ଷରଟି କେଉଁ ଅଙ୍କ ବଦଳରେ ଲେଖାଯାଇଛି ? ଯୋଗଫଳର ଉଭୟ ଦଶକ ଓ ଏକକ ଅଙ୍କ ସମାନ ଅଛି ।

'H' କେଉଁ ଅଙ୍କ ବଦଳରେ ଲେଖାଯାଇଛି ?ଏହି ଅଙ୍କଟି 2 କିମ୍ବା 3 ହୋଇପାରେ କି ?

ଏହି ପ୍ରକାର ପ୍ରଶ୍ନ ବହୁତ ମଜାଦାର ଏବଂ ସମାଧାନ କରିବା କୌତୂହଳ ପ୍ରଦ । ଏଠାରେ ସେହି ପ୍ରକାରର ଆଉ କିଛି ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର କେଉଁ କେଉଁ ଅଙ୍କ ପାଇଁ ଲେଖାଯାଇଛି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ ବିଷୟରେ ତୁମେ କଣ ଭାବୁଛ ତୁମ ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହିତ ଆଲୋଚନା କର । ତୁମେ ହୁଏତ କିଛି ନୂଆ ପନ୍ଥା ପାଇପାର ।

$$\begin{array}{r} YY \\ +Z \\ \hline ZOO \end{array} \qquad \begin{array}{r} B5 \\ +3D \\ \hline ED5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} KP \\ +\ KP \\ \hline PRR \end{array} \qquad \begin{array}{r} C1 \\ +\ C \\ \hline 1FF \end{array}$$

ଏହି ପ୍ରକାର ପ୍ରଶ୍ନକୁ 'ଗୁପ୍ତଲିଖନ'('cryptarithms/alphametics')ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରଶ୍ନ କୁହାଯାଏ ।

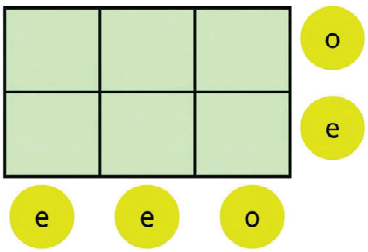


ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 6.5

1. ଏକ ବିଦ୍ୟୁତ୍ ବତୀ ଜଳିବା ଅବସ୍ଥାରେ 'ON' ଅଛି । ସ୍ୱାତୀ ଏହାର ସୁଇଚ୍‌କୁ 77 ଥର ଦବାଇଲା । ତାହା ଜଳିବା ଅବସ୍ଥାରେ ('ON') କିମ୍ବା ଲିଭିବା ଅବସ୍ଥାରେ ('OFF')ରେ ରହିବ ? କାରଣ କ'ଣ ?
2. ସାରଳା ପାଖରେ ଏକ ପୁରୁଣା ଜ୍ଞାନ ମଣ୍ଡଳ (encyclopaedia)ଥିଲା । ସେ ଯେତେବେଳେ ଏହି ବହିଟିକୁ ଖୋଲିଲା, ସେଥିରୁ କେତେକ ଫର୍ଦ୍ଦ କାଗଜ (କ୍ରମରେ ନୁହେଁ) ଖସିପଡ଼ିଲା । ଗଣିବାରୁ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଲେଖାଥିବା 50 ଫର୍ଦ୍ଦ ଖସିପଡ଼ିଥିବା ଜଣାଗଲା । ପୃଷ୍ଠାଙ୍କ ମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 6000 ହେବ କି ? ହଁ ବା ନା କାରଣ ସହ ଦର୍ଶାଅ ।

AP SCERT

3. Here is a 2 × 3 grid. For each row and column, the parity of the sum is written in the circle; 'e' for even and 'o' for odd. Fill the 6 boxes with 3 odd numbers ('o') and 3 even numbers ('e') to satisfy the parity of the row and column sums.

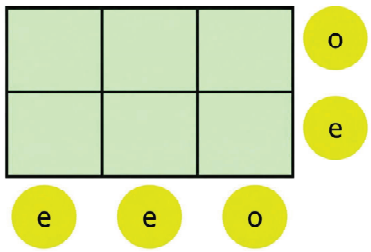


4. Make a 3 × 3 magic square with 0 as the magic sum. All numbers can not be zero. Use negative numbers, as needed.
5. Fill in the following blanks with 'odd' or 'even':
   (a) Sum of an odd number of even numbers is _____
   (b) Sum of an even number of odd numbers is _____
   (c) Sum of an even number of even numbers is _____
   (d) Sum of an odd number of odd numbers is _____
6. What is the parity of the sum of the numbers from 1 to 100?
7. Two consecutive numbers in the Virahanka sequence are 987 and 1597. What are the next 2 numbers in the sequence? What are the previous 2 numbers in the sequence?
8. Chakravarthi wants to climb an 8-step staircase. His playful rule is that he can take either 1 step or 2 steps at a time. For example, one of his paths is 1, 2, 2, 1, 2. In how many different ways can he reach the top?
9. What is the parity of the 20th term of the Virah??ka sequence?
10. Identify the statements that are true.
    (a) The expression 4m - 1 always gives odd numbers.
    (b) All even numbers can be expressed as 6j - 4.
    (c) Both expressions 2p + 1 and 2q - 1 describe all odd numbers.
    (d) The expression 2f + 3 gives both even and odd numbers.
11. Solve this cryptarithm:

$$\begin{array}{r} UT \\ +\ TA \\ \hline TAT \end{array}$$

AP SCERT

3. ଏଠାରେ 2 × 3 ଗ୍ରୀଡ୍ ଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ି ଓ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଗୁପ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ଯୁଗ୍ମ ('e') ବା, ଅଯୁଗ୍ମ ('o') ବୃତ୍ତରେ ଦର୍ଶାଇ ଦିଆଯାଇଛି । 6 ଟି କୋଠରିରେ 3 ଟି ଯୁଗ୍ମ ଓ 3 ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଏପରି ଲେଖ ଯେପରିକି ଧାଡ଼ି ଓ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ବୃତ୍ତରେ ଲେଖାଥିବା ସର୍ତ୍ତକୁ ପୂରଣ କରିବ ।



4. ଏକ 3 × 3 କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ କର ଯେଉଁଥିରେ କୁହୁକ ରାଶିର ସମଷ୍ଟି 0 (ଶୂନ) ହେବ । କୋଠରିର ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା 0 (ଶୂନ) ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ । (ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କର ।)

5. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନକୁ ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପୂରଣ କର ।

   (a) ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି _____

   (b) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି _____

   (c) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି _____

   (d) ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି _____

6. 1 ରୁ 100 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ହେବ ?

7. ବିରାହଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମରେ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା 987 ଓ 1597 । ତେବେ ଅନୁକ୍ରମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ । ସେହିପରି ଅନୁକ୍ରମର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟ ଲେଖ ।

8. ଚକ୍ରବର୍ତ୍ତୀ ଆଠ ପାହାଚ ବିଶିଷ୍ଟ ସିଡ଼ି ଚଢ଼ିବାକୁ ଗଲା । ତା'ର ଚଢ଼ିବାର ନିୟମ ହେଲା, ସେ ଥରକରେ ଗୋଟିଏ ପାହାଚ ବା ଦୁଇଟି ପାହାଚ ଚଢ଼ିପାରିବ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ: ସେ 1, 2, 2, 1, 2. ଶୈଳୀରେ ଚଢ଼ିଲା । ତେବେ ସେ କେତୋଟି ଉପାୟରେ ସିଡ଼ିଟିକୁ ଚଢ଼ିପାରିବ ?

9. ବିରାହଙ୍କ ଅନୁକ୍ରମର 20ତମ ପଦଟି ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ କୁହ ?

10. ନିମ୍ନ ଲିଖିତ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ ହେବ ଚିହ୍ନଟ କର ।

   (a) mର ଯେକୌଣସି ମାନ ପାଇଁ 4m – 1 ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ସର୍ବଦା ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିବ ।

   (b) ସମସ୍ତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ 6j – 4 ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

   (c) ଉଭୟ ପରିପ୍ରକାଶ 2p + 1 ଓ 2q – 1 ସମସ୍ତ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ ।

   (d) 2f + 3 ପରିପ୍ରକାଶଟି ଉଭୟ ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

11. ଏହି ଗୁପ୍ତଲେଖ ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ସମାଧାନ କର ।

$$\begin{array}{r} UT \\ +\ TA \\ \hline TAT \\ \hline \end{array}$$

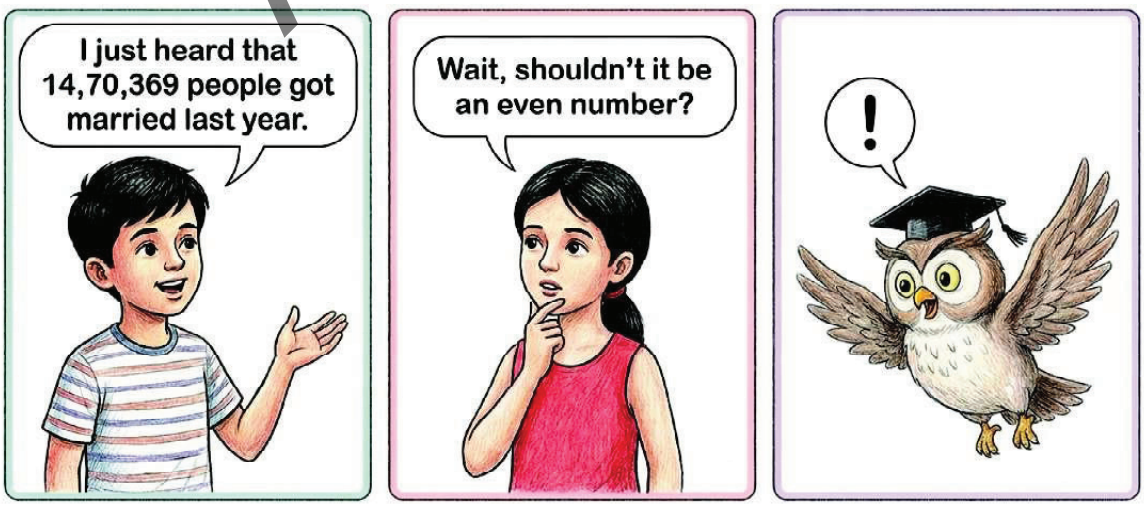
AP SCERT

SUMMARY

In this chapter, we have explored the following:

- In the first activity, we saw how to represent information about how a sequence of numbers (e.g., height measures) is arranged without knowing the actual numbers.
- We learnt the notion of parity — numbers that can be arranged in pairs (even numbers) and numbers that cannot be arranged in pairs (odd numbers).
- We learnt how to determine the parity of sums and products.
- While exploring sums in grids, we could determine whether filling a grid is impossible by looking at the row and column sums. We extended this to construct magic squares.
- We saw how Virahanka numbers were first discovered in history through the Arts. The Virahan7ka sequence is 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...
- We became math-detectives through cryptarithms, where digits are replaced by letters.

AP SCERT



ସାରାଂଶ

ଆମେ ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ ଆଲୋଚନା କରିଅଛେ ।

- ପ୍ରଥମ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ନଜାଣି ମଧ୍ୟ କିପରି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ (ଯଥା ଉଚ୍ଚତା, ମାପ...) ବିବରଣୀକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯାଇପାରିବ ।
- ଆମେ ଯୁଗ୍ମତା/ପାରିଟି(ଯୋଡ଼, ବେଯୋଡ଼)ର ଧାରଣା ପାଇଲୁ । ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ସଜାଇପାରିବା ତାହା ଯୁଗ୍ମ ଯାହାକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ସଜାଇ ପାରିବା ନାହିଁ ତାହା ଅଯୁଗ୍ମ ।
- ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ନ କରି ଆମେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ବା ଗୁଣଫଳ ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ହେବ ଶିଖିଲୁ ।
- ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଯୋଗଫଳ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା ସମୟରେ ଆମେ ଧାଡ଼ି ଓ ସ୍ତମ୍ଭର କେବଳ ଯୋଗଫଳକୁ ଦେଖି ଏକ ଗ୍ରୀଡ୍ ପୂରଣ କରିବା ସମ୍ଭବ ହେବ କି ନାହିଁ ଜାଣିପାରିଲୁ । ଆମେ ଏଥିରୁ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରୟାସ କରିଲୁ ।
- ଆମେ ଦେଖିଲୁ ପ୍ରାଚୀନ କାଳରେ କିପରି ପ୍ରଥମେ କଳାଶିକ୍ଷା ମାଧ୍ୟମରେ ଇତିହାସରେ ବିରାହଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଆବିଷ୍କୃତ ହୋଇଥିଲା । ବିରାହଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ ହେଉଛି 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... ।
- ଗୁପ୍ତଲେଖ ପ୍ରଶ୍ନ ମାଧ୍ୟମରେ (ଯେଉଁଠି ସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ ଅକ୍ଷରମାନ ଲେଖାଯାଇଥାଏ) ଆମେ ଗଣିତ ଗୁପ୍ତଚର ପାଲଟିଗଲୁ ।

AP SCERT



7 A TALE OF THREE INTERSECTING LINES

J9F8F2

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Understand the properties of triangles and construct an equilateral triangle using a compass and ruler.
- Construct triangles using given conditions such as SSS, SAS, and ASA.
- Understand and verify the Triangle Inequality Property through activities and examples.
- Visualise triangle construction using circles and geometric tools like a compass and ruler.
- Identify and construct altitudes in different types of triangles through **hands-on activities.**
- Classify triangles based on sides and angles and relate them to real-life shapes.

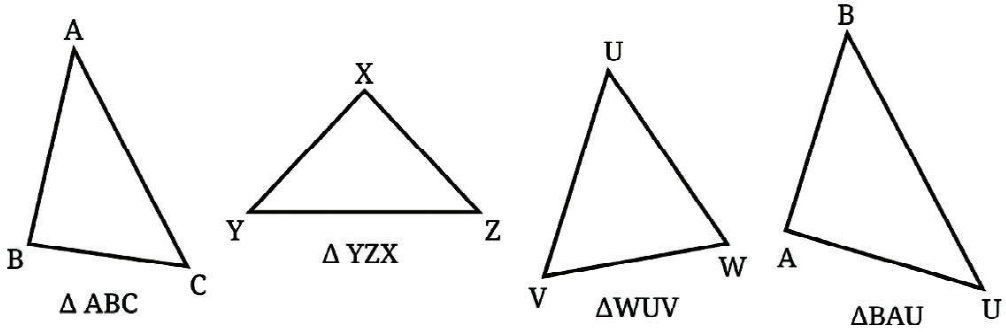
AP SCERT

7.0 Introduction

A triangle is the most basic closed shape. As we knew that, it consists of:

- three corner points, that we call the vertex of the triangle, and
- three line segments or the sides of the triangle that join the pairs of vertices.

Triangles come in various shapes. Some of them are shown below.



7 ତିନୋଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ସରଳରେଖାର କଥା

X9L1M8

ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ :

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଏହା କରିପାରିବେ:

- ତ୍ରିଭୁଜର ଗୁଣଧର୍ମ ଗୁଡ଼ିକ ବୁଝିବା ଏବଂ କମ୍ପାସ୍ ଓ ରୁଲର୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ।
- ପ୍ରଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତ ଗୁଡ଼ିକ ଯଥା, ବା.ବା.ବା., ବା.କୋ.ବା. ଏବଂ କୋ.ବା.କୋ. ବ୍ୟବହାର କରି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ।
- ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ ଏବଂ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ଗୁଣଧର୍ମ ବୁଝିବା ଏବଂ ପ୍ରମାଣ କରିବା ।
- ବୃତ୍ତଲେଖନୀ ଏବଂ ଜ୍ୟାମିତିକ ଯନ୍ତ୍ରପାତି ଯଥା କମ୍ପାସ୍ ଏବଂ ରୁଲର୍ ବ୍ୟବହାର କରି ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନକୁ ଦୃଶ୍ୟମାନ କରିବା ।
- ହାତକଳା କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ (hands-on activities) ମାଧ୍ୟମରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜରେ ଲମ୍ବଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ନିର୍ମାଣ କର।
- ବାହୁ ଏବଂ କୋଣକୁ ଆଧାର କରି ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକୁ ଶ୍ରେଣୀଭୁକ୍ତ କରିବା ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ଆକୃତି–ଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ସମ୍ପର୍କିତ କରିବା ।

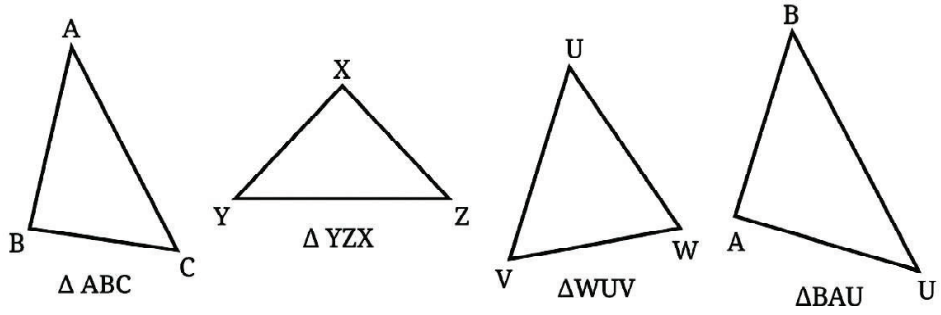
AP SCERT

4.0 ଉପକ୍ରମ

ତ୍ରିଭୁଜ ଏକ ମୌଳିକ ସରଳରେଖିକ ଆବଦ୍ଧ ଆକୃତି ଅଟେ । ଏଗୁଡ଼ିକ,

- ତିନୋଟି କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ ଯାହାକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ ଏବଂ
- ତିନୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ବା ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ଯାହା ତିନୋଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁକୁ ପରସ୍ପର ସହିତ ଯୋଗ କରେ ।

ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତିର ତ୍ରିଭୁଜ ଅଛି । ସେଥିମଧ୍ୟରୁ କେତେକ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଅଛି ।



Observe the symbol used to denote a triangle and how the triangles are named using their vertices. While naming a triangle, the vertices can come in any order.

The three sides meeting at the corners give rise to three angles that we call the angles of the triangle. For example, in ΔABC, these angles are $\angle CAB$, $\angle ABC$, $\angle BCA$, which we simply denote as $\angle A$, $\angle B$ and $\angle C$, respectively.

? What happens when the three vertices lie on a straight line?

? **Triangles Around Us**

Triangles are everywhere around us in daily life. Here are some clear real-life examples of triangle shapes:

1. Many mountains look like triangles.

   Example: Mount Fuji
2. Most house roofs are triangular to allow rainwater to flow down easily.
3. Warning signs are often triangular in shape.

   Example: Road warning sign boards in India
4. A set square used in mathematics is a perfect triangle.
5. The sides of the Eiffel Tower form triangular shapes for strength.
6. Boat sails are often triangular to catch wind properly.



7. Many bridges use triangular designs for strength.

   Example: Howrah Bridge

AP SCERT

ତ୍ରିଭୁଜକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜର ନାମକରଣ ପାଇଁ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର ମିଶ୍ରିତ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ ତାହା ଆମେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିବା । ତ୍ରିଭୁଜର ନାମକରଣ କରିବା ସମୟରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଆସିପାରେ ।

ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କରେ ମିଳିତ ହୋଇ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି କୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ΔABC ର କୋଣଗୁଡ଼ିକ $\angle CAB$, $\angle ABC$, $\angle BCA$, ଯାହାକୁ ଆମେ ସଂକ୍ଷେପରେ ଯଥାକ୍ରମେ $\angle A$, $\angle B$ ଏବଂ $\angle C$, ବୋଲି ଲେଖିଥାଉ ।

(?) ଯେତେବେଳେ ତିନୋଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଏକ ସରଳ ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ହେବେ ସେତେବେଳେ କ'ଣ ହେବ ?

(?) ଆମ ଚାରିପାଖରେ ଥିବା ତ୍ରିଭୁଜ

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଆମ ଚାରିପାଖରେ ସବୁଠାରେ ତ୍ରିଭୁଜ ଦେଖିବାକୁ ମିଳେ । କେତେକ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତିର ସ୍ପଷ୍ଟ ବାସ୍ତବ ଉଦାହରଣ ଏଠାରେ ଦିଆଗଲା:

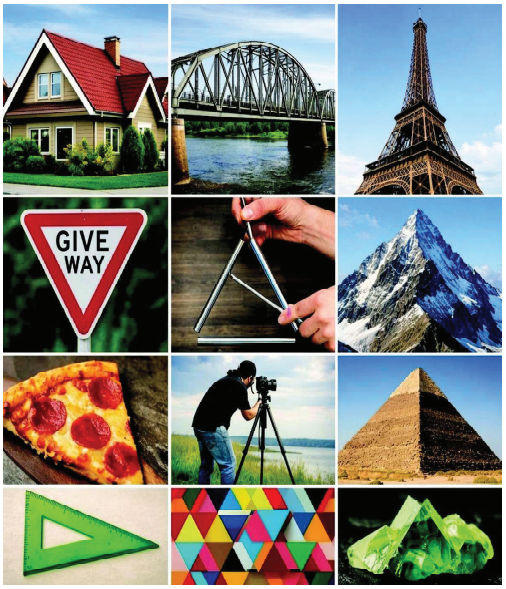
1. ଅନେକ ପର୍ବତ ତ୍ରିଭୁଜ ପରି ଦେଖାଯାଏ ।

   ଉଦାହରଣ: ମାଉଣ୍ଟ ଫୁଜି

2. ବର୍ଷାଜଳ ସହଜରେ ତଳକୁ ବହିଯିବା ପାଇଁ ଅଧିକାଂଶ ଘରର ଛାତ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତିର ହୋଇଥାଏ ।

3. ସତର୍କ ସୂଚନା ବୋର୍ଡ୍‌ଗୁଡିକ ପ୍ରାୟତଃ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ହୋଇଥାଏ

   ଉଦାହରଣ: ଭାରତରେ ଥିବା ରାସ୍ତାକଡର ସଡ଼କ ସୂଚନା ବୋର୍ଡ୍ ଗୁଡ଼ିକ ।



4. ଗଣିତରେ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିବା ''ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର'' ଏକ ସଠିକ୍ ତ୍ରିଭୁଜ ।

5. ଇଫିଲ ଟାୱାର(Eiffel Tower)ର ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡିକ ମଜଭୂତ ରହିବା ପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ହୋଇଛି ।

6. ପବନକୁ ଠିକ୍ ଭାବରେ ଧରିବା ପାଇଁ ଡଙ୍ଗାର ପାଲଗୁଡିକ ପ୍ରାୟତଃ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ହୋଇଥାଏ ।

7. ଅନେକ ପୋଲ ମଜବୁତ ରହିବା ପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତିର ଡିଜାଇନ ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି ।

   ଉଦାହରଣ: ହାଓଡ଼ା ବ୍ରିଜ (Howrah Bridge)

AP SCERT

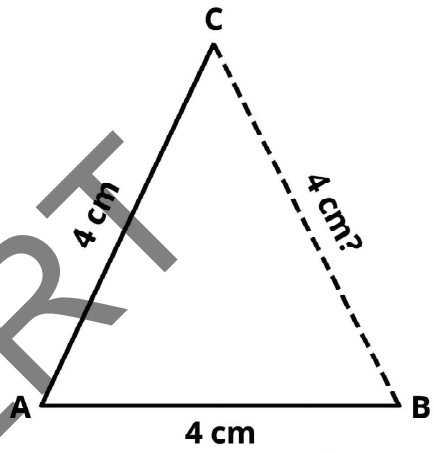
7.1 Equilateral Triangles

Among all the triangles, the equilateral triangles are the most symmetric ones. These are triangles in which all the sides are of equal lengths. Let us try to constructing them.

How do you construct this triangle and what tools do you use?

Can this construction be done only using a marked ruler (and a pencil)?

Constructing this triangle using just a ruler is certainly possible. But this might require several trials. Say we draw the base-let us call it AB-of length 4 cm (see the figure below), and mark the third point C using a ruler such that AC = 4cm. This may not lead to BC also having a length of 4 cm. If this happens, we will have to keep making attempts to mark C till we get BC to be 4 cm long.

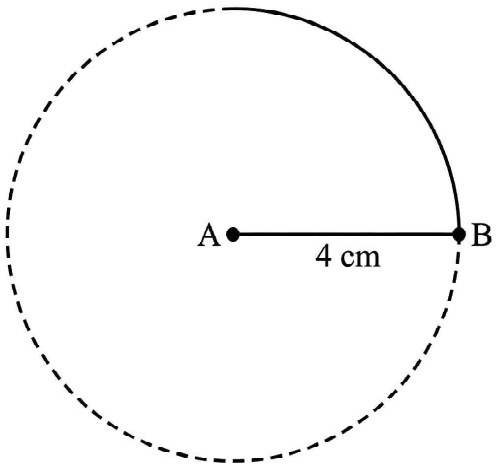


How do we make this construction more efficient?

Recall solving a similar problem in the previous year using a compass (in the Chapter 'Playing with Constructions'). We had to mark the top point of a 'house' which is 5 cm from two other points. The method we used to get that point can also be used here.

After constructing AB = 4cm, we can do the following.

Step 1: Using a compass, construct a sufficiently long arc with radius 4 cm from A, as shown in the figure. The point C is somewhere on this arc. How do we mark it?



APSCERT

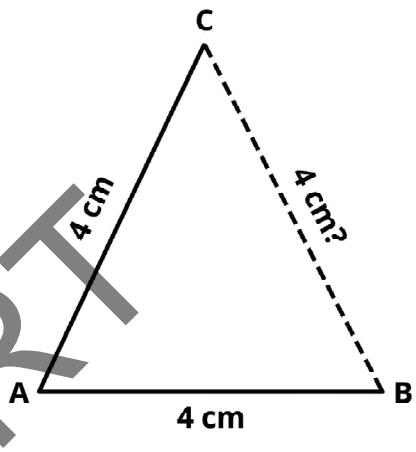
7.1 ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ

ସମସ୍ତ ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜଟି ପ୍ରତିସାମ୍ୟ ଅଟେ ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଅଟେ ଚାଲ, ଆମେ ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

ତୁମେ ଏହି ତ୍ରିଭୁଜଟି କିପରି ଅଙ୍କନ କଲ ଏବଂ କେଉଁ ସାମଗ୍ରୀର ବ୍ୟବହାର କଲ ?

ଏହି ତ୍ରିଭୁଜଟି କେବଳ ସ୍କେଲ ଓ ପେନସିଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ?

ଯଦିଓ ଏହି ତ୍ରିଭୁଜଟି କେବଳ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ, କିନ୍ତୁ ସେଥିପାଇଁ ଏକାଧିକ ବାର ଚେଷ୍ଟା କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ଯଥା : ମନେକର, ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି AB ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ଅଙ୍କନ କରିବା । (ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ) ଏବଂ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରି ତୃତୀୟ ବିନ୍ଦୁ Cକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା, ଯେପରିକି AC = 4 ସେ.ମି. ହେବ । ଏପରି କରିବା ଦ୍ୱାରା BC ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ହୋଇ ନପାରେ । BC ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ପାଇବା ପାଇଁ ଆମକୁ Cର ସ୍ଥାନ ବାରମ୍ବାର ଚିହ୍ନଟ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ, ଯେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ Cବିନ୍ଦୁଟି ଠିକ ଭାବରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନ ହୋଇଛି ।

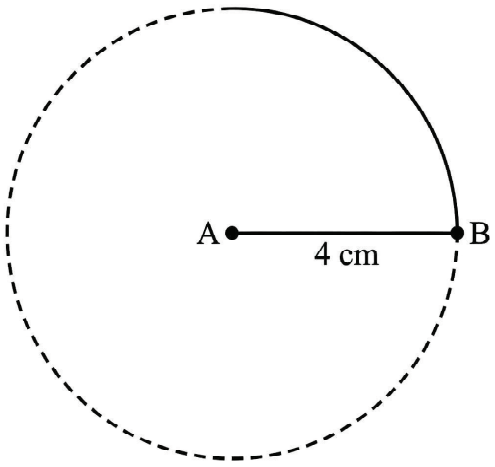


ଆମେ କିପରି ଏହି ଅଙ୍କନଟିକୁ ଠିକ୍ ଭାବରେ ଓ ସହଜରେ କରିପାରିବା ?

ଚାଲ, ଆମେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ କରିଥିବା ଅଙ୍କନର କୌଶଳକୁ ମନେ ପକାଇବା ଏବଂ ଏକ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଅଙ୍କନ ସହ ଖେଳ ଅଧ୍ୟାୟରେ ସମାଧାନ କରିଥିଲେ । ଆମକୁ ଏକ ଘରର ଉପରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥିଲା, ଯାହା ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରୁ 5 ସେ.ମି. ଦୂରତା ଥିଲା । ସେହି କୌଶଳଟି ଅବଲମ୍ବନ କରି ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସରେ ଥିବା କମ୍ପାସ, ସ୍କେଲ୍ ଓ ପେନସିଲକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଅଙ୍କନଟି କରିବା ।

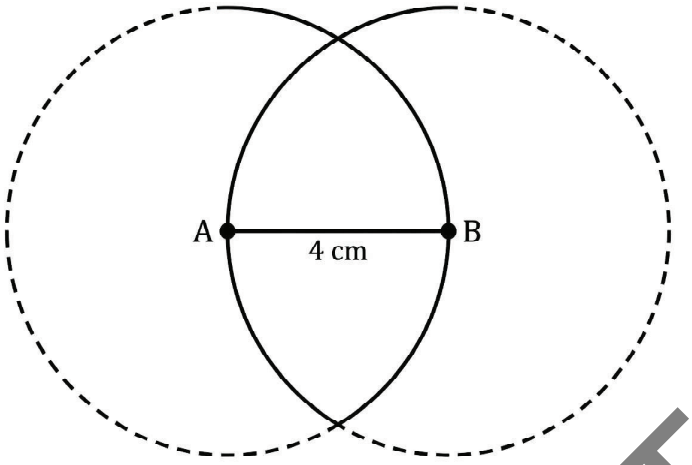
AB = 4 ସେ.ମି. ଅଙ୍କନ କଲାପରେ, ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରିବା :

ସୋପାନ 1: ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି A ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି, AB = 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ବୃତ୍ତ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରିବା । C ବିନ୍ଦୁଟି ଏହି ଚାପ ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁରେ ହୋଇପାରିବ । ଆମେ କିପରି ଏହାକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ?



APSCERT

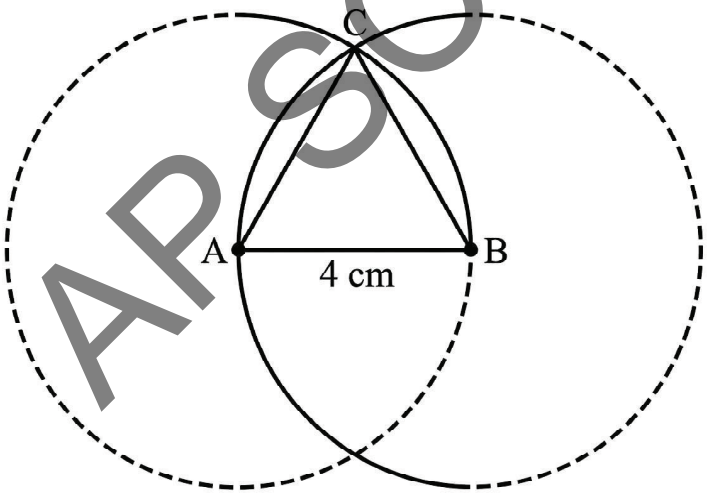
Step 2: Construct another arc with radius 4cm from B.



Let C be the point of intersection of the arcs.

? The construction ensures that both AC and BC are of length 4 cm. Can you see why?

Step 3: Join AC and BC to get the required equilateral triangle.



APSCERT

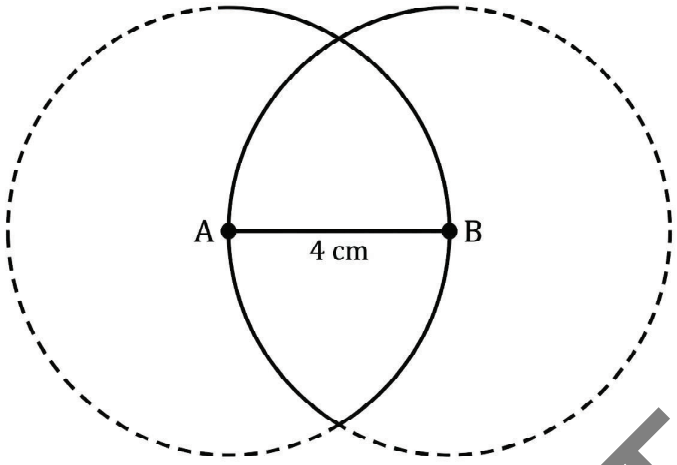
7.2 Constructing a Triangle When its Sides are Given

How do we construct triangles that are not equilateral?

? Construct a triangle of side lengths 4 cm, 5 cm and 6 cm.

As in the previous case, this triangle can also be constructed using just a marked ruler. But it will involve several trials.

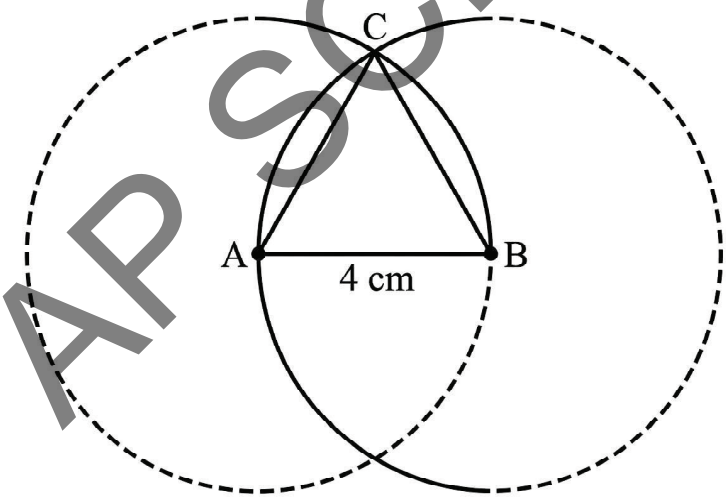
ସୋପାନ 2: B କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃହତ୍ ଚାପ ଅଙ୍କନକର ।



ଚାପଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁଟିକୁ C ନାମରେ ନାମିକ କର ।

(?) ଏହି ଅଙ୍କନଟି ନିଶ୍ଚିତ କରୁଛି ଯେ, ଉଭୟ AC ଓ BC ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ହେବ । କାରଣ କ'ଣ ?

ସୋପାନ 3: AC ଓ BC କୁ ଯୋଗ କଲାପରେ ଆମେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇବ ।



AP SCERT

7.2 ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ

ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ନଥିଲେ ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କିପରି କରିବା ?

(?) ତ୍ରିଭୁଜଟିଏ ଅଙ୍କନକର ଯାହାର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ଏବଂ 6 ସେ.ମି. ।

ପୂର୍ବ ପ୍ରଶ୍ନ ଭଳି ମଧ୍ୟ ଏହି ଅଙ୍କନଟି କେବଳ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକାଧିକ ବାର ଚେଷ୍ଟା କରି କରାଯାଇପାରିବ । କିନ୍ତୁ ଏହି ଅଙ୍କନଟିକୁ ଅଧିକ ଠିକ୍ ଭାବେ କରିବାପାଇଁ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

How do we construct this triangle more efficiently?

Choose one of the given lengths to be the base of the triangle: say 4 cm. Draw the base. Let A and B be the base vertices, and call the third vertex C. Let AC = 5 cm and BC = 6 cm.

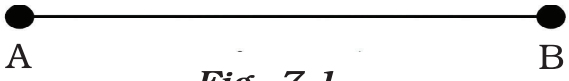


Fig. 7.1

Like we did in the case of equilateral triangles, let us first get all the points that are at a 5 cm distance from A. These points lie on the circle whose centre is A and has radius 5 cm. The point C must lie somewhere on this circle. How do we find it?

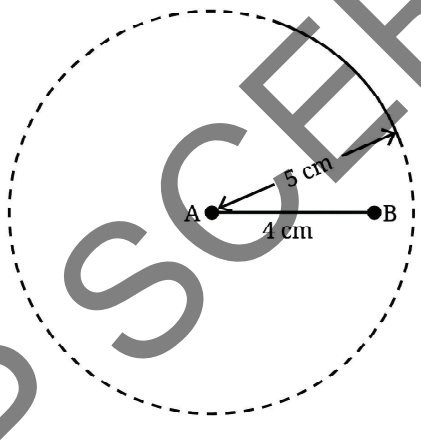


Fig. 7.2

We will make use of the fact that the point C is 6 cm away from B. Construct an arc of radius 6 cm from B.

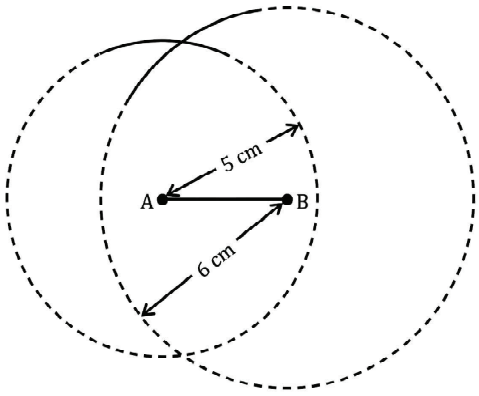


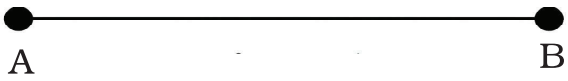
Fig. 7.3

APSCERT

ଏହି ତ୍ରିଭୁଜଟିକୁ ଆମେ କିପରି ଅଧିକ ଦକ୍ଷ ଭାବରେ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ?

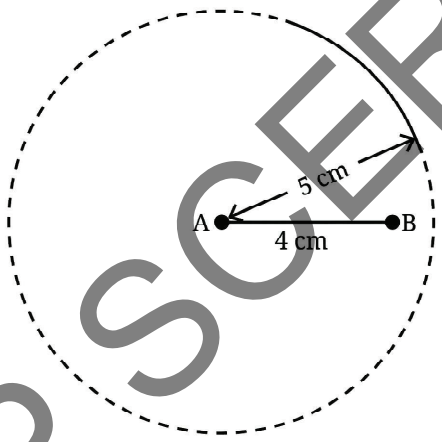
ଦିଆଯାଇଥିବା ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ଧରାଯାଉ (4 ସେ.ମି.)ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଏକବାହୁକୁ ଭୂମି ରୂପେ ନିଆଯାଉ । ଭୂମି ଅଙ୍କନ କର । A ଓ B କୁ ଭୂମିର ଶୀର୍ଷରୂପେ ନେଇ ତୃତୀୟ ଶୀର୍ଷ C ହେଉ ।

AC = 5 ସେ.ମି. ଏବଂ BC = 6 ସେ.ମି. ନିଅ ।



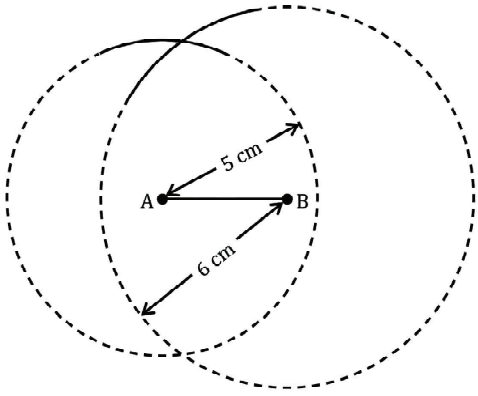
ଚିତ୍ର 7.1

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପୂର୍ବରୁ ଯେପରି ଅଙ୍କନ କରିଥିଲୁ ସେହିପରି A ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 5 ସେ.ମି.ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ A କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଉପାୟରେ ଏକ ବୃହତ୍ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରିବା । C ବିନ୍ଦୁଟି ନିଶ୍ଚୟ ଏହି ଚାପ ଉପରିସ୍ଥ ହେବ, ଏବଂ ଆମେ ଏହାକୁ କିପରି ଚିହ୍ନଟ କରିବା ?



ଚିତ୍ର 7.2

C ବିନ୍ଦୁଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାପାଇଁ ଯାହାକି B ଠାରୁ 6 ସେ.ମି. ହେବ, ସେଥିପାଇଁ ଆମେ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି B କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି 6 ସେ.ମି.ର ଏକ ବୃହତ୍ ଚାପଟିଏ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

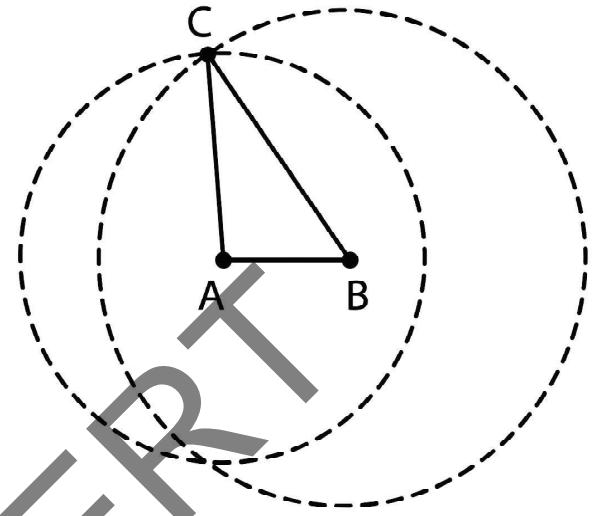


ଚିତ୍ର 7.3

AP SCERT

The required point C is one of the points of intersection of the two circles.

The reason why the point of intersection is the third vertex is the same as for equilateral triangles. This point lies on both the circles. Hence its distance from A is the radius of the circle centred at A (5 cm) and its distance from B is the same as the radius of the circle centred at B (6 cm).



Let us summarise the steps of construction, noting that constructing full circles is not necessary to get the third vertex (see Fig. 7.2 and 7.3).

Step 1: Construct the base AB with one of the side lengths. Let us choose AB = 4 cm (see Fig. 7.1).

Step 2: From A, construct a sufficiently long arc of radius 5 cm (see Fig. 7.2).

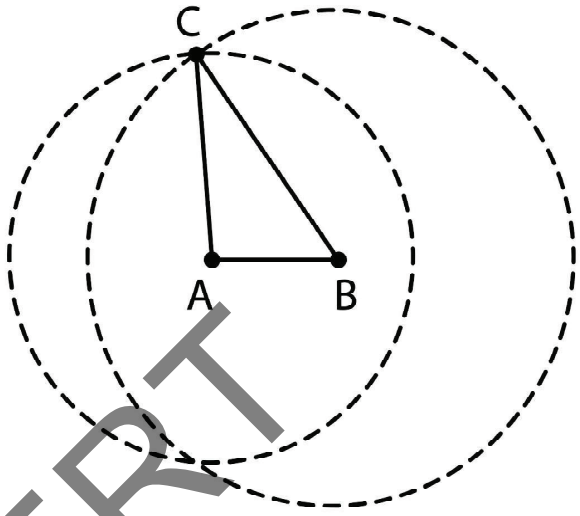
Step 3: From B, construct an arc of radius 6 cm such that it intersects the first arc (see Fig. 7.3).

Step 4: The point where both the arcs meet is the required third vertex C. Join AC and BC to get ΔABC.

AP SCERT

ଦୁଇଟି ଚାପର ଛେଦବିନ୍ଦୁ C ହେଉ । ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯେପରି ଚାପଦ୍ୱୟର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ତୃତୀୟ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ହୋଇଥିଲା, ଏହି ଅଙ୍କନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ସେପରି କି ?

