CLASS - 8

MATHEMATICS

SEMESTER - 1

ENGLISH - KANNADA VERSION

W4H4Q3

© Government of Andhra Pradesh, Amaravati

First Published 2026

DISCLAIMER

Any form of copying of the content, information and illustrations from this textbook is a punishable offence.

All rights reserved

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published. Without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser. The copyright holder of this book is the Commissioner of School Education, Amaravati, Andhra Pradesh.

This book has been printed on 70 GSM, SS Maplitho, Title Page 220 GSM, White Artcard.

Published by Samagra Shiksha & SCERT - Government of Andhra Pradesh, Amaravati.

AP SCERT

Vande Mataram



Vande Mataram!

Sujalam, suphalam, malayaja shitalam,

Shasyashyamalam, Mataram!

Vande Mataram!

Shubhrajyotsna pulakitayaminim,

Phullakusumita drumadala shobhinim,

Suhasinim sumadhura bhashinim,

Sukhadam varadam, Mataram!

Vande Mataram, Vande Mataram!

- Bankimchandra Chatterji

ವಂದೇ ಮಾತರಂ

ವಂದೇ ಮಾತರಂ ವಂದೇ ಮಾತರಂ

ಸುಜಲಾಂ ಸುಫಲಾಂ ಮಲಯಜ ಶೀತಲಾಂ

ಸಸ್ಯ ಶ್ಯಾಮಲಾಂ ಮಾತರಂ ಒಂದೇ ಮಾತರಂ

ಶುಭ್ರ ಜ್ಯೋತ್ಸ್ನಾ ಪುಲಕಿತ ಯಾಮಿನೀಂ

ಪುಲ್ಲಕುಸುಮಿತ ದ್ರುಮದಳ ಶೋಭಿನೀಂ

ಸುಹಾಸಿನೀಂ ಸುಮಧುರ ಭಾಷಿಣೀಂ

ಸುಖದಾಂ ವರದಾಂ ಮಾತರಂ ವಂದೇ ಮಾತರಂ

- ಬಂಕಿಂಚಂದ್ರ ಛಟರ್ಜಿ

AP SCERT

Printed in India
at the A.P. Govt., Textbook Press,
Amaravati, Andhra Pradesh.

Our National Anthem | ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆ

Jana-gana-mana-adhinayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata
Panjaba-Sindhu-Gujarata-Maratha
Dravida-Utkala-Banga
Vindhya-Himachala-Yamuna-Ganga
uchchala-jaladhi-taranga
Tava Subha name jage,
tava subha asisa mage,
gahe tava jaya-gatha.
Jana-gana-mangala-dayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Jaya he, Jaya he, Jaya he,
jaya jaya jaya jaya he.

- Rabindranath Tagore

ಜನಗಣಮನ ಅಧಿನಾಯಕ ಜಯಹೇ ।
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯ ವಿಧಾತಾ ॥
ಪಂಜಾಬ ಸಿಂಧು ಗುಜರಾತ ಮರಾತಾ ।
ದ್ರಾವಿಡ ಉತ್ಕಲ ವಂಗಾ ॥
ವಿಂಧ್ಯ ಹಿಮಾಚಲ ಯಮುನಾ ಗಂಗಾ ।
ಉಚ್ಚಲ ಜಲಧಿ ತರಂಗಾ ।
ತವ ಶುಭ ನಾಮೇ ಜಾಗೇ ।
ತವ ಶುಭ ಆಶಿಷ ಮಾಗೇ ॥
ಗಾಹೇ ತವ ಜಯ ಗಾಥಾ
ಜನಗಣ ಮಂಗಳದಾಯಕ ಜಯ ಹೇ ॥
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯ ವಿಧಾತಾ ।
ಜಯ ಹೇ ಜಯ ಹೇ ಜಯ ಹೇ ॥
ಜಯ ಜಯ ಜಯ ಜಯ ಹೇ॥

- ರವೀಂದ್ರನಾಥ್ ಠಾಗೂರ್

AP SCERT

Pledge | ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ

"India is my country. All Indians are my brothers and sisters.
I love my country and I am proud of its rich and varied heritage.

I shall always strive to be worthy of it.

I shall give my parents, teachers and all elders respect,
and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.

To my country and my people, I pledge my devotion.
In their well-being and prosperity alone lies my happiness."

- Pydimarri Venkata Subba Rao

ಭಾರತ ನನ್ನ ದೇಶ. ಎಲ್ಲಾ ಭಾರತೀಯರು ನನ್ನ ಸಹೋದರ ಸಹೋದರಿಯರು. ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶವನ್ನು ಪ್ರಾಣಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಪ್ರೀತಿಸುತ್ತೇನೆ. ಭಾರತದ ಸಂಸ್ಕೃತಿ ಹಾಗೂ ಭವ್ಯ ಪರಂಪರೆ ಬಗ್ಗೆ ನನಗೆ ಹೆಮ್ಮೆಯಿದೆ. ಅದರ ಅಸ್ತಿತ್ವಕ್ಕಾಗಿ ನಾನು ಬದ್ದನಾಗಿರುತ್ತೇನೆ. ನಾನು ನನ್ನ ತಂದೆ, ತಾಯಿ ಮತ್ತು ಗುರುಹಿರಿಯರನ್ನು ಸದಾ ಗೌರವಿಸುತ್ತೇನೆ ಮತ್ತು ಅವರಿಗೆ ನಿಷ್ಠನಾಗಿರುತ್ತೇನೆ. ನಾನು ಪ್ರಾಣಿ - ಪಕ್ಷಿಗಳು ಮತ್ತು ಗಿಡಮರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ದಯಾಳು ಗುಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತೇನೆ. ದೇಶದ ಜನತೆಯ ಕಲ್ಯಾಣಕ್ಕಾಗಿ ಸದಾ ಕಾರ್ಯೋನ್ಮುಖನಾಗಿರುತ್ತೇನೆಂದು ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಗೈಯುತ್ತೇನೆ.

- ಪೈಡಿಮರ್ರಿ ವೆಂಕಟ ಸುಬ್ಬಾರಾವ್

AP SCERT

National Education Policy - 2020

The National Education Policy 2020 (NEP 2020) envisions a holistic, flexible, and learner-centred education system. It emphasizes competency-based learning and experiential approaches that make education meaningful and engaging. NEP 2020 highlights the importance of 21st-century skills such as critical thinking, creativity, communication, and problem-solving. It encourages the integration of real-life learning, innovation, and technology-enabled pedagogies. Overall, the policy aims to build an inclusive and future-ready education system that empowers every learner to thrive in a rapidly changing world.

NCF (SE) 2023 - Curricular Goals

Mathematics education in the middle stage (Grades 6–8) aims to nurture holistic development by building logical thinking, sound reasoning, and confident problem-solving skills in every learner. In alignment with NCF 2023, the focus shifts from rote memorization to deep conceptual understanding, encouraging students to explore, question, and connect mathematical ideas meaningfully. The Curriculum Goals and Competencies outlined in each chapter guide this journey by linking mathematical learning to real-world contexts, preparing students to apply their knowledge thoughtfully in everyday life.

Curricular Goal	Description	Competencies
CG - 1	Understands numbers and sets of numbers (whole numbers, fractions, integers, rational numbers, and real numbers), looks for patterns, and appreciates relationships between numbers.	C-1.1: Develops a sense for and an ability to manipulate (e.g., read, write, form, compare, estimate, and apply operations) and name (in words) large whole numbers of up to 20 digits, and expresses them in scientific notation using exponents and powers. C-1.2: Discovers, identifies, and explores patterns in numbers and describes rules for their formation (e.g., multiples of 7, powers of 3, prime numbers), and explains relations between different patterns. C-1.3: Learns about the inclusion of zero and negative quantities as numbers, and the arithmetic operations on them, as given by Brahmagupta. C-1.4: Explores and understands sets of numbers, such as whole numbers, fractions, integers, rational numbers, and real numbers, and their properties, and visualises them on the number line. C-1.5: Explores the idea of percentage and applies it to solve problems. C-1.6: Explores and applies fractions (both as ratios and in decimal form) in daily-life situations.
CG - 2	Understands the concepts of variable, constant, coefficient, expression, and (one-variable) equation, and uses these concepts to solve meaningful daily-life problems with procedural fluency.	C-2.1: Understands equality between numerical expressions and learns to check arithmetical equations. C-2.2: Extends the representation of a number in the form of a variable or an algebraic expression using a variable. C-2.3: Forms algebraic expressions using variables, coefficients, and constants and manipulates them through basic operations. C-2.4: Poses and solves linear equations to find the value of an unknown, including to solve puzzles and word problems. C-2.5: Develops own methods to solve puzzles and problems using algebraic thinking.
CG - 3	Understands, formulates, and applies properties and theorems regarding simple geometric shapes (2D and 3D).	C-3.1: Describes, classifies, and understands relationships among different types of two- and three-dimensional shapes using their defining properties/attributes. C-3.2: Outlines the properties of lines, angles, triangles, quadrilaterals, and polygons and applies them to solve related problems. C-3.3: Identifies attributes of three-dimensional shapes (cubes, parallelepipeds, cylinders, cones), works hands-on with material to construct these shapes, and also uses two-dimensional representations of three-dimensional objects to visualise and solve problems. C-3.4: Draws and constructs geometric shapes, such as lines, parallel lines, perpendicular lines, angles, and simple triangles, with specified properties using a compass and straightedge. C-3.5: Understands congruence and similarity as it applies to geometric shapes and identifies similar and congruent triangles.

AP SCERT

Curricular Goal	Description	Competencies
CG - 6	Develops mathematical thinking and the ability to communicate mathematical ideas logically and precisely.	C-6.1: Applies both inductive and deductive logic to formulate definitions and conjectures, evaluate and produce convincing arguments/proofs to turn these definitions and conjectures into theorems or correct statements, particularly in the areas of algebra, elementary number theory, and geometry.
CG - 7	Engages with puzzles and mathematical problems and develops own creative methods and strategies to solve them.	C-7.1: Demonstrates creativity in discovering one's own solutions to puzzles and other problems, and appreciates the work of others in finding their own, possibly different, solutions. C-7.2: Engages in and appreciates the artistry and aesthetics of puzzle-making and puzzle-solving.
CG - 8	Develops basic skills and capacities of computational thinking, namely, decomposition, pattern recognition, data representation, generalisation, abstraction, and algorithms in order to solve problems where such techniques of computational thinking are effective.	C-8.1: Approaches problems using programmatic thinking techniques such as iteration, symbolic representation, and logical operations and reformulates problems into series of ordered steps (i.e., algorithmic thinking). C-8.2: Learns systematic counting and listing, systematic reasoning about counts and iterative patterns, and multiple data representations; learns to devise and follow algorithms, with an eye towards understanding correctness, effectiveness, and efficiency of algorithms.
CG - 9	Knows and appreciates the development of mathematical ideas over a period of time and the contributions of past and modern mathematicians from India and across the world.	C-9.1: Recognises how concepts (like counting numbers, whole numbers, negative numbers, rational numbers, zero, concepts of algebra, geometry) evolved over a period of time in different civilisations. C-9.2: Knows and appreciates the contributions of specific Indian mathematicians (such as Baudhayana, Pingala, Aryabhata, Brahmagupta, Virahanka, Bhaskara, and Ramanujan).
CG - 10	Knows about and appreciates the interaction of Mathematics with each of their other school subjects.	C-10.1: Recognizes how Mathematics interacts with Science, Social Science, Visual Arts, Music, Vocational Education, and Sports.

AP SCERT

CLASS - 8
MATHEMATICS
SEMESTER - 1
CONTENTS

S.No	Chapter Name	Month	Page.No
	Readiness Programme ಸಂಸಿದ್ಧತೆ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ	June ಜೂನ್	2 - 57
1	A Square and A Cube ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ	July ಜುಲೈ	58 - 93
2	Power Play ಘಾತಾಂಕಗಳ ಆಟ	July ಜುಲೈ	94 - 155
3	A Story of Numbers ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕಥೆ	July - August ಜುಲೈ - ಆಗಷ್ಟ್	156 - 209
4	Quadrilaterals ಚತುರ್ಭುಜಗಳು	August ಆಗಷ್ಟ್	210 - 273
5	Number Play ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಆಟ	August - September ಆಗಷ್ಟ್ - ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್	274 - 325
6	We Distribute, Yet Things Multiply ನಾವು ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತೆವೆ ಆದರೆ ಅವು ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ	September ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್	326 - 375
7	Proportional Reasoning-1 ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆ-1	September - October ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್ - ಅಕ್ಟೋಬರ್	376 - 421
	Answers		422 - 457
	Integrating Artificial Intelligence (AI) ಕೃತಕ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಯೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜನೆ	October ಅಕ್ಟೋಬರ್	458 - 473
	Mind Map		474

AP SCERT

Icons



Math Talk - Questions for Dicussion

Try This

Try This - Out of box thinking

Main Question
Sub- Question
} *Concept - Clarity*

Owl - Some important processes in the learning of Mathematics

T7Q9K7

Teacher Corner

Q8K2E8

Student Corner

DAY 1 — 1. A SQUARE AND A CUBE



M7G6L5

- **Key Terms :** Factor, Prime Number, Square Number, Perfect Square, Square Root, Prime Factorisation, Perfect Cube, Cube Root, Triangular Number
- **Concept Explaination-Know the term :**
  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Factor	A number that divides another number exactly, leaving no remainder.	Factors of 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12
Prime Number	A number greater than 1 that has exactly two factors: 1 and itself.	2, 3, 5, 7, 11,.. are prime numbers.
Square Number	A number obtained by multiplying any number by itself. Written as n^2.	$-5 \times -5 = (-5)^2 = 25$; $3\times3 = 3^2 = 9$ $2.5\times2.5 = (2.5)^2 = 6.25$
Perfect Square	The square of a natural number. It has an odd number of factors.	1, 4, 9, 16, 25, 36 ... are perfect squares.
Square Root ($\sqrt{\ }$)	The inverse process of squaring. $x^2 = y$, then $\sqrt{y} = x$. x is an integer	$\sqrt{49} = 7$, because $7\times7 = 49$
Prime Factorisation	Writing a number as a product of its prime factors only.	$36 = 2\times2\times3\times3$; factors pair up → perfect square!
Perfect Cube	A number obtained by multiplying a number by itself three times (n^3).	$8 = 2^3$; $27 = 3^3$; $64 = 4^3$
Cube Root ($\sqrt[3]{\ }$)	The inverse process of cubing. If $x^3 = y$, then x is the cube root of y $\sqrt[3]{y} = x$	$\sqrt[3]{27} = 3$, because $3\times3\times3 = 27$
Triangular Number	The number of points that can be formed as a triangle: sume of any two consecutive triangular numbers is a perfect square.	Ex:1, 3, 6, 10, 15, ... $1+3=4=2^2$; $3+6=9=3^2$; $6+10=16=4^2$

AP SCERT

DAY 1 1. ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ



ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಭಾಗ



W7N4W4

- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :** ಅಪವರ್ತನ, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ, ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ, ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ, ವರ್ಗಮೂಲ, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ, ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ, ಘನಮೂಲ, ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ – ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಅಪವರ್ತನ	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಶೇಷ ಸೊನ್ನೆ ಬರುವಂತೆ ಖಚಿತವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ	12 ನ ಅಪವರ್ತನಗಳು: 1, 2, 3, 4, 6, 12
ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ	1 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ, ಕೇವಲ 2 ಅಪವರ್ತನಗಳು (1 ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆ) ಹೊಂದಿದ ಸಂಖ್ಯೆ	2, 3, 5, 7, 11,. ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದನ್ನು (n^2)ಯಾಗಿ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.	$3 \times 3 = 3^2 = 9$, $(-5) \times (-5) = (-5)^2 = 25$ $(2.5) \times (2.5) = (2.5)^2 = 6.25$
ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ	ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ. ಇದಕ್ಕೆ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ.	1, 4, 9, 16, 25, 36... ಲು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು
ವರ್ಗಮೂಲ ($\sqrt{}$)	ವರ್ಗಕ್ಕೆ ವಿರುದ್ಧ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ. $x^2 = y$ ಆದರೆ, $\sqrt{y} = x$, x ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ	$\sqrt{49} = 7$, ಏಕೆಂದರೆ $7 \times 7 = 49$
ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೇವಲ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು.	$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$; ಅಪವರ್ತನಗಳು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಬರುತ್ತವೆ $\rightarrow$ ಖಚಿತವರ್ಗ
ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರು ಬಾರಿ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ (n^3).	$8 = 2^3$; $27 = 3^3$; $64 = 4^3$
ಘನಮೂಲ ($\sqrt[3]{}$)	ಘನಕ್ಕೆ ವಿರುದ್ಧ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ $x^3 = y$ ಆದರೆ $\sqrt[3]{y} = x$	$\sqrt[3]{27} = 3$, ಏಕೆಂದರೆ $3 \times 3 \times 3 = 27$
ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ	ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದಾದ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, ಯಾವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಆದರೂ ಒಂದು ಖಚಿತ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ	ಉದಾ: 1,3,6,10,15,.... $1+3=4=2^2$, $3+6=9=3^2$, $6+10=16=4^2$

AP SCERT

Note : All perfect squares are square numbers. But not all square numbers are perfect squares.

- **Real-Life Connection:**

Side of a square tile whose area is 81cm² = $\sqrt{81}$ = 9 cm.

Edge of a cube-shaped gift box whose volume is 125 cm³ = $\sqrt[3]{125}$ = 5 cm.

Squares and cubes help architects, designers, and engineers every day!

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read all key terms carefully. Attempt all questions independently. Check your understanding using examples.

A. Fill in the blanks.

1. The square root of 144 is _____, because _____× _____= 144.
2. A perfect square always has _____ number of factors, and it never ends with the digits 3, 7, _____ or _____.
3. $\sqrt[3]{512}$ = _____, and 5^3 = _____. A number is a perfect cube if its prime factors can be split into identical groups.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

1. Which of the following numbers is definitely NOT a perfect square?

   (i) 196 (ii) 238 (iii) 441 (iv) 625

2. The prime factorisation of 216 is $2^3 \times 3^3$. What is $\sqrt[3]{216}$?

   (i) 4 (ii) 6 (iii) 8 (iv) 12

C. Match the following.

Column A		Column B
1. $\sqrt{64}$	( )	(a) 125
2. 5^3	( )	(b) 8
3. Factors of 9	( )	(c) 10
4. 1 + 3 + 5 + 7	( )	(d) 1, 3, 9 (odd number of factors)
5. $\sqrt[3]{1000}$	( )	(e) $16 = 4^2$ (sum of first 4 odd numbers)

AP SCERT

ಸೂಚನೆ : ಎಲ್ಲಾ ಖಚಿತ ವರ್ಗಗಳು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಆದರೆ ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಖಚಿತ ವರ್ಗಗಳಲ್ಲ.

- **ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಸಂಬಂಧ :** 81 ಚದರ ಸೆಂಟೀಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರದ ಪ್ಲೋರ್ ಟೈಲ್‌ನ ಬಾಹು = $\sqrt{81}$ = 9 ಸೆಂಟೀಮೀಟರ್

  125 ಘನ ಸೆಂಟೀಮೀಟರ್ ಘನಫಲವಿರುವ ಒಂದು ಘನಾಕಾರದ ಬಹುಮಾನದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಆಂಚು = $\sqrt[3]{125}$ = 5 ಸೆಂಟೀಮೀಟರ್

  ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು ಘನಗಳು ವಾಸ್ತುಶಿಲ್ಪಗಳಿಗೆ, ಡಿಜೈನರ್‌ಗಳಿಗೆ ಮತ್ತು ಇಂಜನೀಯರ್‌ಗಳಿಗೆ ಪ್ರತಿದಿನ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತವೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ - ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. 144 ನ ವರ್ಗಮೂಲ _____ ,ಏಕೆಂದರೆ _____ × _____ = 144.
2. ಒಂದು ಖಚಿತ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಯಾವಾಗಲೂ _____ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅದು ಯಾವಾಗಲೂ 3,7 _____ಅಥವಾ _____ ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಅಂತ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.
3. $\sqrt[3]{512}$ =_____ , ಮತ್ತು 5^3 = _____ . ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿದರೆ ಅದು ಖಚಿತ ವರ್ಗವಾಗುತ್ತದೆ.

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು - ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಖಚಿತವಾಗಿ ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ?

   (i) 196 **(ii) 238** **(iii) 441** **(iv) 625**

2. 216 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $2^3 \times 3^3$. ಆದರೆ $\sqrt[3]{216}$ ಎಷ್ಟು?

   (i) 4 **(ii) 6** **(iii) 8** **(iv) 12**

C. ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

	ಕಂಬಸಾಲು A		ಕಂಬಸಾಲು B
1.	$\sqrt{64}$	( )	(a) 125
2.	5^3	( )	(b) 8
3.	9 ನ ಅಪವರ್ತನಗಳು	( )	(c) 10
4.	1 + 3 + 5 + 7	( )	(d) 1, 3, 9 (ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಅವಪವರ್ತನಗಳು)
5.	$\sqrt[3]{1000}$	( )	(e) $16 = 4^2$ (ಮೊದಲ 4 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ)

AP SCERT

DAY 2 — 2. POWER PLAY



- **Key Terms :** Exponential Form, Base, Scientific Notation, Negative Exponent, Exponent, Power, Exponential Growth, Zero Exponent, Prime Factorisation
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Exponential Form	The symboilc form of representation the repeated multiplication	e.g. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$
Base	The number that is repeatedly multiplied.	e.g. In 3^4, the base is 3.
Scientific Notation	Writing a number as x 10^y, where $1 \leq x < 10$.	e.g. $5900 = 5.9 \times 10^3$
Negative Exponent	$n^{-a} = 1/n^a$; it means the reciprocal of its power.	e.g. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
Exponent (Power)	The number of times a base is multiplied by itself.	e.g. In 2^5, the exponent is 5
Exponential Growth	Growth where a quantity multip -lies (doubles, triples) in each step.	e.g. Paper thickness doubles each fold.
Zero Exponent	For any non-zero number its power raised to 0 equals to 1.	e.g. $7^0 = 1$; $100^0 = 1$
Prime Factorisation	Expressing a number as a product of its prime factors.	e.g. $12 = 2^2 \times 3$

AP SCERT

DAY 2 ೭. ಘಾತಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಟ



- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :** ಘಾತಾಂಕ ರೂಪ, ಆಧಾರ(ಪಾದ), ಸಂಕೇತ ರೂಪ, ಋಣಾತ್ಮಕ ಘಾತಾಂಕ, ಘಾತಾಂಕ (ಘಾತ), ಘಾತಾಂಕ ವೃದ್ಧಿ, ಸೊನ್ನೆ ಘಾತಾಂಕ, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ವಿಭಜನೆ
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ - ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಘಾತಾಂಕ ರೂಪ	ಪುನರಾವೃತ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಕೇತ ರೂಪ	ಉದಾ : $5 \times 5 \times 5 = 5^3$
ಆಧಾರ	ಪದೇ ಪದೇ ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆ.	ಉದಾ : 3^4 ರಲ್ಲಿ, ಆಧಾರ 3.
ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತ ರೂಪ	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $x \times 10^y$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು, ಇಲ್ಲಿ $1 \leq x < 10$.	ಉದಾ: $5900 = 5.9 \times 10^3$
ಋಣಾತ್ಮಕ ಘಾತಾಂಕ	$n^{-a} = 1/n^a$; ಇದರರ್ಥ ಆ ಘಾತಕ್ಕೆ ವಿಲೋಮ.	ಉದಾ: $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
ಘಾತಾಂಕ (ಘಾತ)	ಒಂದು ಆಧಾರ/ಪಾದ ತನ್ನಲ್ಲಿ ತಾನು ಎಷ್ಟುಬಾರಿ ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆಯೋ ತಿಳಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ	ಉದಾ : 2^5 ರಲ್ಲಿ ಘಾತಾಂಕ 5
ಘಾತಾಂಕ ವೃದ್ಧಿ	ಒಂದು ಪರಿಮಾಣ ಪ್ರತಿ ಹಂತದಲ್ಲು ತನ್ನಲ್ಲೇ ತಾನು ಗುಣಿಸಿತ್ತಾ (ಎರಡರಷ್ಟು ಅಥವಾ ಮೂರರಷ್ಟು) ಆಗುತ್ತಾ ಬೆಳೆಯುವ ವೃದ್ಧಿ	ಉದಾಹರಣೆಗೆ : ಕಾಗದದ ದಪ್ಪ ಪ್ರತಿ ಮಡಿಕೆಗೂ ಎರಡರಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ
ಸೊನ್ನೆ ಘಾತಾಂಕ	ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾದರೂ ಘಾತ 0 ಗೆ ಏರಿಸಿದರೆ, ಅದು 1ಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗುತ್ತದೆ.	ಉದಾ : $7^0 = 1$; $100^0 = 1$
ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ವಿಭಜನೆ	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು	ಉದಾಹರಣೆ: $12 = 2^2 \times 3$

AP SCERT

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. In 4^3, the base is _____ and the exponent is _____.
2. 5^0 = _____ and 3^{-2} = _____.
3. The scientific notation of 45,000 is _____.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

4. The value of $2^3 \times 2^2$ is:

   (a) 2^6 (b) 2^5 (c) 4^6 (d) 2^{10}

5. Which of these is in scientific notation?

   (a) 54×10^3 (b) 0.9×10^5 (c) 3.7×10^2 (d) 12×10^4

C. Match the following :

1.

Column A		Column B
i. $2 \times 2 \times 2 \times 2$	( )	a. 65,000
ii. 10^{-2}	( )	b. 1 $(n \neq 0)$
iii. 6.5×10^4	( )	c. $2^4 = 16$
iv. n^0	( )	d. 0.01

2.

Column A		Column B
i. $n^a \times n^b =$	( )	a. n^{a-b}
ii. $(n^a)^b =$	( )	b. n^{ab}
iii. $n^a \div n^b =$	( )	c. n^{a+b}

AP SCERT

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ – ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. 4^3 ರಲ್ಲಿ ಆಧಾರ _____ ಮತ್ತು ಘಾತಾಂಕ _____ .
2. 5^0 = _____ ಮತ್ತು 3^{-2} = _____
3. 45,000 ರ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತದ ರೂಪ = _____

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು – ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

4. $2^3 \times 2^2$ ಬೆಲೆ:

   (a) 2^6 (b) 2^5 (c) 4^6 (d) 2^{10}

5. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇದೆ?

   (a) 54×10^3 (b) 0.9×10^5 (c) 3.7×10^2 (d) 12×10^4

C. ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

1.

ಕಂಬಸಾಲು A		ಕಂಬಸಾಲು B
i. $2 \times 2 \times 2 \times 2$	( )	a. 65,000
ii. 10^{-2}	( )	b. 1 $(n \neq 0)$
iii. 6.5×10^4	( )	c. $2^4 = 16$
iv. n^0	( )	d. 0.01

2.

ಕಂಬಸಾಲು A		ಕಂಬಸಾಲು B
i. $n^a \times n^b =$	( )	a. n^{a-b}
ii. $(n^a)^b =$	( )	b. n^{ab}
iii. $n^a \div n^b =$	( )	c. n^{a+b}

AP SCERT

DAY 3 — 3. A STORY OF NUMBERS



- **Key Terms :** Number System, Tally Marks, Landmark Numbers, Place Value System, One-to-One Mapping, Base-n Number System, Zero (0)
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Number System	A standard sequence of symbols or names used to represent and count quantities.	e.g. Hindu, Roman, Egyptian are number systems.
Tally Marks	Notches or marks made for each object counted; one of the oldest counting methods.	e.g. |||| = 4 objects counted.
Landmark Numbers	Special reference numbers in a system that help to represent and organise other numbers.	e.g. In Roman numberals : I=1,V=5, X=10, L=50, C=100, M=1000.
Place Value System	A positional system where the position of a digit deter mines which landmark number it represents.	e.g. In 375: 3 is in hundreds place, 7 in tens, 5 in ones.
One-to-One Mapping	Pairing each object in a collection with exactly one symbol or name, and vice versa.	e.g. Each cow paired with one stick to count a herd.
Base-n Number System	A system where each landmark number is n times the previous one; landmark numbers are powers of n.	e.g. Base-10: 1, 10, 100, 1000 - each 10× the last.

APSCERT

DAY 3 — 3. ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕಥೆ


ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಭಾಗ


- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು:** ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ, ಗಣನೆ ಚಿಹ್ನೆಗಳು (ತಾಳೆ ಗುರ್ತುಗಳು), ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಚಿಹ್ನೆ (ಲ್ಯಾಂಡ್ ಮಾರ್ಕ್), ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿ, ಏಕ- ಏಕ ಜೊತೆಗೂಡಿಸುವುದು, **n**-ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆ, ಸೊನ್ನೆ (0)
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ - ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆ	ಪರಮಾಣಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಮತ್ತು ಎಣಿಸಲು ಬಳಸುವ ಚಿಹ್ನೆ ಅಥವಾ ಹೆಸರುಗಳ ಆದರ್ಶರೂಪ	ಉದಾ : ಹಿಂದೂ, ರೋಮನ್ ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳು
ಗಣನೆ ಚಿಹ್ನೆಗಳು (ತಾಳೆ ಗುರ್ತುಗಳು)	ಎಣಿಸಿದ ಪ್ರತಿ ವಸ್ತುವಿಗಾಗಿ ಸೂಚಿಸುವ ಗೆರೆಗಳು ಅಥವಾ ಚಿಹ್ನೆಗಳು : ಇದು ಪುರಾತನ ಎಣಿಕೆ ಪದ್ಧತಿ	ಉದಾ: |||| = 4 ವಸ್ತುಗಳು ಎಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.
ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಚಿಹ್ನೆ (ಲ್ಯಾಂಡ್‌ಮಾರ್ಕ್) ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಮತ್ತು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಸಹಾಯವಾಗುವ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿನ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಸೂಚನೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	ಉದಾ: ರೋಮನ್‌ನಲ್ಲಿ **I=1, V=5, X=10, L =50, C=100, M=1000.**
ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿ	ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನ ಅದು ಯಾವ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಚಿಹ್ನೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆಯೋ ನಿರ್ಣಯಿಸುವ ಸ್ಥಾನ ಆಧಾರಿತ ವ್ಯವಸ್ಥೆ	ಉದಾ: 375ರಲ್ಲಿ 3 ನೂರರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ, 7 ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ, 5 ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇವೆ.
ಏಕ - ಏಕ ಜೊತೆಗೂಡಿಸುವುದು	ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಒಂದು ಸಂಜ್ಞೆ ಅಥವಾ ಹೆಸರಿನಿಂದ ಜೊತೆಗೂಡಿಸುವುದು	ಉದಾ: ಒಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹಸು ಜೊತೆಮಾಡಿ ಎಣಿಸುಸುವುದು
n-ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ	ಒಂದು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಚಿಹ್ನೆ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಚಿಹ್ನೆ ಸಂಖ್ಯೆ, ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಚಿಹ್ನೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ **n** ಪಟ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ.	ಉದಾ: ಆಧಾರ 10: 1,10,100, 1000 ಅಂದರೆ '**n**' ಘಾತಗಳಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ.

AP SCERT

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. The place value of 6 in 6,712 is _____, while its face value is _____.
2. In the Roman system, the numeral M stands for the number _____.
3. A number system where the position of a digit tells us its value is called a _____ system.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

4. What is the Hindu-Arabic equivalent of the Roman numeral CMXLIX?

   (a) 969 (b) 1149 (c) 949 (d) 1169

5. What makes the Hindu number system fully unambiguous?

   (a) Base 60 system (b) Use of tally marks

   (c) Using 0 as a digit (d) Roman symbols

C. Match the following :

Column A			Column B
1. CDXLIV	( )	a.	1900
2. MCM	( )	b.	444
3. DCLXVI	( )	c.	2026
4. MMXXVI	( )	d.	990
5. CMXC	( )	e.	666

AP SCERT

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ - ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. 6,712 ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ 6 ರ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ _____, ಅದರ ಮುಖ ಬೆಲೆ_____

2. ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ, **M** ಎಂಬ ಅಂಕಿ _____ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

3. ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನ ಅದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತಿಳಿಸುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು _____ ಪದ್ಧತಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು - ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

4. **CMXLIX** ಎಂಬ ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಿಂದೂ - ಅರೇಬಿಕ್ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

(a) 969 **(b) 1149** **(c) 949** **(d) 1169**

5. ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಅಸ್ಪಷ್ಟತೆ ಇಲ್ಲದೆ ಮಾಡುವುದು ಯಾವುದು?

(a) ಆಧಾರಿತ 60 **(b)** ತಾಳೆ/ಗಣನೆ ಗುರ್ತುಗಳ ಬಳಕೆ

(c) 0 ಒಂದು ಅಂಕಿಯಾಗಿ ಬಳಸುವುದು **(d)** ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

C. ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಕಂಬಸಾಲು **A**		ಕಂಬಸಾಲು **B**
1. **CDXLIV**	( )	a. **1900**
2. **MCM**	( )	b. **444**
3. **DCLXVI**	( )	c. **2026**
4. **MMXXVI**	( )	d. **990**
5. **CMXC**	( )	e. **666**

AP SCERT

DAY 4 — 4. QUADRILATERALS



- **Key Terms :** Quadrilateral, Bisect, Perpendicular Lines, Transversal, Diagonal, Parallel Lines, Congruent Triangles, Angle Sum Property
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Quadrilateral	A simple closed figure formed with exactly 4 line segments.	e.g. Square, rectangle, rhombus, trapezium.
Bisect	To divide a line segment/ angle into two equal parts.	e.g. Diagonals of a rectangle bisect each other.
Perpendicular Lines	Lines that meet at exactly 90°.	e.g. Diagonals of a square are perpendicular.
Transversal	A line that intersects two or more lines at distinct points.	e.g. A side of a paralle logram acts as a transversal to its parallel sides.
Diagonal	A line segment joining two non-adjacent (opposite) vertices of a quadrilateral.	e.g. In rectangle ABCD, AC and BD are diagonals.
Parallel Lines	Lines that never meet; they are always the same distance apart.	e.g. Opposite sides of a rectangle are parallel.
Congruent Triangles	Triangles that are identical in shape and size; all corresponding sides and angles are equal.	e.g. $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ means AB = PQ, BC = QR AC = PR
Angle Sum Property	The sum of all interior angles in any quadrilateral is 360°.	e.g. Quadrilateral ABCD, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$.

AP SCERT

DAY 4 4. ಚತುರ್ಭುಜಗಳು


ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಭಾಗ


- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :** ಚತುರ್ಭುಜ, ಅರ್ಧಿಸುವ ರೇಖೆ, ಲಂಬರೇಖೆಗಳು, ಛೇದಕ, ಕರ್ಣ, ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು, ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳು, ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣ.
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ – ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಚತುರ್ಭುಜ	4 ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಸರಳ ಆವೃತ ಚಿತ್ರ	ಚೌಕ, ಆಯತ ವಜ್ರಾಕೃತಿ, ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ
ಅರ್ಧಿಸುವ ರೇಖೆ	ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು/ಕೋನವನ್ನು ಎರಡು ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವ.	ಉದಾ, ಒಂದು ಆಯತದಲ್ಲಿನ ಕರ್ಣಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ
ಲಂಬ ರೇಖೆಗಳು	ಖಚಿತವಾಗಿ 90° ಏರ್ಪಡಿಸುವಂತೆ ಸೇರುವ ರೇಖೆಗಳು	ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಲಂಬವಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ.
ಛೇದಕ	ಎರಡು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳ ಬಳಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆ.	ಉದಾ,ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹು ಅದರ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಛೇದಕವಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆ.
ಕರ್ಣ	ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವವಲ್ಲದ(ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ)ಎರಡು ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡ	ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ABCD ಆಯತದಲ್ಲಿ AC ಮತ್ತು BD ಕರ್ಣಗಳು
ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು	ಯಾವಾಗಲೂ ಛೇದಿಸದ ರೇಖೆಗಳು ; ಅವು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದೇ ದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.	ಉದಾಹರಣೆಗೆ,ಆಯತದಲ್ಲಿನ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ.
ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳು	ಆಕಾರ ಮತ್ತು ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿ ಒಂದೇರೀತಿ ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳು; ಎಲ್ಲಾ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ.	ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ಎಂದರೆ $AB = PQ$, $BC = QR$ $AC = PR$
ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣ	ಯಾವ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಾದರೂ ಎಲ್ಲಾ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360°.	ಉದಾಹರಣೆಗೆ ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$

AP SCERT

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. The sum of all angles in any quadrilateral is _____.
2. A quadrilateral with all sides equal and all angles 90° is called a _____.
3. The diagonals of a rectangle are _____ in length and they _____ each other.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

4. In a parallelogram, the adjacent angles:

   (a) are equal (b) sum in 90°

   (c) sum in 180° (d) sum in 360°

5. The diagonals of a square bisect each other at:

   (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 120°

C. Match the following :

Column A		Column B
1. Rectangle	( )	(a) All sides are equal; diagonals bisect at 90°
2. Rhombus	( )	(b) At least one pair of parallel opposite sides are opposite
3. Parallelogram	( )	(c) Opposite sides are parallel; diagonals bisect each other
4. Trapezium	( )	(d) All angles are 90°; diagonals equal and bisect each other

AP SCERT

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ - ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. ಯಾವುದೇ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ _____.
2. ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0 ಆಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು _____ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
3. ಒಂದು ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಗಳು _____ ಅವು ಮತ್ತು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು _____ ಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು - ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

4. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ, ಎಲ್ಲಾ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು :

   (a) ಸಮ (b) ಮೊತ್ತ 90°

   (c) ಮೊತ್ತ 180° (d) ಮೊತ್ತ 360°

5. ಒಂದು ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು _____ ಕೋನದೊಂದಿಗೆ ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

   (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 120°

C. ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

	ಕಂಬಸಾಲು A		ಕಂಬಸಾಲು B
1.	ಆಯತ	( )	(a) ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ, ಕರ್ಣಗಳು90° ಬಳಿ ಅರ್ಧಿಸಿ ಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.
2.	ವಜ್ರಾಕೃತಿ	( )	(b) ಕನಿಷ್ಟ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ
3.	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	( )	(c) ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಕರ್ಣಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.
4.	ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ	( )	(d) ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90°; ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿದ್ದು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

AP SCERT

DAY 5 — 5. NUMBER PLAY



- **Key Terms :** Consecutive Numbers, Multiple, Factor, Even Number, Odd Number, Parity, Remainder, Divisibility Rule, Digital Root
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Consecutive Numbers	Numbers that follow each other in order, differing by 1.	3, 4, 5, 6 are consecutive numbers.
Multiple	A number obtained by multiplying a given number by any whole number.	Multiples of 4: 4, 8, 12, 16 ...
Factor	A number that divides another number exactly (no remainder).	Factors of 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12.
Even Number	A number exactly divisible by 2. Leaves remainder 0 when divided by 2.	2, 6, 14, 48 are even numbers.
Odd Number	A number that is NOT exactly divisible by 2. When divided by 2 leaves remainder 1.	3, 7, 15, 31 are odd numbers.
Parity	The property of two number being with equal property.	14 and 28 have the same parity (both even).
Remainder	What is left over after dividing a number as evenly as possible.	17 ÷ 5 = 3, remainder 2.

APSCERT

DAY 5 5. ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಆಟ



ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಭಾಗ



- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :** ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಗುಣಕ, ಅಪವರ್ತನ, ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ, ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ, ಸಮಾನತೆ, ಶೇಷ, ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಸೂತ್ರ, ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ – ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	1 ವ್ಯತ್ಯಾಸದೊಂದಿಗೆ ಒಂದರ ನಂತರ ಒಂದು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.	3, 4, 5, 6 ಗಳು ಕ್ರಮಾಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
ಗುಣಕ	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ.	4 ರ ಗುಣಕಗಳು : 4, 8, 12, 16 ...
ಅಪವರ್ತನ	ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ (ಶೇಷವಿಲ್ಲದಂತೆ) ಭಾಗಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ.	12 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು: 1, 2, 3, 4, 6, 12.
ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ	2 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದನ್ನು 2 ರಿಮದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 0 ಬರುತ್ತದೆ.	2, 6, 14, 48 ಗಳು ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ	2 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸದ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 1 ಬರುತ್ತದೆ.	3, 7, 15, 31 ಗಳು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
ಸಮಾನತೆ ಗುಣ	ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದೇ ಗುಣ ಹೊಂದಿರುವುದು	14,28 ಎರಡೂ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳು
ಶೇಷ	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಭಾಗಿಸಿದ ನಂತರ ಉಳಿಯುವ ಭಾಗ	17 ÷ 5 = ಭಾಗಲಬ್ಧ3, ಶೇಷ 2.

AP SCERT

Divisibility Rule	A shortcut to check if a number divides another without actually dividing.	Sum of digits divisible by 9 → number is divisible by 9.
Digital Root	Add all digits of a number repeatedly until a single digit remains.	489710 → 4+8+9+7+1+0=29 → 2+9=11 → 1+1=2



Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. The sum of any two _____ numbers is always even.
2. A number is divisible by 9 if the _____ of its digits is divisible by 9.
3. The digital root of 729 is _____.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

1. Which of the following is always even when added?
   (a) odd + odd (b) odd + even
   (c) even + even (d) Both (a) and (c)
2. What is the digital root of 5832?
   (a) 8 (b) 9 (c) 6 (d) 3

C. Match the following :

Column A		Column B
1. Parity of 14 and 28	( )	a. A shortcut - sum of digits ÷ 3
2. Digital Root of 36	( )	b. Leaves remainder 2 when divided by 5
3. Divisibility rule for 3	( )	c. Both even - same parity
4. 7 expressed as 5k + 2 (k = 1)	( )	d. Single digit = 9

APSCERT

ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಸೂತ್ರ	ಅಸಲು ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡದೆಯೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ, ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆಯೋ ಇಲ್ಲವೋ ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ಒಂದು ಸುಲಭ ಪದ್ಧತಿ.	ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ → ಆ ಸಂಖ್ಯೆ 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ
ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿನ ಅಂಕಿಗಳೆಲ್ಲವನ್ನು ಒಂದೇ ಅಂಕಿ ಬರುವವರೆಗೆ ಪದೇಪದೇ ಕೂಡುವುದು.	489710 → 4+8+9+7+1+0=29 → 2+9=11 → 1+1=2.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ - ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. ಯಾವುದೇ ಎರಡು _____ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗುತ್ತದೆ.
2. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿನ ಅಂಕಿಗಳ _____ 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆ 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.
3. 729 ನ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ _____.

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು - ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

1. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಮೊತ್ತ ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಆಗುತ್ತದೆ?

   (a) ಬೆಸ + ಬೆಸ **(b)** ಬೆಸ + ಸರಿ

   (c) ಸರಿ + ಸರಿ **(d)** (a) ಮತ್ತು (c) ಎರಡೂ

2. 5832 ನ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಏಷ್ಟು?

   (a) 8 **(b) 9** **(c) 6** **(d) 3**

C. ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಕಂಬಸಾಲು **A**		ಕಂಬಸಾಲು **B**
1. 14 ಮತ್ತು 28 ಗಳ ಸಮಾನತೆ ಗುಣ	( )	**a.** ಒಂದು ಸುಲಭ ಪದ್ಧತಿ - ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ÷ 3
2. 36 ರ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್	( )	**b.** 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾದ ಶೇಷ 2 ಬರುತ್ತದೆ
3. 3 ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಸೂತ್ರ	( )	**c.** ಎರಡು ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು - ಅವುಗಳ ಸಮಾನತೆ ಗುಣ
4. 7 ನ್ನು **5k + 2 (k = 1)** ಯಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು	( )	**d.** ಏಕ ಅಂಕಿ = 9

AP SCERT

DAY 6 — 6. WE DISTRIBUTE, YET THINGS MULTIPLY



- **Key Terms :** Algebraic Expression, Variable (Letter-number), Distributive Property, Identity, Terms of an Expression, Coefficient, Like Terms, Expansion, Square of a Binomial, Difference of Squares
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Algebraic Expression	A combination of numbers and letter-symbols (variables) by operations.	3a + 2b - 5 is an algebraic expression.
Variable (Letter-number)	A letter that stands for any number; its value can change.	In 4x + 7, the variable is x.
Distributive Property	Multiplying a number by a sum equals multiplying each addend separately then adding. $a(b + c) = ab + ac$.	$3(4+5) = 12+15 = 27$.
Identity	A mathematical statement that is true for ALL values of the variables. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ is always true	$(2+3)^2 = 2^2+2.2.3+3^2 = 25$
Terms of an Expression	The individual parts of an expression separated by + or - signs.	In $4a^2 - 3ab + b$, terms are $4a^2$, $-3ab$, and b.
Coefficient	The number multiplied by a variable in a term.	In 5ab the coefficient is 5.

AP SCERT

DAY 6 — 6. ನಾವು ವಿಭಾಜಿಸುತ್ತೇವೆ ಆದರೆ ಅವು ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ



ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಭಾಗ



- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :** ಬೀಜೋಕ್ತಿ, ಚರಾಕ್ಷರ (ಅಕ್ಷರ – ಸಂಖ್ಯೆ), ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ, ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ, ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿನ ಪದಗಳು, ಸಹಗುಣಕ, ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು, ವಿಸ್ತರಣೆ, ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ ವರ್ಗ, ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ.
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ – ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಬೀಜೋಕ್ತಿ	ಗಣಿತ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳ ಮೂಲಕ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅಕ್ಷರ – ಚಿಹ್ನೆಗಳ (ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಸಂಯೋಜನೆ).	$3a + 2b - 5$ ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿ
ಚರಾಕ್ಷರ (ಅಕ್ಷರ – ಸಂಖ್ಯೆ)	ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಬದಲಾಗಿ ಇರುವ ಅಕ್ಷರ ; ಅದರ ಬೆಲೆ ಬದಲಾಗಬಹುದು.	$4x + 7$ ರಲ್ಲಿ ಚರಾಕ್ಷರ x
ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಮೊತ್ತದಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಬಿಡಿಬಿಡಿಯಾಗಿ ಗುಣಿಸಿ ಆನಂತರ ಕೂಡುವುದು $a(b + c) = ab + ac.$	$3(4+5) = 12+15 = 27$
ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ	ಚರಾಕ್ಷರದ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೂ ಸತ್ಯವಾಗುವ ಒಂದು ಗಣಿತ ಹೇಳಿಕೆ. $((a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ಎಂಬುದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸತ್ಯ.	$(2+3)^2 = 2^2+2.2.3+3^2 = 25$
ಬಿಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿನ ಪದಗಳು	+ ಅಥವಾ – ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಮೂಲಕ ಬೇರ್ಪಡಿಸಿದ ಉಕ್ತಿಯಲ್ಲಿನ ಬಿಡಿ ಭಾಗಗಳು.	$4a^2 - 3ab + b$ ನಲ್ಲಿನ ಪದಗಳು $4a^2$, $-3ab$ ಮತು b.
ಸಹಗುಣಕ	ಒಂದು ಪದದಲ್ಲಿನ ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಗುಣಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ.	$5ab$ ರಲ್ಲಿ ಗುಣ5.

AP SCERT

Like Terms	Terms that have exactly the same variables (and powers); only their coefficients differ.	$3x^2$ and $7x^2$ are like terms.
Expansion	Removing brackets by applying the distributive property to get a sum of terms.	$(x+2)(x+3)$ expands to x^2+5x+6.
Square of a Binomial	Squaring a two-term expression; key identities: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ and $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$.	$(3+4)^2 = 9+24+16 = 49$. $(3-4)^2 = 9 - 24+16 = 1$.
Difference of Squares	The identity $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$, useful for fast multiplication.	$102\times98 = (100+2)(100-2) = 10000-4 = 9996$.



Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. The distributive property states: $a \times (b + c) =$ _____ + _____.
2. In the identity $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, the middle term $2ab$ is called the _____ term.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

3. Which identity helps calculate 98×102 quickly?
   (a) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (b) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
   (c) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ (d) $a(b + c) = ab + ac$

C. Match the following :

Column A		Column B
1. $(a + b)(a - b)$	( )	a. $a^2 - 2ab + b^2$
2. $(a + b)^2$	( )	b. $ab + mb + an + mn$
3. $(a - b)^2$	( )	c. $a^2 - b^2$
4. $(a + m)(b + n)$	( )	d. $a^2 + 2ab + b^2$

AP SCERT

ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು	ಒಂದೇ ಚರಾಕ್ಷರಗಳು (ಮತ್ತು ಘಾತಗಳು) ಹೊಂದಿರುವ, ಅವುಗಳ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರವೇ ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿರುವ ಪದಗಳು	$3x^2$ ಮತ್ತು $7x^2$ಎಂಬುವವು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು.
ವಿಸ್ತರಣೆ	ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿ ಆವರಣಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನುಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	$(x+2)(x+3)$ ಎಂಬುದು x^2+5x+6 ಯಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತದೆ.
ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ ವರ್ಗ	ಎರಡು ಪದಗಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದ ಮುಖ್ಯವಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ ಮರಿಯು $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$	$(3+4)^2 = 9+24+16 = 49.$ $(3-4)^2 = 9 - 24+16 = 1.$
ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ	$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$ ಎಂಬ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ, ವೇಗವಂತವಾದ ಗುಣಕಾರಕ್ಕೆ ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತದೆ.	$102\times98 = (100+2)(100-2)$ $= 10000-4 = 9996.$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ – ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ: $a \times (b + c)$ = _____ + _____.
2. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ಎಂಬ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ, ಮಧ್ಯಪದ $2ab$ ಯನ್ನು _____ ಪದ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು – ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

3. 98×102 ನ್ನು ಬೇಗನೆ ಲೆಕ್ಕಿಸಲು ಯಾವ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ?

(a) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (b) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(c) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ (d) $a(b + c) = ab + ac$

C. ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

	ಕಂಬಸಾಲು A		ಕಂಬಸಾಲು B
1.	$(a + b)(a - b)$	( )	a. $a^2 - 2ab + b^2$
2.	$(a + b)^2$	( )	b. $ab + mb + an + mn$
3.	$(a - b)^2$	( )	c. $a^2 - b^2$
4.	$(a + m)(b + n)$	( )	d. $a^2 + 2ab + b^2$

AP SCERT

DAY 7 — 7. PROPORTIONAL REASONING-1



- **Key Terms :** Ratio, Terms of Ratio, Simplest Form, HCF, Proportion, Factor of Change, Cross Multiplication, Dividing in a Ratio, Proportional Quantities
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Ratio	A comparison of two quantities using division, written as a : b. For every 'a' units of the first quantity, there are 'b' units of the second.	Ex: Width 60 mm, Height 40 mm → Ratio = 60 : 40
Terms of Ratio	The two numbers in a ratio a : b are called its terms. 'a' is the first term and 'b' is the second term.	Ex: In 3 : 5, the terms are 3 and 5.
Simplest Form	Highest Common Factor - the largest number that divides both terms of the ratio exactly. Used to simplify ratios.	Ex: HCF of 72 and 96 is 24.
HCF	A ratio reduced by dividing both terms by their HCF until no common factor remains (other than 1).	Ex: 60 : 40 → HCF=20 → Simplest = 3 : 2
Proportion	Two ratios are in proportion if they have the same simplest form. Written as a : b :: c : d.	Ex: 60:40 :: 30:20, since both = 3:2
Cross Multiplication	If a:b :: c:d, then ad = bc. Used to verify proportion and find unknown terms in a ratio.	Ex: 3:4 :: 6:8 → 3 × 8 = 24 = 4 × 6 (True)

AP SCERT

DAY 7 7. ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆ -1



ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಭಾಗ



- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :** ಅನುಪಾತ, ಅನುಪಾತದ ಪದಗಳು, ಸರಳ ರೂಪ, ಮ.ಸಾ.ಅ, ಸಮಾನುಪಾತ, ಬದಲಾವಣೆ ಅಂಶ, ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರ, ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೆ, ಸಮಾನುಪಾತದ ಅಂಶಗಳು
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ – ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಅನುಪಾತ	ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಬಳಸಿ ಎರಡು ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಹೋಲಿಕೆಯನ್ನು **a : b** ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. 1ನೇ ಪ್ರಮಾಣದ ಪ್ರತಿ '**a**' ಯೂನಿಟ್‌ಗೆ 2ನೇ ಪ್ರಮಾಣ '**b**' ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು ಇರುತ್ತದೆ	ಉದಾ : ಅಗಲ 60 ಮಿ.ಮೀ., ಎತ್ತರ 40 ಮಿ.ಮೀ → ಅನುಪಾತ = 60 : 40
ಅನುಪಾತದ ಪದಗಳು	**a : b** → ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅದರ ಪದಗಳು. '**a**' ಮೊದಲನೆ ಪದ ಮತ್ತು '**b**' ಎರಡನೇ ಪದ	ಉದಾ: 3 : 5 ರಲ್ಲಿನ ಪದಗಳು 3 ಮತ್ತು 5.
ಕನಿಷ್ಟ ಅಥವಾ ಸರಳರೂಪ	ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಮಸಾಅದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ (1 ಅಲ್ಲದೆ) ಇಲ್ಲದ ಅನುಪಾತ	ಉದಾ: 60:40 → ಮಸಾಅ=20 → ಸರಳ ರೂಪ = 3:2
ಮ.ಸಾ.ಅ	ಮಹತ್ತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ – ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸುವ ಅತಿದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ. ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಲು ಇದು ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತದೆ	ಉದಾ: 72 ಮತ್ತು 96 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ 24.
ಸಮಾನುಪಾತ	ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಒಂದೇ ಕನಿಷ್ಟ ಅಥವಾ ಸರಳ ರೂಪ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. **a:b :: c:d** ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.	ಉದಾ: 60:40 :: 30:20, ಏಕೆಂದರೆ ಎರಡೂ = 3:2
ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರ	**a:b :: c:d** ಆದರೆ **ad = bc**. ಸಮಾನುಪಾತವನ್ನು ಧೃವೀಕರಿಸಲು ಮತ್ತು ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಯದ ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತದೆ.	ಉದಾ : 3:4 :: 6:8 → 3×8=24=4×6 (ಸತ್ಯ)

AP SCERT

Factor of change	The number by which both terms of a ratio are multiplied or divided to obtain an equivalent proportional ratio.	Ex: (60 : 40) × 1/2 =30:20. Factor = 1/2
Dividing in a Ratio	To divide quantity 'x' in the ratio m:n, then the parts are $\frac{m \times x}{m+n}$ and $\frac{n \times x}{(m+n)}$.	Ex: Rs.4000 in ratio 3:1 → Rs.3000 & Rs.1000
Proportional Quantities	Two pairs of quantities are proportional when their ratios change by the same multipli -cative factor (NOT additive).	Ex: 6 glasses:10 spoons :: 18 glasses : 30 spoons and $30 \times \frac{6}{10} = \frac{18}{30} \times 30$ $\Rightarrow 18 = 18$



Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. The Simplest from of 48 : 36 is _____.
2. If 5 :8 :: 15 :_____, the missing term is _____.
3. Divide Rs. 700 in ratio 2 : 5. The larger share = Rs. _____.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

4. Which pair of ratios is in proportion?
   (A) 2:3 and 4:5 (B) 3:4 and 9:12
   (C) 5:6 and 10:13 (D) 1:2 and 2:5
5. If a:b :: c:d, then by cross multiplication:
   (A) ab = cd (B) ac = bd (C) ad = bc (D) a+d = b+c

C. Match the following :

Column A		Column B
A. 60 : 40	( )	1. Simplest form is 2 : 1
B. 40 : 20	( )	2. Simplest form is 1 : 1
C. 90 : 30	( )	3. Simplest form is 3 : 2
D. 60 : 60	( )	4. Simplest form is 3 : 1

AP SCERT

ಬದಲಾವಣೆ ಅಂಶ	ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಲು, ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವ ಅಥವಾ ಭಾಗಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ	ಉದಾ: (60:40) × 1/2 = 30:20. ಅಂಶ = 1/2
ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೆ	**x** ನಿ **m:n** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಬೇಕೆಂದರೆ ಭಾಗಗಳು $\frac{m \times x}{m+n}$ ಮತ್ತು $\frac{n \times x}{(m+n)}$.	ಉದಾ:ರೂ4000ನ್ನು 3:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ರೂ. 3000 **&** ರೂ.1000
ಸಮಾನುಪಾತ ಅಂಶಗಳು	ಎರಡು ಜೊತೆ ಅಂಶಗಳು ಅವು ಸಮಾನವಾದರೆ ಅವು ಸಮಾನುಪಾತ ಅಂಶಗಳು. ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ (ಸಂಕಲನ ಅಲ್ಲ)	ಉದಾ: 6 ಗ್ಲಾಸು : 10 ಚಮಚಗಳು :: 18 ಗ್ಲಾಸುಗಳು :30 ಚಮಚಗಳು ಮತ್ತು $30 \times \frac{6}{10} = \frac{18}{30} \times 30$ $\Rightarrow 18 = 18$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ - ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. 48 : 36 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಟ ಅಥವಾ ಸರಳ ರೂಪ _____.
2. 5 : 8 :: 15 : _____ ಆದರೆ ಉಳಿದ ಪದ _____.
3. ರೂ. 700ನ್ನು 2 : 5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಿರಿ. ದೊಡ್ಡ ಪಾಲು = ರೂ. _____.

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು - ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

4. ಯಾವ ಜೊತೆ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ?

   (A) 2:3 ಮತ್ತು 4:5 **(B) 3:4 ಮತ್ತು 9:12**

   (C) 5:6 ಮತ್ತು 10:13 **(D) 1:2 ಮತ್ತು 2:5**

5. **a:b :: c:d** ಆದರೆ, ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರದ ಮೂಲಕ ಬರುವ ಸಮೀಕರಣ

   (A) ab = cd **(B) ac = bd** **(C) ad = bc** **(D) a+d = b+c**

C. ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಕಂಬಸಾಲು **A**		ಕಂಬಸಾಲು **B**
A. 60 : 40	( )	1. ಕನಿಷ್ಟ ಅಥವಾ ಸರಳರೂಪ 2 : 1
B. 40 : 20	( )	2. ಕನಿಷ್ಟ ಅಥವಾ ಸರಳರೂಪ 1 : 1
C. 90 : 30	( )	3. ಕನಿಷ್ಟ ಅಥವಾ ಸರಳರೂಪ 3 : 2
D. 60 : 60	( )	4. ಕನಿಷ್ಟ ಅಥವಾ ಸರಳರೂಪ 3 : 1

APSCERT

DAY 8 — 8. FRACTIONS IN DISGUISE



- **Key Terms :** Per Cent (%), Fraction, Equivalent Fraction, Percentage of a Quantity, Decimal, Percentage Increase, Percentage Decrease, Profit &Loss, Simple Interest.
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Per Cent (%)	Per cent means 'out of 100'. The symbol % represents a fraction with denominator 100.	Ex: 25% = $\frac{25}{100}$. 50% = $\frac{50}{100}$ = 50%
Fraction to Percentage	Multiply the fraction by 100 to get the percentage. Fraction $\frac{x}{y} = \left(\frac{x}{y}\right) \times 100$ %.	Ex: $\frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4} \times 100\right)$ % = 75%.
Equivalent Fraction	Fractions that represent the same value. Used to express fractions as percentages.	Ex: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{75}{100}$ = 75%.
Percentage of a Quantity	To find p% of a quantity Q, calculate $(\frac{p}{100}) \times Q$.	Ex: 25% of 120 = $(\frac{25}{100}) \times 120 = 30$.
Decimal & Percentage	Percentages, fractions and decimals are interchange able. Divide the percentage by 100 to get decimal.	Ex: 40% = $\frac{40}{100}$ = 0.4.
Percentage Increase	When a value grows: the percentage increase = (Increase/Original) × 100.	Ex: Price Rs.30 to Rs.42: $(\frac{12}{30}) \times 100$ = 40%.