ହଁ, କାରଣ A କେନ୍ଦ୍ରିତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 5 ସେ.ମି. ଏବଂ B କେନ୍ଦ୍ରିତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 6 ସେ.ମି. । ଏହି ଚାପଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ C ଅଟେ, ଯାହା A ଠାରୁ 5 ସେ.ମି. ଏବଂ B ଠାରୁ 6 ସେ.ମି. ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ।



ତୃତୀୟ ବିନ୍ଦୁଟି ପାଇବା ପାଇଁ ଆମକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ନାହିଁ । (ଚିତ୍ର 7.2 ଏବଂ 7.3 ଦେଖ ।)

ସୋପାନ 1: ଯେକୌଣସି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଭୂମିରୂପେ ନିଅ । ମନେକର AB = 4 ସେ.ମି. (ଚିତ୍ର 7.1 ଦେଖ)

ସୋପାନ 2: A ରୁ 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃହତ୍ ଚାପ ଅଙ୍କନକର । (ଚିତ୍ର 7.2 ଦେଖ)

ସୋପାନ 3: ପୁନଶ୍ଚ B କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି 6 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି ଏହା ପୂର୍ବ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ (ଚିତ୍ର7.3 ଦେଖ)

ସୋପାନ 4: ଦୁଇଟି ଚାପର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି ତୃତୀୟ ବିନ୍ଦୁ C । ΔABC ପାଇବା ପାଇଁ AC ଏବଂ BC ଯୋଗକର ।

AP SCERT

Construct

Construct triangles having the following side lengths (all the units are in cm):

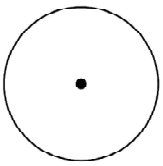
(a) 4, 4, 6 (b) 3, 4, 5 (c) 1, 5, 5

(d) 4, 6, 8 (e) 3.5, 3.5, 3.5

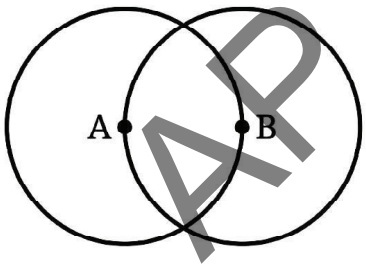
We have seen that triangles having all three equal sides are called equilateral triangles. Those having two equal sides are called isosceles triangles. The side lengths of three sides are different, then the triangle is called scalen triangle.



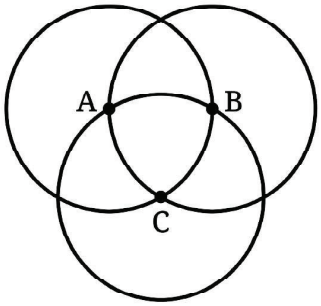
Figure it Out - 7.1



1. Use the points on the circle and/or the centre to form isosceles triangles.
2. Use the points on the circles and/or their centres to form isosceles and equilateral triangles. The circles are of the same size.



A and B are the centres of circles of the same size



A, B, and C are the centres of circles of the same size

AP SCERT

7.2.1 Are Triangles Possible for any Lengths?

Can one construct triangles having any given side lengths? Are there lengths for which it is impossible to construct a triangle? Let us explore this.

Construct a triangle with side lengths 3 cm, 4 cm, and 8 cm. What is happening? Are you able to construct the triangle?

ଅଙ୍କନକର

? ନିମ୍ନୋକ୍ତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (ସେ.ମି.) ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନକର ।

(a) 4, 4, 6 (b) 3, 4, 5 (c) 1, 5, 5

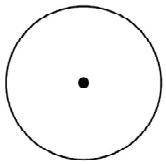
(d) 4, 6, 8 (e) 3.5, 3.5, 3.5

ଆମେ ଜାଣିବାକୁ ପାଇଲୁ ଯେ – ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ତାହାକୁ ''ସମବାହୁ'' ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେ କୌଣସି ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ତାହାକୁ ''ସମଦ୍ୱିବାହୁ'' ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ହୁଏ, ତେବେ ସେହି ତ୍ରିଭୁଜକୁ ''ବିଷମବାହୁ'' ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

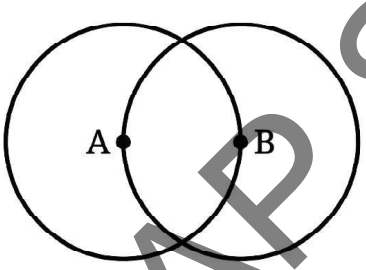


ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.1

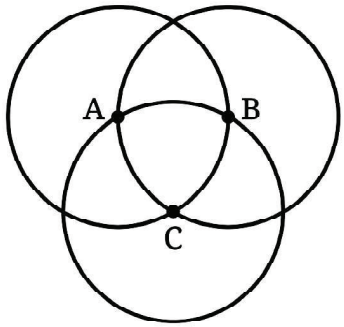
1. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଏବଂ କିମ୍ବା ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।



2. ସମ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ କିମ୍ବା ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରକୁ ନେଇ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । ବୃତ୍ତଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଆକାରର ।



A ଏବଂ B ଦୁଇଟି ସମବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ



A, B ଏବଂ C ସମବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ

AP SCERT

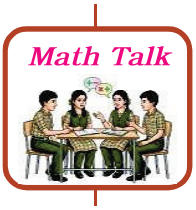
7.2.1 ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟର ତିନିବାହୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ?

କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତିନି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ କି ? ଏହିପରି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯାହାପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ, ଚାଲ ତାହାକୁ ଆମେ ଖୋଜି ବାହାର କରିବା ।

? 3 ସେ.ମି., 4 ସେ.ମି., 7 ସେ.ମି. ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲ ? ତୁମେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାରେ ସକ୍ଷମ ହେଲ କି ?

Here is another set of lengths: 2 cm, 3 cm, and 6 cm. Check if a triangle is possible for these side lengths.

Try to find more sets of lengths for which a triangle construction is impossible. See if you can find any pattern in them.



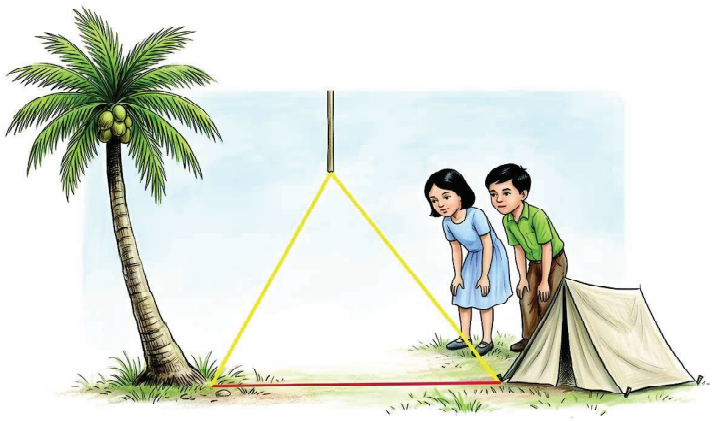
We see that a triangle is possible for some sets of lengths and not possible for others. How do we check if a triangle exists for a given set of lengths? One way is to actually try to construct the triangle and check if it is possible. Is there a more efficient way to check this?

Triangle Inequality

Consider the lengths 10 cm, 15 cm and 30 cm. Does there exist a triangle having these as sidelengths?

To tackle this question, let us study a property of triangles. Imagine a small plot of plain land having a tent, a tree and a pole. Imagine you are at the entrance of the tent and want to go to the tree. Which is the shorter path: (i) the straight-line path to the tree (the red path) or (ii) the straight-line path from the tent to the pole, followed by the straight-line path from the pole to the tree (the yellow path)?

Clearly, the direct straight-line path from the tent to the tree is shorter than the roundabout path via the pole. In fact, the direct straight-line path is the shortest possible path to the tree from the tent.



AP SCERT

? ପୁନଶ୍ଚ 2 ସେ.ମି., 3ସେ.ମି., 6ସେ.ମି. ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା । ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ହେଲା କି ?

? ଚାଲ ଆଉ ସେହିପରି କିଛି ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେବା ଯାହା ଦ୍ୱାରା ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ହେବ ନାହିଁ । ସେହି ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟରେ କିଛି ସମ୍ପର୍କ ପାଇଲ କି ? ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କେତେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ସେଟ୍‌କୁ ନେଇ ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରୁଛି ଓ ଅନ୍ୟ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରୁନାହିଁ । ତାହାହେଲେ ଆମେ କିପରି ଜାଣିବା ଯେ, କେଉଁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟମାନଙ୍କୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ? ସେଥିପାଇଁ କିଛି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କୌଶଳ ଅଛି କି ? ଚାଲ, ଆମେ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ।

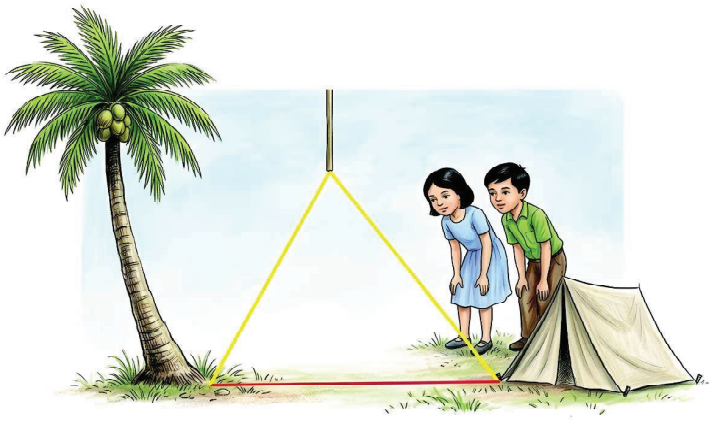


ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା

ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ସେ.ମି., 15 ସେ.ମି. ଏବଂ 30 ସେ.ମି. ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବପର କି ନୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ।

ସେଥିପାଇଁ ଆମକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଧର୍ମ ବିଷୟରେ ଜାଣିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ମନେକର ଏକ ସମତଳ ଭୂମିରେ ଏକ ତମ୍ବୁ, ଗୋଟିଏ ଗଛ ଏବଂ ଏକ ଖୁଣ୍ଟ ଅଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ ତମ୍ବୁର ପ୍ରବେଶ ଦ୍ୱାରରେ ଅଛ ଏବଂ ଗଛ ପାଖକୁ ଯିବାକୁ ଚାହୁଁଛ ଏବଂ ଖୁଣ୍ଟିଟିଏ ଅଛି । ତାହାହେଲେ ତୁମ ପାଇଁ କେଉଁଟି ସର୍ବନିମ୍ନ ଦୂରତା ହେବ ? **(i)** ଗଛ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଳଖ ରାସ୍ତା (ଲାଲ ରଙ୍ଗର ରାସ୍ତା) କିମ୍ବା **(ii)** ତମ୍ବୁ ଠାରୁ ଖୁଣ୍ଟ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଳଖ ରାସ୍ତା ଯାଇ ପୁଣି ସେହିଠାରୁ ଗଛ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ (ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗର ବୁଲାଣି ରାସ୍ତା) ଦେଇ ଯିବା ?

ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ ତମ୍ବୁଠାରୁ ଗଛ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଳଖ ରାସ୍ତାଟି(ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗର ରାସ୍ତା), ଖୁଣ୍ଟଦେଇ ଗଛପାଖକୁ ଯିବା ଦୂରତା ଠାରୁ କମ୍ ଦୂରତା ହେବ । ପ୍ରକୃତରେ ଏହି ସିଧାସଳଖ ରାସ୍ତାଟି ହିଁ ତମ୍ବୁରୁ ଗଛ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ରାସ୍ତା ।

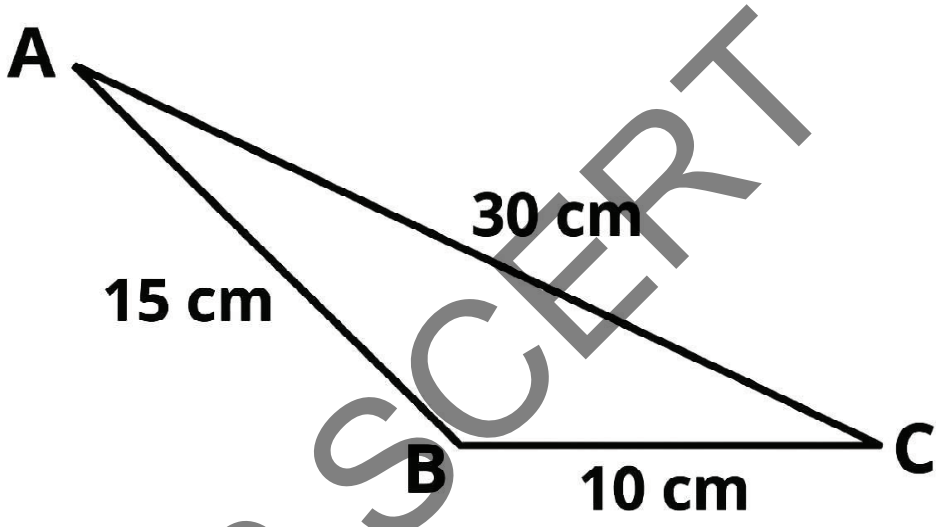


AP SCERT

Will the direct path between any two points be shorter than the roundabout path via a third point? Clearly, the answer is yes.

Can this understanding be used to tell something about the existence of a triangle having sidelengths 10 cm, 15 cm and 30 cm?

Let us suppose that there is a triangle for this set of lengths. Remember that at this point we are not sure about the existence of the triangle but we are only supposing that it exists. Let us draw a rough diagram.



AP SCERT

Does everything look right with this triangle?

If this triangle were possible, then the direct path between any two vertices should be shorter than the roundabout path via the third vertex. Is this true for our rough diagram?

- Between B and C:

  Direct = 10 cm; Roundabout = 15 + 30 = 45 cm ?(True)

- Between A and B:

  Direct = 15 cm; Roundabout = 10 + 30 = 40 cm ?(True)

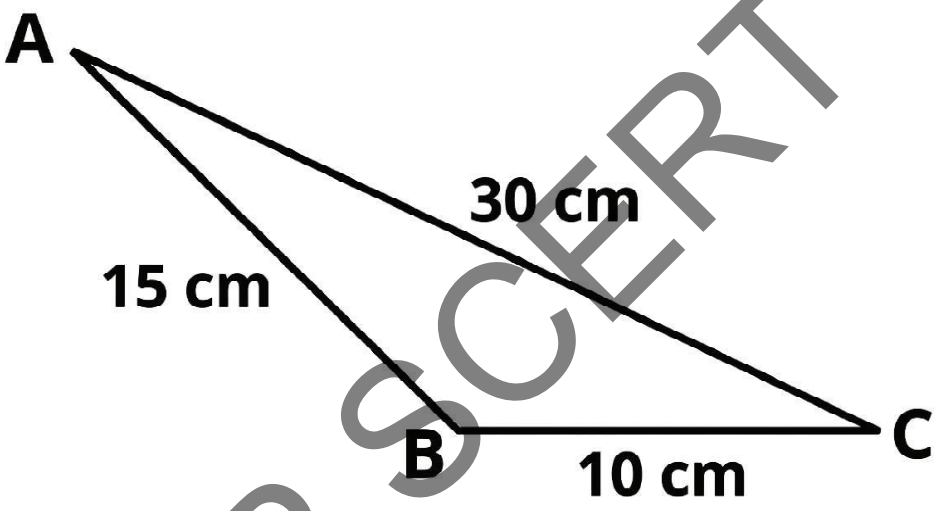
- Between C and A:

  Direct = 30 cm; Roundabout = 10 + 15 = 25 cm ? (Not True)

କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟର ଥିବା ସିଧାସଳଖ ରାସ୍ତା ଅପେକ୍ଷା ଛୋଟ ହେବ? ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଏହାର ଉତ୍ତର ''ହଁ'' ଅଟେ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ସେ.ମି., 15 ସେ.ମି. ଓ 30 ସେ.ମି. ନେଇ ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନର କ'ଣ ଧାରଣା ପାଇଲେ ?

ଧରାଯାଉ ଏହି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ । କିନ୍ତୁ ଆମେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣଭାବେ ନିଶ୍ଚିତ ନୁହେଁ । ଏହା ଆମର କଳ୍ପନା ମାତ୍ର । ସେଥିପାଇଁ ଆମେ ରଫ ଚିତ୍ରଟିଏ ଅଙ୍କନ କରିବା ।



AP SCERT

ଏହି ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବେ ଠିକ୍ ଦେଖାଯାଉଛି କି?

ଯଦି ଏହି ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ତେବେ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଦୂରତା ତୃତୀୟ ବିନ୍ଦୁଦେଇ ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାଠାରୁ ଛୋଟ ହେବା ଉଚିତ୍ । ଏହା ଆମର ରଫ୍ ଚିତ୍ର ପାଇଁ ଠିକ୍ କି?

- B ଓ C ମଧ୍ୟରେ

  ସଳଖ ଦୂରତା= 10 ସେ.ମି., ବୁଲାଣି ଦୂରତା = 15 + 30 = 45 ସେ.ମି.(ସତ୍ୟ)

- A ଓ B ମଧ୍ୟରେ

  ସଳଖ ଦୂରତା = 15 ସେ.ମି., ବୁଲାଣି ଦୂରତା = 10 + 30 = 40 ସେ.ମି.(ସତ୍ୟ)

- C ଓ A ମଧ୍ୟରେ

  ସଳଖ ଦୂରତା = 30 ସେ.ମି., ବୁଲାଣି ଦୂରତା = 10 + 15 = 25 ସେ.ମି.(ସତ୍ୟ ନୁହେଁ)

Here, the direct path between C and A (30 cm) is not shorter than the roundabout path via A (25 cm). Hence, such a triangle cannot exist.

Recall how we used similar intuition and reasoning to discover properties of intersecting and parallel lines. We will continue to do this as we explore geometry.

? Can we say anything about the existence of a triangle having side lengths 3cm, 3cm and 7cm ? Verify your answer by construction.

? "In the rough diagram in Fig. 7.4, is it possible to assign lengths in a different order such that the direct paths are always coming out to be shorter than the roundabout paths? If this is possible, then a triangle might exist."



? Is such rearrangement of lengths possible in the triangle?

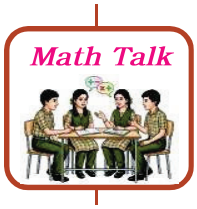




Figure it Out - 7.2

1. We checked by construction that there are no triangles having side lengths 3 cm, 4 cm and 8 cm; and 2 cm, 3 cm and 6 cm. Check if you could have found this without trying to construct the triangle.
2. Can we say anything about the existence of a triangle for each of the following sets of lengths?

   (a) 10 km, 10 km and 25 km

   (b) 5 mm, 10 mm and 20 mm

   (c) 12 cm, 20 cm and 40 cm

   You would have realised that using a rough figure and comparing the direct path lengths with their corresponding roundabout path lengths is the same as comparing each length with the sum of the other two lengths. There are three such comparisons to be made.

APSCERT

ଏଠାରେ C ଏବଂ A ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସିଧାସଳଖ ରସ୍ତା (30 ସେ.ମି.) A ଦେଇ ଯାଇଥିବା ବୁଲାଣିଆ ରାସ୍ତା 25 ସେ.ମି. ଅପେକ୍ଷା ଛୋଟ ନୁହେଁ । ତେଣୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

ସ୍ମରଣ କରାଯାଇପାରେ ଯେ, ଏହି ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷବୋଧ ଓ ଯୁକ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ଆମେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଓ ଏହାର ଛେଦକର ଧର୍ମ ବିଷୟରେ ଅବଗତ ହୋଇଥିଲେ । ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟ ଅନୁସନ୍ଧାନରେ ଆମେ ଏହି ବିଷୟକୁ ଚାଲୁରଖିବା ।

? 3 ସେ.ମି., 3 ସେ.ମି. ଏବଂ 7 ସେ.ମି. ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ କୌଣସି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଅବସ୍ଥିତି ବିଷୟରେ ଆମେ କିଛି କହିପାରିବା କି? ଏହାକୁ ତୁମେ ଅଙ୍କନ ମାଧ୍ୟମରେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

? ରଫ୍ ଚିତ୍ର 7.4 ରେ ଥିବା ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଥାନ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ଦର୍ଶାଇପାରିବା କି ଯେ ସଳଖ ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ସର୍ବଦା ଛୋଟ ? ଯଦି ଏହା ସମ୍ଭବ ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ହେବ ।

? ତ୍ରିଭୁଜରେ ଏହିପରି ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ପୁନଃ ବ୍ୟବସ୍ଥାପନ ସମ୍ଭବ କି ?







ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 7.2

1. ଆମେ ଅଙ୍କନ କରି ଜାଣି ପାରିଲୁ ଯେ, 3 ସେ.ମି., 4 ସେ.ମି., 8 ସେ.ମି. ଏବଂ 2 ସେ.ମି., 3 ସେ.ମି., 6 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଏହି ବିଷୟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ନ କରି ତୁମେ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

2. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ନୁହେଁ, କହିପାରିବ କି?

   (a) 10 କି.ମି., 10 କି.ମି., ଏବଂ 25 କି.ମି.

   (b) 5 ମି.ମି., 10 ମି.ମି., ଏବଂ 20 ମି.ମି.

   (c) 12 ସେ.ମି., 20 ସେ.ମି., ଏବଂ 40 ସେ.ମି.

ତୁମେ ଅନୁଭବ କରିପାରୁଥିବ ଯେ, ରଫ୍ ଚିତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ସଳଖ ରାସ୍ତା ଓ ବୁଲାଣି ରାସ୍ତା ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଯୋଗଫଳ ସହିତ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରିପାରିବା । ଏହିପରି ଭାବରେ ଆମକୁ ତିନୋଟି ପ୍ରକାରର ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରିବାକୁ ହେବ ।

APSCERT

3. For each set of lengths seen so far, you might have noticed that in at least two of the comparisons, the direct length was less than the sum of the other two (if not, check again!). For example, for the set of lengths 10 cm, 15 cm and 30 cm, there are two comparisons where this happens:



$$10 < 15 + 30$$

$$15 < 10 + 30$$

But this doesn't happen for the third length: $30 > 10 + 15$.

? Will this always happen? That is, for any set of lengths, will there be at least two comparisons where the direct length is less than the sum of the other two? Explore for different sets of lengths.

? Further, for a given set of lengths, is it possible to identify which lengths will immediately be less than the sum of the other two, without calculations?

[**Hint:** Consider the direct lengths in the increasing order.]

? Given three side lengths, what do we need to compare to check for the existence of a triangle?

When each length is smaller than the sum of the other two, we say that the lengths satisfy the **triangle inequality.** For example, the set 3, 4, 5 satisfies the triangle inequality whereas, the set 10, 15, 30 does not satisfy the triangle inequality.

We have seen that lengths such as 10, 15, 30 that do not satisfy the triangle inequality cannot be the sidelengths of a triangle.

Does a triangle exist with sidelengths 4 cm, 5 cm and 8 cm?

This satisfies the triangle inequality:

$$8 < 4 + 5 = 9$$

? Why do we not need to check the other two sides?

This means that all the direct path lengths are less than the round about path lengths. Does this confirm the existence of a triangle?

AP SCERT

3. ପୂର୍ବରୁ ଆଲୋଚିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୈର୍ଘ୍ୟମାନଙ୍କର ସେଟ୍‌କୁ ନେଇ ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଥର ତୁଳନା କଲେ ଜାଣିପାରିବା ଯେ ସଳଖ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଯୋଗଫଳ ଠାରୁ କମ । (କରି ନଥିଲେ ପୁଣି ଯାଞ୍ଚକର)

ଉଦାହରଣ : 10 ସେ.ମି., 15 ସେ.ମି. ଏବଂ 30 ସେ.ମି.ଏଠାରେ ଦୁଇଟି ତୁଳନା ହୋଇପାରିବ ।

$10 < 15 + 30$

$15 < 10 + 30$

ଚେଷ୍ଟାକର

କିନ୍ତୁ ଏହା ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ଯେହେତୁ : $30 > 10 + 15$.

(?) ଏହା କ'ଣ ସବୁବେଳେ ସମ୍ଭବ ? ବାହୁମାନଙ୍କର ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ତୁଳନା ସର୍ବଦା ସମ୍ଭବ କି, ଯେଉଁଠାରେ ସଳଖ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟିଠାରୁ କମ୍ ହେବ ? ବିଭିନ୍ନ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସେଟ୍‌କୁ ନେଇ ତୁଳନାକର ।

(?) ପୁଣିଥରେ, ଦିଆଯାଇଥିବା ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସେଟ୍‌ମାାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ଠାରୁ ସାନ ହେବ, ଏହା ବିନା ହିସାବରେ କହିହେବ କି ?

ସୂଚନା : ସଳଖ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଆରୋହଣ କ୍ରମରେ ବିଚାରକୁ ନେବା ।

(?) ଦିଆଯାଇଥିବା ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ନୁହେଁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ କ'ଣ ତୁଳନା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ?

ଯେତେବେଳେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ଠାରୁ ସାନ, ତାହା ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ଧର୍ମକୁ ସୂଚାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସେଟ୍ 3, 4, 5 ତ୍ରିଭୁଜ ଅସମାନତାକୁ ସୂଚାଏ । କିନ୍ତୁ 10, 15, 30 ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସୂଚାଏ ନାହିଁ ।

ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ, ବାହୁଦ୍ୱୟର ର୍ଦଘ୍ୟ ଯଥା 10, 15, 30 ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସୂଚାଏ ନାହିଁ । ତେଣୁ ଏଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ।

4 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ଏବଂ 8 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁମାନଙ୍କୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର କି ?

ଏହା ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସୂଚାଉଅଛି ।

$8 < 4 + 5 = 9$

(?) ଆମେ କାହିଁକି ଅନ୍ୟ ଦୁଇପାର୍ଶ୍ୱ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ କରୁନାହୁଁ ?ଏହାର ଅର୍ଥ ଯେ, ସମସ୍ତ ସରଳରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ କମ୍ । ଏହା ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଅବସ୍ଥିତିକୁ ସୂଚାଏ କି ?

AP SCERT

If one of the direct path lengths had been longer, we could have concluded that a triangle would surely not exist. But in this case, we can only say that a triangle may or may not exist.

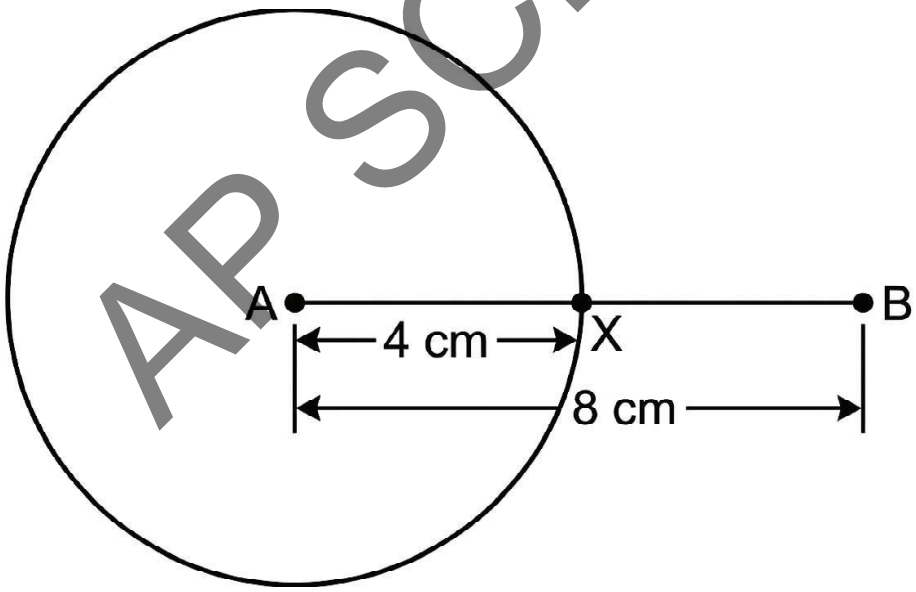
For the triangle to exist, the arcs that we construct to get the third vertex must intersect. Is it possible to determine that this will happen without actually carrying out the construction?

Visualising the construction of circles

Let us imagine that we start the construction by constructing the longest side as the base. Let AB be the base of length 8 cm. The next step is the construction of sufficiently long arcs corresponding to the other two lengths: 4 cm and 5 cm.

Instead of just constructing the arcs, let us complete the full circles. Suppose, we construct a circle of radius 4 cm with A as the centre.

AP SCERT



Now, suppose that a circle of radius 5 cm is constructed, centred at B. Can you draw a rough diagram of the resulting figure?

Note that in the figure below, AX = 4 cm and AB = 8 cm. So, what is BX? Does this length help in visualising the resulting figure?

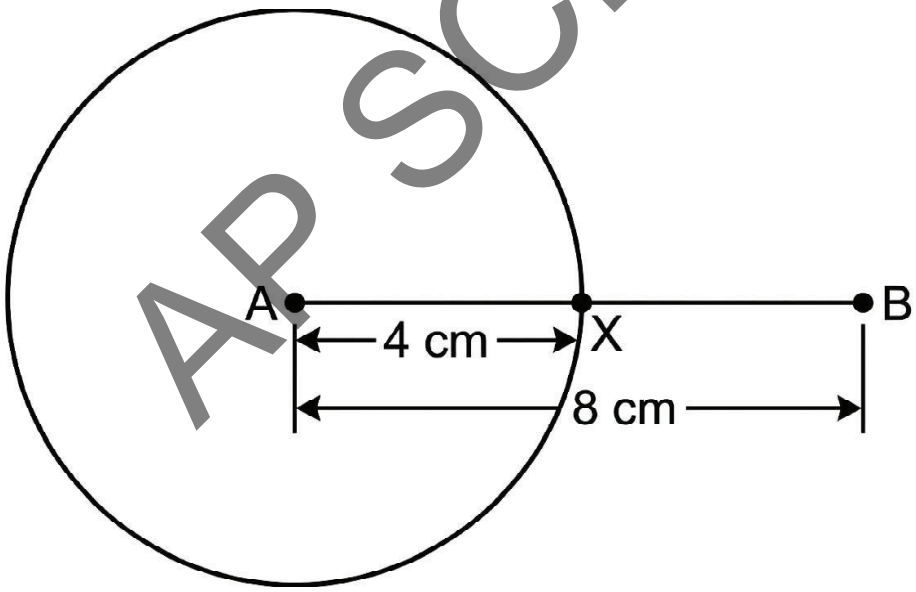
ଯଦି କୌଣସି ସଳଖ ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅଧିକ ହୁଏ, ତେବେ ଏହା ତ୍ରିଭୁଜକୁ ସୂଚାଏ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ କେବଳ କହିପାରିବା ଯେ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବପର କିମ୍ବା ସମ୍ଭବପର ହୋଇ ନପାରେ ।

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ତୃତୀୟ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁପାଇଁ ଯେଉଁ ଚାପଟିଏ ଆମେ ଅଙ୍କନ କଲେ ତାହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ ଛେଦ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହା କ'ଣ ଅଙ୍କନ ନ କରି କହିପାରିବା ସମ୍ଭବପର ହେବ କି ?

ବୃତ୍ତର ଅଙ୍କନ କଳ୍ପନା କରିବା

ମନେକର ଆମେ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ବାହୁ AB (8 ସେ.ମି.)କୁ ଭୂମି ରୂପେ ନେଇ ଅଙ୍କନ ଆରମ୍ଭ କରିବା । ଏହାପରେ ଆମେ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ 4 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ଏକ ବୃତ୍ତ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରିବା । ଚାଲ, ଆମେ ଚାପ ପରିବର୍ତ୍ତେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କନ କରିବା । A କୁ ନେଇ 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

ଏଠାରେ 8 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଏକ ସରଳରେଖା AB ଏବଂ A ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଏକ ବୃତ୍ତର ଚିତ୍ର ରହିଛି ।



AP SCERT

? ବର୍ତ୍ତମାନ Bକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବା । ଜେଉଁ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରଟି ପାଇବା ତାହାର ଏକ ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ରଟିଏ (ରଫ ଚିତ୍ର) ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ କି ?

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରରେ AX = 4 ସେ.ମି. ଏବଂ AB = 8 ସେ.ମି. ହୁଏ , ତେବେ BX କେତେ? ଏହି ଦୈର୍ଘ୍ୟଟିରେ ଆମେ କ'ଣ ଚିତ୍ରଟି ଅନୁମାନ କରିପାରିବା ?

Since BX = 4 cm, and the radius of the circle centred at B is 5 cm, it is clear that the circles will intersect each other at two points.

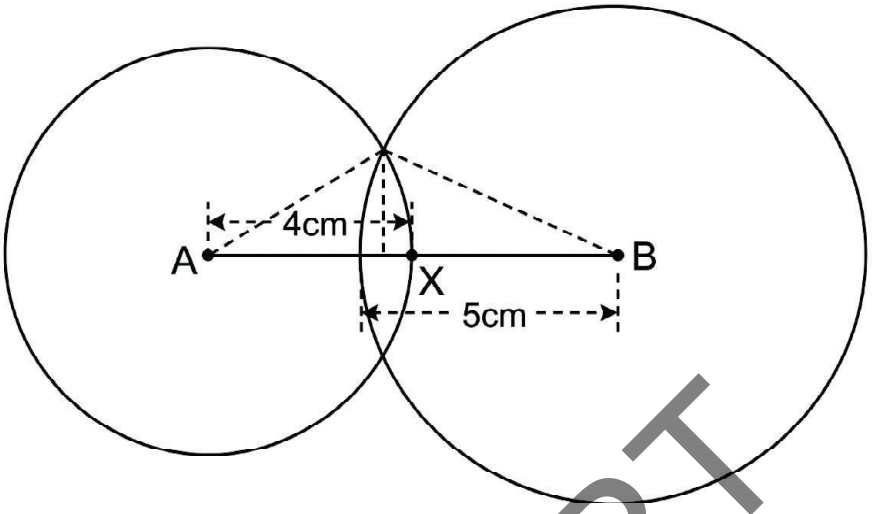


Fig. 7.5: Circles intersecting each other at two points

What does this tell us about the existence of a triangle? The points A and B along with either of the points of intersection of the circles will give us the required triangle. Thus, there exists a triangle having sidelengths 4 cm, 5 cm and 8 cm.



Figure it Out - 7.3

1. Which of the following lengths can be the side lengths of a triangle? Explain your answers. Note that for each set, the three lengths have the same unit of measure.

   (a) 2, 2, 5 (b) 3, 4, 6

   (c) 2, 4, 8 (d) 5, 5, 8

   (e) 10, 20, 25 (f) 10, 20, 35

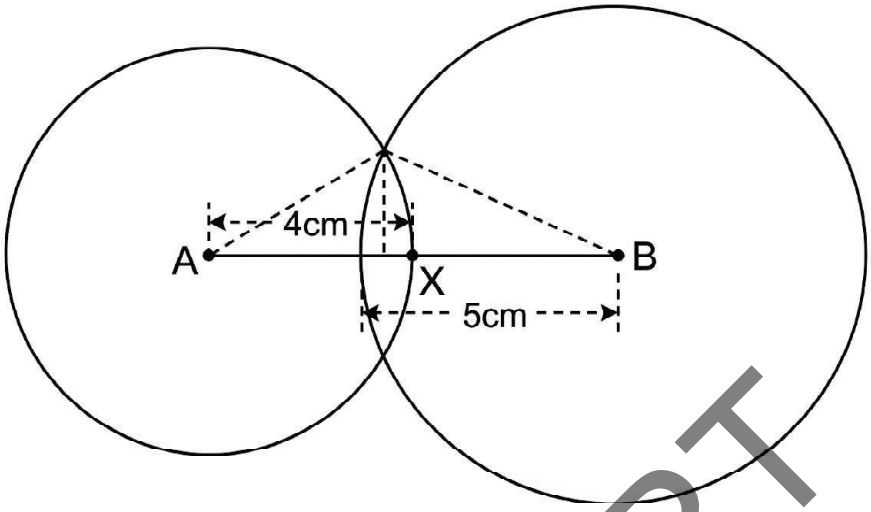
   (g) 24, 26, 28

We observe from the previous problems that whenever there is a set of lengths satisfying the triangle inequality (each length < sum of the other two lengths), there is a triangle with those three lengths as sidelengths.

? Will triangles always exist when a set of lengths satisfies the triangle inequality? How can we be sure?

AP SCERT

ଯେ ହେତୁ BX = 4 ସେ.ମି. ଏବଂ Bକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 5 ସେ.ମି. ଅଟେ । ତେଣୁ ଏହା ନିଶ୍ଚିତ ଯେ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରିବେ ।



ଚିତ୍ର 7.5 : ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ପରସ୍ପରକୁ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି

ଏହା ଆମକୁ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସ୍ତିତ୍ୱ ବିଷୟରେ କ'ଣ କହୁଛି ? ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ସହିତ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ ମିଶାଇଲେ ଆମେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇବା । ଏହି ପରି 4 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି., ଏବଂ 8 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ ସମ୍ଭବ ।



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.3

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସେଟ୍‌ରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହୋଇପାରିବ । ତୁମର ଉତ୍ତରକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟାକର । ମନେରଖ ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସେଟ୍‌ରେ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପର ଏକକ ସମାନ ।

(a) 2, 2, 5 (b) 3, 4, 6

(c) 2, 4, 8 (d) 5, 5, 8

(e) 10, 20, 25 (f) 10, 20, 35

(g) 24, 26, 28

ଆମେ ପୂର୍ବ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକରୁ ଜାଣିପାରିଲୁ ଯେ, ଯେତେବେଳେ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସୂଚାଏ । (ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାନଙ୍କର ସେଟ୍‌ରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟିଠାରୁ ସାନ) ସେତେବେଳେ ସେହିଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ହୋଇପାରିବେ ।

? ଆମେ କିପରି ଭାବେ ନିଶ୍ଚିତ ହେବା ଯେ ଯେଉଁ ଦୈର୍ଘ୍ୟମାନଙ୍କର ସେଟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସୂଚାଏ ସେତେବେଳେ ହିଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ?

ARSCERT

We can be sure of the existence of a triangle only if we can show that the circles intersect internally (as in Fig. 7.5) whenever the triangle inequality is satisfied. But are there other possibilities when the two circles are constructed? Let us visualise and study them.

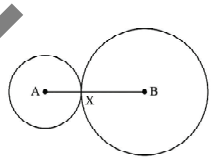
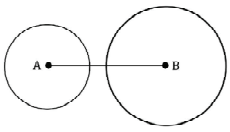
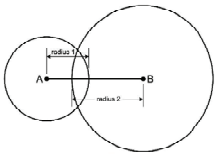
Note that while constructing the circles, we take

(a) the length of the base AB = longest of the given

(b) the radii of the circles to be the smaller two lengths.

Let us study each of these cases by finding the relation between the radii (the smaller two lengths) and AB (longest length).

The following different cases can be conceived:

Case	Condition	Circles	figure	Can triangle be formed?
1	sum of the two smaller lengths = longest length	Circles touch each other		× No
2	sum of the two smaller lengths < longest length	Circles don't intersect		× No
3	sum of the two smaller lengths > longest length	Circles intersect each other internally		✓ Yes

Which of the above-mentioned cases will lead to the formation of a triangle? Clearly, triangles are formed only when the circles intersect each other internally (Case 3).

Can we use this analysis to tell if a triangle exists when the lengths satisfy the triangle inequality?

AP SCERT

ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ନିଶ୍ଚିତ ହୋଇପାରିବା ଯେତେବେଳେ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରିବେ । (ଚିତ୍ର 7.5) । ମାତ୍ର, ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ ସେତେବେଳେ ଅନ୍ୟ କିଛି ସମ୍ଭାବନା ହୋଇପାରେ କି ? ଆସ ପରୀକ୍ଷା କରିବା : ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ନିମ୍ନୋକ୍ତ ପରିସ୍ଥିତି ଗୁଡ଼ିକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

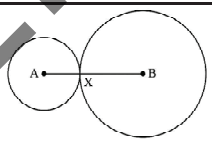
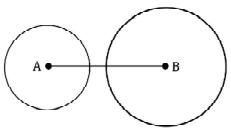
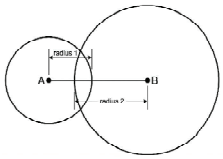
ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମୟରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦିଗପ୍ରତି ଧ୍ୟାନ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

(a) ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ AB ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୈର୍ଘ୍ୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।

(b) ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସାନ ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେବା ଉଚିତ ।

? ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (ଦୁଇଟି ସାନବାହୁ) ଏବଂ AB (ବଡ଼ବାହୁ) ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥିର କରିବା ।

ନିମ୍ନଲିଖିତ ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ପରିସ୍ଥିତି	ସର୍ତ୍ତ	ବୃତ୍ତ	ଚିତ୍ର	ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ ହୋଇପାରିବ କି?
1	ଦୁଇଟି ସାନବାହୁର ମୋଟ = ବଡ଼ ବାହୁ	ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରନ୍ତି ।		× ନାହିଁ
2	ଦୁଇଟି ସାନବାହୁର ମୋଟ < ବଡ଼ ବାହୁ	ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରୁନାହାଁନ୍ତି ।		× ନାହିଁ
3	ଦୁଇଟି ସାନବାହୁ ମୋଟ > ବଡ଼ ବାହୁ	ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରନ୍ତି		✓ ହଁ

ଉପରୋକ୍ତ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ ହୋଇପାରିବ ? ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ତ୍ରିଭୁଜ କେବଳ ସେତିକିବେଳେ ଗଠନ ହୁଏ, ଯେତେବେଳେ ବୃତ୍ତଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦକରନ୍ତି । (3 ୟ ପରିସ୍ଥିତି)

? ଆମେ କ'ଣ ଏହି ବିଶ୍ଳେଷଣକୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା କି? (ଯେତେବେଳେ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ପାଇଁ ସିଦ୍ଧ ହୁଏ ।)

APSCERT

If the given lengths satisfy the triangle inequality, then the sum of the two smaller lengths is greater than the longest length.

This means that this will lead to Case-3 where the circles intersect internally, and so a triangle exists.

? How will the two circles turn out lengths that do not satisfy the triangle inequality? Find 3 examples of sets of lengths for which the circles:

(a) touch each other at a point,

(b) do not intersect.

? Frame a complete procedure that can be used to check the existence of a triangle.

Conclusion

If a given set of three lengths satisfies the triangle inequality, then a triangle exists having those as side lengths. If the set does not satisfy the triangle inequality, then a triangle with those side lengths does not exist.



Figure it Out - 7.4

1. Check if a triangle exists for each of the following set of lengths:
   (a) 1, 100, 100 (b) 3, 6, 9
   (c) 1, 1, 5 (d) 5, 10, 12
2. Does there exist an equilateral triangle with sides 50, 50, 50? In general, does there exist an equilateral triangle of any sidelength? Justify your answer.
3. For each of the following, give at least 5 possible values for the third length so there exists a triangle having these as sidelengths (decimal values could also be chosen):
   (a) 1, 100
   (b) 5, 5
   (c) 3, 7

AP SCERT

ଅର୍ଥାତ୍ ଯେତେବେଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସିଦ୍ଧ କରେ, ସେତେବେଳେ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ହେବ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ଏହା ପରସ୍ଥିତି 3 କୁ ସୂଚାଏ, ଯେଉଁଠାରେ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ତେଣୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ ସମ୍ଭବ ଅଟେ ।

? କେଉଁ ପ୍ରକାରର ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅସମାନତା ସିଦ୍ଧ ହେବ ନାହିଁ । ଏହି ପ୍ରକାରର 3ଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ଯେଉଁଠାରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସେଟ୍ ଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ

(a) ପରସ୍ପରକୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶ କରିବେ

(b) ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ ନାହିଁ ।

? ତ୍ରିଭୁଜଟିଏ ସମ୍ଭବପର ହେବାପାଇଁ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ/ନିଷ୍କର୍ଷ

ଯଦି କୌଣସି ଏକ ସେଟ୍‌ର ତିନୋଟି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ପାଇଁ ସିଦ୍ଧ ହୁଏ ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ ସମ୍ଭବପର ହେବ ଏବଂ ସେହି ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେବ । ଯଦି ଏହି ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସିଦ୍ଧ କରେ ନାହିଁ, ତେବେ ତାହା ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ହେବେ ନାହିଁ ।



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.4

1. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସେଟ୍‌ରେ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ହେବ କି ? ପରୀକ୍ଷା କର ।(ସେ.ମି. ରେ) :

   (a) 1, 100, 100 (b) 3, 6, 9

   (c) 1, 1, 5 (d) 5, 10, 12

2. 50, 50,50 ବାହୁ ମାପକୁ ନେଇ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ହେବ କି ? ସାଧାରଣତଃ, ଯେକୌଣସି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ହେବ କି ? ତାହା ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।

3. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ମୂଲ୍ୟ ସହ ତୃତୀୟ ବାହୁର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଅତି କମରେ 5 ଟି ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର ଯେପରିକି ଏହା ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେବ । (ଦଶମିକ ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରାଯାଇପାରେ)

   (a) 1, 100

   (b) 5, 5

   (c) 3, 7

APSCERT

See if you can describe all possible lengths of the third side in each case, so that a triangle exists with those sidelengths. For example, in case (a), all numbers strictly between 99 and 101 would be possible.

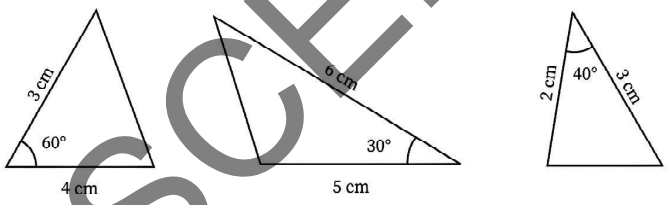
Try This

7.3 Construction of Triangles When Some Sides and Angles are Given

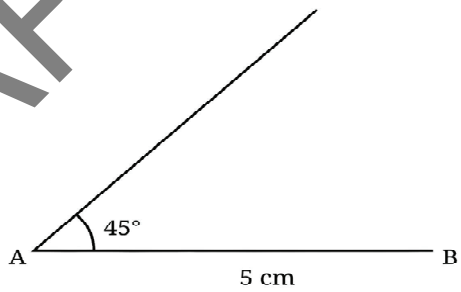
We have seen how to construct triangles when their sidelengths are given. Now, we will take up constructions where in place of some sidelengths, angle measures are given.

7.3.1. Two Sides and the Included Angle

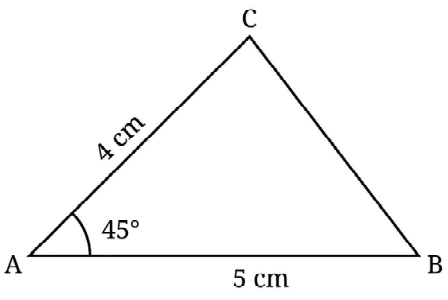
How do we construct a triangle if two sides and the angle included between them are given? Here are some examples of measurements showing the included angle.



Construct a triangle ABC with AB = 5 cm, AC = 4 cm and ∠A= 45°.
Let us take one of the given sides, AB, as the base of the triangle.



Step 1: Construct a side AB of length 5 cm.
Step 2: Construct ∠A = 45° by drawing the other arm of the angle.
Step 3: Mark the point C on the other arm such that AC = 4 cm.
Step 4: Join BC to get the required triangle.



APSCERT

ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେବ ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବପର ହେବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ

ପରିସ୍ଥିତି (a) ରେ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ଯାହାକି 99 ଏବଂ 101 ମଧ୍ୟରେଥିବ ।

ଚେଷ୍ଟାକର

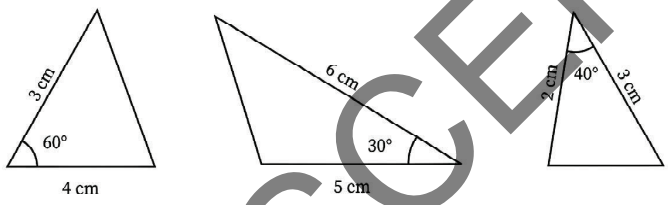
7.3 ତ୍ରିଭୁଜର କେତେକ ବାହୁ ଓ କୋଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ

ବାହୁଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ କିପରି ଅଙ୍କନ କରିବା ତାହା ଆମେ ଜାଣିଲେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ କେତୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କୋଣର ପରିମାଣ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

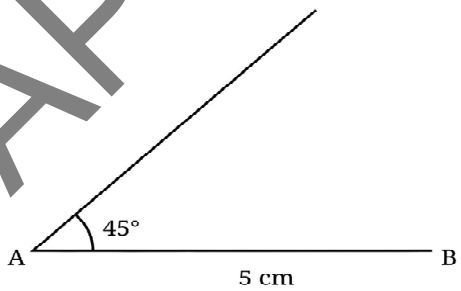
7.3.1 ଦୁଇଟି ବାହୁ ଓ ସେମାନଙ୍କ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ

ଦୁଇଟି ବାହୁ ସେଗୁଡ଼ିକର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣକୁ ନେଇ କିପରି ତ୍ରିଭୁଜଟିଏ ଅଙ୍କନ କରିବା ସେଥିପାଇଁ ନିମ୍ନରେ କିଛି ଉଦାହରଣ ଦିଆଗଲା ।

APSCERT



? AB = 5 ସେ.ମି., AC = 4 ସେ.ମି. ଏବଂ ∠A = 45° ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ଅଙ୍କନକର ।
ଦତ୍ତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ AB କୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି ରୂପେ ନିଅ ।



? **ସୋପାନ 1 :** ଗୋଟିଏ ବାହୁ AB=5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅଙ୍କନକର ।

ସୋପାନ 2: ∠A= 45° ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ କୋଣର ଅନ୍ୟ ବାହୁଟିକୁ ଅଙ୍କନକର ।

ସୋପାନ 3 : ଅନ୍ୟବାହୁ AB କୁ ଛାଡ଼ି C ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରି AC = 4 ସେ.ମି. ହେବ ।

ସୋପାନ 4 : BC କୁ ଯୋଗକଲେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ତ୍ରିଭୁଜ ମିଳିବ ।

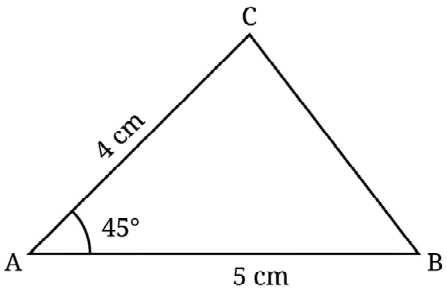


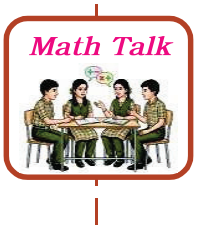


Figure it Out - 7.5

1. Construct triangles for the following measurements where the angle is included between the sides:

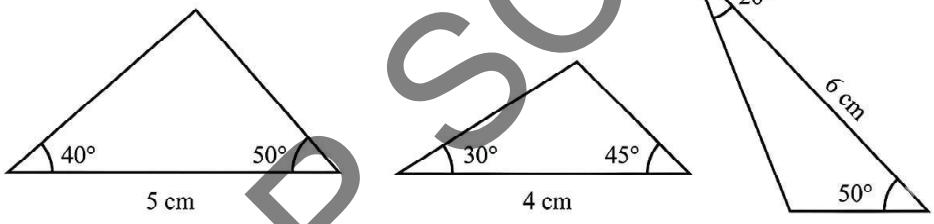
   (a) 3 cm, 75°, 7 cm (b) 6 cm, 25°, 3 cm (c) 3 cm, 120°, 8 cm

We have seen that triangles do not exist for all sets of side lengths. Is there a combination of measurements in the case of two sides and the included angle where a triangle is not possible? Justify your answer using what you observe during construction.



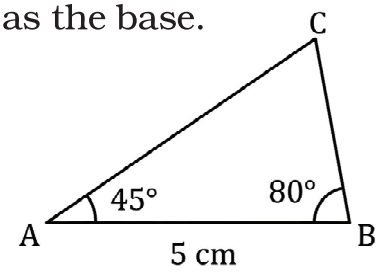
7.3.2 Two Angles and the Included Side

In this case, we are given two angles and the side that is a part of both angles, which we call the included side. Here are some examples of such measurements:



Construct a triangle ABC where AB = 5 cm, ∠A = 45° and ∠B = 80°.

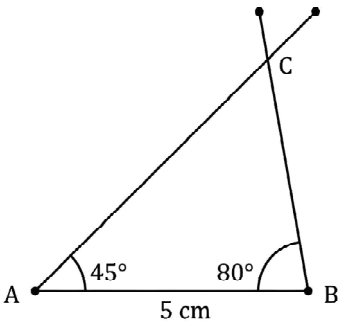
Let us take the given side as the base.



Step 1: Draw the base AB of length 5 cm.

Step 2: Draw ∠A and ∠B of measures 45°, and 80° respectively.

Step 3: The point of intersection of the two new line segments is the third vertex C.



AP SCERT



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.5

1. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ମାପକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନକର ଯେଉଁଠାରେ କୋଣଟି ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ ଅଟେ ।

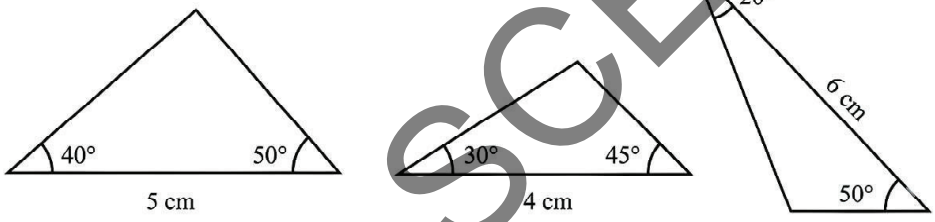
(a) 3 cm, 75°, 7 cm (b) 6 cm, 25°, 3 cm (c) 3 cm, 120°, 8 cm

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ସେହିପରି କିଛି ମାପ ଅଛି କି ଯାହା ଦୁଇବାହୁ ଏବଂ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମୟରେ ତୁମେ ଯାହା ଲକ୍ଷ୍ୟକଲ ତାହାକୁ ଆଧାର କରି ପ୍ରତିପାଦନ କର ।



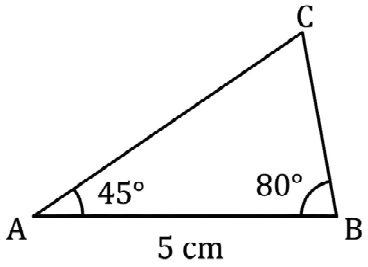
7.3.2 ଦୁଇଟି କୋଣ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ ବାହୁ

ଏଠାରେ ଦୁଇଟି କୋଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ମାପ ଦିଆଯାଇଛି । ସେହି ବାହୁଟିକୁ ଆମ କୋଣଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ ବାହୁ କହିବା । ଏଠାରେ କିଛି ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି ।



AB = 5 ସେ.ମି., ∠A = 45° ଏବଂ ∠B = 80° ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ଅଙ୍କନକର ।

ଦତ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଟିକୁ ଭୂମିରୂପେ ନିଆଯାଉ '

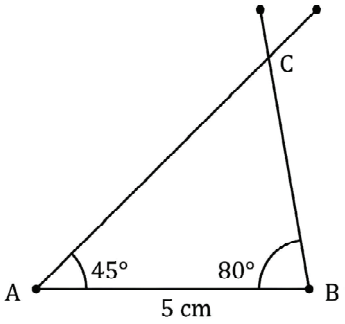


ସୋପାନ 1: ଭୂମି AB=5 ସେ.ମି. ଅଙ୍କନକର ।

ସୋପାନ 2: ∠A = 45° ଏବଂ ∠B = 80° ପରିମାଣ ନେଇ କୋଣ ଅଙ୍କନକର ।

ସୋପାନ 3: ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ତୃତୀୟ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ C ହେବ ।

ABC ଆବଶ୍ୟକୀୟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଟେ ।

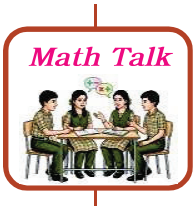


AP SCERT



Figure it Out - 7.6

1. Construct triangles for the following measurements:
   (a) 75°, 5 cm, 75°
   (b) 25°, 3 cm, 60°
   (c) 120°, 6 cm, 30°



Do triangles always exist?

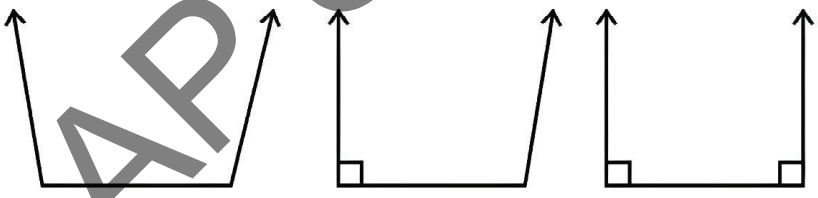
? Do triangles exist for every combination of two angles and their included side? Explore.

As in the case when we are given all three sides, it turns out that there is not always a triangle for every combination of two angles and the included side.

? Find examples of measurements of two angles with the included side where a triangle is not possible.

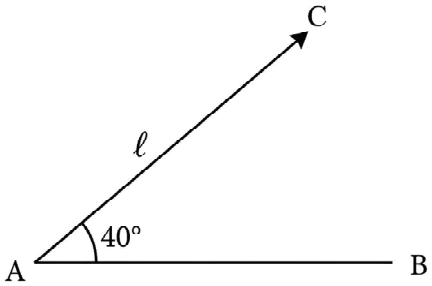
Let us try to visualise such a situation. Once the base is drawn, try to imagine how the other sides should be so that they do not meet.

Here are some obvious examples.



If the two angles are greater than or equal to a right angle (90°), then it is clear that a triangle is not possible.

Now we make one of the base angles an acute angle, say 40°. What are the possible values that the other angle should take so that the lines don't meet?



AP SCERT



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.6

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନକର ।

(a) 75°, 5 cm, 75°

(b) 25°, 3 cm, 60°

(c) 120°, 6 cm, 30°

ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକର ଅଙ୍କନ ସବୁବେଳେ ସମ୍ଭବ କି ?

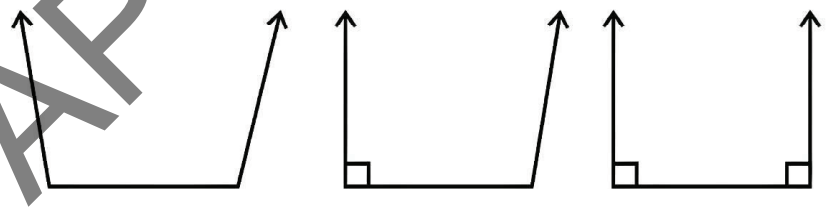


? ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଦୁଇଟି କୋଣ ଓ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ? ଅନୁସନ୍ଧାନ କର ।

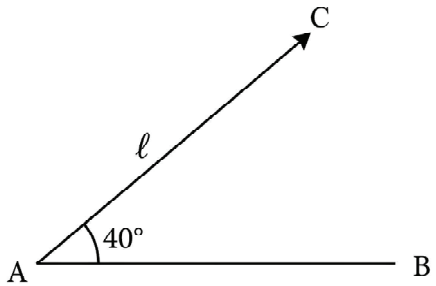
ଯେପରି ତୋନୋଟି ବାହୁ ଦିଆଯିବା କ୍ଷେତ୍ରରେ ହୋଇଥିଲା, ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ଦୁଇଟି କୋଣ ଓ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମନ୍ୱୟ ପାଇଁ ସର୍ବଦା ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ ସମ୍ଭବପର ନୁହେଁ ।

? ଏମିତି କିଛି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ଯାହାକି ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ ବାହୁନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ହେବ ନାହିଁ ।

ଚାଲ, ଆମେ ସେହି ପ୍ରକାରର ପରିସ୍ଥିତିକୁ କଳ୍ପନା କରିବା । ଭୂମିଟିଏ ଅଙ୍କନ କଲାପରେ ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକ ଏମିତି ଭାବରେ ଅଙ୍କନ କରିବା ଯେପରି ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ ନାହିଁ । ସେହିପରି କେତେକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା ।



ଯଦି କୋଣଦ୍ୱୟ ସମକୋଣ (90°)ରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା 90° ସହ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଭୂମି ଉପରିସ୍ଥ ବାହୁର କୌଣସି ଏକ କୋଣ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ହେଉ ।ମନେକର 40° । ଅନ୍ୟ କୋଣଟି ସମ୍ଭାବ୍ୟ କେତେ ହେବା ଦରକାର ଯାହାଦ୍ୱାରା ବାହୁଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ ନାହିଁ ।

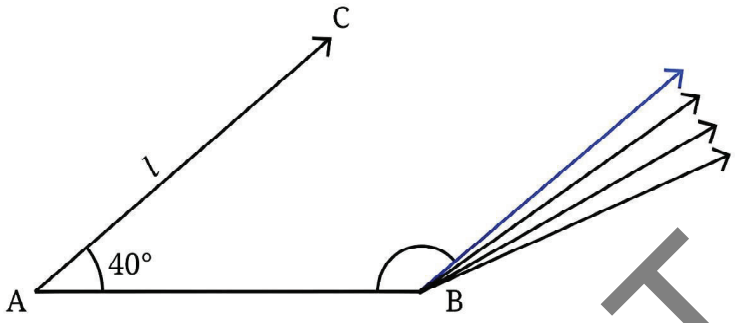


AP SCERT

It is clear that if the line from B is "inclined" sufficiently to the right, then it will not meet the line *l*.

(a) Try to find a possible ∠B (marked in the figure) for this to happen?

(b) What could be smallest value of ∠B for the lines to not meet?



The blue line is the line with the least rightward bend that doesn't meet the line '*l*'

Visually, it is clear that the line that creates the smallest ∠B has to be the one parallel to *l*. Let us call this parallel line m.

Can you tell the actual value of ∠B be in this case?

[**Hint:** Note that AB is the transversal.]

We have seen that when two lines are parallel, the internal angles on the same side of the transversal add up to 180°. So ∠B = 140°.

So, for what values of ∠B, does a triangle not exist? Does the length AB play any part here?

From the discussion above, it can be seen that the length AB does not play any part in deciding the existence of a triangle. We can say that a triangle does not exist when ∠B is greater than or equal to 140°.

AP SCERT



Figure it Out - 7.7

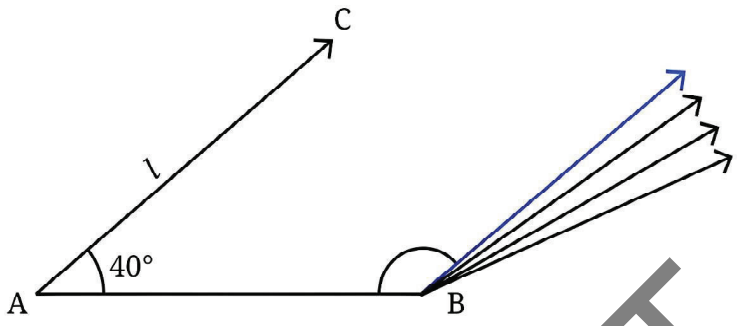
1. For each of the following angles, find another angle for which a triangle is (a) possible, (b) not possible. Find at least two different angles for each category:

   (a) 30° (b) 70° (c) 54° (d) 144°

? ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, B ଠାରୁ ରେଖାଟି ଯଥେଷ୍ଟ ଡାହାଣପଟକୁ ଅଙ୍କନ ହେଲେ, *l* ରେଖା ଛେଦ କରିବ ନାହିଁ ।

(a) ଏହା ଘଟିବା ପାଇଁ ଏକ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ∠B (ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି) ଖୋଜିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

(b) ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ନ ମିଶିବା ପାଇଁ ∠B ର ସର୍ବନିମ୍ନ ମୂଲ୍ୟ କ'ଣ ହୋଇପାରେ ?



(ନୀଳରଙ୍ଗ ରେଖାଟି ସବୁଠାରୁ କମ୍ କୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରୁଥିବା ରେଖା ଯାହାକି ରେଖାଖଣ୍ଡ *l* କୁ ଛେଦ କରୁନାହିଁ)

ଉପରୋକ୍ତ ଚିତ୍ରରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଯେଉଁରେଖା ସର୍ବନିମ୍ନ କୋଣ ∠B ଠାରେ ସୃଷ୍ଟି କରୁଛି ତାହା *l* ର ସମାନ୍ତରାଳ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ମନେକର ସେହି ସମାନ୍ତରାଳ ରେଖାଟି m ।

ଏହିକ୍ଷେତ୍ରରେ ∠B ର ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ କୁହାଯାଇପାରିବ କି ?

ସୂଚନା : AB ଏକ ଛେଦକ

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତରାଳ ସରଳରେଖାକୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଛେଦକଲେ ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 180° । ତେଣୁ ∠B = 140° ।ତେଣୁ ∠B ର କେଉଁ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ନୁହେଁ । AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ଏଠାରେ କୌଣସି ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରେ କି ? ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ ଜାଣିପାରିଲୁ ଯେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ AB କୌଣସି ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରେ ନାହିଁ । ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ନୁହେଁ ଯେତେବେଳେ ∠B ର ପରିମାଣ 140° ସହ ସମାନ କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ।



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.7

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣପାଇଁ ଅନ୍ୟ ଏକ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହା ପାଇଁ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (a) ସମ୍ଭବ, (b) ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅତିକମରେ ଦୁଇଟି କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) 30° (b) 70° (c) 54° (d) 144°

APSCERT

2. Determine which of the following pairs can be the angles of a triangle and which cannot:

(a) 35°, 150° (b) 70°, 30°

(c) 90°, 85° (d) 50°, 150°

Like the triangle inequality, can you form a rule that describes the two angles for which a triangle is possible?

Can the sum of the two angles be used for framing this rule?

When the sum of two given angles is less than 180°, a triangle exists with these angles. If the sum is greater than or equal to 180°, there is no triangle with these angles.

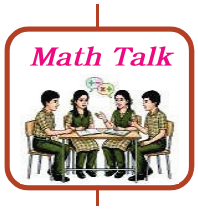
Let us take two angles, say 60° and 70°, whose sum is less than 180°. Let the included side be 5 cm.

What could the measure of the third angle be? Does this measure change if the base length is changed to some other value, say 7 cm? Construct and find out.

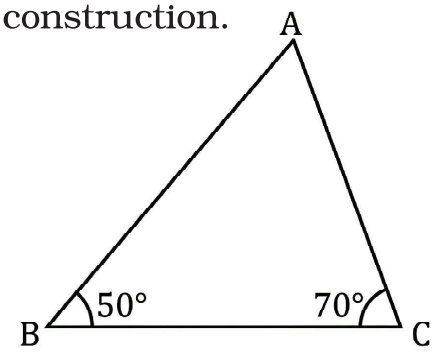
In general, once the two angles are fixed, does the third angle depend on the included sidelength? Try with different pairs of angles and lengths.

The measurements might show that the sidelength has no effect (or a very small effect) on the third angle. With this observation, let us see if we can find the third angle without carrying out the construction and measurement.

Try experimenting with different triangles to see if there is a relation between any two angles and the third one. To find this relation, what data will you keep track of and how will you organise the data you collect?



Consider a triangle ABC with ∠B= 50° and ∠C= 70°. Let us see how we can find ∠A without construction.



AP SCERT

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ହୋଇପାରିବ ଏବଂ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ନୁହେଁ ?

(a) 35°, 150°　　(b) 70°, 30°

(c) 90°, 85°　　(d) 50°, 150°

? ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ନିୟମ ପରି ତୁମେ ଏକ ନିୟମ ଗଠନ କରିପାରିବ କି, ଯାହାକି ଦୁଇଟି କୋଣକୁ ସୂଚାଇବା ସହ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ହେବ ?

ଏହି ନିୟମ ଗଠନ ପାଇଁ ଦୁଇଟି କୋଣର ସମଷ୍ଟି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ କି ?

ଯେତେବେଳେ ପ୍ରଦତ୍ତ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 180° ରୁ କମ୍ ସେତେବେଳେ ଏହି କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସହ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ । ଯଦି ଯୋଗଫଳ 180° ସହ ସମାନ କିମ୍ବା ବଡ଼ ହୁଏ ସେତେବେଳେ ଏହି କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସହ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ହୋଇନଥାଏ । ଆସ , ଦୁଇଟି କୋଣ ନେବା ଯଥା 60° ଏବଂ 70°, ଯାହାର ସମଷ୍ଟି 180°ରୁ କମ୍ । ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ ବାହୁ 5 ସେ.ମି. ହେଉ ।

? ତୃତୀୟ କୋଣର ମାପ କେତେ ହୋଇପାରିବ ? ଯଦି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ତେବେ ତୃତୀୟ କୋଣର ମାପ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କି ? ମନେକର ବାହୁଟି 7 ସେ.ମି. ହୁଏ, ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।

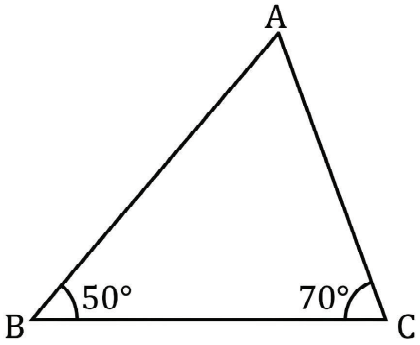
? ସାଧାରଣତଃ, ଯଦି ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର ତେବେ ତୃତୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ ଅନ୍ତର୍ଗତ ବାହୁର ମାପ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ କି ?

ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କୋଣ ଦୁଇଟି ଏବଂ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ଚେଷ୍ଟା କର । ମାପଗୁଡ଼ିକରୁ ଜାଣିପାରିବା ଯେ ତୃତୀୟ କୋଣ ପାଇଁ ବାହୁର କୌଣସି ପ୍ରଭାବ ନାହିଁ (କିମ୍ବା ଅତି ନଗଣ୍ୟ) । ଏହି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ଆମେ କୌଣସି ମାପ କିମ୍ବା ଅଙ୍କନ ନ କରି ତୃତୀୟ କୋଣ ପାଇପାରିବା କି ?

? ଦୁଇଟି କୋଣ ଏବଂ ତୃତୀୟ କୋଣ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସମ୍ପର୍କ ଅଛି କି ନାହିଁ, ତାହା ଦେଖିବା ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜ ସହିତ ପରୀକ୍ଷଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । ଏହି ସମ୍ପର୍କ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ତୁମେ କେଉଁ ତଥ୍ୟ ଖୋଜିବ ଏବଂ ସଂଗ୍ରହ କରୁଥିବା ତଥ୍ୟକୁ କିପରି ସଂଗଠିତ କରିବ ?



? ABC ତ୍ରିଭୁଜଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $\angle B = 50°$ ଏବଂ $\angle C = 70°$ । ଆସ ଦେଖିବା କିପରି କୌଣସି ଅଙ୍କନ ନ କରି ଆମେ $\angle A$ ର ମାପକୁ ଲେଖିବା ।



AP SCERT

We saw that the notion of parallel lines was useful to determine that the sum of any two angles of a triangle is less than 180°. Parallel lines can be used to find the third angle, ∠BAC as well.

Let us suppose we construct a line XY parallel to BC through vertex A.

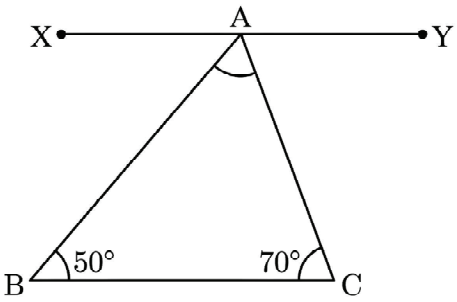


Fig. 7.6

We can see new angles being formed here: ∠XAB, and ∠YAC. What are their values?

Since the line XY is parallel to BC, ∠XAB = ∠B and ∠YAC = ∠C, because they are alternate angles of the transversals AB and AC.

Therefore, ∠XAB = 50°, and ∠YAC = 70°. Can we find ∠BAC from this? We know that ∠XAB, ∠YAC and ∠BAC together form 180°. So

$$\angle XAB + \angle YAC + \angle BAC = 180°$$

$$50° + \angle BAC + 70° = 180°$$

$$120° + \angle BAC = 180°$$

Thus, ∠BAC = 60°

Now construct a triangle (taking BC to be of any suitable length) and verify if this is indeed the case.



Figure it Out - 7.8

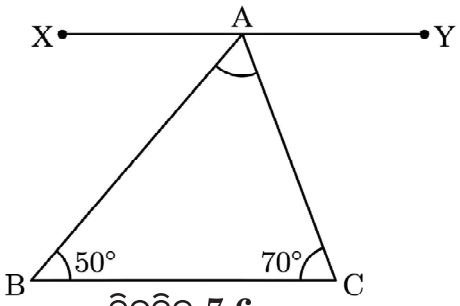
1. Find the third angle of a triangle (using a parallel line) when two of the angles are:
   (a) 36°, 72° (b) 150°, 15° (c) 90°, 30° (d) 75°, 45°
2. Can you construct a triangle all of whose angles are equal to 70°? If two of the angles are 70° what would the third angle be? If all the angles in a triangle have to be equal, then what must its measure be? Explore and find out.
3. Here is a triangle in which we know ∠B = ∠C and ∠A = 50°. Can you find ∠B and ∠C?

Try This

APSCERT

ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାର ଧାରଣା ମାଧ୍ୟମରେ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି କୋଣର ସମଷ୍ଟି 180°ରୁ କମ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଉପଯୋଗୀ ଥିଲା । ତୃତୀୟ କୋଣ ∠BAC ର ପରିମାଣ ଖୋଜି ବାହାର କରିବାରେ ମଧ୍ୟ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ସହାୟକ ହେବ ।

ମନେକର A ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ BC ସହ ସମାନ୍ତରେ XY ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି ।



ଚିତ୍ରଚିତ୍ର 7.6

✪ ଆମେ ଏଠାରେ ∠XAB ଏବଂ ∠YAC ସୃଷ୍ଟି ହେବାର ଦେଖିପାରୁଛୁ । ସେମାନଙ୍କର ପରିମାଣ କେତେ ?ଯେହେତୁ XY ସରଳରେଖା BC ସହ ସମାନ୍ତର ∠XAB = ∠B ଏବଂ ∠YAC = ∠C । କାରଣ, ସେମାନେ AB ଓ AC ଛେଦକ ଦ୍ୱୟର ଏକାନ୍ତର କୋଣ ।

ତେଣୁ, ∠XAB = 50°, ଏବଂ ∠YAC = 70° । ଏଥିରୁ ଆମେ ∠BAC ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା କି?

ଆମେ ଜାଣୁଯେ, ∠XAB, ∠YAC ଏବଂ ∠BAC ର ସମଷ୍ଟି 180° ।

$\angle XAB + \angle YAC + \angle BAC = 180°$

$50° + \angle BAC + 70° = 180°$

$120° + \angle BAC = 180°$

ତେଣୁ, $\angle BAC = 60°$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନକର (BC ର ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ) ଏବଂ ପରୀକ୍ଷା କରଯେ ଏହାର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି କି?



ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.8

1. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି କୋଣକୁ ନେଇ ତୃତୀୟ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ବ୍ୟବାହାର କରି ।)

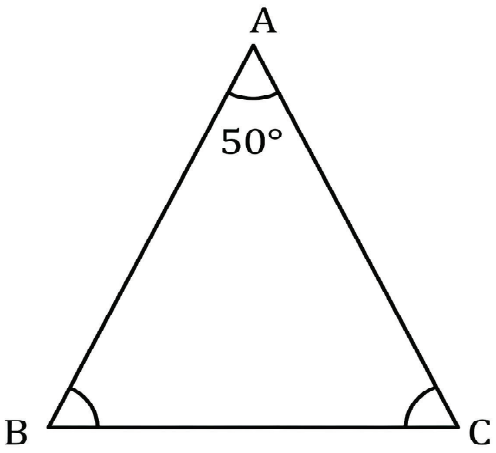
   (a) 36°, 72° (b) 150°, 15° (c) 90°, 30° (d) 75°, 45°

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 70° ଥାଇ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି? ଯଦି ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ 70° ଲେଖାଏଁ ହୁଏ ତେବେ ତୃତୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ? ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ହୁଏ ତେବେ ଏହି କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ହେବ? ଅନୁସନ୍ଧାନ କର ।

3. ଏଠାରେ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଛି ଯେଉଁଥିରେ ∠B = ∠C ଏବଂ ∠A = 50° ।
   ତୁମେ ∠B ଏବଂ ∠C ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ?

ଚେଷ୍ଟାକର

AP SCERT



7.3.3 Angle Sum Property

What can we say about the sum of the angles of any triangle?

Consider a triangle ABC. To find the sum of its angles, we can use the same method of drawing a line parallel to the base: construct a line through A that is parallel to BC.

We need to find $\angle A + \angle B + \angle C$.

We know that $\angle B = \angle XAB$, $\angle C = \angle YAC$.

So, $\angle A + \angle B + \angle C = \angle A + \angle XAB + \angle YAC$

$= 180^\circ$ as together they form a straight angle.

Thus we have proved that the sum of the three angles in any triangle is 180°! This rather surprising result is called the angle sum property of triangles.

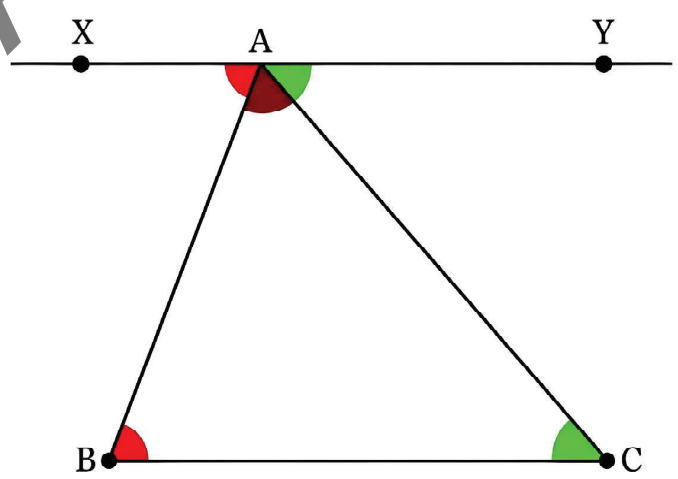
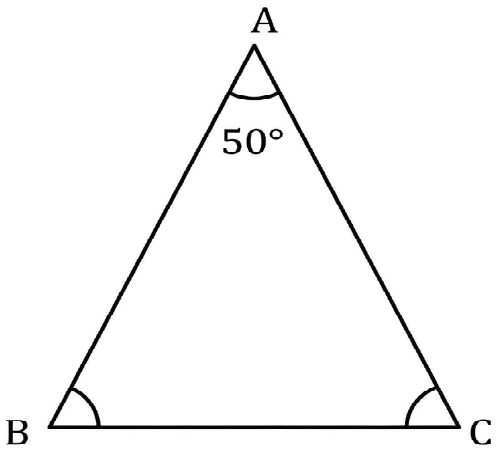


Fig. 7.7

APSCERT



7.3.3 ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସମଷ୍ଟି ସମ୍ପୃକ୍ତ ଧର୍ମ

? ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସମ୍ପର୍କରେ କ'ଣ କୁହାଯାଇପାରେ ?

ABC ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ନିଆଯାଉ ଏବଂ ଏହାର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାପାଇଁ ଭୂମି ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳ ରେଖାର ଧାରଣା ବ୍ୟବହାର ଆମେ କରିପାରିବା । A ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ BC ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ।

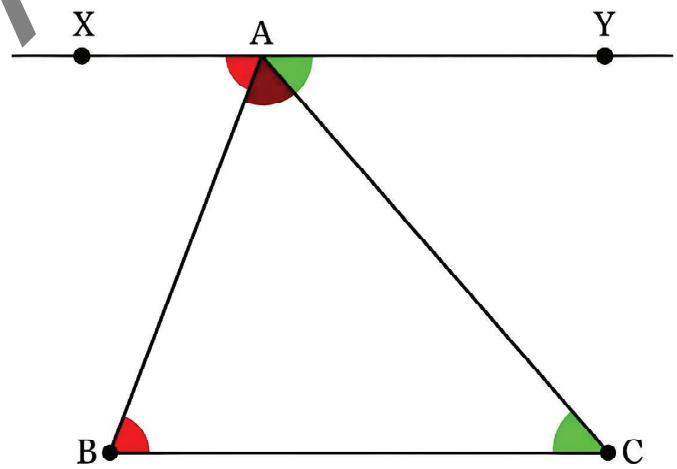
ଆମକୁ $\angle A + \angle B + \angle C$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $\angle B = \angle XAB$, $\angle C = \angle YAC$

ତେଣୁ $\angle A + \angle B + \angle C = \angle A + \angle XAB + \angle YAC = 180°$

ତେଣୁ ଆମେ ପ୍ରମାଣ କଲେ ଯେ ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180°।

ଏହା ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ସମଷ୍ଟି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଧର୍ମ ଅଟେ ।



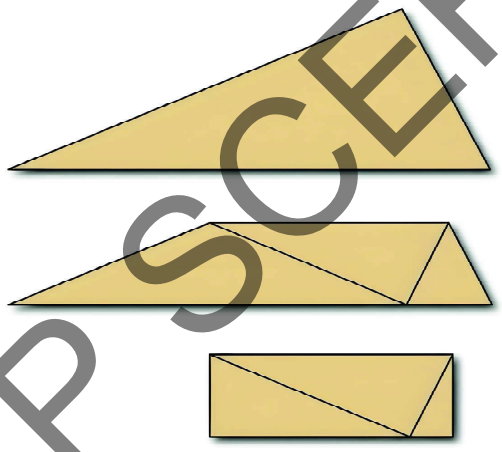
ଚିତ୍ର 7.7

APSCERT

Take some time to reflect upon how we figured out the angle sum property. In the beginning, the relationship between the third angle and the other two angles was not at all clear. However, a simple idea of drawing a line parallel to the base through the top vertex (as in Fig. 7.7) suddenly made the relationship obvious. This ingenious idea can be found in a very influential book in the history of mathematics called 'The Elements'. This book is attributed to the Greek mathematician Euclid, who lived around 300 BCE.

This solution is yet another example of how creative thinking plays a key role in mathematics!

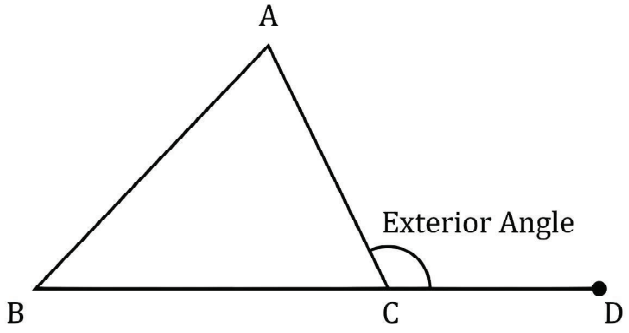
There is a convenient way of verifying the angle sum property by folding a triangular cut-out of a paper. Do you see how this shows that the sum of the angles in this triangle is 180°?



AP SCERT

7.3.4 Exterior Angles

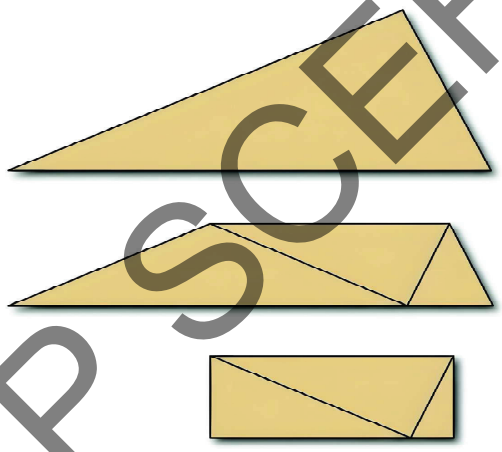
The angle formed between the extension of a side of a triangle and the other side is called an exterior angle of the triangle. In this figure, ∠ACD is an exterior angle.



ଆମେ କୋଣ ସମଷ୍ଟି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଧର୍ମ କିପରି ଆକଳନ କଲେ ତାହା ପ୍ରତିଫଳନ କରିବା ପାଇଁ କିଛି ସମୟ ନିଅ । ଆମ ସମ୍ମୁଖରେ ଗୋଟିଏ କୋଣ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ପଷ୍ଟ ନଥିଲା । ତ୍ରିଭୁଜର ଉପର ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଧାରଣା ଯୋଗୁଁ (ଚିତ୍ର 7.7) କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ପଷ୍ଟ ହୋଇପାରିଲା । ଏହି ଚତୁର ଚିନ୍ତାଧାରା ଗଣିତ ଇତିହାସର ''ଦି ଏଲିମେଣ୍ଟ୍ସ୍'' (The Elements)ନାମକ ଏକ ପ୍ରଭବଶାଳୀ ଗ୍ରନ୍ଥରୁ ମିଳିପାରିଛି । ଏହି ପୁସ୍ତକର ମୂଳ ଲେଖକ ଗ୍ରୀକ୍ ଗାଣିତଜ୍ଞ ''ୟୂକ୍ଲିଡ୍''(Euclid)ଙ୍କୁ ସମର୍ପିତ ଅଟେ, ଯିଏ କି 300 ଖ୍ରୀ.ପୂ. (300 BCE)ପାଖାପାଖି ବଞ୍ଚିଥିଲେ ।

ଗଣିତରେ ସୃଜନଶୀଳ ଚିନ୍ତାଧାରା କିପରି ଏକ ପ୍ରମୁଖ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରେ ତାହାର ଏହି ସମାଧାନ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ ।

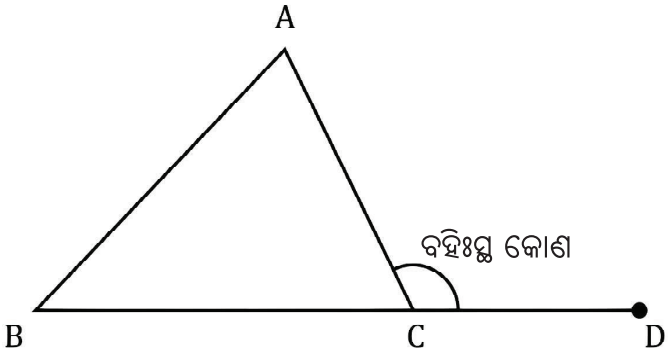
କୋଣର ସମଷ୍ଟି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଧର୍ମ ପରୀକ୍ଷାର ଆଉ ଏକ ସରଳ ଉପାୟ ରହିଅଛି । ଏକ କାଗଜରେ ତ୍ରିକୋଣୀୟ ଭାଙ୍ଗ ନେଇ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରାଯାଇପାରିବ । ଏହି କାଗଜ ଭାଙ୍ଗ ଦ୍ୱାରା ତୁମେ ଦେଖିପାରୁଛ କି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ସମଷ୍ଟି 180° ?



AP SCERT

7.3.4 ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ

ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ବାହୁକୁ ବର୍ଦ୍ଧିତ କଲେ, ସେହି ବର୍ଦ୍ଧିତ ଅଂଶ ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱବର୍ତ୍ତୀ ବାହୁମଧ୍ୟରେ ଯେଉଁ କୋଣଟି ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ ତାହାକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ରରେ ∠ACD ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଅଟେ ।



Find ∠ACD, if ∠A = 50°, and ∠B = 60°.

From the angle sum property, we know that

$$50° + 60° + \angle ACB = 180°$$

$$110° + \angle ACB = 180°$$

So, ∠ACB = 70°

So, ∠ACD = 180 ° – 70° = 110°,

since, ∠ACB and ∠ACD together form a straight angle.

Find the exterior angle for different measures of ∠A and ∠B. Do you see any relation between the exterior angle and these two angles?