AP SCERT

DAY 8 8. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವಿವಿಧ ರೂಪಗಳು



ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಭಾಗ



- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :** ಶೇಕಡ, ಭಿನ್ನರಾಶಿ, ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ, ಪರಿಮಾಣದ ಶೇಕಡ, ದಶಮಾಂಶ, ಶೇಕಡ ಹೆಚ್ಚಳ, ಶೇಕಡಾ ಇಳಿಕೆ, ಲಾಭ ನಷ್ಟಗಳು, ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ – ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ : :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಶೇಕಡ (%)	ಶೇಕಡ ಎಂದರೆ 100ಕ್ಕೆ ಎಂದರ್ಥ. % ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆ ಛೇದ 100ಯಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ	ಉದಾಹರಣೆ: $25\% = \frac{25}{100}$. $= \frac{50}{100} = 50\%$
ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಂದ ಶೇಕಡಕ್ಕೆ	ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಶೇಕಡಾಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು 100ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ. ಭಿನ್ನರಾಶಿ $\frac{x}{y} = \left(\frac{x}{y}\right) \times 100\%$.	ಉದಾಹರಣೆ: $\frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4} \times 100\right)\%$ $= 75\%$.
ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ	ಒಂದೇ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು.ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಗಳಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ.	ಉದಾಹರಣೆ : $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{75}{100}$ $= 75\%$.
ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಶೇಕಡ	ಒಂದು ಪರಿಮಾಣ Q ನಲ್ಲಿ p% ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, $(\frac{p}{100}) \times Q$ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಿಸಬೇಕು.	ಉದಾಹರಣೆ : 120 ರಲ್ಲಿ 25% $= (\frac{25}{100}) \times 120 = 30$.
ದಶಮಾಂಶ ಮತ್ತು ಶೇಕಡ	ಶೇಕಡಗಳು, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಪರಸ್ಪರ ಬದಯಾಯಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಶೇಕಡವನ್ನು ದಶಮಾಂಶವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಲು 100 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು.	ಉದಾಹರಣೆ: $40\% = \frac{40}{100} = 0.4$.
ಶೇಕಡಾ ಹೆಚ್ಚಳ	ಒಂದು ಬೆಲೆ ಏರಿಕೆಯಾದಾಗ, ಶೇಕಡಾ ಏರಿಕೆ = (ಏರಿಕೆ/ನಮೂದಿತ ಬೆಲೆ) × 100.	ಉದಾ : ಬೆಲೆ ರೂ.30 ಯಿಂದ ರೂ.42 ಗೆ ಏರಿದರೆ: $(\frac{12}{30}) \times 100 = 40\%$.

AP SCERT

Percentage Decrease	When a value falls: The percentage decrease = $\frac{\text{Decrease}}{\text{Original}} \times 100$.	Ex: decrease 160 to 100 then decrease % $\left(\frac{60}{160}\right) \times 100 = 37.5\%$.
Profit & Loss	Profit % = (Profit/Cost Price) × 100. Loss % = (Loss/CP) x Profit or loss Always calculated on CP.	Ex: CP Rs.300, SP 100. Rs.430: Profit = 43.3%.
Simple Interest (No Compounding)	Simple Interest = $\frac{p \times t \times r}{100}$ Total amount = $P\left(1 + \frac{RT}{100}\right)$ Same interest earned each period.	Ex: Rs.6000 × 10% for 3 yrs = Rs.7800.

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. 25% means _____ out of every 100.
2. Express 3/5 as a percentage _____.
3. 30% of Rs. 200 = Rs. _____.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

4. A shopkeeper buys an article for Rs. 80 and sells at Rs. 100. Profit % is:
   (A) 20% (B) 25% (C) 80% (D) 125%
5. The money Rs. 5000 at 10% p.a. for 2 years without compounding gives total money:
   (A) Rs. 5500 (B) Rs. 6000 (C) Rs. 6050 (D) Rs. 5050

C. Match the following :

Column A		Column B
A. 3/4	( )	1. 0.2
B. 1/5	( )	2. 0.75
C. 50%	( )	3. 60%
D. 3/5	( )	4. 0.5

AP SCERT

ಶೇಕಡಾ ಇಳಿಕೆ	ಒಂದು ಬೆಲೆ ಕಡಿಮೆಯಾದಾಗ; ಶೇಕಡಾ ಇಳಿಕೆ = (ಇಳಿಕೆ/ನಮೂದಿತ ಬೆಲೆ) × 100.	ಉದಾಹರಣೆ : 160 ರಿಂದ 100ಗೆ ಇಳಿಕೆ ಆದರೆ ಶೇಕಡಾ ಇಳಿಕೆ $(\frac{60}{160}) \times 100$ = 37.5%.
ಲಾಭ& ನಷ್ಟ	ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ = (ಲಾಭ/ಕೊಂಡಬೆಲೆ) × 100. ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ = (ನಷ್ಟ/ಕೊಂಡಬೆಲೆ) × 100. ಇದನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಕೊ.ಬೆ. ಮೇಲೆ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲಾಗುತ್ತದೆ.	ಉದಾಹರಣೆ: ಕೋಂಡ ಬೆಲೆ ರೂ. 300, ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ ರೂ. 430: ಲಾಭ = 43.3%.
ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ (ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ ಇಲ್ಲದೆ)	ಬಡ್ಡಿ = $\frac{p \times t \times r}{100}$. ಮೊತ್ತ = $P\left(1+\frac{RT}{100}\right)$ ಪ್ರತಿ ಕಾಲಪರಿಮಿತಿಗೆ ಒಂದೇ ಬಡ್ಡಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ.	ಉದಾಹರಣೆ: ರೂ6000 ಮೇಲೆ 10% ಬಡ್ಡಿದರಕ್ಕೆ 3 ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ಆಗುವ ಮೊತ್ತ = ರೂ.7800.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ – ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. 25% ಅಂದರೆ ಪ್ರತಿ 100ರಲ್ಲಿ _____ ಎಂದರ್ಥ.
2. 3/5 ನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದರೆ _____ ಆಗುತ್ತದೆ.
3. ರೂ. 200 ರಲ್ಲಿ 30% = ರೂ. _____

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು – ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

4. ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯವನು ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ರೂ. 80 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು ರೂ. 100 ಗೆ ಮಾರಿದರೆ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವೆಷ್ಟು?
   (A) 20% **(B) 25%** **(C) 80%** **(D) 125%**
5. ರೂ. 5000 ಕ್ಕೆ ವರ್ಷಕ್ಕೆ 10% ಬಡ್ಡಿದರದೊಂದಿಗೆ, ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ ಇಲ್ಲದಂತೆ 2 ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ಬರುವ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು?
   (A) ರೂ. 5500 **(B)** ರೂ. 6000 **(C)** ರೂ. 6050 **(D)** ರೂ. 5050

C. ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಕಂಬಸಾಲು **A**		ಕಂಬಸಾಲು **B**
A. 3/4	( )	**1. 0.2**
B. 1/5	( )	**2. 0.75**
C. 50%	( )	**3. 60%**
D. 3/5	( )	**4. 0.5**

AP SCERT

DAY 9 9. THE BAUDHAYANA-PYTHAGORAS THEOREM



- **Key Terms :** Right Triangle, Hypotenuse, Legs / Perpendicular Sides, Square & Area, Diagonal, Baudha yana-Pythagoras Theorem, Irrational Number, Baudhayana Triple, Square Root, Congruence
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Right Triangle	A triangle with one angle equal to exactly 90 degrees. The side opposite the right angle is always the longest side.	Ex: Triangle with sides 3, 4, 5 - angle is between sides 3 and 4 is right angle.
Hypotenuse	The side opposite the right angle in a right triangle. It is always the longest side of a right triangle.	Ex: In a 3-4-5 triangle, the hypotenuse is the side of length 5.
Legs (Shorter Sides)	The two sides of a right triangle that form the right angle. Also called perpendicular sides or 'a' and 'b' in the theorem.	Ex: In 3-4-5, the legs are 3 and 4.
Area of a Square	If a square has side length s, its area = $s \times s = s^2$. (Used to understand why the theorem works through areas.)	Ex: Square of side 4 has area = $4 \times 4 =$ 16 sq. units.
Diagonal of a Square	A line joining two opposite corners of a square. The diagonal of a square of side 'a' has length = $a \times \sqrt{2}$	Ex: Square of side 1 has diagonal = $a \times \sqrt{2} = 1 \times \sqrt{2} = 1.414...$

APSCERT

DAY 9 — 9. ಬೌಧಾಯನ – ಪೈಥಾಗರೊಸ್ ಪ್ರಮೇಯ

- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು** ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ, ಕರ್ಣ, ಪಾದಗಳು/ಲಂಬ ಬಾಹುಗಳು, ಚೌಕ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಕರ್ಣ, ಬೌಧಾಯನ –ಪೈಥಾಗರೊಸ್ ಪ್ರಮೇಯ, ಕರಣೀಯ ಸಂಖ್ಯೆ, ಬೌಧಾಯನತ್ರಿವಳಿ, ವರ್ಗಮೂಲ, ಸರ್ವಸಮಾನ
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ – ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ	ಒಂದು ಕೋನ 90 ಡಿಗ್ರಿಗಳು ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜ. ಲಂಬಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹು ಯಾವಾಗಲೂ ಉದ್ದವಾಗಿರುತ್ತದೆ.	ಉದಾಹರಣೆ : 3, 4, 5 ಬಾಹುಗಳು ಹೊಂದಿದ ತ್ರಿಭುಜ ಇದರಲ್ಲಿ 3 ಮತ್ತು 4 ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ 90 ಡಿಗ್ರಿ ಕೋನ ಇರುತ್ತದೆ.
ಕರ್ಣ	ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹು. ಇದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಅತಿ ಉದ್ದವಾದ ಬಾಹು.	ಉದಾಹರಣೆ : 3–4–5 ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, 5 ಉದ್ದ ಹೊಂದಿದ ಬಾಹುವೇ ಕರ್ಣ.
ಬಾಹುಗಳು/ಲಂಬ ಬಾಹುಗಳು	ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುವ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು. ಇವು ಲಂಬಕೋನ ಬಾಹುಗಳು ಎಂದು ಅಥವಾ ಪ್ರಮೇಯದಲ್ಲಿ 'a' ಮತ್ತು 'b' ಎಂದು ಸಹ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.	ಉದಾಹರಣೆ : 3–4–5 ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ 3 ಮತ್ತು 4 ಎಂಬುವವು ಲಂಬ ಬಾಹುಗಳು (ಪಾದಗಳು)
ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಒಂದು ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 's' ಆದರೆ, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $s \times s = s^2$. (ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೂಲಕ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಇದು ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತದೆ.)	ಉದಾಹರಣೆ : 4 ಏಕಮಾನ ಬಾಹು ಹೊಂದಿದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $4 \times 4 = 16$ ಚದರ ಏಕಮಾನಗಳು
ಚೌಕದ ಕರ್ಣ	ಚೌಕದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಅಭಿಮುಖ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡ. 'a' ಬಾಹು ಹೊಂದಿದ ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ = $a \times \sqrt{2}$	ಉದಾಹರಣೆ : 1 ಯೂನಿಟ್ ಬಾಹು ಹೊಂದಿದ ಚೌಕದ ಕರ್ಣ = $a \times \sqrt{2} = 1 \times \sqrt{2} = 1.414...$

APSCERT

Baudhayana-Pythagoras Theorem	In a right triangle with legs a, b and hypotenuse c: $a^2 + b^2 = c^2$. First stated by Baudhayana (800 BCE).	Ex: $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$. So (3,4,5) works!
Square Root	The square root of a number n (written $\sqrt{(n)}$ is the value hat when multiplied by itself gives n.	Ex: $\sqrt{25} = 5$ because $5 \times 5 = 25$. $\sqrt{2} = 1.414$.
Baudhayana Triple	A set of three positive integers (a, b, c) that satisfy $a^2 + b^2 = c^2$. These form the sides of a right triangle.	Ex: (3,4,5), (5,12,13), (8,15,17) are all Baudhayana tripletss.
Irrational Number	A number that cannot be written as a simple fraction m/n and is a non-terminating, non-repeating decimal. ($m, n \in z, n \neq 0$)	Ex: $\sqrt{2} = 1.41421356..$ cannot be written as a fraction.

AP SCERT

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. In a right triangle, the side opposite the right angle is called the _____.
2. If a = 3 and b = 4 in a right triangle, then c = _____ (use $a^2 + b^2 = c^2$).
3. The lengh of the diagonal of a square of side 5 units is _____ units.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

4. Which set is a Baudhayana triple?
   (A) (2, 3, 4) (B) (5, 12, 13) (C) (4, 5, 8) (D) (6, 7, 9)
5. If $\sqrt{2} = 1.414...$, then $\sqrt{2}$ is:
   (A) A fraction (B) A terminating decimal
   (C) An irrational number (D) A whole number

ಬೌಧಾಯನ ಪೈಥಾಗರೊಸ್ ಪ್ರಮೇಯ	ಬಾಹುಗಳು **a, b** ಮತ್ತು ಕರ್ಣ **c** ಹೊಂದಿದ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ : $a^2 + b^2 = c^2$ ಇದನ್ನು ಮೊದಲು ಬೌಧಾಯನ (ಕ್ರಿ.ಪೂ. 800 ರಲ್ಲಿ) ವಿವರಿಸಿದ್ದಾರೆ.	ಉದಾಹರಣೆ: $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$. ಆದ್ದರಿಂದ (3,4,5) ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ.
ವರ್ಗಮೂಲ	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ **'n'** ನ ವರ್ಗಮೂಲವೆಂದರೆ, ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ **'n'** ಬರುವ ಬೆಲೆ. ಇದನ್ನು $\sqrt{(n)}$ ನಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತಾರೆ.	ಉದಾಹರಣೆ: $\sqrt{25} = 5$ ಏಕೆಂದರೆ $5 \times 5 = 25$. ಹಾಗೆಯೇ $\sqrt{2} = 1.414...$
ಬೌಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿ	$a^2 + b^2 = c^2$ ನಿಯಮವನ್ನು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುವ ಮೂರು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು **(a, b, c)** ಗಣ. ಇವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳಾಗಿ ಏರ್ಪಡುತ್ತವೆ.	ಉದಾಹರಣೆ:(3,4,5), (5,12,13), (8,15,17) ಇವೆಲ್ಲವೂ ಬೌಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು.
ಕರಣೀಯ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಾಮಾನ್ಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿ **m/n** ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗದ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದರ ದಶಮಾಂಶ ಭಾಗ ಅಂತ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಆವರ್ತನವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. $(m, n \in z, n \neq 0)$	ಉದಾಹರಣೆ: $\sqrt{2} = 1.41421356...$ ಇದನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾರೆವು

AP SCERT

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ - ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹುವನ್ನು _____ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
2. ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $a = 3$ ಮತ್ತು $b = 4$ ಆದರೆ, ಆಗ c = _____ ($a^2 + b^2 = c^2$ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ).
3. 5 ಯೂನಿಟ್ ಬಾಹು ಹೊಂದಿದ ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ _____ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು.

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು - ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

4. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಬೌಧಾಯನ ತ್ರಿವಳಿ ?

   (A) (2, 3, 4) **(B)** (5, 12, 13) **(C)** (4, 5, 8) **(D)** (6, 7, 9)

5. $\sqrt{2} = 1.414.....$ ಆದರೆ, $\sqrt{2}$ ಎಂಬುದು ಒಂದು :

   (A) ಭಿನ್ನರಾಶಿ **(B)** ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ **(C)** ಕರಣೀಯ ಸಂಖ್ಯೆ **(D)** ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆ

DAY 10 — 10. PROPORTIONAL REASONING-2



- **Key Terms :** Ratio, Proportion, Cross Multiplication, Multi-term Ratio, Representative Fraction (RF), Direct Proportion, Inverse Proportion, Pie Chart, HCF
- **Concept Explaination-Know the term :**
  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Ratio	A ratio is a way of comparing two or more quantities to show how their sizes relate to one another. It indicates how many times one number contains another	In the ratio a:b, a is called antecedent and b is called the consequent In 3:2, antecedent = 3 condequent = 2
Multi-term Ratio	A ratio with more than 2 terms, e.g., a:b:c. All terms change by the same factor when scaled up or down.	Ex: Spice mix 8:4:2:1 scaled to half = 4:2:1:0.5.
Proportion	Proportion is a statement that two ratios are equal. If a,b,c,d are in proportion then a:b = c:d	If 15, 20, 6, 8 are in proportion then 15 : 20 = 6:8
Representative Fraction (RF)	The ratio of a distance on the map to the actual ground distance. Used to find real-world distances from map distances.	Ex: RF 1:60,00,000 means 1 cm on map = 60 km real.
Direct Proportion	Two quantities are in direct proportional if when one increases, the other increases by the same factor. $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = k$ (constant).	Ex: More rice → more idlis. 5 workers make 4500 bricks; 20 workers make 18000 bricks.

APSCERT

DAY 10 — 10. ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆ - 2



ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಭಾಗ



- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :** ಅನುಪಾತ, ಸಮಾನುಪಾತ, ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರ, ಬಹುಳ - ಪದ ಅನುಪಾತ, ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿ, ನೇರಾನುಪಾತ, ವಿಲೋಮಾನುಪಾತ, ಪೈಚಾರ್ಟ್, ಮ.ಸಾ.ಅ
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ - ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಅನುಪಾತ	ಎರಡು ಒಂದೇ ವಿಧವಾಗ ಅಂಶ(ಪ್ರಮಾಣ)ಗಳನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಹೋಲಿಸುವುದನ್ನು ಅನುಪಾತ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಅಂದರೆ, ಒಂದು ಅಂಶ ಮತ್ತೊಂದು ಅಂಶಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಇದೆಯೋ ಅನುಪಾತ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ.	**a:b** ರಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಪದ '**a**'ಯನ್ನು ಪೂರ್ವಪದವೆಂದು, 2ನೇ ದ '**b** ಯನ್ನು ಉತ್ತರಪದ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ 3:2ರಲ್ಲಿ ಪೂರ್ವಪದ = 3, ಉತ್ತರಪದ = 2,
ಬಹುಳ - ಪದ ಅನುಪಾತ	2 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪದಗಳಿರುವ ಅನುಪಾತ ಉದಾ: **a:b:c.** ಎಲ್ಲಾ ಅಂಶಗಳು ಹೆಚ್ಚಿದರೂ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾದರೂ ಅವೆಲ್ಲವೂ ಒಂದೇ ಗುಣಕದೊಂದಿಗೆ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ.	ಉದಾ: ಸುಗಂಧ ಮಿಶ್ರಣ 8:4:2:1 ಅರ್ಧ ಸ್ಕೇಲ್ ಕೊಟ್ಟರೆ = 4:2:1:0.5.
ಸಮಾನುಪಾತ	ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳ ಸಮಾನತೆಯೇ ಸಮಾನುಪಾತ. **a,b,c,d** ಎಂಬ ನಾಲ್ಕು ಅಂಶಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇದ್ದರೆ **a:b = c:d** ಆಗುತ್ತದೆ.	15, 20, 6, ಮತ್ತು 8 ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ **15 : 20 = 6:8**
ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿ	ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿನ ದೂರ ನಿಜವಾದ ಭೂಮಿ ದೂರಕ್ಕಿರುವ ಅನುಪಾತ. ನಕ್ಷೆ ದೂರಗಳಿಂದ ನಿಜ ಪ್ರಪಂಚ ದೂರ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತದೆ.	ಉದಾ : = **RF** 1:60,00,000 ಅಂದರೆ ನಕ್ಷೆ 1 ಸೆಂ.ಮೀ = ನಿಜದೂರ 60 ಕಿ.ಮೀ.
ನೇರಾನುಪಾತ	ಒಂದು ಹೆಚ್ಚಾಗುವ ಮತ್ತೊಂದು ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ಎರಡು ಪ್ರಮಾಣಗಳು ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ. $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = k$ (ಸ್ಥಿರಾಂಕ).	ಉದಾ : ಹೆಚ್ಚು ಅಕ್ಕಿ → ಹೆಚ್ಚು ಇಡ್ಲಿಗಳು. 5 ಜನರು 4500 ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸುತ್ತಾರೆ ; 20 ಜನರು 18000 ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸುತ್ತಾರೆ.

AP SCERT

Inverse Proportion	Two quantities are in inversely proportional if when one increases by factor n, the other decreases by factor n. $x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = k$.	Ex: More speed → less time. More workers → fewer days.
Cross Multiplication	Cross multipication is a mathematical technique used to slove an equation involving to ratios or fractions.	If $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ then a×d = b×c If $\frac{x}{10} = \frac{3}{5}$ then, $5 \times x = 10 \times 3$ $5x = 30, \quad x = 6$
Pie Chart	A circle divided into slices where each slice's angle is proportional to the data it represents. Total angle = 360°.	Ex: 12 out of 40 students → angle = $\frac{12}{40} \times 360^\circ = 108^\circ$.



Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. In inverse proportion, when one quantity doubles, the other quantity _____.
2. Divide 90 in the ratio 1:2:3. The three parts are _____, _____, _____.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

3. 4 workers finish a job in 6 days. 8 workers will finish it in:
   (A) 12 days (B) 3 days (C) 6 days (D) 24 days
4. Speed and time for a fixed distance are:
   (A) Directly proportional (B) Inversely proportional
   (C) Not related (D) Equal

AP SCERT

ವಿಲೋಮಾನುಪಾತ	ಒಂದು **n** ಪ್ರಮಾಣದೊಂದಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಾದಾಗ ಮತ್ತೊಂದು **n** ಪ್ರಮಾಣದೊಂದಿಗೆ ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ ಎರಡು ಪ್ರಮಾಣಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. $x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2 = k$.	ಉದಾ: ಹೆಚ್ಚು ವೇಗ → ಕಡಿಮೆ ಸಮಯ. ಹೆಚ್ಚು ಕಾರ್ಮಿಕರು→ ಕಡಿಮೆ ದಿನಗಳು.
ಅಡ್ಡಗುಣಾಕಾರ	ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರ ಎಂಬುದು ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಇಲ್ಲವೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿದ್ದಾಗ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಅವ್ಯಕ್ತ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಳಸುವ ಒಂದು ಸುಲಭವಾದ ಪದ್ಧತಿ	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ಆದರೆ $a \times d = b \times c$ ಆಗುತ್ತದೆ. $\frac{x}{10} = \frac{3}{5}$ ಆದರೆ $5 \times x = 10 \times 3$ $5x = 30, x = 6$
ಪೈಚಾರ್ಟ್	ವೃತ್ತವನ್ನು ಸೆಕ್ಟಾರುಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿದ ಚಿತ್ರ, ಪ್ರತಿ ಭಾಗದ ಕೋನ ಅದು ಸೂಚಿಸುವ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಒಟ್ಟು ಕೋನ = 360°.	ಉದಾ: 40 ಜನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ 12 ಜನರನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸೆಕ್ಟಾರ್ ಕೋನ →ಕೋನ= $\frac{12}{40} \times 360^o = 108^o$

AP SCERT

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ – ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಪರಿಮಾಣ ಎರಡರಷ್ಟು ಆದಾಗ, ಮತ್ತೊಂದು ಪರಿಮಾಣ _____.
2. 90ನ್ನು 1:2:3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಿ; ಮೂರು ಭಾಗಗಳು _____, _____, _____.

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು – ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

3. ನಾಲ್ಕು ಜನ ಕಾರ್ಮಿಕರು ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು 6 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ತಿ ಮಾಡಬಲ್ಲರು. 8 ಜನ ಕಾರ್ಮಿಕರು ಅದನ್ನು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ತಿಮಾಡಬಲಲ್ಲರು?
   (a) 12 ದಿನಗಳು **(b)** 3 ದಿನಗಳು **(c)** 6 ದಿನಗಳು **(d)** 24 ದಿನಗಳು
4. ನಿಗದಿತ ದೂರಕ್ಕೆ ವೇಗ ಮತ್ತು ಸಮಯ
   (a) ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ **(b)** ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ
   (c) ಸಂಬಂಧವಿಲ್ಲ **(d)** ಸಮವಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ.

DAY 11 — 11. EXPLORING SOME GEOMETRIC THEMES



- **Key Terms :** Fractal, Self-similarity, Net (of a solid), Face, Edge, Vertex, Projection, Isometric projection, Prism, Pyramid
- **Concept Explaination-Know the term :**
  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Fractal	A shape that shows the same or similar pattern at smaller and smaller scales (self-similar).	A fern leaf - each sub-leaf looks like the whole fern.
Self-similarity	When smaller parts of a shape look the same as the whole shape.	Koch Snowflake - each bump has smaller bumps of the same shape.
Net of a solid	A flat 2D shape that can be folded to form a 3D solid.	6 squares joined in a cross pattern fold into a cube.
Face	A flat (plane) surface that forms the boundary of a solid.	A cube has 6 square faces.
Edge	A line segment where two faces of a solid meet.	A cube has 12 edges.
Vertex	A point (corner) where two or more edges of a solid meet.	A cube has 8 vertices.
Projection	The shadow-like flat image of a 3D object formed on a plane surface when light shines perpendicularly on it.	Top view of a cylinder is a circle.

AP SCERT

DAY 11 11. ಕೆಲವು ರೇಖಾಗಣಿತ ಅಂಶಗಳ ಅನ್ವೇಷಣೆ



ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಭಾಗ



- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :** ಪುನರಾವೃತ ವಿನ್ಯಾಸ, ಸ್ವಯಂ – ಸಮರೂಪತೆ, ಘನದ ಜಾಲರೂಪ, ಮೇಲ್ಮೈ(ಮುಖ), ಅಂಚು, ಶೃಂಗ, ಪ್ರಕ್ಷೇಪಣೆ, ಸಮಮಿತಿ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಣೆ, ಪಟ್ಟಕ, ಗೋಪುರ
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ – ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಪುನರಾವೃತ ವಿನ್ಯಾಸ	ಚಿಕ್ಕ ಚಿಕ್ಕ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ಸಹ ಒಂದೇ ವಿಧವಾದ ಅಥವಾ ಸಮಾನವಾದ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಆಕಾರ (ಸ್ವಯಂ – ಸಮರೂಪತೆ)	ಫರ್ನ್ ಎಲೆ – ಪ್ರತಿಚಿಕ್ಕ ಎಲೆ ಕೂಡ ಒಟ್ಟು ಫರ್ನ್ ಎಲೆಯಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ.
ಸ್ವಯಂ–ಸಮರೂಪತೆ	ಒಂದು ಆಕಾರದಲ್ಲಿನ ಚಿಕ್ಕ ಭಾಗಗಳು ಸಹ ಪೂರ್ತಿ ಆಕಾರದಂತೆ ಕಾಣಿಸುವುದು	ಕೋಚ್ ಸ್ನೋಫ್ಲೇಕ್ – ಇದರಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ಬಾಗುವಿಕೆ ಅದೇ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಗುವಿಕೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.
ಘನದ ಜಾಲರೂಪ ಚಿತ್ರ	ಒಂದು 3D ಘನರೂಪವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಮಡಚಬಲ್ಲ ಒಂದು ಸಮತಟ್ಟಾದ 2D ಆಕಾರ.	ಸಿಲುಬೆ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲಾದ 6 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಡಚಿದರೆ ಚೌಕ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ
ಮೇಲ್ಮೈ (ಮುಖ)	ಒಂದು ಘನರೂಪಕ್ಕೆ ಸರಿಹದ್ದು ಆಗಿರುವ ಸಮತಟ್ಟಾದ ಮೇಲ್ಮೈ	ಒಂದು ಘನಕ್ಕೆ 6 ಚೌಕ ಮೇಲ್ಮೈ (ಮುಖಗಳು) ಇರುತ್ತವೆ.
ಅಂಚು	ಒಂದು ಘನರೂಪದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಮೇಲ್ಮೈಗಳು ಸೇರುವ ರೇಖಾಖಂಡ	ಒಂದು ಘನಕ್ಕೆ 12 ಅಂಚುಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.
ಶೃಂಗ	ಒಂದು ಘನರೂಪದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಚುಗಳು ಸೇರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು (ಮೂಲೆ).	ಒಂದು ಘನಕ್ಕೆ 8 ಶೃಂಗಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.
ಪ್ರಕ್ಷೇಪಣೆ	ಒಂದು 3D ವಸ್ತುವಿನ ಮೇಲೆ ಬೆಳಕು ನೆಟ್ಟಗೆ ಬಿದ್ದಾಗ ಒಂದು ಸಮತಟ್ಟಾದ ಮೇಲ್ಮೈ ಮೇಲೆ ಏರ್ಪಡುವ ಅದರ ನೆರಳಿನಂತಹ ಚಿತ್ರ	ಒಂದು ಸ್ತಂಭದ ಮೇಲಿಂದ ನೋಡಿದಾಗ ಅದು ಒಂದು ವೃತ್ತದಂತೆ ಕಾಣಿಸುತ್ತದೆ.

AP SCERT

Isometric projection	A special projection of a solid where the lengths of all projected edges are equal. Drawn on isometric (hexagonal) grid paper.	A cube balanced on its corner vertex gives an isometric (hexagon) projection.
Prism	A solid with two identical parallel polygon faces (Top & base) connected by rectangles (parallelograms).	A triangular prism has 2 triangular faces and 3 rectangular faces.
Pyramid	A solid with a polygon base and triangular Lateral faces meeting at a single apex (top point).	A square pyramid has a square base and 4 triangular faces.

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. A shape that shows the same pattern at smaller and smaller scales is called a _____.
2. The flat 2D shape that can be folded to form a 3D solid is called the _____ of the solid.
3. A cube has _____ faces, _____ edges and _____ vertices.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

1. Which of the following is an example of a fractal found in nature?
   (a) Cube (b) Fern leaf (c) Cylinder (d) Net
2. The projection of a cube in which all edges appear equal in length is called:
   (a) Front view (b) Top view
   (c) Isometric projection (d) Side view

C. Match the following :

Column A			Column B
1. Fractal	( )	A)	Flat shape that folds into a solid
2. Vertex	( )	B)	Same pattern repeating at smaller scales
3. Net	( )	C)	A shape made by repeating a pattern at smaller scales
4. Self-similarity	( )	D)	Shadow-like flat image of a 3D object on a plane
5. Projection	( )	E)	Point where two or more edges meet

APSCERT

ಸಮಮಿತಿ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಣೆ	ಒಂದು ಘನರೂಪದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿ ಕಾಣಿಸುವ ತೋರಿಸುವ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಣೆ ಇದನ್ನು ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್‌ಗ್ರಿಡ್ ಪೇಪರ್‌ಮೇಲೆ ಎಳೆಯುತ್ತಾರೆ. (ಷಡ್ಭುಜಿ)	ಒಂದು ಘನ ತನ್ನ ಶೃಂಗದ ಮೇಲೆ ಸಮ –ತೋಲನ ಇದ್ದಾಗ ಐಸೊಮೆಟ್ರಿಕ್
ಪಟ್ಟಕ	ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾಗಿ (ಆಯತಗಳು) ಇರುವ, ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ಸಮಾಂತರ ಬಹುಭುಜಿ ಮೇಲ್ಮೈಗಳು (ಪಾದಗಳ ಮೇಲ್ಭಾಗ) ಹೊಂದಿದ ಘನರೂಪ.	ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರ ಪಟ್ಟಕಕ್ಕೆ 2 ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರ ಮೇಲ್ಮೈಗಳು ಮತ್ತು 3 ಆಯತಾಕಾರ ಮೇಲ್ಮೈಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.
ಗೋಪುರ	ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ, ಉಳಿದ ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈಗಳೆಲ್ಲವೂ ಒಂದೇ ಬಿಂದು (ಶಿಖರ) ಬಳಿ ಸೇರಿಸುವ ಘನರೂಪ.	ಚೌಕಾಕಾರ ಗೋಪುರಕ್ಕೆ ಒಂದು ಚೌಕ ಪಾದ ಮತ್ತು 4 ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರ ಮೇಲ್ಮೈಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ – ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. ಚಿಕ್ಕ ಚಿಕ್ಕ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ಕೂಡ ಒಂದೇ ವಿಧವಾದ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು _____ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
2. ಒಂದು 3D ಘನರೂಪವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಮಡಚಬಲ್ಲ ಸಮತಟ್ಟಾದ 2D ಆಕಾರವನ್ನು ಆ ಘನರೂಪದ _____ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
3. ಒಂದು ಘನಕ್ಕೆ _____ ಮೇಲ್ಮೈಗಳು, _____ ಅಂಚುಗಳು ಮತ್ತು _____ ಶೃಂಗಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು – ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸುವ ಪುನರಾವೃತ ವಿನ್ಯಾಸ ಉದಾಹರಣೆ ಯಾವುದು?
   (a) ಘನ **(b)** ಫರ್ನ್ ಎಲೆ **(c)** ಸ್ತಂಭ **(d)** ಘನರೂಪ ಜಾಲ
2. ಘನರೂಪದ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿ ಕಾಣಿಸುವ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಣೆಯನ್ನು ಏನೆನ್ನುತ್ತಾರೆ?
   (a) ಮುಂಭಾಗದಿಂದ ನೋಡಿದ ದೃಶ್ಯ **(b)** ಮೇಲಿಂದ ನೋಡಿದ ದೃಶ್ಯ
   (c) ಸಮಮಿತಿ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಣೆ **(d)** ಪಾರ್ಶ್ವದಿಂದ ನೊಡಿದಾಗ ದೃಶ್ಯ

C. ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಕಂಬಸಾಲು A		ಕಂಬಸಾಲು B
1. ಪುನರಾವೃತ ವಿನ್ಯಾಸ	( )	A) ಘನವಸ್ತುವಾಗಿ ಮಡಚಿಕೊಳ್ಳುವ ಚಪ್ಪಟೆ ಆಕಾರ
2. ಶೃಂಗ	( )	B) ಚಿಕ್ಕಚಿಕ್ಕ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ ಅದೇ ಆಕಾರ ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಆಗುವುದು
3. ಘನದ ಜಾಲಚಿತ್ರ	( )	C) ಚಿಕ್ಕಚಿಕ್ಕ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ಒಂದೇ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಏರ್ಪಡುವ ಆಕಾರ
4. ಸ್ವಯಂ – ಸಮರೂಪತೆ	( )	D) ಸಮತಲದಲ್ಲರುವ 3D ವಸ್ತುವಿನ ನೆರಳಿನಂತಹ ಚಪ್ಪಟೆ ಚಿತ್ರ
5. ಪ್ರಕ್ಷೇಪಣೆ	( )	D) ಎರಡು ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಚುಗಳು ಸೇರುವ ಬಿಂದು

AP SCERT

DAY 12 — 12. TALES BY DOTS AND LINES



- **Key Terms :** Mean (Average), Median, Central Tendency, Frequency, Line Graph, Spreadsheet, Data (Dataset), Infographic, Arithmetic Mean formula
- **Concept Explaination-Know the term :**

Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Mean (Average)	Sum of all values divided by the number of values. It is the 'balance point' of the data.	Mean of 3,7,8 = $\frac{3+7+8}{3}$ = 18÷3 = 6
Median	The middle value when data is sorted in order. Half of the values of the data lie below it, half above.	Sorted: 3,5,7,9,11 → Median = 7
Central Tendency	A single value that represents the 'centre' or typical value of a data set.	Mean & Median are both measures of central tendency.
Frequency	The number of times a particular value appears in a data set.	In {4,4,4,7,9}, frequency of 4 is 3.
Line Graph	A graph where data points are connected by lines. Best used to show change over time.	Monthly temperature plotted over 12 months.
Spreadsheet	A digital table of rows and columns (cells) used to store and calculate data using formulae.	= AVERAGE(B2:B10) finds average of a column.

APSCERT

DAY 12 — 12. ಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ರೇಖೆಗಳ ಕಥೆಗಳು



ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಭಾಗ



- **ಮುಖ್ಯ ಪದಗಳು :** ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ, ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಗಳು, ಆವೃತ್ತಿ, ರೇಖಾಚಿತ್ರ (ಲೈನ್ ಗ್ರಾಫ್), ಸ್ಪ್ರೆಡ್‌ಷೀಟ್ ದತ್ತಾಂಶ, ದೃಶ್ಯ ಮಾಹಿತಿ ಚಿತ್ರ, ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿ ಸೂತ್ರ
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ – ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಸರಾಸರಿ	ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಆ ಬೆಲೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವುದು. ಇದು ಆ ದತ್ತಾಂಶದ 'ಸರಾಸರಿ' ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.	3, 7, 8 ಗಳ ಸರಾಸರಿ = $\frac{3+7+8}{3}$ $18 \div 3 = 6$.
ಮಧ್ಯಾಂಕ	ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಅನುಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಬೆಲೆ. ಅರ್ಧ ಬೆಲೆಗಳು ಇದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿ, ಅರ್ಧ ಬೆಲೆಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ.	ಕ್ರಮ ಪದ್ಧತಿ : 3, 5, 7, 9, 11 → ಮಧ್ಯಾಂಕ = 7.
ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆ	ದತ್ತಾಂಶದ 'ಕೇಂದ್ರ' ಅಥವಾ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಒಂದೇ ಒಂದು ಬೆಲೆ.	ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕ ಎರಡೂ ಕೇಂದ್ರ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಗಳು.
ಆವೃತ್ತಿ	ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಪುನರಾವೃತವಾಗುತ್ತದೆಯೋ ತಿಳಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ	{4, 4, 4, 7, 9} ರಲ್ಲಿ 4 ರ ಆವೃತ್ತಿ = 3.
ರೇಖಾಚಿತ್ರ (ಲೈನ್‌ಗ್ರಾಫ್)	ದತ್ತಾಂಶದ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗೆರೆಗಳಿಂದ ಸೇರಿಸುತ್ತಾ ತೋರಿಸುವ ನಕ್ಷೆ. ಕಾಲಕ್ರಮೇಣ ನಡೆಯುವ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಇದು ಉತ್ತಮ	12 ತಿಂಗಳ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ನಮೂದಾದ ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳ ತಾಪಮಾನಗಳು.
ಸ್ಪ್ರೆಡ್‌ಷೀಟ್	ಸಾಲುಗಳು, ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳು ಹೊಂದಿದ ಡಿಜಿಟಲ್ ಕೋಷ್ಟಕ. ಇದರಲ್ಲಿ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಮಾಡಬಹುದು	= ಸರಾಸರಿ (B2:B10) ಕಂಬ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸರಾಸರಿ

AP SCERT

Data (Dataset)	A collection of information (numbers, facts) that is gathered for analysis.	Heights of 30 students is a dataset.
Infographic	A visual representation that combines images and data to communicate information clearly.	A map showing wheat vs. rice preference by state.
Arithmetic Mean formula	Mean = (Sum of all values) ÷ (Number of values). When all values increase by k, mean also increases by k.	Data: 4,6,8. Mean = 18÷3 = 6. Add 5 to each: New mean = 11.



Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. The _____ is found by adding all values and dividing by the count.
2. The _____ is the middle value when data is sorted in order.
3. A graph that shows data points connected by lines, used to show change over time, is called a _____.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

1. If the mean of 4, 6, 8, 10 is 7 and we add 3 to each value, the new mean is:
   (a) 7 (b) 10 (c) 21 (d) 3
2. The median of the data 3, 5, 7, 9, 11 is:
   (a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 9

C. Match the following :

Column A		Column B
1. Mean	( )	A) A graph connecting data points with lines
2. Median	( )	B) The middle value in sorted data
3. Frequency	( )	C) Number of times a value appears in data
4. Line Graph	( )	D) Sum of values divided by count

APSCERT

ದತ್ತಾಂಶ	ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಗಾಗಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ಸರಾಸರಿ (ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ವಿವರಗಳು) ಗುಂಪು.	30 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರಗಳ ವಿವರಗಳು ಒಂದು ದತ್ತಾಂಶ
ದೃಶ್ಯ ಮಾಹಿತಿ ಚಿತ್ರ	ಚಿತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ವಿವರಿಸುವ ಒಂದು ದೃಶ್ಯ ರೂಪ	ರಾಜ್ಯಗಳವಾರು ಗೋಧಿ **vs** ಅಕ್ಕಿಯನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡುವವರ ನಕ್ಷೆ
ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿ ಸೂತ್ರ	ಸರಾಸರಿ = (ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ) ÷ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ). ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ '**k**' ಕೂಡಿದರೆ, ಸರಾಸರಿ ಸಹ '**k**' ಬೆಳೆಯುತ್ತದೆ.	ದತ್ತಾಂಶ: 4, 6, 8. ಸರಾಸರಿ = 6. ಪ್ರತಿ ಬೆಲೆ 5 ಕೂಡಿದರೆ, ಹೊಸ ಸರಾಸರಿ = 11.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ – ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಮೂಲಕ _____ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಾಗುತ್ತದೆ
2. ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಒಂದು ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ, ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಬೆಲೆಯನ್ನು _____ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
3. ದತ್ತಾಂಶ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗೆರೆಗಳಿಂದ ಸೇರಿಸುತ್ತಾ, ಕಾಲಕ್ರಮೇಣದಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಬಳಸು ನಕ್ಷೆಯನ್ನು _____ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು – ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

1. 4, 6, 8, 10ಗಳ ಸರಾಸರಿ 7 ಆದಾಗ,ನಾವು ಪ್ರತಿ ಬೆಲೆಗೆ 3 ಕೂಡಿದರೆ, ಹೊಸ ಸರಾಸರಿ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?

   (a) 7 **(b) 10** **(c) 21** **(d) 3**

2. 3, 5, 7, 9, 11 ಎಂಬ ದತ್ತಾಂಶದ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಎಷ್ಟು?

   (a) 5 **(b) 6** **(c) 7** **(d) 9**

C. ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಕಂಬಸಾಲು **A**		ಕಂಬಸಾಲು **B**
1. ಸರಾಸರಿ	( )	**A)** ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸರಳರೇಖೆಯಿಂದ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಚಿತ್ರ
2. ಮಧ್ಯಾಂಕ	( )	**B)** ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿನ ಮಧ್ಯ ಬೆಲೆ
3. ಆವೃತ್ತಿ	( )	**C)** ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಕಾಣುವುದನ್ನು ತಿಳಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ
4. ರೇಖಾಚಿತ್ರ	( )	**D)** ಬೆಲೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಅವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು

AP SCERT

DAY 13 — 13. ALGEBRA PLAY



- **Key Terms :** Variable (Letter-number), Expression, Equation, Solving an equation, Distributive property, Divisibility, Number Pyramid, Substitution, Constant, Algebraic identity
- **Concept Explaination-Know the term :**
  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Key Term	Definition	Example
Variable (Letter-number)	A letter used to represent an unknown number in an expression or equation.	x, a, b, M, D are variables.
Expression	A combination of numbers, variables and operations (no '=' sign).	2x + 4, a + b, 5M + 6
Equation	A mathematical statement showing two expressions are equal (has an = sign).	2x + 4 = 10; a + b = 60
Solving an equation	Finding the value of the variable that makes the equation true.	2x = 10 → x = 5
Distributive property	a × (b + c) = a×b + a×c. Used to expand or factorise expressions.	5(x+3) = 5x + 15
Divisibility	A number is said to be divisible by n if dividing by n leaves remainder 0.	27 ÷ 9 = 3 (no remainder), so 27 is divisible by 9.
Number Pyramid	A structure where the value of each cell equals the sum of the two Values of the cells directly below it.	Bottom row: 3, 4 → Next level: 7 → Top: 7

APSCERT

DAY 13 13. ಬೀಜಗಣಿತದೊಂದಿಗೆ ಆಟ



ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಭಾಗ



- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :** ಚರಾಕ್ಷರ (ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆ), ಬೀಜೋಕ್ತಿ, ಸಮೀಕರಣ, ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರ, ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ, ಭಾಜ್ಯತೆ, ಸಂಖ್ಯಾ ಪಿರಮಿಡ್, ಆದೇಶ, ಸ್ಥಿರಾಂಕ, ಬೀಜಗಣಿತ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ - ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ಚರಾಕ್ಷರ (ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆ)	ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಅಥವಾ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿನ ತಿಳಿಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಅಕ್ಷರ.	**x, a, b, M, D** ಗಳು ಚರಾಕ್ಷರಗಳು.
ಬೀಜೋಕ್ತಿ	ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಮತ್ತು ಗಣಿತ ಮೂಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಸೇರುವಿಕೆ (= ಚಿಹ್ನೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ).	**2x + 4, a + b, 5M + 6**
ಸಮೀಕರಣ	ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಸಮವೆಂದು ತೋರಿಸುವ ಗಣಿತ ಹೇಳಿಕೆ (= ಚಿಹ್ನೆ ಇರುತ್ತದೆ).	**2x + 4 = 10; a + b = 60**
ಸಮೀಕರಣ ಪರಿಹಾರ	ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೃಪ್ತಿ ಪಡಿಸುವ ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಯನ್ನುಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.	**2x = 10 → x = 5**
ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ	**a × (b + c) = a×b + a×c.** ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಲು ಅಥವಾ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಲು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ.	**5(x+3) = 5x + 15**
ಭಾಜ್ಯತೆ	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು **'n'** ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 0 ಬಂದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ **n** ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.	**27 ÷ 9 = 3** (ಶೇಷ '0'), ಆದ್ದರಿಂದ 27 ಎಂಬುದು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.
ಸಂಖ್ಯಾ ಪಿರಮಿಡ್	ಪ್ರತಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಅದರ ಕೆಳಗೆ ಇರುವ ಎರಡು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಇರುವ ರಚನೆ	ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲು 3, 4 → ಮೇಲಿನ ಸಾಲು: 7

APSCERT

Substitution	Replacing a variable with a specific number to evaluate an expression.	If a = 5, then a + 3 = 5 + 3 = 8.
Constant	A fixed number in an expression that does not change.	In 2x + 4, the number 4 is a constant.
Algebraic identity	An equation that is true for ALL values of the variables.	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ is true for any a, b.



Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. A letter used to represent an unknown number in an expression is called a _____.
2. An expression that has an equal sign (=) is called an _____.
3. The rule a × (b + c) = a×b + a×c is called the _____ property.

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

1. In the expression 3x + 7, the variable is:
   (a) 3 (b) x (c) 7 (d) 3x
2. Solve: 2x + 4 = 14. The value of x is:
   (a) 7 (b) 9 (c) 5 (d) 4

C. Match the following :

Column A		Column B
1. Variable	( )	A) Replacing a variable with a number to evaluate an expression
2. Equation	( )	B) A statement showing two expressions are equal (uses = sign)
3. Distributive Property	( )	C) A letter that represents an unknown number
4. Divisibility	( )	D) A number leaves remainder 0 when divided by another number
5. Substitution	( )	E) a × (b + c) = a×b + a×c

APSCERT

ಆದೇಶಿಸುವಿಕೆ	ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಲು ಚರಾಕ್ಷರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇಡುವುದು	$a = 5$ ಆದರೆ, $a + 3 = 5 + 3 = 8$.
ಸ್ಥಿರಬೆಲೆ	ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಬೆಲೆ ಬದಲಾಗದಂತೆ ಇರುವ ಒಂದು ಸ್ಥಿರವಾದ ಸಂಖ್ಯೆ.	$2x + 4$ ರಲ್ಲಿ 4 ಎಂಬುದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ
ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ	ಚರಾಕ್ಷರದ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೂ ಸತ್ಯವಾಗುವ ಸಮೀಕರಣ	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ಎಂಬುದು ಎಲ್ಲಾ a, b ಬೆಲೆಗಳಿಗೂ ನಿಜ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ - ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿನ ಅವ್ಯಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಅಕ್ಷರವನ್ನು _____ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
2. ಸಮಾನತೆ ಚಿಹ್ನೆ (=) ಹೊಂದಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು _____ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
3. $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ ಎಂಬ ನಿಯಮವನ್ನು _____ ನಿಯಮ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು - ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

1. $3x + 7$ ಎಂಬ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಚರಾಕ್ಷರ ಯಾವುದು?
   (a) 3 (b) x (c) 7 (d) 3x
2. ಬಿಡಿಸಿರಿ : $2x + 4 = 14$. 'x' ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?
   (a) 7 (b) 9 (c) 5 (d) 4

C. ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಕಂಬಸಾಲು A		ಕಂಬಸಾಲು B
1. ಚರಾಕ್ಷರ	( )	A) ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಲು ಚರಾಕ್ಷರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇಡುವುದು.
2. ಸಮೀಕರಣ	( )	B) ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಸಮಾನವೆಂದು ತೋರಿಸುವ ಹೇಳಿಕೆ (= ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತದೆ)
3. ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ	( )	C) ಅವ್ಯಕ್ತ ಅಕ್ಷರವನ್ನುಸೂಚಿಸುವ ಅಕ್ಷರ
4. ಭಾಜ್ಯತೆ	( )	D) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 0 ಬರುವುದು
5. ಆದೇಶಿಸುವಿಕೆ	( )	E) $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

AP SCERT

DAY 14 — 14. AREA



- **Key Terms :** Area, Perimeter, Base & Height, Altitude, Parallelogram, Trapezium, Rhombus, Diagonal
- **Concept Explaination-Know the term :**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Area	The amount of 2D space covered by a flat shape, measured in square units.	e.g. 5 cm × 3 cm tile covers an area of 15 cm^2.
Perimeter	The total length of the boundary around a 2D shape.	e.g. 6 m × 4 m field has perimeter = 20 m.
Base & Height	Base = any chosen side; Height = perpendicular distance from that base to the opposite vertex/side.	e.g. In ΔABC, BC = 8 cm (base); altitude h = 5 cm.
Altitude	A perpendicular line segment drawn from a vertex to the opposite side (or its extension).	e.g. Altitude is always perpendicular to the base.
Parallelogram	A quadrilateral with two pairs of parallel sides. Opposite sides are equal in length.	e.g. In a parallelogram ABCD, AB‖CD, BC‖DA and AB=CD, BC=DA
Trapezium	A quadrilateral with exactly one pair of parallel sides a and b are called parallel sides	e.g. In a Trapezium ABCD, AB‖CD, AB=a CD=b

AP SCERT

DAY 14 14. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ



ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಭಾಗ



- **ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :** ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಸುತ್ತಳತೆ, ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ, ಎತ್ತರ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ, ಕರ್ಣ
- **ವಿಷಯ ವಿವರಣೆ - ಪದಜಾಲ ತಿಳುವಳಿಕೆ :**

ಸೂಚನೆಗಳು : ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಸಂಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಪ್ರತಿ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದ	ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ	ಉದಾಹರಣೆ
ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಒಂದು ಸಮತಟ್ಟಾದ ಆಕೃತಿ ಆಕ್ರಮಿಸುವ 2D ಸ್ಥಳ ಪರಿಮಾಣ, ಇದನ್ನು ಚದರ ಏಕಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಅಳೆಯುತ್ತಾರೆ.	ಉದಾ : 5 ಸೆಂ.ಮೀ × 3 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಒಂದು ಟೈಲ್ 15 ಸೆಂ.ಮೀ^{2} ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಆಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ.
ಸುತ್ತಳತೆ	ಒಂದು 2D ಆಕೃತಿ ಸುತ್ತಲೂ ಇರುವ ಸರಿಹದ್ದು ಒಟ್ಟು ಉದ್ದ.	ಉದಾ: 6 ಮೀ × 4 ಮೀ ಅಳತೆಗಳು ಇರುವ ಹೊಲದ ಸುತ್ತಳತೆ = 20 ಮೀ.
ಪಾದ & ಎತ್ತರ	ಪಾದ ಎಂದರೆ ನಾವು ಆಯ್ದುಕೊಂಡ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಾಹು; ಎತ್ತರ ಎಂದರೆ ಆ ಆಧಾರದಿಂದ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಶೃಂಗ/ ಬಾಹುವಿಗಿರುವ ಲಂಬ ದೂರ	ಉದಾ : ತ್ರಿಭುಜ ΔABC ಯಲ್ಲಿ BC = 8 ಸೆಂ.ಮೀ (ಪಾದ); ಎತ್ತರ h = 5 ಸೆಂ.ಮೀ.
ಎತ್ತರ	ಒಂದು ಶೃಂಗದಿಂದ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹುವಿಗೆ (ಅಥವಾ ಅದನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದ) ಎಳೆದ ಲಂಬ ರೇಖಾಖಂಡ	ಎತ್ತರ ಯಾವಾಗಲೂ ಪಾದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ.
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	ಎರಡು ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು ಹೊಂದಿದ ಚತುರ್ಭುಜ. ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ.	ಉದಾ : ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ$AB\|\|CD$, $BC\|\|DA$ ಮತ್ತು AB=CD, BC=DA
ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ	ಸರಿಯಾಗಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು ಮಾತ್ರವೇ ಹೊಂದಿದ ಚತುರ್ಭುಜ ('a' ಮತ್ತು'b' ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು)	ಉದಾ : ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ, $AB\|\|CD$, AB = a CD=b

AP SCERT

Rhombus	A parallelogram with all four sides equal. Diagonals bisect each other at right angles.	e.g. If ABCD is a Rhombus AB = BC = CD = DA
Diagonal	A line segment joining two non-adjacent vertices of a polygon; used to split shapes into triangles.	e.g. Drawing BD splits. quadrilateral ABCD into 2 triangles.

Student corner-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks :

1. Area of a triangle = $\frac{1}{2}$ × _____ × height.
2. A parallelogram with base 9 cm and height 4 cm has an area of ____cm².
3. A rhombus with diagonals 10 cm and 6 cm has an area of _____ cm².

B. MCQs - Tick (✓) the correct answer.

1. A trapezium has parallel sides 8 cm and 12 cm, height 5 cm. Its area is:
   (A) 80 cm² (B) 50 cm² (C) 100 cm² (D) 60 cm²
2. Perimeter and area of a shape are:
   (A) Always equal
   (B) Both measured in cm²
   (C) Independent - same perimeter can give different areas
   (D) Interchangeable measures

C. Match the following :

Column A			Column B
1. Rectangle	( )	P.	$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$
2. Triangle	( )	Q.	$l \times b$
3. Rhombus	( )	R.	$b \times h$
4. Parallelogram	( )	S.	$\frac{1}{2} \times b \times h$

AP SCERT

ವಜ್ರಾಕೃತಿ	ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜ ಇದರ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ	ಉದಾ: **ABCD** ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ **AB = BC = CD = DA**
ಕರ್ಣ	ಒಂದು ಬಹುಭುಜಿಯಲ್ಲಿ ಪಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿಲ್ಲದ ಎರಡು ಶೃಂಗ ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡ. ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಬಹುದು.	ಉದಾ: **ABCD** ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ **BD** ಕರ್ಣ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಸಿದ್ಧತೆ - ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ

ಸೂಚನೆಗಳು : ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಓದಿ. ಆ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನೀವೇ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

A. ಖಾಲಿಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

1. ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ × _____ × ಎತ್ತರ
2. 9 ಸೆಂ.ಮೀ ಪಾದ ಮತ್ತು 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಎತ್ತರವಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = _____ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ
3. 10 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 6 ಸೆಂ.ಮೀ.ಕರ್ಣಗಳು ಹೊಂದಿರುವ ವಜ್ರಾಕೃತಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = _____ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ

B. ಬಹುಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು - ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಟಿಕ್ (✓)ಮಾಡಿರಿ.

1. ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 12 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

   (A) 80 cm² **(B) 50 cm²** **(C) 100 cm²** **(D) 60 cm²**

2. ಒಂದು ಆಕೃತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

   (A) ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

   (B) ಎರಡೂ ಸೆಂಟೀಮೀಟರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಅಳೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

   (C) ಸ್ವತಂತ್ರವಾದವು - ಒಂದೇ ಸುತ್ತಳತೆ ಇದ್ದರೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಇರಬಹುದು.

   (D) ಪರಸ್ಪರ ಬದಲಾಯಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಅಳತೆಗಳು

C. ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಕಂಬಸಾಲು A			ಕಂಬಸಾಲು B	
1. ಆಯತ	( )	P.	$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$	
2. ತ್ರಿಭುಜ	( )	Q.	$l \times b$	
3. ವಜ್ರಾಕೃತಿ	( )	R.	$b \times h$	
4. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	( )	S.	$\frac{1}{2} \times b \times h$	

AP SCERT

1 A SQUARE AND A CUBE

Learning outcomes

Y9A7A1

Learners will be able to

- ☞ Identify, explores in patterns numbers and describes rules (CG-1)
- ☞ Create puzzles and develop own solution (CG-7)
- ☞ Appreciate contributions of Indian mathematicians in mathematics (CG-9)
- ☞ Analyze possible solutions to problems with effective combination of steps (CG-8)

1.0 Introduction

Queen Ratnamanjari had a will written that described her fortune of ratnas (precious stones) and also included a puzzle. Her son Kumara Varma and their 99 relatives were invited to the reading of her will. She wanted to leave all of her ratnas to her son, but she knew that if she did so, all their relatives would pester Kumara Varma forever. She hoped that she had taught him everything he needed to know about solving puzzles. She left the following note in her will-

"I have created a puzzle. If all 100 of you answer it at the same time, you will share the ratnas equally. However, if you are the first one to solve the problem, you will get to keep the entire inheritance to yourself. Good luck." The minister took Kumara Varma and his 99 relatives to a secret room in the mansion containing 100 lockers.

The minister explained- "Each person is assigned a number from 1 to 100.

- ❖ Person 1 opens every locker.
- ❖ Person 2 toggles every 2nd locker (i.e., closes it if it is open, opens it if it is closed).
- ❖ Person 3 toggles every 3rd locker (3rd, 6th, 9th, ... and so on).
- ❖ Person 4 toggles every 4th locker (4th, 8th, 12th, ... and so on).

AP SCERT

1 ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ

ಕಲಿಕಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು

- ಗುರುತಿಸಲು, ಮಾದರಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ಮತ್ತು ನಿಯಮಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. (CG-1)
- ಫಜಿಲ್ಸ್ ಸೃಷ್ಟಿಸಬಲ್ಲರು ಮತ್ತು ಸ್ವಂತ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಮಾಡಬಲ್ಲರು. (CG-7)
- ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಕೊಡುಗೆಗಳನ್ನು ಅಭಿನಂದಿಸುತ್ತಾರೆ. (CG-9)
- ಹಂತಗಳ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಸಂಯೋಜನೆಯೊಂದಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಭವನೀಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವರು (CG-8)

R4X6Q4

1.0 ಪರಿಚಯ

ರಾಣಿ ರತ್ನಮಂಜೂರಿಯ ತನ್ನ ಬಳಿ ಇರುವ ರತ್ನಗಳ (ಅಮೂಲ್ಯ ಕಲ್ಲುಗಳು) ಸಂಪತ್ತನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಒಂದು ಉಯಿಲನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದರಳು ಮತ್ತು ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಒಗಟು ಕೂಡ ಇತ್ತು. ಆಕೆಯ ಮಗ ಕುಮಾರವರ್ಮ ಮತ್ತು ಅವಳ 99 ಸಂಬಂಧಿಕರನ್ನು ರಾಣಿಯು ಬರೆದ ಉಯಿಲನ್ನು ಓದಲು ಆಹ್ವಾನಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ತನ್ನ ಎಲ್ಲಾ ರತ್ನಗಳನ್ನು ತನ್ನ ಮಗನಿಗೆ ಕೊಡಲು ಅವಳು ಬಯಸಿದ್ದಳು, ಆದರೆ ಹಾಗೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಅವಳ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಬಂಧಿಕರು ಕುಮಾರವರ್ಮನನ್ನು ಸದಾ ಪೀಡಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಅವಳಿಗೆ ತಿಳಿದಿತ್ತು. ಒಗಟನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮಗನಿಗೆ ನೀಡಿರುವುದಾಗಿ ಭಾವಿಸಿದ್ದಳು. ಆವಳು ತನ್ನ ಉಯಿಲಿನಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಟಿಪ್ಪಣಿಯನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಳು –

"ನಾನು ಒಂದು ಒಗಟನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದೇನೆ. ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ 100 ಮಂದಿಯೂ ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಉತ್ತರಿಸಿದರೆ, ನೀವು ಆಗ ರತ್ನಗಳನ್ನು ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ. ಒಂದುವೇಳೆ ನೀವು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿಗರಾದರೆ ಆಗ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಎಲ್ಲಾ ರತ್ನಗಳೂ ನಿಮ್ಮದೇ ಆಗುತ್ತವೆ. ಶುಭವಾಗಲಿ"

ಸಚಿವರು, ಕುಮಾರವರ್ಮ ಮತ್ತು ಅವನ 99 ಸಂಬಂಧಿಕರನ್ನು ಅರಮನೆಯಲ್ಲಿರುವ 100 ಲಾಕರ್‌ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ರಹಸ್ಯ ಕೋಣೆಗೆ ಕರೆದುಕೊಂಡು ಹೋದರು – ನಂತರ ಸಚಿವರು ವಿವರಿಸಿದರು "ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಗೂ 1 ರಿಂದ 100 ರ ವರೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ".

- ಮೊದಲ ವ್ಯಕ್ತಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ತೆರೆಯುತ್ತಾನೆ.
- ಎರಡನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ಪ್ರತಿ 2ನೇ ಲಾಕರ್‌ನ್ನು (2ನೇ, 4ನೇ, 6ನೇ ....) ಟಾಗಲ್ (ಅಂದರೆ, ಲಾಕರ್ ತೆರೆದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಮುಚ್ಚುತ್ತಾನೆ, ಲಾಕರ್ ಮುಚ್ಚಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ತೆರೆಯುತ್ತಾನೆ) ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.
- ಮೂರನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ಪ್ರತಿ 3ನೇ ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ಟಾಗಲ್ (3ನೇ, 6ನೇ, 9ನೇ, ... ಮತ್ತು ಮೊದಲಾದವು).
- ನಾಲ್ಕನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ಪ್ರತಿ 4ನೇ ಲಾಕರ್‌ಗಳನ್ನು ಟಾಗಲ್ (4ನೇ, 8ನೇ, 12ನೇ, ... ಮತ್ತು ಮೊದಲಾದವು).

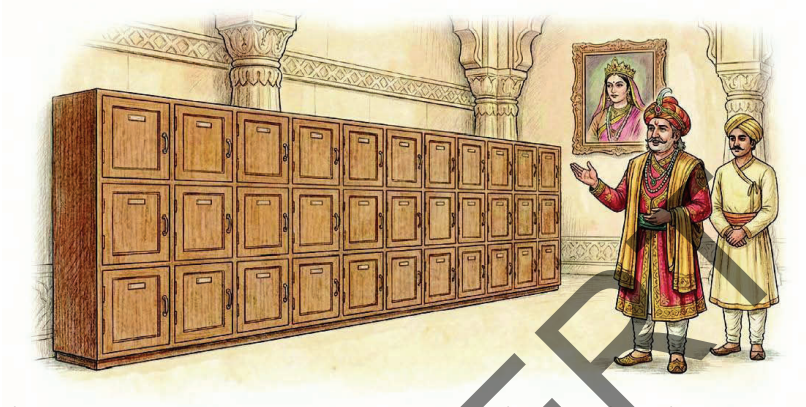
AP SCERT

This continues until all 100 get their turn.

In the end, only some lockers remain open. The open lockers reveal the code to the fortune in the safe."

? Before the process begins, Kumara Varma realizes that he already knows which lockers will be open at the end. How did he figure out the answer?

Hint: Find out how many times each locker is toggled.



If a locker is toggled an odd number of times, it will be open. Otherwise, it will be closed. The number of times a locker is toggled is the same as the number of factors of the locker number. For example, for locker #6, Person 1 opens it, Person 2 closes it, Person 3 opens it and Person 6 closes it. The numbers 1, 2, 3, and 6 are factors of 6. If the number of factors is even, the locker will be toggled by an even number of people and it will eventually be closed.

6 :
1 × 6
2 × 3
Factors are
1, 2, 3 and 6.

Note that each factor of a number has a 'partner factor' so that the product of the pair of factors yields the given number. Here, 1 and 6 form a pair of partner factors of 6, and 2 and 3 form another pair.

? Does every number have an even number of factors?

1:
1 × 1
The only factor is 1.

4:
1 × 4
2 × 2
Factors are
1, 2 and 4.

9 :
1 × 9
3 × 3
Factors are
1, 3 and 9.

APSCERT

ಇದೇ ರೀತಿ ಎಲ್ಲಾ 100 ಜನರು ತಮ್ಮ ಸರದಿ ಬರುವವರೆಗೆ ಈ ಕ್ರಮವನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ, ಕೆಲವು ಲಾಕರ್‌ಗಳು ಮಾತ್ರ ತೆರೆದಿರುತ್ತವೆ. ತೆರೆದ ಲಾಕರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಸುರಕ್ಷಿತವಾಗಿರುವ ಕೋಡ್ ಅದೃಷ್ಟಶಾಲಿಗೆ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

(?) ಕುಮಾರವರ್ಮನು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುಗ ಮೊದಲೇ, ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವ ಲಾಕರ್‌ಗಳು ತೆರೆದಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಈಗಾಗಲೇ ತನಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಅವನು ಉತ್ತರವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಕೊಂಡನು.

ಸುಳಿಹು : ಪ್ರತಿ ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಟಾಗಲ್ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಒಂದು ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಾರಿ ಟಾಗಲ್ ಮಾಡಿದರೆ, ಅದು ತೆರೆದಿರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಅದು ಮುಚ್ಚಿರುತ್ತದೆ. ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಟಾಗಲ್ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಲಾಕರ್ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, **6** ನೇ ನಂಬರಿನ ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ಮೊದಲನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ತೆರೆಯುತ್ತಾನೆ. ಎರಡನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ಅದನ್ನು ಮುಚ್ಚುತ್ತಾನೆ. ಮೂರನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ಅದನ್ನು ತೆರೆಯುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಆರನೇ ವ್ಯಕ್ತಿ ಅದನ್ನು ಮುಚ್ಚುತ್ತಾನೆ. **1, 2, 3,** ಮತ್ತು **6** ಸಂಖ್ಯೆಗಳು **6** ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆ. ಲಾಕರ್‌ನ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಲಾಕರ್‌ನ್ನು ನಮ್ಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಜನರು ಟಾಗಲ್ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಅದು ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಮುಚ್ಚಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

6 :
1 × 6
2 × 3
ಅಪವರ್ತನಗಳು
1, 2, 3 ಮತ್ತು **6.**

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪವರ್ತನಕ್ಕೂ ಅದಕ್ಕೆ 'ಜೋಡಿಯಾಗುವ ಅಪವರ್ತನ' ವಿರುತ್ತದೆ, ಈ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೋಡಿಯ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ **1** ಮತ್ತು **6** ಇವುಗಳು **6**ರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ **2** ಮತ್ತು **3** ಮತ್ತೊಂದು ಜೋಡಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ.

(?) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆಯೇ?

1:
1 × 1
ಒಂದೇ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನ
1.

4:
1 × 4
2 × 2
ಅಪವರ್ತನಗಳು **1, 2** ಮತ್ತು **4.**

9 :
1 × 9
3 × 3
ಅಪವರ್ತನಗಳು **1, 3** ಮತ್ತು **9.**

APSCERT

We see in some cases, like 2×2, that the numbers in the pair are the same.

Can you use this insight to find more numbers with an odd number of factors?

For instance, 36 has a factor pair 6×6 where both numbers are 6. Does this number have an odd number of factors? If every factor of 36 other than 6 has a different factor as its partner, then we can be sure that 36 has an odd number of factors. Check if this is true.

Hence all the following numbers have an odd number of factors -

$$1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, 4 \times 4, \ldots$$

A number that can be expressed as the product of a number with itself is called a ***square number****, or simply a* ***square****.* The only numbers that have an odd number of factors are the squares, because they each have one factor which, when multiplied by itself, equals the number. Therefore, every locker whose number is a square will remain open.

Write the locker numbers that remain open.

KumaraVarma immediately collects word clues from these 10 lockers and reads, "The passcode consists of the first five locker numbers that were touched exactly twice."

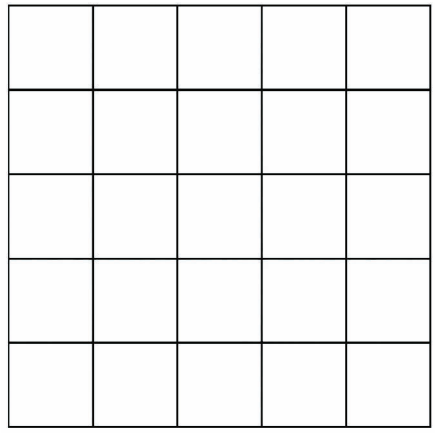
Which are these five lockers?

The lockers that are toggled twice are the prime numbers, since each prime number has 1 and the number itself as factors. So, the code is 2-3-5-7-11.

1.1 Square Numbers

Why are the numbers, 1, 4, 9, 16, ..., called squares? We know that the number of unit squares in a square (the area of a square) is the product of its sides. The table below gives the areas of squares with different sides.

Sidelength (in units)	Area (in sq units)
1	$1 \times 1 = 1$ sq. unit
2	$2 \times 2 = 4$ sq. units
3	$3 \times 3 = 9$ sq. units
4	$4 \times 4 = 16$ sq. units
5	$5 \times 5 = 25$ sq. units
10	$10 \times 10 = 100$ sq. units



AP SCERT

ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ , 2×2 ನಂತಹ, ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

? ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನೀವು ಈ ಒಳನೋಟವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,36ಕ್ಕೆ 6×6 ಆಗಿದ್ದು, ಇಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 6 ಆಗಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆಯೇ? 6 ನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ 36 ರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪವರ್ತನವು ಅದರ ಪಾಲುದಾರನಾಗಿ ವಿಭಿನ್ನ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಸಂಖ್ಯೆ 36 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು. ಇದು ನಿಜವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

$$1 \times 1,\ 2 \times 2,\ 3 \times 3,\ 4 \times 4,\ \ldots$$

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು **ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ** ಅಥವಾ ಸರಳವಾಗಿ **ವರ್ಗ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮಾತ್ರ ವರ್ಗಗಳು, ಏಕೆಂದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಸಂಖ್ಯೆಯು 1ನ್ನು ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಅಲ್ಲದೇ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ,ಅದು ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲಾಕರ್ ತೆರೆದಿರುತ್ತದೆ.

? **ತೆರೆದಿರುವ ಲಾಕರ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.**

ಕುಮಾರವರ್ಮ ತಕ್ಷಣವೇ ಈ 10 ಲಾಕರ್‌ಗಳಿಂದ ಸುಳಿವುಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ "ಪಾಸ್‌ಕೋಡ್ ನಿಖರವಾಗಿ ಎರಡು ಬಾರಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸಲಾದ ಮೊದಲ ಐದು ಲಾಕರ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ" ಎಂದು ಓದುತ್ತಾನೆ.

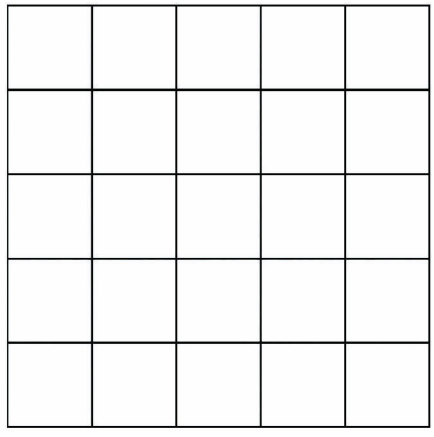
? ಆ ಐದು ಲಾಕರ್‌ಗಳು ಯಾವುವು?

ಎರಡು ಬಾರಿ ಟಾಗಲ್ ಮಾಡಲಾದ ಲಾಕರ್‌ಗಳು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಪ್ರತಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು 1 ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಕೋಡ್ 2–3–5–7–11.

1.1 ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

1, 4, 9, 16, ... ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ? ಚೌಕದಲ್ಲಿನ ಯೂನಿಟ್ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (ಒಂದು ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) ಅದರ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ವಿಭಿನ್ನ ಬಾಹು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ (ಮೂಲಮಾನಗಳಲ್ಲಿ)	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳಲ್ಲಿ)
1	$1 \times 1 = 1$ ಚ.ಮೂ
2	$2 \times 2 = 4$ ಚ.ಮೂ
3	$3 \times 3 = 9$ ಚ.ಮೂ
4	$4 \times 4 = 16$ ಚ.ಮೂ
5	$5 \times 5 = 25$ ಚ.ಮೂ
10	$10 \times 10 = 100$ ಚ.ಮೂ



AP SCERT

We use the following notation for squares.

$1 \times 1 = 1^2 = 1$

$2 \times 2 = 2^2 = 4$

$3 \times 3 = 3^2 = 9,$

$4 \times 4 = 4^2 = 16$

$5 \times 5 = 5^2 = 25.$

In general, for any number n, we write $n \times n = n^2$, which is read as 'n squared'.

Can we have a square of side length $\frac{3}{5}$ or 2.5 units?

Yes, there area in square units are $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{9}{25}\right)$

and $(2.5)^2 = (2.5) \times (2.5) = 6.25$.

The squares of natural numbers are called **perfect squares**. For example, 1, 4, 9, 16, 25, ... are all perfect squares.

1.1.1 Patterns and Properties of Perfect Squares

Find the squares of the first 30 natural numbers and fill in the table below.

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$12^2 =$	$22^2 =$
$3^2 = 9$	$13^2 =$	
$4^2 = 16$	$14^2 =$	
$5^2 = 25$	$15^2 =$	
$6^2 =$	$16^2 =$	
$7^2 =$	$17^2 =$	
$8^2 =$	$18^2 =$	
$9^2 =$	$19^2 =$	
$10^2 =$	$20^2 =$	



? What patterns do you notice? Share your observations and make conjectures.

Study the squares in the table above. What are the digits in the units places of these numbers? All these numbers end with 0, 1, 4, 5, 6 or 9. None of them end with 2, 3, 7 or 8.



? If a number ends in 0, 1, 4, 5, 6 or 9, is it always a square?

The numbers 16 and 36 are both squares with 6 in the units place.

AP SCERT

ನಾವು ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ.

$1 \times 1 = 1^2 = 1$

$2 \times 2 = 2^2 = 4$

$3 \times 3 = 3^2 = 9,$

$4 \times 4 = 4^2 = 16$

$5 \times 5 = 5^2 = 25.$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ n ನ್ನು, ನಾವು $n \times n = n^2$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಅದನ್ನು 'n ರ ವರ್ಗ' ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

ನಾವು $\frac{3}{5}$ ಅಥವಾ 2.5 ಮೂಲಮಾನ ಹೊಂದಿರುವಂತೆ ಚೌಕ ಇರುತ್ತದೆಯೇ?

ಹೌದು, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{9}{25}\right)$

ಮತ್ತು $(2.5)^2 = (2.5) \times (2.5) = 6.25.$

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು **ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. 1, 4, 9, 16, 25, .. ಇವುಗಳೆಲ್ಲವೂ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳಾಗಿವೆ.

1.1.1 ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳ ವಿನ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು

ಮೊದಲ 30 ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$12^2 =$	$22^2 =$
$3^2 = 9$	$13^2 =$	
$4^2 = 16$	$14^2 =$	
$5^2 = 25$	$15^2 =$	
$6^2 =$	$16^2 =$	
$7^2 =$	$17^2 =$	
$8^2 =$	$18^2 =$	
$9^2 =$	$19^2 =$	
$10^2 =$	$20^2 =$	



? ಯಾವ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರುವಿರಿ? ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ತೀರ್ಮಾನ ತಿಳಿಸಿ.

ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ವರ್ಗಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿ, ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಅಂಕಿಗಳು ಯಾವುವು? ಇವುಗಳ ಕೊನೆ (ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ) ಇರುವ ಅಂಕಿಗಳು 0, 1, 4, 5, 6 ಅಥವಾ 9 ಆಗಿವೆ. ಅಲ್ಲದೇ 2, 3, 7 ಅಥವಾ 8 ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ (ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ) ಇರುವುದಿಲ್ಲ.



? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 0, 1, 4, 5, 6 ಅಥವಾ 9ರಿಂದ ಕೊನೆಗೊಂಡರೆ, ಅದು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು ವರ್ಗವೇ?

16 ಮತ್ತು 36 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 6 ಇರುವ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವರ್ಗಗಳಾಗಿವೆ.

APSCERT

However, 26, whose units digit is also 6, is not a square. Therefore, we cannot determine if a number is a square just by looking at the digit in the units place. ***But, the units digit can tell us when a number is not a square.*** If a number ends with 2, 3, 7, or 8, then we can definitely say that it is not a square.

Write 5 numbers such that you can determine by looking at their units digit that they are not squares.

The squares, 1^2, 9^2, 11^2, 19^2, 21^2, and 29^2, all have 1 in their units place. Write the next two squares. Notice that if a number has 1 or 9 in the units place, then its square ends in 1.

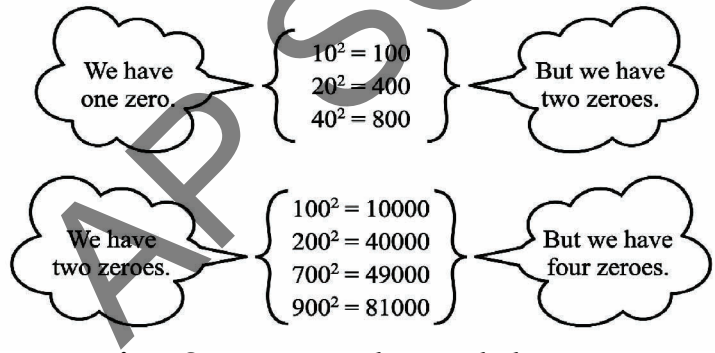
Let us consider square numbers ending in 6: $16 = 4^2$, $36 = 6^2$, $196 = 14^2$, $256 = 16^2$, $576 = 24^2$, and $676 = 26^2$.

Which of the following numbers have the digit 6 in the units place?

(i) 38^2 (ii) 34^2 (iii) 46^2 (iv) 56^2 (v) 74^2 (vi) 82^2

Find more such patterns by observing the numbers and their squares from the table you filled earlier.

Consider the following numbers and their squares.



If a number contains 3 zeros at the end, how many zeros will its square have at the end?

What do you notice about the number of zeros at the end of a number and the number of zeros at the end of its square? Will this always happen? Can we say that squares can only have an even number of zeros at the end?

What can you say about the parity of a number and its square?

1.1.2 Perfect Squares and Odd Numbers

Let us explore the differences between consecutive squares. What do you notice?

APSCERT

ಆದಾಗ್ಯೂ ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯು 6 ಆಗಿರುವ 26 ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ವರ್ಗವಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ನೋಡುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ವರ್ಗವೇ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದರೆ, ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಯಿಂದ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಯಾವಾಗ ವರ್ಗವಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 2, 3, 7 ಅಥವಾ 8ರೊಂದಿಗೆ ಕೊನೆಗೊಂಡರೆ, ಅದು ವರ್ಗವಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಖಂಡಿತವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು.

? ಇವುಗಳ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು ನೋಡಿ ಅವು ವರ್ಗಗಳಲ್ಲ ಎಂದು ನೀವು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದಾದ 5 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

1^2, 9^2, 11^2, 19^2, 21^2, ಮತ್ತು 29^2 ಎಂಬ ವರ್ಗಗಳು ಅವುಗಳ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಮುಂದಿನ ಎರಡು ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1 ಅಥವಾ 9 ನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವರ್ಗವು 1ರಲ್ಲಿ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

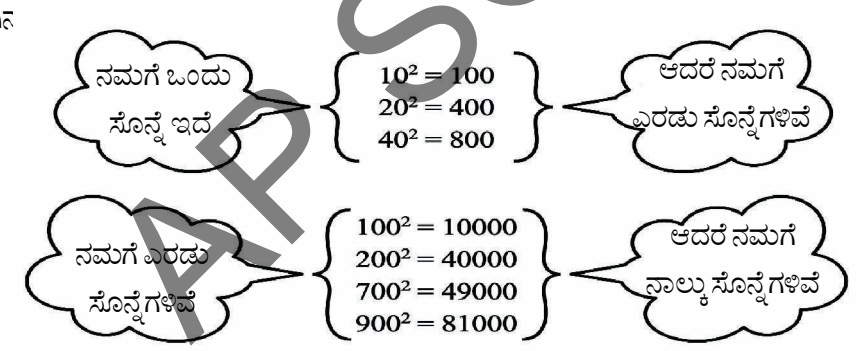
? ಸಂಖ್ಯೆ 6 ರಲ್ಲಿ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ: **6: $16 = 4^2$, $36 = 6^2$, $196 = 14^2$, $256 = 16^2$, $576 = 24^2$,** ಮತ್ತು **$676 = 26^2$.**

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಅಂಕಿ 6 ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

(i) 38^2 **(ii)** 34^2 **(iii)** 462 **(iv)** 56^2 **(v)** 74^2 **(vi)** 82^2

? ನೀವು ಈಗಾಗಲೇ ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿದ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಕಂಡುಬರುವ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಈ ಕೆಳಗಿನ



? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ 3 ಸೊನ್ನೆಗಳಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವರ್ಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ?

? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವರ್ಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ? ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಾಧ್ಯವೇ? ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿರಬಹುದು ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದೇ?

? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವರ್ಗದ ಸಾಮ್ಯತೆ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

1.1.2 ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು ಮತ್ತು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು :

ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ವರ್ಗಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನಾವು ಪತ್ತೆ ಹಚ್ಚೋಣ. ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ?

$4 - 1 = 3$ $9 - 4 = 5$ $16 - 9 = 7$ $25 - 16 = 9$

ಮುಂದಿನ ಕೆಲವು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಈ ವಿನ್ಯಾಸವು ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿ.

APSCERT

$4 - 1 = 3$ $9 - 4 = 5$ $16 - 9 = 7$ $25 - 16 = 9$

See if this pattern continues for the next few square numbers.

From this we observe that adding consecutive odd numbers starting from 1 gives consecutive square numbers, as shown below.

$1 = 1$

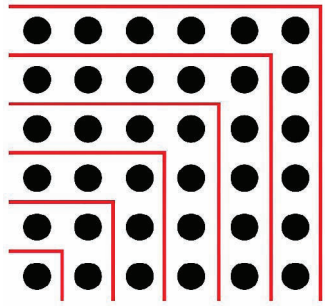
$1 + 3 = 4$

$1 + 3 + 5 = 9$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16$

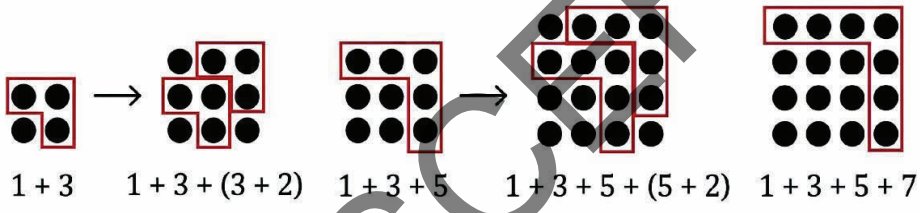
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36.$



Do you remember this pattern from Grade 6?

The picture below explains why each subsequent inverted L gives the next odd number:



We see that the sum of the first n odd numbers is n^2. Alternatively, every square is a sum of successive odd numbers starting from 1.

In mathematics, sometimes arguments and reasoning can be presented without any words. Visual proofs can be complete by themselves.

Also, we can find out whether a number is a perfect square by successively subtracting odd numbers. Consider the number 25, successively subtract 1, 3, 5, ... until you get or cross over 0,

$25 - 1 = 24$ $24 - 3 = 21$ $21 - 5 = 16$ $16 - 7 = 9$ $9 - 9 = 0$

This means $25 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$ and is thus a perfect square. Since we subtracted the first five odd numbers, $25 = 5^2$.

? Using the pattern above, find 36^2, given that $35^2 = 1225$.

From the question we know that 1225 is the sum of the first 35 odd numbers. To find 36^2, we need to add the 36th odd number to 1225.

ARSCERT

ಇದರಿಂದ ನಾವು **1** ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರಿಂದ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಕ್ರಮಾನುಗತ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

1 = 1

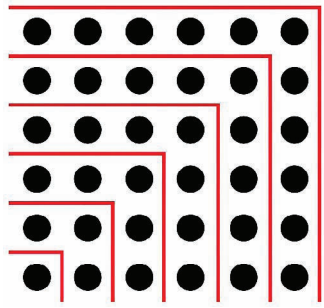
1 + 3 = 4

1 + 3 + 5 = 9

1 + 3 + 5 + 7 = 16

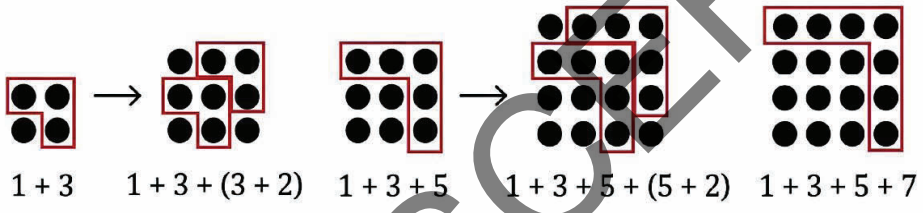
1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36.



ಆರನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವ ಈ ವಿನ್ಯಾಸ ನಿಮಗೆ ನೆನಪಿದೆಯೇ?

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವು ಪ್ರತಿ ತಲೆಕೆಳಗಾದ '**L**' ನಂತರದ ಮುಂದಿನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಏಕೆ ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ.



ಮೊದಲ **n** ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ n^2 ಎಂದು ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವರ್ಗವು 1 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ವಾದಗಳು ಮತ್ತು ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಯಾವುದೇ (ಹೇಳಿಕೆ) ಪದಗಳಿಲ್ಲದೆ ಪ್ರಸ್ತುತ ಪಡಿಸಬಹುದು. ದೃಶ್ಯ ಪುರಾವೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳಿಂದಲೇ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಹುದು?

ಆಲ್ಲದೆ, ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಕಳೆಯುವುದರ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ನೀವು ಸಂಖ್ಯೆ 25ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, 1, 3, 5, ... ಇವುಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 0 ಪಡೆಯುವವರೆಗೆ ಆಥವಾ 0 ದಾಟುವವರೆಗೆ ಕಳೆಯಿರಿ.

25 – 1 = 24 24 – 3 = 21 21 – 5 = 16 16 – 7 = 9 9 – 9 = 0

ಇದರ ಅರ್ಥ **25 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9** ಮತ್ತು ಇದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗಿದೆ. ನಾವು ಮೊದಲು ಐದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ, $25 = 5^2$ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

? $35^2 = 1225$ ಎಂದು ನೀಡಲಾಗಿದ್ದು, ಮೇಲಿನ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 36^2 ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮೇಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಯಿಂದ 1225 ಎಂಬುದು ಮೊದಲ 35 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. 36^2 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನಾವು 36ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1225ಗೆ ಕೂಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

© NCERT

How do we find the 36th odd number?

The 1st odd number is 1, 2nd odd number is 3, 3rd number is 5, ..., 6th odd number is 11 and so on.

What is the nth odd number?

The nth odd number is 2n–1. Therefore, the 36th odd number is 71.

By adding 71 to 1225, we get 1296, which is 36^2.

Consider a number such as 38 that is not a square and subtract consecutive odd numbers starting from 1.

38 – 1 = 37 37 – 3 = 34 34 – 5 = 29 29 – 7 = 22 22 – 9 = 13

13 – 11 = 2 2 – 13 = – 11

This shows that 38 cannot be expressed as a sum of consecutive odd numbers starting with 1.

Thus, we can say that a natural number is not a perfect square if it cannot be expressed as a sum of successive odd natural numbers starting from 1. We can use this result to find out whether a natural number is a perfect square or not.

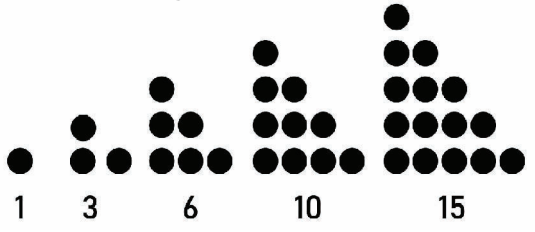
Find how many numbers lie between two consecutive perfect squares. Do you notice a pattern?

How many square numbers are there between 1 and 100? How many are between 101 and 200? Using the table of squares you filled earlier, enter the values below, tabulating the number of squares in each block of 100. What is the largest square less than 1000?

1 – 100	101 – 200	201 – 300	301 – 400	401 – 500
_____	_____	_____	_____	_____
501 – 600	601 – 700	701 – 800	801 – 900	901 – 1000
_____	_____	_____	_____	_____

1.1.3 Perfect Squares and Triangular Numbers

Do you remember triangular numbers?



AP SCERT

? ನಾವು 36ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ?

1ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ 1, 2ನೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ 3, 3ನೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ 5, ..., 6ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ 11 ಮತ್ತು ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರೆಸಿ.

? **n**ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

nನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ $2n-1$. ಆದ್ದರಿಂದ, 36ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ 71.

1225ಗೆ 71ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ನಮಗೆ 1296 ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು 36^2 ಆಗಿದೆ.

ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲದ, 38 ಎಂಬ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. 1 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಅನುಕ್ರಮ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆಯುತ್ತಾ ಹೋಗಿ ಆಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹೀಗಿರುತ್ತದೆ.

38 – 1 = 37 37 – 3 = 34 34 – 5 = 29 29 – 7 = 22 22 – 9 = 13

13 – 11 = 2 2 – 13 = – 11

ಇದರ ಪ್ರಕಾರ 38 ನ್ನು 1ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ 1 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲಾಗದಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಆ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು. ಈ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

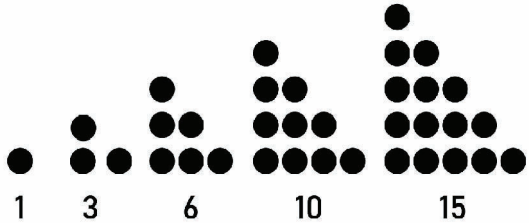
? ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನೀವು ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ?

? ನೀವು ಈ ಮೊದಲು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿದ ವರ್ಗಗಳ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಬಳಸಿ, 1 ಮತ್ತು 100 ರ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ? 101 ಮತ್ತು 200 ರ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು? ಪ್ರತಿ 100 ರ ಬ್ಲಾಕ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ವರ್ಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನಮೂದಿಸಿರುವ ಮೂಲಕ ಕೆಳಗಿನ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ನಮೂದಿಸಿ. 1000 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ದೊಡ್ಡ ವರ್ಗ ಯಾವುದು?

1 – 100	**101 – 200**	**201 – 300**	**301 – 400**	**401 – 500**
_____	_____	_____	_____	_____
501 – 600	**601 – 700**	**701 – 800**	**801 – 900**	**901 – 1000**
_____	_____	_____	_____	_____

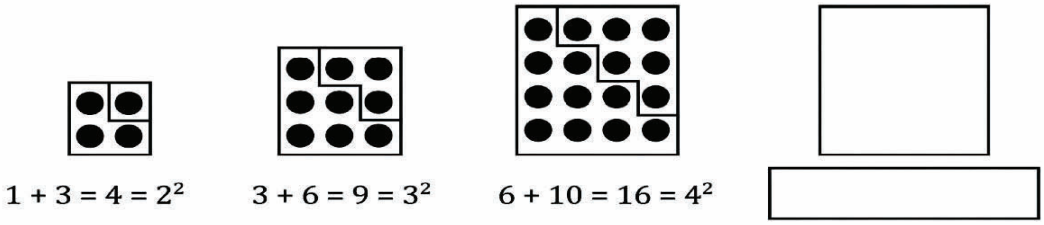
1.1.3 ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ನಿಮಗೆ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ನೆನಪಿದೆಯೇ?



AP SCERT

? Can you see any relation between triangular numbers and square numbers? Extend the pattern shown and draw the next term.



$1 + 3 = 4 = 2^2$ $3 + 6 = 9 = 3^2$ $6 + 10 = 16 = 4^2$

1.1.4 Square Roots

? The area of a square is 49 sq. cm. What is the length of its side?

We know that $7 \times 7 = 49$, or $7^2 = 49$.

So, the length of the side of a square with an area of 49 sq. cm is 7 cm. We call 7 the **square root of** 49.

In general, if $y = x^2$ then x is the **square root** of y.

? What is the square root of 64?

We know that 8×8 is 64. So, 8 is the square root of 64. What about -8×-8 ? That is 64 too!

$$8^2 = 64, \text{ and } (-8)^2 = 64.$$

So, the square roots of 64 are + 8 and –8.

Every perfect square has two integer square roots. One is positive and the other is negative. The square root of a number is denoted by $\sqrt{\ }$

Thus, $\sqrt{64} = \pm 8$ and $\sqrt{100} = \pm 10$.

Note that $\sqrt{8^2} = \pm 8$ and $\sqrt{10^2} = \pm 10$. In general, $\sqrt{n^2} = \pm n$.

In this chapter, we shall only consider the positive square root.

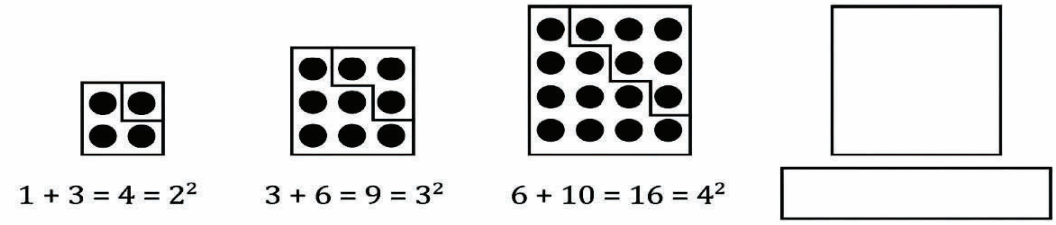
? Given a number, such as 576 or 327, how do we find out if it is a perfect square? If it is a perfect square, how can we find its square root?

We know that perfect squares end in 1, 4, 9, 6, 5, or an even number of zeros. But, it is not certain that a number that satisfies this condition is a square.

We can clearly say that 327 is not a perfect square. However, we cannot be sure that 576 is a perfect square.

AP SCERT

? ನಾವು ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನೋಡಬಹುದೇ? ನೀಡಲಾಗಿರುವ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸಿ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಪದದ ವಿನ್ಯಾಸ ಬರೆಯಿರಿ.



1.1.4 ವರ್ಗಮೂಲಗಳು :

? ಒಂದು ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 49 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ ಅದರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

$7 \times 7 = 49$, ಅಥವಾ $7^2 = 49$ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು.

ಆದ್ದರಿಂದ, 49 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ. 7ನ್ನು 49 ರ **ವರ್ಗಮೂಲ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $y = x^2$ ಆದರೆ, x ಎಂಬುದು y ನ **ವರ್ಗಮೂಲ.**

? 64 ರ ವರ್ಗಮೂಲ ಎಷ್ಟು?

8×8 ಎಂಬುದು 64. ಆದ್ದರಿಂದ, 8 ಎಂಬುದು 64 ರ ವರ್ಗಮೂಲವಾಗಿದೆ.

-8×-8 ರ ಬಗ್ಗೆ ನಿಮ್ಮ ಅಭಿಪ್ರಾಯವೇನು? ಅದು ಕೂಡಾ 64 ಆಗಿದೆ.

$8^2 = 64$, ಮತ್ತು $(-8)^2 = 64$.

ಆದ್ದರಿಂದ, 64 ರ ವರ್ಗಮೂಲಗಳು + 8 ಮತ್ತು −8.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವು ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಧನಾತ್ಮಕವಾದರೆ ಇನ್ನೊಂದು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು $\sqrt{\ }$ ಚಿಹ್ನೆ ಮೂಲಕ ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt{64} = \pm 8$ ಮತ್ತು $\sqrt{100} = \pm 10$

ಹಾಗಾಗಿ $\sqrt{8^2} = \pm 8$ ಮತ್ತು $\sqrt{10^2} = \pm 10$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $\sqrt{n^2} = \pm n$ ಆಗಿದೆ.

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ಧನಾತ್ಮಕ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ?

? 576 ಅಥವಾ 327 ನಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡಿದರೆ, ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು? ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ 1, 4, 9, 6, 5, ಅಥವಾ ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಸೊನ್ನೆ ಇವುಗಳಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದರೆ, ಈ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ವರ್ಗ ಎಂದು ನಾವು ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಲು ಬರುವುದಿಲ್ಲ.

327 ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು. ಅಲ್ಲದೇ **576** ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಹ ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಎಂದು ನಾವು ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

AP SCERT

1. We can list all the square numbers in sequence and find out whether 576 occurs among them. We know that $20^2 = 400$, we can find squares of 21, 22, 23, ... and so on until we get 576 or a number greater than 576.

$20^2 = 400$ $21^2 = 441$ $22^2 = 484$ $23^2 = 529$ $24^2 = 576$

However, this process becomes inefficient for larger numbers.

2. Recall that every square can be expressed as a sum of consecutive odd numbers starting from 1.

Consider $\sqrt{81}$.

$81 - 1 = 80$ $80 - 3 = 77$ $77 - 5 = 72$ $72 - 7 = 65$ $65 - 9 = 56$

$56 - 11 = 45$ $45 - 13 = 32$ $32 - 15 = 17$ $17 - 17 = 0$

From 81, we successively subtracted consecutive odd numbers starting from 1 until we obtained 0 at the 9th step. Therefore $\sqrt{81} = 9$.

Can we find the square root of 729 using this method? Yes, but it will be time - consuming

3. We know that a perfect square is obtained by multiplying an integer by itself. Will looking at a number's prime factorisation help in determining whether it is a perfect square?

Yes, if we can divide the prime factors of a number into two equal groups, then the product of the prime factors in either group combine to form the square root.

? Is 324 a perfect square?

$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$.

These can be grouped as

$324 = (2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 3 \times 3)$.

$= (2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2$.

We can also write the prime factors in pairs. That is,

$324 = (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3)$,

which shows that 324 is a perfect square. Thus,

$324 = (2 \times 2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2$.

Therefore, $\sqrt{324} = 18$.

? Is 156 a perfect square?

The prime factorisation of 156 is $2 \times 2 \times 3 \times 13$.

AP SCERT

1. ನಾವು ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಈ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 576 ಇದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸೋಣ.

$20^2 = 400$ ಎಂದು ಗೊತ್ತು. ಇದೇ ರೀತಿ 21, 22, 23, ... ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಾಗ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ 576 ಅಥವಾ 576 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರುವವರೆಗೂ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡೋಣ।

$20^2 = 400$ $21^2 = 441$ $22^2 = 484$ $23^2 = 529$ $24^2 = 576$

ಆದಾಗ್ಯೂ, ಈ ವಿಧಾನವು ದೊಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮಂಜಸವಲ್ಲ.

2. ಪ್ರತಿ ವರ್ಗವನ್ನು 1 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. $\sqrt{81}$ ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

$81 - 1 = 80$ $80 - 3 = 77$ $77 - 5 = 72$ $72 - 7 = 65$ $65 - 9 = 56$

$56 - 11 = 45$ $45 - 13 = 32$ $32 - 15 = 17$ $17 - 17 = 0$

ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆ 81 ನ್ನು 1 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ. ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆಯುತ್ತಾ ಹೋದಾಗ, **9**ನೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ **0** ಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $\sqrt{81} = 9$.

ನಾವು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 729 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ? ಹೌದು, ಆದರೆ ಅದು ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

3. ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಅದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದರಿಂದ ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆಯೇ?

ಹೌದು, ನಾವು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಎರಡು ಸಮಾನ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದಾದರೆ, ಎರಡೂ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿನ ಒಂದೊಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ.

? 324 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ?

$$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3.$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಗುಂಪು ಮಾಡಬಹುದು

$$324 = (2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 3 \times 3).$$

$$= (2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2.$$

ನಾವು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಯಗಿಯೂ ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು ಅಂದರೆ

$$324 = (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3),$$

ಇದು 324 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ

$$324 = (2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2.$$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt{324} = 18$

? 156 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ?

156 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $2 \times 2 \times 3 \times 13$.

AP SCERT

We cannot pair up these factors.

Therefore, 156 is not a perfect square.

1.1.5 Estimating :

? Find whether 1156 and 2800 are perfect squares using prime factorisation.

We can estimate the square root of larger perfect squares by looking at the closest perfect squares we are familiar with and then narrowing down the interval to search.

For example, to find $\sqrt{1936}$, we can reason as follows:

(i) 1936 is between 1600 (40^2) and 2500 (50^2), so $40 < \sqrt{1936} < 50$.

(ii) The last digit of 1936 is 6. So, the last digit of the square root must either be 4 or 6. It can be 44 or 46.

(iii) If we calculate 45^2, we can compare it with 1936 to halve the interval to search from 40-50 to either 40-45 or 45-50. We can write 45^2 as $(40 + 5)\ (40 + 5) = 40^2 + 2 \times 40 \times 5 + 5^2 = 1600 + 400 + 25 = 2025$.

(iv) $2025 > 1936$. So, $40 < \sqrt{1936} < 45$

(v) From the observation in point (ii) we can guess and then verify that $\sqrt{1936}$ is 44.

Consider the following situations -

Mayur and Rushitha play a game. One says a number and the other replies with its square root. Mayur starts. He says 25, and Rushitha quickly responds with 5. Then Rushitha says 81, and Mayur answers 9. The game goes on till Mayur says 250. Rushitha is not able to answer because 250 is not a perfect square. Mayur asks Rushitha if she can at least provide a number that is close to the square root of 250.

For this, Rushitha needs to estimate the square root of 250.

We know that $100 < 250 < 400$ and $\sqrt{100} = 10$ and $\sqrt{400} = 20$.

So, $10 < \sqrt{250} < 20$.

But, we are still not very close to the number whose square is 250.

We know that $15^2 = 225$ and $16^2 = 256$.

Therefore, $15 < \sqrt{250} < 16$. Since 256 is much closer to 250 than 225, $\sqrt{250}$ is approximately 16. We also know it is less than 16.

Here is another problem that requires estimating square roots.

AP SCERT

ಈ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ನಾವು ಜೋಡಿಯಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ, 156 ಒಂದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಲ್ಲ.

1.1.5 ಅಂದಾಜಿಸುವುದು :

? ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಕ್ರಮದಿಂದ 1156 ಮತ್ತು 2800 ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿರುವ ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹುಡುಕಿ. ನಂತರ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದರಿಂದ ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $\sqrt{1936}$, ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಯೋಚಿಸಬಹುದು.

(i) 1936 ಯು **1600 (40^2)** ಮತ್ತು **2500 (50^2)**, ರ ನಡುವೆ ಇದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ **$40 < \sqrt{1936} < 50$** ಆಗಿದೆ.

(ii) 1936 ರ ಕೊನೆಯ ಅಂಕಿ 6 (ಬಿಡಿಸ್ಥಾನ) ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ವರ್ಗಮೂಲದ ಕೊನೆಯ ಅಂಕಿ 4 ಅಥವಾ 6 ಆಗಿರಬೇಕು. ಅದು 44 ಅಥವಾ 46 ಆಗಿರಬಹುದು.

(iii) 40–50 ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಎರಡು ಸಮಭಾಗ ವ್ಯಾಪ್ತಿಗಳಾಗಿ (ಅರ್ಧಿಸಿ) ಅಂದರೆ 40–45 ಮತ್ತು 45–50 ಎಂದು ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು. ನಂತರ 1936ರೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ. ನಂತರದಲ್ಲಿ ಅಂದಾಜಿಸಬಹುದು. ನಾವು 45^2 ಅನ್ನು **$(40 + 5)\ (40 + 5) = 40^2 + 2 \times 40 \times 5 + 5^2 = 1600 + 400 + 25 = 2025$** ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

(iv) **$2025 > 1936$.** ಆದ್ದರಿಂದ , **$40 < \sqrt{1936} < 45$**

(v) ಎರಡನೇ **(ii)** ಅಂಶದಲ್ಲಿನ ವೀಕ್ಷಣೆಯಿಂದ ನಾವು $\sqrt{1936}$ = 44 ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ನಂತರ ಅದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ –

ಮಯೂರ್ ಮತ್ತು ರುಷಿತ ಒಂದು ಆಟವನ್ನು ಆಡುತ್ತಾರೆ. ಒಬ್ಬರು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಬ್ಬರು ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲದೊಂದಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಈಗ ಮಯೂರ್ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅವನು 25 ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾನ ಮತ್ತು ರುಷಿತ ಬೇಗನೆ ...5 ಎಂದು ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯಿಸುತ್ತಾಳೆ. ನಂತರ ರುಷಿತ 81 ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ ಮತ್ತು ಮಯೂರ್ 9 ಎಂದು ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಮಯೂರ 250 ಎಂದು ಹೇಳುವವರೆಗೆ ಆಟ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ. ರುಷಿತ ಇದನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ 250 ಒಂದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಲ್ಲ. ಆಗ ಕನಿಷ್ಟ 250 ರ ವರ್ಗಮೂಲಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರವಿರುವ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡಬಹುದೇ ಎಂದು ಮಯೂರ್ ರುಷಿತಳನ್ನು ಕೇಳುತ್ತಾನೆ.

ಆಗ, ರುಷಿತ 250 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವಳು...

$100 < 250 < 400$ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು $\sqrt{100} = 10$ ಮತ್ತು $\sqrt{400} = 20$.

ಆದ್ದರಿಂದ, **$10 < \sqrt{250} < 20$.**

ಆದರೆ, 250 ರ ವರ್ಗವಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ನಾವು ಇನ್ನೂ ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿಲ್ಲ.

$15^2 = 225$ ಮತ್ತು $16^2 = 256$ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ , **$15 < \sqrt{250} < 16$**

250 ಯು 225 ಕ್ಕೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ 256 ಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಹತ್ತಿರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\sqrt{250}$ ಸರಿಸುಮಾರು 16 ಆಗಿದೆ. 16 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ ಇಲ್ಲಿದೆ.

APSCERT

Akhil has a square piece of cloth of area 125 cm^2. He wants to know if he can cut out a square handkerchief of side 15 cm. If not, he wants to know the maximum size handkerchief that can be cut out from this piece of cloth with an integer side length.

125 is not a perfect square. The nearest perfect squares are $11^2 = 121$ and $12^2 = 144$. So the largest square handkerchief with integer side length that can be cut out from this piece of cloth has side length 11 cm.



Figure it Out - 1.1

1. Which of the following numbers are not perfect squares?
   (i) 2032 (ii) 2048 (iii) 1027 (iv) 1089
2. Which one among 64^2, 108^2, 292^2, 36^2 has last digit 4?
3. Given $125^2 = 15625$, what is the value of 126^2?
   (i) 15625 + 126 (ii) 15625 + 26^2 (iii) 15625 + 253
   (iv) 15625 + 251 (v) 15625 + 51^2
4. Find the length of the side of a square whose area is 441 m^2.
5. Find the smallest square number that is divisible by each of the following numbers:
   4, 9, and 10.
6. Find the smallest number by which 9408 must be multiplied so that the product is a perfect square. Find the square root of the product.
7. How many numbers lie between the squares of the following numbers?
   (i) 16 and 17 (ii) 99 and 100
8. In the following pattern, fill in the missing numbers:
   $1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$
   $2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$
   $3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$
   $4^2 + 5^2 + 20^2 = (\_\_\_\_\_)^2$
   $9^2 + 10^2 + (\_\_\_\_\_)^2 = (\quad)^2$
9. How many tiny squares are there in the following picture? Write the prime factorisation of the number of tiny squares.

AP SCERT

ಅಖಿಲ್‌ನು 125 ಸೆಂ.ಮೀ^{2} ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಚೌಕಾಕಾರದ ಬಟ್ಟೆಯ ತುಂಡನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾನೆ. ಅವನು ಅದನ್ನು 15 ಸೆಂ.ಮೀ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಇರುವ ಚೌಕಾಕಾರದ ಕರವಸ್ತ್ರವನ್ನಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಬಹುದೇ ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸುತ್ತಾನೆ. ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿದ್ದರೆ ಈ ಬಟ್ಟೆಯ ತುಂಡಿನಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಸಮೀಪವಿರುವ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಂತೆ ಗರಿಷ್ಟ ಗಾತ್ರದ ಕರವಸ್ತ್ರವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಬಹುದಾದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಅವನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸುತ್ತಾನೆ.

125 ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಲ್ಲ. ಹತ್ತಿರದ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು $11^2 = 121$ ಮತ್ತು $12^2 = 144$. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಬಟ್ಟೆಯ ತುಂಡಿನಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಬಹುದಾದ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವಿರುವ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕಾಕಾರದ ಕರವಸ್ತ್ರದ ಅಳತೆಯು 11 ಸೆಂ.ಮೀ ಆಗಿದೆ.



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ - 1.1

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲ?

   (i) 2032 **(ii)** 2048 **(iii)** 1027 **(iv)** 1089

2. 64^2, 108^2, 292^2, 36^2 ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೊನೆ (ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನ) ಯಲ್ಲಿ ಅಂಕಿ 4ನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?

3. $125^2 = 15625$ ಆದರೆ , 126^2 ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

   (i) 15625 + 126 **(ii)** 15625 + 26^2 **(iii)** 15625 + 253

   (iv) 15625 + 251 **(v)** 15625 + 51^2

4. ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 441 ಮೀ^{2} ಆದರೆ, ಅದರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಬಹುದಾದ ಚಿಕ್ಕ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   4, 9 ಮತ್ತು 10.

6. 9408 ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿಸಲು ಅದಕ್ಕೆ ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಲ್ಲದೇ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ?

   (i) 16 ಮತ್ತು 17 **(ii)** 99 ಮತ್ತು 100

8. ಕೆಳಗಿನ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿರಿ.

   $1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$

   $2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$

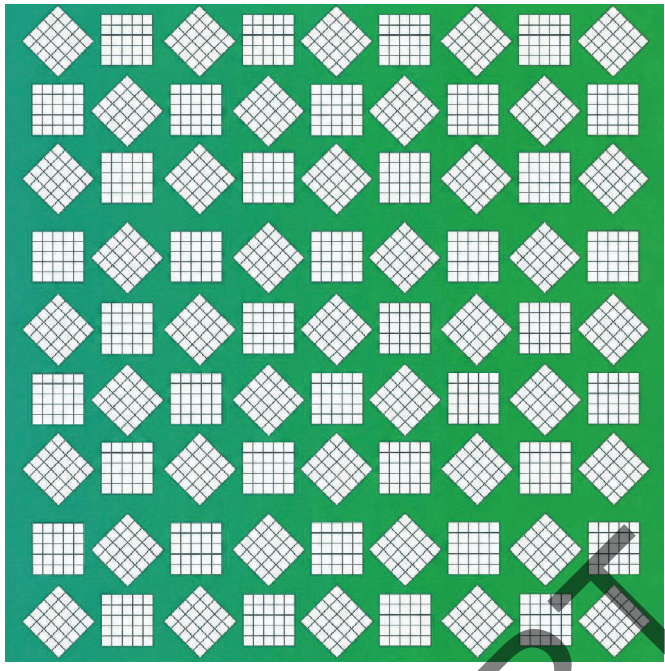
   $3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$

   $4^2 + 5^2 + 20^2 = (\_\_\_\_\_)^2$

   $9^2 + 10^2 + (\_\_\_\_\_)^2 = (\quad)^2$

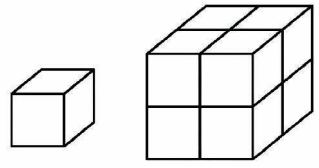
9. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳಿವೆ? ಈ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

AP SCERT



1.2 Cubic Numbers

You know the word cube from geometry. A cube is a solid figure all of whose all sides meet at right angles and are equal. How many cubes of side 1 cm make a cube of side 2 cm?



? How many cubes of side 1 cm will make a cube of side 3 cm?

Consider the numbers 1, 8, 27, ...

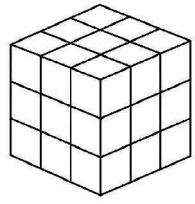
These numbers are called perfect cubes. Can you see why they are named so?

Each of them is obtained by multiplying a number by itself three times. We note that

$1 = 1 \times 1 \times 1$

$8 = 2 \times 2 \times 2$

$27 = 3 \times 3 \times 3$



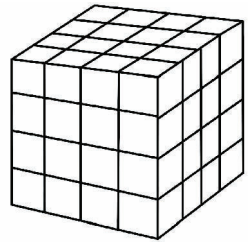
? Is 9 a cube?

We see that $2 \times 2 \times 2 = 8$ and $3 \times 3 \times 3 = 27$. This shows that 9 is not a perfect cube and no other number from 10 to 26.

? Can you estimate the number of unit cubes in a cube with an edge length of 4 units?

It has 64 unit cubes! If you notice carefully, each layer of this cube has 4×4 unit cubes. Each square layer has 16 unit cubes (4×4), and there are 4 such layers, so the total number of unit cubes is

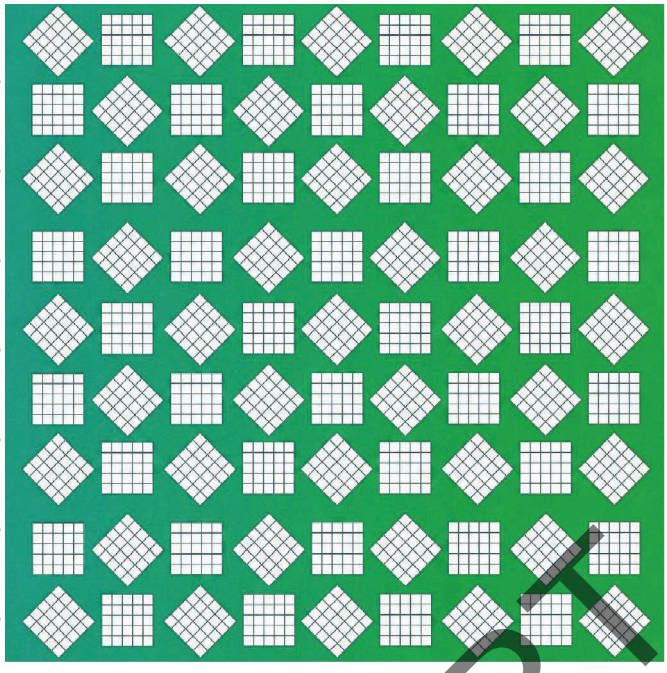
$4 \times 4 \times 4 = 64$.



Since $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, 125 is a cube.

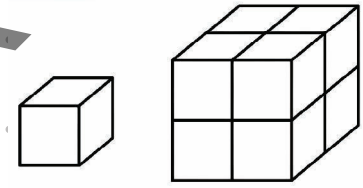
In general, for any number n, we write the cube $n \times n \times n$ as n^3.

APSCERT



1.2 ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

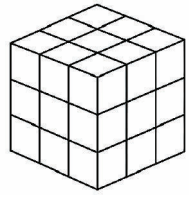
ಜ್ಯಾಮಿತೀಯವಾಗಿ ಘನ ಎಂಬ ಪದ ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಘನವು ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯಾಗಿದ್ದು, ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಚುಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದು ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. 2 ಸೆಂ.ಮೀ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಘನದಲ್ಲಿ 1 ಸೆಂ.ಮೀ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಇರುವ ಎಷ್ಟು ಘನಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು?



? 3 ಸೆಂ.ಮೀ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಘನದಲ್ಲಿ 1 ಸೆಂ.ಮೀ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಇರುವ ಎಷ್ಟು ಘನಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು?

1, 8, 27, ... ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

ಈ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳಿಗೆ ಈ ರೀತಿ ಹೆಸರಿಡಲು ಕಾರಣವೇನು ಎಂದು ನಿಮಗೆ ಅರ್ಥವಾಯಿತೇ? ಅವುಗಳಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರು ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಪಡೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.



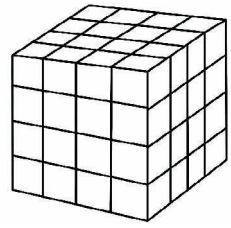
$$1 = 1 \times 1 \times 1$$
$$8 = 2 \times 2 \times 2$$
$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

? 9 ಒಂದು ಘನವೇ?

$2 \times 2 \times 2 = 8$ ಮತ್ತು $3 \times 3 \times 3 = 27$ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇದರಿಂದ 9 ಪೂರ್ಣ ಘನವಲ್ಲ. ಅಲ್ಲದೇ 10 ರಿಂದ 26 ವರೆಗಿನ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಸಹ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿದುಬರುತ್ತದೆ.

? ನೀವು **4** ಮೂಲಮಾನ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದವಿರುವ ಘನದಲ್ಲಿ **1** ಮೂಲಮಾನ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದವಿರುವ ಎಷ್ಟು ಘನಗಳನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಬಹುದು?

ಇದು **64** ಮೂಲಮಾನ ಘನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ! ನೀವು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಗಮನಿಸಿದರೆ, ಈ ಘನದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದರವು 4×4 ಮೂಲಮಾನ ಘನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಇದರ ಪ್ರತಿ ಚದರವು **16** ಮೂಲಮಾನ ಘನಗಳನ್ನು ಅಂದರೆ (4×4) ಘನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅಂತಹ ಪದರಗಳಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಘನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $4 \times 4 \times 4 = 64$. $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, ಅಂದರೆ **125** ಒಂದು ಘನವಾಗಿದೆ.



ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ, n ಗೆ ಅದರ ಘನ, $n \times n \times n$ ನ್ನು n^3 ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ

APSCERT

Complete the table below.