[**Hint:** From angle sum property, we have ∠A + ∠B + ∠ACB = 180°.]

We also have ∠ACD + ∠ACB = 180°, since they form a straight angle. What does this show?

7.4 Constructions Related to Altitudes of Triangles

There is another set of useful measurements with respect to a triangle — the height of each of its vertices with respect to the opposite sides.

In the world around us, we talk of the heights of various objects: the height of a person, the height of a tree, the height of a building, etc. What do we mean by the word 'height'?

Consider a triangle ABC. What is the height of the vertex A from its opposite side BC, and how can it be measured?

Let AD be the line segment from A drawn perpendicular to BC. The length of AD is the height of the vertex A from BC. The line segment AD is said to be one of the 'altitudes' of the triangle.

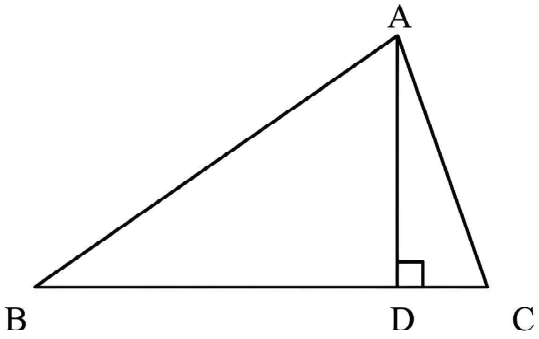


Fig. 7.8

AP SCERT

$\angle A = 50°$ ଏବଂ $\angle B = 60°$ ହେଲେ $\angle ACD$ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।

କୋଣ ସମଷ୍ଟି ଧର୍ମ ଅନୁସାରେ

$$50° + 60° + \angle ACB = 180°$$

$$110° + \angle ACB = 180°$$

ତେଣୁ, $\angle ACB = 70°$

ତେଣୁ, $\angle ACD = 180° - 70° = 110°$,

କାରଣ, $\angle ACB$ ଏବଂ $\angle ACD$ ର ମୋଟ ଏକ ସରଳରେଖିକ କୋଣ ଅଟେ ।

$\angle A$ ଏବଂ $\angle B$ ର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ କୋଣ ପାଇଁ ସେଗୁଡ଼ିକର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।

ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ?

(**ସୂଚନା:** କୋଣ ସମଷ୍ଟି ଧର୍ମରୁ $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180°$)

ପୁନଶ୍ଚ $\angle ACD + \angle ACB = 180°$, କାରଣ ଏଗୁଡ଼ିକ ସରଳରୈଖିକ କୋଣ ଗଠନ କରନ୍ତି ।

ଏହା କିପରି ସମ୍ପର୍କିତ?

7.4 ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା ସମ୍ପର୍କିତ ଅଙ୍କନ

ତ୍ରିଭୁଜ ସହ ଜଡ଼ିତ ଆଉ ଏକ ଉପଯୋଗୀ ମାପ ସେଟ୍ ରହିଛି– ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ତାହାର ବିପରୀତ ବାହୁପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ମାପ (ଉଚ୍ଚତା) ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ଆଲୋଚନା ।

ଆମ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁ ଯଥା– ମନୁଷ୍ୟର ଉଚ୍ଚତା, ଗଛର ଉଚ୍ଚତା, କୋଠାଘରର ଉଚ୍ଚତା ଇତ୍ୟାଦି ସମ୍ପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିଥାଉ । ଏଠାରେ ଉଚ୍ଚତା ଶବ୍ଦର ଅର୍ଥ କ'ଣ ?

ABC ତ୍ରିଭୁଜ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ ।

ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ Aରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ BCପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ବା ଉଚ୍ଚତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ଏବଂ ଏହାକୁ କିପରି ମାପିପାରିବା ?

ମନେକର A ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ BC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ AD ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । ADର ଦୈର୍ଘ୍ୟ A ଠାରୁ BC ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚତା ଅଟେ । ରେଖାଖଣ୍ଡ AD କୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଉଚ୍ଚତା (altitude) କୁହାଯାଏ ।

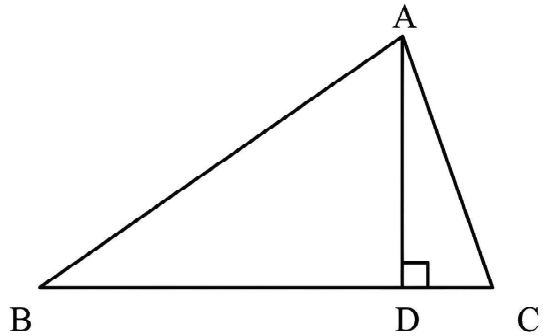
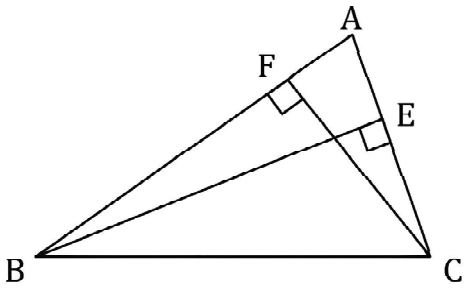


Fig. 7.8

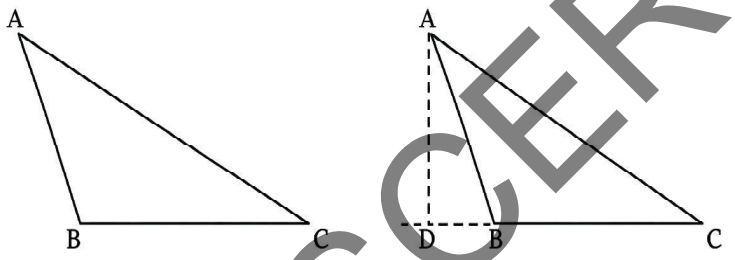
AP SCERT

The other altitudes are BE and CF in the figure below: the perpendiculars drawn from the other vertices to their respective opposite sides.



Whenever we use the word height of the triangle, we generally refer to the length of the altitude to whatever side we take as base (this altitude is AD in the case of Fig. 7.8).

What would the altitude from A to BC be in this triangle?



We extend BC and then drop the perpendicular from A to this line .

Altitudes Using Paper Folding

? Cut out a paper triangle. Fix one of the sides as the base. Fold it in such a way that the resulting crease is an altitude from the top vertex to the base. Justify why the crease formed should be perpendicular to the base.

Construction of the Altitudes of a Triangle

Construct an arbitrary triangle. Label the vertices A, B, C taking BC to be the base.

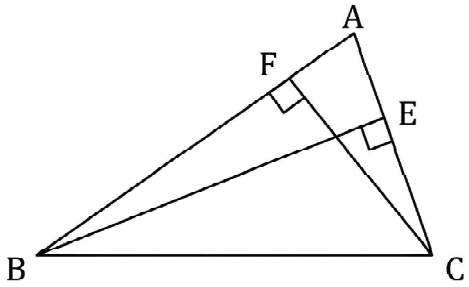
? Construct the altitude from A to BC,

Constructing the altitude using just a ruler is not accurate. To get a more precise angle of 90°, we use a set square along with a ruler.

? Can you see how to do this?

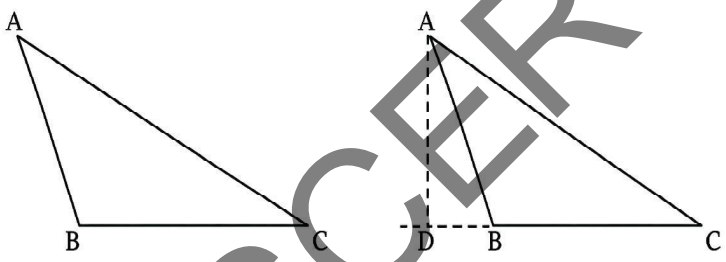
AP SCERT

ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ୟ ଉଚ୍ଚତା ଗୁଡ଼ିକ BE ଏବଂ CF (ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ) ଯାହାକି ଅନ୍ୟ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ତାହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ।



ଯେତେବେଳେ ବି ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା କଥା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରୁ ତାହା ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ବୁଝାଏ, ଯାହା କୌଣସି ଭୂମି ଉପରିସ୍ଥ ହୋଇଥାଏ । ଚିତ୍ର 7.8 କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହା AD ଅଟେ ।

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରରେ A ରୁ BC ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚତା କେତେ ହେବ ?



BC ବାହୁକୁ ବର୍ଦ୍ଧିତ କରି A ବିନ୍ଦୁରୁBC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରିଥାଉ ।

କାଗଜ ଭାଙ୍ଗ ମାଧ୍ୟମରେ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ

? ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ଖଣ୍ଡିଏ କାଗଜ ନିଅ । ଏହାର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଭୂମି ଭାବରେ ଗ୍ରହଣ କରି ଏହାକୁ ଏପରି ଭାବରେ ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ ଯେପରିକି ଭାଙ୍ଗ ପଡ଼ିଥିବା ଦାଗଟି ଉପର ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁରୁ ଭୂମି ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବ । ଏହି ଦାଗଟି ଭୂମି ପ୍ରତି କିପରି ଲମ୍ବ ହୁଏ ବୁଝାଅ ।

ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା ଅଙ୍କନ

କୌଣସି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । BC କୁ ଭୂମିରୂପେ ନେଇ A, B, C ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ନାମିତ କର ।

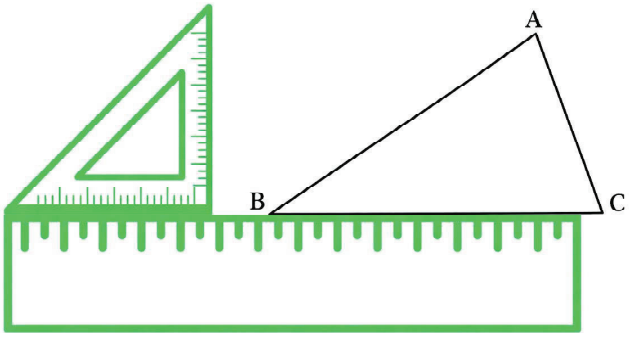
? A ଠାରୁ BC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ (ଉଚ୍ଚତା) ଅଙ୍କନ କର ।

କେବଳ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଠିକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ନାହିଁ । 90°, ଠିକ୍ ଲମ୍ବପାଇଁ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ଓ ସ୍କେଲକୁ ବ୍ୟବହାର କର ।

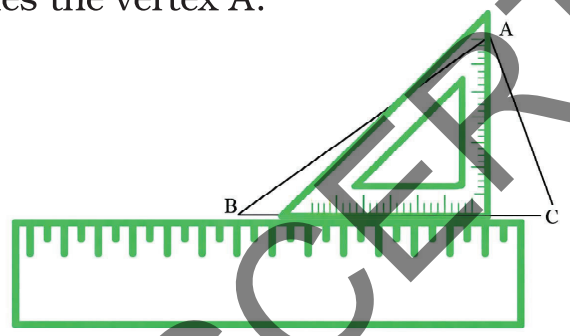
? ତୁମେ ଏହା କିପରି କଲ ?

AP SCERT

Step 1: Keep the ruler aligned to the base. Place the set square on the ruler as shown, such that one of the edges of the right angle touches the ruler.



Step 2: Slide the set square along the ruler till the vertical edge of the set square touches the vertex A.



Step 3: Draw the altitude to BC through A using the vertical edge of the set square.

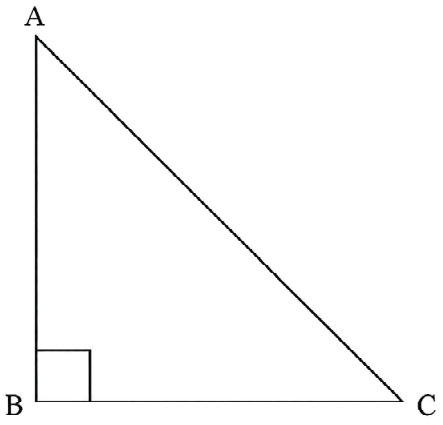
Does there exist a triangle in which a side is also an altitude?

Visualise such a triangle and draw a rough diagram.

We see that this happens in triangles where one of the angles is a right angle.

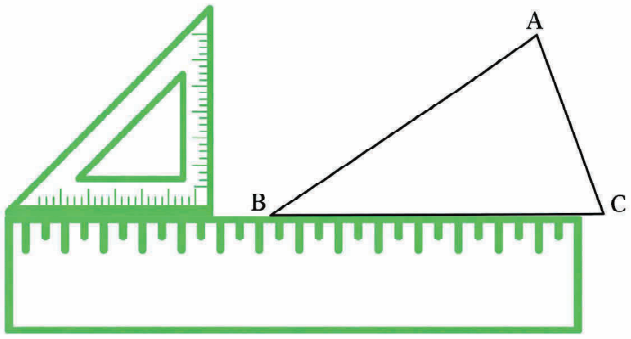
Triangles having one right angle are called right-angled triangles or simply right triangles.

Altitude from A to BC

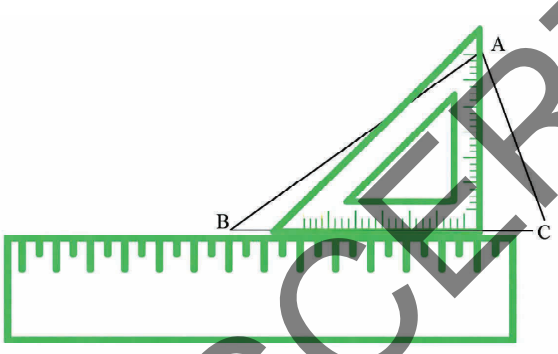


AP SCERT

ସୋପାନ 1 : ସ୍କେଲ୍‌ଟିକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି ସହ ସମାନ୍ତର ଭାବେ ରଖ । ଉପର ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ସ୍କେଲ୍ ଉପରେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରଟିକ ରଖ ଯେପରିକି ସମକୋଣ ଥିବା ଗୋଟିଏ ଧାର ସ୍କେଲଟିକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରିବ ।



ସୋପାନ 2 : ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍‌ଟିକୁ ଏହିପରି ଭାବରେ ଘୁଞ୍ଚାଇବା, ତାହାର ଧାର ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ Aକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରିବ ।



ସୋପାନ 3 : ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ଭୂଲମ୍ବ ଧାରକୁ ବ୍ୟବହାର କରି A ଠାରୁ BC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।

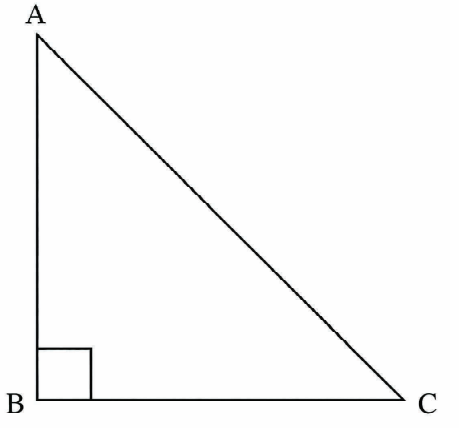
? ଏମିତି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ କି ଯାହାର ଗୋଟିଏ ବାହୁ ଏକ ଉଚ୍ଚତା ହେବ ?

ସେହିପରି ତ୍ରିଭୁଜଟି କଳ୍ପନା କରି ଏକ ରଫ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

ଏହା ସମ୍ଭବ ହେବ, ଯେତେବେଳେ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ସମକୋଣ ।

ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 90° (ସମକୋଣ) ସେହି ତ୍ରିଭୁଜକୁ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କହନ୍ତି ।

A ଠାରୁ BC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ (ଉଚ୍ଚତା) AB.



AP SCERT

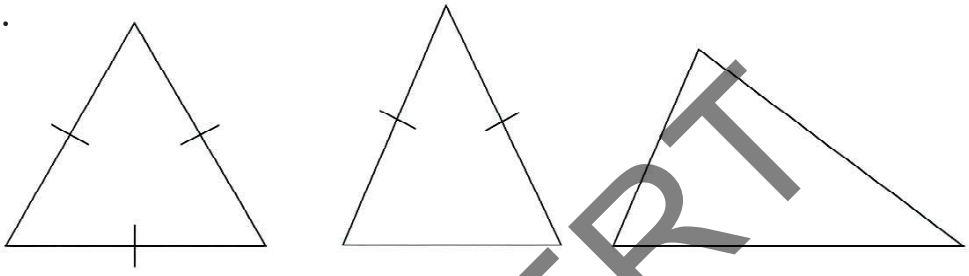
7.5 Types of Triangles

In our study of triangles, we have encountered the following types of triangles; equilateral, isosceles, scalene and right-angled triangles.

? Did you spot any other type of triangle?

The classification of triangles as equilateral and isosceles was based on equality of sides.

Equilateral triangles have sides of equal length. Isosceles triangles have two sides of equal length. Scalene triangles have sides of three different lengths.



Equilateral Triangle Isosceles Triangle Scalene Triangle

Can a similar classification be done based on equality of angles? Is there any relation between these two classifications? We will answer these questions in a later chapter.

We used angle measures when classifying a triangle as a rightangled triangle.

? What are the other types of triangles based on angle measures?

A classification of triangles based on their angle measures is acuteangled, right-angled and obtuse-angled triangles. We have already seen what a right-angled triangle is. It is a triangle with one right angle. Similarly, an obtuse-angled triangle has one obtuse angle.

? What could an acute-angled triangle be? Can we define it as a triangle with one acute angle? Why not?

In an acute-angled triangle, all three angles are acute angles.

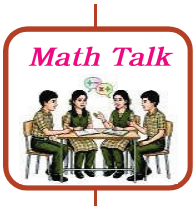




Figure it Out - 7.9

1. Construct a triangle ABC with BC = 5 cm, AB = 6 cm, CA = 5 cm. Construct an altitude from A to BC.
2. Construct a triangle TRY with RY = 4 cm, TR = 7 cm, ∠R = 140°. Construct an altitude from T to RY.

AP SCERT

7.5 ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରକାର ଭେଦ

ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଧ୍ୟୟନରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇଛୁ । ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ।

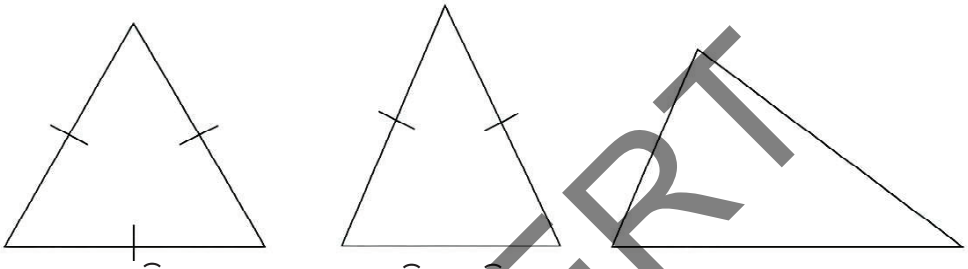
? ତୁମେ କ'ଣ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜ ଦେଖିଛ କି ?

ସମବାହୁ ଏବଂ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବର୍ଗୀକରଣ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ସମାନତା ଉପରେ ଆଧାରିତ ।

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅସମାନ ।



ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ

ସେହିପରି ଆମେ କୋଣ ଅନୁସାରେ ତ୍ରିଭୁଜର ବର୍ଗୀକରଣ କରିପାରିବା କି ? ବାହୁ ଅନୁସାରେ ବର୍ଗୀକରଣ ଓ କୋଣ ଅନୁସାରେ ବର୍ଗୀକରଣର କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ରହିଅଛି କି ?

ଏହା ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ପାଠରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

? କୋଣର ପରିମାଣ ଅନୁସାରେ ଆଉ କେତେ ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜ ହୋଇପାରିବ ?

କୋଣ ଅନୁସାରେ ତ୍ରିଭୁଜକୁ ବର୍ଗୀକରଣ କଲେ ଆମେ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ, ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇବା । ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛୁ ଯେ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କ'ଣ ଅଟେ । ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ସମକୋଣ ହେଲେ ତାହାକୁ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜଟିକୁ ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

? ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କ'ଣ ? କୌଣସି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ହେଲେ ତାହା ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ କି ?

ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ଅଟେ ।





ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.9

1. BC = 5 ସେ.ମି. , AB = 6 ସେ.ମି., CA = 5 ସେ.ମି. ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ABC ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନକର । A ରୁ BC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ ଅର ।
2. RY = 4 ସେ.ମି., TR = 7 ସେ.ମି., ∠R = 140° ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ TRY ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନକର । T ରୁ RY କୁ ଉଚ୍ଚତା ଅଙ୍କନ ଅର ।

APSCERT

3. Construct a right-angled triangle ABC with $\angle B = 90°$, AC = 5 cm. How many different triangles exist with these measurements?



[**Hint:** Note that the other measurements can take any values. Take AC as the base. What values can $\angle A$ and $\angle C$ take so that the other angle is 90°?]

4. Through construction, explore if it is possible to construct an equilateral triangle that is (i) right-angled (ii) obtuse-angled. Also construct an isosceles triangle that is (i) right-angled (ii) obtuse-angled.

SUMMARY

- Use of a compass simplifies the construction of triangles when the sidelengths are given.
- A set of three lengths where the length of each is smaller than the sum of the other two is said to satisfy the triangle inequality.
- Sidelengths of a triangle satisfy triangle inequality, and, if a given set of lengths satisfy the triangle inequality, a triangle can be constructed with those sidelengths.
- Triangles can be constructed when the following measurements are given:
  (a) two of the sides and their included angle
  (b) two angles and the included side
- The sum of the angles of a triangle is always 180°.
- An altitude of a triangle is a perpendicular line segment from a vertex to its opposite side.
- Equilateral triangles have sides of equal length. Isosceles triangles have two sides of equal length. Scalene triangles have sides of three different lengths.
- Triangles are classified based on their angle measures as acute-angled, right-angled and obtuse-angled triangles.

APSCERT

3. $\angle B = 90°$, AC = 5 ସେ.ମି.ର ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ଅଙ୍କନକର ।
ଏହି ମାପନେଇ କେତୋଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ?
(**ସୂଚନା:** ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଯେ, ଅନ୍ୟ ମାପଗୁଡ଼ିକ ଯେକୌଣସି ମୂଲ୍ୟ ହୋଇପାରେ । AC କୁ ଭୂମି ରୂପେ ନିଆଯାଉ । $\angle A$ ଓ $\angle C$ କେଉଁ ପରିମାଣ ହୋଇପାରିବ ଯାହା ଫଳରେ ଅନ୍ୟକୋଣଟି 90° ହେବ?)

ଚେଷ୍ଟାକର

4. (i) ସମକୋଣ (ii) ସ୍ଥୂଳକୋଣ ବିଶିଷ୍ଟ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ? ଅଙ୍କନ ମାଧ୍ୟମରେ ପରୀକ୍ଷଣ କର ।
ସେହିପରି (i) ସମକୋଣ (ii) ସ୍ଥୂଳକୋଣ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନକର ।

ସାରାଂଶ

- ବାହୁ ମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦିଆଯାଇଥିଲେ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସହଜ ହୋଇଥାଏ ।
- ତିନୋଟି ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଏକ ସେଟ ଯେଉଁଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକରଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟିଠାରୁ ସାନ, ତାହା ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ଧର୍ମକୁ ସୂଚିତ କରେ ।
- ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ର୍ଦଘ୍ୟ ଯଦି ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ସର୍ତ୍ତ ପାଳନକରେ ଏବଂ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ସେଟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ଧର୍ମକୁ ପାଳନ କରେ ତେବେ ସେହି ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ।
- ନିମ୍ନଲିଖିତ ମାପକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।
  (a) ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଏବଂ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ
  (b) ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଏବଂ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ ବାହୁ
- ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସର୍ବଦା 180° ।
- ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ହେଉଛି ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା ।
- ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅସମାନ ।
- କୋଣର ପରିମାଣ ଅନୁସାରେ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରକାରଭେଦ ଯଥା : ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ, ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ।

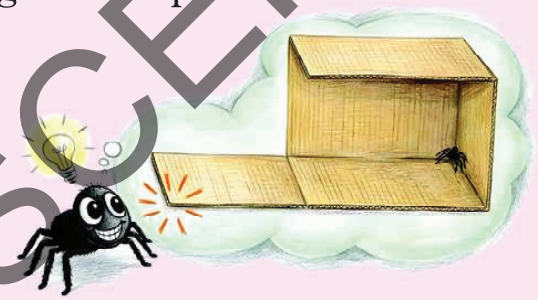
AP SCERT



There is a spider in a corner of a box. It wants to reach the farthest opposite corner (marked in the figure). Since it cannot fly, it can reach the opposite point only by walking on the surfaces of the box. What is the shortest path it can take?

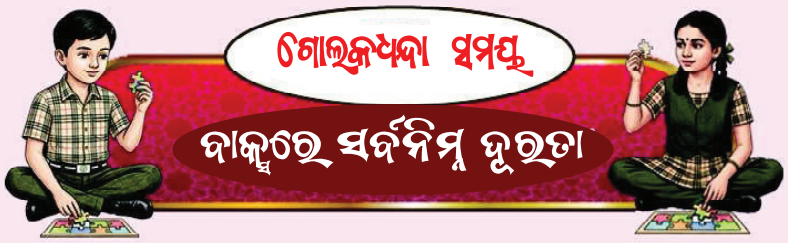


Take a cardboard box and mark the path that you think is the shortest from one corner to its opposite corner. Compare the length of this path with that of the paths made by your friends.





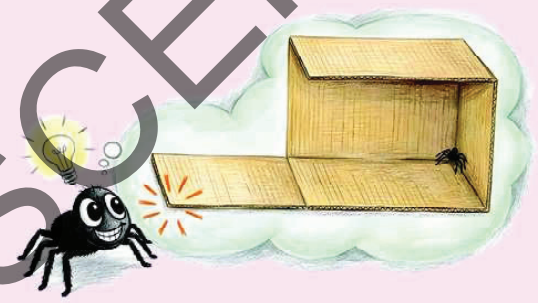
© NCERT



ବାକ୍ସର ଏକ କୋଣରେ ବୁଢ଼ିଆଣୀଟିଏ ଅଛି । ସେ ସବୁଠାରୁ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିପରୀତ କୋଣରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ଚାହେଁ । (ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ) ଯେହେତୁ ସେ ଉଡ଼ିପାରେ ନାହିଁ, ସେ ବାକ୍ସର ସମତଳ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଚାଲି ଚାଲି ଯିବ । ଏହାର ବିପରୀତ କୋଣରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ସେ କେଉଁ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଥ ବାଛିବ ତାହାକୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ଏହାକୁ ତୁମର ସାଙ୍ଗ ମାନେ ସ୍ଥିର କରିଥିବା ସର୍ବନିମ୍ନ ଦୂରତା ସହ ତୁଳନା କର ।



ଗୋଟିଏ କାର୍ଡ୍‌ବୋର୍ଡ୍ ବାକ୍ସ ନିଅ । ତୁମେ ଗୋଟିଏ କୋଣରୁ ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣକୁ ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ପଥ ବୋଲି ଭାବୁଥିବା ରାସ୍ତାକୁ ଚିହ୍ନଟକର । ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତୁମେ ସାଙ୍ଗମାନେ ପାଇଥିବା ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ତୁଳନା କର ।





© SCERT

ANSWERS

Figure it out - 1.1

1) 25,000 2) 6,000 3) 31,000

Figure it out - 1.2

1) **(a) to (e)**

Buttons	8300		40629		56354		66666		367813	
+10,00,000										
+1,00,000									2	3
+10,000			3	4	3	4	4	5	14	3
+1,000	5	6	10	0	19	14	19	11	13	20
+100	30	20	4	6	65	20	68	49	123	173
+10	30	20	11	2	75	35	78	76	193	39
+1	-	100	119	9	104	4	86	6	583	123
Total	65	146	147	21	266	77	255	147	928	361

Figure it out - 1.3

1)

Buttons	8300	40629	56354	66666	367813
+10,00,000	-	-	-	-	-
+1,00,000	-	-	-	-	3
+10,000	-	4	5	6	6
+1,000	8	-	6	6	7
+100	3	6	3	6	8
+10	-	2	5	6	1
+1	-	9	4	6	3
Total	11	21	23	30	28

APSCERT

ଉତ୍ତରମାଳା

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 1.1

1) 25,000 2) 6,000 3) 31,000

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 1.2

1) **(a) ରୁ (e)**

ବଟନ୍	8300		40629		56354		66666		367813	
+10,00,000										
+1,00,000									2	3
+10,000			3	4	3	4	4	5	14	3
+1,000	5	6	10	0	19	14	19	11	13	20
+100	30	20	4	6	65	20	68	49	123	173
+10	30	20	11	2	75	35	78	76	193	39
+1	-	100	119	9	104	4	86	6	583	123
ମୋଟ	65	146	147	21	266	77	255	147	928	361

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 1.3

1)

ବଟନ୍	8300	40629	56354	66666	367813
+10,00,000	-	-	-	-	-
+1,00,000	-	-	-	-	3
+10,000	-	4	5	6	6
+1,000	8	-	6	6	7
+100	3	6	3	6	8
+10	-	2	5	6	1
+1	-	9	4	6	3
ମୋଟ	11	21	23	30	28

AP SCERT

Figure it out - 1.4

(1) (a) Indian system: 40,50,678
Forty lakhs fifty thousand six hundred seventy-eight.
American system: 4,050,678
Four millions fifty thousand six hundred seventy-eight.

(b) Indian system: 4,81,21,620
Four crores eighty-one lakhs twenty-one thousand six hundred twenty.
American system: 48,121,620
Forty million one twenty-one thousand six hundred twenty.

(c) Indian system: 2,00,22,002
Two crores twenty-two thousand two.
American system: 20,022,002
Twenty million twenty-two thousand two.

(d) Indian system: 24,68,13,579
Twenty-four crores sixty-eight lakhs thirteen thousand five hundred seventy-nine.
American system: 246,813,579
Two forty-six million eight thirteen thousand five hundred seventy-nine.

(e) Indian system: 34,50,00,543
Thirty-four crores fifty lakhs five hundred forty-three.
American system: 345,000,543
Three forty-five million five hundred forty-three.

(f) Indian system: 1,02,03,04,050
One hundred two crores three lakhs four thousand fifty.
American system: 1,020,304,050
One billion twenty million three hundred four thousand fifty.

(2) (a) 1,01,01,010 (b) 1,001,001,001
(c) 10,20,30,040 (d) 9,080,700,600

(3) (a) < (b) > (c) < (d) <

Figure it out - 1.5

(1) (a) Largest multiple of 5 is 9876543210
(b) Smallest even number is 1023456798

(2) Seventy-three lakhs seventy-three thousand three hundred seventy-three (letters 61)

APSCERT

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 1.4

(1) (a) ଭାରତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ: 40,50,678
ଚାଳଶି ଲକ୍ଷ ପଚାଶ ହଜାର ଛ' ଶହ ଅଠସ୍ତରୀ
ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ: 4,050,678
ଚାରି ମିଲିୟନ ପଚାଶ ହଜାର ଛ' ଶହ ଅଠସ୍ତରୀ

(b) ଭାରତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ: 4,81,21,620
ଚାରି କୋଟି ଏକାଅଶି ଲକ୍ଷ ଏକୋଇଶି ହଜାର ଛ' ଶହ କୋଡ଼ିଏ
ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ: 48,121,620
ଅଠଚାଳଶି ମିଲିଅନ୍ ଏକଶହ ଏକୋଇଶି ହଜାର ଛ' ଶହ କୋଡ଼ିଏ

(c) ଭାରତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ: 2,00,22,002
ଦୁଇ କୋଟି ବାଇଶି ହଜାର ଦୁଇ
ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ: 20,022,002
କୋଡିଏ ମିଲିଅନ୍ ବାଇଶି ହଜାର ଦୁଇ

(d) ଭାରତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ: 24,68,13,579
ଚବିଶି କୋଟି ଅଠଷଠି ଲକ୍ଷ ତେର ହଜାର ପାଞ୍ଚ ଶହ ଅଣାଅଶି
ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ: 246,813,579
ଦୁଇ ଶହ ଛୟାଳଶି ମିଲିଅନ୍ ଆଠଶହ ତେର ହଜାର ପାଞ୍ଚ ଶହ ଅଣାଅଶି

(e) ଭାରତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ: 34,50,00,543
ଚଉତିରିଶି କୋଟି ପଚାଶ ଲକ୍ଷ ପାଞ୍ଚଶହ ତେୟାଳଶି
ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ: 345,000,543
ତିନିଶହ ପଞ୍ଚଚାଳଶି ମିଲିଅନ୍ ପାଞ୍ଚଶହ ତେୟାଳଶି

(f) ଭାରତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ: 1,02,03,04,050
ଏକଶହ ଦୁଇ କୋଟି ତିନି ଲକ୍ଷ ଚାରି ହଜାର ପଚାଶ
ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ: 1,020,304,050
ଏକ ବିଲିଅନ୍ କୋଡ଼ିଏ ମିଲିଅନ୍ ତିନିଶହ ଚାରି ହଜାର ପଚାଶ

(2) (a) 1,01,01,010 (b) 1,001,001,001
(c) 10,20,30,040 (d) 9,080,700,600

(3) (a) < (b) > (c) < (d) <

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 1.5

(1) (a) 5 ର ଗରିଷ୍ଠ ଗୁଣିତକ 9876543210
(b) ଲଘିଷ୍ଠ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା 1023456798

(2) ତେସ୍ତରୀ ଲକ୍ଷ ତେସ୍ତରୀ ହଜାର ତିନିଶହ ତେସ୍ତରୀ (ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା: 18)

AP SCERT

(3) 123456789 - and only one such nine digit number exists.

(4) 5534512345 (keep the 10 digits at postions 4,9,12,13,14,15,16,17,19,19) that number is largest possible.

(5) No words are like that (or) No such type of words are available.

(6) (a) 1000th digit is 3 (b) millionth digit is 1
(c) 5 can be written for 5000th times in 13495.

(7) (a) 20,800 Total clicks: 10 (b) 92,100 Total clicks: 30
(c) 1,20,500 Total clicks: 17 (d) 65,30,000 Total clicks: 653
(e) 70,25,700 Total clicks: 759

(8) 10,000 lakhs = 1 billion.

(9) (a) 8,30,405 _>__ 8,03,405 (b) 9,000,000 _=_ 90,00,000

(10) Some possibilities (b) 1,50,000 + (7,000 × 5) + 13,000 + 4,000 (Close)

$$\text{(c) } 1{,}50{,}000 \times \left(\frac{20}{5}\right) - 13{,}000 - 7{,}000$$

(11) 1,82,000 coins (The height of statue of unity is taken as 182 meters)

(12) 12 -13 days. (13) 51.4 km/hr.

(14) Bald eagles are 120 times, Mount Everest is 177 times, Aeroplanes is 256 times. So, these heights are 90 to 256 times taller than Ramu's building.

Figure it out - 2.1

1. (a) 11 (b) 8 (c) 4 (d) 9
2. 120 ÷ 3 < 67 - 20 < 67 - 19 < 5 × 11 < 35 + 25

Figure it out - 2.2

1. (a) Terms: 28, - 7, and 8 Value: 29
   (b) Terms: 39, - 2 × 6 and 11 Value: 38
   (c) Terms: 40, - 10, 10 and 10 Value: 50
   (d) Terms: 48, - 10 × 2, 16 ÷ 2 Value: 36
   (e) Terms: 6 × 3, 4 × 8 × 5 Value: - 142
2. (a) One of the stories could be; A library had 89 books on its shelves. The librarian bought 21 new books and added them to the collection. Later, 10 books were borrowed by students. How many books remain on the shelves?
   Value of the expression: 100
   (b) Make a story of your own for the given expression.
   Value of the expression: 54.
   (c) Make a story of your own for the given expression.
   Value of the expression: 48
3. (a) Expression describing the situation = 2 × 100 + 100/2
   Terms: 2 × 100, 100/2
   Value: 250 gold coins.

ARSCERT

(3) 123456789 – ଏହିପରି ନ'ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା କେବଳ ଗୋଟିଏ ଥାଏ ।

(4) 5534512345 (ଦତ୍ତ ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକରେ ଅଙ୍କ ସ୍ଥାପନ କରିବା ପରେ ପାଇବା ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା)

(5) ସେହିପରି ପଦ ନାହିଁ।

(6) (a) 1000ତମ ଅଙ୍କ 3 (b) ମିଲିଅନ୍ ତମ ଅଙ୍କ 1
(c) 13495 ରେ 5 ଅଙ୍କ 5000ଥର ଆସେ

(7) (a) 20,800 ମୋଟ କ୍ଲିକ୍ ସଂଖ୍ୟା: 10 (b) 92,100 ମୋଟ କ୍ଲିକ୍ ସଂଖ୍ୟା: 30
(c) 1,20,500 ମୋଟ କ୍ଲିକ୍ ସଂଖ୍ୟା: 17 (d) 65,30,000 ମୋଟ କ୍ଲିକ୍ ସଂଖ୍ୟା: 653
(e) 70,25,700 ମୋଟ କ୍ଲିକ୍ ସଂଖ୍ୟା: 759

(8) 10,000 ଲକ୍ଷ = 1 ବିଲିଅନ୍

(9) (a) 8,30,405 _>__ 8,03,405 (b) 9,000,000 _=_ 90,00,000

(10) କେତୋଟି ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳଫଳ (b) 1,50,000 + (7,000 × 5) + 13,000 + 4,000 (Close)

$$\text{(c) } 1,50,000 \times \left(\frac{20}{5}\right) - 13,000 - 7,000$$

(11) 1,82,000 ଟି ମୁଦ୍ରା (ଷ୍ଟାଚ୍ୟୁ ଅଫ୍ ୟୁନିଟିର ଉଚ୍ଚତା – 182 ମିଟର ନିଆଯାଇଛି ।)

(12) 12 –13 ଦିନ (13) 51.4 କି.ମି./ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି

(14) ରାମର କୋଠାର ଉଚ୍ଚତା ଅପେକ୍ଷା : ବାଲ୍‌ଡ଼ ଇଗଲ 120 ଗୁଣ, ଏଭାରେଷ୍ଟ ଶୃଙ୍ଗ 177 ଗୁଣ, ବିମାନ 256 ଗୁଣ ଉଚ୍ଚତାରେ ଅଛି । ଅର୍ଥାତ୍ ଏହି ଉଚ୍ଚତାଗୁଡ଼ିକ 90 ରୁ 256 ଗୁଣ ଅଧିକ ।

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 2.1

1. (a) 11 (b) 8 (c) 4 (d) 9
2. $120 \div 3 < 67 - 20 < 67 - 19 < 5 \times 11 < 35 + 25$

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 2.2

1. (a) ପଦଗୁଡ଼ିକ: 28, - 7, ଏବଂ 8 ମୂଲ୍ୟ: 29
   (b) ପଦଗୁଡ଼ିକ: 39, - 2 × 6 ଏବଂ 11 ମୂଲ୍ୟ: 38
   (c) ପଦଗୁଡ଼ିକ: 40, - 10, 10 ଏବଂ 10 ମୂଲ୍ୟ: 50
   (d) ପଦଗୁଡ଼ିକ: 48, - 10 × 2, 16 ÷ 2 ମୂଲ୍ୟ: 36
   (e) ପଦଗୁଡ଼ିକ: 6 × 3, 4 × 8 × 5 ମୂଲ୍ୟ: - 142
2. (a) ଗୋଟିଏ କାହାଣୀ ଏପରି ଥାଇପାରେ;
   ଗୋଟିଏ ପାଠାଗାରରେ 89 ଟି ବହି ଅଛି । ଲାଇବ୍ରେରିୟାନ୍ 21 ଟି ନୂତନ ବହି କିଣି ସେଥିରେ ଯୋଡ଼ିଲେ । ପରେ, 10 ଟି ବହି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ନେଲେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଥାକଗୁଡ଼ିକରେ କେତୋଟି ବହି ବଳକା ଅଛି ?
   ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ: 100
   (b) ଦତ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶର ନିଜେ ଏକ କାହାଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର । ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ: 54
   (c) ଦତ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶର ନିଜେ ଏକ କାହାଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର । ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ: 48
3. (a) ପରିସ୍ଥିତିକୁ ସୂଚାଉଥିବା ପରିପ୍ରକାଶ = 2 × 100 + 100/2
   ପଦଗୁଡ଼ିକ: 2 × 100, 100/2
   ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ : 250 ଟି ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣ ମୁଦ୍ରା

APSCERT

(b) (i) Expression = $4 \times 40 + 3 \times 20$
Terms: 4×40, 3×20
Value: ₹ 220
(ii) Expression = $2 \times (3 \times 40)$.
Terms: $2 \times (3 \times 40)$
Value: ₹ 240

(c) Expression = $7 \times 5 + 6 \times 2 + 2 \times 3$
Terms: 7×5, 6×2, 2×3
Total height: 53 cm

Figure it out - 2.3

1. (a) $24 + (6 - 4) = 24 + 6 \boxed{-} 4$ (b) $38 + (9 \boxed{-} 4) = 38 + 9 - 4$
(c) $24 - (6 + 4) = 24 \boxed{-} 6 - 4$ (d) $24 - 6 - 4 = 24 - 6 \boxed{-} 4$
(e) $27 - (8 + 3) = 27 - 8 - 3$ (f) $27 - (8 \boxed{-} 3) = 27 - 8 + 3$
2. (a) and (f)
3. (a) $(6 + 10) - 2 = 6 + (10 - 2)$ (b) $16 - (8 - 3) \neq (16 - 8) - 3$
(c) $27 - (18 + 4) = 27 + (-18 - 4)$
4. (a) 319 - 537 and - 537 + 319 have the same terms So, 319 - 537 and - 537 + 319 have the same value.
(b) 87 + 46 - 109, 87 + 46 - 109, 87 + 46 - 109 and also, 87 - 46 + 109 and (87 - 46) + 109 have the same terms and so have equal values.
5. (a) $34 - (9 + 12) = 34 - 21 = 13$ (b) $(56 - 14) - 8 = 42 - 8 = 34$
(c) $-22 - (12 + 10) + 22 = -22 - 22 + 22 = -22$
6. (a) $423 + 419 = 419 + 423$ (Commutative Property)
(b) $207 - 68 = 207 + 3 - 3 - 68 = 207 + 3 - (3 + 68) = 210 - 71$ (Associative Property)
7. Some of the expressions are
1. $3 - 2 - 5 = -4$ 2. $5 + 2 + 3 = 10$
3. $5 + 2 - 3 = 4$ 4. $2 - (3 + 5) = -6$ Form more expressions.
8. (a) Yes, $36 - 9 = 36 - (10 - 1) = 36 - 10 + 1 = 26 + 1$
(b) Yes To subtract 8: Subtract 10 and add 2 (since $-8 = -10 + 2$).
Ex: $55 - 8 = 55 - (10 - 2) = 55 - 10 + 2$
More such strategies can be thought of
9. Expressions (b) and (c) are equal to the expression 73 - 14 + 1, and expressions (a) and (d) are equal to the expression 73 - 14 - 1.

APSCERT

(b) (i) ପରିପ୍ରକାଶ = $4 \times 40 + 3 \times 20$

ପଦଗୁଡ଼ିକ: 4×40, 3×20

ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ: ₹ 220

(ii) ପରିପ୍ରକାଶ = $2 \times (3 \times 40)$.

ପଦଗୁଡ଼ିକ: $2 \times (3 \times 40)$

ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ : ₹ 240

(c) ପରିପ୍ରକାଶ = $7 \times 5 + 6 \times 2 + 2 \times 3$

ପଦଗୁଡ଼ିକ: 7×5, 6×2, 2×3

ମୋଟ ଉଚ୍ଚତା : 53 ସେ.ମି.