$1^3 = 1$	$11^3 = 1331$
$2^3 = 8$	$12^3 =$
$3^3 = 27$	$13^3 = 2197$
$4^3 = 64$	$14^3 = 2744$
$5^3 = 125$	$15^3 =$
$6^3 =$	$16^3 =$
$7^3 =$	$17^3 = 4913$
$8^3 =$	$18^3 =$
$9^3 =$	$19^3 = 6859$
$10^3 =$	$20^3 =$

What patterns do you notice in the table above?

We know that 0, 1, 4, 5, 6, 9 are the only last digits possible for squares. What are the possible last digits of cubes?

Similar to squares, can you find the number of cubes with 1 digit, 2 digits, and 3 digits? What do you observe?

Can a cube end with exactly two zeroes (00)? Explain.

Just as we can take squares of fractions/decimals : $\left(\frac{4}{6}\right)^2$, $(13.08)^2$, and $(-6)^2$ we also can compute cubes of such numbers : $\left(\frac{4}{6}\right)^3$, $(13.08)^3$, and $(-6)^3$.

$$\left(\frac{4}{6}\right)^3 = \left(\frac{4}{6}\right) \times \left(\frac{4}{6}\right) \times \left(\frac{4}{6}\right) = \left(\frac{64}{216}\right)$$

$(13.08)^3 = 13.08 \times 13.08 \times 13.08 = 2237.810112$

$(-6)^3 = -6 \times -6 \times -6 = -216.$

1.2.1 Taxicab Numbers



Once when Srinivasa Ramanujan was working with G. H. Hardy at the University of Cambridge, Hardy had come to visit Ramanujan at a hospital when he was ill. Hardy had ridden in a taxicab numbered 1729 and he remarked that 1729 was 'rather a dull number,' adding that he hoped that this was not a bad sign. Ramanujan immediately replied, "No, Hardy, it is a very interesting

APSCERT

? ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ :

$1^3 = 1$	$11^3 = 1331$
$2^3 = 8$	$12^3 =$
$3^3 = 27$	$13^3 = 2197$
$4^3 = 64$	$14^3 = 2744$
$5^3 = 125$	$15^3 =$
$6^3 =$	$16^3 =$
$7^3 =$	$17^3 = 4913$
$8^3 =$	$18^3 =$
$9^3 =$	$19^3 = 6859$
$10^3 =$	$20^3 =$

? ನೀವು ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿರುವಿರಿ?

? ನಿಮಗೆ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ 0, 1, 4, 5, 6, 9 ಮಾತ್ರ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಕೊನೆಯ (ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನ) ಅಂಕಿಗಳು ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. ಘನಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಅಂಕಿಗಳು ಯಾವುವು?

? ನೀವು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆಯೇ, 1 , 2 ಮತ್ತು 3 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ? ನೀವು ಏನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ?

? ಒಂದು ಘನಸಂಖ್ಯೆಯು ನಿಖರವಾಗಿ ಎರಡು ಸೊನ್ನೆಗಳೊಂದಿಗೆ (00) ಕೊನೆಗೊಳ್ಳಬಹುದೇ? ವಿವರಿಸಿ.

ನಾವು $\left(\frac{4}{6}\right)^2$, $(13.08)^2$, ಮತ್ತು $(-6)^2$ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು/ದಶಮಾಂಶಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಂತೆ : $\left(\frac{4}{6}\right)^3$, $(13.08)^3$, ಮತ್ತು $(-6)^3$ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಗಳನ್ನು ಸಹ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

$$\left(\frac{4}{6}\right)^3 = \left(\frac{4}{6}\right) \times \left(\frac{4}{6}\right) \times \left(\frac{4}{6}\right) = \left(\frac{64}{216}\right)$$

$(13.08)^3 = 13.08 \times 13.08 \times 13.08 = 2237.810112$

$(-6)^3 = -6 \times -6 \times -6 = -216.$

1.2.1 ಟ್ಯಾಕ್ಸಿಕ್ಯಾಬ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು



ಒಮ್ಮೆ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್‌ರವರು ಕೇಂಬ್ರಿಡ್ಜ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಲ್ಲಿ ಜಿ.ಹೆಚ್. ಹಾರ್ಡಿ ಅವರೊಂದಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾಗ, ರಾಮಾನುಜನ್‌ರವರು ಅನಾರೋಗ್ಯದಿಂದ ಬಳಲುತ್ತಿದ್ದಾಗ ಹಾರ್ಡಿರವರು ಅವರನ್ನು ಭೇಟಿಮಾಡಲು ಆಸ್ಪತ್ರೆಗೆ ಬಂದಿದ್ದರು. ಹಾರ್ಡಿಯವರು ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದ ಟ್ಯಾಕ್ಸಿಕ್ಯಾಬ್‌ನ ಸಂಖ್ಯೆಯು **1729** ಆಗಿತ್ತು ಮತ್ತು ಅವರ ಪ್ರಕಾರ **1729** 'ಒಂದು ನೀರಸ ಸಂಖ್ಯೆ' ಎಂದು ಹೇಳಿದರು. ಆದರೆ ಇದು ಕೆಟ್ಟ ಶಕುನವೇನಲ್ಲ ಎಂದು ಅವರು ಅಣಕಿಸಿದರು. ರಾಮಾನುಜನ್ ತಕ್ಷಣ ಉತ್ತರಿಸಿದರು, "ಇಲ್ಲ, ಹಾರ್ಡಿ,

© SCERT

number. It is the smallest number that can be expressed as the sum of two cubes in two different ways".

$$1729 = 1^3 + 12^3$$
$$= 9^3 + 10^3.$$

Because of this story, 1729 has since been known as the **Hardy-Ramanujan** Number. And numbers that can be expressed as the sum of two cubes in two different ways are called **taxicab numbers**.

? The next two taxicab numbers after 1729 are 4104 and 13832. Find the two ways in which each of these can be expressed as the sum of two positive cubes.

How did Ramanujan know this? Well, he loved numbers. All through his life, he tinkered with numbers. During Ramanujan's time in Cambridge, his colleagues often marveled at his ability to see deep patterns in numbers that seemed arbitrary to others. His colleague, John Littlewood, once said, "Every positive integer was one of his [Ramanujan's] personal friends".

AP SCERT

1.2.2 Perfect Cubes and Consecutive Odd Numbers

Consecutive odd numbers have a role to play with cubes too. Look at the following pattern:

$$1 = 1 = 1^3$$
$$3 + 5 = 8 = 2^3$$
$$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$$
$$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$$
$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$$
$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 = 216 = 6^3.$$

Later in this series, we get the following set of consecutive numbers:

$$91 + 93 + 95 + 97 + 99 + 101 + 103 + 105 + 107 + 109.$$

? Can you tell what this sum is without doing the calculation?

1.2.3 Cube Roots

We know that $8 = 2^3$.

We call 2 the cube root of 8 and denote this by $2 = \sqrt[3]{8}$.

More generally, if $y = x^3$, then x is the cube root of y. This is denoted by

ತುಂಬಾ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದು ಎರಡು ಘನಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ, ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ" ಎಂದರು.

$$1729 = 1^3 + 12^3$$

$$= 9^3 + 10^3.$$

ಈ ಕಥೆಯಿಂದಾಗಿ **1729** ಅನ್ನು **ಹಾರ್ಡಿ ರಾಮಾನುಜನ್** ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು ಎರಡು ಘನಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು **ಟ್ಯಾಕ್ಸಿಕ್ಯಾಬ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? **1729** ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಂತರದ ಮುಂದಿನ ಎರಡು ಟ್ಯಾಕ್ಸಿಕ್ಯಾಬ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು **4104** ಮತ್ತು **13832** ಆಗಿವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಎರಡು ಧನ ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಎರಡು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಿ.

ಇದನ್ನು ರಾಮಾನುಜನ್ ಹೇಗೆ ತಿಳಿದಿದ್ದರು? ಕಾರಣ, ಆವರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರೀತಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಅವರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಅವರ ಜೀವನದುದ್ದಕ್ಕೂ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದರು. ರಾಮಾನುಜಮ್ ಕೇಂಬ್ರಿಡ್ಜ್‌ನಲ್ಲಿದ್ದಾಗ, ಅವರ ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳು ಇತರರಿಗೆ ಅಸಾಧ್ಯವೆಂದು ತೋರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಇವರ ಆಳವಾದ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನೋಡುವ ಅವರ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ನೋಡಿ ಆಶ್ಚರ್ಯಚಕಿತರಾಗಿದ್ದ್ರು. ಅವರ ಸಹೋದ್ಯೋಗಿ ಜಾನ್ ಲಿಟಲ್‌ವುಡ್ ಒಮ್ಮೆ ಹೀಗೆ ಹೇಳಿದರು "ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು ಅವರ (ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ) ವೈಯಕ್ತಿಕ ಸ್ನೇಹಿತರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬರಾಗಿದ್ದರು."

1.2.2 ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಿಯಮವು ಸಹ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು. ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನೋಡಿ.

$$1 = 1 = 1^3$$

$$3 + 5 = 8 = 2^3$$

$$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$$

$$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$$

$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$$

$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 = 216 = 6^3.$$

ಈ ಸರಣಿಯ ನಂತರ, ನಾವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

$$91 + 93 + 95 + 97 + 99 + 101 + 103 + 105 + 107 + 109.$$

? ನೀವು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡದೆಯೇ ಈ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

1.2.3 ಘನಮೂಲಗಳು

$8 = 2^3$ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು

ನಾವು 2ನ್ನು 8 ರ ಘನಮೂಲ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು $2 = \sqrt[3]{8}$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $y = x^3$ ಆದರೆ x ಎಂಬುದು y ನ ಘನಮೂಲವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು

AP SCERT

$x = \sqrt[3]{y}$. So, $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$.

Similarly, $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ and $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 3$. In general, $\sqrt[3]{n^3} = n$.

How do we find out if a number is a cube? Taking inspiration from the case of squares, let us see if we can use prime factorisations.

? Let us check if 3375 is a perfect cube.

$$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5.$$

Can the factors be split into three identical groups? For 3375, we can form three groups of (3×5). So,

$$3375 = (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5)$$
$$= (3 \times 5)^3 = 15^3.$$

Another way is to check if the factors can be grouped into triplet(s):

$3375 = (3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5) = 3^3 \times 5^3$.

This means $\sqrt[3]{3375} = 15$.

? Is 500 a perfect cube?

$500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$. We see that the factors cannot be split into three identical groups. Therefore, 500 is not a perfect cube.

Prime Factorisation of a Number	Prime Factorisation of its Cube
$4 = 2 \times 2$	$4^3 = 64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 2^3$
$6 = 2 \times 3$	$6^3 = 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^3$
$15 = 3 \times 5$	$15^3 = 3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 5^3$
$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^3 = 1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 2^3 \times 3^3$

Observe that each prime factor of a number appears three times in the prime factorisation of its cube.

? Find the cube roots of these numbers:

(i) $\sqrt[3]{64}$ = (ii) $\sqrt[3]{512}$ = (iii) $\sqrt[3]{729}$ =

1.2.4 Successive Differences

We know that the differences between consecutive perfect squares gives the sequence of odd numbers. Observe the figure below where the differences

APSCERT

$x = \sqrt[3]{y}$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತಾರೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$.

ಇದೇ ರೀತಿ, $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ ಮತ್ತು $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 3$. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $\sqrt[3]{n^3} = n$.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಘನವೇ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ? ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿನ ಮಾಹಿತಿಯಿಂದ ಸ್ಫೂರ್ತಿಗೊಂಡು, ನಾವು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಕ್ರಮವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

? 3375 ಒಂದು ಪೂರ್ಣಘನವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ.

$$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5.$$

ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಮೂರು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದೇ? 3375 ಕ್ಕೆ ನಾವು (3×5) ನ ಮೂರು ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು, ಆದ್ದರಿಂದ

$$3375 = (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5)$$
$$= (3 \times 5)^3 = 15^3.$$

ಇನ್ನೊಂದು ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ತ್ರಿವಳಿ(ಗಳು) ಆಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಬಹುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು?

$3375 = (3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5) = 3^3 \times 5^3$.

ಇದರರ್ಥ $\sqrt[3]{3375} = 15$.

? 500 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಘನವೇ?

$500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$. ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಮೂರು ಒಂದೇ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 500 ಒಂದು ಪೂರ್ಣಘನವಲ್ಲ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು	ಅವುಗಳ ಘನಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು
$4 = 2 \times 2$	$4^3 = 64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 2^3$
$6 = 2 \times 3$	$6^3 = 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^3$
$15 = 3 \times 5$	$15^3 = 3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 5^3$
$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^3 = 1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 2^3 \times 3^3$

ಇದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನವು ಅದರ ಘನದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬಾರಿ ಕಂಡುಬರುವುದು.

? ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $\sqrt[3]{64} =$ (ii) $\sqrt[3]{512} =$ (iii) $\sqrt[3]{729} =$

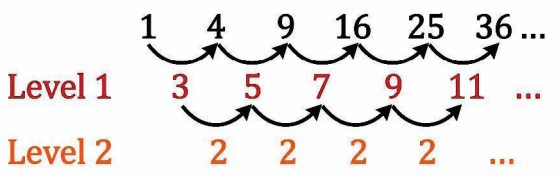
1.2.4 ಕ್ರಮಾನುಗತ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳು

ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವ ಹಾಗೆ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ

AP SCERT

are computed successively for perfect squares. After two levels, all the differences are the same.

Perfect Squares



? Compute successive differences over levels for perfect cubes until all the differences at a level are the same. What do you notice?

Perfect Cubes



1.3 A Pinch of History

The first known list of perfect squares and perfect cubes was compiled by the Babylonians as far back as 1700 BCE. These lists, found on clay tablets, were used to quickly find square roots and cube roots in problems involving land measurement, architectural design, and other areas where geometric calculations were necessary.



In ancient Sanskrit works the term varga was used both for the square figure or its area, as well as the square power, and the term ghana was used both for the solid cube as well as the product of a number with itself three times. The fourth power was called varga-varga . These terms were used in India at least from the third century BCE.

Aryabhata (499 CE) states

"A square figure of four equal sides and the number representing its area are called varga. The product of two equal quantities is also called varga."

Thus, the term varga for square power has its origin in the graphical representation of a square figure.

Why is the word 'root' (the root of a plant) used for the mathematical operation $\sqrt{\ }$ (square root, cube root, etc.)?

It is because, in ancient India, the Sanskrit word mula, meaning root of a plant, basis, cause, origin, etc., was used for the mathematical operations of taking roots.

AP SCERT

ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಎರಡು ಹಂತಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳು ಒಂದೇ ಆಗುತ್ತವೆ.

ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು

	1	4	9	16	25	36	...
ಹಂತ 1		3	5	7	9	11	...
ಹಂತ 2			2	2	2	2	...

? ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬರುವ ಹಾಗೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿರಿ. ಇದರಿಂದ ಏನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ.

ಪೂರ್ಣ ಘನಗಳು

1	8	27	64	125	216	...

1.3 ಇತಿಹಾಸದ ಒಂದು ತುಣುಕು

ಮೊದಲ ಬಾರಿಗೆ ಕ್ರಿ.ಪೂ. **1700** ಕ್ಕಿಂತ ಮುಂಚಿತವಾಗಿ ಬ್ಯಾಬಿಲೋನಿಯನ್ನರು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ್ದರು. ಜೇಡಿಮಣ್ಣಿನ ಫಲಕಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಈ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಭೂಮಿಯ ಅಳತೆ, ವಾಸ್ತುಶಿಲ್ಪ, ವಿನ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಇತರ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ವರ್ಗಮೂಲಗಳು ಮತ್ತು ಘನಮೂಲಗಳನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.



ಪ್ರಾಚೀನ ಸಂಸ್ಕೃತ ಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ವರ್ಗ ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಚೌಕಾಕಾರದ ಆಕೃತಿ ಅಥವಾ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹಾಗೂ ವರ್ಗಘಾತ ಎರಡಕ್ಕೂ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು ಮತ್ತು ಘನ ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಘನಾಕೃತಿಕಯ ಘನ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರು ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎರಡಕ್ಕೂ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ನಾಲ್ಕನೇ ಘಾತವನ್ನು ವರ್ಗ - ವರ್ಗ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಈ ಪದಗಳನ್ನು ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಟ ಮೂರನೇ ಶತಮಾನ **(BCE)**ಯಿಂದ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

ಆರ್ಯಭಟ್ಟ (ಕ್ರಿ.ಶ. 499) ನಿರೂಪಿಸುತ್ತಾನೆ :

"ವರ್ಗ ಆಕೃತಿಯು ನಾಲ್ಕು ಸಮನಾದ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವರ್ಗ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಎರಡು ಸಮಾನ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನೂ ಸಹ ವರ್ಗ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ."

ಹೀಗಾಗಿ ವರ್ಗ (ಘಾತಕ್ಕಾಗಿ ವರ್ಗ) ಎಂಬ ಪದವು ಚೌಕ ಆಕೃತಿಯ ಚಿತ್ರಾತ್ಮಕ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡಿದೆ. ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆ $\sqrt{}$ ವರ್ಗಮೂಲ, ಘನಮೂಲ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆ 'ಮೂಲ' (ಸಸ್ಯದ ಮೂಲ) ಪದವನ್ನು ಏಕೆ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ?

ಏಕೆಂದರೆ ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತದಲ್ಲಿ, ಬೇರು, ಆಧಾರ, ಕಾರಣ ಎಂಬ ಇತ್ಯಾದಿ ಅರ್ಥವಿರುವ ಮೂಲ ಎಂಬ ಸಂಸ್ಕೃತದ ಪದವನ್ನು ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಗಳಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

AP SCERT

In Sanskrit, varga-mula (the basis, cause, origin of the square) was used for square-root and ghana-mula was used for cube-root. This use of mula for the mathematical concept of root was subsequently emulated in Arabic and Latin through their corresponding words for the root of a plant - jidhr and radix respectively. The term mula for root has been used in India at least from the first century BCE. Another term used was pada (foot, basis, cause, origin). Brahmagupta (628 CE) explains, 'The pada (root) of a krti (square) is that of which it is a square.'



Figure it Out - 1.2

1. Find the cube roots of 27000 and 10648.
2. What number will you multiply by 1323 to make it a cube number?
3. State true or false. Explain your reasoning.
   (i) The cube of any odd number is even.
   (ii) There is no perfect cube that ends with 8.
   (iii) The cube of a 2-digit number may be a 3-digit number.
   (iv) The cube of a 2-digit number may have seven or more digits.
   (v) Cube numbers have an odd number of factors.
4. You are told that 1331 is a perfect cube. Can you guess without factorisation what its cube root is? Similarly, guess the cube roots of 4913, 12167, and 32768.
5. Which of the following is the greatest? Explain your reasoning.
   (i) $67^3 - 66^3$ (ii) $43^3 - 42^3$ (iii) $67^2 - 66^2$ (iv) $43^2 - 42^2$

AP SCERT

SUMMARY

- A number obtained by multiplying a number by itself is called a square number. Squares of natural numbers are called perfect squares.
- All perfect squares end with 0, 1, 4, 5, 6 or 9. Squares can only have an even number of zeros at the end.
- Square root is the inverse operation of square. Every perfect square has two integral square roots. The positive square root of a number is denoted by the symbol $\sqrt{\ }$. For example, $\sqrt{9} = 3$.
- A number obtained by multiplying a number by itself three times is called a cube. For example 1, 8, 27, ... ,etc., are cubes.

ಸಂಸ್ಕೃತದಲ್ಲಿ, ವರ್ಗ ಮೂಲ (ವರ್ಗದ ಆಧಾರ, ಕಾರಣ, ಮೂಲ) ಅನ್ನು ಸ್ಕ್ವೇರ್ ರೂಟ್‌ಗೆ ಮತ್ತು ಘನಮೂಲವನ್ನು ಕ್ಯೂಬ್ ರೂಟ್ ಪದಕ್ಕೆ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಮೂಲದ ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಾಗಿ ಮೂಲ ಎಂಬ ಪದದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ತರುವಾಯ ಅರೇಬಿಕ್ ಮತ್ತು ಲ್ಯಾಟಿನ್ ಭಾಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಕರಿಸಲಾಯಿತು. ಕ್ರಮವಾಗಿ ಜಿಡ್ರ್ ಮತ್ತು ರಾಡಿಕ್ಸ್ ಎಂಬ ಸಸ್ಯದ ಮೂಲಕ್ಕೆ ಅವುಗಳ ಅನುಗುಣವಾದ ಪದಗಳ ಮೂಲಕ. ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಮೂಲ ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಎಂದರೆ ಮೊದಲ ಶತಮಾನದಿಂದಲೂ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಬಳಸಲಾದ ಇನ್ನೊಂದು ಪದವೆಂದರೆ ಪಾದ (ಪಾದ, ಆಧಾರ, ಕಾರಣ, ಮೂಲ) ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ (ಕ್ರಿ.ಶ. **628**) ವಿವರಿಸಿದ್ದಾರೆ. 'ಕೃತಿ (ಚೌಕ) ದ ಪಾದ(ಮೂಲ) ಅದು ಚೌಕವಾಗಿದೆ.'



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 1.2

1. 27000 ಮತ್ತು 10648 ಗಳ ಘನಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. 1323ನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿಸಲು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು?
3. ಸತ್ಯವೋ, ಅಸತ್ಯವೋ ತಿಳಿಸಿರಿ, ನಿಮ್ಮ ಕಾರಣವನ್ನು ವಿವರಿಸಿರಿ.
   (i) ಯಾವುದೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನವು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.
   (ii) 8ರಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವ ಪೂರ್ಣಘನ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದೂ ಇಲ್ಲ.
   (iii) ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನ ಮೂರಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಬಹುದು.
   (iv) ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನದಲ್ಲಿ ಏಳು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಿಗಳು ಇರಬಹುದು.
   (v) ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.
4. 1331 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಘನ ಎಂದು ನಿಮಗೆ ಹೇಳಲಾಗಿದೆ. ಅಪವರ್ತನಗಳ ವಿಧಾನ ಇಲ್ಲದಂತೆ ಅದರ ಘನಮೂಲ ಯಾವುದೋ ಊಹಿಸಬಲ್ಲಿರಾ? ಅದೇವಿಧವಾಗಿ, 4913, 12167 ಮತ್ತು 32768 ಗಳ ಘನಮೂಲಗಳನ್ನು ಊಹಿಸಿರಿ.
5. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು? ನಿಮ್ಮ ಕಾರಣವನ್ನು ವಿವರಿಸಿರಿ.

   (i) $67^3 - 66^3$ **(ii)** $43^3 - 42^3$ **(iii)** $67^2 - 66^2$ **(iv)** $43^2 - 42^2$

ಸಾರಾಂಶ

- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
- ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ / ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0, 1, 4, 5, 6 ಅಥವಾ 9 ಇರುತ್ತದೆ. ವರ್ಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ (ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ) ಸರಿ ಸಂಕ್ಯೆಗಳ ಸೊನ್ನೆಗಳು ಮಾತ್ರ ಇರುತ್ತವೆ.
- ವರ್ಗಮೂಲವು ವರ್ಗದ ವಿಲೋಮ ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಧನ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು $\sqrt{\ }$ ಎಂಬ ಸಂಕೇತದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\sqrt{9} = 3$.
- ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರು ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಗುಣಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆ 1, 8, 27, ... ಮೊದಲಾದವು ಘನಗಳು

APSCERT

- A number is a perfect square if its prime factors can be split into two identical groups.
- A number is a perfect cube if its prime factors can be split into three identical groups
- The symbol $\sqrt[3]{\ }$ denotes cube root. For example, $\sqrt[3]{27} = 3$.



Look at the following numbers: 3 6 10 15 1
They are arranged such that each pair of adjacent numbers adds up to a square.

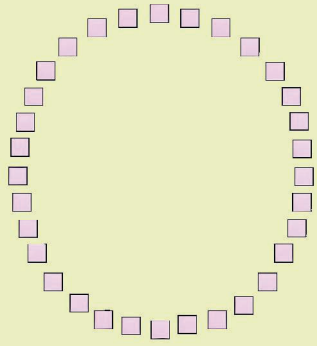
3 + 6 = 9, 6 + 10 = 16, 10 + 15 = 25, 15 + 1 = 16.

Try arranging the numbers 1 to 17 (without repetition) in a row in a similar way - the sum of every adjacent pair of numbers should be a square.

Can you arrange them in more than one way? If not, can you explain why?



Can you do the same with numbers from 1 to 32 (again, without repetition), but this time arranging all the numbers in a circle?





APSCERT

- ಒಂದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು.
- ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು.
- ಘನಮೂಲವನ್ನು $\sqrt[3]{\ }$ ಸಂಕೇತದಿಂದ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ ಉದಾಹರಣೆ, $\sqrt[3]{27} = 3$.



ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ : 3 6 10 15 1

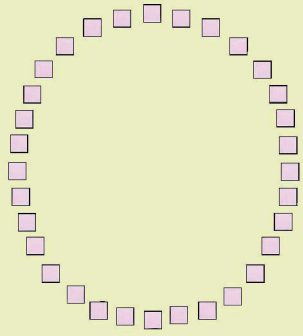
ಅವುಗಳನ್ನು ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ ಒಂದು ವರ್ಗ ಬರುವ ಹಾಗೆ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

3 + 6 = 9, 6 + 10 = 16, 10 + 15 = 25, 15 + 1 = 16.

ಇದೇ ರೀತಿ 1 ರಿಂದ 17 ವರಗಿನ (ಪುನರಾವರ್ತಿಸದೇ) ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಅಕ್ಕ ಪಕ್ಕದ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ವರ್ಗವಾಗಿರುವಂತೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ. ನೀವು ಇದನ್ನು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದೇ? ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಏಕೆ ಎಂದು ಅದನ್ನು ವಿವರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?



ನೀವು ಇದನ್ನು 1 ರಿಂದ 32 ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ (ಮತ್ತೆ ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಆಗದಂತೆ) ಅನ್ವಯಿಸುವಂತೆ ಈ ಬಾರಿ ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಬಹುದೇ?





APSCERT

2 POWER PLAY

Learning outcomes

K4N3R2

Learners will able to

- Analyze situations, farmulate questions, and arrive at solutions by sequentially guessing and initial answer modelling the problem statement and applying assumptions and approximation (CG-6)
- Understand laws of exponents (CG-1)
- Compare exponential growth with additive growth. (CG-1)
- Convert very large numbers in standard form (CG-1)
- Compare very large numbers (CG-1)

AP SCERT

2.0 Experiencing the Power Play ..

An Impossible Venture!

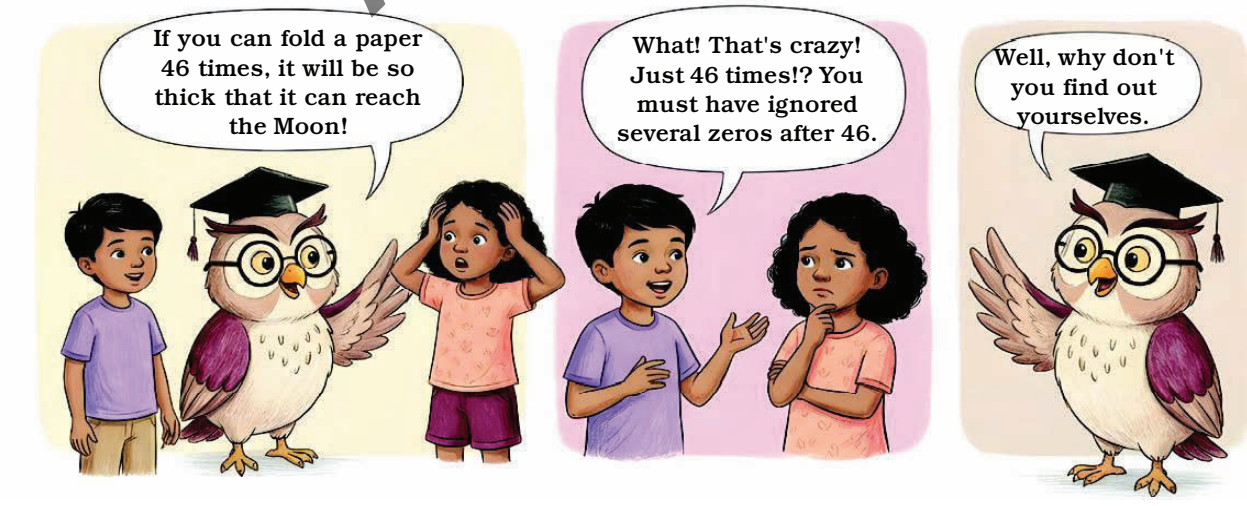
Take a sheet of paper, as large a sheet as you can find. Fold it once. Fold it again, and again.

? How many times can you fold it over and over?

Raju says "I heard that a sheet of paper can't be folded more than 7 times".

Rekha replies "What if we use a thinner paper, like a newspaper or a tissue paper?"

Try it with different types of paper and see what happens.



2 ಘಾತಾಂಕಗಳ ಆಟ

ಕಲಿಕಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು : ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು

U2I3L7

- ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಬಲ್ಲರು, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಬಲ್ಲರು ಮತ್ತು ಪ್ರಾರಂಭ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಊಹಿಸುವುದು, ಸಮಸ್ಯ ಪ್ರಕಟನೆಯನ್ನು ಊಹೆ ಮಾಡುವುದು ಮತ್ತು ಅಂದಾಜಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅಂದಾಜಿಸಿ ಮೂಲಕ ಪರಿಷ್ಕಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಲ್ಲರು. **(CG-6)**
- ಘಾತಾಂಕ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಲ್ಲರು. **(CG-1)**
- ಸಂಕಲಿತ ಹೆಚ್ಚಳದೊಂದಿಗೆ ಘಾತಾಂಕಗಳ ಹೆಚ್ಚಳವನ್ನು ಹೋಲಿಸಬಲ್ಲರು. **(CG-1)**
- ಬಹಳ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸಬಲ್ಲರು. **(CG-1)**
- ಬಹಳ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಬಲ್ಲರು. **(CG-1)**

AP SCERT

2.0 ಘಾತಾಂಕಗಳ ಆಟವನ್ನು ಅನುಭವಿಸುವುದು

ಒಂದು ಅಸಾಧ್ಯವಾದ ಸಾಹಸ!

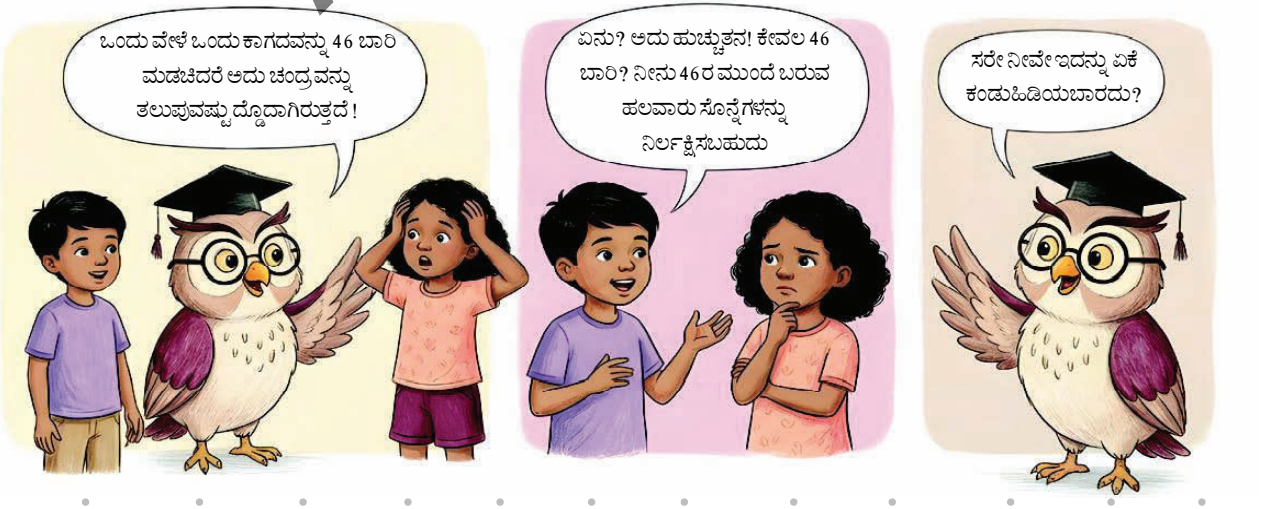
ಎಷ್ಟು ಸಾಧ್ಯವೋ, ಅಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದಾದ ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಅದನ್ನು ಒಮ್ಮೆ ಮಡಚಿ.ಅದನ್ನು ಮತ್ತೆ ಮತ್ತೆ ಮಡಚಿ

? ಒಂದರ ಮೇಲೆ ಒಂದರಂತೆ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಮಡಚಬಹುದು?

ರಾಜು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ, "ಒಂದು ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯನ್ನು 7 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಮಡಚಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ಕೇಳಿದ್ದೇನೆ".

ರೇಖೆ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ. "ನಾವು ವೃತ್ತ ಪತ್ರಿಕೆ ಅಥವಾ ಟಿಷ್ಯು ಪೇಪರ್ ರೀತಿಯ ಕಾಗದವನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ ಹೇಗೆ?"

ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಕಾಗದಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಮತ್ತು ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡಿ.



? Say you can fold a sheet of paper as many times as you wish. What would its thickness be after 30 folds? Make a guess.

Let us find out how thick a sheet of paper will be after 46 folds. Assume that the thickness of the sheet is 0.001 cm.

? The following table lists the thickness after each fold. Observe that the thickness doubles after each fold.

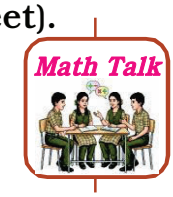
Fold	Thickness	Fold	Thickness	Fold	Thickness
1	0.002 cm	7	0.128 cm	13	8.192 cm
2	0.004 cm	8	0.256 cm	14	16.384 cm
3	0.008 cm	9	0.512 cm	15	32.768 cm
4	0.016 cm	10	1.024 cm	16	65.536 cm
5	0.032 cm	11	2.048 cm	17	≈ 131 cm
6	0.064 cm	12	4.096 cm		

(We use the sign '≈' to indicate 'approximately equal to'.)

After 10 folds, the thickness is just above 1 cm (1.024 cm).

After 17 folds, the thickness is about 131 cm (a little more than 4 feet).

? Now, what do you think the thickness would be after 30 folds? 45 folds? Make a guess.

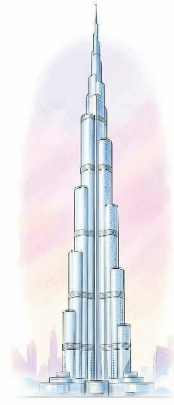


? Fill the table below.

Fold	Thickness	Fold	Thickness	Fold	Thickness
18	≈ 262 cm	21		24	
19	≈ 524 cm	22		25	
20	≈ 10.4 m	23		26	

After 26 folds, the thickness is approximately 670 m. Burj Khalifa in Dubai, the tallest building in the world, is 830 m tall.

Fold	Thickness	Fold	Thickness
27	≈ 1.3 km	29	
28		30	



After 30 folds, the thickness of the paper is about 10.
the typical height at which planes fly. The deepest

AP SCERT

? ನಿಮಗಿಷ್ಟ ಬಂದಷ್ಟು ಸಾರಿ ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಮಡಚಬಹುದು ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. 30 ಬಾರಿ ಮಡಚಿದರೆ ಅದರ ದಪ್ಪ ಎಷ್ಟಾಗಬಹುದು? ಊಹಿಸಿ.

ಒಂದುವೇಳೆ ಕಾಗದದ ದಪ್ಪ 0.001 ಸೆಂ.ಮೀ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದರೆ, ಅದರ ದಪ್ಪ 46 ಬಾರಿ ಮಡಚಿದ ಮೇಲೆ ಎಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

? ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ಕಾಗದದ ಪ್ರತಿ ಮಡಿಕೆಯ ನಂತರದ ದಪ್ಪವನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಮಡಿಕೆಯಲ್ಲು ಅದರ ಗಾತ್ರ ದುಪ್ಪಟ್ಟಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ
1	0.002 ಸೆಂ.ಮೀ.	7	0.128 ಸೆಂ.ಮೀ.	13	8.192 ಸೆಂ.ಮೀ.
2	0.004 ಸೆಂ.ಮೀ.	8	0.256 ಸೆಂ.ಮೀ.	14	16.384 ಸೆಂ.ಮೀ.
3	0.008 ಸೆಂ.ಮೀ.	9	0.512 ಸೆಂ.ಮೀ.	15	32.768 ಸೆಂ.ಮೀ.
4	0.016 ಸೆಂ.ಮೀ.	10	1.024 ಸೆಂ.ಮೀ.	16	65.536 ಸೆಂ.ಮೀ.
5	0.032 ಸೆಂ.ಮೀ.	11	2.048 ಸೆಂ.ಮೀ.	17	≈ 131 ಸೆಂ.ಮೀ.
6	0.064 ಸೆಂ.ಮೀ.	12	4.096 ಸೆಂ.ಮೀ.		

('≈' ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಸರಿಸುಮಾರು (ಅಂದಾಜು) ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ)

10 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು 1 ಸೆಂ.ಮೀ ಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ (1.024 ಸೆಂ.ಮೀ).

17 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು ಸುಮಾರು 131 ಸೆಂ.ಮೀ ಇರುತ್ತದೆ (4 ಅಡಿಗಳಿಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು).

? ಈಗ, 30 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ, 45 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ಕಾಗದದ ದಪ್ಪ ಎಷ್ಟಾಗಿರುತ್ತದೆ? ಊಹಿಸಿ.

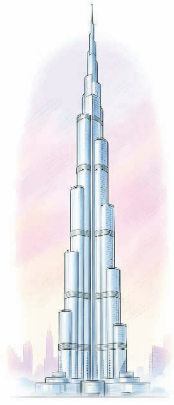


? ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ
18	≈ 262ಸೆಂ.ಮೀ.	21		24	
19	≈ 524ಸೆಂ.ಮೀ.	22		25	
20	≈ 10.4 ಮೀ.	23		26	

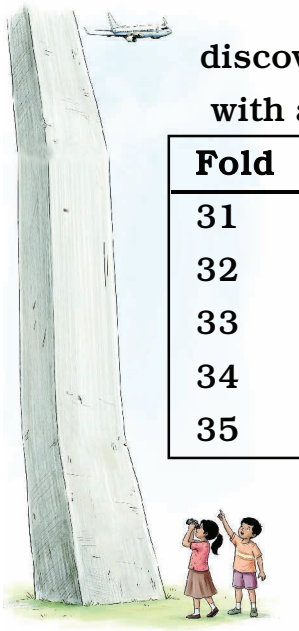
26 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು ಸುಮಾರು 670 ಮೀಟರ್ ಇರುತ್ತದೆ. ದುಬೈನಲ್ಲಿರುವ ಅತಿ ಎತ್ತರದ ಕಟ್ಟಡ ಬುರ್ಜ್ ಖಲೀಫದ ಎತ್ತರವು 830 ಮೀಟರ್‌ಗಳು.

ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ
27	≈ 1.3 ಕಿ.ಮೀ.	29	
28		30	



30 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ಕಾಗದದ ದಪ್ಪವು ಸುಮಾರು 10.7 ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಇರುತ್ತದೆ. ಇದು ವಿಮಾನಗಳು ಹಾರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ಸಮ.

AP SCERT



discovered in the oceans is the Mariana Trench, with a depth of 11 km.

Fold	Thickness	Fold	Thickness	Fold	Thickness
31		36		41	
32		37		42	
33		38		43	
34		39		44	
35		40		45	

It might be hard to digest the fact that after just 46 folds, the thickness is more than 7,00,000 km. This is the power of multiplicative growth, also called exponential growth. Let us analyse the growth.

We have seen that the thickness doubles after every fold.

Fold 4	0.016 cm
Fold 5	0.032 cm

Fold 9	0.512 cm
Fold 10	1.024 cm

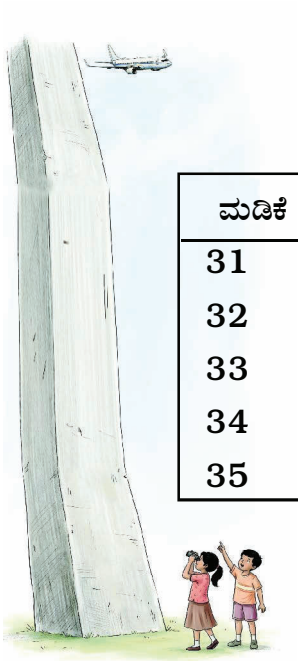
Notice the change in thickness after two folds. By how much does it increase?

Fold 4	0.016 cm
Fold 6	1.064 cm

After any 3 folds, the thickness increases 8 times (= 2 × 2 × 2). Check if that is true. Similarly, from any point, the thickness after 10 folds increases by 1024 times (= 2 multiplied by itself 10 times), as shown in the table below.

Fold	Thickness	Times increased by
0 to 10	1.024 cm - 0.001 cm = 1. 023 cm	1.024 ÷ 0.001 cm = 1024
10 to 20	10.485 m - 1.024 cm ≈ 10. 474 m	10.485 m ÷ 1.024 cm = 1024
20 to 30	10.737 km - 10.485 m ≈ 10. 726 km	10.737 km ÷ 10.485 m = 1024
30 to 40	10995 km - 10.737 m ≈ 10984.2 km	10995 km ÷ 10.737 km = 1024

AP SCERT



ಅನ್ವೇಷಣೆಯ ಪ್ರಕಾರ ಸಾಗರಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಆಳವಾದ ಸ್ಥಳ ಮರಿಯಾನೆ ಟ್ರೆಂಚ್. ಇದರ ಆಳ **11** ಕಿ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ

ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ
31		36		41	
32		37		42	
33		38		43	
34		39		44	
35		40		45	

ಕೇವಲ 46 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು 7,00,000 ಕಿ.ಮೀ.ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಎನ್ನುವ ಅಂಶವನ್ನು ಜೀರ್ಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಕಷ್ಟವಾಗಬಹುದು. ಇದು ಗುಣಾಕಾರದ ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ. ಇದನ್ನು **ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ** ಎಂದು ಕರೆಯಬಹುದು. ನಾವು ಬೆಳವಣಿಗೆ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಪ್ರತಿ ಮಡಿಕೆಯ ನಂತರ ದಪ್ಪವು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಮಡಿಕೆ 4	0.01 ಸೆಂ.ಮೀ.
ಮಡಿಕೆ 5	0.032 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಮಡಿಕೆ 9	0.512 ಸೆಂ.ಮೀ.
ಮಡಿಕೆ 10	0.024 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಎರಡು ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪದಲ್ಲಿನ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಅದು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ?

ಮಡಿಕೆ 4	0.016 ಸೆಂ.ಮೀ.
ಮಡಿಕೆ 6	1.064ಸೆಂ.ಮೀ.

3 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು 8 ರಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ (= 2 × 2 × 2). ಇದು ನಿಜವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ. ಹಾಗೆಯೇ ಯಾವುದೇ ಹಂತದಿಂದ 10 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು 1024ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ (= 2ನ್ನು 10 ಸಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ) ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ

ಮಡಿಕೆ	ದಪ್ಪ	ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ?
0 to 10	1.024 ಸೆಂ.ಮೀ. - 0.001 ಸೆಂ.ಮೀ. = 1. 023 ಸೆಂ.ಮೀ.	1.024 ÷ 0.001 ಸೆಂ.ಮೀ. = 1024
10 to 20	10.485 ಮೀ. - 1.024 ಸೆಂ.ಮೀ. ≈ 10. 474 ಮೀ.	10.485 ಮೀ ÷ 1.024 ಸೆಂ.ಮೀ. = 1024
20 to 30	10.737 ಕಿ.ಮೀ. - 10.485 ಮೀ. ≈ 10. 726 ಕಿ.ಮೀ.	10.737 ಕಿ.ಮೀ ÷ 10.485 ಮೀ. = 1024
30 to 40	10995 ಕಿ.ಮೀ. - 10.737 ಕಿ.ಮೀ. ≈ 10984.2 ಕಿ.ಮೀ.	10995 ಕಿ.ಮೀ ÷ 10.737 ಕಿ.ಮೀ. = 1024

AP SCERT

2.1 Exponential Notation and Operations

The initial thickness of the paper was 0.001 cm.

Upon folding once, its thickness became 0.001 cm × 2 = 0.002 cm.

Folding it twice, its thickness became -

0.001 cm × 2 × 2 = 0.004 cm, or 0.001 cm × 2^2 = 0.004 cm (in shorthand). Upon folding it thrice, its thickness became -

0.001 cm × 2 × 2 × 2, or 0.001 cm × 2^3 = 0.008 cm.

When folded four times, its thickness became -

0.001 cm × 2 × 2 × 2 × 2, or 0.001 cm × 2^4 = 0.016 cm.

Similarly, the expression for the thickness of the paper when folded 7 times will be 0.001 cm × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2, or 0.001 cm × 2^7 = 0.128 cm.

We have seen that square numbers can be expressed as n^2 and cube numbers as n^3.

$n \times n = n^2$ (read as 'n squared' or 'n raised to the power 2')

$n \times n \times n = n^3$ (read as 'n cubed' or 'n raised to the power 3')

$n \times n \times n \times n = n^4$ (read as 'n raised to the power 4' or 'the 4th power of n')

$n \times n \times n \times n \times n \times n \times n = n^7$ (read as 'n raised to the power 7' or 'the 7th power of n') and so on.

In general, we write n^a to denote n multiplied by itself a times.

$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$.

5^4 is the exponential form of 625. Here, 4 is the exponent/power, and 5 is the base. Exponents of the form 5^n are called powers of 5: 5^1, 5^2, 5^3, 5^4, etc.

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10} = 1024$.

Remember the 1024 from earlier? There, it meant that after every 10 folds, the thickness increased 10^{24} times.

5^4 is read as '5 raised to the power 4' or '5 to the power 4' or '5 power 4' or '4th power of 5'

? Which expression describes the thickness of a sheet of paper after it is folded 10 times? The initial thickness is represented by the letter-number v.

(i) 10v (ii) 10 + v (iii) 2 × 10 × v

(iv) 2^{10} (v) 2^{10}v (vi) 10^2v

Some more examples of exponential notation:

AP SCERT

2.1 ಘಾತೀಯ ಸಂಕೇತಗಳು ಮತ್ತುಕ್ರಿಯೆಗಳು

ಕಾಗದದ ಆರಂಭಿಕ ದಪ್ಪವು 0.001 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಒಮ್ಮೆ ಮಡಚಿದಾಗ ಅದರ ದಪ್ಪವು 0.001 ಸೆಂ.ಮೀ × 2 = 0.002 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಯಿತು.

ಎರಡು ಬಾರಿ ಮಡಚಿದಾಗ ದಪ್ಪವು ---

0.001 ಸೆಂ.ಮೀ × 2 × 2 = 0.004 ಸೆಂ.ಮೀ, ಅಥವಾ 0.001 ಸೆಂ.ಮೀ × 2^2 = 0.004 ಆಯಿತು.

ಮೂರು ಬಾರಿ ಮಡಚಿದಾಗ ಅದರ ದಪ್ಪವು ---

0.001 ಸೆಂ.ಮೀ × 2 × 2 × 2, ಅಥವಾ 0.001 ಸೆಂ.ಮೀ × 2^3 = 0.008 ಸೆಂ.ಮೀ.

ನಾಲ್ಕು ಬಾರಿ ಮಡಚಿದಾಗ, ಅದರ ದಪ್ಪವು ---

0.001 ಸೆಂ.ಮೀ. × 2 × 2 × 2 × 2, ಅಥವಾ 0.001 ಸೆಂ.ಮೀ. × 2^4 = 0.016 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ, ಕಾಗದವನ್ನು 7 ಸಾರಿ ಮಡಚಿದಾಗ ಅದರ ದಪ್ಪವು

0.001 ಸೆಂ.ಮೀ.× 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2, ಅಥವಾ 0.001 ಸೆಂ.ಮೀ.× 2^7 = 0.128 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗುತ್ತದೆ.

ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು $\mathbf{n^2}$ ಎಂದೂ ಮತ್ತು ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು $\mathbf{n^3}$ ಯಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

$\mathbf{n \times n = n^2}$ **('n ನ ವರ್ಗ' ಅಥವಾ 'n ನ್ನು 2 ರ ಘಾತಕ್ಕೆ ಏರಿಸಲಾಗಿದೆ' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ)**

$\mathbf{n \times n \times n = n^3}$ **('n ನ ಕ್ಯೂಬ್' ಅಥವಾ 'n ನ ಘಾತವನ್ನು 3 ಕ್ಕೆ ಏರಿಸಲಾಗಿದೆ' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ)**

$\mathbf{n \times n \times n \times n = n^4}$ **('n ನ್ನು 4 ರ ಘಾತಕ್ಕೆ ಏರಿಸಲಾಗಿದೆ ' ಅಥವಾ 'n ನ ಘಾತ 4'ಎಂದು ಓದಲಾಗುತ್ತದೆ)**

$\mathbf{n \times n \times n \times n \times n \times n \times n = n^7}$ **('n ನ್ನು 7 ರ ಘಾತಕ್ಕೆ ಏರಿಸಲಾಗಿದೆ ' ಅಥವಾ 'n ನ ಘಾತ 7'ಎಂದು ಓದಲಾಗುತ್ತದೆ)**

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, **n** ನ್ನು **a** ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $\mathbf{n^a}$ ಎಂದು ನಮೂದಿಸುತ್ತೇವೆ.

$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$.

5^4 ಎನ್ನುವುದು 625 ರ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪ. ಇಲ್ಲಿ 4 ಎಂಬುದು **ಘಾತಾಂಕ/ಘಾತ** ಮತ್ತು 5 ಎನ್ನುವುದು **ಆಧಾರ**. 5^n ರೂಪದ ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು 5 ರ ಘಾತಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ: $\mathbf{5: 5^1, 5^2, 5^3, 5^4}$, ಇತ್ಯಾದಿ.

$\mathbf{5^4}$ ರಲ್ಲಿ '5 ನ್ನು 4 ರ ಘಾತಕ್ಕೆ ಏರಿಸಲಾಗಿದೆ ಅಥವಾ "5 ರ ಘಾತ 4 ಅಥವಾ '5 ರ ನಾಲ್ಕನೇ ಘಾತ 4' ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

$\mathbf{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10} = 1024.}$

ಈ ಹಿಂದೆ ನಮಗೆ ದೊರೆತ 1024 ನೆನಪಿದೆಯೇ? ಅಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ 10 ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ದಪ್ಪವು 1024 ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು ಎಂದರ್ಥ.

? ಯಾವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಒಂದು ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯನ್ನು 10 ಬಾರಿ ಮಡಚಿದ ನಂತರ ಅದರ ದಪ್ಪವನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ? ಆರಂಭಿಕ ದಪ್ಪವನ್ನು **v** ನಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

(i) $10\mathbf{v}$ **(ii)** $10 + \mathbf{v}$ **(iii)** $2 \times 10 \times \mathbf{v}$

(iv) 2^{10} **(v)** $2^{10}\mathbf{v}$ **(vi)** $10^2\ \mathbf{v}$

ಘಾತೀಯ ಸಂಕೇತದ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳು :

AP SCERT

$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$.

$(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3 = -64$.

Similarly,

$a \times a \times a \times b \times b$ can be expressed as a^3b^2 (read as a cubed b squared). $a \times a \times b \times b \times b \times b$ can be expressed as a^2b^4 (read as a squared b raised to the power 4).

Remember that $4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$, where as $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$.

? Express the number 32400 as a product of its prime factors and represent the prime factors in their exponential form.

$32400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$.

In exponential form, this would be

$32400 = 2^4 \times 5^2 \times 3^4$.

2	32400
2	16200
2	8100
2	4050
5	2025
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

? What is $(-1)^5$? Is it positive or negative? What about $(-1)^{56}$?

? Is $(-2)^4 = 16$? Verify.

What is 0^2, 0^5 ? What is 0^n ? What is $(-1)^n$ when n is even integer? and when n is odd integer?



Figure it Out - 2.1

1. Express the following in exponential form:

   (i) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (ii) $y \times y$

   (iii) $b \times b \times b \times b$ (iv) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$

   (v) $2 \times 2 \times a \times a$ (vi) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

2. Express each of the following as a product of powers of their prime factors in exponential form.

   (i) 648 (ii) 405 (iii) 540 (iv) 3600

3. Write the numerical value of each of the following:

   (i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^3$ (iii) 3×4^4

   (iv) $(-3)^2 \times (-5)^2$ (v) $3^2 \times 10^4$ (vi) $(-2)^5 \times (-10)^6$

APSCERT

$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64.$

$(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3 = -64.$

ಅದೇರೀತಿ

$a \times a \times a \times b \times b$ ಯನ್ನು a^3b^2 (a ಕ್ಯೂಬ್ಡ್ b ಸ್ಕ್ವೇರ್ ಅಥವಾ a ರ ಘಾತ 3, bರ ಘಾತ 2 ಎಂದು ಓದಬಹುದು.) $a \times b \times b \times b \times b$ ಯನ್ನು a^2b^4 (a ಸ್ಕ್ವೇರ್ b ರ ಘಾತ 4 ಎಂದು ಓದಬಹುದು)

ನೆನಪಿಡಿ, $4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$, ಆದರೆ $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$.

? 32400 ನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

$32400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3.$

ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದಾಗ ಹೀಗಿರುತ್ತದೆ.

$32400 = 2^4 \times 5^2 \times 3^4.$

2	32400
2	16200
2	8100
2	4050
5	2025
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

? $(-1)^5$ ಎಂದರೇನು? ಅದು ಧನಾತ್ಮಕವೇ ಅಥವಾ ಋಣಾತ್ಮಕವೇ? $(-1)^{56}$ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

? $(-2)^4 = 16$ ಇದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

0^2, 0^5 ಎಂದರೇನು? 0^n ಎಂದರೇನು?
n ಎಂಬುದು ಸರಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆದಾಗ, n ಎಂಬುದು ಬೆಸ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆದಾಗ $(-1)^n$ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 2.1

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

   (i) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (ii) $y \times y$

   (iii) $b \times b \times b \times b$ (iv) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$

   (v) $2 \times 2 \times a \times a$ (vi) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

2. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಅವುಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಘಾತೀಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

   (i) 648 (ii) 405 (iii) 540 (iv) 3600

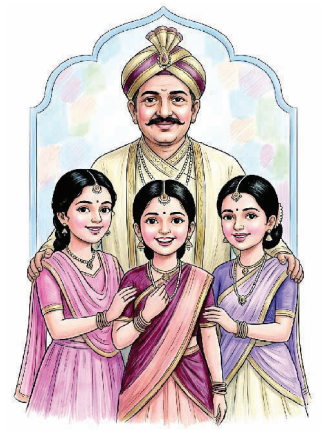
3. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಬೆಲೆ (ಮೌಲ್ಯ)ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^3$ (iii) 3×4^4

   (iv) $(-3)^2 \times (-5)^2$ (v) $3^2 \times 10^4$ (vi) $(-2)^5 \times (-10)^6$

APSCERT

The Stones that Shine ...

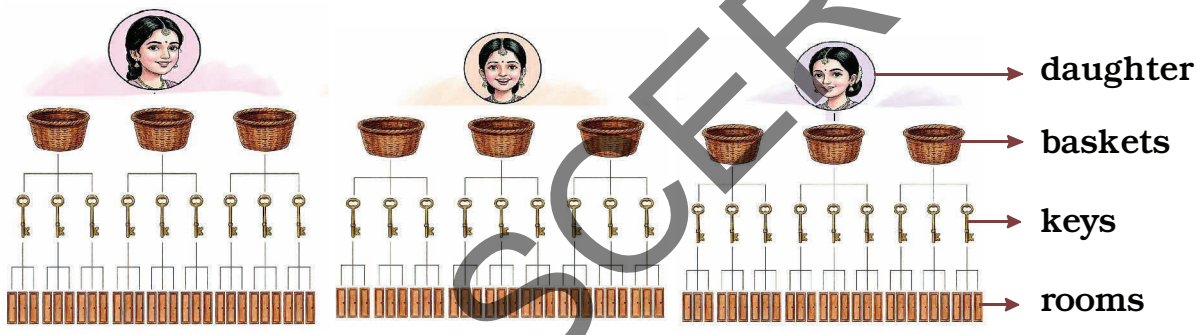


Three daughters with curious eyes,
Each got three baskets - a kingly prize.
Each basket had three silver keys,
Each opens three big rooms with ease.
Each room had tables - one, two, three,
With three bright necklaces on each, you see.
Each necklace had three diamonds so fine...
Can you count these stones that shine?

Hint: Find out the number of baskets and rooms.

How many rooms were there altogether?

The information given can be visualised as shown below.

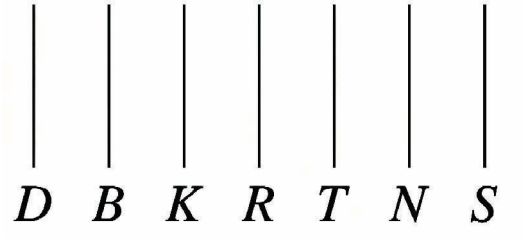


From the diagram, the number of rooms is 3^4. This can be computed by repeatedly multiplying 3 by itself,

$3 \times 3 = 9.$
$9 \times 3 = 27.$
$27 \times 3 = 81.$
$81 \times 3 = 243.$

How many diamonds were there in total? Can we find out by just one multiplication using the products above?

The number of diamonds is $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$.

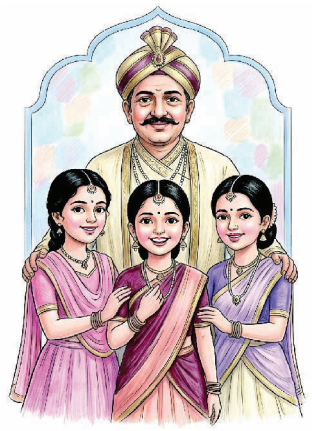


We can write

$3^7 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$

APSCERT

ಹೊಳೆಯುವ ಕಲ್ಲುಗಳು ...

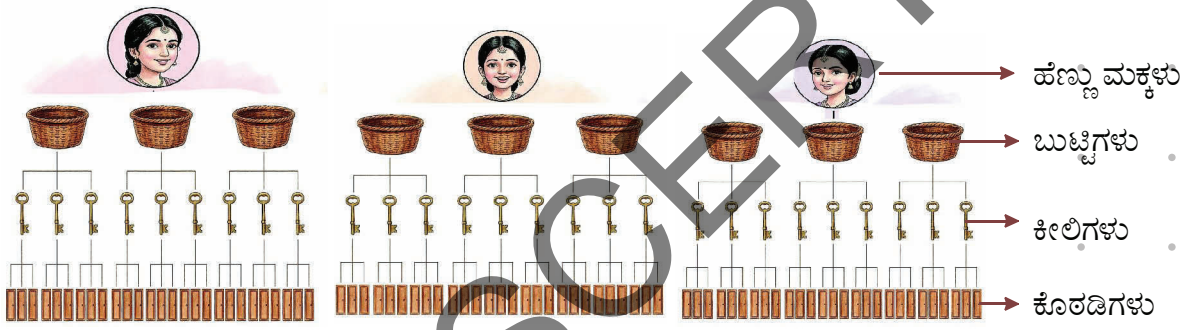


? ಕುತೂಹಲ ಬಿಂಬಿಸುವ ಕಣ್ಣುಗಳ ಮೂವರು ಹೆಣ್ಣುಮಕ್ಕಳು, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ರಾಜನಿಂದ ಬಹುಮಾನವಾಗಿ ಮೂರು ಬುಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಪಡೆದರು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬೆಳ್ಳಿಯ ಕೀಲಿಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೀಲಿಯಿಂದ ಮೂರು ದೊಡ್ಡ ಕೊಠಡಿಗಳು ಸುಲಭವಾಗಿ ತೆರೆಯಲ್ಪಡುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೊಠಡಿಯಲ್ಲಿ ಮೇಜುಗಳಿವೆ – ಒಂದು, ಎರಡು, ಮೂರು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೇಜಿನ ಮೇಲೆ ಮೂರು ಹೊಳೆಯುವ ನೆಕ್ಲೇಸ್‌ಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ನೆಕ್ಲೇಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಹೊಳೆಯುವ ಮೂರು ವಜ್ರದ ಕಲ್ಲುಗಳಿವೆ. ಈ ಹೊಳೆಯುವ ಕಲ್ಲುಗಳನ್ನು ನೀವು ಎಣಿಸಬಹುದೇ?

ಸುಳಿಹು: ಬುಟ್ಟಿಗಳು ಮತ್ತು ಕೊಠಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? ಒಟ್ಟಾರೆಯಾಗಿ ಅಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೊಠಡಿಗಳಿದ್ದವು?

ನೀಡಿರುವ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು.



ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಅವಲೋಕಿಸಿದಾಗ ಕೊಠಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 3^4. ಎಂದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. 3ನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿ ಗುಣಿಸುವುದರಿಂದ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

$3 \times 3 = 9.$

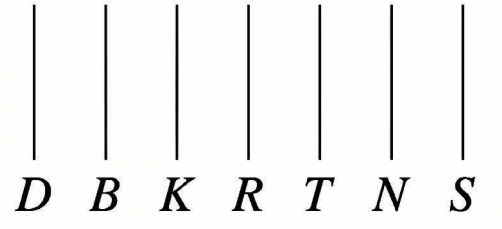
$9 \times 3 = 27.$

$27 \times 3 = 81.$

$81 \times 3 = 243.$

? ಒಟ್ಟಾರೆಯಾಗಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ವಜ್ರದ ಕಲ್ಲುಗಳಿದ್ದವು? ಮೇಲಿನ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಬಳಸಿ ಕೇವಲ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಒಂದು ಗುಣಾಕಾರದಿಂದ ನಾವು ವಜ್ರದ ಕಲ್ಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ವಜ್ರದ ಕಲ್ಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7.$



ನಾವು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು

$3^7 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$

AP SCERT

We had computed till 3^4. To find 3^7, we can just multiply 3^4 (= 81) with 3^3(= 27).

$= 3^4 \times 3^3$

$= 81 \times 27 = 2187$

$\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{3^4} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3}$

? 3^7 can also be written as $3^2 \times 3^5$. Can you reason out why?

This can be easily extended to products where exponents are the same letter-numbers.

? Write the product $p^4 \times p^6$ in exponential form.

$p^4 \times p^6 = (p \times p \times p \times p) \times (p \times p \times p \times p \times p \times p) = p^{10}$.

We can generalise this to -

$n^a \times n^b = n^{a+b}$, where a and b are counting numbers.

? Use this observation to compute the following.

(i) 2^9 (ii) 5^7 (iii) 4^6



4^6 can be evaluated in these two ways,

$(4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^3 \times 4^3$ $= 64 \times 64$ $= 4096.$	$(4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4) = 4^2 \times 4^2 \times 4^2$ $= 16 \times 16 \times 16$ $= 4096.$
$4^3 \times 4^3$ is the square of 4^3, i.e., $4^3 \times 4^3$ can also be written as $(4^3)^2$.	$4^2 \times 4^2 \times 4^2$ is the cube of 4^2, i.e., $4^2 \times 4^2 \times 4^2$ can also be written as $(4^2)^3$.

Similarly, $7^4 = (7 \times 7) \times (7 \times 7) = 7^2 \times 7^2 = (7^2)^2$, and

$2^{10} = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$

$= (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \times (2^2)$

$= (2^2)^5$.

? Is 2^{10} also equal to $(2^5)^2$? Write it as a product.

$2^{10} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$

$= (2^5) \times (2^5)$

$= (2^5)^2$.

In general,

$(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b} = n^{ab}$, where a and b are counting numbers.

? Write the following expressions as a power of a power in at least two different ways:

(i) 8^6 (ii) 7^{15} (iii) 9^{14} (iv) 5^8

AP SCERT

3^7 ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು 3^4 (= 81) ನ್ನು 3^3 (= 27)ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 3^7 ಬೆಲೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

$3^3(= 27)$.

$= 3^4 \times 3^3$ $\quad\quad$ $\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{3^4} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3}$

$= 81 \times 27 = 2187$

? 3^7 ನ್ನು $3^2 \times 3^5$ ಎಂದೂ ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು. ಏಕೆ ಎಂದು ನೀವು ಕಾರಣ ನೀಡಬಲ್ಲಿರಾ?

ಒಂದೇ ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೊಂದಿರುವ ಘಾತಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು.

? $p^4 \times p^6$ ರ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಘಾತಾಂಕ (ಘಾತೀಯ) ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

$$p^4 \times p^6 = (p \times p \times p \times p) \times (p \times p \times p \times p \times p \times p) = p^{10}.$$

ಇದನ್ನು ನಾವು ಹೀಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು.

$n^a \times n^b = n^{a+b}$, ಇಲ್ಲಿ **a** ಮತ್ತು **b** ಎಂಬುವವು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

? ಈ ಅವಲೋಕನದಿಂದ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ

(i) 2^9 $\quad$ (ii) 5^7 $\quad$ (iii) 4^6



4^6 ನ್ನು ಈ ಎರಡು ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಬಹುದು.

$(4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^3 \times 4^3$ $= 64 \times 64$ $= 4096.$	$(4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4) = 4^2 \times 4^2 \times 4^2$ $= 16 \times 16 \times 16$ $= 4096.$
4^3 ರ ವರ್ಗ $4^3 \times 4^3$ ಇದನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. $4^3 \times 4^3 = (4^3)^2$.	4^2 ರ ಘನ $4^2 \times 4^2 \times 4^2$ ಇದನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. $4^2 \times 4^2 \times 4^2 = (4^2)^3$.

ಇದೇ ರೀತಿ, $7^4 = (7 \times 7) \times (7 \times 7) = 7^2 \times 7^2 = (7^2)^2$, ಮತ್ತು

$2^{10} = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$

$= (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \times (2^2)$

$= (2^2)^5$.

? 2^{10} ಎಂಬುದು $(2^5)^2$ ಕ್ಕೆ ಸಮವೇ? ಅದನ್ನು ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

$2^{10} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$

$= (2^5) \times (2^5)$

$= (2^5)^2$.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ,

$(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b} = n^{ab}$, **a, b** ಗಳು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

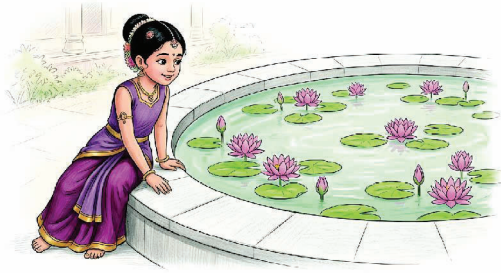
? ಕೆಳಗಿನ ಘಾತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕನಿಷ್ಟ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಘಾತದ ಘಾತವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 8^6 $\quad$ (ii) 7^{15} $\quad$ (iii) 9^{14} $\quad$ (iv) 5^8

AP SCERT

Magical Pond

In the middle of a beautiful, magical pond lies a bright pink lotus. The number of lotuses doubles every day in this pond. After 30 days, the pond is completely covered with lotuses. On which day was the pond half full?



If the pond is completely covered by lotuses on the 30th day, how much of it is covered by lotuses on the 29th day?

Since the number of lotuses doubles every day, the pond should be half covered on the 29th day.

Write the number of lotuses (in exponential form) when the pond was -

(i) fully covered (ii) half covered

There is another pond in which the number of lotuses triples every day. When both the ponds had no flowers, Damayanti placed a lotus in the doubling pond. After 4 days, she took all the lotuses from there and put them in the tripling pond. How many lotuses will be in the tripling pond after 4 more days?

After the first 4 days, the number of lotuses is $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$.

After the next 4 days, the number of lotuses is $2^4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$.

What if Damayanti had changed the order in which she placed the flowers in the lakes? How many lotuses would be there?

$$1 \times 3^4 \times 2^4 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2).$$

Can this product be expressed as an exponent m^n, where m and n are some counting numbers?

By regrouping the numbers,

$$= (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2)$$

$$= (3 \times 2)^4 = 6^4.$$

In general form,

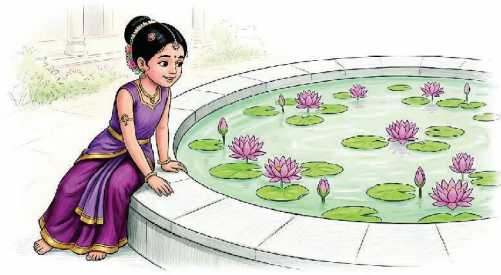
$m^a \times n^a = (mn)^a$, where a is a counting number or natural number.

Use this observation to compute the value of $2^5 \times 5^5$.

AP SCERT

ಮಾಯಾ ಕೊಳ

ಒಂದು ಸುಂದರವಾದ ಮಾಂತ್ರಿಕ ಕೊಳದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹೊಳೆಯುವ ಗುಲಾಬಿ ಕಮಲವಿದೆ. ಈ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿದಿನ ಕಮಲದ ಹೂಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. **30**ದಿನಗಳ ನಂತರ ಕೊಳವು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಆವೃತಗೊಂಡಿದೆ. ಯಾವ ದಿನ ಕೊಳ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಅರ್ಧ ತುಂಬಿತ್ತು?



30 ನೇ ದಿನ ಕೊಳವು ಕಲಮದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವೃತವಾಗಿದ್ದರೆ, **29**ನೇ ದಿನ ಕೊಳದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಆವರಿಸಿಕೊಂಡಿತ್ತು.

ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಪ್ರತಿದಿನ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ **29**ನೇ ದಿನ ಕೊಳದ ಅರ್ಧ ಭಾಗ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಆವರಿಸಿಕೊಂಡಿರುತ್ತದೆ?

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಕಮಲದ ಹೂಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಘಾತೀಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) ಕೊಳವು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾಗಿದ್ದಾಗ **(ii)** ಕೊಳದ ಅರ್ಧ ಭಾಗವು ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾಗಿದ್ದಾಗ.

ಇದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೊಂದು ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿದಿನ ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಎರಡೂ ಕೊಳಗಲ್ಲಿ ಹೂವುಗಳಿಲ್ಲದ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ದಮಯಂತಿಯು ಹೂವು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುವ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಮಲದ ಹೂವನ್ನು ಇಟ್ಟಳು. 4 ದಿನಗಳ ನಂತರ ಅವಳು ಅಲ್ಲಿಂದ ಎಲ್ಲಾ ಹೂವುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಹೂವು ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುವ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟಳು. 4 ದಿನಗಳ ನಂತರ ಈ ಕೊಳದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕಮಲದ ಹೂಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ಮೊದಲ 4 ದಿನಗಳ ನಂತರ, ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$.

ಮುಂದಿನ 4 ದಿನಗಳ ನಂತರ, ಕಮಲದ ಹೂವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು $2^4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$.

ಒಂದು ವೇಳೆ ದಮಯಂತಿಯು ಹೂಗಳನ್ನು ಕೊಳಗಳಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿದ ಕ್ರಮವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದ್ದರೆ ಏನಾಗುತ್ತಿತ್ತು? ಎಷ್ಟು ಕಮಲದ ಹೂಗಳು ಇರುತ್ತಿದ್ದವು?

$1 \times 3^4 \times 2^4 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$.

ಈ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು m^n ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದೇ? ಇಲ್ಲಿ **m** ಮತ್ತು **n** ಗಳು ಕೆಲವು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮರುಗುಂಪು ಮಾಡುವುದುರಿಂದ $= (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2)$

$= (3 \times 2)^4 = 6^4$.

ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ,

$m^a \times n^a = (mn)^a$, **a** ಎಂಬುದು ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಈ ಅವಲೋಕನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು $2^5 \times 5^5$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

AP SCERT

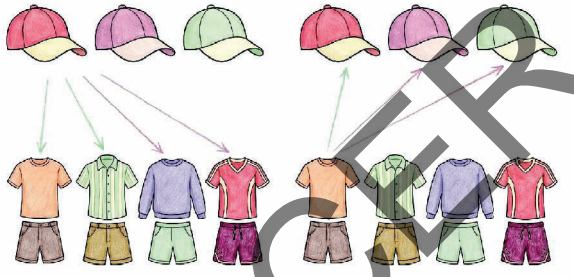
Simplify $\frac{10^4}{5^4}$ and write it in exponential form.

In general, we can show that $\frac{m^a}{n^a} = \left(\frac{m}{n}\right)^a$

How Many Combinations

Raju has 4 dresses and 3 caps. How many different ways canRaju combine the dresses and caps?

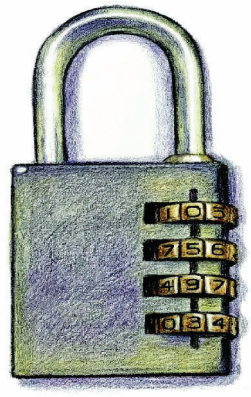
For each cap, he can choose any of the 4 dresses, so for 3 caps,
4 + 4 + 4 = 4 × 3 = 12 combinations are possible. We can also look at it as - for each dress,Raju can choose any of the 3 caps, so for 4 outfits,
3 + 3 + 3 + 3 = 3 × 4 = 12 combinations are possible.



Rekha has 7 dresses, 2 hats, and 3 pairs of shoes. How many different ways can Rekha dress up?

Hint: Try drawing a diagram like the one above.

Raju and Rekha came across a safe containing old stamps and coins that their great-grandfather had collected. It was secured with a 5-digit password. Since nobody knew the password, they had no option except to try every password until it opened. They were unlucky and the lock only opened with the last password, after they had tried all possible combinations. How many passwords did they end up checking?



If you can't solve a problem, try to find a simpler version of the problem that you can solve. This technique can come in handy many times.

Instead of a 5-digit lock, let us assume we have a 2-digit lock and try to find out how many passwords are possible.

APSCERT

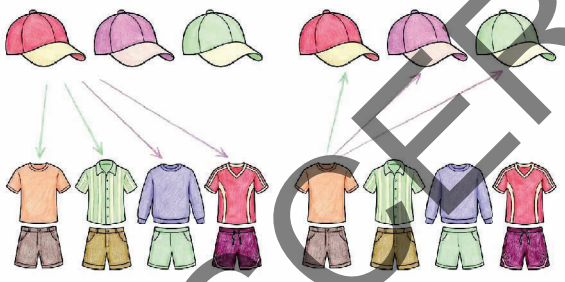
? $\frac{10^4}{5^4}$ ನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ. ಘಾತಾಂಕ (ಘಾತೀಯ) ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ $\frac{m^a}{n^a} = \left(\frac{m}{n}\right)^a$ ಎಂದು ನಾವು ತೋರಿಸಬಹುದು.

ಎಷ್ಟು ಸಂಯೋಜನೆಗಳು ?

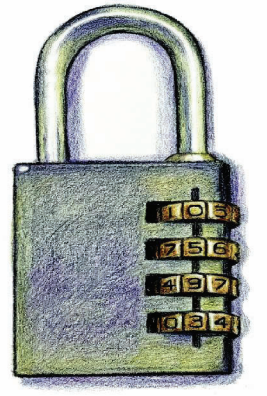
? ರಾಜು 4 ಜೊತೆ ಉಡುಪುಗಳು ಮತ್ತು 3 ಟೋಪಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾನೆ. ಎಷ್ಟು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ರಾಜು ಉಡುಪುಗಳು ಮತ್ತು ಟೋಪಿಗಳನ್ನು ಧರಿಸಬಹುದು?

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಟೋಪಿಗೆ ಅವನು 4 ಉಡುಪುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದನ್ನಾದರೂ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ 3 ಟೋಪಿಗಳಿಗೆ, $4 + 4 + 4 = 4 \times 3 = 12$ ಆಯ್ಕೆಗಳು ಸಾಧ್ಯ. ನಾವು ಅದನ್ನು ಹೀಗೂ ನೋಡಬಹುದು. ಪ್ರತಿ ಉಡುಪುಗೆ ರಾಜು 3 ಟೋಪಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದನ್ನಾದರೂ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ 4 ಉಡುಪುಗಳಿಗೆ, $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \times 4 = 12$ ಸಂಯೋಜನೆಗಳು ಸಾಧ್ಯ.



? ರೇಖ 7 ಜೊತೆ ಉಡುಪುಗಳು, 2 ಟೋಪಿಗಳು ಮತ್ತು 3 ಜೊತೆ ಶೂಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ. ರೇಖ ಇವುಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಧರಿಸಬಹುದು?

ಸುಳಿಹು : ಮೇಲಿನಂತೆ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.



? ರಾಜು ಮತ್ತು ರೇಖ ತಮ್ಮ ಮುತ್ತಜ್ಜ (ಪೂರ್ವಿಕರು) ಸುರಕ್ಷಿತವಾಗಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ್ದ ಹಳೆಯ ಅಂಚೆ ಚೀಟಿಗಳು ಮತ್ತು ನಾಣ್ಯಗಳ ಕಪಾಟು (ಪೆಟ್ಟಿಗೆ) ಕಂಡುಕೊಂಡರು. ಅದು 5 ಅಂಕಿಯ ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ನಿಂದ ಭದ್ರಪಡಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಯಾರಿಗೂ ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್ ತಿಳಿದಿರದ ಕಾರಣ, ಅದು ತೆರೆಯುವವರೆಗೂ ವಿಭಿನ್ನ ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸದೆ ಬೇರೆ ದಾರಿ ಇರಲಿಲ್ಲ. ಅವರ ದುರಾದೃಷ್ಟಕ್ಕೆ ಕೊನೆಯ ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್ ಅನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ ನಂತರವೇ ಕಪಾಟ್ (ಲಾಕ್) ತೆರೆಯಿತು. ಅಷ್ಟೊತ್ತಿಗೆ ಅವರು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಭವನೀಯ ಸಂಯೋಜನೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ್ದರು. ಅವರು ಎಷ್ಟು ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ್ದರು.

ನಿಮಗೆ ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ದೊರಕದಿದ್ದರೆ, ನೀವು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದಾದ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸರಳ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಈ ತಂತ್ರವು ಅನೇಕ ಬಾರಿ ನಿಮ್ಮ ನೆರವಿಗೆ ಬರಬಹುದು.

5-ಅಂಕಿಯ ಲಾಕ್ ಬದಲಿಗೆ, ನಾವು **2** -ಅಂಕಿಯ ಲಾಕ್ ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ ಮತ್ತು ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳು ಸಾಧ್ಯ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

AP SCERT

There are 10 options for the first digit (0 to 9). For each of these, there are 10 options for the second digit (If 0 is the first digit then 00, 01, 02, 03, ..., 09 are possible). Therefore the total number of combinations for a 2-digit lock is 10 × 10 = 100.

Now, suppose we have a 3-digit lock. For each of the earlier 100 (2-digit) passwords there are 10 choices for the third digit. So, there are 100 × 10 = 1000 combinations for a 3-digit lock. You can list them all: 000, 001, 002, ..., 997, 997, 999.

How many 5-digit passwords are possible?



Each digit has 10 choices, so a 5-digit lock will have:

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

= 1,00,000 passwords. This is the same as writing numbers till 99,999 with all 5 digits, i.e., 00000, 00001, 00002, ...00010, 00011, ..., 00100, 00101, ..., 00999, ..., 30456, ..., 99998, 99999.

Raju says, "Next time, I will buy a lock that has 6 slots with the letters A to Z. I feel it is safer."

How many passwords are possible with such a lock?

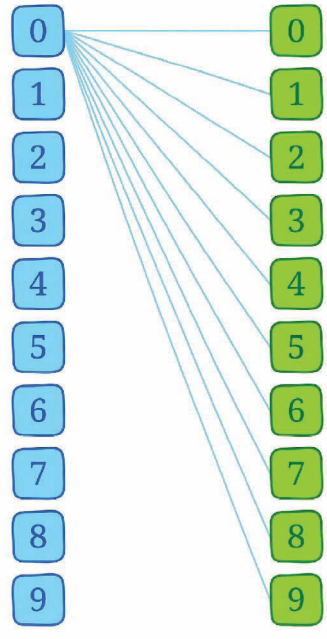
Think about how many combinations are possible in contexts. Some examples are -

(i) Pincodes of places in India - The Pincode of Rajam in Andhra Pradesh is 532127. The Pincode of Puri in Odisha is 796017.

(ii) Mobile numbers.

(iii) Vehicle registration numbers.

Try to find out how these numbers or codes are allotted/generated.



2.2 The Other Side of Powers

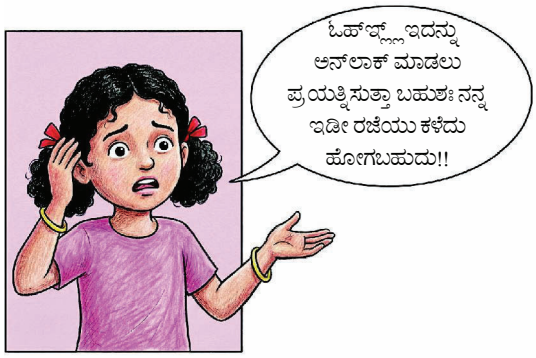
Imagine a line of length 16 units. Erasing half of it would result in

$$2^4 \div 2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8 \text{ units.}$$

AP SCERT

ಮೊದಲ ಅಂಕಿಗೆ 10 ಆಯ್ಕೆಗಳಿವೆ (0 ಯಿಂದ 9 ವರೆಗೆ). ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ, ಎರಡನೇ ಅಂಕಿಗೆ 10 ಆಯ್ಕೆಗಳಿವೆ (0 ಮೊದಲ ಅಂಕಿಯಾದರೆ 00, 01, 02, 03, ..., 09 ಸಾಧ್ಯ). ಆದ್ದರಿಂದ 2-ಅಂಕಿಯ ಲಾಕ್‌ನ ಒಟ್ಟು ಸಂಯೋಜನೆಗಳ (ಆಯ್ಕೆ) ಸಂಖ್ಯೆ $10 \times 10 = 100$.

ಈಗ ನಮ್ಮ ಬಳಿ 3-ಅಂಕಿಯ ಲಾಕ್ ಇದೆ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಹಿಂದಿನ 100 (2-ಅಂಕಿಯ) ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳಿಗೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ 3ನೇ ಅಂಕಿಗೆ 10 ಆಯ್ಕೆಗಳಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ, 3-ಅಂಕಿಯ ಲಾಕ್‌ಗೆ $100 \times 10 = 1000$ ಸಂಯೋಜನೆ (ಆಯ್ಕೆ)ಗಳಿವೆ. ನೀವು ಅವೆಲ್ಲವನ್ನು ಹೀಗೆ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಬಹುದು : 000, 001, 002, ..., 997, 997, 999.



ಐದು ಅಂಕಿಯ ಎಷ್ಟು ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳು ಸಾಧ್ಯ?

ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಗೆ 10 ಆಯ್ಕೆಗಳು ಇವೆ. ಹಾಗಾಗಿ 5 ಅಂಕಿಯ ಲಾಕ್‌ಗೆ ಇರುವುದು. $\mathbf{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5}$

= 1,00,000 ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳು. ಇದು 99,999 ರ ವರೆಗೆ ಎಲ್ಲಾ 5 - ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವಂತೆ ಇದೆ. ಅಂದರೆ 00000, 00001, 00002, ... 00010, 00011, ..., 00100, 00101, ..., 00999, .., 30456, ..., 99998, 99999.

ರಾಜು ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾನೆ "ಮುಂದಿನ ಸಾರಿ ನಾನು **A** ನಿಂದ **Z** ವರೆಗೆ ಅಕ್ಷರಗಳು ಇರುವ 6 ಸ್ಲಾಟ್‌ಗಳ ಲಾಕ್ ಅನ್ನು ಖರೀದಿಸುತ್ತೇನೆ. ಅದು ಸುರಕ್ಷಿತ ಎಂದು ನನಗನಿಸುತ್ತದೆ"

? ಇಂತಹ ಲಾಕ್ ಗೆ ಎಷ್ಟು ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳು ಸಾಧ್ಯ?

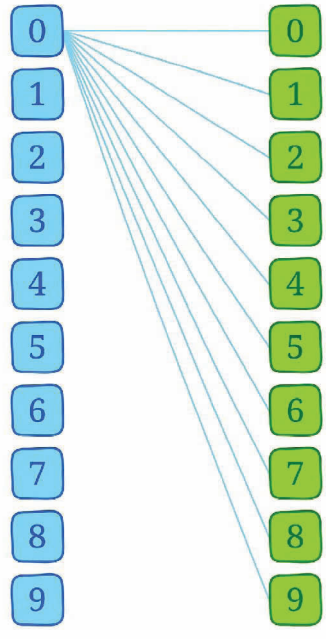
? ವಿವಿಧ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಂಯೋಜನೆ (ಆಯ್ಕೆ) ಗಳು ಸಾಧ್ಯ ಎಂದು ಯೋಚಿಸಿ. ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ –

(i) ಭಾರತದ ಕೆಲವು ಸ್ಥಳಗಳ ಪಿನ್‌ಕೋಡ್‌ಗಳು– ಆಂಧ್ರಪ್ರದೇಶದ ರಾಜಾಂ ಪಿನ್‌ಕೋಡ್ 532127. ಒಡಿಷಾದಲ್ಲಿನ ಪುರಿ ಪಿನ್‌ಕೋನ್ 796017.

(ii) ಮೊಬೈಲ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

(iii) ವಾಹನ ನೋಂದಣಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಥವಾ ಕೋಡ್‌ಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಹಂಚಿಕೆ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.



2.2 ಘಾತಾಂಕಗಳ ಇನ್ನೊಂದು ಭಾಗ

ಮೊದಲು **16** ಯೂನಿಟ್ (ಏಕಮಾನ)ಗಳ ಉದ್ದದ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಊಹಿಸಿ. ಅದರ ಅರ್ಧವನ್ನು ಅಳಿಸಿದರೆ ಉಳಿಯುವ ಭಾಗವು

$\mathbf{2^4 \div 2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8}$ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು

AP SCERT

Erasing half one more time would result in,

$$(2^4 \div 2) \div 2 = 2^4 \div 2^2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2 \times 2 = 2^2 = 4 \text{ units.}$$

Halving 16 cm three times may be written as,

$$2^4 \div 2^3 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2 = 2^1 = 2 \text{ units.}$$

From this we can see that

$2^4 \div 2^3 = 2^{4-3} = 2^1$.

What is $2^{100} \div 2^{25}$ in powers of 2?

In a generalised form,

$$n^a \div n^b = n^{a-b},$$

where $n \neq 0$ and a and b are counting numbers and $a > b$.

Why can't n be 0?

We have not covered the case when the exponent is 0; for example, what is 2^0?

Let us define 2^0 in a way that the generalised form above holds true.

$$2^0 = 2^{4-4} = 2^4 \div 2^4 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 1.$$

In fact for any letter number a

$$2^0 = 2^{a-a} = 2^a \div 2^a = 1.$$

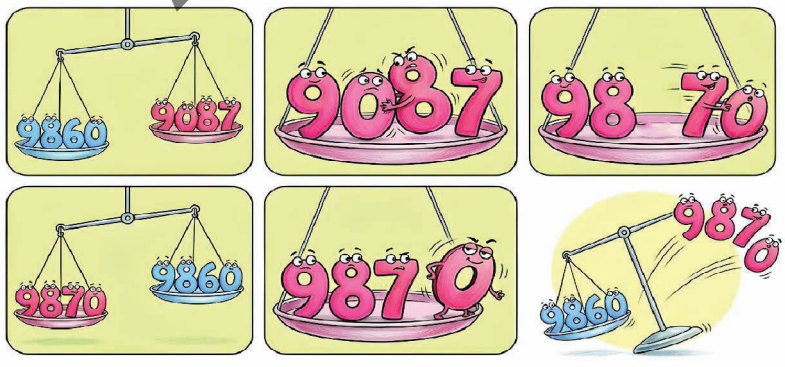
In general,

$$x^a \div x^a = x^{a-a} = x^0, \text{ and so}$$

$$1 = x^0,$$

where $x \neq 0$ and a is a counting number.

When Zero is in Power!



When a line of length 2^4 units is halved 5 times,

AP SCERT

ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಉಳಿದ ಅರ್ಧವನ್ನು ಅಳಿಸಿದರೆ ಉಳಿಯುವ ಭಾಗವು :

$(2^4 \div 2) \div 2 = 2^4 \div 2^2 = \dfrac{2\times2\times2\times2}{2\times2} = 2 \times 2 = 2^2 = 4$ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು

16 ಸೆಂ.ಮೀ ಅನ್ನು ಮೂರು ಸಾರಿ ಅರ್ಧ ಮಾಡಿದಾಗ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$2^4 \div 2^3 = \dfrac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times2} = 2 = 2^1 = 2$ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು

ಇದರಿಂದ ನಾವು ತಿಳಿಯುವುದು ಏನೆಂದರೆ,

$2^4 \div 2^3 = 2^{4-3} = 2^1$.

? $2^{100} \div 2^{25}$ನ್ನು 2 ರ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಸಾಮಾನ್ಯೀಕೃತ ರೂಪದಲ್ಲಿ

$$n^a \div n^b = n^{a-b},$$

ಇಲ್ಲಿ **a** ಮತ್ತು **b** ಗಳು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, $a > b$ ಮತ್ತು $n \neq 0$

? **n** ಏಕೆ 0 ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ?

? ಘಾತಾಂಕವು ಸೊನ್ನೆ ಆಗುವ ಸಾಧ್ಯತೆಯನ್ನು ನಾವು ಇದುವರೆಗೂ ಪರಿಗಣಿಸಿಲ್ಲ (ಚರ್ಚಿಸಿಲ್ಲ)

ಉದಾಹರಣೆಗೆ 2^0 ಬೆಲೆ ಏನು?

ಮೇಲೆ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕೃತ ರೂಪವು ನಿಜವಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 2^0ನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸೋಣ.

$$2^0 = 2^{4-4} = 2^4 \div 2^4 = \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2} = 1.$$

ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆ **a** ಗೆ

$$2^0 = 2^{a-a} = 2^a \div 2^a = 1.$$

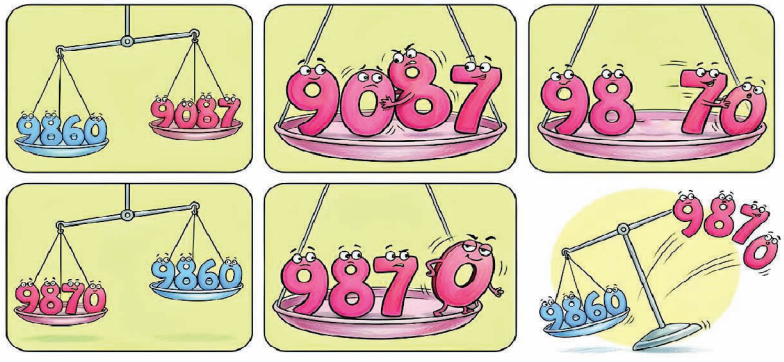
ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ

$$x^a \div x^a = x^{a-a} = x^0, \text{ ಆದ್ದರಿಂದ}$$

$$1 = x^0,$$

ಇಲ್ಲಿ **a** ಒಂದು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು $x \neq 0$

ಘಾತಾಂಕವು (ಘಾತವು) ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿದ್ದಾಗ



2^4 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ರೇಖೆಯನ್ನು 5 ಸಾರಿ ಅರ್ಧಮಾಡಿದಾಗ (ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ)

AP SCERT

$$2^4 \div 2^5 = \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{2} \text{ units.}$$

Using the generalised form, we get $2^4 \div 2^5 = 2^{(4-5)} = 2^{-1}$.

So, $2^{-1} = \frac{1}{2}$.

When a line of length 24 units is halved 10 times,

we get $2^4 \div 2^{10} = 2^{(4-10)} = 2^{-6}$ units.

When expanded, $2^4 \div 2^{10} = \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$

which is also written as 2^{-6}.

Similarly, $10^{-3} = \frac{1}{10^3}, 7^{-2} = \frac{1}{7^2}$, etc.

Can we write $10^3 = \frac{1}{10^{-3}}$?

We can write, $\frac{1}{10^{-3}} = \frac{1}{1/10^3} = 1 \div \frac{1}{10^3} = 1\times10^3 = 10^3$

Similarly, $7^2 = \frac{1}{7^{-2}}$ and $4^a = \frac{1}{4^{-a}}$.

In a generalised form,

$n^{-a} = \frac{1}{n}$ and $n^a = \frac{1}{n^{-a}}$, where $n \neq 0$.

Consider the following general forms we have identified.

$n^a \times n^b = n^{a+b}$	$(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a\times b}$	$n^a \div n^b = n^{a-b}$

We had required a and b to be counting numbers. Can a and b be any integers? Will the generalised forms still hold true?

Write equivalent forms of the following.

(i) 2^{-4} (ii) 10^{-5} (iii) $(-7)^{-2}$

(iv) $(-5)^{-3}$ (v) 10^{-100}

Simplify and write the answers in exponential form.

(i) $2^{-4} \times 2^7$ (ii) $3^2 \times 3^{-5} \times 3^6$ (iii) $p^3 \times p^{-10}$

(iv) $2^4 \times (-4)^{-2}$ (v) $8^p \times 8^q$

Power Lines

Let us arrange the powers of 4 along a line.

AP SCERT

$$2^4 \div 2^5 = \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{2}$$ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು

ಸಾಮಾನ್ಯೀಕೃತ ರೂಪವನ್ನು ಬಳಸಿದಾಗ $2^4 \div 2^5 = 2^{(4-5)} = 2^{-1}$. ಎಂದು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $2^{-1} = \frac{1}{2}$.

24 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ರೇಖೆಯನ್ನು 10 ಸಾರಿ ಅರ್ಧ ಮಾಡಿದಾಗ (10 ಅರ್ಧಗಳಾಗಿ)

$2^4 \div 2^{10} = 2^{(4-10)} = 2^{-6}$ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಾಗುತ್ತವೆ.

ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ, $2^4 \div 2^{10} = \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$

ಇದನ್ನು 2^{-6} ಎಂದೂ ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಅದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, $10^{-3} = \frac{1}{10^3}, 7^{-2} = \frac{1}{7^2}$,ಇತ್ಯಾದಿ

? $10^3 = \frac{1}{10^{-3}}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

$$\frac{1}{10^{-3}} = \frac{1}{1/10^3} = 1 \div \frac{1}{10^3} = 1\times10^3 = 10^3$$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇದೇ ರೀತಿ, $7^2 = \frac{1}{7^{-2}}$ ಮತ್ತು $4^a = \frac{1}{4^{-a}}$.

ಸಾಮಾನ್ಯೀಕೃತ ರೂಪದಲ್ಲಿ

$n^{-a} = \frac{1}{n}$ ಮತ್ತು $n^a = \frac{1}{n^{-a}}$, ಇಲ್ಲಿ $n \neq 0$ ಆದಾಗ.

ನಾವು ತಿಳಿದಿರುವ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪಗಳನ್ನು ಅವಲೋಕಿಸಿದಾಗ,

$n^a \times n^b = n^{a+b}$	$(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a\times b}$	$n^a \div n^b = n^{a-b}$

? **a** ಮತ್ತು **b** ಗಳು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಆಗಿರಬೇಕು. **a** ಮತ್ತು **b** ಗಳು ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರಬಾರದೇ? ಸಾಮಾನ್ಯೀಕೃತ ರೂಪಗಳು ಈಗಲೂ ಮಾನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತವೆಯೇ?

? ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಸಮಾನ ರೂಪಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 2^{-4} (ii) 10^{-5} (iii) $(-7)^{-2}$

(iv) $(-5)^{-3}$ (v) 10^{-100}

? ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

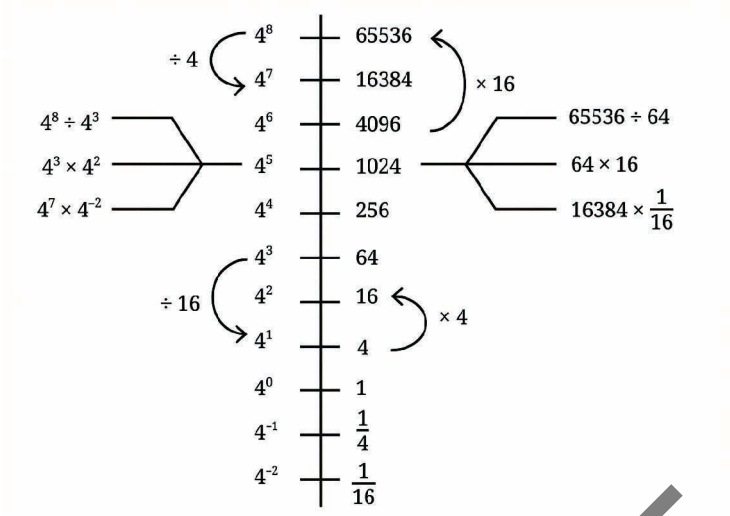
(i) $2^{-4} \times 2^7$ (ii) $3^2 \times 3^{-5} \times 3^6$ (iii) $p^3 \times p^{-10}$

(iv) $2^4 \times (-4)^{-2}$ (v) $8^p \times 8^q$

ಘಾತಾಂಕ (ಘಾತ) ರೇಖೆಗಳು

4 ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಜೋಡಿಸೋಣ.

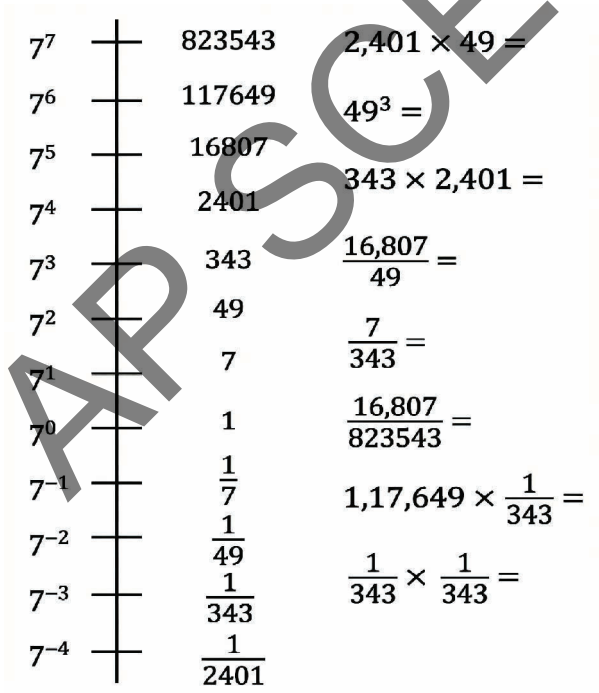
AP SCERT



? Can we say that 16384 (4^7) is 16 (4^2) times larger than 1,024 (4^5)?
Yes, since $4^7 \div 4^5 = 4^2$.

? How many times larger than 4^{-2} is 4^2?

? Use the power line for 7 to answer the following



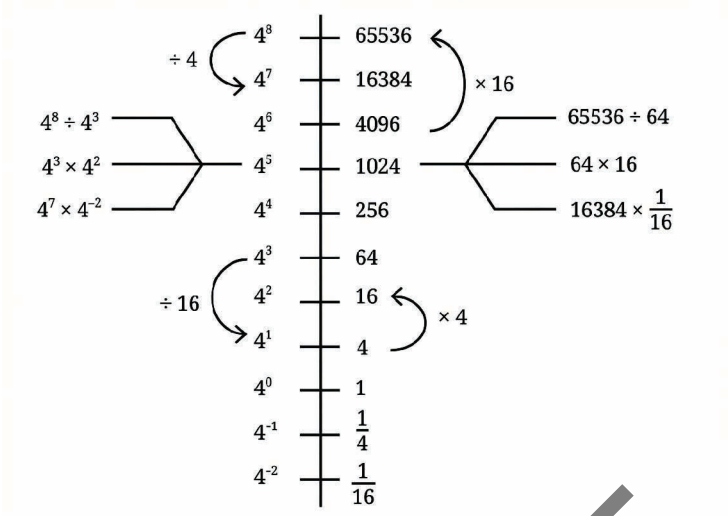
APSCERT

2.3 Powers of 10

We have used numbers like 10, 100, 1000, and so on when writing Indian numerals in an expanded form. For example,

47561 = (4 × 10000) + (7 × 1000) + (5 × 100) + (6 × 10) + 1.

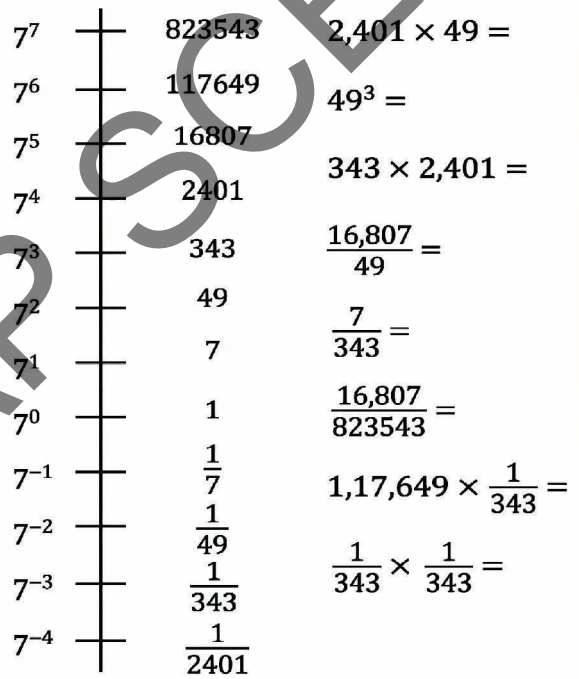
This can be written using powers of 10 as



? **16384 (4^7)** ಎಂಬುದು **1,024 (4^5)** ಕ್ಕಿಂತ **16 (4^2)** ಪಟ್ಟು ದೊಡ್ಡದೇ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ?
ಹೌದು ಏಕೆಂದರೆ $4^7 \div 4^5 = 4^2$.

? 4^2 ಕ್ಕಿಂತ 4^{-2} ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ದೊಡ್ಡದು?

? 7 ರ ಘಾತ (ಘಾತಾಂಕ) ರೇಖೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿರಿ.



2.3 10 ರ ಘಾತಗಳು (ಘಾತಾಂಕಗಳು)

ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆದಾಗ ನಾವು 10, 100, 1000 ಇತ್ಯಾದಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$$47561 = (4 \times 10000) + (7 \times 1000) + (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1.$$

ಇದನ್ನು 10 ರ ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

APSCERT

$(4 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (5 \times 10^{2)} + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0)$.

Write these numbers in the same way: (i) 172, (ii) 5642, (iii) 6374.

How can we write 561.903?

$561.903 = (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1 + (9 \times \frac{1}{10}) + (0 \times \frac{1}{100}) + (3 \times \frac{1}{1000})$.

Writing it using powers of 10, we have

$561.903 = (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0) + (9 \times 10^{-1}) + (0 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3})$.

Expand the following numbers using exponents (a)810.65 (b)70.697

Scientific Notation

Let's look at some facts involving large numbers -

(i) The Sun is located 30,00,00,00,00,00,00,00,00,000 m from the centre of our Milky Way galaxy.

(ii) The number of stars in our galaxy is 1,00,00,00,00,000.

(iii) The mass of the Earth is 59,76,00,00,00,00,00,00,00,00,000 kg.

As the number of digits increases, it becomes difficult to read the numbers correctly. We may miscount the number of zeroes or place commas incorrectly. We will then read the wrong value. It is like getting ₹ 5,000 when you were supposed to get ₹ 50,000. The number of zeroes is more important than the initial digits in several cases.

Can we use the exponential notation to simplify and read these very large numbers correctly?

For example, the number 5900 can be expressed as -

$$5900 = 590 \times 10 = 590 \times 10^1$$
$$= 59 \times 100 = 59 \times 10^2$$
$$= 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3$$
$$= 0.59 \times 10000 = 0.59 \times 10^4.$$

Any number can be written as the product of a number between 1 and 10 and a power of 10. For example,

$5900 = 5.9 \times 10^3$ $20800 = 2.08 \times 10^4$ $80,00,000 = 8 \times 10^6$

Write the large-number facts we read just before in this form.

In **scientific notation or scientific form** (also called **standard form**), we write numbers as $x \times \frac{10}{y}$, where $x \geq 1$ and $x < 10$ is the coefficient and y, the exponent, is any integer. Often, the exponent y is more important than the coefficient x.

AP SCERT

$$(4 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (5 \times 10^{2)} + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0).$$

? ಇದೇ ರೀತಿ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಬರೆಯಿರಿ. (i) 172, (ii) 5642, (iii) 6374.

? 561.903 ನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$561.903 = (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1 + (9 \times \frac{1}{10}) + (0 \times \frac{1}{100}) + (3 \times \frac{1}{1000}).$$

ಇವುಗಳನ್ನು 10 ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಬರೆದಾಗ,

$$561.903 = (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0) + (9 \times 10^{-1}) + (0 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3}).$$

? ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ : (a)810.65 (b)70.697

ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತ

ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಕೆಲವು ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ ---

(i) ನಮ್ಮ ಗೆಲಾಕ್ಸಿ ಕ್ಷೀರಪಥದ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸೂರ್ಯನು 30,00,00,00,00,00,00,00,00,000 ಮೀ. ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದಾನೆ.

(ii) ನಮ್ಮ ಗೆಲಾಕ್ಸಿಯಲ್ಲಿ ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 1,00,00,00,00,000.

(iii) ಭೂಮಿಯ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು 59,76,00,00,00,00,00,00,00,00,00,000 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗಳು.

ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಓದಲು ಕಷ್ಟ. ನಾವು ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ತಪ್ಪಾಗಿ ಎಣಿಸಬಹುದು ಅಥವಾ ಅಲ್ಪವಿರಾಮ ತಪ್ಪಾಗಿ ಹಾಕಬಹುದು. ಆಗ ನಾವು ತಪ್ಪಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಓದುತ್ತೇವೆ. ನಿಮಗೆ ₹ 50,000 ಸಿಗಬೇಕಾದ ಕಡೆ ₹ 5,000 ಸಿಕ್ಕಂತಾಗುತ್ತದೆ. ಹಲವಾರು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಆರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮುಖ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಈ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸಿ ಸರಿಯಾಗಿ ಓದಲು ನಾವು ಘಾತೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ? ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆ 5900 ನ್ನು ಹೀಗೆ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು –

$$5900 = 590 \times 10 = 590 \times 10^1$$
$$= 59 \times 100 = 59 \times 10^2$$
$$= 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3$$
$$= 0.59 \times 10000 = 0.59 \times 10^4.$$

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1 ಮತ್ತು 10 ರ ನಡುವಿನ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಮತ್ತು 10 ರ ಘಾತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$5900 = 5.9 \times 10^3$ $20800 = 2.08 \times 10^4$ $80,00,000 = 8 \times 10^6$

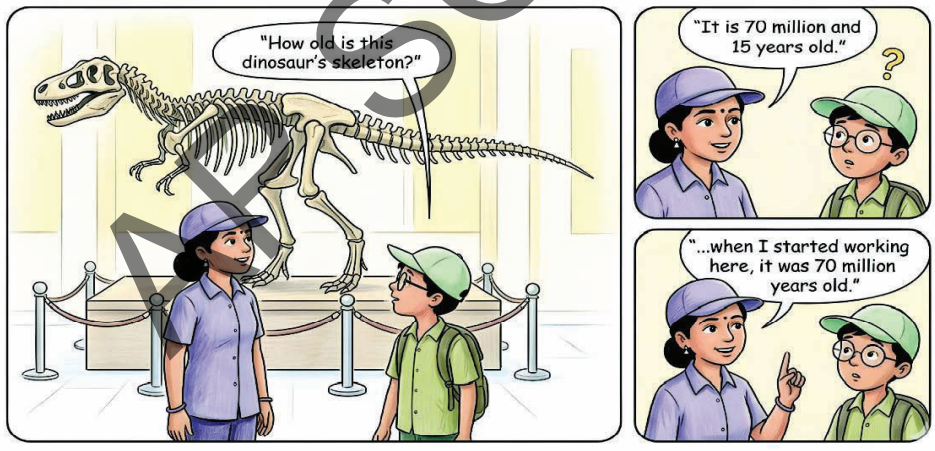
? ನಾವು ಇದಕ್ಕಿಂತ ಮೊದಲು ಓದಿದ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಇದೇ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತ ಅಥವಾ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ (ಆದರ್ಶ ರೂಪ ಎಂದು ಕರೆಯಬಹುದು) ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು $x \times \frac{10}{y}$, ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇಲ್ಲಿ $x \geq 1$ ಮತ್ತು $x < 10$ ಎಂಬುದು ಸಹಗುಣಕ ಮತ್ತು ಘಾತ **y**,ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಘಾತ **y** ಗುಣಾಂಕ **x** ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮುಖ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

AP SCERT

When we write the 2 crore population of Mumbai as 2×10^7, the 7 is more important than the 2. Indeed, if the 2 is changed to 3, the population increases by one-half, i.e., 2 crore to 3 crore, whereas if the 7 is changed to 8, the change in population is 10 times, i.e., 2 crores to 20 crores. Therefore, the standard form explicitly mentions the exponent, which indicates the number of digits.

If we say that the population of Kohima is 1,42,395, then it gives the impression that we are quite sure about this number up to the units place. When we use large numbers, in most cases, we are more concerned about how big a quantity or measure is, rather than the exact value. If we are only sure that the population is around 1 lakh 42 thousand, we can write it as 1.42 × 105. If we can only be certain that it is around 1 lakh 40 thousand, we write it as 1.4 × 105. The number of digits in the coefficient reflects how well we know the number. The most important part of any number written in scientific form is the exponent, and then the first digit of the coefficient. The digits following the coefficient are small corrections to the first digit.



These values are rounded-off estimates, averages, or approximations; most of the time, they serve the purpose at hand.

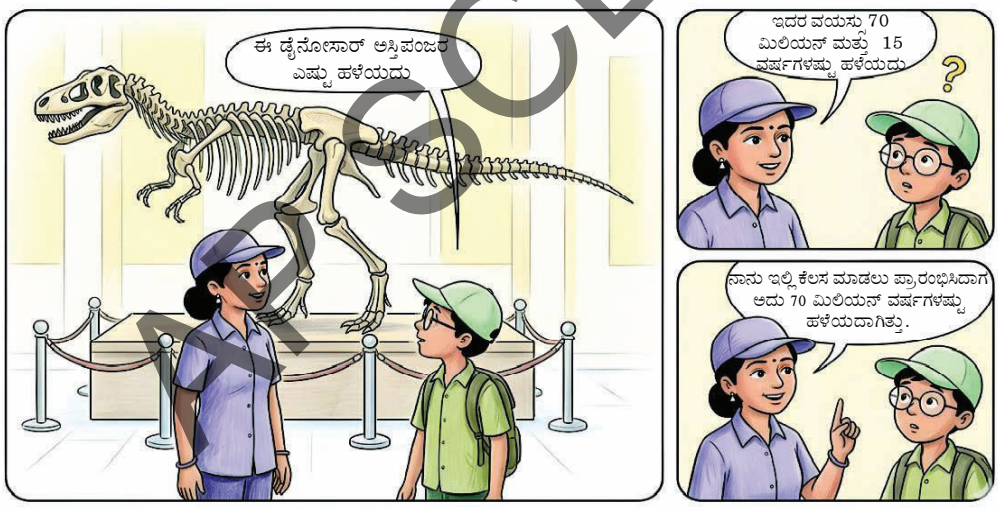
The distance between the Sun and Saturn is 14,33,50,00,00,000 m = 1.4335×10^{12} m.

The distance between Saturn and Uranus is 14,39,00,00,00,000 m = 1.439×10^{12} m. The distance between the Sun and Earth is 1,49,60,00,00,000 m = 1.496×10^{11} m.

© NCERT

ಮುಂಬೈನ ಎರಡು ಕೋಟಿ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಾವು 2×10^7 ಎಂದು ಬರೆದಾಗ, ಘಾತ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಎಂಬುದು 2 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮುಖ್ಯ. ಒಂದು ವೇಳೆ ಜನಸಂಖ್ಯೆ 2ನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆ 3ಆಗಿ ಬದಲಾದರೆ (ಬದಲಾಯಿಸಿದರೆ) ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದೂವರೆ ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ 2 ಕೋಟಿಯಿಂದ 3 ಕೋಟಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಘಾತ ಸಂಖ್ಯೆ 7ನ್ನು 8ಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಿದರೆ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 10 ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, 2 ಕೋಟಿಯಿಂದ 20 ಕೋಟಿಗೆ ಏರಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಆದರ್ಶ ರೂಪವು ಘಾತವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳುತ್ತದೆ. ಇದು, ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಕೋಹಿಮಾದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ 1,42,395 ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಿದರೆ, ನಮಗೆ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದವರೆಗೆ ಖಚಿತತೆ ಇದೆ ಎಂಬ ಭಾವನೆ ಮೂಡುತ್ತದೆ. ಬಹುತೇಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದಾಗ ಅದು ನಿಖರವಾದ ಮೌಲ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಪ್ರಮಾಣ ಅಥವಾ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದು ಎನ್ನುವುದರ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಕಾಳಜಿ ವಹಿಸುತ್ತೇವೆ. ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಸುಮಾರು 1 ಲಕ್ಷ 42 ಸಾವಿರ ಎಂದು ನಿಖರವಾಗಿ ಮಾಹಿತಿ ಇದ್ದರೆ 1.42×10^5 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದು 1 ಲಕ್ಷ 40 ಸಾವಿರ ಎಂದು ನೀಖರವಾಗಿ ಮಾಹಿತಿ ಇದ್ದರೆ1.4×10^5 ಬರೆಯಬಹುದು. ಮಾಹಿತಿ ಸಹಗುಣಾಂಕದಲ್ಲಿನ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನಿಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಚೆನ್ನಾಗಿ ತಿಳಿದಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪ್ರತಿಬಿಂಬಿಸುತ್ತದೆ. ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರಮುಖ ಭಾಗ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಾಂಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕದ ಮೊದಲ ಅಂಕಿಯಾಗಿದೆ. ಸಹಗುಣಕದ ನಂತರದ ಅಂಕಿಗಳು ಮೊದಲ ಅಂಕಿಯ ಸಣ್ಣ ತಿದ್ದುಪಡಿಗಳಾಗಿವೆ.



ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹತ್ತಿರದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದಿಸಿದ ಅಂದಾಜುಗಳು, ಸರಾಸರಿಗಳು ಅಥವಾ ಅಂದಾಜು ಬೆಲೆಗಳು ಅವು ತಮ್ಮ ಗುರಿಯನ್ನು ಪೂರೈಸುತ್ತವೆ.

ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಶನಿ ಗ್ರಹದ ನಡುವಿನ ಅಂತರವು 14,33,50,00,00,000 ಮೀ.

$= \mathbf{1.4335 \times 10^{12}}$ ಮೀ.

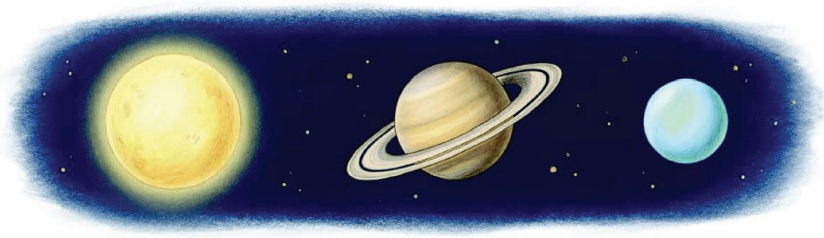
ಶನಿ ಮತ್ತು ಯುರೇನಸ್ ಗ್ರಹಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವು 14,39,00,00,00,000 ಮೀ

$= \mathbf{1.439 \times 10^{12}}$ ಮೀ. ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಭೂಮಿಯ ನಡುವಿನ ದೂರವು

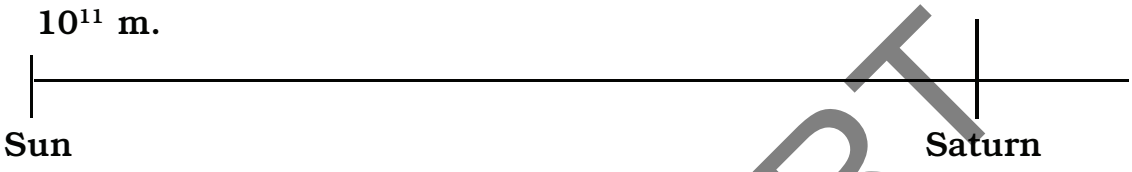
1,49,60,00,00,000 ಮೀ. = 1.496×10^{11} ಮೀ.

© NCERT

Can you say which of the three distances is the smallest?



The number line below shows the distance between the Sun and Saturn (1.4335×10^{12} m). On the number line below, mark the relative position of the Earth. The distance between the Sun and the Earth is 1.496×10^{11} m.



Express the following numbers in standard form.

(i) 59,853 (ii) 65,950

(iii) 34,30,000 (iv) 70,04,00,00,000

2.4 Did You Ever Wonder?

Last year, we looked at interesting thought experiments in the chapter on Large Numbers. Let us continue this journey.

Navaneeth wants to donate jaggery equal to Rekha's weight and wheat equal to Estu's weight. He is wondering how much it would cost.



What would be the worth (in rupees) of the donated jaggery? What would be the worth (in rupees) of the donated wheat?

In order to find out, let us first describe the relationships among the quantities present.

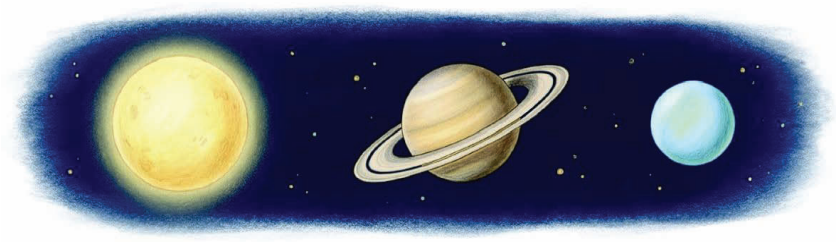
Worth of jaggery (in rupees) = Roxie's weight in kg × cost of 1 kg jaggery.

Worth of wheat (in rupees) = Estu's weight in kg × cost of 1 kg wheat.