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 2.3

1. (a) $24 + (6 - 4) = 24 + 6 \boxed{-} 4$ (b) $38 + (9 \boxed{-} 4) = 38 + 9 - 4$
   (c) $24 - (6 + 4) = 24 \boxed{-} 6 - 4$ (d) $24 - 6 - 4 = 24 - 6 \boxed{-} 4$
   (e) $27 - (8 + 3) = 27 - 8 - 3$ (f) $27 - (8 \boxed{-} 3) = 27 - 8 + 3$
2. (a) ଏବଂ (f)
3. (a) $(6 + 10) - 2 = 6 + (10 - 2)$ (b) $16 - (8 - 3) \neq (16 - 8) - 3$
   (c) $27 - (18 + 4) = 27 + (-18 - 4)$
4. (a) 319 – 537 ଏବଂ –537 + 319 ରେ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସମାନ । ତେଣୁ ସେଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ।
   (b) 87 + 46 – 109, 87 + 46 – 109, 87 + 46 – 109 ଏବଂ 87 – 46 + 109 ଏବଂ (87 – 46) + 109 ରେ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସମାନ । ତେଣୁ ସେଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ।
5. (a) $34 - (9 + 12) = 34 - 21 = 13$ (b) $(56 - 14) - 8 = 42 - 8 = 34$
   (c) $-22 - (12 + 10) + 22 = -22 - 22 + 22 = -22$
6. (a) $423 + 419 = 419 + 423$ (କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ)
   (b) $207 - 68 = 207 + 3 - 3 - 68 = 207 + 3 - (3 + 68) = 210 - 71$ (ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)
7. କେତୋଟି ପରିପ୍ରକାଶ ହେଲା:
   1. $3 - 2 - 5 = -4$ 2. $5 + 2 + 3 = 10$
   3. $5 + 2 - 3 = 4$ 4. $2 - (3 + 5) = -6$ ଏହିପରି କେତୋଟି ପରିପ୍ରକାଶ ପ୍ରସ୍ତୁତକର ।
8. (a) ହଁ, $36 - 9 = 36 - (10 - 1) = 36 - 10 + 1 = 26 + 1$
   (b) ହଁ, 8 ବିୟୋଗ କରିବାପାଇଁ 10 ବିୟୋଗକର ଏବଂ 2 ଯୋଗକର (କାରଣ $-8 = -10 + 2$)
   ଉଦାହରଣ: $55 - 8 = 55 - (10 - 2) = 55 - 10 + 2$
   ଏହିପରି ଅନ୍ୟ କେତେକ କୌଶଳ ଚିନ୍ତାକରାଯାଇପାରେ ।
9. ପରିପ୍ରକାଶ (b) ଏବଂ (c) ଗୁଡ଼ିକ $73 - 14 + 1$ ସହିତ ସମାନ
   ପରିପ୍ରକାଶ (a) ଏବଂ (d) ଗୁଡ଼ିକ $73 - 14 - 1$ ସହିତ ସମାନ

APSCERT

Figure it out - 2.4

1. (c) $3 \times (5 + 8) = 3 \times 5 \boxed{+} 3 \times 8$ (d) $(9 + 2) \times 4 = 9 \times 4 \boxed{+} 2 \times 4$
   (e) $3 \times (10 + 4) = 3 \times 10 + 3 \times 4$ (f) $(13 + 6) \times 4 = 13 \times 4 + 6 \times 4$
   (g) $3 \times (5 + 2) = 3 \times 5 + 3 \times 2$ (h) $(2 + 3) \times 4 = 2 \times 4 + 3 \times 4$
   (i) $5 \times (9 - 2) = 5 \times 9 - 5 \times 2$ (j) $(5 - 2) \times 7 = 5 \times 7 - 2 \times 7$
   (k) $5 \times (8 - 3) = 5 \times 8 \boxed{-} 5 \times 3$ (l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7 \boxed{-} 3 \times 7$
   (m) $5 \times (12 - 3) = 5 \times 12 \boxed{-} 5 \times 3$ (n) $(15 - 6) \times 7 = 15 \times 7 \boxed{-} 6 \times 7$
   (o) $5 \times (9 - 4) = 5 \times 9 - 5 \times 4$ (p) $(17 - 9) \times 7 = 17 \times 7 - 9 \times 7$
   [In (e), (m) you may put any number other than 10 and 3 respectively.]
2. (a) > : since 8 - 3 > 3 - 8 (b) < (c) < (d) =
   [Try to reason in other parts]
3. (a) $2 \times (5 + 2) = 14$ (b) $2 \times (3 + 4) = 14$
   (c) $7 \times (1 + 1) = 14$ (d) $2 \times (6 + 1) = 14$
4. For I: Way 1: $(5 \times 4) + (4 \times 8) = 52$
   Way 2: $2 \times (4 + 8 + 4) + (8 + 4 + 8) = 52$
   For II: Way 1: $(8 \times 5) + (8 \times 6) = 88$
   Way 2: $8 \times (5 + 6) = 88$, Find more ways.

Figure it out - 2.5

1. (a) Expression: $7 \times (9 + 11)$ kg, Value: 140 kg
   (b) Expression: $12 \times 20{,}000 - 12 \times (5000 + 5000 + 2000)$,
   Value: ₹ 96,000
   (c) Expression: $7 \times (3 - 2) + 3 \times 1$, Value:10 cm
2. Expressions describing the scenario (total stories) = (b) and (g).
3. (a) Way 1 : (1 + 3 + 5 + 7 + 9) + (- 2 - 4 - 6 - 8 - 10)
   Way 2 : (1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + (7 - 8) +(9 - 10), Try more ways.
   (b) Way 1: (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1)
   Way 2: (1 + 1 + 1 + 1 + 1) + (- 1 - 1 - 1 - 1 - 1), Try more ways.
4. (a) = (b) > (c) < (d) > (e) = (f) > (g) = (h) >
5. (a) (i) and (iv) (b) (iv)
6. Let's choose the number 26. Here are ten different expressions with the value 26:
   1. 10 + 16 2. 30 - 4 3. 13×2 4. 52/2 5. $5 + (3 \times 7)$ 6. $(5 \times 5) + 1$
   Try for some other numbers.

AP SCERT

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 2.4

1. (c) $3 \times (5 + 8) = 3 \times 5 \boxed{+} 3 \times \underline{8}$ (d) $(9 + 2) \times 4 = 9 \times 4 \boxed{+} 2 \times 4$

   (e) $3 \times (\underline{10} + 4) = 3 \times \underline{10} + \underline{3 \times 4}$ (f) $(\underline{13} + 6) \times 4 = 13 \times 4 + 6 \times \underline{4}$

   (g) $3 \times (\underline{5} + \underline{2}) = 3 \times 5 + 3 \times 2$ (h) $(\underline{2} + \underline{3}) \times \underline{4} = 2 \times 4 + 3 \times 4$

   (i) $5 \times (9 - 2) = 5 \times 9 - 5 \times \underline{2}$ (j) $(5 - 2) \times 7 = 5 \times 7 - 2 \times \underline{7}$

   (k) $5 \times (8 - 3) = 5 \times 8 \boxed{-} 5 \times 3$ (l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7 \boxed{-} 3 \times 7$ (m)

   $5 \times (12 - \underline{3}) = 5 \times \underline{12} \boxed{-} 5 \times \underline{3}$ (n) $(15 - \underline{6}) \times 7 = \underline{15 \times 7} \boxed{-} 6 \times 7$

   (o) $5 \times (\underline{9} - \underline{4}) = 5 \times 9 - 5 \times 4$ (p) $(\underline{17} - \underline{9}) \times \underline{7} = 17 \times 7 - 9 \times 7$

   [(e), (m) ରେ 10 ଏବଂ 3 ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ନେଇପାର ।]

2. (a) > : କାରଣ $8 - 3 > 3 - 8$ (b) < (c) < (d) =

   (ଅନ୍ୟ ଅଂଶଗୁଡ଼ିକର କାରଣମାନ ଚେଷ୍ଟାକର)

3. (a) $2 \times (5 + 2) = 14$ (b) $2 \times (3 + 4) = 14$

   (c) $7 \times (1 + 1) = 14$ (d) $2 \times (6 + 1) = 14$

4. ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତି : ପ୍ରଣାଳୀ 1: $(5 \times 4) + (4 \times 8) = 52$

   ପ୍ରଣାଳୀ 2: $2 \times (4 + 8 + 4) + (8 + 4 + 8) = 52$

   ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତି: ପ୍ରଣାଳୀ 1: $(8 \times 5) + (8 \times 6) = 88$

   ପ୍ରଣାଳୀ 2: $8 \times (5 + 6) = 88$, ଅନ୍ୟ କିଛି ପ୍ରଣାଳୀ ଖୋଜ ।

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 2.5

1. (a) ପରିପ୍ରକାଶ : $7 \times (9 + 11)$ kg, ମୂଲ୍ୟ: 140 kg

   (b) ପରିପ୍ରକାଶ: $12 \times 20{,}000 - 12 \times (5000 + 5000 + 2000)$,

   ମୂଲ୍ୟ : ₹ 96,000

   (c) ପରିପ୍ରକାଶ: $7 \times (3 - 2) + 3 \times 1$, ମୂଲ୍ୟ :10 cm

2. ପରିସ୍ଥିତିକୁ ବୁଝାଉଥିବା ପରିପ୍ରକାଶ (ମୋଟ କାହାଣୀ) = (b) ଏବଂ (g).

3. (a) ପ୍ରଣାଳୀ 1: $(1 + 3 + 5 + 7 + 9) + (- 2 - 4 - 6 - 8 - 10)$

   ପ୍ରଣାଳୀ 2: $(1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + (7 - 8) + (9 - 10)$, ଅନ୍ୟ କିଛି ପ୍ରଣାଳୀ ଖୋଜ ।

   (b) ପ୍ରଣାଳୀ 1: $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1)$

   ପ୍ରଣାଳୀ 2: $(1 + 1 + 1 + 1 + 1) + (- 1 - 1 - 1 - 1 - 1)$, ଅନ୍ୟ କିଛି ପ୍ରଣାଳୀ ଖୋଜ ।

4. (a) = (b) > (c) < (d) > (e) = (f) > (g) = (h) >

5. (a) (i) ଏବଂ (iv) (b) (iv)

6. 26 ସଂଖ୍ୟାକୁ ଧରିନେଲେ । 26 ପାଇବା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ହେଲା:

   1. $10 + 16$ 2. $30 - 4$ 3. 13×2 4. $52/2$ 5. $5 + (3 \times 7)$ 6. $(5 \times 5) + 1$

   ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ନିଜେ ନିଜେ ଚେଷ୍ଟାକର ।

AP SCERT

Figure it out - 3.1

1. $1\frac{5}{10}$ cm

3. a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10}, 4\frac{9}{10}, 5\frac{2}{10}, 5\frac{5}{10}, 5\frac{8}{10}$ → (increment of $\frac{3}{10}$ each time.)

   b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10}, 9\frac{7}{10}, 10\frac{7}{10}, 11\frac{2}{10}$ → (increment of $\frac{5}{10}$ each time.)

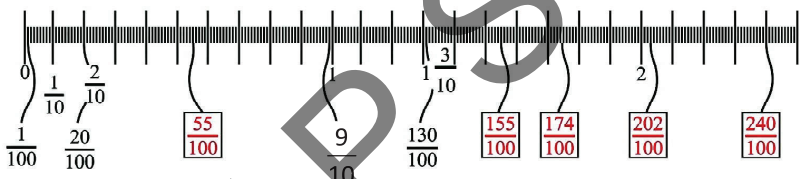
   c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{8}{10}, 10\frac{9}{10}, 12, 13\frac{1}{10}$ → (increment of $1+\frac{1}{10}$.)

   d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10}, 4\frac{9}{10}, 4\frac{5}{10}, 4\frac{1}{10}, 3\frac{7}{10}$ → (subtracting $\frac{4}{10}$ each time.)

   e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10}, 12, 11\frac{5}{10}, 11, 10\frac{5}{10}$ → (decreasing by $\frac{5}{10}$.)

   f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10}, 8\frac{2}{10}, 7\frac{1}{10}, 6$ → (decreasing by $1\frac{1}{10}$.)

Figure it out - 3.2

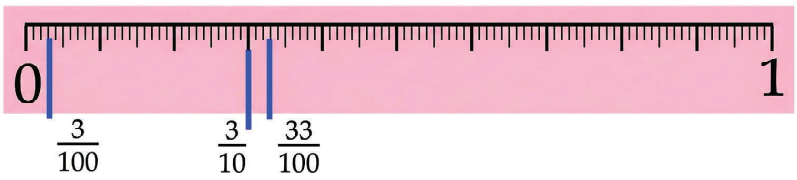
1. 

2. (a) $5\frac{37}{100}$, In words: Five and thirty seven-hundredths.

   (b) $15\frac{3}{100}$, In words: Fifteen and three-hundredths.

   (c) $7\frac{52}{100}$, In words: Seven and fifty two-hundredths.

   (d) $9\frac{80}{100}$, In words: Nine and eighty-hundredths.

3. (a) 

   Longest = $\frac{33}{100}$ Shortest = $\frac{3}{100}$

APSCERT

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 3.1

1. $1\frac{5}{10}$ ସେ.ମି.

2. a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10}, 4\frac{9}{10}, 5\frac{2}{10}, 5\frac{5}{10}, 5\frac{8}{10}$ → (ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର $\frac{3}{10}$ ବଢ଼େ)

   b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10}, 9\frac{7}{10}, 10\frac{7}{10}, 11\frac{2}{10}$ → (ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର $\frac{5}{10}$ ବଢ଼େ)

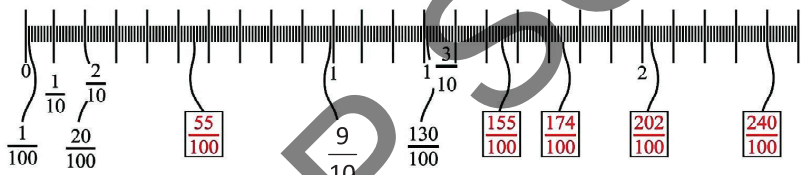
   c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{8}{10}, 10\frac{9}{10}, 12, 13\frac{1}{10}$ → $(1 + \frac{1}{10}$ ବଢ଼େ)

   d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10}, 4\frac{9}{10}, 4\frac{5}{10}, 4\frac{1}{10}, 3\frac{7}{10}$ → (ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର $\frac{4}{10}$ ବିୟୋଗ କଲେ)

   e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10}, 12, 11\frac{5}{10}, 11, 10\frac{5}{10}$ → ($\frac{5}{10}$ ଲେଖାଏଁ ହ୍ରାସ)

   f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10}, 8\frac{2}{10}, 7\frac{1}{10}, 6$ → ($1\frac{1}{10}$ ଲେଖାଏଁ ହ୍ରାସ)

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 3.2

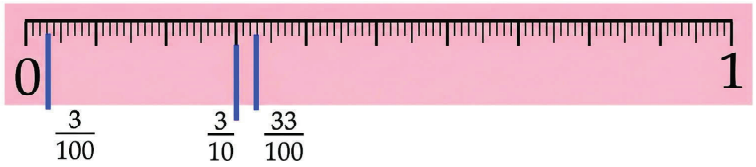
1. 

2. (a) $5\frac{37}{100}$, ଅକ୍ଷରରେ: ପାଞ୍ଚ ଏବଂ ସତତିରିଶି ଶତାଂଶ

   (b) $15\frac{3}{100}$, ଅକ୍ଷରରେ: ପନ୍ଦର ଏବଂ ତିନି ଶତାଂଶ

   (c) $7\frac{52}{100}$, ଅକ୍ଷରରେ: ସାତ ଏବଂ ବାବନ ଶତାଂଶ

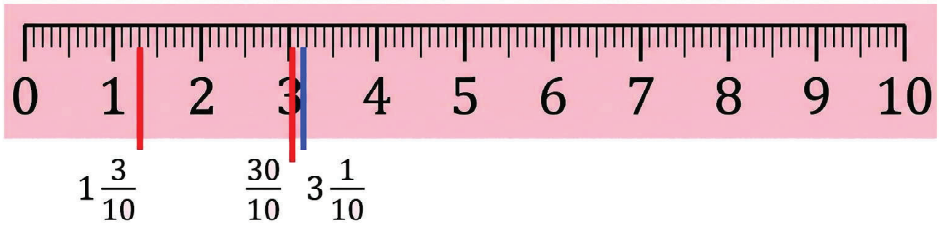
   (d) $9\frac{80}{100}$, ଅକ୍ଷରରେ: ନଅ ଏବଂ ଅଶିଏ ଶତାଂଶ

3. (a) 

   ଦୀର୍ଘତମ = $\frac{33}{100}$ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ = $\frac{3}{100}$

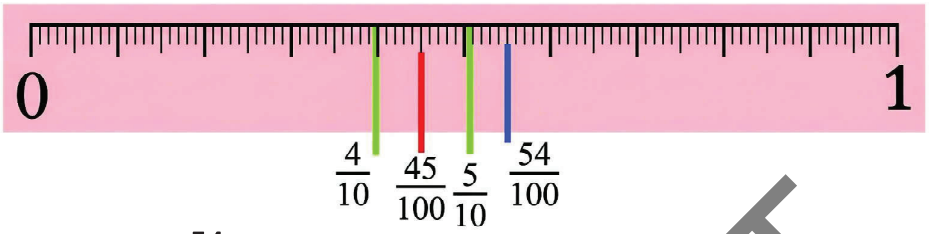
APSCERT

(b)



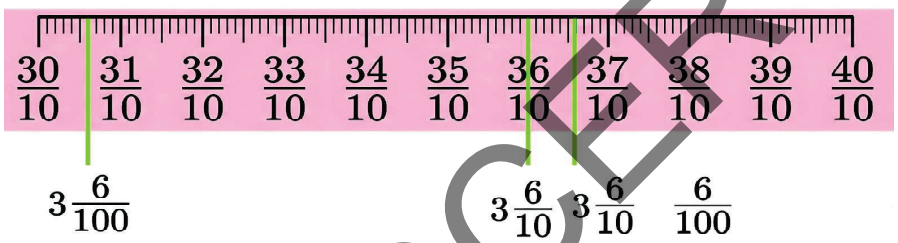
Longest = $3\frac{1}{10}$ Shortest = $1\frac{3}{10}$

(c)



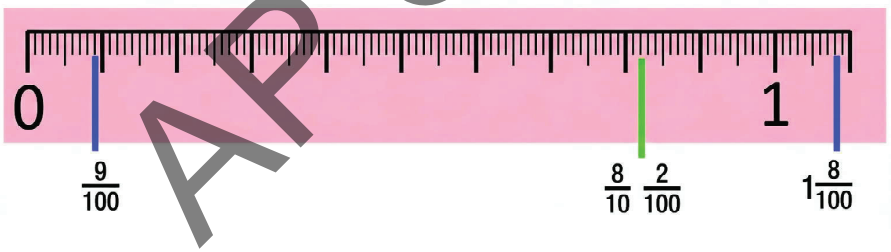
Longest = $\frac{54}{100}$ Shortest = $\frac{4}{10}$

(d)



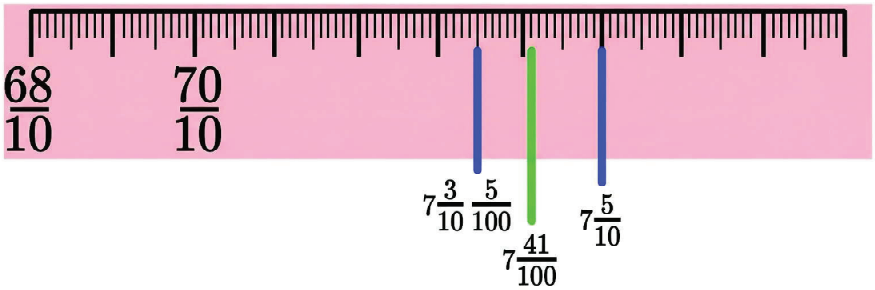
Longest = $3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$ Shortest = $3\frac{6}{100}$

(e)



Longest = $1\frac{8}{100}$ Shortest = $\frac{9}{100}$

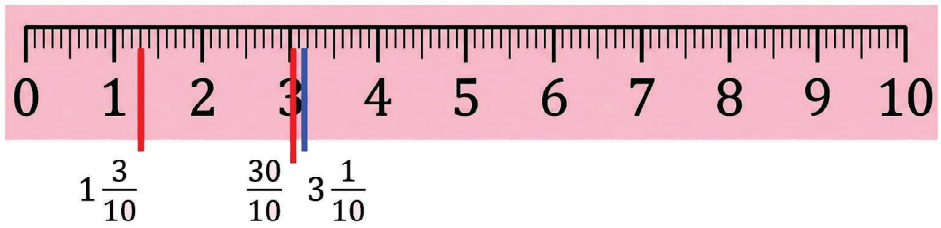
(f)



Longest = $7\frac{5}{100}$ Shortest = $7\frac{3}{10}\frac{5}{100}$

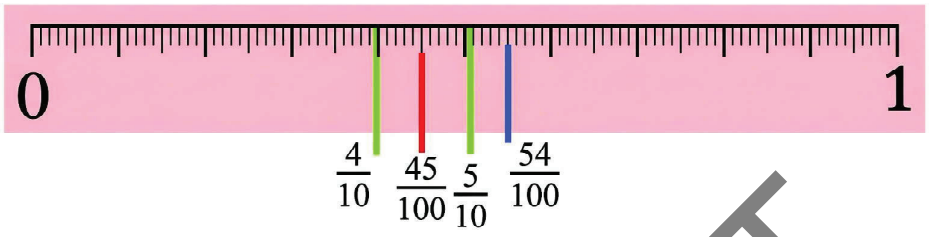
AP SCERT

(b)



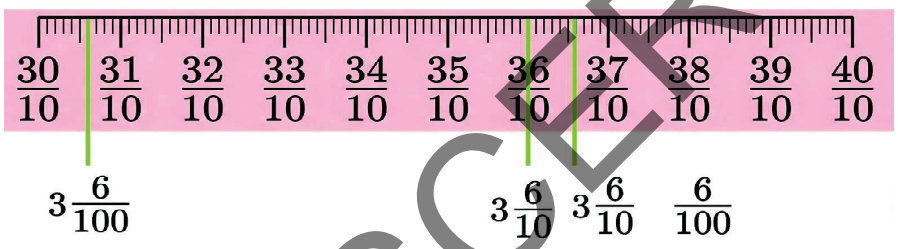
ଦୀର୍ଘତମ = $3\frac{1}{10}$ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ = $1\frac{3}{10}$

(c)



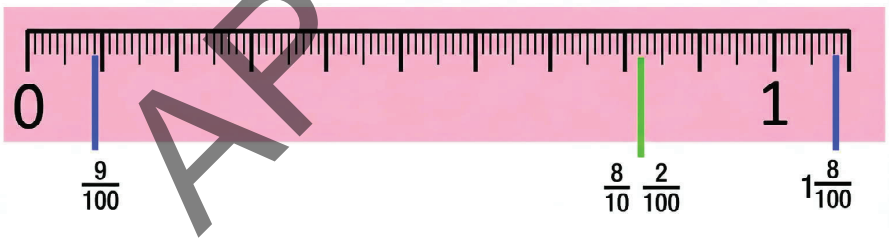
ଦୀର୍ଘତମ = $\frac{54}{100}$ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ= $\frac{4}{10}$

(d)



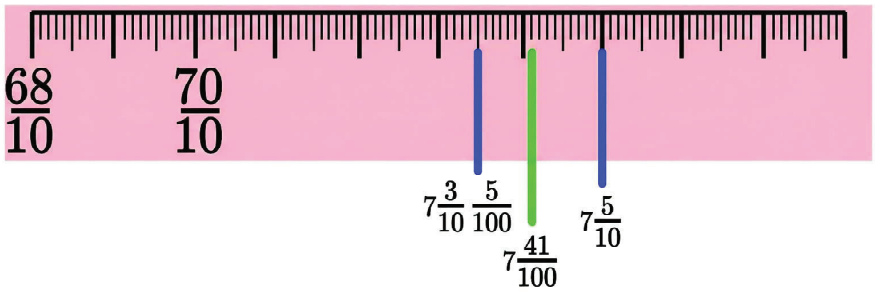
ଦୀର୍ଘତମ= $3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ= $3\frac{6}{100}$

(e)



ଦୀର୍ଘତମ = $1\frac{8}{100}$ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ = $\frac{9}{100}$

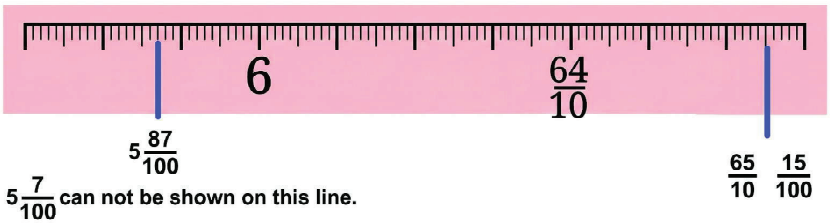
(f)



ଦୀର୍ଘତମ = $7\frac{5}{100}$ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ = $7\frac{3}{10}\frac{5}{100}$

AP SCERT

(g)



Longest = $\frac{65}{10}\ \frac{15}{100}$ Shortest = $5\frac{7}{100}$

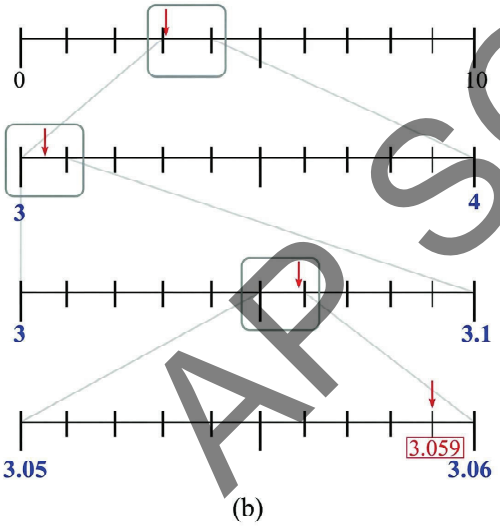
Figure it out - 3.3

1. a) $3\frac{34}{100}$ b) $11\frac{7}{10}$ c) 30 d) $3\frac{3}{100}$ e) $3\frac{3}{100}$ f) $11\frac{63}{100}$

Figure it out - 3.4

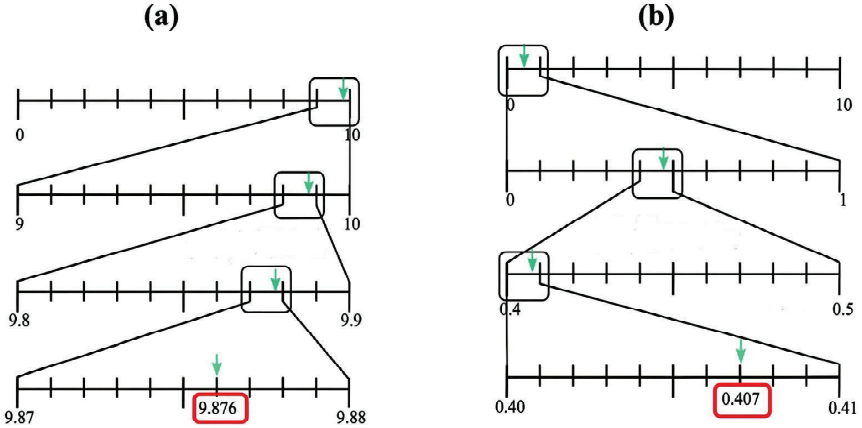
1. 4.5, 4.50, and 04.50 are equal.
   4.05 and 4.050 are equal.

2.



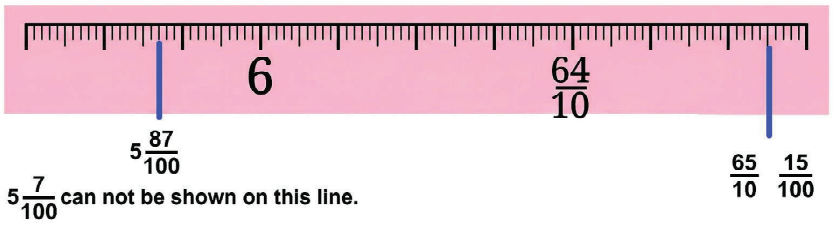
(b)

3.



AP SCERT

(g)



ଦୀର୍ଘତମ = $\frac{65}{10}$ $\frac{15}{100}$ ଏବଂ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ = $5\frac{7}{100}$

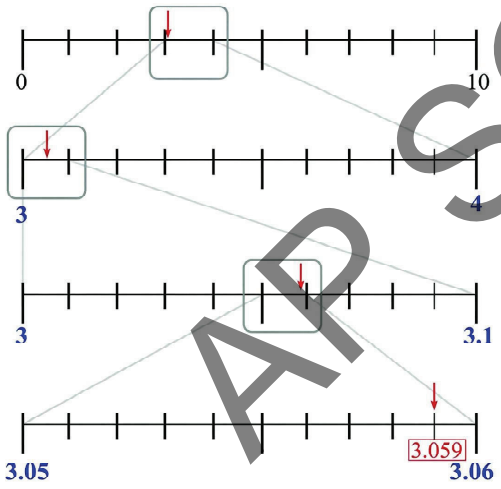
ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 3.3

1. a) $3\frac{34}{100}$ b) $11\frac{7}{10}$ c) 30 d) $3\frac{3}{100}$ e) $3\frac{3}{100}$ f) $11\frac{63}{100}$

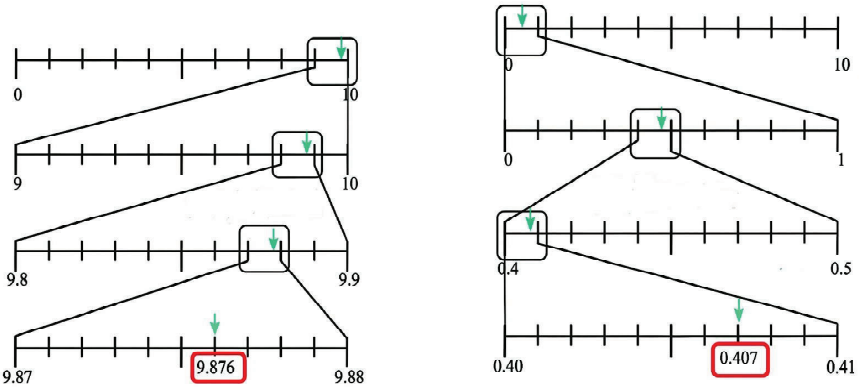
ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 3.4

1. (4.5, 4.50, ଏବଂ 04.50 ସମାନ)
   (4.05 ଏବଂ 4.050 ସମାନ)

2.

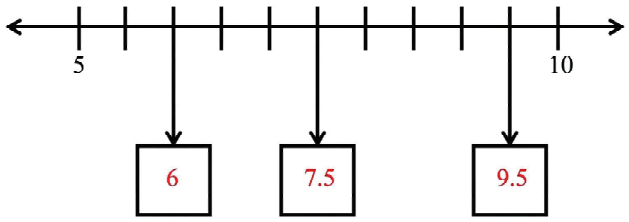


3. (ଅ) (ଆ)

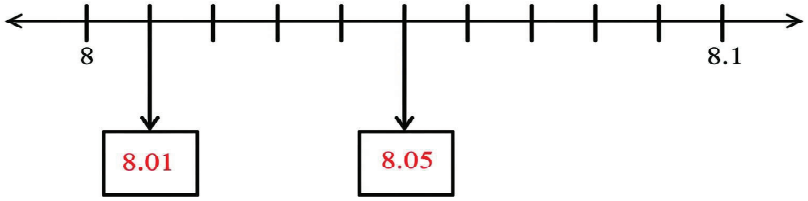


AP SCERT

4. (a)



(b)



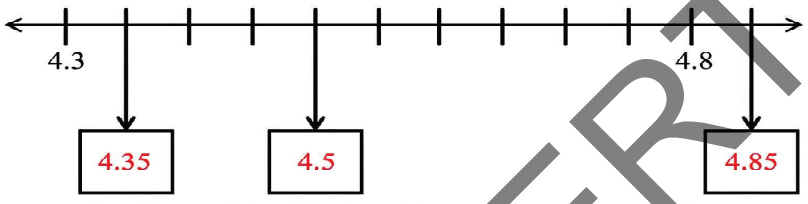
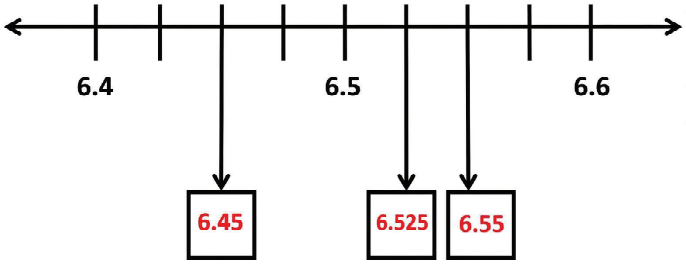


Figure it out - 3.5

1. (a) 7.9 (b) 26.8 (c) 7.41 (d) 18.11
   (e) 39.10 (f) 1.534 (g) 0.78 (h) 6.723
2. (a) 3.3 (b) 9.2 (c) 5.9 (d) 0.802
   (e) 16.95 (f) 16.405 (g) 0.81 (h) 5.749

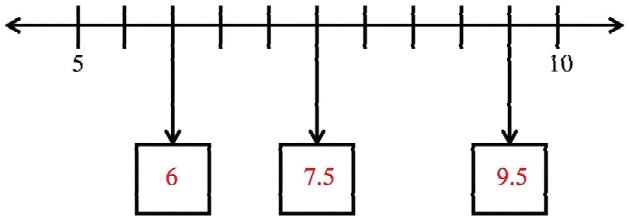
Figure it out - 3.6

1. (a) 0.05 (b) 0.016 (c) 1.2 (d) 0.254
2. (a) $\frac{3}{10} + \frac{4}{100}$ (b) $\frac{100}{100} + \frac{2}{100} = 1 + \frac{2}{100}$ (c) $\frac{8}{10}$ (d) $\frac{3}{10} + \frac{6}{100} + \frac{2}{1000}$
3.

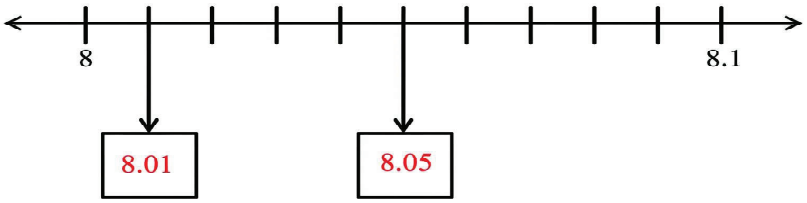


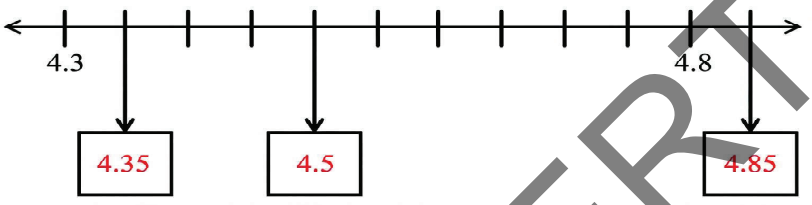
AP SCERT

4. (a)



(b)





ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 3.5

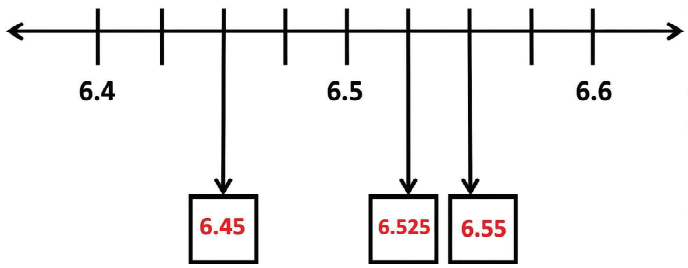
1. (a) 7.9 (b) 26.8 (c) 7.41 (d) 18.11
   (e) 39.10 (f) 1.534 (g) 0.78 (h) 6.723
2. (a) 3.3 (b) 9.2 (c) 5.9 (d) 0.802
   (e) 16.95 (f) 16.405 (g) 0.81 (h) 5.749

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 3.6

1. (a) 0.05 (b) 0.016 (c) 1.2 (d) 0.254

2. (a) $\frac{3}{10}+\frac{4}{100}$ (b) $\frac{100}{100}+\frac{2}{100}=1+\frac{2}{100}$ (c) $\frac{8}{10}$ (d) $\frac{3}{10}+\frac{6}{100}+\frac{2}{1000}$

3.



AP SCERT

4. (a) Descending order : 11.10, 11.01, 1.101, 1.011, 1.01.
   (b) Descending order : 2.768, 2.698, 2.675, 2.567, 2.499
   (c) Descending order : 4.678, 4.666, 4.656, 4.600, 4.595
   (d) Descending order : 33.331, 33.313, 33.31, 33.133, 33.13.
5. (a) 40.168 (b) 104.68
6. No. It is not necessary.
   For example, 2.05 (2 digits after decimal) vs 2.5 (1 digit after decimal).
   2.5 >2.05
7. 1.3 kg 8. 12.76 L
9. He has lost weight. The change in the weight = 1.25 kg
10. 9.07, 9.06 11. 1000000 mm
12. The total insurance fee paid for 1 lakh passengers is ₹ 45,000.
13. (a) $\frac{1}{10} > \frac{1}{100}$
    (b) 90 thousandths > One-hundredth 90
    (c) 90 hundredths > One-thousandth 90
14. (a) 88.10 (b)121.2 (c) 111.1 (d) 277.75
15.

	9	.	4	7	6
+	1	.	0	2	5
	10	.	5	0	1

16. (a) 0.5 (b) 1.5 (c) 0.25 (d) 0.75 (e) 0.2 (f) 0.8

Figure it out - 4.1

1. (a) Let length of each side of the triangle = a units Perimeter of Triangle = 3a units
   (b) Let length of each side of pentagon = a units Perimeter of Regular Pentagon = 5a units
   (c) Let length of each side of regular hexagon = a units Perimeter of Regular Hexagon = 6a units
2. (20 + k) meters

© NCERT not to be republished

4. (a) ଅବରୋହଣ କ୍ରମ : 11.10, 11.01, 1.101, 1.011, 1.01.
   (b) ଅବରୋହଣ କ୍ରମ : 2.768, 2.698, 2.675, 2.567, 2.499
   (c) ଅବରୋହଣ କ୍ରମ : 4.678, 4.666, 4.656, 4.600, 4.595
   (d) ଅବରୋହଣ କ୍ରମ : 33.331, 33.313, 33.31, 33.133, 33.13.
5. (a) 40.168 (b) 104.68
6. ଏହା ଆବଶ୍ୟକ ନାହିଁ
   ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 2.05 (ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁପରେ 2 ଟି ଅଙ୍କ ଅଛି) ଏବଂ 2.5 (ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁପରେ 1 ଟି ଅଙ୍କ ଅଛି) ନେଲେ, 2.5 > 2.05 ହୁଏ
7. 1.3 କି.ଗ୍ରା. 8. 12.76 ଲିଟର
9. ତା'ର ଓଜନ ହ୍ରାସ ହେଲା । ଓଜନରେ ପ୍ରଭେଦ = 1.25 କି.ଗ୍ରା.
10. 9.07, 9.06 11. 1000000 ମି.ମି.
12. ଲକ୍ଷେ ଜଣ ଯାତ୍ରୀଙ୍କୁ ପୈଠ କରାଯିବା ବୀମା ଟଙ୍କା ₹ 45,000
13. (a) $\frac{1}{10} > \frac{1}{100}$
   (b) 90 ସହସ୍ରାଂଶ > 90 ଏକ ଶତାଂଶ
   (c) 90 ଶତାଂଶ > 90 ଏକ ସହସ୍ରାଂଶ
14. (a) 88.10 (b) 121.2 (c) 111.1 (d) 277.75
15.

	9	.	4	7	6
+	1	.	0	2	5
	10	.	5	0	1

16. (a) 0.5 (b) 1.5 (c) 0.25 (d) 0.75 (e) 0.2 (f) 0.8

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 4.1

1. (a) ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a ଏକକ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା = 3a ଏକକ
   (b) ସୁଷମ ପଞ୍ଚଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a ଏକକ ହେଲେ ସୁଷମ ପଞ୍ଚଭୁଜର ପରିସୀମା = 5a ଏକକ
   (c) ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a ଏକକ ହେଲେ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜର ପରିସୀମା = 6a ଏକକ
2. (20 + k) ମିଟର

APSCERT

3.

No. of ₹100 Notes	No. of ₹20 Notes	No. of ₹5 Notes	Expression and total amount
3	5	6	$3 \times 100 + 5 \times 20 + 6 \times 5 = 430$
6	4	3	$6 \times 100 + 4 \times 20 + 3 \times 5 = 695$
8	4	z	$8 \times 100 + 4 \times 20 + z \times 5 = 880 + 5z$
x	y	z	$x \times 100 + y \times 20 + z \times 5 = 100x + 20y + 5z$

4. (d) $10 + 8 \times y$
5. Let letter 'd' represent the number, then
   (a) $d + 5$ (b) $d - 4$ (c) $13 \times d - 2$ (d) $2 \times d - 13$
6. (a) A shopkeeper sells a pen for ₹x and a notebook for ₹y. Abha buys 8 pens and 3 notebooks. What will be the total cost of her purchase?
   (b) A factory makes 15 chairs every day. If the factory works for j days, it will make $15 \times j$ chairs. But 2 chairs break daily for k days. How many good chairs remain after j days and k days breakages? Try for more situations
7.

w–8	w–7	w–6
w–1	w	w+1

Figure it out - 4.2

1. Some of the ways are
   (i) Method 1: Group by Like Terms
   $5y + x + x + 5y + (-6) + 2 = (5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$
   Combine: $(5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$
   Method 2: Group by Rows
   Top row: $5y + (-6) + x$
   Bottom row: $x + 2 + 5y$
   By Adding: $(5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$
   Final Number: $10y + 2x - 4$
   Try some other ways!

AP SCERT

3.

₹100 ନୋଟ୍ ସଂଖ୍ୟା	₹20 ନୋଟ୍ ସଂଖ୍ୟା	₹5 ନୋଟ୍ ସଂଖ୍ୟା	ପରିପ୍ରକାଶ ଓ ମୋଟ (₹ରେ)
3	5	6	$3 \times 100 + 5 \times 20 + 6 \times 5 = 430$
6	4	3	$6 \times 100 + 4 \times 20 + 3 \times 5 = 695$
8	4	z	$8 \times 100 + 4 \times 20 + z \times 5 = 880 + 5z$
x	y	z	$x \times 100 + y \times 20 + z \times 5 = 100x + 20y + 5z$

4. (d) $10 + 8 \times y$

5. ମନେକର 'd' ଅକ୍ଷରଟି ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚିତ କରେ, ତେବେ

(a) $d + 5$ (b) $d - 4$ (c) $13 \times d - 2$ (d) $2 \times d - 13$

6. (a) ଦୋକାନୀ ଗୋଟିଏ କଲମକୁ ₹x ରେ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଖାତାକୁ ₹y ରେ ବିକ୍ରୟ କରେ । ଆଭା 8 ଟି କଲମ ଏବଂ 3 ଟି ଖାତା କିଣିଲା । ସେ ମୋଟ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ କଲା?

(b) ଗୋଟିଏ କାରଖାନା ପ୍ରତିଦିନ 15 ଟି ଚୌକି ଉତ୍ପାଦନ କାରଖାନା j ଦିନ କାମକରେ, $15 \times j$ ଟି ଚୌକି ତିଆରି ହୁଏ । କିନ୍ତୁ k ଦିନରେ ଦିନକୁ 2 ଟି ଚୌକି ଖରାପ ହୋଇଯାଏ । j ଦିନ ପରେ ଏବଂ k ଦିନରେ ଖରାପ ହେବା ପରେ କେତୋଟି ଚୌକି ବଳକା ରହିବ? ଆଉ କେତୋଟି ପରିସ୍ଥିତି ଲେଖ ।

7.

w–8	w–7	w–6
w–1	w	w+1

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 4.2

1. କେତୋଟି ପ୍ରଣାଳୀ:

(i) ପ୍ରଣାଳୀ 1: ସଦୃଶ ପଦ ଅନୁସାରେ ସଜାଇଲେ

$5y + x + x + 5y + (-6) + 2 = (5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$

ଯୋଗ: $(5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$

ପ୍ରଣାଳୀ 2: ଧାଡ଼ି କ୍ରମରେ ସଜାଇଲେ

ଉପର ଧାଡ଼ି: $5y + (-6) + x$

ନିମ୍ନ ଧାଡ଼ି : $x + 2 + 5y$

ଯୋଗକଲେ : $(5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$

ଚୂଡ଼ାନ୍ତ ଫଳାଫଳ: $10y + 2x - 4$

ଅନ୍ୟ କେତୋଟି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଚେଷ୍ଟାକର !