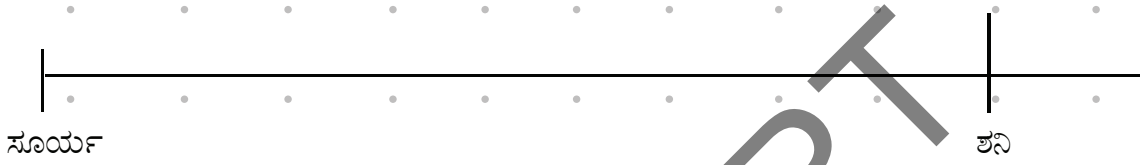
Make necessary and reasonable assumptions for the unknowns and find

AP SCERT

ಈ ಮೂರು ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಕಡಿಮೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?



ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯು ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಶನಿ ಗ್ರಹದ ನಡುವಿನ ಅಂತರ (1.4335×10^{12} ಮೀ) ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಭೂಮಿಯ ಸಾಪೇಕ್ಷ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಭೂಮಿಯ ನಡುವಿನ ಅಂತರವು 1.496×10^{11} ಮೀ.



ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪ (ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ) ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

(i) 59,853 (ii) 65,950

(iii) 34,30,000 (iv) 70,04,00,00,000

2.4 ನೀವು ಎಂದಾದರೂ ಆಶ್ಚರ್ಯ ಪಟ್ಟಿದ್ದೀರಾ?

ಕಳೆದ ವರ್ಷ ನಾವು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಚಿಂತನಾ ಪ್ರಯೋಗಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಪ್ರಯಾಣವನ್ನು ಹಾಗೆ ಮುಂದುವರೆಸೋಣ.

ನವನೀತ್‌ನು ರೇಖ ತೂಕಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ಬೆಲ್ಲ ಮತ್ತು ರಾಜು ತೂಕಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾದ ಗೋಧಿಯನ್ನು ದಾನ ಮಾಡಲು ಇಚ್ಛಿಸುತ್ತಾನೆ. ಈ ವಸ್ತುಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಖರ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸುತ್ತಿದ್ದಾನೆ.



ದಾನ ಮಾಡಿದ ಬೆಲ್ಲ (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ) ಎಷ್ಟು? ದಾನ ಮಾಡಿದ ಗೋಧಿಯ ಬೆಲೆ (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ) ಎಷ್ಟು ?

ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಮೊದಲು ಇರುವ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವಿವರಿಸೋಣ.

ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆ (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ) = ರೇಖೆಯ ತೂಕ ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗಳಲ್ಲಿ × 1 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆ.

ಗೋಧಿಯ ಬೆಲೆ (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ) = ರಾಜು ತೂಕ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಗಳಲ್ಲಿ × 1 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಗೋಧಿಯ ಬೆಲೆ

ಅವ್ಯಕ್ತಗಳಿಗಾಗಿ ಅಗತ್ಯ ಮತ್ತು ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರಲಿ ರೇಖಾ ವಯಸ್ಸು 13 ವರ್ಷಗಳು ಮತ್ತು ರಾಜುವಿನ ವಯಸ್ಸು 11 ವರ್ಷಗಳು

APSCERT

the answers. Remember, Rekha is 13 years old andRaju is 11 years old.

Assuming Roxie's weight to be 45 kg and the cost of 1 kg of jaggery to be ₹ 70, the worth of donated jaggery is 45 × 70 = ₹ 3150. Assuming Estu's weight to be 50 kg and the cost of 1 kg of wheat to be ₹ 50, the worth of donated wheat is 50 × 50 = ₹ 2500.

The practice of offering goods equal to the weight of a person, called Tulabhara or Tulabharam, is quite old and is still followed in many places in Southern India. It is a symbol of bhakti (surrendering oneself), a token of gratitude; it also supports the community.

? Rekha wonders, "Instead of jaggery if we use 1-rupee coins, how many coins are needed to equal my weight?". How can we find out?

For questions like these, you can consider following the steps suggested below.

1. Guessing: Make an instinctive (quick) guess of what the answer could be, without any calculations.
2. Calculating using estimation and approximation -
   (i) Describe the relationships among the quantities that are needed to find the answer.
   (ii) Make reasonable assumptions and approximations if the required information is not available.
   (iii) Compute and find the answer (and check how close your guess was.

? Would the number of coins be in hundreds, thousands, lakhs, crores, or even more? Make an instinctive guess.

? Find the answer by making necessary and reasonable assumptions and approximations for the unknowns. Remember, we are not looking for an exact answer but a reasonably close estimate.

How about measuring to find out the weight of a 1-rupee coin?

Initially, your guesses may be very far off from the answer and it is perfectly fine! You will get better at it like as you do it often and in different situations. Guessing and estimating can build intuition about numbers and various quantities.

AP SCERT

ರೇಖ ತೂಕ 45 ಕಿ.ಗ್ರಾಂಗಳು ಮತ್ತು 1 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆ ₹ 70 ಆದರೆ, ದಾನ ಮಾಡಿದ ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆಯು 45 × 70 = ₹ 3150 ಆಗುತ್ತದೆ. ರಾಜುವಿನ ತೂಕ 50 ಕಿ.ಗ್ರಾಂಗಳು ಮತ್ತು 1ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಗೋಧಿಯ ಬೆಲೆ ₹ 50 ಆದರೆ, ದಾನ ಮಾಡಿದ ಗೋಧಿಯ ಬೆಲೆಯು 50 × 50 = ₹ 2500 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ತೂಕಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ದೇವರಿಗೆ ಅರ್ಪಿಸುವ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ತುಲಾಭಾರ ಅಥವಾ ತುಲಾಭಾರಂ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಈ ಹಳೆಯ ಪದ್ಧತಿ (ಸಂಪ್ರದಾಯ)ಯನ್ನು ದಕ್ಷಿಣ ಭಾರತದ ಹಲವು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಈಗಲೂ ಆಚರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಭಕ್ತಿಯ ಸಂಕೇತ (ಸ್ವಯಂ ಸಮರ್ಪಣೆ) ಧನ್ಯತಾಭಾವ. ಇದು ಸಮುದಾಯವನ್ನು ಬೆಂಬಲಿಸುತ್ತದೆ.

? ರೇಖ ಆಶ್ಚರ್ಯ ಚಕಿತಳಾಗಿ (ಕುತೂಹಲದಿಂದ) ಪ್ರಶ್ನಿಸುತ್ತಾಳೆ "ಬೆಲ್ಲದ ಬದಲಾಗಿ ನಾವು 1 – ರೂಪಾಯಿ ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ, ನನ್ನ ತೂಕಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ಎಷ್ಟು ನಾಣ್ಯಗಳು ಬೇಕಾಗಬಹುದು?" ನಾವು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು?

1. ಊಹಿಸುವುದು : ಯಾವುದೇ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಿಲ್ಲದೆ ಸಮಂಜಸವಾದ ತ್ವರಿತ ಉತ್ತರವನ್ನು ಊಹೆ ಮಾಡಿ.
2. ಅಂದಾಜು ಮತ್ತು ಸಮೀಪದ ಬೆಲೆ ಬಳಸಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವುದು. –

   (i) ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

   (ii) ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮಾಹಿತಿಯು ಲಭ್ಯವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಸಮರ್ಪಕವಾದ ಊಹೆಗಳು ಮತ್ತು ಅಂದಾಜುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ.

   (iii) ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರಿಸಿ (ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಊಹೆಯು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ)

? ನೂರಾರು, ಸಾವಿರಾರು, ಲಕ್ಷಾಂತರ, ಕೋಟ್ಯಾಂತರ ಅಥವಾ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚುಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಣ್ಯಗಳಿರಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆ ಮಾಡಿ.

? ಅವ್ಯಕ್ತಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆಗಳು ಮತ್ತು ಅಂದಾಜುಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನೆನಪಿಡಿ : ನಾವು ನಿಖರವಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹುಡುಕುತ್ತಿಲ್ಲ. ಬದಲಾಗಿ ಅತ್ಯಂತ ಹತ್ತಿರದ ಅಂದಾಜನ್ನು ನೋಡುತ್ತಿದ್ದೇವೆ.

ಒಂದು ರೂಪಾಯಿ ನಾಣ್ಯದ ತೂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ ?

ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಊಹೆಗಳು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಬಹಳ ದೂರವಿರಬಹುದು ತುಂಬಾ ಒಳ್ಳೆಯದು ! ನೀವು ವಿಭಿನ್ನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ಆಗಾಗ್ಗೆ ಮಾಡುತ್ತಾ ಹೋದಂತೆ ನೀವು ಪರಿಣಿತರಾಗುತ್ತೀರಿ. ಊಹಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ವಿವಿಧ ಪರಿಮಾಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅಂತಃಪ್ರಜ್ಞೆ ಬೆಳೆಯುತ್ತದೆ.

AP SCERT

Raju asks, "What if we use 5-rupee coins or 10-rupee notes instead? How much money could it be?"

Make an instinctive guess first. Then find out (make necessary and reasonable assumptions about the unknown details and find the answers).

Raju says, "When I become an adult, I would like to donate notebooks worth my weight every year". Rekha says, "When I grow up, I would like to do *annadana* (offering grains or meals) worth my weight every year".

How many people might benefit from each of these offerings in a year? Again, guess first before finding out.



Rekha andRaju overheard someone saying - "We did padayatra for about 400 km to reach this place! We arrived early this morning."

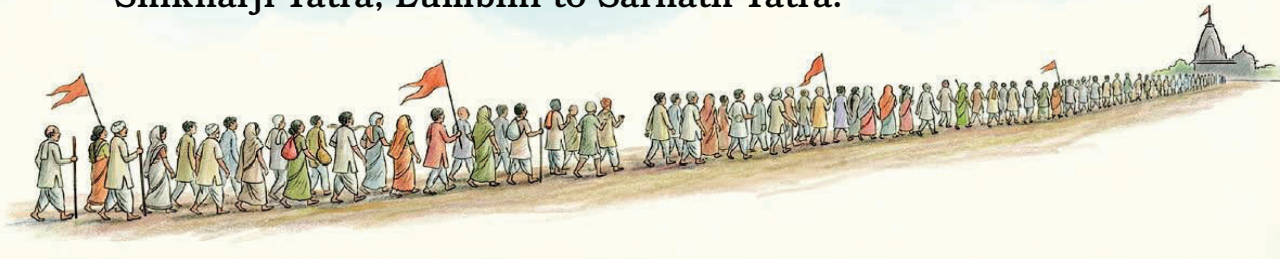
How long ago would they have started their journey?

Find answers by making necessary assumptions and approximations. Do guess first before calculating to check how close your guess was!

Note to the Teacher: Assumptions can vary greatly at times, and as a result the answers computed using these you can also vary. This is perfectly alright. Modelling the situation properly is crucial, which can also be done in different ways sometimes. The accuracy of the assumed numbers or quantities can get better with exposure and practice.

Padayatra, is the traditional practice of walking long distances as part of a religious or spiritual pursuit. People across religions in our country observe similar forms of pilgrimage or spiritual walking, although they may have different names or purposes.

Some of the pilgrimages are Ajmer Sharif Dargah Ziyarat, Pandharpur Wari, Kanwar Yatra, Sabarimala Yatra, Sammed Shikharji Yatra, Lumbini to Sarnath Yatra.



AP SCERT

ರಾಜು ಕೇಳುತ್ತಾನೆ "ನಾವು 5 ನಾಣ್ಯಗಳು ಅಥವಾ 10 ರೂಪಾಯಿ ನೋಟುಗಳನ್ನುಬಳಸಿದರೆ ಹೇಗೆ? ಅದು ಎಷ್ಟು ಹಣವಾಗಬಹುದು?"

? ಮೊದಲು ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆ ಮಾಡಿ, ನಂತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ (ಅವ್ಯಕ್ತಗಳ ವಿವರವಾದ ಮಾಹಿತಿ ಬಗ್ಗೆ ಅಗತ್ಯವಾದ ಮತ್ತು ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರಿಸಿ.)

ರಾಜು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ, "ನಾನು ವಯಸ್ಕನಾದಾಗ, ನನ್ನ ತೂಕದಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿವರ್ಷ ದಾನಮಾಡಲಿಚ್ಚಿಸುತ್ತೇನೆ". ರೇಖ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ, "ನಾನು ದೊಡ್ಡವಳಾದಾಗ, ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ನನ್ನ ತೂಕದಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದ ಅನ್ನದಾನ (ಧಾನ್ಯಗಳುಅಥವಾ ಊಟವನ್ನು) ಮಾಡಲಿಚ್ಚಿಸುತ್ತೇನೆ".

? ಒಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಈ ಇಬ್ಬರ ಅರ್ಪಣೆಯಿಂದ (ದಾನಗಳಿಂದ) ಎಷ್ಟು ಜನರು ಪ್ರಯೋಜನ ಪಡೆಯಬಹುದು? ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಮೊದಲು ಊಹಿಸಿ ನಂತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ರೇಖ ಮತ್ತು ರಾಜು ಯಾರೋ ಹೇಳಿರುವುದನ್ನು ಕೇಳಿದ್ದರು – "ನಾವು 400 ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಗಳ ಪಾದಯಾತ್ರೆ ಮಾಡಿ ಈ ಸ್ಥಳವನ್ನು ತಲುಪಿದೆವು! ನಾವು ಇಂದು ಬೆಳಗಿನ ಜಾವ ತಲುಪಿದೆವು" .



? ಅವರು ಎಷ್ಟು ಸಮಯದ ಹಿಂದೆ (ಮುಂಚೆ) ಪ್ರಯಾಣವನ್ನು ಆರಂಭಿಸಿರಬಹುದು.

? ಸಮಂಜಸವಾದ ಊಹೆ ಮತ್ತುಅಂದಾಜುಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರಗಳನ್ನುಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವ ಮೊದಲು ಊಹೆ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಊಹೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಹತ್ತಿರವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ : ಊಹೆಗಳು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಬಹಳಷ್ಟು ಬದಲಾಗಬಹುದು ಮತ್ತು ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿದ ಉತ್ತರಗಳೂ ಸಹ ಬದಲಾಗಬಹುದು. ಇದು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಸರಿಯಿದೆ. ಪರಿಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಮಾಡೆಲಿಂಗ್ ಮಾಡುವುದು ನಿರ್ಣಾಯಕವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದು. ಊಹಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಥವಾ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ನಿಖರತೆಯ ಒಡ್ಡುವಿಕೆ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸಗಳೊಂದಿಗೆ ಉತ್ತಮಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ಪಾದಯಾತ್ರೆಯು ಧಾರ್ಮಿಕ ಅಥವಾ ಆಧ್ಯಾತ್ಮಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಭಾಗವಾಗಿ ಬಹಳ ದೂರ ನಡೆಯುವ ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ಅಭ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ. ನಮ್ಮ ದೇಶದ್ಯಂತ ವಿವಿಧ ಧರ್ಮಗಳ ಜನರು ಇದೇ ರೀತಿಯ ತೀರ್ಥಯಾತ್ರೆ ಅಥವಾ ಆಧ್ಯಾತ್ಮಿಕ ನಡಿಗೆಯನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಆದರೂ ಅವು ವಿಭಿನ್ನ ಹೆಸರುಗಳು ಅಥವಾ ಉದ್ದೇಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು.

ಕೆಲವು ತೀರ್ಥಯಾತ್ರೆಗಳು (ಕ್ಷೇತ್ರಗಳು) – ಅಜ್ಮೀರ್ ಷರೀಫ್ ದರ್ಗಾ ಜಿಯಾರತ್, ಪಂಡರಿಪುರ್ ವಾರಿ, ಕನ್ವರ್ ಯಾತ್ರ, ಸಮ್ಮೇದ್ ಶಿಖರ್ಜಿಯಾತ್ರ, ಲುಂಬಿನಿಯಿಂದ ಸಾರಾನಾಥ್ ಯಾತ್ರೆ ಮುಂತಾದವು.



AP SCERT

Before the rise of modern transport, people moved from one place to another by walking - sometimes merchants, sages, and scholars walked thousands of kilometres to different parts of the world across deserts, mountains, and rivers.

? How many times can a person circumnavigate (go around the world) the Earth in their lifetime if they walk non-stop? Consider the distance around the Earth as 40,000 km.

Linear Growth vs. Exponential Growth

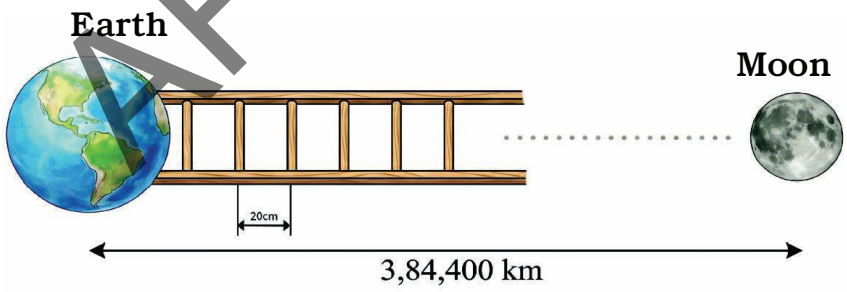
Rekha tellsRaju about a science-fiction novel she is reading where they build a ladder to reach the moon, "... I wonder if we actually had a ladder like that, how many steps would it have?".



? What do you think? Make an instinctive guess first.

? Would the number of steps be in thousands, lakhs, crores, or even more?

To find out, we would need to know the gap between consecutive steps of the ladder. Let's assume a reasonable distance of 20 cm. Visualising the problem as shown,



? We have to find out how many 20 cm make 3,84,400 km.

If we calculate the value, we get the result as 1,92,20,00,000 steps, which is 192 crore and 20 lakh steps or 1 billion 922 million steps. The fixed increase in the distance from the earth with each step (a 20 cm gain after each step) is called linear growth.

APSCERT

ಆಧುನಿಕ ಸಾರಿಗೆಯ ಉದಯಕ್ಕೆ ಮೊದಲು, ಒಂದು ಸ್ಥಳದಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಸ್ಥಳಕ್ಕೆ ಜನರು ಕಾಲ್ನಡಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದರು. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ವ್ಯಾಪಾರಿಗಳು, ಋಷಿಗಳು (ಸಾಧು ಸಂತರು) ಮತ್ತು ವಿದ್ವಾಂಸರು ಪ್ರಪಂಚದ ಇತರೆ ಭಾಗಗಳಾದ ಮರುಭೂಮಿಗಳು, ಪರ್ವತಗಳು ಮತ್ತು ನದಿಗಳನ್ನು ದಾಟಿ ಸಾವಿರಾರು ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ನಡೆದು ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದರು.

? ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿ ಜೀವಿತಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ನಿರಂತರವಾಗಿ ಎಲ್ಲಿಯೂ ತಂಗದೆ (ವಾಸ್ತವ್ಯ ಹೂಡದೆ) ಕಾಲ್ನಡಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಭೂಮಿಯನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಬಹುದು (ಸುತ್ತಬಹುದು)? ಭೂಮಿಯ ಸುತ್ತಳೆಯು 40,000 ಕಿ.ಮೀ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

ರೇಖೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ

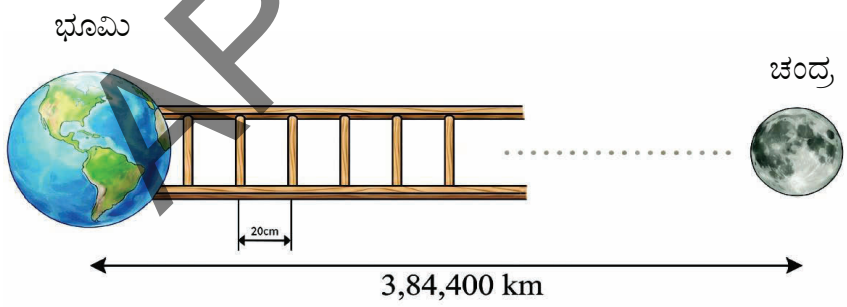
ರೇಖ ತನ್ನ ಸ್ನೇಹಿತ ರಾಜುನೊಂದಿಗೆ ತಾನು ಓದುತ್ತಿರುವ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಕಾದಂಬರಿಯಲ್ಲಿ ಚಂದ್ರನನ್ನು ತಲುಪಲು ಅವರು ನಿರ್ಮಿಸಿರುವ ಒಂದು ಏಣಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ. "... ನಾವು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಅಂತಹ ಏಣಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಆದರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳು (ಏಣಿ ಕಾಲುಗಳು) ಇರುತ್ತಿದ್ದವು? ಎನ್ನುವುದರ ಬಗ್ಗೆ ನಾನು ಆಶ್ಚರ್ಯ ಚಕಿತಳಾಗಿದ್ದೇನೆ.".

? ನೀವು ಏನನ್ನು ಯೋಚಿಸುವಿರಿ? ಮೊದಲು ಸಮಂಜಸವಾಗಿ ಊಹಿಸಿ.



? ಏಣಿಯ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಾವಿರಾರು, ಲಕ್ಷಾಂತರ, ಕೋಟ್ಯಾಂತರ ಅಥವಾ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಇರಬಹುದೇ?

ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಏಣಿಯ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ನಾವು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಈ ಅಂತರವು 20 ಸೆಂ.ಮೀ ಇದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸೋಣ. ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸುವುದು.



? 3,84,400 ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು 20 ಸೆಂಟೀಮೀಟರ್‌ಗಳಿವೆಯೋ ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು?

ನಾವು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದರೆ 1,92,20,00,000 ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳು. ಅಂದರೆ 192 ಕೋಟಿ ಮತ್ತು 20 ಲಕ್ಷ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳು ಅಥವಾ 1 ಬಿಲಿಯನ್ 922 ಮಿಲಿಯನ್ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳು ಎನ್ನುವ ಉತ್ತರ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಭೂಮಿಯಿಂದ ಪ್ರತಿ ಮೆಟ್ಟಿಲಿನ ನಡುವಿನ ಅಂತರದ ಸ್ಥಿರ ಹೆಚ್ಚಳವನ್ನು (ಪ್ರತಿ ಮೆಟ್ಟಿಲಿನ ಅಂತರ 20 ಸೆಂ.ಮೀ ಹೆಚ್ಚಳ) **ರೇಖೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

APSCERT

To cover the distance between the Earth and the Moon, it takes 1,92,20,00,000 steps with linear growth whereas it takes just 46 folds of a piece of paper with exponential growth! Linear growth is additive, whereas exponential growth is multiplicative.

$\underbrace{20 + 20 + 20 + \ldots\ldots\ldots\ldots}_{1,92,20,00,000 \text{ times}}$ $\qquad$ $\underbrace{0.001 \times 2 \times 2 \times 2 \ldots\ldots\ldots}_{46 \text{ times}}$

Some examples of exponential growth we have seen earlier in this chapter are 'The Stones that Shine', 'Magical Pond', 'How Many Combinations'. We shall explore more such interesting examples in a later chapter and also in the next grade.

? Can you come up with some examples of linear growth and of exponential growth?

Getting a Sense for Large Numbers

Last year, we learnt about lakhs and crores, as well as millions and billions. A lakh is 10^5 (1,00,000), a crore is 10^7 (1,00,00,000), and an arab is 10^9 (1,00,00,00,000), whereas a million is 10^6 (1,000,000) and a billion is 10^9 (1,000,000,000).

You might know the size of the world's human population. Have you ever wondered how many ants there might be in the world or how long ago humans emerged? In this section, we shall explore numbers significantly larger than arabs and billions. We shall use powers of 10 to represent and compare these numbers in each case.

10^0 As of mid - 2025, there are only two northern white rhinos remaining in the world, both females, and they reside at the Ol Pejeta Conservancy in Kenya ($= 2 \times 10^0$).

10^1 As of early 2024, the total population of Hainan gibbons is a meagre 42 ($\approx 4 \times 10^1$).

10^2 There are just 242 Kakapo alive as of mid - 2025 ($\approx 2 \times 10^2$).

10^3 There are fewer than 3000 Komodo dragons in the world, all based in Indonesia ($\approx 3 \times 10^3$).

AP SCERT

ರೇಖೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯೊಂದಿಗೆ ಭೂಮಿ ಮತ್ತು ಚಂದ್ರನ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು 1,92,20,00,000 ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳನ್ನು ಹತ್ತಬೇಕು. ಆದರೆ ಕೇವಲ 46 ಬಾರಿ ಕಾಗದದ ತುಂಡನ್ನು ಮಡಚಿದಾಗ ಇಷ್ಟೇ ದೂರವನ್ನು ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯೊಂದಿಗೆ ಕ್ರಮಿಸಬಹುದು ! ರೇಖೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯು ಸಂಕಲನಾತ್ಮಕವಾದರೆ ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯು ಗುಣಾಕಾರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$20 + 20 + 20 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ (1,92,20,00,000 ಸಾರಿ)

$0.001 \times 2 \times 2 \times 2 \ldots\ldots\ldots$ (46 ಸಾರಿ)

ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳಾದ 'ಹೊಳೆಯುವ ಕಲ್ಲುಗಳು', 'ಮಾಯಾ ಕೋಳ', 'ಎಷ್ಟು ಸಂಯೋಜನೆಗಳು' ಇವುಗಳನ್ನು ನಾವು ಈ ಹಿಂದೆ ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಮುಂಬರುವ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಇದೇ ರೀತಿ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ತಿಳಿಯೋಣ.

? ರೇಖೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಮತ್ತು ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಗಮನಿಸುವುದು

ಕಳೆದ ವರ್ಷ, ನಾವು ಲಕ್ಷಗಳು ಮತ್ತು ಕೋಟಿಗಳು, ಹಾಗೂ ಮಿಲಿಯನ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಬಿಲಿಯನ್‌ಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಒಂದು ಲಕ್ಷವು 10^5 (1,00,000), ಒಂದು ಕೋಟಿಯು 10^7 (1,00,00,000), ಮತ್ತು ಒಂದು ಅರಬ್ ಎಂದರೆ 10^9 (1,00,00,00,000) ಆಗಿದೆ. ಒಂದು ಮಿಲಿಯನ್ ಎಂದರೆ 10^6 (1,000,000) ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಿಲಿಯನ್ ಎಂದರೆ 10^9 (1,000,000,000) ಆಗಿದೆ.

ಜಗತ್ತಿನ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟೆಂದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿರಬಹುದು. ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಇರುವೆಗಳೆಷ್ಟು ಅಥವಾ ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಮಾನವನ ಉಗಮವಾಯಿತು ಎನ್ನುವ ಆಶ್ಚರ್ಯದಾಯಕ ಮಾಹಿತಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಎಂದಾದರೂ ಯೋಚಿಸಿದ್ದೀರಾ? ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ನಾವು ಅರಬ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಬಿಲಿಯನ್‌ಗಳಿಗಿಂತ ಗಮನಾರ್ಹವಾಗಿ ದೊಡ್ಡದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸೋಣ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸಲು ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ **10**ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

10^0 2025 ಮಧ್ಯದ ವೇಳೆಗೆ, ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಕೇವಲ ಎರಡು ಉತ್ತರದ ಬಿಳಿ ಹೆಣ್ಣು ಖಡ್ಗಮೃಗಗಳು ಉಳಿದಿವೆ. ಎರಡೂ ಹೆಣ್ಣುಗಳು ಮತ್ತು ಅವು ಕೀನ್ಯಾದ ಓಲ್ ಪೆಜೆಟಾ ಕನ್ಸರ್ವೆನ್ಸಿಯಲ್ಲಿ ವಾಸಿಸುತ್ತಿವೆ ($= 2 \times 10^0$).

10^1 2024 ರ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಹೈನಾನ್ ಗಿಬ್ಬಾನ್‌ಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅತ್ಯಲ್ಪ 42 ($\approx 4 \times 10^1$).

10^2 2025 ರ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 242 ಕಾಕಪೋಗಳು(ರಾತ್ರಿಗಿಳಿಗಳು) ಜೀವಂತವಾಗಿದೆ ($\approx 2 \times 10^2$).

10^3 3000 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಕೊಮಡ (ಉಡ) ಡ್ರಾಗನ್‌ಗಳು ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿವೆ. ಅವೆಲ್ಲವೂ ಇಂಡೋನೇಷ್ಯಾದಲ್ಲಿವೆ. ($\approx 3 \times 10^3$).

AP SCERT

10^4 A 2005 estimate of the maned wolf population showed that there are more than 17000 of them; most are located in Brazil (1.7×10^4).



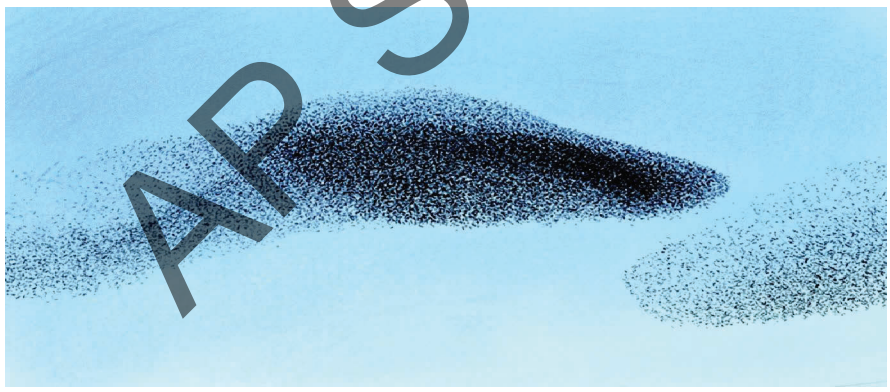
10^5 As of 2018, there are around 4.15 lakh African elephants ($\approx 4 \times 10^5$).

10^6 There are an estimated 50 lakh / 5 million American alligators as of 2025 (5×10^6).

10^7 The global camel population is estimated to be over 3.5 crore/ 35 million (3.5×10^7). India has only about 2.5 lakhs of them. The global horse population is around 5.8 crore / 58 million (5.8×10^7), with about half of them in America.

10^8 More than 20 crore / 200 million (2×10^8) water buffaloes are estimated worldwide, with a vast majority of them in Asia.

10^9 The estimated global population of starlings is around 1.3 arab/1.3 billion (1.3×10^9). The global human population as of 2025 is 8.2 arab/ 8.2 billion (8.2×10^9).



A picture of a starling murmuration over a farm in the UK. Starling murmuration is a mesmerising aerial display of thousands of starlings flying in synchronised, swirling patterns. It is often described as a 'choreographed dance'.

? With a global human population of about 8×10^9 and about 4×10^5 African elephants, can we say that there are nearly 20,000 people for every African elephant?

10^{10} The global chicken population living at any time is estimated at $\approx$ 33 billion (3.3×10^{10}).

AR SCERT

10^4 ಮೈನ್ಡ್‌ವುಲ್ಫ್ (ಮನುಷ್ಯನ ತೋಳ) ಸಂಖ್ಯೆಯು 2005ರ ಅಂದಾಜಿನ ಪ್ರಕಾರ 17000 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿವೆ. ಬಹುತೇಕ ಅವುಗಳು ಬ್ರೆಜಿಲ್‌ನಲ್ಲಿವೆ. **(1.7×10^4).**



10^5 2018 ರ ಪ್ರಕಾರ ಸುಮಾರು 4.15 ಲಕ್ಷ ಆಫ್ರಿಕನ್ ಆನೆಗಳಿವೆ. **$(\approx 4 \times 10^5)$.**

10^6 2025ರ ಪ್ರಕಾರ ಸುಮಾರು 50 ಲಕ್ಷ / 5 ಮಿಲಿಯನ್ ಅಮೇರಿಕನ್ ಮೊಸಳೆಗಳಿವೆ **(5×10^6).**

10^7 ಜಾಗತಿಕ ಒಂಟೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅಂದಾಜು 3.5 ಕೋಟಿ / 35 ಮಿಲಿಯನ್ **(3.5×10^7)**. ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೇವಲ 2.5 ಲಕ್ಷಗಳು. ಜಾಗತಿಕ ಕುದುರೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸುಮಾರು 5.8 ಕೋಟಿ / 58 ಮಿಲಿಯನ್ **(5.8×10^7)** ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಅಮೆರಿಕದಲ್ಲಿವೆ.

10^8 ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ 20 ಕೋಟಿ / 200 ಮಿಲಿಯನ್**(2×10^8)** ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ನೀರೆಮ್ಮೆಗಳನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಬಹುಪಾಲು ಏಷ್ಯಾದಲ್ಲಿವೆ.

10^9 ಕಬ್ಬಕ್ಕಿ (ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್)ಗಳ ಅಂದಾಜು ಜಾಗತಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸುಮಾರು 1.3 ಅರಬ್/1.3 ಬಿಲಿಯನ್ **(1.3×10^9)** ಆಗಿದೆ. 2025 ರ ಪ್ರಕಾರ ಜಾಗತಿಕ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 8.2 ಅರಬ್/8.2 ಬಿಲಿಯನ್ **(8.2×10^9)**ಆಗಿದೆ.



UK ಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಜಮೀನಿನ ಮೇಲೆ ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್ ಗೊಣಗುತ್ತಿರುವ ಚಿತ್ರ, ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್ ಗೊಣಗುತ್ತಿರುವುದು ಸಾವಿರಾರು ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್‌ಗಳು ಸಂಕ್ರೊನೈಜ್ ಮಾಡಿದ, ಸುತ್ತುತ್ತಿರುವ ಮಾದರಿಗಳಲ್ಲಿ ಹಾರುತ್ತಿರುವ ಮೋಡಿಮಾಡುವ ವೈಮಾನಿಕ ಪ್ರದರ್ಶನವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 'ನೃತ್ಯ ಸಂಯೋಜನೆಯ ನೃತ್ಯ' ಎಂದು ವಿವರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

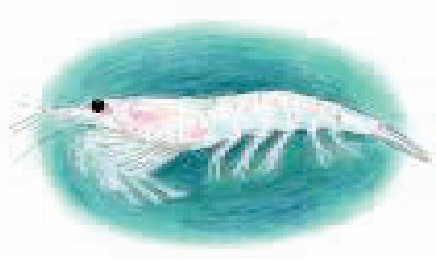
? ಜಾಗತಿಕ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಸುಮಾರು 8×10^9 ಮತ್ತು ಆಫ್ರಿಕಾದ ಆನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 4×10^5 ಪ್ರತಿ ಒಂದು ಆಫ್ರಿಕಾದ ಆನೆಗೆ ಸುಮಾರು 20,000 ಜನರಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

10^{10} ಜಾಗತಿಕವಾಗಿ ಜೀವಂತ ಕೋಳಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಯಾವುದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ $\approx$ 33 ಬಿಲಿಯನ್ **(3.3×10^{10})** ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ.

APSCERT

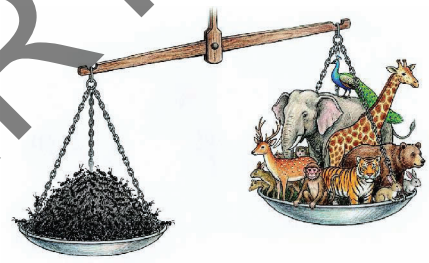
10^{12} The estimated number of trees (2023) globally stands at 30 kharab/3 trillion (3×10^{12}). One kharab is 100 arab, and one trillion is 1000 billion.

10^{14} The estimated mosquito population worldwide (2023) is 11 neel/110 trillion (1.10×10^{14}). A derived estimate of the population of the Antarctic krill stands at 50 neel/500 trillion (5×10^{14}).



10^{15} An estimate of the beetle population stands at 1 padma/1 quadrillion (1×10^{15}). The estimate of the earthworm population is also at 1 padma/1 quadrillion.

10^{16} The estimated population of ants globally is 20 padma/20 quadrillion (2×10^{16}). Ants alone outweigh all wild birds and wild mammals combined.



10^{21} is supposed to be the number of grains of sand on all beaches and deserts on Earth. This is enough sand to give every ant 10 little sand castles to live in.



10^{23} The estimated number of stars in the observable universe is 2×10^{23}.

10^{25} There are an estimated 2×10^{25} drops of water on Earth (assuming 16 drops per millilitre).

? Calculate and write the answer using scientific notation:

(i) How many ants are there for every human in the world?

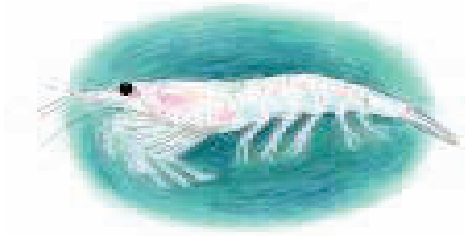
(ii) If a flock of starlings contains 10,000 birds, how many flocks could there be in the world?

(iii) If each tree had about 10^4 leaves, find the total number of leaves on all the trees in the world.

RP SCERT

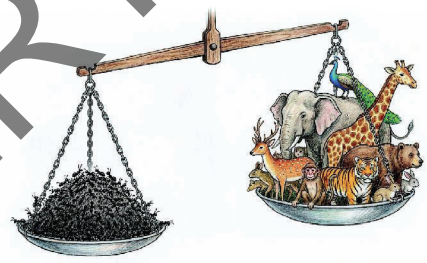
10^{12} ಜಾಗತಿಕವಾಗಿ ಅಂದಾಜು ಮರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (2023) 30 ಖರಾಬ್/3 ಟ್ರಿಲಿಯನ್ **(3×10^{12})** ಆಗಿದೆ. ಒಂದು ಖರಾಬ್ ಎಂದರೆ 100 ಅರಬ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಟ್ರಿಲಿಯನ್ ಎಂದರೆ 1000 ಬಿಲಿಯನ್‌ಗಳು.

10^{14} ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಅಂದಾಜು ಸೊಳ್ಳೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (2023) 11 ನೀಲ್/110 ಟ್ರಿಲಿಯನ್ **(1.10×10^{14})** ಯಾಗಿ ಇದೆ. ಅಂಟಾರ್ಕ್ಟಿಕ್ ಕ್ರಿಲ್ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಅಂದಾಜು 50 ನೀಲ್/500 ಟ್ರಿಲಿಯನ್ **(5×10^{14})** ಆಗಿದೆ.



10^{15} ಜೀರುಂಡೆಗಳ ಅಂದಾಜು ಸಂಖ್ಯೆಯು 1 ಪದ್ಮ/1 ಕ್ವಾಡ್ರಿಲಿಯನ್ **(1×10^{15})** ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ. ಎರೆಹುಳುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಕೂಡಾ 1 ಪದ್ಮ/1 ಕ್ವಾಡ್ರಿಲಿಯನ್ ಆಗಿದೆ.

10^{16} ಜಾಗತಿಕವಾಗಿ ಇರುವೆಗಳ ಅಂದಾಜು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸುಮಾರು 20 ಪದ್ಮ/20 ಕ್ವಾಡ್ರಿಲಿಯನ್ **(2×10^{16})**. ಇರುವೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎಲ್ಲಾ ಕಾಡು ಪಕ್ಷಿಗಳು ಮತ್ತು ಸಸ್ತನಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೀರಿಸುತ್ತದೆ.



10^{21} ಇದು ಭೂಮಿಯ ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಕಡಲ ತೀರಗಳು (ಬೀಚ್) ಮತ್ತು ಮರುಭೂಮಿಗಳಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟು ಮರಳಿನ ಕಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದು ಪ್ರತಿ ಇರುವೆಗೂ ವಾಸಿಸಲು 10 ಚಿಕ್ಕ ಮರಳಿನ ಕೋಟೆಗಳನ್ನು ಕಟ್ಟಲು ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ.



10^{23} ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿನ ವೀಕ್ಷಿಸಬಹುದಾದ ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ಅಂದಾಜು ಸಂಖ್ಯೆ 2×10^{23}.

10^{25} ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ ಅಂದಾಜು 2×10^{25} ನೀರಿನ ಹನಿಗಳಿವೆ. (ಪ್ರತಿ ಮಿಲಿಲೀಟರ್‌ಗೆ 16 ಬಿಂದುಗಳು ಊಹಿಸಿದರೆ).

? ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ ಮತ್ತು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

(i) ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಇರುವೆಗಳು ಇವೆ?

(ii) ಒಂದು ಕಬ್ಬಕ್ಕಿ (ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್) ಗಳ ಹಿಂಡಿನಲ್ಲಿ 10,000 ಪಕ್ಷಿಗಳಿದ್ದರೆ, ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಕಬ್ಬಕ್ಕಿ(ಸ್ಟಾರ್ಲಿಂಗ್)ಗಳ ಎಷ್ಟು ಹಿಂಡು ಇರಬಹುದು?

(iii) ಪ್ರತಿ ಮರವೂ ಸುಮಾರು 10^4 ಎಲೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಜಗತ್ತಿನ ಎಲ್ಲಾ ಮರಗಳಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಎಲೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

© KSEEB SCERT

(iv) If you stacked sheets of paper on top of each other, how many would you need to reach the Moon?

A different way to say your age!

"How old are you?" asked Raju.

"I completed 13 years a few weeks ago!" said Rekha.

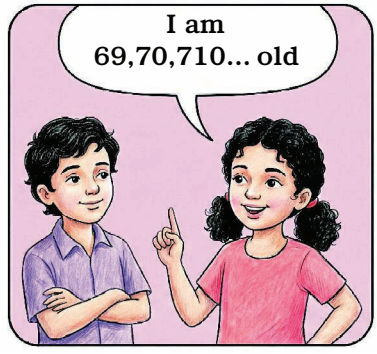
"How old are you?" asked Raju again.

"I'm 4840 days old today!" said Rekha.

"How old are you?" asked Raju again.

"I'm _____ hours old!" said Rekha.

Make an estimate before finding this number.



What could this number mean? Find out!

Raju: "I am 4070 days old today. Can you find out my date of birth?"

? If you have lived for a million seconds, how old would you be?

We shall look at approximate times and timelines of some events and phenomena, and use powers of 10 to represent and compare these quantities.

Time in seconds	Comparison to real-world events/phenomena
10^0 = 1 second	- Time taken for a ball thrown up to fall back on the ground (typically a few seconds).
10^1 = 10 seconds	- Time blood takes to complete one full circulation through the body: 10 - 20 seconds (1×10^1 - 2×10^1 seconds). - Typical waiting time at a traffic signal.

Isn't it quite amazing how someone is able to estimate things like the number of ants in the world or the time blood takes to fully circulate? You may carry this wonder whenever you encounter such facts. You will come across such facts in subjects like Science and Social Science, where such estimates are made frequently.

10^2 seconds $\approx$ 1.6 minutes	- Time needed to make a cup of tea: 5 - 10 minutes ($\approx 4 \times 10^2$ - 8×10^2 seconds). - Time for light to reach the Earth from the Sun: about 8 minutes ($\approx 5 \times 10^2$ seconds).

AP SCERT

(iv) ನೀವು ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದರಂತೆ ಜೋಡಿಸಿದರೆ, ಚಂದ್ರನನ್ನು ತಲುಪಲು ಎಷ್ಟು ಹಾಳೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

ನಿಮ್ಮ ವಯಸ್ಸನ್ನು ಹೇಳಲು ಒಂದು ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನ !

"ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?" ಎಂದು ರಾಜು ಕೇಳಿದನು.

"ಕೆಲವು ವಾರಗಳ ಹಿಂದೆ 13 ವಸಂತಗಳನ್ನು ಪೂರೈಸಿದೆ!' ಎಂದು ರೇಖ ಹೇಳಿದಳು.

"ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?" ಎಂದು ಮತ್ತೆ ರಾಜು ಕೇಳಿದ.

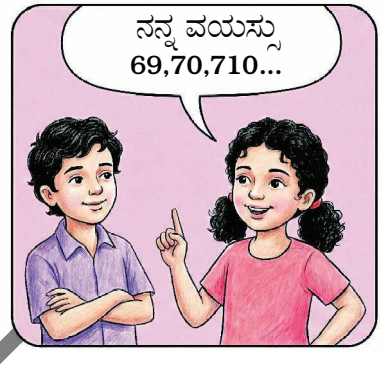
"ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಇಂದಿಗೆ 4840 ದಿನಗಳು!" ಎಂದು ರೇಖ ಹೇಳಿದಳು.

"ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?" ಎಂದು ಮತ್ತೆ ರಾಜು ಕೇಳಿದ.

"ನನಗೆ ಗಂಟೆಗಳ ವಯಸ್ಸು!" ಎಂದು ರೇಖ ಹೇಳಿದಳು.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಮೊದಲು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಿ.

ರಾಜು ಹೇಳಿದನು "ನನಗೆ ಇಂದಿಗೆ 4070 ದಿನಗಳ ವಯಸ್ಸಾಗಿದೆ. ನನ್ನ ಜನ್ಮ ದಿನಾಂಕವನ್ನುನೀನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವೆಯಾ?""



ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅರ್ಥವೇನು? ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? ನೀವು ಒಂದು ಮಿಲಿಯನ್ ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳು ಬದುಕಿದ್ದರೆ (ಜೀವಿಸಿದ್ದರೆ) ನಿಮ್ಮ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

ನಾವು ಕೆಲವು ಘಟನೆಗಳು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಮಾನಗಳ ಅಂದಾಜು ಸಮಯಗಳು ಮತ್ತು ಟೈಮ್‌ಲೈನ್‌ಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ ಮತ್ತು ಈ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸಲು **10**ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಬಳಸೋಣ.

ಸಮಯ (ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ) ನೈಜ ಪ್ರಪಂಚದ ಘಟನೆಗಳು/ವಿದ್ಯಮಾನಗಳ ಹೋಲಿಕೆ

10^0 = 1 ಸೆಕೆಂಡ್ – ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎಸೆದ ಚೆಂಡು ಹಿಂತಿರುಗಿ (ಮರಳಿ) ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಬೀಳಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ (ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕೆಲವು ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).

10^1 = 10 ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳು – ದೇಹದ ಮೂಲಕ ರಕ್ತವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಪರಿಚಲನೆ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ: 10 – 20 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು (1×10^1 - 2×10^1 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).

– ಟ್ರಾಫಿಕ್ ಸಿಗ್ನಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಾಯುವ ಸಮಯ.

ಪ್ರಪಂಚದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಇರುವೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ರಕ್ತವು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಪರಿಚಲನೆಗೊಳ್ಳಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯದಂತಹ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಯಾರಾದರು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. ಸಾಕಷ್ಟು ಅದ್ಭುತವಲ್ಲವೇ? ನೀವು ಇಂತಹ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆ ಹಚ್ಚಿದಾಗ ಆ ಆಶ್ಚರ್ಯವನ್ನು ನೀವು ಕಟ್ಟಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ನೀವು ಇಂತಹ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನದಂತಹ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಕಾಣಬಹುದು. ಅಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಅಂದಾಜುಗಳನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ.

10^2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 1.6 ನಿಮಿಷಗಳು – ಒಂದು ಲೋಟ ಚಹಾ ಮಾಡಲು ಬೇಕಾಗುವ ಸಮಯ: 5 – 10 ನಿಮಿಷಗಳು ($\approx 4 \times 10^2$ - 8×10^2 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).

– ಬೆಳಕು ಸೂರ್ಯನಿಂದ ಭೂಮಿಗೆ ತಲುಪಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ ಸುಮಾರು 8 ನಿಮಿಷಗಳು ($\approx 5 \times 10^2$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).

APSCERT





10^3 seconds ≈ 16.6 minutes - Satellites in low Earth orbits take between 90 minutes (≈ 5.5×10^3 seconds) to 2 hours to complete one full revolution around the Earth.

10^4 seconds ≈ 2.7 hours - The time needed to digest a meal: about 2 - 4 hours to pass through the stomach.

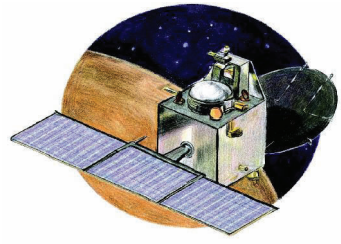


- Lifespan of an adult mayfly: about a day (≈ 9×10^4 seconds).

? 10^5 seconds ≈ 1.16 days and 106 seconds ≈ 11.57 days. Think of some events or phenomena whose time is of the order of (i) 10^5 seconds and (ii) 10^6 seconds. Write them in scientific notation.

10^7 seconds ≈ 115.7 days / ≈ 3.8 months - Time spent sleeping in a year: about 4 months.

- Time taken by Mangalyaan mission to reach Mars: 298 days (≈ 2.65×10^7 seconds).



- Time taken by Mars for one full revolution around the Sun: 687 Earth-days/1.88 Earth-years (≈ 6×10^7 seconds).

10^8 seconds ≈ 3.17 years - The typical lifespan of most dogs is 3 to 15 years.

AP SCERT





10^3 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು $\approx$ 16.6 ನಿಮಿಷಗಳು – ಕಡಿಮೆ ಎತ್ತರದ ಭೂ ಕಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿರುವ ಉಪಗ್ರಹಗಳು. ಭೂಮಿಯ ಸುತ್ತು ಒಂದು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣೆ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು 90 ನಿಮಿಷಗಳಿಂದ ($\approx$ **5.5×10^3** ಸೆಕೆಂಡುಗಳು) 2 ಗಂಟೆ ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

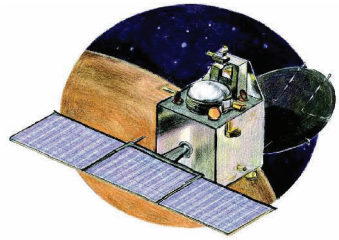
10^4 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು $\approx$ 2.7 ಗಂಟೆಗಳು – ಒಂದು ಊಟವನ್ನು ಜೀರ್ಣಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಬೇಕಾಗುವ ಸಮಯ : ಹೊಟ್ಟೆಯ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗಲು ಸುಮಾರು 2 – 4 ಗಂಟೆಗಳು.



– ಒಂದು ಪ್ರೌಢ ನೊಣದ ಜೀವಿತಾವಧಿ : ಸುಮಾರು ಒಂದು ದಿನ ($\approx$ **9×10^4** ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).

? 10^5 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು $\approx$ 1.16 ದಿನಗಳು ಮತ್ತು 10^6 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು $\approx$ 11.57 ದಿನಗಳು. ಸಮಯ **(i)** 10^5 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ಮತ್ತು **(ii)** 10^6 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಸಮಯದ ಅವಧಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಕೆಲವು ಘಟನೆಗಳು ಅಥವಾ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ. ಇವುಗಳನ್ನು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

10^7 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು $\approx$ 115.7 ದಿನಗಳು / $\approx$ 3.8 ತಿಂಗಳುಗಳು – ಒಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ನಿದ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಕಳೆದ ಸಮಯ ಸುಮಾರು 4 ತಿಂಗಳುಗಳು.



– ಮಂಗಳ ಗ್ರಹವನ್ನು ತಲುಪಲು ಮಂಗಳಯಾನ ಮಿಷನ್ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯ : 298 ದಿನಗಳು ($\approx$ **2.65×10^7** ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).

– ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತಲೂ ಒಂದು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣೆ ಹಾಕಲು ಮಂಗಳ ಗ್ರಹವು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ : 687 ಪೃಥ್ವಿ –ದಿನಗಳು/ 1.88 ಪೃಥ್ವಿ – ವರ್ಷಗಳು ($\approx$ **6×10^7** ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).

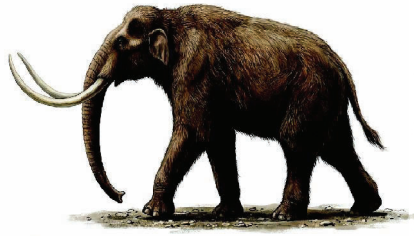
10^8 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು $\approx$ 3.17 ವರ್ಷಗಳು – ಎಲ್ಲಾ ನಾಯಿಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜೀವಿತಾವಧಿಯು 3 ರಿಂದ 15 ವರ್ಷಗಳು.

AP SCERT

10^9 seconds $\approx$ 31.7 years	-	The orbital period of Halley's comet is 75 - 79 years; the next expected return is in the year 2061 ($\approx 2.4 \times 10^9$ seconds).
	-	Duration of one full revolution of Neptune around the Sun: 60,190 Earth-days/~165 Earth-years or 89,666 Neptunian days/1 Neptunian-year ($\approx 5.2 \times 10^9$ seconds). A day on Neptune is about 16.1 hours

Notice how rapid exponential growth is - 10^6 seconds is less than a fortnight, but 10^9 seconds is a whopping 31 years (about half the life expectancy of a human)!

10^{10} seconds $\approx$317 years	-	The Chola dynasty ruled for more than 900 years ($\approx 3 \times 10^{10}$ seconds) between the 3rd Century BCE and 12th Century CE.
10^{11} seconds $\approx$3,170 years	-	Age of the oldest known living tree: about 5000 years ($\approx 1.57 \times 10^{11}$ seconds).
	-	Time since the last peak ice age: 19,000 - 26,000 years ago ($\approx 6 \times 10^{11}$ seconds - 8.2×10^{11} seconds).
10^{12} seconds $\approx$ 31,700	-	Early Homo sapiens first appeared 2 - 3 lakh years ago ($\approx 7 \times 10^{12}$ - 9×10^{12} seconds). The entire population around that time could fit in a large cricket stadium.
10^{13} seconds $\approx$ 3.17 lakh years	-	The Steppe Mammoth is estimated to have appeared around 8 - 18 lakh years ago.



10^{14} seconds $\approx$3.17 million years	-	A fossil of Kelenken Guillermoi, a type of terror bird, is dated to 15 million years ago ($\approx$ _____seconds).
10^{15} seconds	-	Age of Himalayas: 5.5 crore years/55 million years



AP SCERT

10^9 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು – ಹ್ಯಾಲಿ ಧೂಮಕೇತುವಿನ ಕಕ್ಷಾ ಅವಧಿಯು 75 –– 79 ವರ್ಷಗಳು; ಮುಂದಿನ ನಿರೀಕ್ಷಿತ ಮರು

$\approx$ 31.7 ವರ್ಷಗಳು ಆಗಮನವು 2061 ರಲ್ಲಿ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ ($\approx 2.4 \times 10^9$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).

– ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತ ನೆಪ್ಚೂನ್ ಗ್ರಹವು ಒಂದು ಸುತ್ತು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣೆ ಹಾಕಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವು: 60,190 ಪೃಥ್ವಿ ದಿನಗಳು / $\approx$ 165 ಪೃಥ್ವಿ ವರ್ಷಗಳು ಅಥವಾ 89,666 ನಿಪ್ಚ್ಯೂನ್ ದಿನಗಳು/ 1 ನಿಪ್ಚ್ಯೂನ್ ವರ್ಷ ($\approx 5.2 \times 10^9$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು). ನೆಪ್ಚ್ಯೂನ್‌ನಲ್ಲಿ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಅವಧಿಯು ಸುಮಾರು 16.1 ಗಂಟೆಗಳು.

ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯು ಎಷ್ಟು ಕ್ಷಿಪ್ರವಾಗಿದೆ ಎಂದುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ – 10^6 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು 15 ದಿನಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ. ಆದರೆ 10^9 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಮೊತ್ತ 31 ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮ (ಮನುಷ್ಯನ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಜೀವಿತಾವಧಿ)!

10^{10} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು – ಚೋಳ ರಾಜವಂಶವು 900 ವರ್ಷಗಳಿಗಿಂತ ($\approx$ **3×10^{10}** ಸೆಕೆಂಡುಗಳು) ಹೆಚ್ಚು ಕಾಲ ಆಳ್ವಿಕೆ

$\approx$ 317 ವರ್ಷಗಳು ನಡೆಸಿತು. (3ನೇ ಶತಮಾನ **BCE** ಮತ್ತು 12ನೇ ಶತಮಾನ **CE** ನಡುವೆ)

10^{11} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು – ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಅತ್ಯಂತ ಹಳೆಯ ಜೀವಂತ ಮರದ ವಯಸ್ಸು : ಸುಮಾರು 5000

$\approx$ 3,170 ವರ್ಷಗಳು ವರ್ಷಗಳು ($\approx$ **1.57×10^{11}** ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).

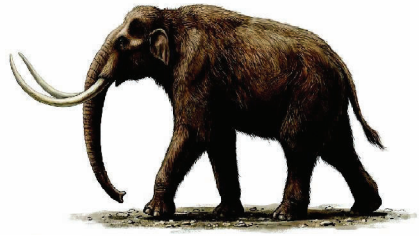
– ಹಿಮಯುಗದ ಅತ್ಯಂತ ನಂತರದ ಸಮಯ : 19,000 – 26,000 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ($\approx$ **6×10^{11}** ಸೆಕೆಂಡುಗಳು – **8.2×10^{11}** ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).

10^{12} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು – ಆದಿ ಹೋಮೋ ಸೇಪಿಯನ್ಸ್ ಮೊದಲಿಗೆ 2 – 3 ಲಕ್ಷ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ($\approx$ **$7 \times 10^{12} - 9 \times 10^{12}$** ಸೆಕೆಂಡುಗಳು) ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡರು. ಅಂದಿನ ಇಡೀ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ದೊಡ್ಡ

$\approx$ 31,700 ವರ್ಷಗಳು ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಕ್ರೀಡಾಂಗಣವನ್ನು ಆವರಿಸುವಷ್ಟಿತ್ತು.

10^{13} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು – ಸ್ಟೆಪ್ಪೀ ಮ್ಯಾಮೋತ್ ಸುಮಾರು

$\approx$ 3.17 ಲಕ್ಷ ವರ್ಷಗಳು 8 – 18 ಲಕ್ಷ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡಿದೆ ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ.



10^{14} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು – ಕೆಲೆನಸ್ಕನ್ ಗಿಲ್ಲರ್‌ಮೋಯ್ ಎಂಬ ಭಯಾನಕ

$\approx$ 3.17 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳು ಪಕ್ಷಿಯ ಪಳೆಯುಳಿಕೆಯು 15 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳಷ್ಟು ಹಳೆಯದು.($\approx$ _____ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).



10^{15} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು – ಹಿಮಾಲಯಗಳ ವಯಸ್ಸು: 5.5 ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳು/55 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳು

AP SCERT

≈ 3.17 crore years	($\approx 1.7 \times 10^{15}$ seconds); they continue to grow a few mm every year.
	- Dinosaurs went extinct 6.6 crore years ago/66 million years ago ($\approx 2 \times 10^{15}$ seconds).
	- Dinosaurs first appeared more than 20 crore/200 million years ago ($\approx 6 \times 10^{15}$ seconds).
	- It takes about 23 crore years for the Sun to make one complete trip around the Milky Way ($\approx 7 \times 10^{15}$ seconds).
10^{16} seconds ≈ 31.7 crore years	- Plants on land started 47 crore/470 million years ago (≈ _____seconds).
10^{17} seconds ≈ 3.17 billion years	- The oldest fossil evidence suggests that bacteria first appeared about 3.7 billion years ago.
	- The Earth is 4.5 billion years old.
	- The Milky Way galaxy was formed 13.6 billion years ago, and the Universe was formed 13.8 billion years ago.

Notice that 10^9 seconds is of the order of the lifespan of a human, whereas 10^{18} seconds ago the universe did not exist according to modern physics!! The exponential notation can capture very large quantities in a concise manner.

? Calculate and write the answer using scientific notation:

(i) If one star is counted every second, how long would it take to count all the stars in the universe? Answer in terms of the number of seconds using scientific notation.