AP SCERT

(ii) Method 1: Group by Term Type

2p appears 4 times: 8p

3q appears 4 times: 12q

Final number: 3 + (– 2) + (– 2) + 3 = 2

Total: 8p + 12q + 2

Method 2: Group by Columns

Column 1: 2p + 3q

Column 2: 3q + 2p

Column 3: (– 2) + 3 + 2p + 3q = 1 + 2p + 3q

Column 4: 3 + (– 2) + 3q + 2p = 1 + 3q + 2p

Final Number: 8p + 12q + 2

Try some other ways!

(iii) Method 1: Group by Term Type

–5g appears 4 times: –20g

5k appears 12 times: 60k

Total: –20g + 60k

Method 2: Group by Columns

First column: –5g + 5k + 5k + (–5g) = –10g + 10k

Middle columns 2 and 3 all 5k = 8 × 5k = 40k

Last column: –5g + 5k + 5k + (–5g) = –10g + 10k

Total of all: = –10g + 10k + 40k –10g + 10k = –20g + 60k

Try some other ways!

2. (a) 4p, 3p + q, 2p (b) 2p – 2q, 2q (c) 0, –2q
   (d) – d, – c (e) c, 2d – c (f) d – 2c

Figure it out - 4.3

1. (a) 30x + 20y.
2. (a) p + q + r
3. (a) 10 (u - d) cm
   (b) If d > u, the snail slips down more than it climbs.
   This means the snail will never reach the top.
4. 105 + 21z km

AP SCERT

(ii) **ପ୍ରଣାଳୀ 1: ପଦ ଅନୁଯାୟୀ ଦଳଭୁକ୍ତ କଲେ**

$2p$ ଚାରିଥର ଆସେ : $8p$

$3q$ ଚାରିଥର ଆସେ : $12q$

ଶେଷ ସଂଖ୍ୟାଟି: $3 + (-2) + (-2) + 3 = 2$

ମୋଟ: $8p + 12q + 2$

ପ୍ରଣାଳୀ 2: ସ୍ତମ୍ଭ ଅନୁଯାୟୀ ଦଳଭୁକ୍ତ କଲେ

ସ୍ତମ୍ଭ 1: $2p + 3q$

ସ୍ତମ୍ଭ 2: $3q + 2p$

ସ୍ତମ୍ଭ 3: $(-2) + 3 + 2p + 3q = 1 + 2p + 3q$

ସ୍ତମ୍ଭ 4: $3 + (-2) + 3q + 2p = 1 + 3q + 2p$

ଶେଷ ସଂଖ୍ୟାଟି:: $8p + 12q + 2$

ଅନ୍ୟ କେତୋଟି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଚେଷ୍ଟାକର !

(iii) **ପ୍ରଣାଳୀ 1: ପଦ ଅନୁଯାୟୀ ଦଳଭୁକ୍ତ କଲେ**

$-5g$ ଚାରିଥର ଆସେ: $-20g$

$5k$ ବାରଥର ଆସେ : $60k$

ମୋଟ: $-20g + 60k$

ପ୍ରଣାଳୀ 2: ସ୍ତମ୍ଭ ଅନୁଯାୟୀ ଦଳଭୁକ୍ତ କଲେ

ପ୍ରଥମ ସ୍ତମ୍ଭ: $-5g + 5k + 5k + (-5g) = -10g + 10k$

ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସମ୍ଭ 2 ଏବଂ 3 ସ୍ତମ୍ଭ = $8 \times 5k = 40k$

ଶେଷ ସ୍ତମ୍ଭ : $-5g + 5k + 5k + (-5g) = -10g + 10k$

ମୋଟ : $= -10g + 10k + 40k - 10g + 10k = -20g + 60k$

ଅନ୍ୟ କେତୋଟି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଚେଷ୍ଟାକର !

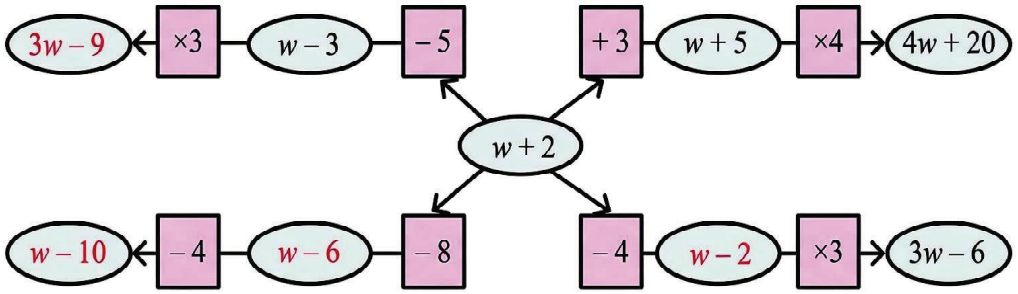
2. (a) $4p, 3p + q, 2p$ (b) $2p - 2q, 2q$ (c) $0, -2q$
   (d) $-d, -c$ (e) $c, 2d - c$ (f) $d - 2c$

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 4.3

1. (a) $30x + 20y$.
2. (a) $p + q + r$
3. (a) $10 (u - d)$ cm
   (b) $d > u$, ହେଲେ, ଗେଣ୍ଡା ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକୁ ଯିବା ଅପେକ୍ଷା ନିମ୍ନକୁ ଖସେ
   ଅର୍ଥାତ୍, ଗେଣ୍ଡା କେବେ ଶୀର୍ଷକୁ ଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ।
4. $105 + 21z$ କି.ମି.

APSCERT

5.



6. (a) 22 minutes

   (b) The algebraic expression for the time taken to travel from Yahapur to Vahapur = 4t + 6 minutes.

7. (a) 4a + 5b + 10 (b) a -13b -16 (c) 12x + 6 (d) 6x + 15
   (e) h + y (f) 21m – 20n + 5

8. (a) 13d + c – 2 (b) 7f + 4s – 4 (c) 2c – d – 2 (d) –7f – 4s + 3 (e) 0 (f) 0

9. (a) -3a + 15b -32 (b) 16y + 18x -23 (c) 10h -27g + 2
   (d) -(3a + 3b + 32) (e) -13y -13x + 6 (f) 3h -16g + 30

10. (a) 8x + 3y

    One of the examples is-Situation: A fruit seller sells mangoes at ₹8 each and bananas at ₹3 each. If a customer buys x mangoes and y bananas. The total cost would be 8x +3y.

    (b) 15x - 2x

    Situation: A shopkeeper has 15 pencils in a packet. The cost of one pencil is ₹x. Two pencils in the packet are not sold. Find the amount received for this packet.

11. If the rope is folded 10 times and cut, we get 10 + 2 = 12 pieces. In the same way, when the rope is folded r times and cut, we get r + 2 pieces.

12. 31, 4 + 3 (w -1)

13. For Position 90: $\frac{90}{4}$ For Position 343: $\frac{343}{4}$

    The colour is Yellow. The colour is Green

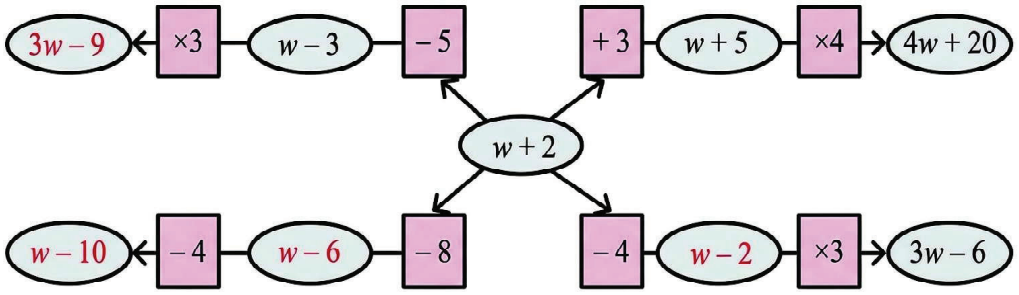
    For Position 190: $\frac{190}{4}$

    The colour is Yellow

    Expressions: In general, 4n-3 positions for red light, 4n-1 position for green light and 2n position for yellow light.

AP SCERT

5.



6. (a) 22 ମିନିଟ୍

(b) ୟାହାପୁରରୁ ୱାହାପୁରକୁ ଯାତ୍ରା କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ହେଉଥିବା ସମୟର ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ= $4t + 6$ ମିନିଟ୍

7. (a) $4a + 5b + 10$ (b) $a - 13b - 16$ (c) $12x + 6$ (d) $6x + 15$
(e) $h + y$ (f) $21m - 20n + 5$

8. (a) $13d + c - 2$ (b) $7f + 4s - 4$ (c) $2c - d - 2$ (d) $-7f - 4s + 3$ (e) 0 (f) 0

9. (a) $-3a + 15b - 32$ (b) $16y + 18x - 23$ (c) $10h - 27g + 2$
(d) $-(3a + 3b + 32)$ (e) $-13y - 13x + 6$ (f) $3h - 16g + 30$

10. (a) $8x + 3y$

ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ – ପରିସ୍ଥିତି : ଜଣେ ଫଳ ବେପାରୀ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆମ୍ବ ₹8 ହିସାବରେ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ କଦଳୀ ₹3 ହିସାବରେ ବିକ୍ରିକରେ । ଜଣେ କ୍ରେତା x ଟି ଆମ୍ବ ଏବଂ y ଟି କଦଳୀ କିଣିଲେ, ମୋଟ ଦେୟ $8x + 3y$ ହୁଏ ।

(b) $15x - 2x$

ପରିସ୍ଥିତି: ଜଣେ ଦୋକାନୀ ପାଖରେ 15 ଟି ପେନସିଲ୍ ଥିବା ଏକ ପ୍ୟାକେଟ୍ ଅଛି । ଗୋଟିଏ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ଦାମ ₹x । ସେହି ପ୍ୟାକେଟ୍‌ର 2 ଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରି ହେଲା ନାହିଁ । ସେହି ପ୍ୟାକେଟ୍ ବିକ୍ରିରୁ ପାଇବା ଟଙ୍କା କେତେ ?

11. ଦଉଡିକୁ 10 ଥର ଗୁଡ଼ାଇ କାଟିଲେ, $10 + 2 = 12$ ଟି ଖଣ୍ଡ ଆସିବ । ସେହିପରି, r ଥର ଗୋଡ଼ାଇ କାଟିଲେ, $r + 2$ ଟି ଖଣ୍ଡ ଆସିବ ।

12. $31, 4 + 3 (w - 1)$

13. ଅବସ୍ଥିତ ସଂଖ୍ୟା 90 ପାଇଁ: $\frac{90}{4}$ ଅବସ୍ଥିତ ସଂଖ୍ୟା 343 ପାଇଁ: $\frac{343}{4}$

ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗ ସବୁଜ ରଙ୍ଗ

ଅବସ୍ଥିତ ସଂଖ୍ୟା 190 ପାଇଁ: $\frac{190}{4}$

ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗ

ପ୍ରତ୍ୟେକ ରଙ୍ଗର ସ୍ଥାନକୁ ବୁଝାଉଥିବା ପରିପ୍ରକାଶ:
ସାଧାରଣତଃ, $4n-3$ ତମ ସ୍ଥାନ ନାଲି ରଙ୍ଗକୁ, $4n-1$ ତମ ସ୍ଥାନ ସବୁଜ ରଙ୍ଗକୁ ଏବଂ $2n$ ତମ ସ୍ଥାନ ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗକୁ ସୂଚାଏ ।

AP SCERT

14. No. of Squares in Step 4 = 17, No. of Squares in Step 10 = 41, No. of Squares in Step 50 = 201

So, general formula = 5 + (n -1) × 4 = 4n + 1 No. of vertices = 16n + 4.

15. (a) 4 × (r -1) + c

(b) (i) r = 31 and c = 4

(ii) 147 will appear at row 37 and column 3

(iii) 201 will appear at row 51 and column 1.

(c) The number that appears in row r and column c is 4(r -1) + c.

(d) The pattern in the columns in which multiples of 3 appear, follow a repeating sequence of column number: 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, ... as shown.

Do you see any pattern in it? List other patterns that you see.

1. All numbers in Column 4 are multiples of 4.
2. Even numbers always appear in column 2 and column 4.
3. Odd numbers always appear in column 1 and column 3. Find some more!

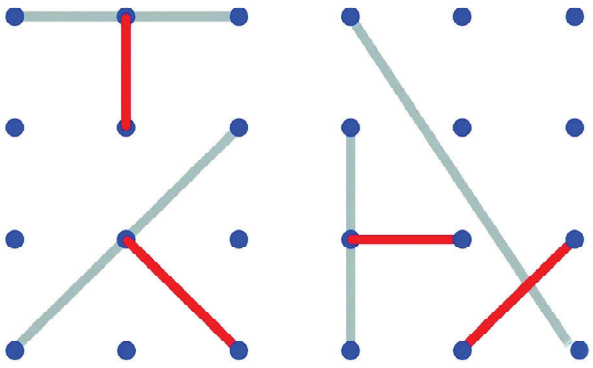
Figure it out - 5.1

1.

Linear Pairs	∠a and ∠b, ∠b and ∠c, ∠c and ∠d, ∠d and ∠a
Pairs of Vertically Opposite Angles	∠b and ∠d, ∠a and ∠c

Figure it out - 5.2

1.



AP SCERT

14. ସୋପାନ 4ରେ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ସଂଖ୍ୟା = 17, ସୋପାନ 10ରେବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ସଂଖ୍ୟା = 41, ସୋପାନ 50 ରେ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ସଂଖ୍ୟା = 201

କାରଣ, ସାଧାରଣ ସୂତ୍ର = $5 + (n - 1) \times 4 = 4n + 1$

ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା = $16n + 4$

15. (a) $4 \times (r - 1) + c$

(b) (i) $r = 31$ ଏବଂ $c = 4$

(ii) 147, 37ତମ ଧାଡ଼ି ଏବଂ 3ୟ ସ୍ତମ୍ଭରେ ରହିବ ।

(iii) 201, 51ତମ ଧାଡ଼ି ଏବଂ 1ମ ସ୍ତମ୍ଭରେ ରହିବ ।

(c) ଧାଡ଼ି 'r' ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭ 'c' ରେ ଅବସ୍ଥିତ ସଂଖ୍ୟା $4(r - 1) + c$.

(d) 3 ର ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକ ଦେଖାଯାଉଥିବା ସ୍ତମ୍ଭଗୁଡ଼ିକର ସଂରଚନା ପୁନରାବୃତ୍ତ ହେଉଛିଚ ଯଥା: 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, ...

ତୁମେ କୌଣସି ସଂରଚନା ଲକ୍ଷ୍ୟକଲ କି? ତୁମେ ପାଇଥିବା ଅନ୍ୟ କେତେକେ ସଂରଚନା ଲେଖ ।

1. ସ୍ତମ୍ଭ 4 ର ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା 4 ର ଗୁଣିତକ ।
2. ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବଦା ସ୍ତମ୍ଭ 2 ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭ 4 ରେ ଅବସ୍ଥିତ ହୋଇଥାଏ ।
3. ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବଦା ସ୍ତମ୍ଭ 1 ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭ 3 ରେ ବିଦ୍ୟମାନ । ଅନ୍ୟ କେତୋଟି ସଂରଚନ ତୁମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର !

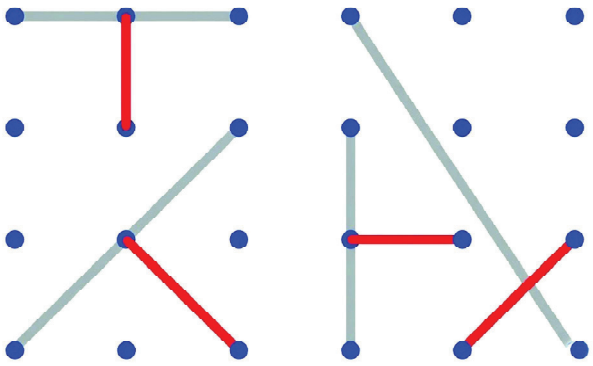
ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 5.1

1.

ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି	$\angle a$ and $\angle b$, $\angle b$ and $\angle c$, $\angle c$ and $\angle d$, $\angle d$ and $\angle a$
ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଯୋଡ଼ି	$\angle b$ and $\angle d$, $\angle a$ and $\angle c$

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 5.2

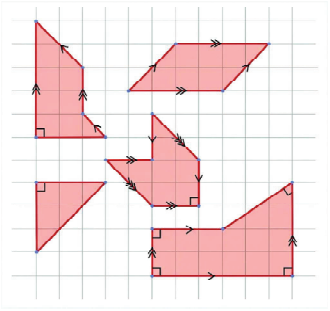
1.



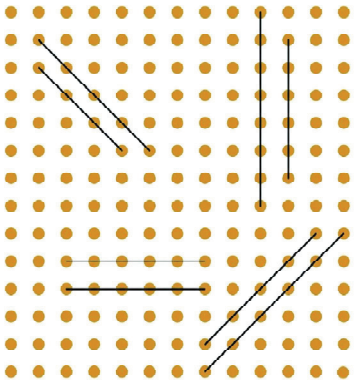
APSCERT

2. (a) The vertical and horizontal lines on the grid paper meet at a 90º angle (a right angle)

   (b) By identifying lines that always remain the same distance apart.



3. Some of the lines are:

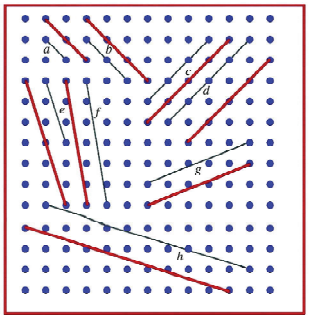


4. Some of the lines are:

   (a) Yes

   (b) Line segments e, f, h, and g.

   (c) Parallel lines are drawn by keeping them equidistant from the given line.

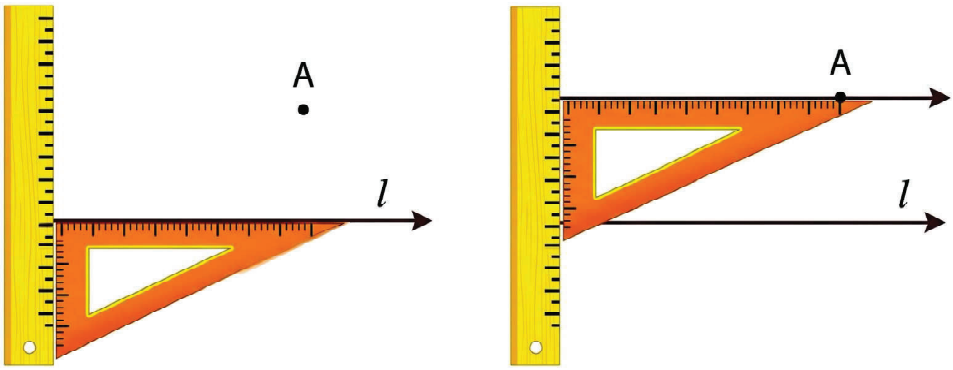


5. In the given figure, line c is parallel to line a because these two lines are always at the same distance apart.

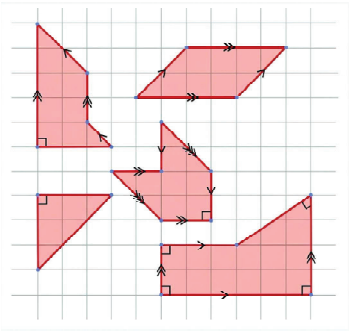
AP SCERT

Figure it out - 5.3

1. Tools required: Ruler, Set-squares (right-angled triangle), Pencil, eraser

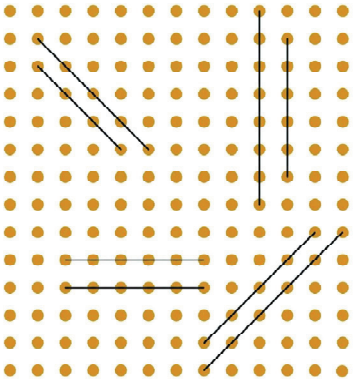


2. (a) ଗ୍ରୀଡ୍ କାଗଜରେ ଥିବା ଭୂଲମ୍ବ ଓ ଭୂସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକ 90° କୋଣ (ସମକୋଣ)ରେ ମିଳିତ ହୁଅନ୍ତି ।

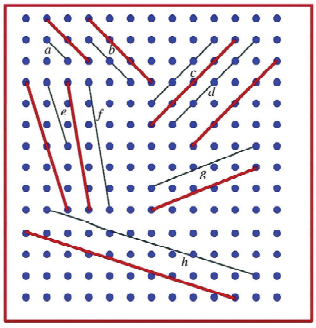


(b) ସର୍ବଦା ସମାନ ବ୍ୟବଧାନରେ ଥିବା ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଦ୍ୱାରା ।

3. କେତୋଟି ରେଖା ହେଲା:



4. କେତୋଟି ରେଖା ହେଲା:



(a) ହଁ

(b) ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ e, f, h, ଏବଂ g.

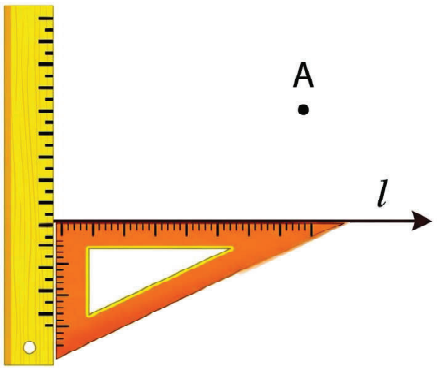
(c) ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ଦତ୍ତ ରେଖାଠାରୁ ସମାନ ବ୍ୟବଧାନରେ ଥିବା ପରି ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ ।

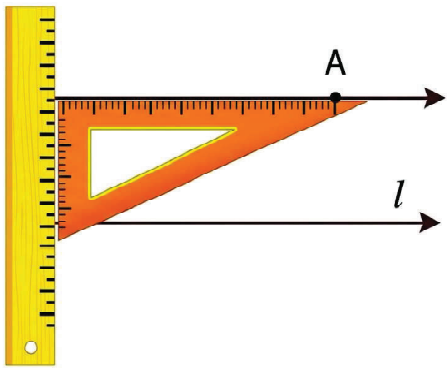
5. ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ, 'c' ରେଖା 'a' ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର, କାରଣ ଉଭୟ ରେଖା ସର୍ବଦା ପରସ୍ପର ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ଅଟନ୍ତି ।

APSCERT

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 5.3

1. ଆବଶ୍ୟକ ଉପକରଣ : ସ୍କେଲ୍, ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍, ପେନ୍‌ସିଲ୍, ରବର ।





Steps:

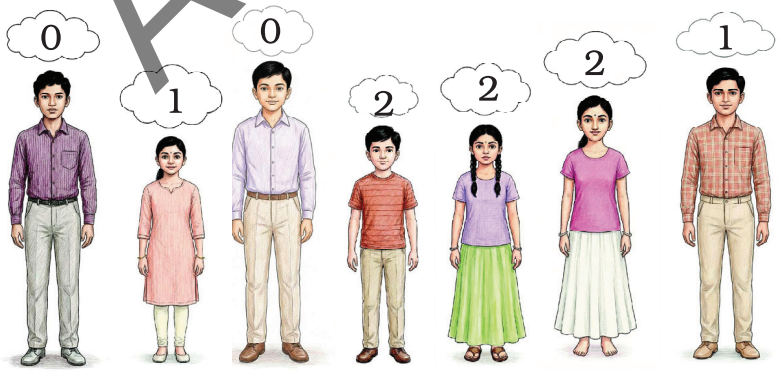
1. Place the set square so that one side is along the line l.
2. Hold the ruler against the other side of the set square so that the ruler won't move.
3. Slide the set square along the ruler until one side reaches point A.
4. Draw a line along the edge of the set square through point A.
5. This new line is parallel to line l and passes through point A.

Figure it out - 5.4

1. $\angle a = 48°$ $\angle b = 52°$ $\angle c = 81°$ $\angle d = 99°$
   $\angle e = 69°$ $\angle f = 48°$ $\angle g = 122°$ $\angle h = 75°$
   $\angle i = 54°$ $\angle j = 97°$
2. (i) 138° (ii) 118° (iii) 105° (iv) 23°
3. (i) $\angle x = 25°$, $\angle y = 155°$ (ii) $\angle x = 25°$
4. $\angle GEH = 45°$; $\angle HEF = 57°$; $\angle FED = 78°$
5. $\angle x = \angle y = 125°$ [Corresponding Angles]
6. $\angle NOP = 108°$

Figure it out - 6.1

1. (a) From the cutouts at the back of the book we have → F, C, B, G, A, D, E May also like to draw this way -



2. (a) Only sometimes true (b) Always true
   (c) Always true (d) Only sometimes true
   (e) Only sometimes true
   (f) The largest possible number ina group of 8 people is 7

APSCERT

ସୋପାନ:

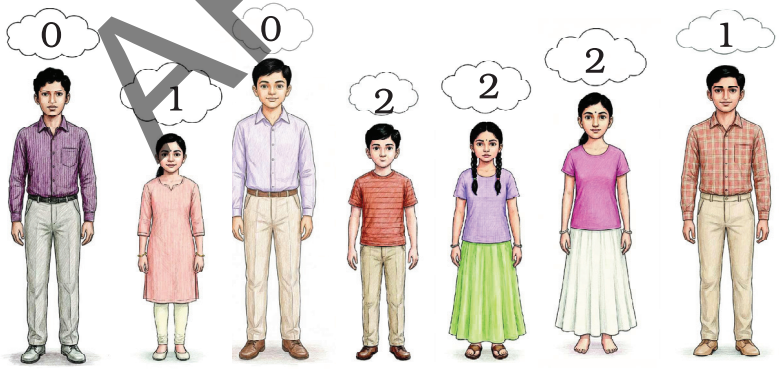
1. ସେଟ୍‌ସ୍କୋଏର୍‌କୁ ଏପରି ରଖ, ଯେ ତାହାର ଗୋଟିଏ ଧାର ରେଖା 'l' ସହ ସମାନ ହେବ ।
2. ସେଟ୍‌ସ୍କୋଏର୍‌ର ଅନ୍ୟ ଧାର ସହ ରୁଲରକୁ ଏପରି ଧରି ରଖ, ଯାହାଦ୍ୱାରା ସ୍ଲେଲ୍ ଘୁଞ୍ଚିବ ନାହିଁ।
3. ସେଟ୍‌ସ୍କୋଏର୍‌କୁ ସ୍କେଲ୍‌ର ଧାରେ ଧରେ ସ୍ଲାଇଡ କର,
   ଯାହା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ତାହାର ଗୋଟିଏ ଧାର ବିନ୍ଦୁ A କୁ ସ୍ପର୍ଶ କରିବ ।
4. ସେଟ୍‌ସ୍କୋଏର୍‌ର ଧାରରେ ବିନ୍ଦୁ A ମଧ୍ୟଦେଇ ଗୋଟିଏ ରେଖା ଆଙ୍କ ।
5. ଏହି ନୂତନ ରେଖାଟି ରେଖା 'l' ସହ ସମାନ୍ତର ଏବଂ ବିନ୍ଦୁ A ମଧ୍ୟଦେଇ ଯାଇଛି।

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 5.4

1. $\angle a = 48°$ $\angle b = 52°$ $\angle c = 81°$ $\angle d = 99°$
   $\angle e = 69°$ $\angle f = 48°$ $\angle g = 122°$ $\angle h = 75°$
   $\angle i = 54°$ $\angle j = 97°$
2. (i) 138° (ii) 118° (iii) 105° (iv) 23°
3. (i) $\angle x = 25°$, $\angle y = 155°$ (ii) $\angle x = 25°$
4. $\angle GEH = 45°$; $\angle HEF = 57°$; $\angle FED = 78°$
5. $\angle x = \angle y = 125°$ [ଅନୁରୂପ କୋଣ]
6. $\angle NOP = 108°$

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 6.1

1. (a) ବହିର ପଛରେ ଥିବା ଚିତ୍ରରୁ ଆମେ F, C, B, G, A, D, E ପାଇଲେ । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନ ରୂପରେ ମଧ୍ୟ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।



2. (a) ବେଳେବେଳେ ସତ୍ୟ (b) ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ
   (c) ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ (d) ବେଳେବେଳେ ସତ୍ୟ
   (e) ବେଳେବେଳେ ସତ୍ୟ
   (f) 8 ଜଣ ଥିବା ଦଳରେ ରହିପାରିବା ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 7

AP SCERT

Figure it out - 6.2

1. (a) Even Number (b) Even Number
   (c) Even Number (d) Even number
2. Lasya must have made a mistake!
   The total can never be ₹205 with the given coin counts.
3. (d) Even (e) Even (f) Odd (g) Odd

Figure it out - 6.3

1. There is exactly one unique magic square with numbers 1-9, if we ignore rotations and reflections

8	1	6
3	5	7
4	9	2

2. We will add 1 to every number in the magic square in Q.1

9	2	7
4	6	8
5	10	3

3. Consider the magic square.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

(a) After increasing each number by 1:

9	2	7
4	6	8
5	10	3

This is still a magic square.

AP SCERT

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 6.2

1. (a) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା (b) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା
   (c) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା (d) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା
2. "ଲାସ୍ୟା ନିଶ୍ଚୟ ଭୂଲ କରିଥିବ! ଦତ୍ତ ମୁଦ୍ରା ସଂଖ୍ୟା କଦାପି ₹205 ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ।
3. (d) ଯୁଗ୍ମ (e) ଯୁଗ୍ମ (f) ଅଯୁଗ୍ମ (g) ଅଯୁଗ୍ମ

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 6.3

1. "ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଏବଂ ପ୍ରତିବିମ୍ବକୁ ଛାଡ଼ିଦେଲେ, 1 ରୁ 9 ଯାଏ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଏକମାତ୍ର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର କୁହୁକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଥାଏ ।''

8	1	6
3	5	7
4	9	2

2. ''ପ୍ରଥମ ପ୍ରଶ୍ନ (Q.1)ର କୁହୁକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଯୋଗ କରିବା ।

9	2	7
4	6	8
5	10	3

3. ଏହି କୁହୁକ ବର୍ଗ ବିଚାରକୁ ନେବା ।

8	1	6
3	5	7
4	9	2

(a) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ବୃଦ୍ଧିକଲେ ।

9	2	7
4	6	8
5	10	3

ଏବେ ମଧ୍ୟ ଏହା ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ।

AP SCERT

(b) After Doubling each number:

16	2	12
6	10	14
8	18	4

This is still a magics quare

In case (a), magic sum is increased by 3 times that constant. (i.e., 1)
In case (b), magic sum is multiplied by that constant. (i.e., 2)

4. Operations like Addition, subtraction, multiplication and division can be performed on a magic square to yield another magic square.
5. Magic square with numbers1-9:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Magic square with numbers 2 - 10 can be created by adding 1 to each number of the magic square 1 - 9.

9	2	7
4	6	8
5	10	3

Magic square with numbers 3 - 11 can be created by adding 2 to each number of the magic square 1 - 9.

Magic square with numbers 9 - 17 can be created by adding 8 to each number of the magic square 1 - 9.

Figure it out - 6.4

1.

28	21	26
23	25	27
24	29	22

AP SCERT

(b) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଗୁଣ କଲେ:

16	2	12
6	10	14
8	18	4

ଏବେ ମଧ୍ୟ ଏହା ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ହେବ ।

ପରିସ୍ଥିତି (a)ରେ, କୁହୁକ ଯୋଗଫଳ ସେହି ସ୍ଥିର ସଂଖ୍ୟା(ଏଠାରେ 1)ର ତିନିଗୁଣ ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ ।

ପରିସ୍ଥିତି (b) ରେ, କୁହୁକ ଯୋଗଫଳ ସେହି ସ୍ଥିର ସଂଖ୍ୟା(ଏଠାରେ 2)ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ ହୁଏ ।

4. "ଗୋଟିଏ କୁହୁକ ବର୍ଗକୁ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଏବଂ ହରଣ ପରି ପ୍ରକ୍ରିୟା କରିବା ଦ୍ୱାରା ନୂତନ କୁହୁକ ବର୍ଗ ମିଳିଥାଏ । "

5. 1 ରୁ 9 ସଂଖ୍ୟା ବିଶିଷ୍ଟ କୁହୁକ ବର୍ଗ :

8	1	6
3	5	7
4	9	2

"1 ରୁ 9 ସଂଖ୍ୟା ବିଶିଷ୍ଟ କୁହୁକ ବର୍ଗର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଯୋଗ କରିବା ଦ୍ୱାରା 2 ରୁ 10 ସଂଖ୍ୟା ବିଶିଷ୍ଟ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ ।"

9	2	7
4	6	8
5	10	3

"1 ରୁ 9 ସଂଖ୍ୟା ବିଶିଷ୍ଟ କୁହୁକ ବର୍ଗର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 2 ଯୋଗ କରିବା ଦ୍ୱାରା 3 ରୁ 11 ସଂଖ୍ୟା ବିଶିଷ୍ଟ କୁହୁକ ବର୍ଗ ତିଆରି କରିପାରିବା ।"

"1 ରୁ 9 ସଂଖ୍ୟା ବିଶିଷ୍ଟ କୁହୁକ ବର୍ଗର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 8 ଯୋଗ କରିବା ଦ୍ୱାରା 9 ରୁ 17 ସଂଖ୍ୟା ବିଶିଷ୍ଟ କୁହୁକ ବର୍ଗ ତିଆରି କରିପାରିବା ।"

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 6.4

1.

28	21	26
23	25	27
24	29	22

AP SCERT

2. The expression obtained = 3 × m
where mis the letter - number representing the number in the centre.

3. (a)

m+4	m-3	m+2
m-1	m+1	m+3
m	m+5	m-2

(a)

2m+6	2m-8	2m+2
2m-4	2m	2m+4
2m-2	2m+8	2m-6

4.

23	16	21
18	20	22
19	24	17

5. Yes, it is possible.

24	3	18
9	15	21
12	27	6

Figure it out - 6.5

1. The bulb wil lbe OFF.
2. Each sheet has two pages, one with an even number and the other with an odd number.
Since there are 50 sheets, so there will be fifty pages with an even number and 50 pages with an odd number
The sum of the even numbers is even.
The sum of the odd numbers taken even number of times is also even.
Thus, 6000 being even, it is possible that sum of all the page numbers of the loose sheets could be 6000.
3. One of the ways is-

o	e	e	(o)
o	e	o	(e)
(e)	(e)	(o)	

4. One of the such magic squares is-

3	-4	1
-2	0	2
-1	4	-3

5. (a) Even (b) Even (c) Even (d) Odd
6. The parity is even. [Hint- Add numbers from 1 to 100.]

AP SCERT

2. ପ୍ରାପ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ = $3 \times m$

(ଏଠାରେ ଏ ହେଉଛି ନିଖୋଜ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଉଥିବ ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା)

3. (a)

m+4	m-3	m+2
m-1	m+1	m+3
m	m+5	m-2

(a)

2m+6	2m-8	2m+2
2m-4	2m	2m+4
2m-2	2m+8	2m-6

4.

23	16	21
18	20	22
19	24	17

5. ହଁ, ଏହା ସମ୍ଭବପର

24	3	18
9	15	21
12	27	6

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର – 6.5

1. ବଲବ୍‌ଟି ବନ୍ଦ(OFF) ହୋଇଯିବ ।

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ପତ୍ରରେ ଦୁଇଟି ପୃଷ୍ଠା ଥାଏ ଗୋଟିଏରେ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିରେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଥାଏ ।
ଯେହେତୁ 50ଟି ପତ୍ର ଅଛି, ସେଥିପାଇଁ 50ଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଯୁକ୍ତ ପୃଷ୍ଠା ଏବଂ 50ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଯୁକ୍ତ ପୃଷ୍ଠା ରହିବ ।
ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଯୁଗ୍ମ ହୁଏ।
ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଥର ନେଲେ ସେଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଯୁଗ୍ମ ହୁଏ।
ଏହିପରି, 6000 ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଥିବାରୁ, ଖୋଲା ପତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ସମସ୍ତ ପୃଷ୍ଠା ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ 6000 ହେବା ସମ୍ଭବ ।

3. ଗୋଟିଏ ପ୍ରଣାଳୀ ହେଉଛି...

o	e	e	(o)
o	e	o	(e)
(e)	(e)	(o)	

4. ସେହିପରି କୁହୁକ ବର୍ଗରୁ ଗୋଟିଏ –

3	-4	1
-2	0	2
-1	4	-3

5. (a) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା (b) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା (c) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା (d) ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା

6. ସମାନତା(ପାରିଟି) ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା (ସୂଚନା- 1 ରୁ 100 ଯାଏଁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗକର ।)``

AP SCERT

7. The next two numbers are: The previous two numbers are:

987+1597 = 2584 1597-987=610

1597+2584 = 4181 987-610=377

The sequenceis...,377,610,987,1597,2584,4181,...

8.

DifferentWays	Numberofways
1,1,1,1,1,1,1,1	1
1,1,1,1,1,1,2 1,1,1,1,1,2,1 . . .	7
1,1,1,1,2,2 1,1,1,2,1,2 . . .	15
1,1,2,2,2 1,2,2,2,1 . . .	10
2,2,2,2	1

So, the total ways in which chakravarthi reaches the top = 1 + 7 + 1 5 + 10 + 1 = 34 ways.

9. Consider the Virahanka sequence given below:
1,2,3,5,8,13,21,34, 55,89,144,233,377,610,987,....
The pattern of odd/even in Virahanka numbers is:
O,E,O,O,E,O...
So the 20th term of the Virahanka sequence is even.

10. (a) True (b) False (c) True (d) False

11. U = 9, T = 1 and A = 0.

AP SCERT

7. ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା: ଏହାର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା:

987+1597 = 2584 1597-987=610

1597+2584 = 4181 987-610=377

ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମଟି ...,377,610,987,1597,2584,4181,...

8.

ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟ	ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା
1,1,1,1,1,1,1,1	1
1,1,1,1,1,1,2 1,1,1,1,1,2,1 . . .	7
1,1,1,1,2,2 1,1,1,2,1,2 . . .	15
1,1,2,2,2 1,2,2,2,1 . . .	10
2,2,2,2	1

ତେଣୁ, ଚକ୍ରବର୍ତ୍ତୀ ଉପରକୁ ଯିବା ମୋଟ ଉପାୟ = 1 + 7 + 15 + 10 + 1 = 34 ଟି

9. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବିରହାଙ୍କ ଅନୁକ୍ରମଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର :

1,2,3,5,8,13,21,34, 55,89,144,233,377,610,987,.....

ବିରହାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକରେ ଅଯୁଗ୍ମ/ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମ :

O,E,O,O,E,O...

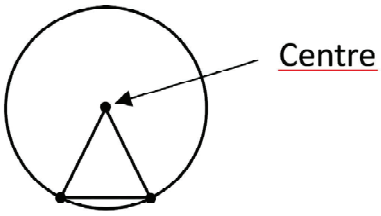
ଅଯୁଗ୍ମ, ଯୁଗ୍ମ, ଅଯୁଗ୍ମ, ଅଯୁଗ୍ମ, ଯୁଗ୍ମ, ଅଯୁଗ୍ମ ...

10. (a) ସତ୍ୟ (b) ଅସତ୍ୟ (c) ସତ୍ୟ (d) ଅସତ୍ୟ

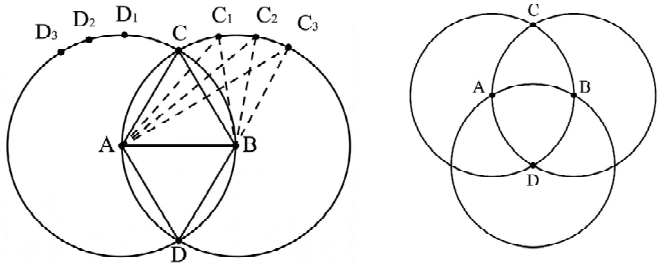
11. U = 9, T = 1 ଏବଂ A = 0.

AP SCERT

Figure it out - 7.1

1. 

One Such diagram is this, Try for more

2. 

Take points C, C_1, C_2, C_3... on the circle with centre B. The triangles ABC, AC_1B, AC_2B, ... are isosceles triangle. Similarly for points D_1, D_2, D_3 ... ΔADB,
ΔAD_1B, ΔAD_2B,... are isosceles triangles.
ΔABC and ΔADB are equilateral triangle. Similarly it can be done for the other figure.

Figure it out - 7.2

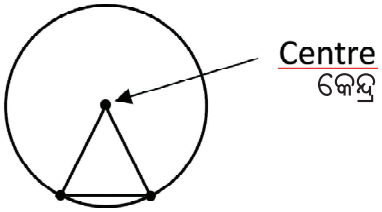
1. Heres um of the two sides (i.e 3 cm and 4 cm) is less than the third side (i.e 8 cm). Similarly for sides of lengths 2cm, 3cm and 6cm, 2+3<6. So, in both cases triangles are not possible.
2. (a) A triangle does not exist (b) A triangle does not exist
   (c) A triangle does not exist
3. Somesetsare7,10,15;12,14,18

Figure it out - 7.3

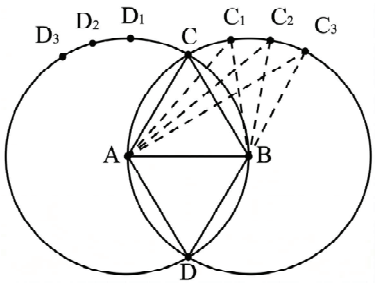
1. (a) Since 2 + 2 < 5. So, these are not the side lengths of a triangle.
   (b) Since 3 < 4 + 6, 4 < 6 + 3 and 6 < 3 + 4.These are the side lengths of a triangle.
   (c) 8 > 2 + 4. So, theseare not the side lengths of a triangle.
   (d) Since 5 < 5 + 8, 8 < 5 + 5.These are the side lengths of a triangle.
   (e) Since 10 < 20 + 25, 20 < 25 +10 and 25 < 10 + 20. These are the side lengths of a triangle.
   (f) 35 > 10 + 20. So, these are not the side lengths of a triangle.
   (g) Since 24 < 26 + 28, 26 < 28 + 24 and 28 < 24 + 26. These are the side lengths of a triangle.

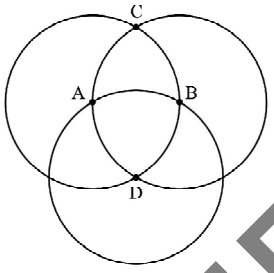
AP SCERT

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.1

1. 

ଏହା ସେହିପରି ଏକ ଚିତ୍ର, ଅନ୍ୟ କେତୋଟି ନିଜେଚେଷ୍ଟାକର ।

2. 



B କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଉପରେ C, C_1, C_2, C_3.. ବିନ୍ଦୁ ନିଅ । ABC, AC_1B, AC_2B ଗୁଡ଼ିକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଟେ । ସେହିପରି D_1, D_2, D_3 ... ΔADB, ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ମଧ୍ୟ,
ΔAD_1B, ΔAD_2B, ... ଗୁଡ଼ିକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଟେ ।
ΔABC ଏବଂ ΔADB ଗୁଡ଼ିକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ । ସେହିପରି ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର ପାଇଁ କରାଯାଇପାରେ ।

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର- 7.2

1. ଏଠାରେ ଦୁଇଟି ବାହୁର ମୋଟ (ଅର୍ଥାତ୍ 3 ସେ.ମି. ଏବଂ 4 ସେ.ମି.) ତୃତୀୟ ବାହୁ (ଅର୍ଥାତ୍ 8 ସେ.ମି.) ଠାରୁ କମ୍ । ସେହିପରି 2 ସେ.ମି., 3 ସେ.ମି. ଏବଂ 6 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ, $2 + 3 < 6$ । ତେଣୁ ଏହିଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତିରେ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।
2. (a) ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ (b) ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ
(c) ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ
3. କେତୋଟି ସେଟ୍ 7, 10, 15, 12, 14, 18

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.3

1. (a) $2 + 2 < 5$. ତେଣୁ, ଏଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ହେବ ନାହିଁ ।
(b) $3 < 4 + 6$ ତେଣୁ, $4 < 6 + 3$ ଏବଂ $6 < 3 + 4$. ଏଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ହୋଇପାରିବ ।
(c) $8 > 2 + 4$. ତେଣୁ, ଏଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ହେବ ନାହିଁ ।
(d) $5 < 5 + 8$ ତେଣୁ $8 < 5 + 5$ ତେଣୁ, ଏଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ହେବ ।
(e) $10 < 20 + 25$, $20 < 25 + 10$ ତେଣୁ $25 < 10 + 20$ ତେଣୁ, ଏଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ହେବ ।
(f) $35 > 10 + 20$. ତେଣୁ, ଏଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ହେବ ନାହିଁ ।
(g) $24 < 26 + 28$, $26 < 28 + 24$ ତେଣୁ $28 < 24 + 26$ ତେଣୁ, ଏଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ହେବ ।

APSCERT

Figure it out - 7.4

1. (a) A triangle exists. (b) A triangle cannot exists.
   (c) A triangle cannot be constructed. (d) A triangle exists.
2. There exists an equilateral triangle with sides 50, 50, 50 because each length < sum of the other two lengths. There exists an equilateral triangle of any side length.
3. (a) 99.5,100,100.7,100.5,99.4. (b) 5,4,3,4.9,1
   (c) 5,8,7,6.4,6
   Try some more lengths.

Figure it out - 7.7

1.

	Triangle is possible	Triangle is not possible
(a) 30°	Another angle should be less than 150°. It could be 50° or 90°. Find the third angle in each case.	Another angle should be greater than or equal to 150°. It could be 150° or 170°.
(b) 70°	Another angle should be lessthan 110°. It could be 60° or 80°. Find the third angle in each case.	Another angle should be greater than or equal to 110°. It could be 140° or 120°.
(c) 54°	Another angle should be less than 126°. It could be 90° or 64°. Find the third angle in each case.	Another angle should be greater than or equal to126°. It could be 134° or 154°.
(d) 144°	Another angle should be less than 36°. It could be 20° or 35°. Find the third angle in each case.	Another angle should be greater than or equal to 36°. It could be 36° or 90°.

2. (a) This pair cannot form angles of a triangle.
   (b) This pair of angles can be the angles of a triangle.
   (c) This pair of angles can be the angles of a triangle.
   (d) This pair cannot form angles of a triangle.

AP SCERT

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.4

1. (a) ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବପର (b) ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବପର ନୁହେଁ
   (c) ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ (d) ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବପର
2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ବାହୁର ମୋଟ ଠାରୁ କମ୍ ହେବାରୁ 50, 50, 50 ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଟେ । ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମାବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ ସମ୍ଭବପର ।
3. (a) 99.5,100,100.7,100.5,99.4. (b) 5,4,3,4.9,1
   (c) 5,8,7,6.4,6
   ଅନ୍ୟ କେତେକେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.7

1.

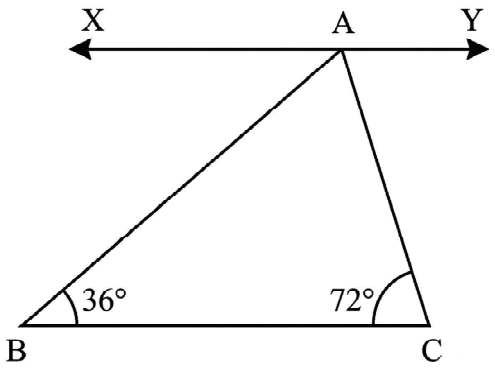
	ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ଅଟେ	ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ
(a) 30°	ଅନ୍ୟ କୋଣଟି ନିଶ୍ଚୟ 150° ଠାରୁ କମ୍‌ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତାହା 50° କିମ୍ବା 90° ହୋଇପାରେ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିର ତୃତୀୟ କୋଣ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।	ଅନ୍ୟ କୋଣଟି 150° ଠାରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତାହା 150° କିମ୍ବା 170° ହୋଇପାରେ ।
(b) 70°	ଅନ୍ୟ କୋଣଟି ନିଶ୍ଚୟ 110° ଠାରୁ କମ୍‌ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତାହା 60° କିମ୍ବା 80° ହୋଇପାରେ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିର ତୃତୀୟ କୋଣ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।	ଅନ୍ୟ କୋଣଟି 110° ଠାରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତାହା 140° କିମ୍ବା 120° ହୋଇପାରେ ।
(c) 54°	ଅନ୍ୟ କୋଣଟି ନିଶ୍ଚୟ 126° ଠାରୁ କମ୍‌ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତାହା 90° କିମ୍ବା 64° ହୋଇପାରେ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିର ତୃତୀୟ କୋଣ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।	ଅନ୍ୟ କୋଣଟି 126° ଠାରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତାହା 134° କିମ୍ବା 154° ହୋଇପାରେ ।
(d) 144°	ଅନ୍ୟ କୋଣଟି ନିଶ୍ଚୟ 36° ଠାରୁ କମ୍‌ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତାହା 20° କିମ୍ବା 35° ହୋଇପାରେ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିର ତୃତୀୟ କୋଣ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।	ଅନ୍ୟ କୋଣଟି 36° ଠାରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତାହା 36° କିମ୍ବା 90° ହୋଇପାରେ ।

2. (କ) ଏହି କୋଣ ଯୋଡି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ।
   (ଖ) ଏହି କୋଣ ଯୋଡି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ହୋଇପାରେ ।
   (ଗ) ଏହି କୋଣ ଯୋଡି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ହୋଇପାରେ ।
   (ଘ) ଏହି କୋଣ ଯୋଡ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ।

AP SCERT

Figure it out - 7.8

1. a)



Consider ΔABC,Draw line XY parallel to line BC so AB and AC become transversals.

Therefore ∠XAB = ∠B = 36° and ∠YAC = ∠C = 72° (Alternate Angles)

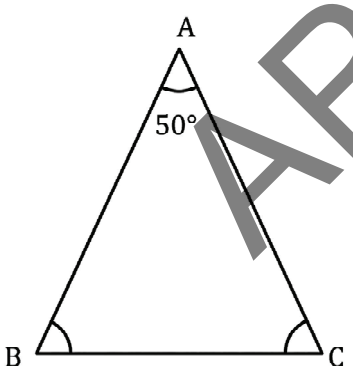
On line XY - ∠XAB + ∠BAC + ∠YAC =180° So, ∠BAC=72°

(b) 15° (c) 60° (d) 60°

2. No, such triangle is not possible.

- 40° - 60°

3.

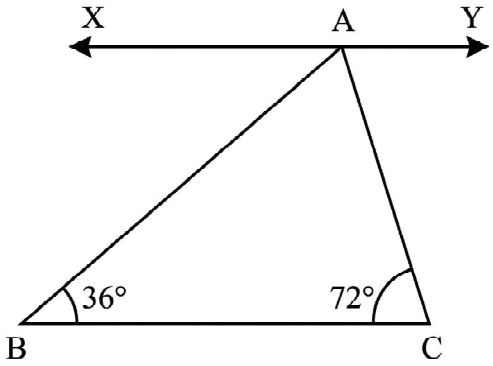


∠B = ∠C = 65°

AP SCERT

ଚିନ୍ତାକରି ସମାଧାନ କର - 7.8

1. (a) ଏଠାରେ (a) ର ସମାଧାନ ଦିଆଗଲା । ବଳକା ନିଜେ କର ।



ΔABC କୁ ଧରିନିଅ, BC ରେଖା ସହିତ ସମାନ୍ତରରେ XY ରେଖା ଅଙ୍କନକର, ତଦ୍ଦ୍ୱାରା AB ଏବଂ AC ଛେଦକ ହେବ ।

ତେଣୁ $\angle XAB = \angle B = 36°$ ଏବଂ $\angle YAC = \angle C = 72°$ (ଏକାନ୍ତର କୋଣ)

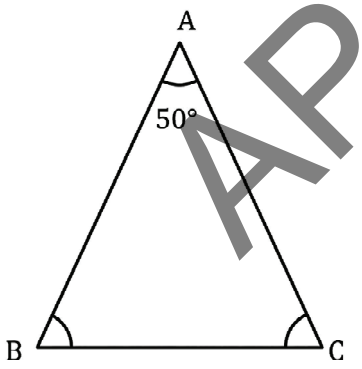
ରେଖା ଉପରେ XY - $\angle XAB + \angle BAC + \angle YAC = 180°$ ତେଣୁ, $\angle BAC = 72°$

(b) 15° (c) 60° (d) 60°

2. ନାହିଁ, ସେହିପରି ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବପର ନୁହେଁ ।

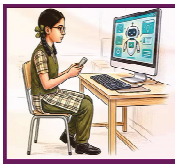
- 40° - 60°

3.



$\angle B = \angle C = 65°$

AP SCERT



INTEGRATING ARTIFICIAL INTELLIGENCE (AI)

F5B5L4

Learning Outcomes : The student will be able to:

1. Recognise and extend patterns and sequences, connecting them to how AI systems learn from data to make predictions.
2. Write and interpret linear equations as prediction models, relating variables to input-output relationships in AI systems.
3. Find patterns and connections in data and use rounding to make real-life predictions.
4. Calculate and interpret averages (mean, median, mode) and explain how AI systems use data summaries for decision-making.

Modern technologies such as smartphones predicting the next word while typing or music apps recommending songs are examples of Artificial Intelligence (AI). Behind these intelligent systems lies mathematics. When we're identify patterns in numbers, use algebraic expressions, calculate averages, or analyse data, they are developing logical thinking skills. AI systems operate in a similar way—they detect patterns, use mathematical equations as models, analyse trends in data, and generate results step by step.



Concepts from numbers, algebra, data handling, and logical reasoning help machines learn and make decisions, just as they help humans understand and interpret the world. In this way, learning mathematics also helps students understand how AI solves real-world problems.



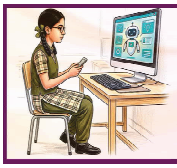
Foundations of AI in Mathematics Learning

This semester's Mathematics chapters develop essential skills such as recognising patterns, using variables, performing operations, analysing data, and applying logical reasoning. These same skills are used in Artificial Intelligence (AI).AI enables machines to study information, recognise patterns, perform calculations, and make decisions using algorithms. The information processed by machines is converted into digital data that computers can understand.

Mathematics is not only about numbers and formulas; it involves pattern recognition, algebraic thinking, data analysis, and logical deduction. These processes help both humans and machines understand the world. Thus, Mathematics is the basic support for Artificial Intelligence, and is the language through which AI thinks.

Disclaimer : "The use of AI tools by students must be strictly under the direct guidance and supervision of teachers and parents / guardians".

© SCERT



କୃତ୍ରିମ ବୁଦ୍ଧିମତ୍ତା(AI)ସହ ସମନ୍ୱୟ

K9T4F8

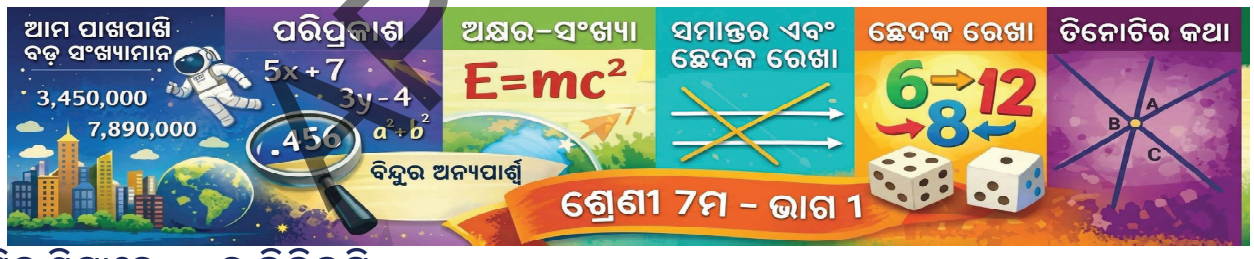
ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ : ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଏହା କରିପାରିବେ: :

1. ସଂରଚନା ଓ ଅନୁକ୍ରମଗୁଡ଼ିକୁ ପରିଚୟ କରିବା ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଆଗକୁ ବିସ୍ତାର କରିବା, ଏବଂ ଏହାକୁ Artificial Intelligence (AI) ପ୍ରଣାଳୀ କିପରି ତଥ୍ୟରୁ ଶିଖି ଭବିଷ୍ୟତ ପୂର୍ବାନୁମାନ କରେ ସେଥିପାଇଁ ସଂଯୋଜନ କରିବା ।
2. ରେଖୀୟ ସମୀକରଣଗୁଡ଼ିକୁ ପୂର୍ବାନୁମାନ ସଂରଚନା ଭାବେ ଲେଖିବା ଏବଂ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା, ଏବଂ AI ପ୍ରଣାଳୀରେ ଚଳରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ଇନ୍‌ପୁଟ୍‌-ଆଉଟ୍‌ପୁଟ୍ ସମ୍ପର୍କ ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧ କରିବା।
3. ତଥ୍ୟରେ ସଂରଚନା ଓ ସମ୍ପର୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଖୋଜିବା ଏବଂ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ପୂର୍ବାନୁମାନ କରିବା ପାଇଁ ରାଉଣ୍ଡିଂ (ଆନୁମାନିକ ମୂଲ୍ୟ) ବ୍ୟବହାର କରିବା।
4. ହାରାହାରି (ମାଧ୍ୟମାନ, ମଧ୍ୟମା ଓ ଗରିଷ୍ଠକ) ଗଣନା କରିବା ଏବଂ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା, ଏବଂ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବାପାଇଁ କୃତ୍ରିମ ବୁଦ୍ଧିମତ୍ତା (AI) ପ୍ରଣାଳୀ କିପରି ତଥ୍ୟ ସାରାଂଶକୁ ବ୍ୟବହାର କରେ ବୁଝାଇବା ।

ସ୍ମାର୍ଟଫୋନ୍‌ରେ ଟାଇପ କରିବା ବେଳେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶବ୍ଦ ପୂର୍ବାନୁମାନ କରିବା କିମ୍ବା ସଙ୍ଗୀତ ଆପ୍ ଗୀତ ସୁପାରିଶ କରିବା ପରି ଆଧୁନିକ ପ୍ରଯୁକ୍ତିବିଦ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କୃତ୍ରିମ ବୁଦ୍ଧିମତ୍ତା (AI)ର ଉଦାହରଣ ଅଟେ। ଏହି ବୁଦ୍ଧିମାନ ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡ଼ିକର ପଛରେ ଗଣିତ ରହିଛି। ଯେତେବେଳେ ଆମେ ସଂଖ୍ୟାରେ ସଂରଚନା ଚିହ୍ନଟ କରୁ, ବୀଜଗାଣିତିକ ବ୍ୟକ୍ତିକରଣ ବ୍ୟବହାର କରୁ, ହାରାହାରି ଗଣନା କରୁ କିମ୍ବା ତଥ୍ୟ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରୁ, ସେତେବେଳେ ଆମର ତାର୍କିକ ଚିନ୍ତନ କୌଶଳ ବିକଶିତ ହୋଇଥାଏ । AI ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଏହିପରି ଭାବେ କାମ କରେ ଯେପରିକି ସେଗୁଡ଼ିକ ସଂରଚନା ଚିହ୍ନଟ କରେ, ଗାଣିତିକ ସମୀକରଣକୁ ମଡେଲ ଭାବେ ବ୍ୟବହାର କରେ, ତଥ୍ୟର ଧାରାକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରେ ଏବଂ ସୋପାନକ୍ରମେ ଫଳାଫଳ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ।



ସଂଖ୍ୟା, ବୀଜଗାଣିତ, ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନା ଓ ତାର୍କିକ ଚିନ୍ତନର ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ଯେପରି ମନୁଷ୍ୟଙ୍କୁ ବିଶ୍ୱକୁ ବୁଝିବା ଓ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାରେ ସହାୟତା କରେ, ସେହିପରି ଯନ୍ତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ଶିଖିବା ଓ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବାରେ ସହଯୋଗ କରେ। ଏହିଭଳି ଭାବେ, ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ବୁଝାଏ ଯେ AI କିପରି ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସମାଧାନ କରେ।



ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାରେ AI ର ଭିତ୍ତିଭୂମି

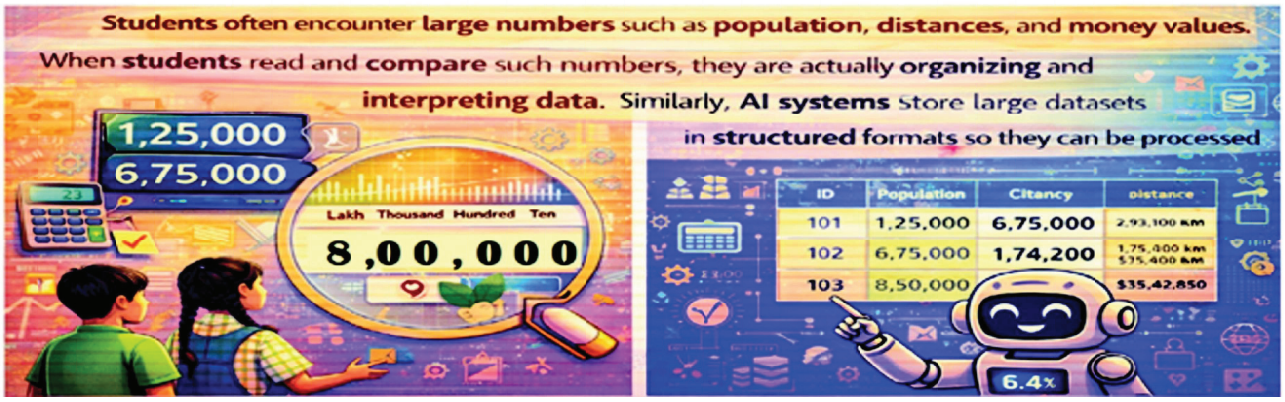
ଏହି ସେମିଷ୍ଟରର ଗଣିତ ଅଧ୍ୟାୟଗୁଡ଼ିକରେ ସଂରଚନା ଚିହ୍ନଟ କରିବା, ଚଳରାଶି ବ୍ୟବହାର କରିବା, ପ୍ରକ୍ରିୟା କରିବା, ତଥ୍ୟ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ଓ ତାର୍କିକ ଚିନ୍ତନ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ପରି ମୌଳିକ କୌଶଳଗୁଡ଼ିକୁ ବିକଶିତ କରେ। ଏହି ସମସ୍ତ କୌଶଳ କୃତ୍ରିମ ବୁଦ୍ଧିମତ୍ତା (AI)ରେ ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ। AI, ଯନ୍ତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ତଥ୍ୟ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା, ସଂରଚନା ଚିହ୍ନଟ କରିବା, ଗଣନା କରିବା ଓ ଅଲ୍ଗୋରିଥମ(ସୋପାନକ୍ରମ)ର ବ୍ୟବହାର କରି ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବାରେ ସମର୍ଥ କରେ। ଯନ୍ତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଯେଉଁ ସୂଚନା ପ୍ରକ୍ରିୟା କରେ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ବୁଝିପାରୁଥିବା ଡିଜିଟାଲ ତଥ୍ୟରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଏ।

ଗଣିତ କେବଳ ସଂଖ୍ୟା ଓ ସୂତ୍ରମାନଙ୍କରେ ସୀମିତ ନୁହେଁ ଏହା ସଂରଚନା ଚିହ୍ନଟ କରିବା, ବୀଜଗାଣିତିକ ଚିନ୍ତନ, ତଥ୍ୟ ବିଶ୍ଳେଷଣ ଓ ତାର୍କିକ ନିଷ୍କର୍ଷକୁ ମଧ୍ୟ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରେ। ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ ମନୁଷ୍ୟ ଓ ଯନ୍ତ୍ର ଉଭୟଙ୍କୁ ବିଶ୍ୱକୁ ବୁଝିବାରେ ସହାୟତା କରେ। ଏହିପରି, ଗଣିତ କୃତ୍ରିମ ବୁଦ୍ଧିମତ୍ତା (AI)ର ମୌଳିକ ଆଧାର ଓ ଏହା AI ଚିନ୍ତନ କରିବାର ଭାଷା ଅଟେ।

Disclaimer : ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା **AI** ଉପକରଣଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର ଶିକ୍ଷକ, ପିତାମାତା ଓ ଅଭିଭାବକଙ୍କର ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ସୂଚନା ଓ ତତ୍ତ୍ୱାବଧାନରେ ହିଁ କରାଯିବା ଉଚିତ ।

© NCERT

Example 1: : Understanding Large Numbers and Data Representation

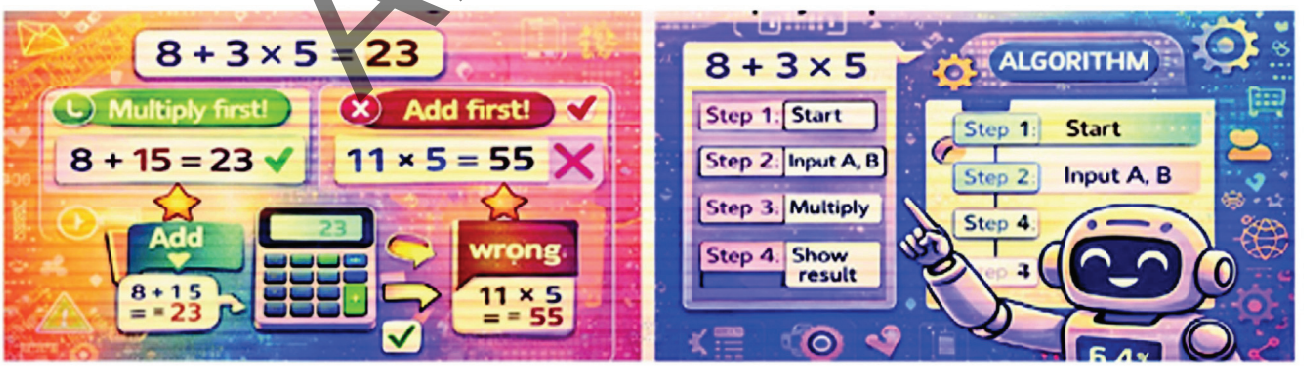


Students often encounter large numbers such as population, distances, and money values. For example, a number like 1,25,000 can be understood by observing place values and commas. When students read and compare such numbers, they are actually organizing and interpreting data. In a similar way, AI systems store large datasets in structured formats so that they can be processed efficiently. This helps both humans and machines understand information clearly and make comparisons.

Thinking with AI :	If an AI system is given populations of three towns - 95,000; 1,25,000; and 80,000 - how will it identify the largest value? Does it compare digits step-by-step like we do? Scan QR code for more information
Key Words:	**Data Representation** - Organizing numbers clearly **Place Value** - Position of digits **Comparison** - Finding greater or smaller values **Dataset** - Collection of numbers

APSCERT

Example 2: Step-by-Step Problem Solving and Algorithms



An expression such as 8 + 3 × 5 must be solved using proper steps. When multiplication is done first, the correct answer is obtained. If steps are not followed correctly, the result becomes wrong. Students learn to solve problems systematically using rules. Similarly, AI systems follow algorithms, which are step-by-step instructions. Correct sequence of steps ensures accurate results in both Mathematics and AI.

ଉଦାହରଣ 1: ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତଥ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନାକୁ ବୁଝିବା



ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ସାଧାରଣତଃ ଜନସଂଖ୍ୟା, ଦୂରତା ଓ ଟଙ୍କାର ମୂଲ୍ୟ ପରି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ମୁଖୀନ ହୁଅନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 1,25,000 ପରି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସ୍ଥାନୀୟମୂଲ୍ୟ ଓ କମା ଦେଖି ବୁଝିପାରିବା । ଯେତେବେଳେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଏପରି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ନ୍ତି ଓ ତୁଳନା କରନ୍ତି, ସେମାନେ ପ୍ରକୃତରେ ତଥ୍ୟକୁ ସଂଗଠିତ କରିବା ଓ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିଥାନ୍ତି। ଏହିପରି, AI ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡ଼ିକ ବଡ଼ ତଥ୍ୟସମୂହ(dataset)କୁ ସଂରଚିତ ଫର୍ମାଟ୍(structured format)ରେ ସଂରକ୍ଷଣ କରନ୍ତି, ଯାହା ଫଳରେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସହଜରେ ପ୍ରକ୍ରିୟାକରଣ କରାଯାଇପାରେ । ଏହା ମନୁଷ୍ୟ ଓ ଯନ୍ତ୍ର ଉଭୟଙ୍କୁ ସୂଚନାକୁ ସ୍ପଷ୍ଟଭାବେ ବୁଝିବା ଓ ତୁଳନା କରିବାରେ ସହାୟତା କରେ।

AI ସହ ଚିନ୍ତନ:	ଯଦି ଗୋଟିଏ AI ପ୍ରଣାଳୀକୁ ତିନୋଟି ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା - 95,000; 1,25,000; ଓ 80,000 ଦିଆଯାଏ, ଏହା କିପରି ସର୍ବାଧିକ ମୂଲ୍ୟକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବ? ଏହା ଆମେ କରୁଥିବା ପରି ସୋପାନ କ୍ରମରେ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କରେ କି? ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇଁ QR କୋଡ ସ୍କାନ କରନ୍ତୁ।
ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :	**ତଥ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନା(ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ) –** ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବେ ସଂଗଠିତ କରିବା **ସ୍ଥାନୀୟ ମୂଲ୍ୟ –** ଅଙ୍କର ସ୍ଥିତି **ତୁଳନା –** ବଡ଼ କିମ୍ବା ଛୋଟ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା **ତଥ୍ୟସମୂହ –** ସଂଖ୍ୟା ସଂଗ୍ରହ

ଉଦାହରଣ 2: ସୋପାନ କ୍ରମରେ(Step-by-Step) ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଓ ଅଲ୍ଗୋରିଥମ

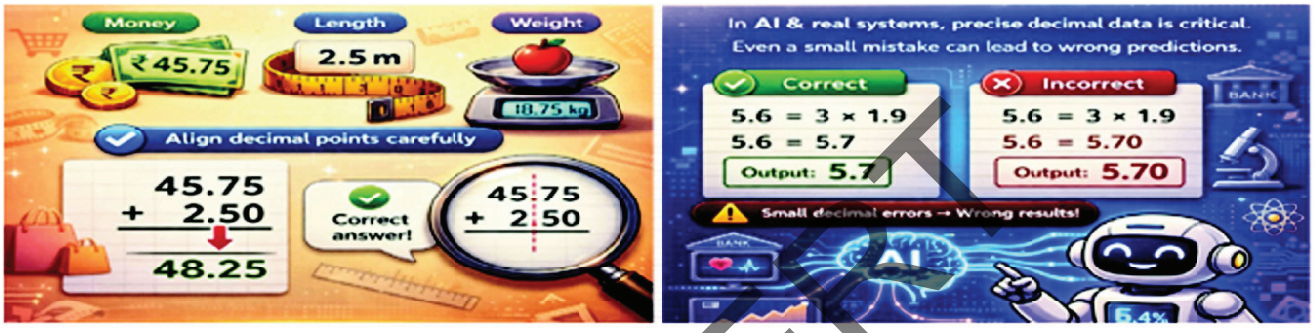


8 + 3 × 5 ପରି ଗୋଟିଏ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସଠିକ ପଦକ୍ରମ ଅନୁସରି ସମାଧାନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଯଦି ପ୍ରଥମେ ଗୁଣନ କରାଯାଏ, ତେବେ ସଠିକ ଉତ୍ତର ମିଳେ । ଯଦି ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ଠିକ ଭାବେ ଅନୁସରଣ କରାଯାଏ ନାହିଁ, ତେବେ ଫଳାଫଳ ଭୁଲ ହୋଇଯାଏ। ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ନିୟମ ଅନୁସାରେ ସୋପାନିକ କ୍ରମରେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଶିଖନ୍ତି । ଏହିପରି ଭାବେ, AI ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟ ଅଲ୍ଗୋରିଥମ ଅନୁସରଣ କରେ, ଯାହା ସୋପାନ କ୍ରମ ଅନୁସାରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ନିର୍ଦ୍ଦେଶମାନଙ୍କର ସମୂହ । ସଠିକ କ୍ରମରେ ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁସରଣ କଲେ, ଗଣିତ ଓ AI ଉଭୟରେ ସଠିକ ଫଳାଫଳ ନିଶ୍ଚିତ ମିଳେ ।

APSCERT

Thinking with AI :	If an AI system gives the answer 55 instead of 23 for 8 + 3 × 5, what mistake might it have made? Did it ignore the correct order of operations? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Algorithm** - Step-by-step method **Expression** - Mathematical statement **Order of Operations** - Rules of solving **Logical Steps** - Correct sequence

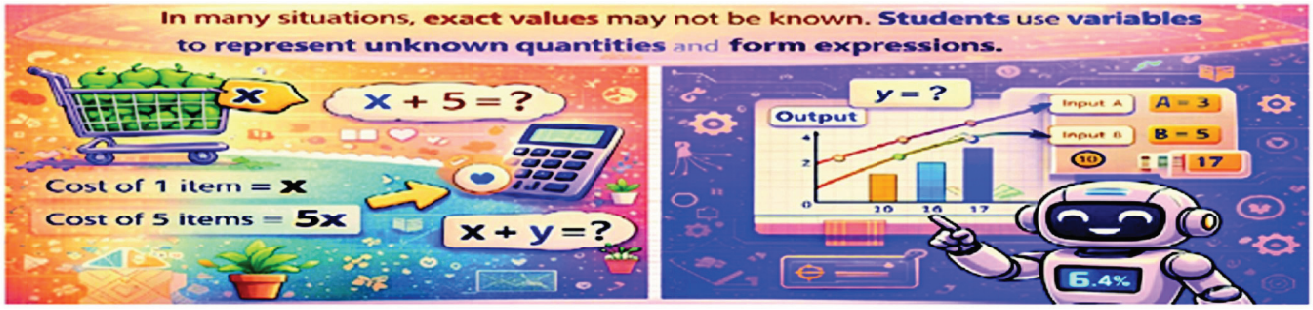
Example 3: Precision in Measurements and Decimals



Decimals are used in measurements like money, length, and weight. For example, ₹45.75 or 2.5 metres represent exact values. When students perform operations on decimals, they align digits carefully. This ensures accuracy. In AI systems, precise data is very important. Even a small mistake in decimal values can lead to incorrect predictions. This is especially important in areas like banking, health, and scientific calculations.

Thinking with AI :	If an AI system records a value as 37.5 instead of 35.7, how will the result change? Why is accuracy important? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Decimal** - Number with fractional part **Precision** - Accuracy **Measurement** - Real-world quantity **Data Accuracy** - Correct input

Example 4: Using Variables to Model Real-Life Situations

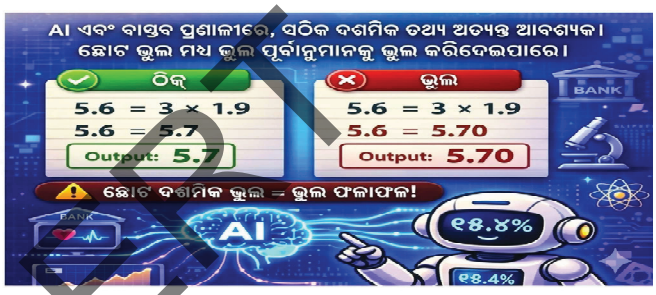


AP SCERT

AI ସହ ଚିନ୍ତନ:	ଯଦି 8 + 3 × 5, ପାଇଁ ଗୋଟିଏ AI ପ୍ରଣାଳୀ 23 ବଦଳରେ 55 ଉତ୍ତର ଦେଉଛି, ତେବେ ସେ କେଉଁ ଭୁଲ କରିଥାଇପାରେ? ସେ ଗଣନାର ସଠିକ କ୍ରମ(order of operations)କୁ ଅଣଦେଖା କରିଥିଲା କି? ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇଁ QR କୋଡ ସ୍କାନ କରନ୍ତୁ ।
ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :	**ଅଲ୍‌ଗାରିଥମ –** ସୋପାନିକ ପ୍ରଣାଳୀ **ପରିପ୍ରକାଶ–** ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତି (ବକ୍ତବ୍ୟ) **ଗଣନାର କ୍ରମ –** ସମାଧାନର ନିୟମ **ତାର୍କିକ ସୋପାନ –** ସଠିକ କ୍ରମ

ଉଦାହରଣ ୩: ମାପନରେ ସଠିକତା ଓ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

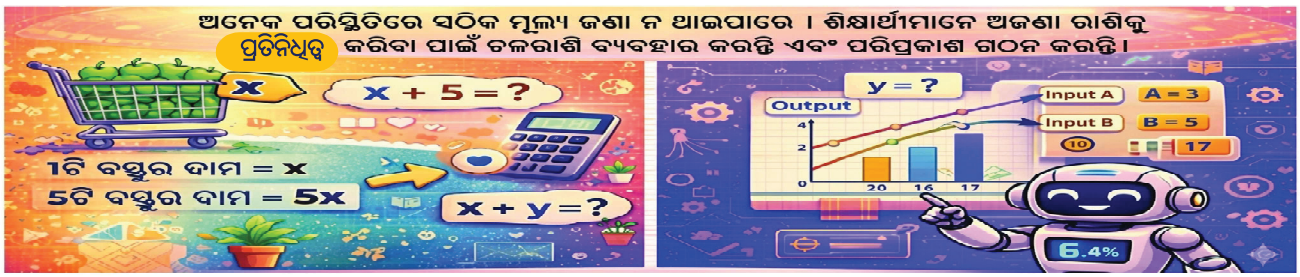




ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଟଙ୍କା,ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଓଜନ ପରି ମାପନରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ। ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ₹45.75 କିମ୍ବା 2.5 ମିଟର ସଠିକ ମୂଲ୍ୟକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କରେ। ଯେତେବେଳେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରନ୍ତି, ସେମାନେ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ସଠିକ ଭାବେ ସଜାନ୍ତି। ଏହା ସଠିକତା(accuracy)କୁ ନିଶ୍ଚିତ କରେ । AI ପ୍ରଣାଳୀରେ ମଧ୍ୟ ସଠିକ ତଥ୍ୟ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଜରୁରୀ । ଦଶମିକ ମୂଲ୍ୟରେ ଛୋଟ ତ୍ରୁଟି ମଧ୍ୟ ଭୁଲ ପୂର୍ବାନୁମାନ ସୃଷ୍ଟି କରିପାରେ। ଏହା ବ୍ୟାଙ୍କିଂ, ସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ ଓ ବୈଜ୍ଞାନିକ ଗଣନା ପରି କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଶେଷ ଭାବେ ଜରୁରୀ।

AI ସହ ଚିନ୍ତନ:	ଯଦି ଗୋଟିଏ AI ପ୍ରଣାଳୀ 35.7 ବଦଳରେ 37.5 ଭାବେ ମୂଲ୍ୟ ରେକର୍ଡ କରେ, ତେବେ ଫଳାଫଳ କିପରି ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେବ? ସଠିକତା(accuracy) କାହିଁକି ଜରୁରୀ? ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇଁ QR କୋଡ ସ୍କାନ କର ।
ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :	**ଦଶମିକ–** ଭଗ୍ନାଂଶ ଅଂଶ ଓ ସଂଖ୍ୟା **ସଠିକତା–** ଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ **ମାପନ–** ବାସ୍ତବ ଜାଗତିକ ପରିମାଣ **ତଥ୍ୟ ସଠିକତା–** ସଠିକ ଇନ୍‌ପୁଟ୍

ଉଦାହରଣ 4: ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ମଡେଲ କରିବା ପାଇଁ ଚଳରାଶିର ବ୍ୟବହାର

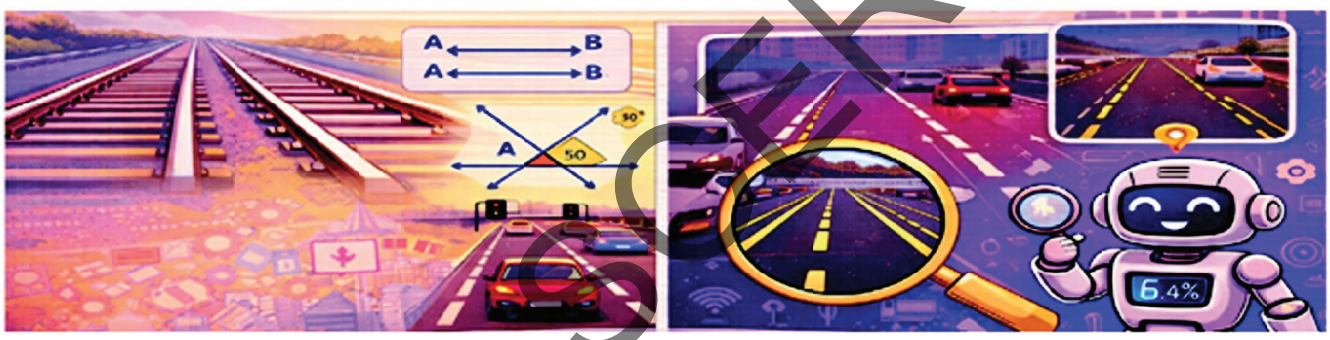


APSCERT

In many situations, exact values may not be known. For example, if the cost of one item is x, then the cost of 5 items is 5x. Students use variables to represent unknown quantities and form expressions. This allows them to generalise situations. Similarly, AI systems use variables to build models and make predictions. Changing input values leads to different outputs, just like changing variables in Mathematics.

Thinking with AI :	If x represents number of students, how can an AI system calculate total marks? What happens when x changes? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Variable** - Unknown value **Expression** - Mathematical form **Substitution** - Replacing value **Model** - Representation of situation

Example 5: Identifying Lines, Angles and Spatial Patterns



Students observe parallel lines in railway tracks and intersecting lines in roads. These lines form angles with special relationships. By studying these, students understand geometric patterns. In AI, especially in image recognition, systems detect lines and shapes to understand surroundings. For example, detecting road lanes depends on identifying parallel lines. Geometry helps machines interpret visual data.

Thinking with AI :	If an AI system sees two lines that never meet, how will it recognise them as parallel? What features will it observe? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Parallel Lines-** Never meet **Intersecting Lines-** Cross each other **Angle** - Measure between lines **Shape Recognition-** Identifying patterns

APSCERT

ଅନେକ ପରିସ୍ଥିତିରେ ନିଶ୍ଚିତ ମୂଲ୍ୟ ଜଣା ନଥାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଯଦି ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ମୂଲ୍ୟ x ହୁଏ, ତେବେ 5ଟି ବସ୍ତୁର ମୋଟ ମୂଲ୍ୟ 5x ହେବ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଅଜଣା ପରିମାଣକୁ ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ଚଳରାଶି ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି ଏବଂ ପରିପ୍ରକାଶ ଗଠନ କରନ୍ତି। ଏହା ଦ୍ୱାରା ସେମାନେ ସାଧାରଣୀକରଣ କରିପାରନ୍ତି।ସେହିପରି, AI ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଚଳରାଶି ବ୍ୟବହାର କରି ମଡେଲ ତିଆରି କରେ ଏବଂ ପୂର୍ବାନୁମାନ କରେ । ଯେତେବେଳେ ଇନ୍‌ପୁଟ୍ ମୂଲ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ, ଆଉଟ୍‌ପୁଟ୍ ମଧ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ଯେପରି ଗଣିତରେ ଚଳରାଶି ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ ଫଳାଫଳ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ।

AI ସହ ଚିନ୍ତନ:	ଯଦି x ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦର୍ଶାଏ, ତେବେ AI ପ୍ରଣାଳୀ କିପରି ମୋଟ ଅଙ୍କ ଗଣନା କରିବ? x ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଲେ କ'ଣ ହେବ? ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇଁ QR କୋଡ ସ୍କାନ କର ।
ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :	**ଚଳରାଶି–** ଅଜଣା ମୂଲ୍ୟ **ପରିପ୍ରକାଶ–** ଗାଣିତିକ ରୂପ **ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ –** ମୂଲ୍ୟ ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ କରିବା **ମଡେଲ–** ପରିସ୍ଥିତିର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱକରଣ

ଉଦାହରଣ 5: ସରଳରେଖା, କୋଣ ଏବଂ ସ୍ଥାନିକ ସଂରଚନା (Spatial Patterns) ଚିହ୍ନଟ :

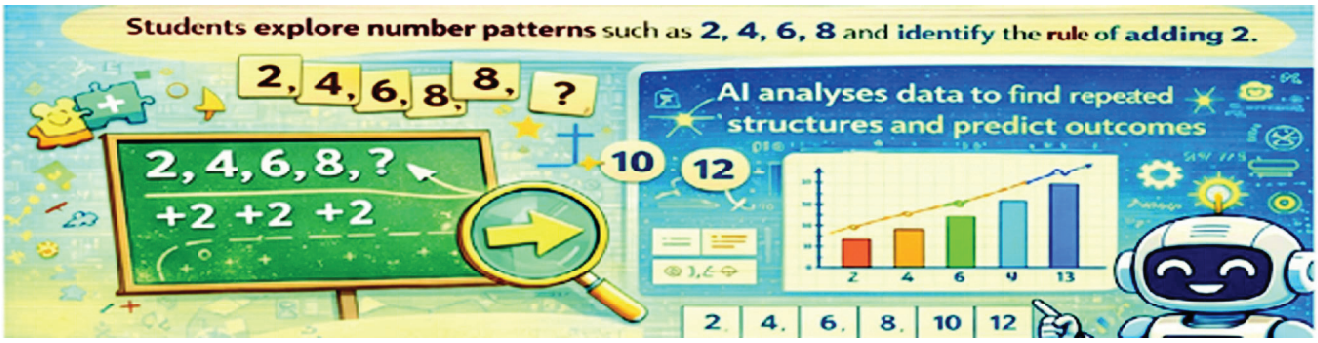


ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ରେଳପଥରେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଏବଂ ସଡ଼କରେ ଛେଦକ ସରଳରେଖା ଦେଖନ୍ତି। ଏହି ସରଳରେଖାମାନ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର କୋଣ ତିଆରି କରନ୍ତି ଏବଂ ଏଥିରେ ବିଶେଷ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି। ଏହାକୁ ଅଧ୍ୟୟନ କରି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକୃତି ଓ ନିୟମ ବୁଝନ୍ତି । AIରେ, ବିଶେଷକରି ଚିତ୍ର ପରିଚୟ (image recognition) ରେ, ସିଷ୍ଟମ ଗୁଡ଼ିକ ସରଳରେଖା ଓ ଆକୃତିଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ପରିବେଶକୁ ବୁଝନ୍ତି। ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ସଡ଼କର ଲେନ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ପାଇଁ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଏ । ଯନ୍ତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଏହିପରି ଦେଖୁଥିବା ଦୃଶ୍ୟମାନ ତଥ୍ୟ ବୁଝିବାରେ ଜ୍ୟାମିତି ସାହାଯ୍ୟ କରେ।

AI ସହ ଚିନ୍ତନ:	ଯଦି ଏକ AI ପ୍ରଣାଳୀ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଦେଖେ ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ କେବେ ମିଳିତ ହୁଏ ନାହିଁ, ତେବେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ସମାନ୍ତର ବୋଲି ଚିହ୍ନିପାରିବ? ଏହା କେଉଁ ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବ? ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇଁ QR କୋଡ୍ ସ୍କାନ କର ।
ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :	**ସମାନ୍ତର ରେଖା–** କେବେ ମିଳିତ ହୁଏନାହିଁ **ଛେଦକ ରେଖା–** ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦନକରେ **କୋଣ–** ଦୁଇ ସରଳରେଖା ମଧ୍ୟର ମାପ **ଆକୃତି ପରିଚୟ–** ସଂରଚନା ଚିହ୍ନଟ କରିବା

© NCERT

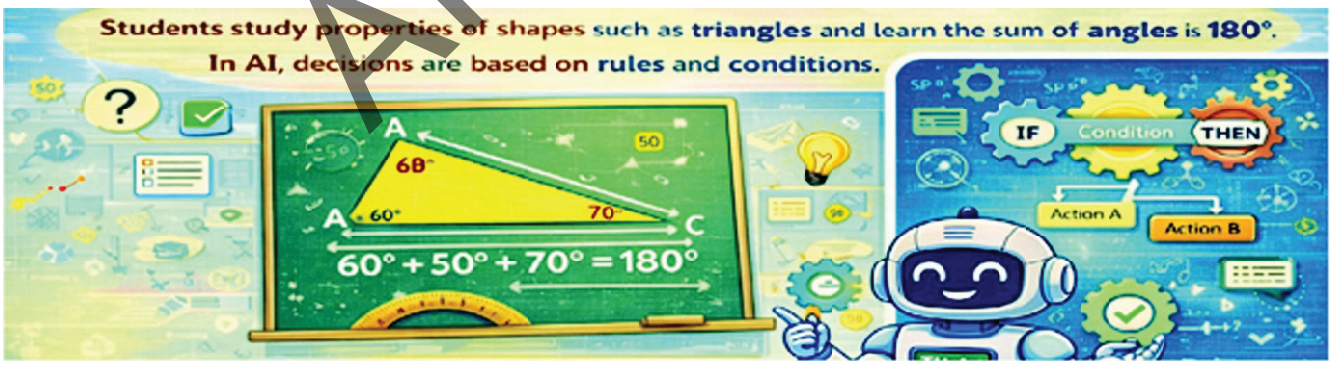
Example 6: Pattern Recognition in Numbers and Sequences



Students explore number patterns such as 2, 4, 6, 8 and identify the rule of adding 2. By recognising patterns, they can predict the next number. This is similar to how AI systems analyse data to find repeated structures and make predictions. Pattern recognition is a fundamental concept in both Mathematics and AI, helping in solving problems and understanding

Thinking with AI :	If an AI system is given 3, 6, 9, 12, what will it predict next? How does it identify the pattern? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Pattern** - Repeated rule **Sequence** - Ordered numbers **Prediction** - Future value **Computational Thinking** - Logical reasoning

Example 7: Logical Reasoning with Shapes and Rules



Students study properties of shapes such as triangles and learn that the sum of angles is always 180°. By verifying these properties, they develop logical reasoning. In AI, decisions are often based on rules and conditions. Similarly, mathematical properties act as fixed rules that always hold true. Understanding these rules helps in building reasoning skills.