(ii) If one could drink a glass of water (200 ml) every 10 seconds, how long would it take to finish the entire volume of water on Earth?

Very large quantities are often beyond our experience and comprehension. To put them into perspective, we can relate and compare them with quantities we are familiar with. This can give an essence of how large a number or a measure is!

AP SCERT

≈ 3.17 ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳು		(≈ 1.7×10^{15} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು); ಅವು ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ಕೆಲವು ಮಿಲೀಮೀಟರ್‌ಗಳಷ್ಟು ಬೆಳೆಯುತ್ತಲೇ ಇರುತ್ತವೆ.
	–	ಡೈನೋಸಾರ್‌ಗಳೂ 6.6 ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ/66 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ನಶಿಸಿ ಹೋದವು (≈ 2×10^{15} ಸೆಕೆಂಡುಗಳೂ).
	–	ಡೈನೋಸಾರ್‌ಗಳು ಮೊದಲು 20 ಕೋಟಿಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು/200 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ (≈ 6×10^{15} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು) ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡವು.
	–	ಸೂರ್ಯನು ಕ್ಷೀರಪಥ ಗೆಲಾಕ್ಸಿಯ ಸುತ್ತು ಒಂದು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣೆ ಹಾಕಲು ಸುಮಾರು 23 ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. (≈ 7×10^{15} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).
10^{16} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 31.7 ಕೋಟಿ ವರ್ಷಗಳು	–	ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ ಸಸ್ಯಗಳು 47 ಕೋಟಿ/470 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಉಗಮವಾದವು (≈ _____ ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).
10^{17} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ≈ 3.17 ಬಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳು	–	ಅತ್ಯಂತ ಹಳೆಯ ಪಳೆಯುಳಿಕೆ ಪುರಾವೆಗಳ ಪ್ರಕಾರ ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಾಗಳು ಸುಮಾರು 3.7 ಬಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ಕೆಳಗೆ ಹಿಂದೆ ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡವು ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.
	–	ಭೂಮಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸುಮಾರು 4.5 ಬಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ವಯಸ್ಸು.
	–	ಕ್ಷೀರಪಥ ನಕ್ಷತ್ರ ಪುಂಜವು 13.6 ಬಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಮತ್ತು ಬ್ರಹ್ಮಾಂಡವು 13.8 ಬಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ರೂಪುಗೊಂಡಿತು.

10^{9} ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ಒಬ್ಬ ಮನುಷ್ಯನ ಜೀವಿತಾವಧಿಯ ಕ್ರಮ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ. ಆದರೆ ಆಧುನಿಕ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ 10^{18} ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ಹಿಂದೆ ಬ್ರಹ್ಮಾಂಡವು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿರಲಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ !! ಘಾತೀಯ ಸಂಕೇತವು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬಹಳ ದೊಡ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

? ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರಿಸಿರಿ :

(i) ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗೆ ಒಂದರಂತೆ ನಕ್ಷತ್ರಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿದರೆ, ಬ್ರಹ್ಮಾಂಡದ ಎಲ್ಲಾ ನಕ್ಷತ್ರಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವೆಷ್ಟು? ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತದ ಬಳಕೆಯಿಂದ ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಉತ್ತರಿಸಿರಿ.

(ii) ಒಬ್ಬನಿನಗೆ ಪ್ರತಿ 10 ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ ಒಂದು ಲೋಟ (200 ಮಿ.ಲೀ) ನೀರು ಕುಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಭೂಮಿಯ ಮೇಲಿನ ಸಂಪೂರ್ಣ ಪ್ರಮಾಣದ ನೀರನ್ನು ಕುಡಿದು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವೆಷ್ಟು?

ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಪ್ರಮಾಣಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ನಮ್ಮ ಅನುಭವ ಮತ್ತು ಗ್ರಹಿಕೆಯ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಮೀರಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿತವಾಗಿರಿಸಿಲು ನಾವು ನಮಗೆ ಪರಿಚಿತವಾಗಿರುವ ಪ್ರಮಾಣಗಳೊಂದಿಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಂಬಂಧಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸಬಹುದು. ಇದು ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಅಳತೆಯು ಎಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದು ಎಂಬುದರ ಅಸ್ತಿತ್ವವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ !

AP SCERT

2.5 A Pinch of History

In the Lalitavistara, a Buddhist treatise from the first century BCE, we see number - names for odd powers of ten up to 10^{53}. The following occurs as part of the dialogue between the mathematician Arjuna and Prince Gautama, the Bodhisattva.

"Hundred kotis are called an ayuta (10^9), hundred ayutas a niyuta (10^{11}), hundred niyutas a kankara (10^{13}), ..., hundred sarva-balas a visamjna- gati (10^{47}), hundred visamjna-gatis a sarvajna (10^{49}), hundred sarvajnas a vibhutangama (10^{51}), a hundred vibhutangamas is a tallakshana (10^{53})."

Mahaviracharya gives a list of 24 terms (i.e., up to 10^{23}) in his treatise Ganita-sara-sangraha. An anonymous Jaina treatise Amalasiddhi gives a list with a name for each power of ten up to 10^{96} (dasha-ananta). A Pali grammar treatise of Kaccayana lists number-names up to 10^{140}, named asankhyeya.

For expressing high powers of ten, Jaina and Buddhist texts use bases like sahassa (thousand) and ko?i (ten million); for instance, prayuta (10^6) would be dasa sata sahassa (ten hundred thousand).

The modern naming is similar to this, where we say,

A hundred thousand is a lakh	$100 \times 1000 = 1,00,000$	$10^2 \times 10^3 = 10^5$
A hundred lakhs is a crore	$100 \times 1,00,000 = 1,00,00,000$	$10^2 \times 10^5 = 10^7$
A hundred crores is an arab	$100 \times 1,00,00,000 = 1,00,00,00,000$	$10^2 \times 10^7 = 10^9$
A hundred arab is a kharab	$100 \times 1,00,00,00,000 = 1,00,00,00,00,000$	$10^2 \times 10^9 = 10^{11}$

Continuing this, a hundred kharab is a neel (10^{13}), a hundred neel is a padma (10^{15}), a hundred padma is a shankh (10^{17}) and a hundred shankh is a maha shankh (10^{19}).

In the American/International system, we say

A thousand thousand	$1000 \times 1000 = 1,000,000$	$10^3 \times 10^3 = 10^6$

AP SCERT

2.5 ಇತಿಹಾಸದ ಒಂದು ತುಣುಕು

ಮೊದಲ ಶತಮಾನ ಕ್ರಿಸ್ತ ಪೂರ್ವ ಮೊದಲ ಶತಮಾನದ ಬೌದ್ಧ ಗ್ರಂಥ ಲಲಿತ ವಿಸ್ತಾರದಲ್ಲಿ **10** ರ ಘಾತದ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ 10^{53} ರವರೆಗೂ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ. ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞ ಅರ್ಜುನ ಮತ್ತು ಬೋಧಿಸತ್ವ ರಾಜಕುಮಾರ ಗೌತಮ ಇವರ ನಡುವಿನ ಸಂಭಾಷಣೆಯಲ್ಲಿ ಇವು ಬರುತ್ತವೆ.

"ನೂರು ಕೋಟಿಗಳನ್ನು ಆಯುತ (10^{9}) ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ನೂರು ಆಯುತಗಳಿಗೆ ಒಂದು ನಿಯತ (10^{11}) , ನೂರು ನಿಯುತಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಕಂಕರ (10^{13}) , ..., ನೂರು ಸರ್ವ - ಬಲಗಳಿಗೆ ಒಂದು ವಿಸಮ್‌ಜ್ಞ ಗಟಿ (10^{47}), ನೂರು ವಿಸಮ್‌ಜ್ಞ -ಗಟಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಸರ್ವಜ್ಞ (10^{49}), ನೂರು ಸರ್ವಜ್ಞಗಳಿಗೆ ಒಂದು ವಿಭೂತಂಗಮ (10^{51}), ನೂರು ವಿಭೂತಂತಮಗಳಿಗೆ ಒಂದು ತಲ್ಲಕ್ಷಣ. (10^{53}) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ."

ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯರು ತಮ್ಮ ಗಣಿತ - ಸಾರ ಸಂಗ್ರಹ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ 24 ಪದಗಳ ಪಟ್ಟಿ (ಅಂದರೆ 10^{23} ವರೆಗೆ) ರವರೆಗೆ ನೀಡಿದ್ದಾರೆ. ಒಂದು ಅನಾಮಿಕ ಜೈನ ಗ್ರಂಥ ಅಮಲ ಸಿದ್ಧಿಯು 10^{96} (ದಶ - ಅನಂತ) ರವರೆಗಿನ ಘಾತಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೆಸರಿನ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಕಕ್ಕಾಯನನ ಪಾಳಿ ವ್ಯಾಕರಣ ಗ್ರಂಥವು 10^{140} (ಅಸಂಖ್ಯೇಯ) ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಅಸಂಖ್ಯೇಯ ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಹತ್ತರ ಹೆಚ್ಚಿನ ಘಾತಗಳನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಜೈನ ಮತ್ತು ಬೌದ್ಧ ಪಠ್ಯಗಳು ಸಹಸ್ರ (ಸಾವಿರ) ಮತ್ತು ಕೋಟಿ (ಹತ್ತು ಮಿಲಿಯನ್) ನಂತಹ ಆಧಾರಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಪ್ರಯುಕ್ತ (10^{6}) ದಸ ಸಹ ಸಹಸ್ರ (ಹತ್ತು ನೂರು ಸಾವಿರ) ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆಧುನಿಕ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ (ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೆಸರು) ಇದನ್ನು ಹೋಲುತ್ತದೆ. ನಾವು ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ನೂರು ಸಾವಿರಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಲಕ್ಷ $100 \times 1000 = 1,00,000$ $10^2 \times 10^3 = 10^5$

ನೂರು ಲಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಕೋಟಿ $100 \times 1,00,000 = 1,00,00,000$ $10^2 \times 10^5 = 10^7$

ನೂರು ಕೋಟಿಗಳು ಒಂದು ಅರಬ್ $100 \times 1,00,00,000 = 1,00,00,00,000$

$10^2 \times 10^7 = 10^9$

ನೂರು ಅರಬ್ ಒಂದು ಖರಾಬ್ $100 \times 1,00,00,00,000$ $10^2 \times 10^9 = 10^{11}$

$= 1,00,00,00,00,000$

ಇದನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸುತ್ತಾ ನೂರು ಖರಾಬ್ ಎಂದರೆ ನೀಲ್ (10^{13}), ನೂರು ನೀಲ್ ಎಂದರೆ ಪದ್ಮ (10^{15}) ನೂರು ಪದ್ಮ ಎಂದರೆ ಒಂದು ಶಂಖ (10^{17}) ಮತ್ತು ನೂರು ಶಂಖ ಎಂದರೆ ಮಹಾಶಂಖ (10^{19}).

ಅಮೆರಿಕಾ/ ಅಂತರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಒಂದು ಸಾವಿರ ಸಾವಿರವು ಒಂದು ಮಿಲಿಯನ್ $1000 \times 1000 = 1,000,000$ $10^3 \times 10^3 = 10^6$

APSCERT

is a million		
A thousand million is a billion	$1000 \times 1{,}000{,}000 = 1{,}000{,}000{,}000$	$10^3 \times 10^6 = 10^9$
A thousand billion is an trillion	$1000 \times 1{,}000{,}000{,}000 = 1{,}00{,}000{,}000{,}000$	$10^3 \times 10^9 = 10^{12}$

Continuing this, a thousand trillion is a quadrillion (10^{15}). This pattern continues. Observe the names million (10^6), billion (10^9), trillion (10^{12}), quadrillion (10^{15}), quintillion (10^{18}), sextillion (10^{21}), septillion (10^{24}), octillion (10^{27}), nonillion (10^{30}), decillion (10^{33}).

? What does the first part of each name denote?

The number 10^{100} is also called a googol. The estimated number of atoms in the universe is 10^{78} to 10^{82}. The number 10^{googol} is called a googolplex. It is hard to imagine how large this number is!

The currency note with the highest denomination in India currently is 2000 rupees. Guess what is the highest denomination of a currency note ever, across the world. The highest numerical value banknote ever printed was a special note valued 1 sextillion pengo (10^{21} or 1 milliard bilpengo) printed in Hungary in 1946, but it was never issued. In 2009, Zimbabwe printed a 100 trillion (10^{14}) Zimbabwean dollar note, which at the time of printing was worth about $30.



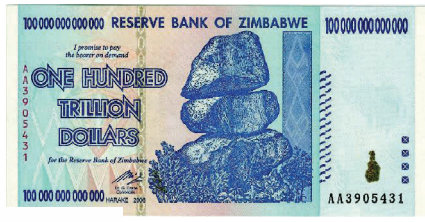




Figure it Out - 2.2

1. Find out the units digit in the value of $2^{224} \div 4^{32}$? [Hint: $4 = 2^2$]
2. There are 5 bottles in a container. Every day, a new container is brought in. How many bottles would be there after 40 days?
3. Write the given number as the product of two or more powers in three different ways. The powers can be any integers.

   (i) 64^3 (ii) 192^8 (iii) 32^{-5}

© NCERT

ಒಂದು ಸಾವಿರ ಮಿಲಿಯನ್‌ಗೆ $1000 \times 1,000,000 = 1,000,000,000$

ಒಂದು ಬಿಲಿಯನ್ $10^3 \times 10^6 = 10^9$

ಸಾವಿರ ಮಿಲಿಯನ್‌ಗಳಿಗೆ $1000 \times 1,000,000,000$ $10^3 \times 10^9 = 10^{12}$

ಒಂದು ಟ್ರಿಲಿಯನ್ $= 1,00,000,000,000$

ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರೆಸಿದಾಗ ಒಂದು ಸಾವಿರ ಟ್ರಿಲಿಯನ್‌ಗೆ ಒಂದು ಕ್ವಾಡ್ರಿಲಿಯನ್ (10^{15}). ಈ ವಿನ್ಯಾಸವು ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ. ಈ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಮಿಲಿಯನ್ (10^6), ಬಿಲಿಯನ್ (10^9), ಟ್ರಿಲಿಯನ್ (10^{12}), ಕ್ವಾಡ್ರಿಲಿಯನ್ (10^{15}), ಕ್ವಿಂಟಿಲಿಯನ್ (10^{18}), ಸೆಕ್ಸ್‌ಟಿಲಿಯನ್ (10^{21}), ಸೆಪ್ಟಿಲಿಯನ್ (10^{24}), ಆಕ್ಟಿಲಿಯನ್ (10^{27}), ನೋನಿಲಿಯನ್ (10^{30}), ಡೆಸಿಲಿಯನ್ (10^{33}) ಎಂಬ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

? ಪ್ರತಿ ಹೆಸರಿನ ಮೊದಲ ಭಾಗ ಏನನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ?

ಸಂಖ್ಯೆ 10^{100} ಅನ್ನು ಗೂಗೋಲ್ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಬ್ರಹ್ಮಾಂಡದಲ್ಲಿನ ಪರಮಾಣುಗಳ ಅಂದಾಜು ಪರಮಾಣುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 10^{78} ರಿಂದ 10^{82} ವರೆಗೆ ಇರುತ್ತದೆ. $10^{\text{ಗೂಗೋಲ್}}$ ಅನ್ನು ಗೂಗೋಲ್ ಪ್ಲೆಕ್ಸ್ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ಊಹಿಸುವುದು ಕಷ್ಟ.

ಪ್ರಸುತ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮುಖಬೆಲೆಯ ಕರೆನ್ಸಿ ನೋಟು 2000 ರೂಪಾಯಿಗಳು. ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಇದುವರೆಗೂ ಮುದ್ರಿಸಲಾದ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮುಖಬೆಲೆಯ ಕರೆನ್ಸಿ ನೋಟು ಯಾವುದೆಂದು ಊಹಿಸಿ. 1946ರಲ್ಲಿ ಹಂಗೇರಿಯಲ್ಲಿ ಮುದ್ರಿಸಲಾದ 1 ಸೆಕ್ಸ್‌ಟಿಲಿಯನ್ ಪೆಂಗೂ (10^{21} ಅಥವಾ 1 ಮಿಲಿಯಾರ್ಡ್ ಬಿಲ್ಪೆಂಗೋ) ಮೌಲ್ಯದ ವಿಶೇಷ ನೋಟು ಇದುವರೆಗೆ ಮುದ್ರಿಸಲಾದ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಮೌಲ್ಯದ ಬ್ಯಾಂಕ್ ನೋಟ್ ಆಗಿದೆ. ಆದರೆ ಇದು ಚಲಾವಣೆಗೆ ಬರಲಿಲ್ಲ. 2009ರಲ್ಲಿ ಜಿಂಬಾಬ್ವೇ 100 ಟ್ರಿಲಿಯನ್ (10^{14}) ಜಿಂಬಾಬ್ವೇ ಡಾಲರ್ ನೋಟನ್ನು ಮುದ್ರಿಸಿತು. ಮುದ್ರಣ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಅದರ ಮೌಲ್ಯ $30 ರಷ್ಟಿತ್ತು.







ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 2.2

1. $2^{224} \div 4^{32}$ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ (ಸುಳಿಹು : $4 = 2^2$)
2. ಒಂದು ಸಂಗ್ರಾಹಕದಲ್ಲಿ 5 ಬಾಟಲಿಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿದಿನ ಒಂದು ಹೊಸ ಸಂಗ್ರಾಹಕವನ್ನು ತರಲಾಗುತ್ತದೆ. 40 ದಿನಗಳ ನಂತರ ಎಷ್ಟು ಬಾಟಲಿಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ?
3. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಘಾತಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಮೂರು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಘಾತಾಂಕಗಳು ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರಬಹುದು.

(i) 64^3 **(ii)** 192^8 **(iii)** 32^{-5}

© NCERT

4. Examine each statement below and find out if it is 'Always True', 'Only Sometimes True', or 'Never True'. Explain your reasoning.

(i) Cube numbers are also square numbers.

(ii) Fourth powers are also square numbers.

(iii) The fifth power of a number is divisible by the cube of that number.

(iv) The product of two cube numbers is a cube number.

(v) q^{46} is both a 4th power and a 6th power (q is a prime number).

5. Simplify and write these in the exponential form.

(i) $10^{-2} \times 10^{-5}$ (ii) $5^7 \div 5^4$ (iii) $9^{-7} \div 9^4$

(iv) $(13^{-2})^{-3}$ (v) $m^5n^{12}(mn)^9$

6. If $12^2 = 144$ what is

(i) $(1.2)^2$ (ii) $(0.12)^2$

(iii) $(0.012)^2$ (iv) 120^2

7. Circle the numbers that are the same -

$2^4 \times 3^6$ $6^4 \times 3^2$ 6^{10} $18^2 \times 6^2$ 6^{24}

8. Identify the greater number in each of the following -

(i) 4^3 or 3^4 (ii) 2^8 or 8^2 (iii) 100^2 or 2^{100}

9. A dairy plans to produce 8.5 billion packets of milk in a year. They want a unique ID (identifier) code for each packet. If they choose to use the digits 0-9, how many digits should the code consist of?

10. 64 is a square number (8^2) and a cube number (4^3). Are there other numbers that are both squares and cubes?
Is there a way to describe such numbers in general?



11. A digital locker has an alpha-numeric (it can have both digits and letters) passcode of length 5. Some example codes are G89P0, 38098, BRJKW, and 003AZ. How many such codes are possible?

12. The worldwide population of sheep (2024) is about 10^9, and that of goats is also about the same. What is the total population of sheep and goats?

(i) 20^9 (ii) 10^{11} (iii) 10^{10}

(iv) 10^{18} (v) 2×10^9 (vi) $10^9 + 10^9$

13. Calculate and write the answer in scientific notation:

AP SCERT

4. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಹೇಳಿಕೆನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಮತ್ತು ಆದು 'ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ', 'ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಮಾತ್ರ ಸರಿ', ಅಥವಾ 'ಸರಿಯಲ್ಲ' ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನಿಮ್ಮ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿರಿ.

(i) ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಸಹ ಆಗಿವೆ.

(ii) ನಾಲ್ಕನೇ ಘಾತಗಳು ಸಹ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆಗಿವೆ.

(iii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಐದನೇ ಘಾತವು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನದಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

(iv) ಎರಡು ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

(v) q^{46} ಎಂಬುದು 4ನೇ ಘಾತ ಮತ್ತು 6ನೇ ಘಾತ ಎರಡೂ ಆಗಿವೆ. (**q** ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ).

5. ಇವುಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರವನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $10^{-2} \times 10^{-5}$ **(ii)** $5^7 \div 5^4$ **(iii)** $9^{-7} \div 9^4$

(iv) $(13^{-2})^{-3}$ **(v)** $m^5n^{12}(mn)^9$

6. $12^2 = 144$ ಆದರೆ ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $(1.2)^2$ **(ii)** $(0.12)^2$

(iii) $(0.012)^2$ **(iv)** 120^2

7. ಸಮನಾದ ಬೆಲೆ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಾಕಾರ ಮಾಡಿ. –

$2^4 \times 3^6$ $6^4 \times 3^2$ 6^{10} $18^2 \times 6^2$ 6^{24}

8. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ –

(i) 4^3 ಅಥವಾ 3^4 **(ii)** 2^8 ಅಥವಾ 8^2 **(iii)** 100^2 ಅಥವಾ 2^{100}

9. ಒಂದು ಹಾಲು ಉತ್ಪಾದನಾ ಘಟಕವು ಒಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ 8.5 ಬಿಲಿಯನ್ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳಷ್ಟು ಹಾಲನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಲು ಯೋಜಿಸಿದೆ. ಅವರಿಗೆ ಪ್ರತಿ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗೆ ಒಂದು ಅನನ್ಯ **ID** (ಗುರುತಿಸುವಿಕೆ) ಕೋಡ್ ಬೇಕಾಗಿದೆ. 0–9 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಲು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಕೋಡ್ ಎಷ್ಟು ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ.

10. 64 ಎಂಬುದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ (8^2) ಮತ್ತು ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ (4^3) ಎರಡೂ ಆಗಿವೆ. ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ ಎರಡೂ ಆಗಿರುವ ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆಯೇ? ಅಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ವಿವರಿಸುವ ಮಾರ್ಗ ಇದೆಯ?



11. ಒಂದು ಡಿಜಿಟಲ್ ಲಾಕರ್‌ಗೆ 5 ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯಾಯುಕ್ತ (ಆಲ್ಫಾ ನ್ಯೂಮರಿಕ್) ಪಾಸ್‌ಕೋಡ್‌ನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳು **G89P0, 38098, BRJKW,** ಮತ್ತು **003AZ.** ಇಂತಹ ಎಷ್ಟು ಕೋಡ್‌ಗಳು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ?

12. ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತ ಇರುವ ಕುರಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (2024) ರಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 10^9, ಮತ್ತು ಮೇಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಸಹ ಅಷ್ಟೇ ಆಗಿದೆ. ಕುರಿ ಮತ್ತು ಮೇಕೆಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

(i) 20^9 **(ii)** 10^{11} **(iii)** 10^{10}

(iv) 10^{18} **(v)** 2×10^9 **(vi)** $10^9 + 10^9$

13. ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತದಲ್ಲಿಲ ಬರೆಯಿರಿ.

AP SCERT

(i) If each person in the world had 30 pieces of clothing, find the total number of pieces of clothing.

(ii) There are about 100 million bee colonies in the world. Find the number of honeybees if each colony has about 50,000 bees.

(iii) The human body has about 38 trillion bacterial cells. Find the bacterial population residing in all humans in the world.

(iv) Total time spent eating in a lifetime in seconds.

14. What was the date 1 arab/1 billion seconds ago

Try This

SUMMARY

- We analysed some situations, asked questions, and found answers by first guessing, then modelling the problem statement, followed by making assumptions and approximations to carry out the calculations.
- We experienced how rapid exponential growth, also called multiplicative growth, can be compared to additive growth.
- n^a is $n \times n \times n \times n \times \ldots \times n$ (n multiplied by itself a times) and $n^{-a} = \frac{1}{n^a}$
- Operations with exponents satisfy
  - $n^a \times n^b = n^{a+b}$
  - $(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b}$
  - $n^a \div n^b = n^{a-b}$ $(n \neq 0)$
  - $n^a \times m^a = (n \times m)^a$
  - $n^a \div m^a = (n \div m)^a$ $(m \neq 0)$
  - $n^0 = 1$ $(n \neq 0)$
- The scientific notation for the number 308100000 is 3.081×10^8. The standard form of the scientific notation of any number is $x \times 10^y$, where $x \geq 1$ and $x < 10$, and y is an integer.
- Engaging in interesting thought experiments can be used as means to understand how large a number or a quantity is.

AP SCERT

(i) ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವ್ಯಕ್ತಿಯು 30 ಬಟ್ಟೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಒಟ್ಟು ಬಟ್ಟೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 100 ಮಿಲಿಯನ್ ಜೇನುಗೂಡುಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿ ಗೂಡು ಸುಮಾರು 50,000 ಜೇನುನೊಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಜೇನುನೊಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iii) ಒಬ್ಬ ಮಾನವನ ದೇಹದಲ್ಲಿ 38 ಟ್ರಿಲಿಯನ್ ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯ ಕೋಶಗಳಿವೆ. ಜಗತ್ತಿನ ಎಲ್ಲಾ ಮನುಷ್ಯರಲ್ಲಿ ವಾಸಿಸುವ ಬ್ಯಾಕ್ಟಿರಿಯಾಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iv) ಜೀವಿತಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ಆಹಾರ ಸೇವಿಸಲು ಕಳೆದ ಒಟ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

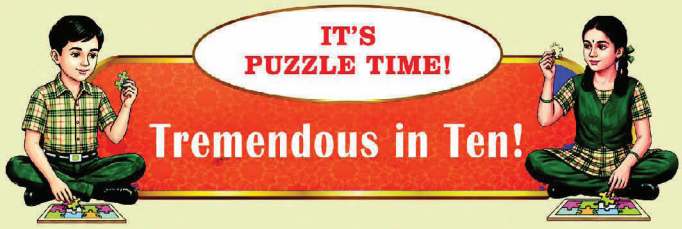
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

14. 1 ಅರಬ್ / 1 ಬಿಲಿಯನ್ ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳ ಹಿಂದಿನ ದಿನಾಂಕ ಯಾವುದು?

ಸಾರಾಂಶ

- ನಾವು ಕೆಲವು ಗಣಿತ ಸನ್ನಿವೇಷಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳಿಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಮೊದಲು ಊಹಿಸಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದೇವೆ. ನಂತರ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಮಾದರಿ ಮಾಡಿ (ಅಥ್ಯೈಸಿ/ತುಲನೆ ಮಾಡಿ) ಊಹೆಗಳು ಮತ್ತು ಅಂದಾಜುಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದೇವೆ.
- ಗುಣಾಕಾರ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಕ್ಷಿಪ್ರ ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ಸಂಕಲನಾತ್ಮಕ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಹೇಗೆ ಹೋಲಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಕಲಿತ್ತಿದ್ದೇವೆ.
- n^a ಎಂಬುದು $n \times n \times n \times n \times \ldots \times n$ (n ನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿ a ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ) ಮತ್ತು $n^{-a} = \frac{1}{n^a}$ ಆಗಿದೆ.
- ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಕ್ರಿಯೆಗಳು
  - $n^a \times n^b = n^{a+b}$
  - $(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b}$
  - $n^a \div n^b = n^{a-b}$ $(n \neq 0)$
  - $n^a \times m^a = (n \times m)^a$
  - $n^a \div m^a = (n \div m)^a$ $(m \neq 0)$
  - $n^0 = 1$ $(n \neq 0)$
- 308100000 ಸಂಖ್ಯೆಯ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತವು 3.081×10^8. ಆಗಿದೆ. ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ $x \times 10^y$, ಆಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ $x \geq 1$ ಮತ್ತು $x < 10$, ಮತ್ತು y ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ.
- ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಚಿಂತನ ಪ್ರಯೋಗಗಳನ್ನು ಸಾಧನವಾಗಿ ಬಳಸುವ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

AP SCERT



Find a partner to play this game with. In 10 seconds, the person who writes a number or an expression, using only the digits 0 - 9 and arithmetic operations, that gives a number that is the larger between the two wins the round.

10000000000000 999999×999999

In Round 1, Rekha wrote 10000000000000 and Raju wrote 999999 × 999999. Between these two, Rekha's number is greater. Can you see why? Rekha's number is 10^{13}, whereas Raju's number is less than $(10^6)^2$.

In Round 2, Rekha wrote $10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000}$ and Raju wrote $(10^{1000000}) \times 9000$. Can you say which is greater?

$10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000}$ $10^{1000000} \times 9000$

Below are some conditions that you may consider for different rounds.

(i) Exponents are not allowed. Only addition is allowed.

(ii) Exponents are not allowed. Only addition and multiplication are allowed.

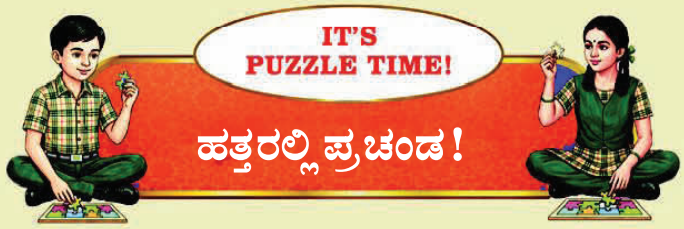
(iii) Exponents are allowed. Only addition is allowed.

(iv) Exponents are allowed. Any arithmetic operation is allowed.

You can create your own conditions and/or involve more people to play together.



AP SCERT



ಈ ಆಟವನ್ನು ಆಡಲು ಸಂಗಾತಿಯನ್ನು ಹುಡುಕಿ. 0–9 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಗಣಿತದ ಮೂಲಭೂತ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, 10 ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಬ್ಬರ ನಡುವೆ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡುವ ವ್ಯಕ್ತಿ ಸುತ್ತು ಗೆಲ್ಲುತ್ತಾನೆ.

10000000000000 999999 × 999999

ಮೊದಲ ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ ರೇಖ 10000000000000 ಎಂದು ಬರೆದಳು ಮತ್ತು ರಾಜು: 999999 × 999999 ಎಂದು ಬರೆದನು. ಇವೆರಡರಲ್ಲಿ ರೇಖಳ ಸಂಖ್ಯೆ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ. ಅದು ಏಕೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಹುದೇ? 10^{13}, ರಾಜುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 10^{13} ಆಗಿದೆ.ಆದರೆ ರೇಖಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು $(10^6)^2$ ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದೆ.

ಎರಡನೇ ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ ರೇಖ $10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000}$ ಎಂದು ಮತ್ತು ರಾಜು $(10^{1000000}) \times 9000$ ಬರೆದರು. ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

$10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000}$ $10^{1000000} \times 9000$

ವಿವಿಧ ಸುತ್ತುಗಳಿಗೆ ತಾವು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದಾದ ಕೆಲವು ಷರತ್ತುಗಳು ಇಂತಿವೆ.

(i) ಘಾತಾಂಕಗಳಿಗೆ ಅನುಮತಿ ಇಲ್ಲ. ಕೇವಲ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಅನುಮತಿಸಲಾಗಿದೆ.

(ii) ಘಾತಾಂಕಗಳಿಗೆ ಅನುಮತಿಯಿಲ್ಲ. ಕೇವಲ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕೆ ಅನುಮತಿಯಿದೆ.

(iii) ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಅನುಮತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕೇವಲ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಅನುಮತಿಸಲಾಗಿದೆ.

(iv) ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಅನುಮತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಯಾವುದೇ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಅನುಮತಿಸಲಾಗಿದೆ.

ನಿಮ್ಮದೇ ಆದ ಷರತ್ತುಗಳನ್ನು ನೀವು ವಿಧಿಸಬಹುದು /ಮತ್ತು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಜನರನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಆಟವಾಡಲು ಸೇರಿಸಬಹುದು.



AP SCERT

3 A STORY OF NUMBERS

Learning outcomes

H4Q8F5

Learners will be able to

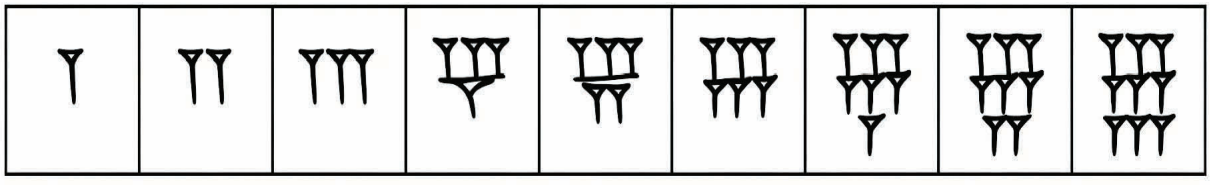
- Read, write, and compare sets of numbers and large numbers up to 10 digits. (CG-1)
- Understand the different number systems. (CG-1)
- Identify and Appreciate relationships between numbers. (CG-1)
- Recognise and create patterns in numbers and operations. (CG-1)
- Apply scientific notation using exponents and powers. (CG-1)

APSCERT

3.1 Hasantika's Curiosity

One lazy afternoon, Hasantika was flipping through an old book when - whoosh! - a piece of paper slipped out and floated to the floor. She picked it up and stared at the strange symbols all over it. "What is this?" she wondered.

She ran to her father, holding the paper as if it were a secret treasure. He looked at it and smiled. "Around 4000 years ago, there flourished a civilisation in a region called Mesopotamia, in the western part of Asia, containing a major part of the present-day Iraq and a few other neighbouring countries. This is one of the ways they wrote their numbers!"



Hasantika's eyes lit up, "Seriously? These strange symbols were numbers?" Her curiosity was sparked, and questions started swirling in her head.

3 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕಥೆ

ಕಲಿಕಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು : ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು

F7J6V8

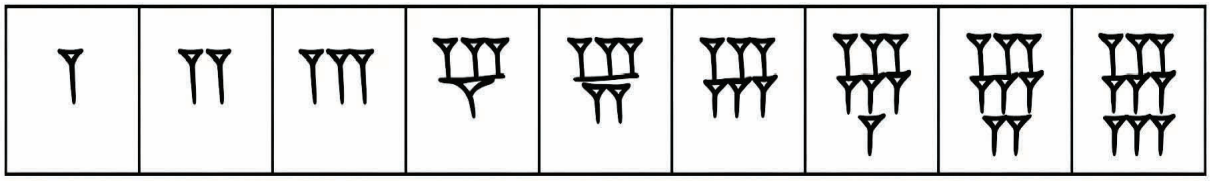
- 10 ಅಂಕಿಗಳ ವರೆಗೆ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದು, ಓದುವುದು ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸುವುದು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. **(CG-1)**
- ವಿವಿಧ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ.. **(CG-1)**
- ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಅಭಿನಂದಿಸುತ್ತಾರೆ. **(CG-1)**
- ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ರೂಪೊಂದಿಸುತ್ತಾರೆ. **(CG-1)**
- ಘಾತಗಳು ಮತ್ತು ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ರೂಪವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತಾರೆ. **(CG-1)**

AP SCERT

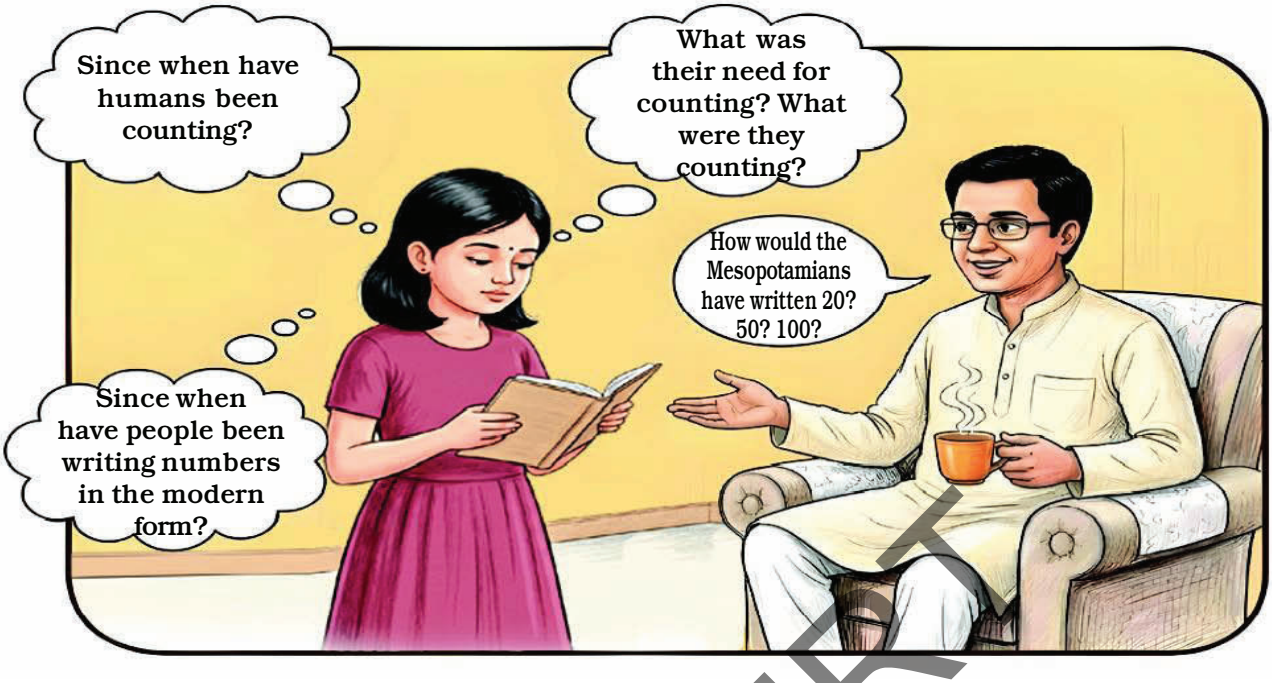
3.1 ಹಸಂತಿಕ ಕುತೂಹಲ

ಒಂದು ಮಧ್ಯಾಹ್ನ, ಸೋಮಾರಿತನದಿಂದ ಕುಳಿತಿದ್ದ ರೀಮಾ ಹಳೆಯ ಪುಸ್ತಕವೊಂದನ್ನು ನೋಡುತ್ತಿದ್ದಾಗ ಒಂದು ಕಾಗದದ ತುಂಡು ಜಾರಿಕೊಂಡು ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಬಿದ್ದಿತು. ಅವಳು ಅದನ್ನು ಎತ್ತಿಕೊಂಡು ಅದರ ಸುತ್ತಲಿನ ವಿಚಿತ್ರ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ದಿಟ್ಟಿಸಿ ನೋಡಿದಳು. ವಾಹ್! – "ಎಂದೇನು?" ... ಎಂದು ಆಶ್ಚರ್ಯಪಟ್ಟಳು

ಆ ಕಾಗದವನ್ನು ರಹಸ್ಯ ನಿಧಿಯಂತೆ ಹಿಡಿದುಕೊಂಡು ಆಕೆ ತನ್ನ ತಂದೆಯ ಬಳಿಗೆ ಓಡಿಹೋದಳು. ಆತ ಅದನ್ನು ನೋಡಿ ಮುಗುಳ್ನಕ್ಕು. "ಸುಮಾರು **4000** ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಇಂದಿನ ಇರಾಕ್ ಮತ್ತು ಇತರ ಕೆಲವು ನೆರೆಯ ದೇಶಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಏಷ್ಯಾದ ಪಶ್ಚಿಮ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾ ಎಂಬ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ನಾಗರಿಕತೆಯ ಪ್ರವರ್ಧಮಾನಕ್ಕೆ ಬಂದಿತು. ಅವರು ತಮ್ಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಇದೂ ಒಂದು!"



ಹಂತಿಕ ಕಣ್ಣುಗಳು ಹೊಳೆದವು. "ನಿಜವಾಗಿ? ಈ ವಿಚಿತ್ರ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದವೇ?" ಅವಳಲ್ಲಿ ಕುತೂಹಲವು ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡಿತು. ಮತ್ತು ಅನೇಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಅವಳ ತಲೆಯಲ್ಲಿ ಸುಳಿಯಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದವು.



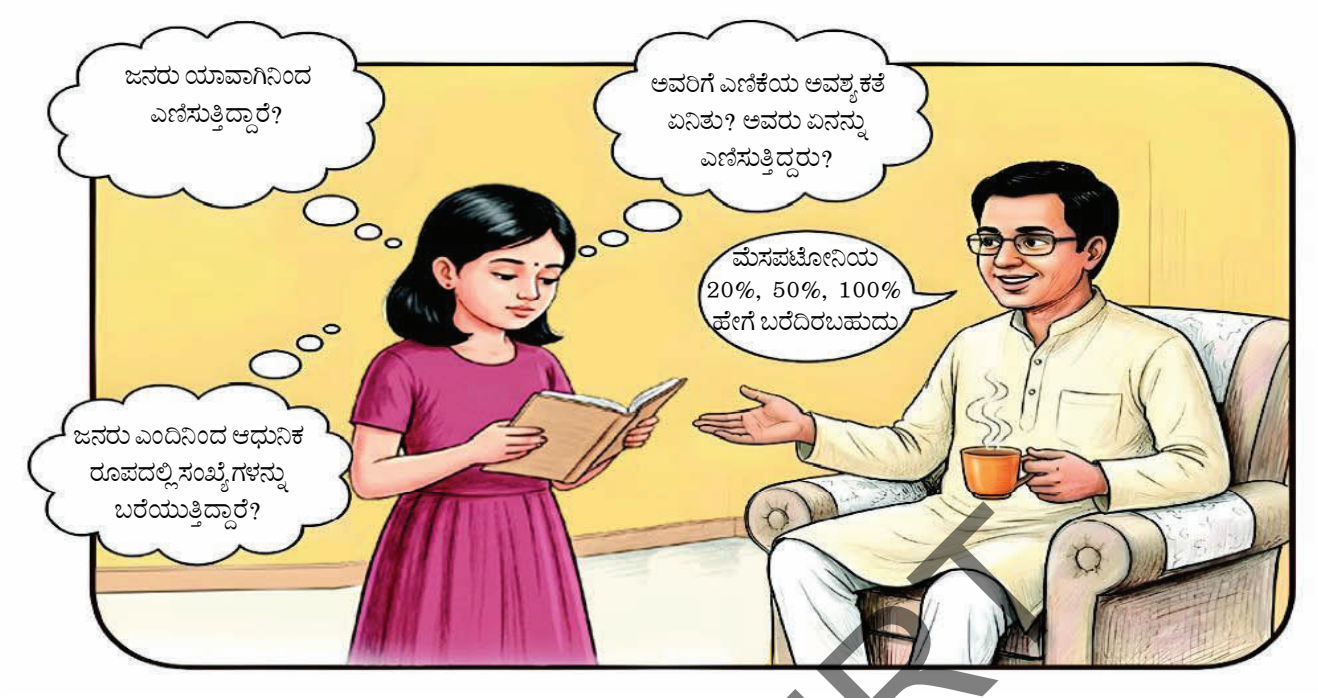
Sensing her curiosity, her father started telling her how the idea of number and number representation evolved over the course of time, across geographies, to finally reach its modern efficient form.
Get ready to travel back in time with them!

Humans had the need to count even as early as the Stone Age. They were counting to determine the quantity of food they had, the number of animals in their livestock, details regarding trades of goods, the number of offerings given in rituals, etc. They also wanted to keep track of the passing days, e.g., to know and predict when important events such as the new moon, full moon, or onset of a season would occur. However, when they said or wrote down such numbers, they didn't make use of the numbers that we use today.



The structure of the modern oral and written numbers that we use today had its origin thousands of years ago in India. Ancient Indian texts, such as the Yajurveda Samhita, mentioned names of numbers based on powers of 10, almost as we say them orally today. For example, they listed names for the numbers one (eka), ten (dasha), hundred (shata), thousand (sahasra), ten thousand (ayuta), etc., all the way up to 10^{12} and beyond.

AP SCERT



ಅವಳ ಕುತೂಹಲವನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಿದ ಅವಳ ತಂದೆ, ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಕಲ್ಪನೆಯು ಕಾಲಾನಂತರದಲ್ಲಿ, ಆಯಾ ಭೌಗೋಳಿಕ ಪ್ರದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ವಿಕಸನಗೊಂಡು ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಆಧುನಿಕ ರೂಪವನ್ನು ತಲುಪಿತು ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರು. ಬನ್ನಿ ಅವರೊಂದಿಗೆ ಹಿಂದಿನ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಪ್ರಯಾಣಿಸಲು ಸಿದ್ಧರಾಗೋಣ!

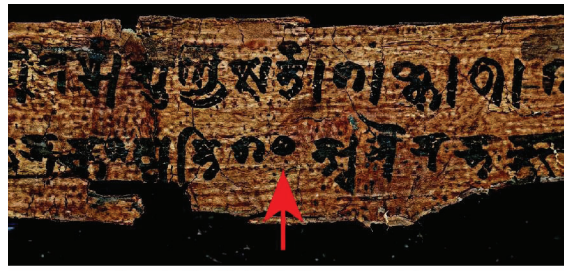
ಶಿಲಾಯುಗದ ಸಮಯದಲ್ಲಿಯೇ ಮಾನವರು ಎಣಿಕೆಯ ಅಗತ್ಯತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರು. ಅವರು ತಮ್ಮ ಬಳಿ ಇರುವ ಆಹಾರದ ಪ್ರಮಾಣ, ತಮ್ಮ ಜಾನುವಾರುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, ಸರಕುಗಳ ವಿನಿಮಯದ ವಿವರಗಳು, ಆಚರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗುವ ಅರ್ಪಣೆಗಳ/ಕಾಣಿಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಮತ್ತು ಪ್ರಮುಖ ಘಟನೆಗಳು ಸಂಭವಿಸಿದಾಗ, ದಿನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಮತ್ತು ಊಹಿಸಲು. ಉದಾ, ಅಮಾವಾಸ್ಯೆ, ಹುಣ್ಣಿಮೆ ಅಥವಾ ಋತುವಿನ ಪ್ರಾರಂಭದಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಅವರು ಎಣಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಳಿದಾಗ ಅಥವಾ ಬರೆದಾಗ, ಅವರು ಇಂದು ನಾವು ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ.



ಇಂದು ನಾವು ಬಳಸುವ ಆಧುನಿಕ ಮೌಖಿಕ ಮತ್ತು ಲಿಖಿತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ರಚನೆಯು ಸಾವಿರಾರು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡಿತು. ಯಜುರ್ವೇದ ಸಂಹಿತೆಯಂತಹ ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತೀಯ ಗ್ರಂಥಗಳು, ಇಂದು ನಾವು ಮೌಖಿಕವಾಗಿ ಹೇಳುವಂತೆಯೇ, **10**ರ ಘಾತಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿದೆ. ಅವರು 10^{12} ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೂ ಮೀರಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿದರು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು (ಏಕ), ಹತ್ತು (ದಶ), ನೂರು (ಶತ), ಸಾವಿರ (ಸಹಸ್ರ), ಹತ್ತು ಸಾವಿರ (ಆಯುತ) ಇತ್ಯಾದಿ .... ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಮೊದಲಾದವು.

AP SCERT

The way we write our numbers today - using the digits 0 through 9 - also originated and were developed in India, around 2000 years ago. The first known instance of numbers being written using ten digits, including the digit 0 (which was then notated as a dot), occurs in the Bakhshali manuscript (c. 3rd century CE). Aryabhata (c. 499 CE) was the first mathematician to fully explain, and do elaborate scientific computations with the Indian system of 10 symbols.



Zero in the Bakhshali manuscript

The Indian number system was transmitted to the Arab world by around 800 CE. It was popularised in the Arab world by the great Persian mathematician Al-Khwarizm? (after whom the word 'algorithm' is named) through his book On the Calculation with Hindu Numerals (c. 825) and by the noted philosopher Al-Kindi through his work On the Use of the Hindu Numerals (c. 830).

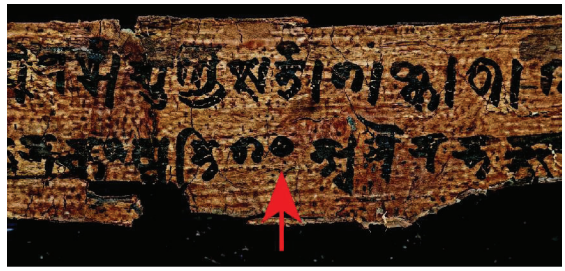
From the Arab world, the Hindu numerals were transmitted to Europe and to parts of Africa by around 1100 CE. Though Al-Khwarizm?'s work on calculation with Hindu numerals was translated into Latin, it was the Italian mathematician Fibonacci who around the year 1200 really made the case to Europe to adopt the Indian numerals. However, the Roman numerals were so ingrained in European thinking and writing at the time that the Indian numerals did not gain widespread use for several more centuries. But eventually, during the European Renaissance and by the 17th century, not adopting them became impossible or it would impede scientific progress.

"The ingenious method of expressing every possible number using a set of ten symbols (each symbol having a place value and an absolute value) emerged in India. The idea seems so simple nowadays that its significance and profound importance is no longer appreciated. Its simplicity lies in the way it facilitated calculations and placed arithmetic foremost among useful inventions."

- Pierre-Simon Laplace (1749 - 1827)

AP SCERT

ಇಂದು ನಾವು **0** ಯಿಂದ **9** ರವರೆಗಿನ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ನಮ್ಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ವಿಧಾನ – ಸುಮಾರು **2000** ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆಯೇ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಲಾಯಿತು. ಅಂಕಿ **0**(ಸೊನ್ನೆ) (ಆಗ ಇದನ್ನು ಚುಕ್ಕೆ ಎಂದು ಗುರುತಿಸಲಾಗಿತ್ತು) ಸೇರಿದಂತೆ ಹತ್ತು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಮೊದಲ ನಿದರ್ಶನವು ಬಕ್ಷಾಲಿ ಹಸ್ತಪ್ರತಿಯಲ್ಲಿ (**3**ನೇ ಶತಮಾನದ **CE**)ಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಆರ್ಯಭಟ (**499 CE**)ನ್ನು ಭಾರತೀಯ **10** ಚಿಹ್ನೆಗಳ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯೊಂದಿಗೆ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತರಿಸಿದ ಮೊದಲ ಗಣಿತಜ್ಞ.



ಹಸ್ತಪ್ರತಿಯಲ್ಲಿ ಬಕ್ಷಾಲಿ ಹಸ್ತಪ್ರತಿ

ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ಸುಮಾರು **800 CE** ಯ ಹೊತ್ತಿಗೆ ಅರಬ್ ಜಗತ್ತಿಗೆ ಹರಡಿತು. ಇದನ್ನು ಅರಬ್ ಜಗತ್ತಿಗೆ ಮಹಾನ್ ಪರ್ಷಿಯನ್ ಗಣಿತಜ್ಞ ಅಲ್ – ಖ್ವಾರಿಜ್ಮಿ (ಅವರ ನಂತರ 'ಅಲ್ಗಾರಿದಮ್' ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಹೆಸರಿಸಲಾಗಿದೆ) ಅವರು ತಮ್ಮ ಪುಸ್ತಕ ಆನ್ ದಿ ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಷನ್ ವಿತ್ ಹಿಂದೂ ನ್ಯೂಮರಲ್ಸ್ (**c. 825**) ಮೂಲಕ ಮತ್ತು ಪ್ರಸಿದ್ಧ ತತ್ವಜ್ಞಾನಿ ಅಲ್ – ಕಿಂಡಿ ಅವರು ತಮ್ಮ ಕೃತಿ ಆನ್ ದಿ ಯೂಸ್ ಆಫ್ ದಿ ಹಿಂದೂ ನ್ಯೂಮರಲ್ಸ್ (**c. 830**) ಮೂಲಕ ಜನಪ್ರಿಯಗೊಳಿಸಿದರು

ಅರಬ್ ದೇಶದಿಂದ, ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳು ಸುಮಾರು **1100 CE** ಯ ಹೊತ್ತಿಗೆ ಯೂರೋಪ್ ಮತ್ತು ಆಫ್ರಿಕಾದ ಕೆಲವು ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಹರಡಿತು. ಅಲ್ –ಖ್ವಾರಿಜ್ಮಿಯರ ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಕೆಲಸವನ್ನು ಲ್ಯಾಟಿನ್ ಭಾಷೆಗೆ ಅನುವಾದಿಸಲಾಗಿದ್ದರೂ, **1200 CE** ರ ಸುಮಾರಿಗೆ ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಯೂರೋಪಿಯನ್ನರಿಗೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಒತ್ತಾಯಿಸಿದವನು, ಇಟಾಲಿಯನ್ ಗಣಿತಜ್ಞ ಫಿಬೊನಾಚಿ. ಆದಾಗ್ಯೂ ಆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಗಳು ಯೂರೋಪಿಯನ್ರ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಬರವಣಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬೇರೂರಿದ್ದವು ಎಂದರೆ ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳು ಹಲವಾರು ಶತಮಾನಗಳವರೆಗೆ ವ್ಯಾಪಕ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಲಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಅಂತಿಮವಾಗಿ, ಯೂರೋಪಿಯನ್ ಪುನರುಜ್ಜೀವನ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು **17**ನೇ ಶತಮಾನದ ಹೊತ್ತಿಗೆ, ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳದಿರುವುದು ಅಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು ಅಥವಾ ಅಳವಡಿಸದೇ ಇದ್ದಲ್ಲಿ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ಅಡ್ಡಿಪಡಿಸುತ್ತಿತ್ತು.

"ಹತ್ತು ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಗುಂಪನ್ನು (ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿಹ್ನೆಯು ಒಂದು ಸ್ಥಾನ ಮೌಲ್ಯ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಂಪೂರ್ಣ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ) ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಭಾವ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವ ಚತುರ ವಿಧಾನವು ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಹೊರಹೊಮ್ಮಿತು. ಇತ್ತೀಚಿನ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಕಲ್ಪನೆಯು ತುಂಬಾ ಸರಳವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ, ಅದರ ಮಹತ್ವ ಮತ್ತು ಆಳವಾದ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆಯನ್ನು ಇನ್ನು ಮುಂದೆ ಪ್ರಶಂಸಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಇದರ ಸರಳತೆಯು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಸುಗಮಗೊಳಿಸಿದ ಮತ್ತು ಉಪಯುಕ್ತ ಆವಿಷ್ಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಣಿತವನ್ನು ಅಗ್ರಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿದೆ."

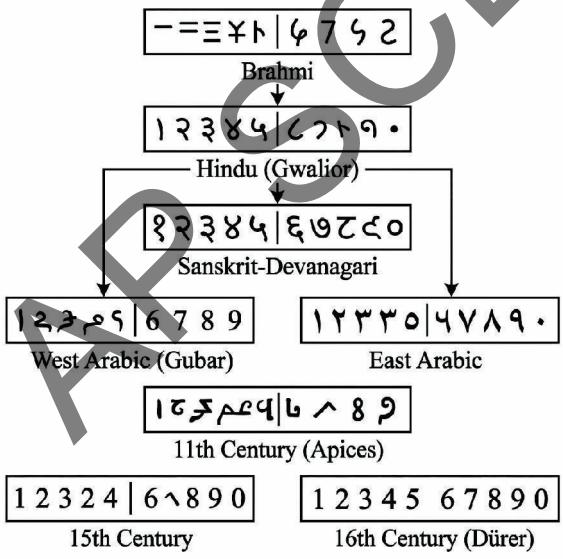
– ಪಿಯರೀ –ಸೈಮನ್ ಲ್ಯಾಪ್ಲೆಸ್ (1749 – 1827)

AP SCERT

Their use then spread to every continent, and are now used in every corner of the world.

Because European scholars learned the Indian numerals from the Arab world, they called them ‘Arabic numerals' to reflect their European perspective. On the other hand, as noted above, Arab scholars, such as Al-Khwarizmi and Al-Kindi, called them ‘Hindu numerals'. During the period of European colonisation, the European term Arabic numbers became widely used. However, in recent years, this mistake is being corrected in many textbooks and documents around the world, including in Europe. The most commonly used terminologies for the numbers we use today are ?Hindu numerals', ?Indian numerals', and the transitional Hindu-Arabic numerals'. It is worth noting that the word ?Hindu' here does not refer to a religion, but rather a geography/people from whom these numbers came.

The shape of the digits 0, 1, 2, ..., 9 used to write numbers in the Indian number system today evolved over a period of time, as shown below:



Evolution of the digits used in the Indian number system

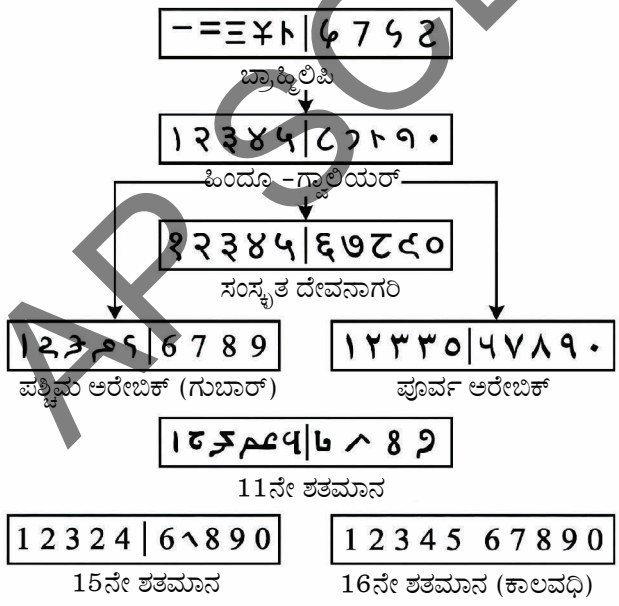
Prior to the global adoption of the Indian system of numerals, different groups of people used different methods of representing numbers. We shall take a glimpse of some of them. We will not be looking at different systems in a chronological order, but rather an order that shows us the main stages in the development of the idea of number representation.

© NCERT

ನಂತರ ಅವುಗಳ ಬಳಕೆಯು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಖಂಡಕ್ಕೂ ಹರಡಿತು ಮತ್ತು ಈಗ ಪ್ರಪಂಚದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಬಳಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಯೂರೋಪಿಯನ್ ವಿದ್ವಾಂಸರು ಅರಬ್ ದೇಶದಿಂದ ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕಲಿತ ಕಾರಣ, ಅವರು ತಮ್ಮ ಯೂರೋಪಿಯನ್ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು 'ಅರೇಬಿಕ್ ಅಂಕಿಗಳು' ಎಂದು ಕರೆದರು. ಮತ್ತೊಂದೆಡೆ ಮೇಲೆ ಗಮನಿಸಿದಂತೆ, ಅಲ್-ಖ್ವಾರಿಜ್ಮಿ ಮತ್ತು ಅಲ್-ಕಿಂಡಿಯಂತಹ ಅರಬ್ ವಿದ್ವಾಂಸರು ಅವುಗಳನ್ನು 'ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳು' ಎಂದು ಕರೆದರು. ಯೂರೋಪಿಯನ್ ವಸಾಹತು ಶಾಹಿ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ, ಅರೇಬಿಕ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ಬಳಸಲ್ಪಟ್ಟವು. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಇತ್ತೀಚಿನ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ, ಯೂರೋಪ್ ಸೇರಿದಂತೆ ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತ ಅನೇಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ಮತ್ತು ದಾಖಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಈ ತಪ್ಪನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಇಂದು ನಾವು ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬಳಸುವ ಪರಿಭಾಷೆಗಳು 'ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳು'. 'ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳು' ಮತ್ತು ಪರಿವರ್ತನಾ ಪದ 'ಹಿಂದೂ ಅರೇಬಿಕ್ ಅಂಕಿಗಳು'. ಇಲ್ಲಿ 'ಹಿಂದೂ' ಎಂಬ ಪದವು ಒಂದು ಧರ್ಮವನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಬದಲಿಗೆ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾರಿಂದ ಬಂದಿವೆಯೋ ಆ ಭೌಗೋಳಿಕತೆ ಉಲ್ಲೇಖಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಗಮನಿಸಬೇಕಾದ ಸಂಗತಿ.