AP SCERT

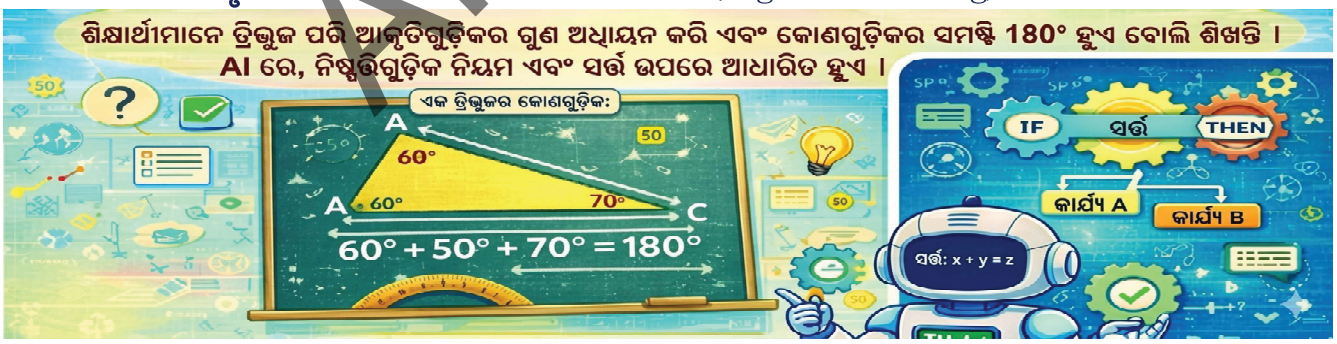
ଉଦାହରଣ 6: ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଅନୁକ୍ରମରେ ଲକ୍ଷଣ ଚିହ୍ନଟ



ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ 2, 4, 6, 8 ପରି ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମକୁ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ 2 ଯୋଗ କରାଯାଉଛି ବୋଲି ନିୟମ ଚିହ୍ନଟ କରନ୍ତି। ଏହିପରି ଲକ୍ଷଣ ଚିହ୍ନଟ କରି ସେମାନେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନୁମାନ କରିପାରନ୍ତି। ଏହା AI ପ୍ରଣାଳୀର କାମ ସହିତ ସମାନ। AI ତଥ୍ୟକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରି ପୁନରାବୃତ ଗଠନ (repeated structures) ଚିହ୍ନଟ (recognition) କରେ ଏବଂ ସଂରଚନା ପୂର୍ବାନୁମାନ କରେ । ଏହିପରି ଲକ୍ଷଣ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଗଣିତ ଓ AI ଦୁହିଁରେ ମୌଳିକ ଧାରଣା ଯାହା ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ।

AI ସହ ଚିନ୍ତନ:	ଯଦି ଏକ AI ପ୍ରଣାଳୀକୁ 3, 6, 9, 12 ଦିଆଯାଏ, ସେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ହେବ ଅନୁମାନ କରିବ? ସେ ଏହି ଲକ୍ଷଣକୁ କିପରି ଚିହ୍ନଟ କରେ? ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇଁ QR କୋଡ ସ୍କାନ କର ।
ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :	**ସଂରଚନା–** ପୁନରାବୃତ ନିୟମ **ଅନୁକ୍ରମ–** ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ସଂଖ୍ୟାମାନ **ପୂର୍ବାନୁମାନ–** ଆଗାମୀ ମୂଲ୍ୟ **ଗଣନାତ୍ମକ ଚିନ୍ତନ–** ତାର୍କିକ ବିଚାର

ଉଦାହରଣ 7: ଆକୃତି ଏବଂ ନିୟମ ସହିତ ତାର୍କିକ ବିଚାର (Logical Reasoning):



ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ତ୍ରିଭୁଜ ପରି ଆକୃତିର ଗୁଣ ଅଧ୍ୟୟନ କରି ଜାଣନ୍ତି ଯେ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି କୋଣର ଯୋଗ ସଦା 180° ହୁଏ । ଏହି ଗୁଣକୁ ସତ୍ୟାପିତ(verifying) କରି ସେମାନେ ତାର୍କିକ ବିଚାର(logical reasoning)କୁ ବିକାଶ କରନ୍ତି । AIରେ ମଧ୍ୟ, ନିଷ୍ପତ୍ତିମାନ ଅନେକ ସମୟରେ ନିୟମ ଏବଂ ସର୍ତ୍ତ ଉପରେ ଆଧାରିତ ହୁଏ । ଏହିପରି, ଗାଣିତିକ ଗୁଣଗୁଡ଼ିକ (mathematical properties) ସ୍ଥିର ନିୟମ ଭଳି କାମ କରନ୍ତି ଯାହା ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ ରହେ। ଏହି ନିୟମଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବା ଦ୍ୱାରା ତାର୍କିକ ଚିନ୍ତନ ଶକ୍ତି ବୃଦ୍ଧି ପାଏ।

SCERT OD

Thinking with AI :	If two angles are given as 60° and 70°, how will an AI system find the third angle? Which rule will it use? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Pattern** - Repeated rule **Sequence** - Ordered numbers **Prediction** - Future value **Computational Thinking**- Logical reasoning

Guidance: - While guiding each example, first complete the related textbook concept through activity or demonstration. Ensure that students clearly understand the mathematical idea (such as pattern recognition, linear prediction, trend analysis, averages, or explainable thinking) before linking it to AI-based applications. Problem-solving with pen and paper should precede any discussion about digital devices. Encourage students to explain similarities between human mathematical processes and machine-based computation in their own words. The connection to AI should be brief, concept-based, and strictly aligned with the syllabus content.

AP SCERT

Exploring with AI

Understanding AI in Mathematics Learning

Artificial Intelligence enables computers to analyse information, recognise patterns, and provide step by-step explanations. In Mathematics learning, AI can help explain ideas, create practice questions, and show examples. related to the first eight chapters. However, AI does not replace teachers, practice, or textbooks. The textbook remains the primary and reliable source of mathematical knowledge. AI serves only as a supportive learning assistant.

Accessing AI for Mathematics Learning

AI tools may be accessed through school computer laboratories under teacher guidance or through digital devices at home under parental supervision. AI must always be used safely and only for learning.

Safe and Responsible Use of AI

- Do not share personal information (name, address, school details, or passwords).
- Do not copy AI responses without understanding.
- Always verify AI-generated answers by working out the problems independently.
- Do not use AI during examinations.
- Use AI only under teacher supervision at school or parental guidance at home. Responsible use of AI strengthens discipline, honesty, and logical thinking.

AI ସହ ଚିନ୍ତନ:	ଯଦି ଦୁଇଟି କୋଣ 60° ଏବଂ 70° ଦିଆଯାଇଛି, ତେବେ AI ପ୍ରଣାଳୀ ତୃତୀୟ କୋଣକୁ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବ? ସେ କେଉଁ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରିବ? ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇଁ QR କୋଡ ସ୍କାନ କର ।
ମୁଖ୍ୟ ପଦାବଳୀ :	**ସଂରଚନା–** ପୁନରାବୃତ୍ତ ନିୟମ **ଅନୁକ୍ରମ–** ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ସଂଖ୍ୟାମାନ **ପୂର୍ବାନୁମାନ–** ଆଗାମୀ ମୂଲ୍ୟ **ଗଣନାତ୍ମକ ଚିନ୍ତନ–** ତାର୍କିକ ବିଚାର

ନିର୍ଦ୍ଦେଶନା (Guidance): ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉଦାହରଣ ଶିଖାଇବାବେଳେ ପ୍ରଥମେ ପାଠ୍ୟବହି ସମ୍ପର୍କିତ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାକୁ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ କିମ୍ବା ପ୍ରଦର୍ଶନ ଦ୍ୱାରା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କର । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ସଂରଚନା ଚିହ୍ନଟ(pattern recognition), ସରଳ ପୂର୍ବାନୁମାନ(linear prediction), ପ୍ରବଣତା ବିଶ୍ଳେଷଣ (trend analysis), ହାରାହାରି(averages), ବ୍ୟାଖ୍ୟାତ୍ମକ ଚିନ୍ତନ (explainable thinking) ଇତ୍ୟାଦି ଧାରଣାକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ବୁଝିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଡିଜିଟାଲ ଉପକରଣ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା ପୂର୍ବରୁ କାଗଜ ଓ କଲମରେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରାଯାଉ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ମାନବ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଗଣନା ମଧ୍ୟରେ ସମାନତାକୁ ନିଜ ଶବ୍ଦରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବେ । AI ସହିତ ସମ୍ପର୍କ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ, ଧାରଣାଭିତ୍ତିକ ଏବଂ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ହୋଇଥିବ ।

AI ସହିତ ଅନୁସନ୍ଧାନ

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାରେ AI କୁ ବୁଝିବା:

କୃତ୍ରିମ ବୁଦ୍ଧିମତା (AI) କମ୍ପ୍ୟୁଟରକୁ ତଥ୍ୟ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା, ଲକ୍ଷଣ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଏବଂ ସୋପାନ କ୍ରମିକ ବ୍ୟାଖ୍ୟା ଦେବାରେ ସକ୍ଷମ କରେ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାରେ AI ଧାରଣା ବୁଝାଇବା, ଅଭ୍ୟାସ ପ୍ରଶ୍ନ ତିଆରି କରିବା ଏବଂ ଉଦାହରଣ ଦେଖାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ (ପ୍ରଥମ ଆଠଟି ଅଧ୍ୟାୟ ସହିତ ସମ୍ପର୍କିତ) । କିନ୍ତୁ AI ଶିକ୍ଷକ, ଅଭ୍ୟାସ କିମ୍ବା ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ବଦଳରେ ବ୍ୟବହାର ପାଇଁ ନୁହେଁ । ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ହେଉଛି ପ୍ରଧାନ ଓ ବିଶ୍ୱସନୀୟ ଜ୍ଞାନ ସ୍ରୋତ । AI କେବଳ ସହାୟକ ଶିକ୍ଷା ଉପକରଣ (supportive learning assistant) ଭାବେ କାମ କରେ ।

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ AI ପ୍ରବେଶ

ବିଦ୍ୟାଳୟର କମ୍ପ୍ୟୁଟର ଲ୍ୟାବରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ନିର୍ଦ୍ଦେଶନାରେ ଓ ଘରେ ଡିଜିଟାଲ୍ ଉପକରଣ ଦ୍ୱାରା ଅଭିଭାବକଙ୍କ ତତ୍ତାବଧାନରେ Artificial Intelligence (AI) କୁ ସୁରକ୍ଷିତ ଭାବେ ଏବଂ କେବଳ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କର ।

ସୁରକ୍ଷିତ ଏବଂ ଦାୟୀତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ Artificial Intelligence (AI) ବ୍ୟବହାର

- ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ତଥ୍ୟ (ନାମ, ଠିକଣା, ବିଦ୍ୟାଳୟ ସୂଚନା, ପାସୱାର୍ଡ) ସେୟାର୍ କର ନାହିଁ ।
- ବୁଝିବା ବିନା Artificial Intelligence (AI) ଉତ୍ତରକୁ କପି କର ନାହିଁ ।
- ସବୁବେଳେ ସ୍ୱୟଂ ଗଣନା କରି AI ଉତ୍ତରକୁ ଯାଞ୍ଚ କର ।
- ପରୀକ୍ଷା ସମୟରେ AI ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତୁ ନାହିଁ ।
- ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଶିକ୍ଷକ ଓ ଘରେ ଅଭିଭାବକ ତତ୍ତ୍ୱାବଧାନରେ ହିଁ AI ବ୍ୟବହାର କର ।

ଦାୟୀତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ AI ବ୍ୟବହାର ଶିଷ୍ଟାଚାର, ସତ୍ୟନିଷ୍ଠା ଏବଂ ତାର୍କିକ ଚିନ୍ତନକୁ ଶକ୍ତିଶାଳୀ କରେ।

APSCERT

Writing Effective Prompts in Mathematics

A prompt is the instruction or question given to an AI tool. A good Mathematics prompt should include:

- Class level (Class 7)
- Chapter name and specific concept
- Clear description of the mathematical task
- A request for step-by-step explanation if needed

Example Prompt:

"I am a Class 7 student. Please explain how to identify the trend in this dataset of weekly temperatures: 28.5, 29.2, 31.0, 32.5, 33.1 — and explain what an AI weather system would predict for next week."

Can AI Make Mistakes in Math?

AI systems are powerful, but they are not always perfect. AI cannot think or feel like humans. It depends completely on the data provided to it. If the data is missing, unfair, or wrong, the AI may give a wrong answer. Sometimes AI gives an answer that sounds correct but is wrong. This is called a hallucination.

Myth	Truth
AI thinks and feels like humans.	AI does not have feelings. It follows instructions and patterns in data.
AI predictions are always fair.	If the data is unbalanced, AI predictions can be unfair.
AI works without Mathematics	AI depends on mathematics like pattern, ratios, and logical rules

Guidance: Before allowing any AI-based activity, instruct learners to read the relevant textbook section thoroughly. Demonstrate how to frame clear, subject-specific prompts including class level, chapter name, and concept. Monitor student interactions with AI tools and ensure that responses are verified with textbook content. Reinforce that AI-generated answers must not be copied without understanding. Promote responsible digital behaviour and academic.

AP SCERT

Chapter-wise AI-Supported Exploration

Tasks for Students to Explore with AI (Mathematics – Semester 1)

Chapter	Foundational Level	Analytical Level	Creative Level
Chapter 1: Large Numbers Around us	• Define a lakh and a crore. • Round 4,63,128 to the nearest lakh.	• Compare the Indian and American number systems. • Explain why rounding (approximation) is useful in real life in AI systems.	• Investigate how search engines use approxi mations to rank and display results. • Create a large-number dataset and identity a rising or falling trend with it.

ଗଣିତରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ପ୍ରମ୍ପ୍ଟ ଲିଖନ

ପ୍ରମ୍ପ୍ଟ(Prompt) ହେଉଛି AI ଉପକରଣକୁ ଦିଆଯାଇଥିବା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କିମ୍ବା ପ୍ରଶ୍ନ । ଏକ ଭଲ ଗଣିତ ପ୍ରମ୍ପ୍ଟରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅଂଶ ଥିବା ଉଚିତ:

- ଶ୍ରେଣୀ ସ୍ତରୀୟ (ଉଦାହରଣ: ଶ୍ରେଣୀ 7)
- ଅଧ୍ୟାୟର ନାମ ଏବଂ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଧାରଣା ।
- ଗାଣିତିକ କାର୍ଯ୍ୟର ସ୍ପଷ୍ଟ ବର୍ଣ୍ଣନା
- ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ସୋପାନ କ୍ରମରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା ପାଇଁ ଅନୁରୋଧ ।

ଉଦାହରଣ ପ୍ରମ୍ପ୍ଟ : ''ମୁଁ 7ମ ଶ୍ରେଣୀର ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ । ଦୟାକରି ଏହି ସାପ୍ତାହିକ ତାପମାତ୍ରାର ଏହି ଡାଟା ସେଟ୍‌ରେ ଧାରା କିପରି ଚିହ୍ନଟ କରିବାକୁ ହୁଏ ବୁଝାଅ । 28.5, 29.2, 31.0, 32.5, 33.1 ଏବଂ ଆଗାମୀ ସପ୍ତାହ ପାଇଁ AI ପାଣିପାଗ ବ୍ୟବସ୍ଥା କ'ଣ ପୂର୍ବାନୁମାନ କରିପାରେ ତାହା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।''

AI ଗଣିତରେ ଭୁଲ କରିବା ସମ୍ଭବ କି ?

Artificial Intelligence (AI) ପ୍ରଣାଳୀ ଶକ୍ତିଶାଳୀ, କିନ୍ତୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ସବୁବେଳେ ସଠିକ ନୁହେଁ। AI ମାନବଙ୍କ ପରିଚିନ୍ତା କରିପାରେନି କିମ୍ବା ଅନୁଭବ କରିପାରେନି। ଏହା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବେ ଦିଆଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ଯଦି ତଥ୍ୟ ଅପୂର୍ଣ୍ଣ, ପକ୍ଷପାତମୂଳକ କିମ୍ବା ଭୁଲ ଥାଏ, ତେବେ AI ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଦେଇପାରେ । କେବେ କେବେ AI ଏମିତି ଉତ୍ତର ଦିଏ ଯାହା ଠିକ ଲାଗେ କିନ୍ତୁ ଭୁଲ ଥାଏ ଏହାକୁ ଭ୍ରାନ୍ତି (hallucination) କୁହାଯାଏ ।

ଭ୍ରାନ୍ତି (ମିଥ୍ୟା)	ସତ୍ୟ
AI ମାନବଙ୍କ ପରି ଚିନ୍ତା କରେ ଏବଂ ଅନୁଭବ କରେ	AI ର କୌଣସି ଭାବନା ନାହିଁ । ଏହା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଓ ତଥ୍ୟର ସଂଗଠନକୁ ଅନୁସରଣ କରେ
AI ପୂର୍ବାନୁମାନ ସବୁବେଳେ ନ୍ୟାୟସଙ୍ଗତ	ତଥ୍ୟ ଅସନ୍ତୁଳିତ(unbalanced) ହେଲେ AIର ପୂର୍ବାନୁମାନ ଅନୁଚିତ ହୋଇପାରେ
AI ଗଣିତ ବିନା କାମ କରେ	AI ସଂରଚନା, ଅନୁପାତ ଏବଂ ତାର୍କିକ ନିୟମ(logical rules) ପରି ଗଣିତ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ।

ନିର୍ଦ୍ଦେଶନା (Guidance): କୌଣସି Artificial Intelligence ଆଧାରିତ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ସମ୍ପର୍କିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଅଂଶ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ପଢ଼ିବାକୁ କହନ୍ତୁ । ଶ୍ରେଣୀ ସ୍ଥାୟୀ, ଅଧ୍ୟାୟ ନାମ ଏବଂ ଧାରଣା ସହିତ ସ୍ପଷ୍ଟ ପ୍ରମ୍ପ୍ଟ କିପରି ତିଆରି କରିବାକୁ ହୁଏ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରନ୍ତୁ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ AI ଉପକରଣ ସହିତ ଆଲୋଚନାକୁ ନିରୀକ୍ଷଣ କରନ୍ତୁ ଏବଂ ଉତ୍ତରଗୁଡ଼ିକୁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ସହିତ ଯାଞ୍ଚ କରାନ୍ତୁ । ଭଲଭାବେ ନ ବୁଝି AI ଉତ୍ତରକୁ କପି କର ନାହିଁ । ଦାୟୀତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଡିଜିଟାଲ ବ୍ୟବହାର ଏବଂ ଶିକ୍ଷାଗତ ସତ୍ୟନିଷ୍ଠାକୁ ପ୍ରୋତ୍ସାହନ ଦିଅନ୍ତୁ ।

ଅଧ୍ୟାୟ ଅନୁସାରେ AI-ସହିତ ଅନୁସନ୍ଧାନ

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ AI ସହିତ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ (ଗଣିତ ସେମିଷ୍ଟର -1)

ଅଧ୍ୟାୟ	ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ତର (Foundational)	ବିଶ୍ଳେଷଣାତ୍ମକ ସ୍ତର (Analytical)	ସୃଜନଶୀଳ ସ୍ତର (Creative)
ଅଧ୍ୟାୟ 1: ଆମ ଚାରିପଟେ ଥିବା ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା	• ଏକ ଲକ୍ଷ ଏବଂ ଏକ କୋଟିର ସଂଜ୍ଞା ଲେଖ । • 4,63,128କୁ ଏହାର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ଲକ୍ଷକୁ ସଂଶୋଧନ କର ।	• ଭାରତୀୟ ଏବଂ ଆମେରିକୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀକୁ ତୁଳନା କର। • ସଂଶୋଧନ(rounding) କାହିଁକି ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଏବଂ AI ପ୍ରଣାଳୀରେ ଉପଯୋଗୀ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର।	• ସର୍ଚ୍ଚ ଇଞ୍ଜିନ୍‌ଗୁଡ଼ିକ କିପରି ଅନୁମାନ (approximation) କରି ଫଳାଫଳ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରନ୍ତି ଅନୁଧାନ କର । • ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାର ତଥ୍ୟସମୂହ ସୃଷ୍ଟି କରି ଏଥିରେ ବୃଦ୍ଧି ବା ହ୍ରାସର ଧାରାକୁ ଚିହ୍ନଟ କର।

AP SCERT

Chapter 2 : Expressions	• List the terms in the expression 23 - 10×2 • Define the distributive property with an example.	• Write a linear expression for a real-life pricing situation (e.g. taxi fare) • Evaluate your expression for 3 different inputs and describe the pattern.	• Explore how computers use the order of operations. • Design a simple prediction machine that uses a linear expression to produce outputs for different inputs.
Chapter 3 : A Peek Beyond the point	• Convert 7/10 into a decimal. • List three places where decimals are used in daily life.	• Compare 2.5 and 2.05 which is larger and why? systems. • Explain how a weather AI uses decimal temperature readings to identify a rising or falling trend.	• Investigate how sensor data is stored as decimal numbers in AI systems. • Research a historical decimal disaster and explain how better data handling could have prevented it.
Chapter 4 : Expression using Letter Numbers	• Write an expression for 5 more than a number.	• Write a linear equation for a taxi fare (base fare + rate per km) and explain why it is a prediction model.	• Explain how algebric formulas are like algorithms in a computer program. • Model three different pricing plans as linear equation and compare their predictions graphically.
Chapter 5 : Paralle and Intersecting Lines	• Define parallel and perpendicular lines. • Identify a pair of parallel lines in the classroom.	• If two parallel lines are cut by a transversal forming a 60° angle find all other angles and give a reason for each step. • Practise explainable thinking state not just the answer, but why each step follows.	• Investigate how self-driving cars use geometry and sensors to detect road lanes. • Design an explainable rule card for a geometry proof, with a clear reason written for every step.

AP SCERT

ଅଧ୍ୟାୟ 2 : ପରିପ୍ରକାଶ	• 23 – 10 × 2 ପରିପ୍ରକାଶରେ ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକର ତାଲିକା କର • ବଣ୍ଟନ ନିୟମକୁ ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂଜ୍ଞାକୃତ କର ।	• ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ (ଯେପରିକି ଟ୍ୟାକ୍ସି ଭଡ଼ା) ପାଇଁ ଏକ ରେଖୀୟ ସମୀକରଣ ଲେଖ • ତୁମ ସମୀକରଣକୁ 3ଟି ବିଭିନ୍ନମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରି ତାହାର ସଂରଚନା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।	• କମ୍ପ୍ୟୁଟରଗୁଡ଼ିକ କିପରି ପ୍ରକ୍ରିୟାର କ୍ରମ ବ୍ୟବହାର କରେ ତାହା ଅନୁସନ୍ଧାନ କର। • ଏକ ସରଳ ପୂର୍ବାନୁମାନ ଯନ୍ତ୍ର ଡିଜାଇନ କର, ଯାହା ରେଖୀୟ ସମୀକରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଇନପୁଟ୍ ପାଇଁ ଫଳାଫଳ ଦେବ ।
ଅଧ୍ୟାୟ 3 : ସଂଖ୍ୟାର ମଧ୍ୟରେ ବିନ୍ଦୁର ଗୁରୁତ୍ୱ	• 7/10କୁ ଦଶମିକରେ ପରିଣତ କର। • ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଦଶମିକ ବ୍ୟବହାର ତିନୋଟି। ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତ ଦିଅ ।	• 2.5 ଏବଂ 2.05 ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ବଡ଼ ଏବଂ କାହିଁକି ତାହା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର। • ଦଶମିକ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ପାଣିପାଗ AIତାପମାତ୍ରା ବୃଦ୍ଧି କିମ୍ବା ହ୍ରାସ ଧାରାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରେ ଜଣାଅ ।	• ସେନ୍ସର ତଥ୍ୟ AI ପ୍ରଣାଳୀରେ କିପରି ଦଶମିକ ରୂପରେ ସଂରକ୍ଷିତ ହୁଏ ତାହା ଅନୁସନ୍ଧାନ କର। • ଏକ ଐତିହାସିକ ଦଶମିକ ବିପର୍ଯ୍ୟୟ ଅନୁସନ୍ଧାନ କର ଓ କିପରି ଉନ୍ନତ ପରିଚାଳନା ଏହାକୁ ରୋକି ପାରିଥାନ୍ତା ବ୍ୟାଖ୍ୟାକର ।
ଅଧ୍ୟାୟ 4 : ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ମାଧ୍ୟମରେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ	• ‘ଏକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 5 ଅଧିକ’ ପାଇଁ ସମୀକରଣ ଲେଖ।	• ଟ୍ୟାକ୍ସି ଭଡ଼ା (ମୂଳ ଭଡ଼ା + ଜମି ପିଛା ଭଡ଼ା) ପାଇଁ ଏକ ରେଖୀୟ ସମୀକରଣ ଲେଖି, କିପରି ଏହା ଏକ ପୂର୍ବାନୁମାନ ମଡେଲ ଅଟେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର	• ଗାଣିତିକ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ କିପରି କମ୍ପ୍ୟୁଟର ଆଲଗୋରିଥମ ପରି କାମ କରେ ତାହା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର । • 3ଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ଯୋଜନାକୁ ରେଖୀୟ ସମୀକରଣଭାବେ ମଡେଲ କରି ଗ୍ରାଫଦ୍ୱାରା ତୁଳନାକର ।
ଅଧ୍ୟାୟ 5 : ସମାନ୍ତର ଏବଂ ଛେଦନ ରେଖା	• ସମାନ୍ତର ଏବଂ ଲମ୍ବ ରେଖାର ସଜ୍ଞା ଲେଖ । • ଶ୍ରେଣୀକକ୍ଷରେ ଏକ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଯୁଗଳକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।	• ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକ ଛେଦ କଲେ ଯଦି 60° କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୋପାନ କ୍ରମରେ କାରଣ ଲେଖ । • ବ୍ୟାଖ୍ୟାତ୍ମକ ଚିନ୍ତନ ଅଭ୍ୟାସ କର ଓ କେବଳ ଉତ୍ତର ନୁହେଁ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୋପାନ କିପରି ଠିକ ତାହା ଜଣାଅ ।	• ସ୍ୱୟଂଚାଳିତ ଗାଡ଼ିଗୁଡ଼ିକ କିପରି ଜ୍ୟାମିତି ଏବଂ ସେନ୍ସର ବ୍ୟବହାର କରି ରାସ୍ତା ଲେନ ଚିହ୍ନଟ କରେ ତାହା ଅନୁସନ୍ଧାନ କର । • ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୋପାନ ପାଇଁ ସ୍ପଷ୍ଟ କାରଣ ସହିତ ଏକ ଜ୍ୟାମିତି ପ୍ରମାଣର ନିୟମ କାର୍ଡ୍ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର।

AP SCERT

Chapter 6 : Number play	• Define even and odd numbers (parity). • Find the mean of 72, 85, 68, 91, 74	• Calculate the mean, median, and mode of a small dataset. • Explain why an AI health app uses average steps rather than a single day's count to detect a change.	• Research how parity is used in computer error detection. • Investigate the Virahanka Fibonacci sequence in nature and describe what pattern an AI would learn from it.
Chapter 7 : A Tale of Three Inter secting Lines	• List the three types of triangles based on sides. • State of Triangle Inequality.	• Explain why a triangle with sides 3, 4, and 8 impossible. • Construct a triangle given two sides and the included angle (SAS) and justify each construction step.	• Explain a step-by-step proof of the Angle sum Property using parallel lines. • Reserach and describe how GPS trilateration to find precise locations.

AP SCERT

Guidance: During the concluding discussion, guide learners to reflect on how the first eight chapters collectively develop core mathematical abilities aligned with the five AI curriculum subtopics: Patterns & Sequences, Linear Equations as Prediction Models, Trend & Correlation, Averages & Data Handling, and Explainable Thinking. Help them articulate how these skills are essential both in mathematics learning and in intelligent systems. Encourage small, supervised activities that apply textbook knowledge in real-life situations. Reinforce disciplined thinking, ethical technology use, and careful verification of all information.

Conclusion: The first eight chapters of this semester develop five core mathematical skills that are directly aligned with how Artificial Intelligence works: pattern recognition, linear prediction modelling, trend and correlation analysis, data handling and averages, and explainable step-by-step reasoning. These same skills form the foundation of intelligent systems.

Mathematical thinking prepares learners to understand how machines represent problems, learn from data, identify trends, summarise information, and explain their decisions. With careful study, responsible use of technology, and disciplined inquiry, Mathematical knowledge becomes useful and helpful for people.

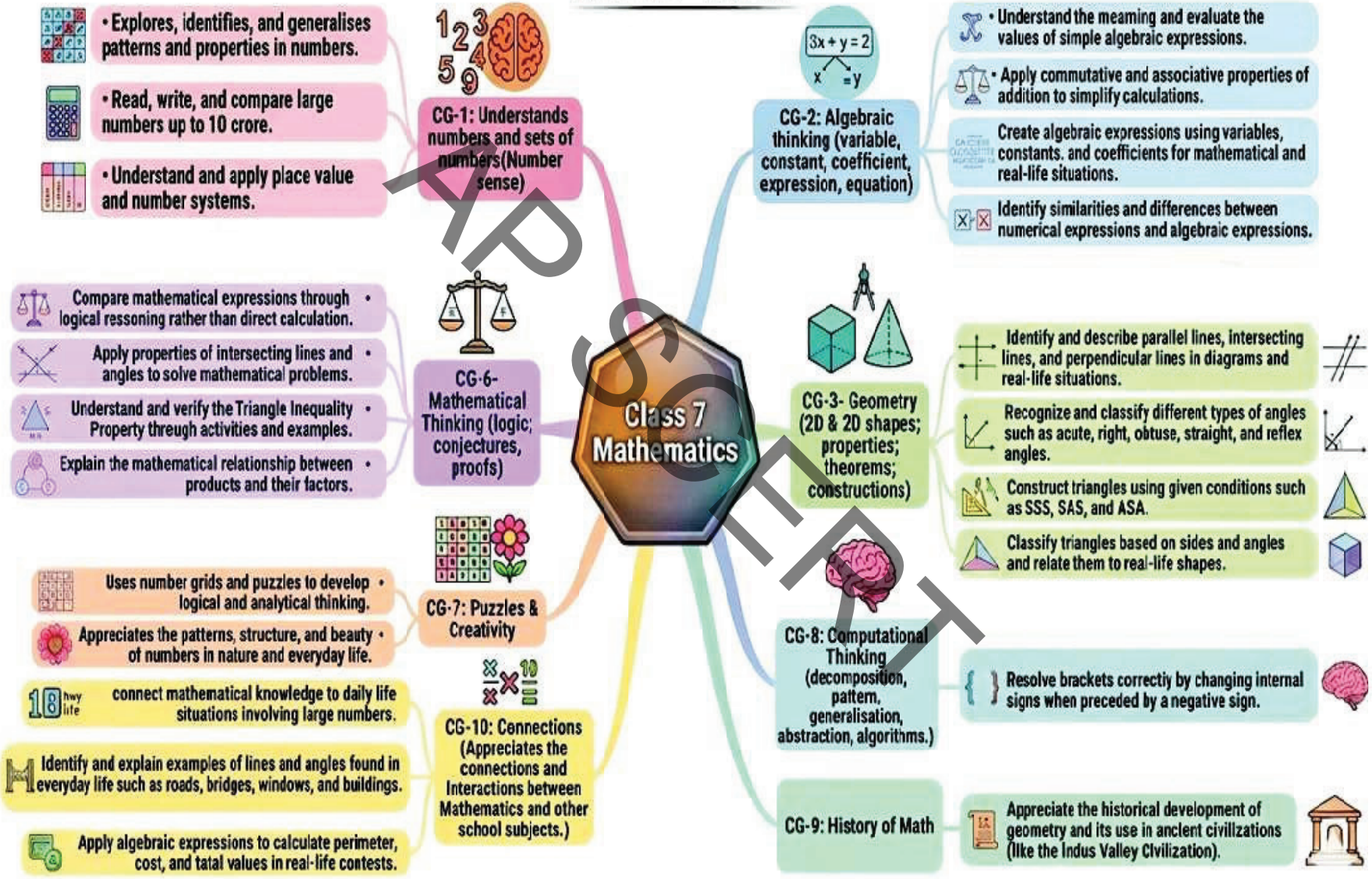
ଅଧ୍ୟାୟ 6 : ସଂଖ୍ୟା ଖେଳ	• ଯୁଗ୍ମ ଏବଂ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର (ସମାନତା/ପାରିଟି/**parity**) ପରିଭାଷା ଲେଖ । • 72, 85, 68, 91, 74ର ହାରିହାରି ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।	• ଏକ ଛୋଟ ତଥ୍ୟ ସମୂହର ହାରାହାରି, ମଧ୍ୟମା ଓ ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । • AI ସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ ଆପ କାହିଁକି ଏକ ଦିନର ତଥ୍ୟ ବଦଳରେ ହାରାହାରି ମୂଲ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରେ ତାହା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।	• ପାରିଟି (**parity**) ଦ୍ୱାରା କମ୍ପ୍ୟୁଟର କିପରି ତ୍ରୁଟି ଚିହ୍ନଟ ହୁଏ ଅନୁସନ୍ଧାନ କର • ବିରାହଙ୍କ (**Fibonacci**) ଶ୍ରେଣୀକୁ ପ୍ରକୃତିରେ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରି, ଏଥିରୁ AI କେମିତି ସଂରଚନା ଶିଖିବ ତାହା ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।
ଅଧ୍ୟାୟ 7 : ତିନୋଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ସରଳ ରେଖାର କଥା	• ବାହୁ ଆଧାରରେ 3ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜର ତାଲିକା କର। • ତ୍ରିଭୁଜ ଅସମତାକୁ ବ୍ୟକ୍ତକର ।	• 3,4, 8 ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ କାହିଁକି ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର। • ଦୁଇଟି ବାହୁ ଏବଂ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ(**SAS**) ଦିଆଯାଇଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୋପାନକୁ ଯୁକ୍ତିସହ ବୁଝାଅ ।	• ସମାନ୍ତର ରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି କୋଣ ସମଷ୍ଟି ଧର୍ମର ପ୍ରମାଣ ପାଇଁ ସୋପାନ ଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ । • **GPS** ତ୍ରିଭାଜୀକରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ସଠିକ ସ୍ଥାନ (ଅବସ୍ଥିତି) କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରି ବ୍ୟାଖ୍ୟାକର ।

ନିର୍ଦ୍ଦେଶନା (Guidance): ସମାପନ ଆଲୋଚନା ସମୟରେ, ପ୍ରଥମ ଆଠଟି ଅଧ୍ୟାୟ କିପରି ସଂଯୁକ୍ତ ଭାବେ ମୂଳ ଗାଣିତିକ କୁଶଳତା ଉନ୍ନତ କରେ, ତାହାରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଚିନ୍ତନ କରାଅ । ଏହି କ୍ଷମତାଗୁଡ଼ିକ AI ପାଠ୍ୟକ୍ରମର 5ଟି ଉପବିଷୟ ସହିତ କିପରି ସମନ୍ୱିତ ଯଥା: ସଂରଚନା ଓ ଅନୁକ୍ରମ (Patterns & Sequences), ସରଳ ସମୀକରଣ ଭିତ୍ତିକ ପୂର୍ବାନୁମାନ ମଡେଲ (Linear Equations as Prediction Models), ପ୍ରବଣତା/ଧାରା ଓ ସମ୍ପର୍କ (Trend & Correlation), ହାରାହାରି ଏବଂ ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନା (Averages & Data Handling), ଏବଂ ବ୍ୟାଖ୍ୟାତ୍ମକ ଚିନ୍ତନ (Explainable Thinking) । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଏହି ଦକ୍ଷତାଗୁଡ଼ିକ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଓ Artificial Intelligence ଉଭୟରେ ଅତ୍ୟାବଶ୍ୟକ । ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଜ୍ଞାନକୁ ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ସହିତ ଯୋଡ଼ି ଛୋଟ ଏବଂ ନିରୀକ୍ଷିତ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ କରାଅ । ଶିଷ୍ଟ ଚିନ୍ତନ, ନୀତିଗତ ପ୍ରଯୁକ୍ତି ବ୍ୟବହାର ଏବଂ ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟର ସତର୍କ ଯାଞ୍ଚକୁ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଅ ।

ଉପସଂହାର(ନିଷ୍କର୍ଷ): ଏହି ସେମିଷ୍ଟରର ପ୍ରଥମ ଆଠଟି ଅଧ୍ୟାୟ 5ଟି ମୂଳ ଗାଣିତିକ ଦକ୍ଷତାକୁ ବିକାଶ କରେ, ଯାହା ସିଧାସଳଖ Artificial Intelligence କାର୍ଯ୍ୟପ୍ରଣାଳୀ ସହିତ ସମ୍ପର୍କିତ: ସଂରଚନା ଚିହ୍ନଟ (pattern recognition), ସରଳ ପୂର୍ବାନୁମାନ ମଡେଲିଙ୍ଗ (linear prediction modelling), ଧାରା ଓ ସମ୍ପର୍କ ବିଶ୍ଳେଷଣ (trend & correlation analysis), ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନା ଓ ହାରାହାରି (data handling & averages), ସୋପାନକ୍ରମିକ ବ୍ୟାଖ୍ୟାତ୍ମକ ତାର୍କିକ ଚିନ୍ତନ (explainable reasoning) । ଏହି ସମସ୍ତ ଦକ୍ଷତା ବୁଦ୍ଧିମତାପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡ଼ିକ(intelligent systems)ର ମୂଳ ଭିତ୍ତି ଗଠନ କରେ। ଗାଣିତିକ ଚିନ୍ତନ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ବୁଝିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ଯେ ଯନ୍ତ୍ରଗୁଡ଼ିକ କିପରି ସମସ୍ୟାକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରନ୍ତି, ତଥ୍ୟରୁ ଶିଖନ୍ତି, ଧାରା ଚିହ୍ନଟ କରନ୍ତି, ସୂଚନା ସାରାଂଶ କରନ୍ତି ଏବଂ ନିଜ ନିଷ୍ପତ୍ତିକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରନ୍ତି । ସତର୍କ ଅଧ୍ୟୟନ, ଦାୟୀତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରଯୁକ୍ତି ବିଦ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର ଏବଂ ଶିଷ୍ଟ ଅନୁସନ୍ଧାନ ଦ୍ୱାରା ଗଣିତ ଜ୍ଞାନ ଲୋକମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଉପଯୋଗୀ ଏବଂ ସାହାଯ୍ୟକାରୀ ହୋଇଥାଏ ।

APSCERT

MIND MAP



XPSCERT

STICK FIGURE CUTOUTS



AP SCERT

FUNDAMENTAL DUTIES

Fundamental duties: It shall be the duty of every citizen of India-

(a) to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;
(b) to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;
(c) to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;
(d) to defend the country and render national service when called upon to do so;
(e) to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;
(f) to value and preserve the rich heritage of our composite culture;
(g) to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers and wild life, and to have compassion for living creatures;
(h) to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;
(i) to safeguard public property and to abjure violence.
(j) to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement;
(k) who is a parent or guardian, to provide opportunities for education to his child or, as the case may be ward between the age of six and fourteen years;

- Constitution of India,
Part IV A (Article 51 A)

AP SCERT

Right of Children to Free and Compulsory Education (RTE) Act, 2009

The RTE Act provides for the right of children to free and Compulsory Education to every child in the age group of 6 – 14 years which came into force from 1st April 2010 in Andhra Pradesh.

Important provisions of RTE Act

- Ensure availability of schools within the reach of the children.
- Improve School infrastructure facilities.
- Enroll children in the class appropriate to his / her age.
- Children have a right to receive special training in order to be at par with other children.
- Providing appropriate facilities for the education of children with special needs on par with other children.
- No child shall be liable to pay any kind of fee or charges or expenses which may prevent him or her from pursuing and completing the elementary education. No test for admitting the children in schools.
- No removal of name and repetition of the child in the same class.
- No child admitted in a school shall be held back in any class or expel from school till the completion of elementary education.
- No child shall be subjected to physical punishment or mental harassment.
- Admission shall not be denied or delayed on the ground that the transfer and other certificates have not been provided on time.
- Eligible candidates alone shall be appointed as teachers.
- The teaching learning process and evaluation procedures shall promote achievement of appropriate competencies.
- No board examinations shall be conducted to the children till the completion of elementary education.
- Children can continue in the schools even after 14 years until completion of elementary education.
- No discrimination and related practices towards children belonging to backward and marginalized communities.
- The curriculum and evaluation procedures must be in conformity with the values enshrined in the constitution and make the child free of fear and anxiety and help the child to express views freely.