ಇಂದಿನ ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ **0, 1, 2, ..., 9** ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಬಳಸಲಾಗುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಕೇತವು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಕಾಲಕಾಲಕ್ಕೆ ವಿಕಸನಗೊಂಡಿದೆ.



ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಸಿದ ಅಂಕಿಗಳ ವಿಕಸನ

ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಜಾಗತಿಕವಾಗಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಮೊದಲು, ವಿವಿಧ ಗುಂಪುಗಳ ಜನರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವನ್ನು ನಾವು ನೋಡೋಣ. ನಾವು ಕಾಲಾನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ವಿಭಿನ್ನ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ನೋಡುವುದಿಲ್ಲ. ಬದಲಿಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಕಲ್ಪನೆಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯಲ್ಲಿನ ಮುಖ್ಯ ಹಂತಗಳನ್ನು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

APSCERT

But first, let us explore some of the foundational ideas needed to count and to determine the number of objects in a given collection.

The Mechanism of Counting

Imagine that we are living in the Stone Age, say, around ten thousand years ago. Suppose we have a herd of cows. Here are some natural questions that we might ask about our herd -



Q 1. How do we ensure that all cows have returned safely after grazing?

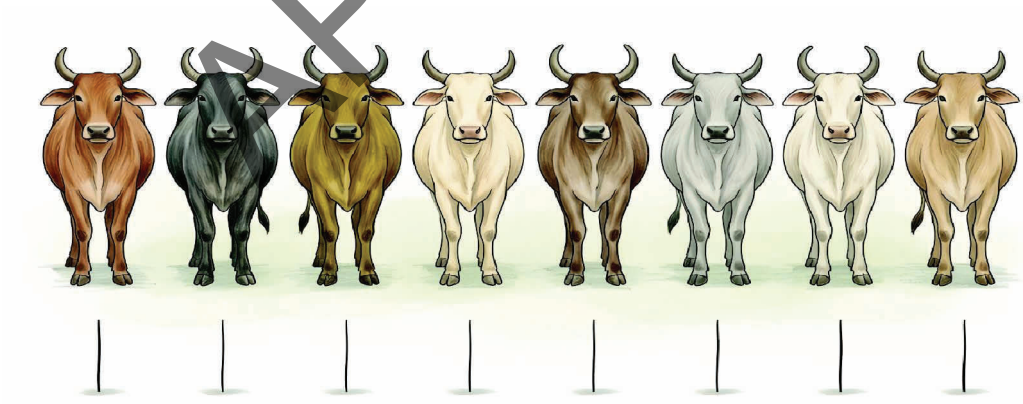
Q 2. Do we have fewer cows than our neighbour?

Q 3. If there are fewer, how many more cows would we need so that we have the same number of cows as our neighbour?

We need to tackle these questions without the use of the number names or written numbers of the Hindu number system. How do we do it?

Here are some possible methods.

Method 1: We could tackle the questions by using pebbles, sticks or any object that is available in abundance. Let us choose sticks. For every cow in the herd, we could keep a stick. The final collection of sticks tells us the number of cows, which can be used to check if any cows have gone missing.



This way of associating each cow with a stick, such that no two cows are associated or mapped to the same stick is called a one-to-one mapping. This mapping can then be used to come up with a way to represent numbers, as shown in the table.

AP SCERT

ಆದರೆ ಮೊದಲು, ಎಣಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಮತ್ತು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿನ ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ಕೆಲವು ಮೂಲ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸೋಣ.

ಎಣಿಕೆಯ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನ

ನಾವು ಸುಮಾರು ಹತ್ತು ಸಾವಿರ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಶಿಲಾಯುಗದಲ್ಲಿ ವಾಸಿಸುತಿದ್ದೆವು ಎಂದು ಊಹಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಹಸುಗಳ ಹಿಂಡು ಇದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ನಮ್ಮ ಹಿಂಡಿನ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಕೇಳಬಹುದಾದ ಕೆಲವು ಸಾಮಾನ್ಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ –

ಪ್ರ 1. ಮೇವು ಮೇಯ್ದ ನಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಹಸುಗಳು ಸುರಕ್ಷಿತವಾಗಿ ಹಿಂತಿರುಗಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಗೆ ಖಚಿತಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು?

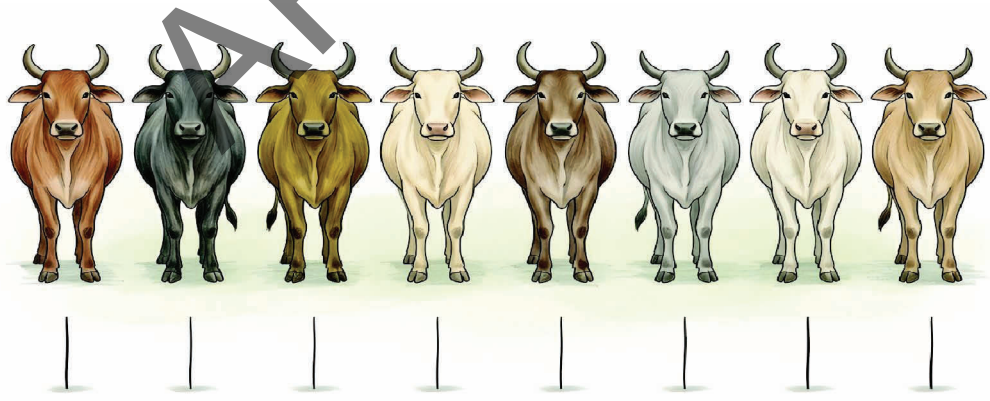
ಪ್ರ 2. ನಮ್ಮ ನೆರೆಹೊರೆಯವರಿಗಿಂತ ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆ ಹಸುಗಳಿವೆಯೇ?

ಪ್ರ 3. ನಮ್ಮ ಬಳಿ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದರೆ, ನಮ್ಮ ನೆರೆಹೊರೆಯವರಷ್ಟೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹಸುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಲು ನಮಗೆ ಇನ್ನೂ ಎಷ್ಟು ಹಸುಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?



ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹೆಸರುಗಳು ಅಥವಾ ಬರೆಯಲು ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸದೆಯೇ ನಾವು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ನಾವು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡುವುದು?
ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸಂಭಾವ್ಯ ವಿಧಾನಗಳಿವೆ.

ವಿಧಾನ 1: ನಾವು ಕಲ್ಲುಗಳು, ಕಡ್ಡಿಗಳು ಅಥವಾ ನಮಗೆ ಹೇರಳವಾಗಿ ಲಭ್ಯವಿರುವ ಯಾವುದೇ ವಸ್ತುವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಬಹುದು. ನಾವು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ. ನಾವು ಹಿಂಡಿನಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹಸುವಿಗೆ, ಒಂದು ಕಡ್ಡಿಯನ್ನು ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಕಡ್ಡಿಗಳ ಅಂತಿಮ ಸಂಗ್ರಹವು ಹಸುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಮಗೆ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಯಾವುದೇ ಹಸುಗಳು ಕಾಣೆಯಾಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಇದನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.



ಪ್ರತಿ ಹಸುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಕಡ್ಡಿಗೆ ಜೋಡಿಸದೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹಸವನ್ನು ಒಂದು ಕಡ್ಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸುವ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು, ಒನ್-ಟು-ಒನ್ ಮ್ಯಾಪಿಂಗ್ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಈ ಮ್ಯಾಪಿಂಗ್ ಅನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

APSCERT

Number	Its representation (using sticks)
1	
2	
3	
4	
5	
.	.
.	.
.	.

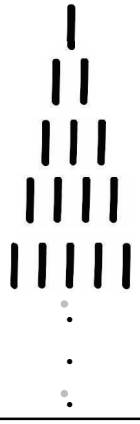
How will you use such sticks to answer the other two questions (Q2 and Q3)?

Method 2: Instead of objects, we could use a standard sequence of sounds or names. For example, we could use the sounds of the letters of any language. While counting, we could make a one-to-one mapping between the objects and the letters: that is, associate each object to be counted with a letter, following the letter-order. This mapping can then be used to come up with a way of verbally representing numbers.

For example, we get the following number representation if we use English letters 'a' to 'z'.

Number	Its representation (using sounds or names)
1	a
2	b
3	c
4	d
5	e
.	.
.	.
.	.
26	z

APSCERT

ಸಂಖ್ಯೆ	ಅವುಗಳ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ (ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ)
1	
2	
3	
4	
5	
.	
.	
.	

ನೀವು ಈ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಇತರ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು (**Q**2 ಮತ್ತು **Q**3) ಹೇಗೆ ಉತ್ತರಿಸುವಿರಿ?

ವಿಧಾನ 2 : ವಸ್ತುಗಳ ಬದಲಿಗೆ, ನಾವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಶಾಬ್ದಿಕ ಅಥವಾ ಹೆಸರುಗಳ ಸರಣಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಾವು ಯಾವುದೇ ಭಾಷೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳ ಶಬ್ದಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಅಂದರೆ, ಅಕ್ಷರ – ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ, ಅಕ್ಷರದೊಂದಿಗೆ ಎಣಿಸಬೇಕಾದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸಿ ಎಣಿಸುವಾಗ, ನವು ವಸ್ತುಗಳು ಹಾಗೂ ಅಕ್ಷರಗಳ ನಡುವೆ ಒನ್-ಟು-ಒನ್ ಮ್ಯಾಪಿಂಗ್ ಮಾಡಬಹುದು. ನಂತರ ಈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಮೌಖಿಕವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಬಳಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಾವು 'a' ನಿಂದ 'z' ವರೆಗಿನ ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ ನಮಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆ	ಅವುಗಳ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ (ಶಾಬ್ದಿಕ ಅಥವಾ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ)
1	a
2	b
3	c
4	d
5	e
.	.
.	.
.	.
26	z

AP SCERT

An obvious limitation of using only the letters of the English alphabet in this form is that it cannot be used to count collections having more than 26 objects.



? How many numbers can you represent in this way using the sounds of the letters of your language?

Method 3: We could use a sequence of written symbols as follows.

Table 1

Number	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Representation using symbols	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Number	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Representation using symbols	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX

? Do you see a way of extending this method to represent bigger numbers as well? How?

From the discussion above, we see that for counting and finding the size of a collection, we need a standard sequence of objects, or names, or written symbols, that has a fixed order. Let us call this standard sequence a **number system**. A collection of objects can be counted by making a one-to-one mapping between them and the standard sequence, following the sequence order.

Since there is no end to numbers, the challenge is to come up with an unending standard sequence/number system that is easy to count with. Using sticks gives an unending standard sequence/number system. However, it is not convenient to count larger collections, as we will need as many sticks as the number of objects being counted. Using the sounds of the letters of a language, as in Method 2, is convenient for the counting process but is not an unending standard sequence/number system. The standard sequence/number system given in Method 3 was actually the system used in Europe before it got replaced by the Hindu number system. It is called the **Roman number system**.

APSCERT

ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ವರ್ಣಮಾಲೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಬಳಸುವ ಈ ವಿಧಾನದ ಸ್ಪಷ್ಟ ಮಿತಿಯೆಂದರೆ, **26** ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ಇದು ಬಳಕೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

? ನೀವು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಭಾಷೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳ ಶಬ್ದಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು?



ವಿಧಾನ 3 : ನಾವು ಲಿಖಿತ ಸಂಕೇತಗಳ ಸರಣಿಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬಳಸಬಹುದು.

ಕೋಷ್ಟಕ 1

ಸಂಖ್ಯೆ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
ಸಂಖ್ಯೆ	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX

? ಈ ವಿಧಾನವು ದೊಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಮಾರ್ಗ ಇರಬಹುದೇ? ಹೇಗೆ?

ಮೇಲಿನ ಚರ್ಚೆಯಿಂದ, ಎಣಿಸಲು ಮತ್ತು ಸಂಗ್ರಹದ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನಮಗೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿನ ಪ್ರಮಾಣಿತ ವಸ್ತುಗಳ ಸರಣಿ, ಅಥವಾ ಹೆಸರುಗಳು ಅಥವಾ ಲಿಖಿತ ಸಂಕೇತಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಈ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕ್ರಮವನ್ನು **ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ** ಎನ್ನಬಹುದು. ಒಂದು ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಗ್ರಹವನ್ನು, ಒಂದಕ್ಕೊಂದರ ಸಂಬಂಧ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ, ಅವುಗಳ ಮತ್ತು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸರಣಿಯ ನಡುವೆ ಒನ್ – ಟು –ಒನ್ ಮ್ಯಾಪಿಂಗ್ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಎಣಿಸಬಹುದು.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಕಾರಣ, ಎಣಿಸಲು ಸುಲಭವಾದ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮ/ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು ಸವಾಲಾಗಿದೆ. ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮ/ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ದೊಡ್ಡ ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವುದು ಇದರಿಂದ ಅನುಕೂಲಕರವಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ ನಮಗೆ ಎಣಿಸಲಾಗುವ ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ವಿಧಾನ **2**ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಭಾಷೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳ ಶಬ್ದಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದು ಎಣಿಕೆಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗೆ ಅನುಕೂಲಕರವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಇದು ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮ/ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲ. ವಿಧಾನ **3**ರಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮ/ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗೆ ಬದಲಾಗುವ ಮೊದಲು ಯೂರೋಪ್‌ನಲ್ಲಿ ಬಳಸಲ್ಪಟ್ಟ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಾಗಿತ್ತು. ಇದನ್ನು **ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಯೂರೋಪ್‌ನಲ್ಲಿ ಅನೇಕ

AP SCERT

It was widely used in Europe for centuries, and was convenient for many purposes, but had the similar drawback that one cannot write arbitrarily large numbers without introducing more and more symbols. We will learn more about this system of writing numbers later on.



As illustrated by the three methods, history gives us examples of number systems formed using physical objects (such as sticks, pebbles, body parts, etc.), names, and written symbols. Some groups of people had numbers represented both by physical objects as well as by names, while others like the Chinese had all three forms of representation. The symbols occurring in a written number system are called **numerals**. For example, 0, 1, 5, 36, 193, etc., are some of the numerals occurring in the Hindu number system. Numerals representing 'smaller' numbers always had names, and so a number system composed of written symbols always went hand in hand with a number system composed of names, as is the case with the modern-day Hindu system.



Figure it Out - 3.1

1. Suppose you are using the number system that uses sticks to represent numbers, as in Method 1. Without using either the number names or the numerals of the Hindu number system, give a method for adding, subtracting, multiplying and dividing two numbers or two collections of sticks.
2. One way of extending the number system in Method 2 is by using strings with more than one letter - for example, we could use 'aa' for 27. How can you extend this system to represent all the numbers?

AP SCERT

ಶತಮಾನಗಳಿಂದ ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು ಮತ್ತು ಅನೇಕ ಉದ್ದೇಶಗಳಿಗೆ ಅನುಕೂಲಕರವಾಗಿತ್ತು. ಆದರೆ ಹೆಚ್ಚು ಹೆಚ್ಚು ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸದೆ ಅನಿಯಂತ್ರಿತವಾಗಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂಬ ನ್ಯೂನತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿತ್ತು. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ನಂತರ ಕಲಿಯುತ್ತೇವೆ.



ಈ ಮೂರು ವಿಧಾನಗಳು ವಿವರಿಸಿದಂತೆ, ಇತಿಹಾಸವು ಹೆಸರುಗಳು, ಲಿಖಿತ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಮತ್ತು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು (ಕೋಲುಗಳು, ಕಲ್ಲುಗಳು, ದೇಹದ ಭಾಗಗಳು ಇತ್ಯಾದಿ) ಬಳಸಿ ರಚಿಸಲಾದ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಕೆಲವು ಜನರ ಗುಂಪುಗಳು ವಸ್ತುಗಳು ಮತ್ತು ಹೆಸರುಗಳೆರಡರಿಂದಲೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, ಚೀನಿಯರಂತಹ ಇತರ ಗುಂಪುಗಳು ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಲಿಖಿತ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಬರುವ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಅಂಕಿಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ **0, 1, 5, 36, 193,** ಮೊದಲಾದವುಗಳು ..... ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಕೆಲವು ಅಂಕಿಗಳಾಗಿವೆ. ಆಧುನಿಕ ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಂತೆಯೇ 'ಸಣ್ಣ' ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದವು. ಮತ್ತು ಲಿಖಿತ ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಹೆಸರುಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯೊಂದಿಗೆ ಸಾಗುತ್ತದೆ.



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 3.1

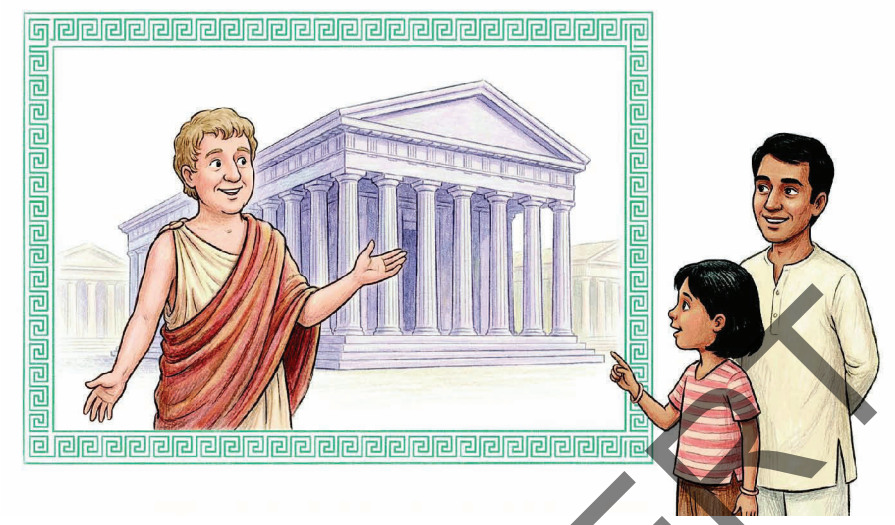
1. ವಿಧಾನ **1**ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ನೀವು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದೀರಿ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸದೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಎರಡು ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಕೂಡಲು, ಕಳೆಯಲು, ಗುಣಿಸಲು ಮತ್ತು ಭಾಗಿಸಲು ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡಿ.
2. ವಿಧಾನ **2**ರಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಒಂದು ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸ್ಟ್ರಿಂಗ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದು – ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಾವು **27**ಕ್ಕೆ '**aa**' ಅನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ನೀವು ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು? ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ಹಲವು ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆ!

AP SCERT

There are many ways of doing it!

3. Try making your own number system.

3.2 The Roman Numerals



We have already seen the Roman number system till 20 (Table 1). We have seen that it uses I for 1, V for 5, X for 10.

To get the Roman numeral for any number till 39, it is first grouped into as many 10s as possible, the remaining is grouped into as many 5s as possible, and finally the remaining is grouped into 1s.

Example: Let us take the number 27.

27 = 10 + 10 + 5 + 1 + 1

So, 27 in Roman numerals is XXVII.

Instead of representing 50 as XXXXX, a new symbol is given to it: L. Following the way the number 4 is represented as 1 less than 5 - that is, as IV - 40 is represented as 10 less than 50 - that is, as XL. However, people using this system were not always consistent with this practice. Sometimes, 40 was also represented as XXXX.

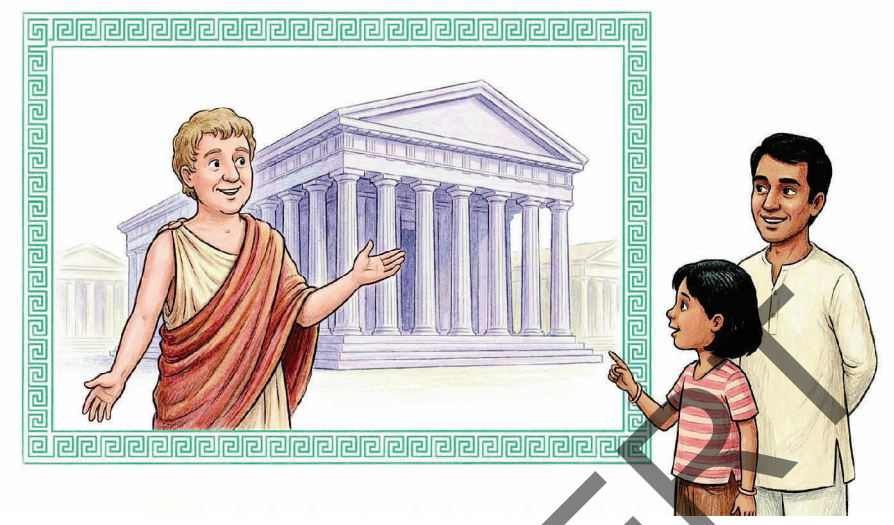
The Roman number system introduces newer symbols to represent certain bigger numbers. Let us call all these numbers that have a new basic symbol as landmark numbers. Here are some of the **landmark numbers** of the Roman system and their associated numerals.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1,000

APSCERT

3. ನಿಮ್ಮದೇ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

3.2 ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು



ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ 20 ರವರೆಗಿನ ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ (ಕೋಷ್ಟಕ 1). ಇದು 1 ಕ್ಕೆ **I**, 5 ಕ್ಕೆ **V**, 10 ಕ್ಕೆ **X** ಅನ್ನು ಬಳಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ?

39 ರವರೆಗಿನ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು, ಅದನ್ನು ಮೊದಲು ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು 10ಗಳಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ, ಉಳಿದವುಗಳನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು **5**ಗಳನ್ನಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಉಳಿದವುಗಳನ್ನು **1**ಗಳನ್ನಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ : ನಾವು **27** ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

27 = 10 + 10 + 5 + 1 + 1

ಆದ್ದರಿಂದ, ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ 27 ಎಂದರೆ **XXVII**.

50 ಅನ್ನು **XXXXX**ಎಂದು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಬದಲು, ಅದಕ್ಕೆ ಹೊಸ ಚಿಹ್ನೆ **L** ನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಅನ್ನು 5 ಕ್ಕಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ ಎಂದರೆ **IV.** 40ಅನ್ನು 50 ಕ್ಕಿಂತ 10 ಕಡಿಮೆ –ಎಂದರೆ **XL** ಎಂದು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿದ್ದಾಗ್ಯೂ, ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಬಳಸುವ ಜನರು ಯಾವಾಗಲೂ ಈ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ, 40 ನ್ನು **XXXX** ಎಂದೂ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ಕೆಲವು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಹೊಸ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುತ್ತದೆ. ಹೊಸ ಮೂಲ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯೋಣ. ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿ ಕೆಲವು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1,000

APSCERT

These symbols are used to denote other numbers as well. For example, consider the number 2367. Writing it as a sum of landmark numbers starting from 1000 such that we take as many 1000s as possible, 500s as possible, and so on, we get

2367 = 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1

So in Roman numerals, this number is MMCCCLXII.



Figure it Out - 3.2

1. Represent the following numbers in the Roman system.

   (i) 1222 (ii) 2999 (iii) 302 (iv) 715

We see how vastly efficient this system is compared to some of the previous number systems that we have seen. This system seems to have evolved out of the ancient Greek number system in around the 8th century BCE in Rome, and evolved over time. It spread throughout Europe with the expansion of the Roman empire.

The efficiency of this system is due to the grouping of a given number by not just one group size, but a sequence of group sizes that we call landmark numbers, and then using these landmark numbers to represent the given number. This idea is the next important breakthrough in the history of the evolution of number systems.

AP SCERT

Despite the relative efficiency of the Roman system, it doesn't lend itself to an easy performance of arithmetic operations, particularly multiplication and division.



Example : Try adding the following numbers without converting them to Hindu numerals:

(a) CCXXXII + CCCCXIII

Let us find the total number of Is, Xs, and Cs, and group them starting from the largest landmark number.

Apparently, it looks like the largest landmark number is C, but note that 5 Cs (100s) make a D (500). So the sum is

ಈ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಸಹ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 2367 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಇದನ್ನು 1000 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯುವುದರಿಂದ ನಾವು ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು 1000ಗಳು, ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು 500ಗಳು, ಹೀಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ನಮಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

2367 = 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1

ಆದ್ದರಿಂದ ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ **MMCCCLXII**



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 3.2

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

(i) 1222 **(ii) 2999** **(iii) 302** **(iv) 715**

ಹಿಂದಿನ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಎಷ್ಟು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ಪದ್ಧತಿಯು ಕ್ರಿಸ್ತು ಪೂರ್ವ ಸುಮಾರು 8ನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ರೋಮನ್‌ನಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಚೀನ ಗ್ರಿಕ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ವಿಕಸನಗೊಂಡು ಕಾಲಾನಂತರದಲ್ಲಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಹೊಂದಿದೆ. ರೋಮನ್ ಸಾಮ್ರಾಜ್ಯದ ವಿಸ್ತರಣೆಯೊಂದಿಗೆ ಇದು ಯೂರೋಪಿನಾದ್ಯಂತ ಹರಡಿದೆ.

ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ದಕ್ಷತೆಯು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೇವಲ ಒಂದು ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರದಿಂದ ಗುಂಪು ಮಾಡುವುದರಿಂದಲ್ಲ. ಬದಲಾಗಿ ನಾವು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುವ ಗುಂಪು ಗಾತ್ರಗಳ ಅನುಕ್ರಮದಿಂದ ಮತ್ತು ನಂತರ ಈ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಕಲ್ಪನೆಯು ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳ ವಿಕಾಸದ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಮುಂದಿನ ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಗತಿಯಾಗಿದೆ.

ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿಯು ಸಾಪೇಕ್ಷ ದಕ್ಷತೆಯ ಹೊರತಾಗಿಯೂ, ಇದು ಅಂಕಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಿಗೆ ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುವುದಿಲ್ಲ. ಅದರಲ್ಲೂ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಲು ಸುಲಭ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ : ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸದೆ ಸೇರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

(a) CCXXXII + CCCCXIII

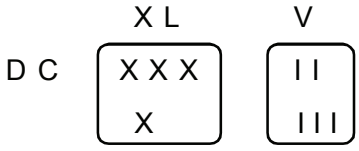


ನಾವು **I**ಗಳು, **X**ಗಳು ಮತ್ತು **C**ಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಅತಿದೊಡ್ಡ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಗುಂಪು ಮಾಡೋಣ.

ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ, ಅತಿದೊಡ್ಡ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆ **C** ಎಂದು ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಆದರೆ 5 **C**ಗಳು (100ಗಳು) ಒಂದು **D** (500) ಅನ್ನು ಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

APSCERT



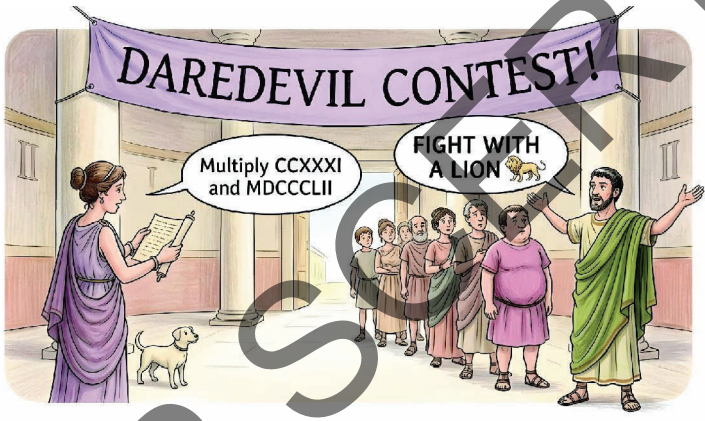


= DCXLV

Do it yourself now: (b) LXXXVII + LXXVIII

How will you multiply two numbers given in Roman numerals, without converting them to Hindu numerals? Try to find the product of the following pairs of landmark numbers:
V × L, L × D, V × D, VII × IX.

Try This



People using the Roman system made use of a calculating tool called the **abacus** to perform their arithmetic operations. We will see what it is in a later section. However, only specially trained people used this tool for calculation. While going through the number systems discussed above, it should not be understood that, historically, one system developed as an improvement over the previous system. This point should be kept in mind when studying the upcoming number systems too. The actual story of how each of the number systems developed is much more complex, and many times not clearly known, and so we will not try to trace this in the chapter.



Figure it Out - 3.3

1. Identify the features of the Hindu number system that make it efficient when compared to the Roman number system.

Math Talk

AP SCERT

D
CC CXXXII
CCC CXIII

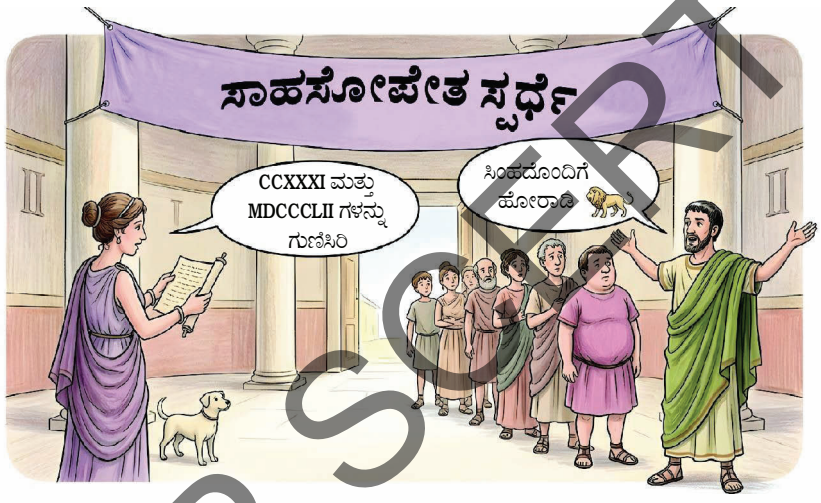
XL V
DC XXX II = DCXLV
X III

ಈಗ ನೀವು ಮಾಡಿರಿ: **(b) LXXXVII + LXXVIII**

? ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸದೆ ನೀವುಹೇಗೆ ಗುಣಿಸುತ್ತೀರಿ? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

V × L, L × D, V × D, VII × IX.



ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದ ಜನರು ತಮ್ಮ ಅಂಕಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಅಬ್ಯಾಕಸ್ ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಸಾಧನವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಅದು ಏನೆಂದು ನಾವು ನಂತರದ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೋಡೋಣ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ವಿಶೇಷವಾಗಿ ತರಬೇತಿ ಪಡೆದ ಜನರುಮಾತ್ರ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಕ್ಕಾಗಿ ಈ ಸಾಧನವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು.

ಮೇಲೆ ಚರ್ಚಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವಾಗ, ಐತಿಹಾಸಿಕವಾಗಿ, ಒಂದು ಪದ್ಧತಿಯು ಹಿಂದಿನ ಪದ್ಧತಿಗಳಿಗಿಂತ ಸುಧಾರಣೆಯಾಗಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಂಡಿದೆ ಎಂದು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಾರದು. ಮುಂಬರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುವಾಗ ಈ ಅಂಶವನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳು ಹೇಗೆ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಹೊಂದಿದವು ಎಂಬುದರ ನಿಜವಾದ ಕಥೆಯು ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕೀರ್ಣವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಹಲವು ಬಾರಿ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ತಿಳಿದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಇದನ್ನು ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದಿಲ್ಲ.



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 3.3

1. ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಆಗಿಸುವ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.



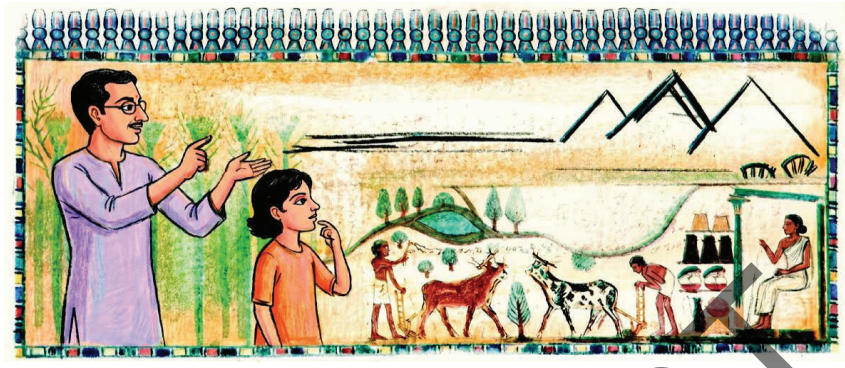
AP SCERT

2. Using the ideas discussed in this section, try refining the number system you might have made earlier.

Try This

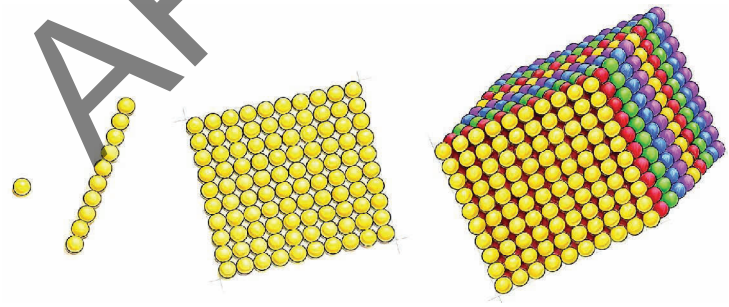
3.3 The Idea of a Base

I. The Egyptian Number System

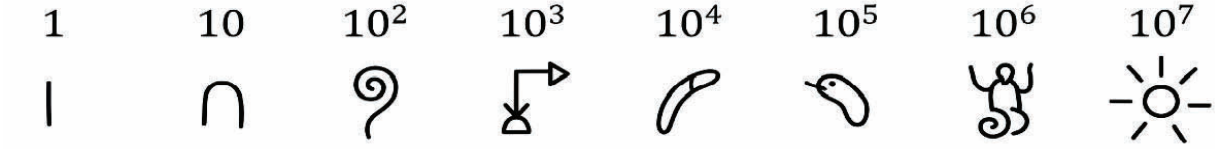


We are now going to see a written number system that the Egyptians developed around 3000 BCE. In this system, we see the use of landmark numbers to group and represent a given number. However, what makes this system special is its sequence of landmark numbers.

Imagine making collections of pebbles. The first landmark number is 1. Group together 10 collections of the previous landmark number (1). Its size is the second landmark number which is 10. Group together 10 collections of the previous landmark number (10). Its size is the third landmark number which is 10 × 10 = 100, and so on.



Each landmark number is 10 times the previous one. Since 1 is the first landmark number, they are all powers of 10. The following are the symbols given to these numbers -



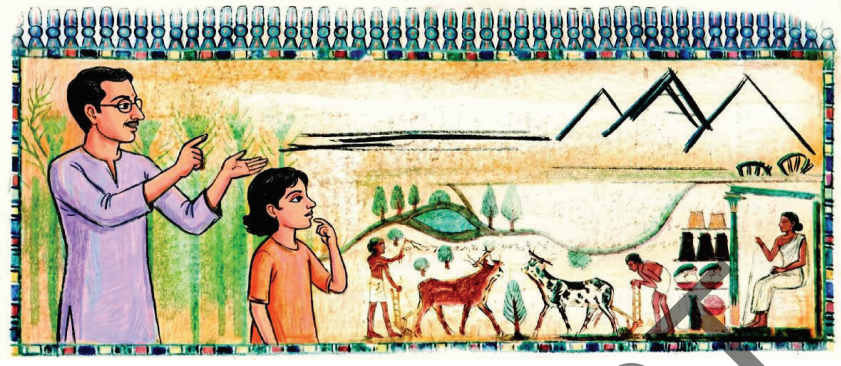
APSCERT

2. ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿದ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ನೀವು ಮೊದಲು ಮಾಡಿರಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಪರಿಷ್ಕರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

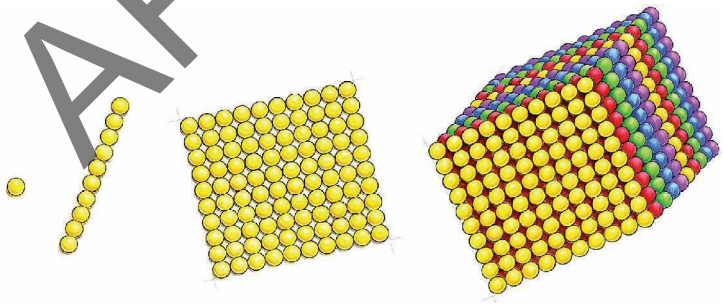
3.3 ಆಧಾರದ ಒಂದು ಕಲ್ಪನೆ

I. ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ

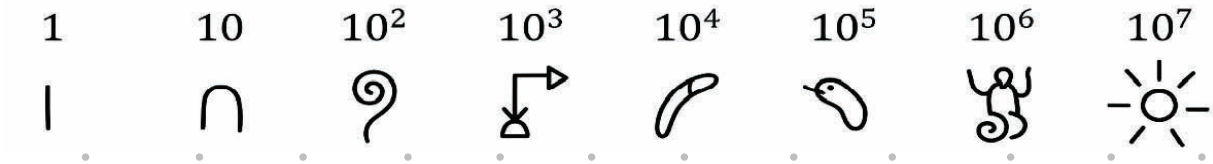


ನಾವು ಈಗ 3000 **BCE** ರ ಸುಮಾರಿಗೆ ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್‌ರವರು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಿದ ಲಿಖಿತ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ನೋಡಲಿದ್ದೇವೆ. ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಹೆಗ್ಗರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಳಕೆಯನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ವಿಶೇಷವಾಗಿಸುವುದು ಅದರ ಹೆಗ್ಗರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿದೆ.

ಕಲ್ಲುಗಳ ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಮೊದಲ ಹೆಗ್ಗರುತು ಸಂಖ್ಯೆ 1. ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯ (1) ರ 10 ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ. ಇದರ ಗಾತ್ರ ಎರಡನೇ ಹೆಗ್ಗರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು 10 ಆಗಿದೆ. ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯ (10) ರ 10 ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ. ಇದರ ಗಾತ್ರವು ಮೂರನೇ ಹೆಗ್ಗರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು $10 \times 10 = 100$, ಮತ್ತು ಇತ್ಯಾದಿ.



ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೆಗ್ಗರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹಿಂದಿನದಕ್ಕಿಂತ 10 ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. 1 ಮೊದಲ ಹೆಗ್ಗರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ , ಅವೆಲ್ಲವೂ 10 ರ ಘಾತಗಳಾಗಿವೆ. ಈ ಹೆಗ್ಗರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ನೀಡಲಾದ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಹೀಗಿವೆ –



AP SCERT

As in the case of Roman numbers, a given number is counted in groups of the landmark numbers, starting from the largest landmark number less than the given number. This is then used to assign the numeral.

For example 324 which equals 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 4 is written as.

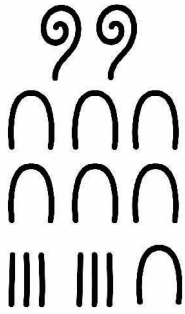




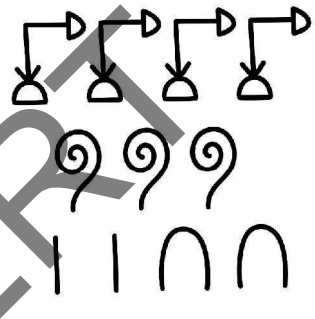
Figure it Out - 3.4

1. Represent the following numbers in the Egyptian system: 10458, 1023, 2660, 784, 1111, 70707.
2. What numbers do these numerals stand for?

(i)



(ii)



II. Variations on the Egyptian System and the Notion of Base

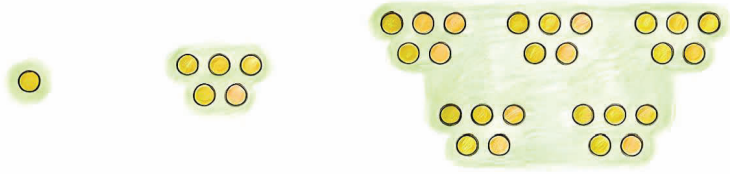
? Instead of grouping together 10 collections of size equal to the previous landmark number (as in the case of the Egyptian system), can we get a number system by grouping together 5 collections of size equal to the previous landmark number? Can this 5 be replaced by any positive integer?

Let us examine this possibility. Let 1 be the first landmark number.

Group together 5 collections of size equal to the previous landmark number (1). Its size is the second landmark number which is 5.

Group together 5 collections of size equal to the previous landmark number (5). Its size is the third landmark number which is $5 \times 5 = 25$.

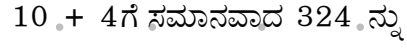
Group together 5 collections of size equal to the previous landmark number (5). Its size is the fourth landmark number which is $5 \times 25 = 125$.



Thus, we have a new number system where each landmark number is 5 times the previous one. Since 1 is the first landmark number, they are all powers of 5.

AP SCERT

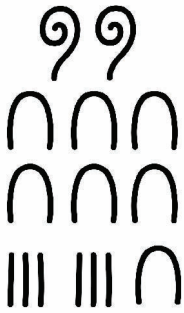
ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಎಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಕೊಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಅತಿದೊಡ್ಡ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ನಂತರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

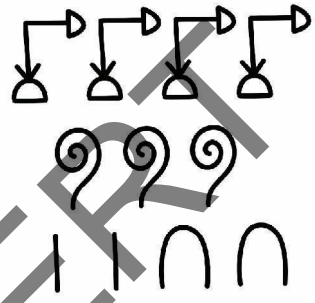
ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 4ಗೆ ಸಮಾನವಾದ 324 ನ್ನು  ಹೀಗೆ ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 3.4

1. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ : 10458, 1023, 2660, 784, 1111, 70707.
2. ಈ ಅಂಕಿಗಳು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತಿವೆ?

(i) 

(ii) 

II. ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳು ಮತ್ತು ಆಧಾರ ಕಲ್ಪನೆ

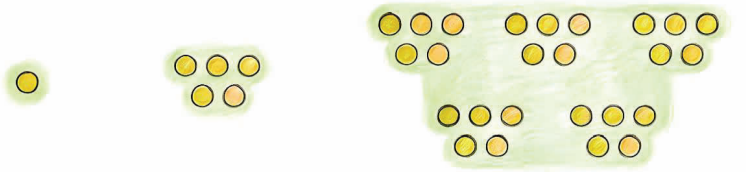
? ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನಗಾತ್ರದ **10** ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸುವ ಬದಲು (ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಂತೆ) ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನಗಾತ್ರದ **5** ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದೇ? ಈ **5** ನ್ನು ಯಾವುದೇ ಧನಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದೇ?

ಈ ಸಾಧ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. ಮೊದಲ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆ 1ಆಗಿರಲಿ.

ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನಗಾತ್ರದ 5 ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ (1) ಇದರ ಗಾತ್ರವು ಎರಡನೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು 5 ಆಗಿದೆ.

ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನಗಾತ್ರದ 5 ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ (5) ಇದರ ಗಾತ್ರವು ಮೂರನೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು $5 \times 5 = 25$ ಆಗಿದೆ.

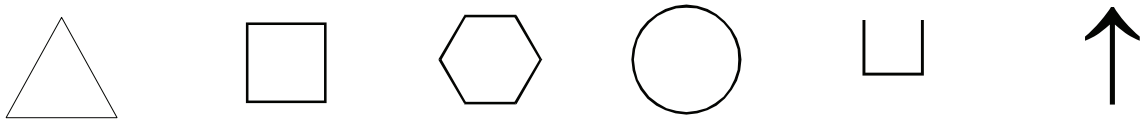
ಹಿಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನಗಾತ್ರದ 5 ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ (5) ಇದರ ಗಾತ್ರವು ನಾಲ್ಕನೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು $5 \times 25 = 125$.



ಹೀಗಾಗಿ ನಾವು ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯನ್ನುಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ. ಅಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹಿಂದಿನದರ 5 ಪಟ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ. 1 ಮೊದಲ ಹೆಗ್ಗರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಉಳಿದೆಲ್ಲವೂ 5 ರ ಘಾತಗಳಾಗಿವೆ.

AP SCERT

$5^0 = 1$ $5^1 = 5$ $5^2 = 25$ $5^3 = 125$ $5^4 = 625$ $5^5 = 3125$



Express the number 143 in this new system.

Let us start grouping, starting with the size $53 = 125$, as this is the largest landmark number smaller than 143. We get-

$$143 = 125 + 5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1.$$

So the number 143 in the new system is ○ □ □ □ △ △ △

Number systems having landmark numbers in which the

(a) first landmark number is 1, and

(b) every next landmark number is obtained by multiplying the current landmark number by some fixed number n is said to be a base-n number system.

The Egyptian number system is a base-10 system, and the number system that we created is a base-5 system. A base-10 number system is also called a decimal number system.



Figure it Out - 3.5

1. Write the following numbers in the above base-5 system using the symbols in Table 2: 15, 50, 137, 293, 651.
2. Is there a number that cannot be represented in our base-5 system above? Why or why not?
3. Compute the landmark numbers of a base-7 system. In general, what are the landmark numbers of a base-n system?

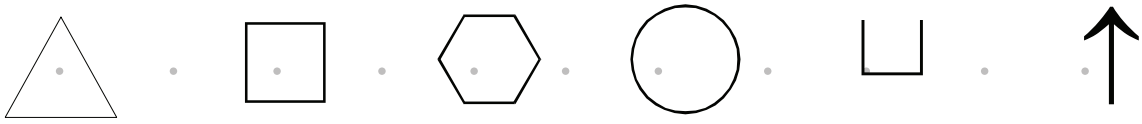
The landmark numbers of a base-n number system are the powers of n starting from $n^0 = 1, n, n^2, n^3, \ldots$

Abacus that Makes Use of the Decimal System

In around the 11th century, even the people still using the Roman numerals started using a calculating device - the abacus - constructed using a decimal system. It was a board with lines, as shown in the Fig. 3.1. Starting

AP SCERT

$5^0 = 1$ $5^1 = 5$ $5^2 = 25$ $5^3 = 125$ $5^4 = 625$ $5^5 = 3125$



? 143 ನ್ನು ಈ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

$5^3 = 125$ ಇದು 143 ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಅತಿದೊಡ್ಡ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ನಾವು ಇದರಿಂದ ಗುಂಪನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದಾಗ ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ---

$$143 = 125 + 5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1.$$

ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ 143 ಸಂಖ್ಯೆಯು ○ □ □ □ △ △ △.

(a) ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗಳಲ್ಲಿ

(b) ಮೊದಲನೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆ **1** ಆಗಿರುವ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಮುಂದಿನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೆಲವು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆ **n** ನಿಂದ ಗುಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪಡೆಯಲಾಗುವ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಆಧಾರ **-n** ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಈಜಿಪ್ಟ್‌ನ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ಆಧಾರ - **10** ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ನಾವು ರಚಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ಆಧಾರ - **5** ಪದ್ಧತಿಯಾಗಿದೆ. ಆಧಾರ - **10** ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ **ದಶಮಾನ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ** ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ - 3.5

1. ಕೋಷ್ಟಕ **2** ರಲ್ಲಿನ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಮೇಲಿನ ಆಧಾರ - **5** ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ : 15, 50, 137, 293, 651.
2. ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಆಧಾರ - **5** ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆಯೇ? ಇದ್ದರೆ ಏಕೆ ಇದೆ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವಾದಲ್ಲಿ ಏಕೆ ಇಲ್ಲ?
3. ಆಧಾರ - **7** ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಆಧಾರ **-n** ಪದ್ಧತಿಯ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

   ಆಧಾರ **-n** ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $n^0 = 1, n, n^2, n^3, \ldots$ ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ **n** ನ ಘಾತಗಳಾಗಿವೆ.

ದಶಮಾಂಶ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಬಳಸುವ ಅಬ್ಯಾಕಸ್

11ನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ, ಇನ್ನೂ ರೋಮನ್ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದ ಜನರು ಸಹ ದಶಮಾಂಶ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಿರ್ಮಿಸಲಾದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಸಾಧನ - ಅಬ್ಯಾಕಸ್ ಅನ್ನು ಬಳಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರು. ಚಿತ್ರ **3.1** ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಇದು

APSCERT

from the line that stood for 1, each successive line stood for a successive power of 10.

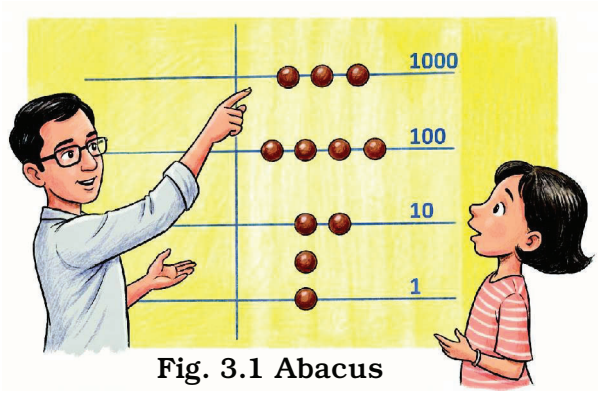


Fig. 3.1 Abacus

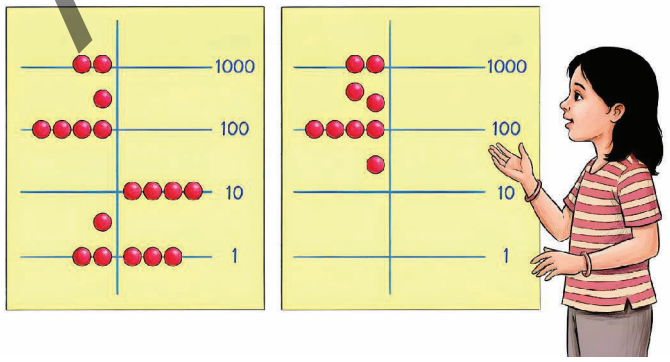
Numbers were represented in it as follows: the given number was first grouped into the landmark numbers (powers of 10), in exactly the same way we have been grouping them so far. For each power of 10, as many counters were placed on its line as the number of times it occurred in the grouping. The presence of a counter above a line contributed a value of 5.

For example let us take the number 3426. It can be grouped as

3426 = 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10+ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

This number was represented as shown in Fig. 3.1. Notice how the 6 ones are represented.

To get an idea of how the abacus was used for calculations, let us consider a simple addition problem: 2907 + 43. The two numbers were taken on either side of the vertical partition.

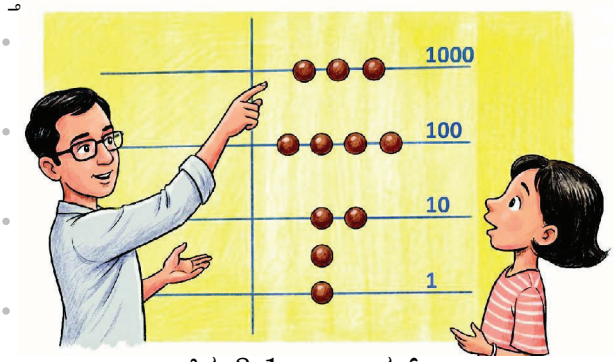


How would you use this to find the sum?

The counters along each line were brought together. What is to be done if the total in a line exceeded 10?

AP SCERT

ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೋರ್ಡ್ ಆಗಿತ್ತು. **1** ಅನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ರೇಖೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ, ಪ್ರತಿ ಅನುಕ್ರಮ ರೇಖೆಯು **10** ರ ಅನುಕ್ರಮ ಘಾತವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 3.1 : ಅಬ್ಯಾಕಸ್

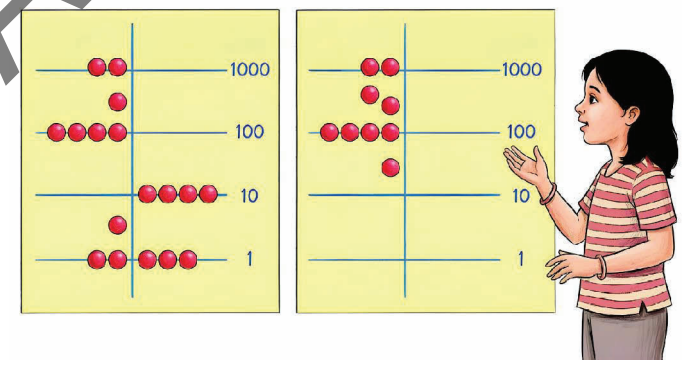
ಮಣಿಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗಿದೆ. ನೀಡಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೊದಲು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ (**10** ರ ಘಾತಗಳು) ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆ. ನಾವು ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. **10** ರ ಪ್ರತಿ ಘಾತಕ್ಕೆ, ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅದು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಸಂಭವಿಸಿದೆಯೋ ಅಷ್ಟು ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಅದರ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಇರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಕೌಂಟರ್ ಇರುವಿಕೆಯು 5 ರ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ನಾವು 3426 ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ವರ್ಗೀಕರಿಸಬಹುದು.

3426 = 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10+ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಚಿತ್ರ 3.1ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗಿದೆ. 6 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಿಗೆ ಅಬ್ಯಾಕಸ್ ಅನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದರ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು, ನಾವು ಒಂದು ಸರಳ ಸಂಕಲನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ : 2907 + 43. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲಂಬ ವಿಭಜನೆಯ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ.



ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನೀವು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸುತ್ತೀರಿ ?

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ತರಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ **10** ಮೀರಿದರೆ ಏನು ಮಾಡಬೇಕು?

AP SCERT

Hint: In this problem, the 7 ones and the 3 ones together make 10 ones which contributes a counter to the line representing 10s.

III. Shortcomings of the Egyptian System

Despite being a number system that enabled relatively efficient number representations for numbers till a crore (10^7), and relatively easy computations, the Egyptian system had a drawback.

If larger and larger numbers needed to be represented, then there was a need for inventing an unending sequence of symbols for higher and higher powers of 10. Here we see the original challenge of number representation resurfacing in a different form!

The next and the final idea in the history of the evolution of number systems not only solves this problem but also remarkably simplifies number representation and computations!



Figure it Out - 3.6



1. Can there be a number whose representation in Egyptian numerals has one of the symbols occurring 10 or more times? Why not?
2. Create your own number system of base 4, and represent numbers from 1 to 16.
3. Give a simple rule to multiply a given number by 5 in the base-5 system that we created.

3.4. Place Value Representation

I. The Mesopotamian Number System



AP SCERT

ಸುಳಿಹು : ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ, **7** ಬಿಡಿಗಳು ಮತ್ತು **3** ಬಿಡಿಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ **10** ಬಿಡಿಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಇದು **10** ಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಗೆ ಕೌಂಟರ್ ಆಗಿ ಕೊಡುಗೆ ನೀಡುತ್ತದೆ.

III. ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಪದ್ಧತಿಯ ನ್ಯೂನತೆಗಳು

ಒಂದು ಕೋಟಿ (10^7) ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ತುಲನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಸುಲಭವಾದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಸಕ್ರಿಯಗೊಳಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಾಗಿದ್ದಾಗ್ಯೂ, ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಪದ್ಧತಿಯು ಒಂದು ನ್ಯೂನತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿತ್ತು.

ದೊಡ್ಡದಾದ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೂ ದೊಡ್ಡದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬೇಕಾದರೆ, **10** ರ ಉನ್ನತ ಮತ್ತು ಅತಿ ಉನ್ನತ ಘಾತಗಳಾಗಿ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಅಗತ್ಯವಿತ್ತು. ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ವಿಭಿನ್ನ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದ ಮೂಲ ಸವಾಲನ್ನು ನೋಡುತ್ತೇವೆ !

ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳ ವಿಕಾಸದ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಮುಂದಿನ ಮತ್ತು ಅಂತಿಮ ಕಲ್ಪನೆಯು ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದಲ್ಲದೆ, ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಗಮನಾರ್ಹವಾಗಿ ಸರಳಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ - 3.6



1. ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ **10** ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಬರುವ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರಬಹುದೇ? ಏಕೆ ಇರಬಾರದು?
2. ನಿಮ್ಮದೇ ಆದ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ - **4** ರ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಮತ್ತು **1** ರಿಂದ **16** ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.
3. ನೀವು ರಚಿಸಿದ ಆಧಾರ - **5** ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು **5** ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ಸರಳ ನಿಯಮವನ್ನು ನೀಡಿ.

3.4. ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು

I. ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ



AP SCERT

In the beginning, the number system used in ancient Mesopotamia had different symbols for different landmark numbers. In later times, it became a base-60 system, also called the sexagesimal system, with a very efficient number representation.

It has puzzled many why they chose base 60. Different theories exist to explain this, ranging from the connection between 60 and the periods of some important events (like the length of their lunar month which had 30 days, or the time taken for the Sun to complete one revolution around the Earth when Earth is taken to be stationary), the ease of representing fractions (we will not go into this here), their earlier sequence of landmark numbers - 1, 10, 60, 600, 3600, 36000,... - getting reduced to only the powers of 60, and so on.

The influence of the Mesopotamian sexagesimal system, also known as the **Babylonian number system**, can be seen even now in our units of time measurements - 1 hour = 60 minutes and 1 minute = 60 seconds.

This system used the symbol 𒁹 for 1 and 𒌋 for 10.

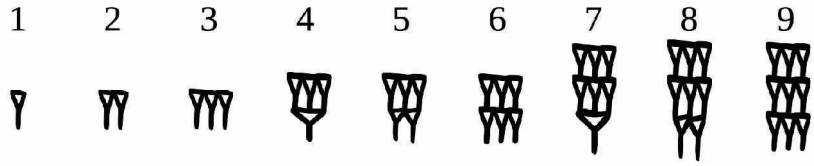
Let us now briefly pause on the study of their number system, and ideate on how one can build an efficient number system using the Mesopotamian features seen so far.

Let us give our own symbols to their landmark numbers -

1	60	$60^2 = 3600$	$60^3 = 216000$	
𒁹	1	2	3	.....

Note that we have actually used Indian numerals in creating these symbols. We could have invented our own symbols but for the sake of easy recall and use, we have chosen to take help of the familiar numerals 1, 2, 3, ...

Using 𒁹 and 𒌋, numbers from 1 to 59 can be represented -



AP SCERT

ಆರಂಭದಲ್ಲಿ, ಪ್ರಾಚೀನ ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದಲ್ಲಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ವಿಭಿನ್ನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿತ್ತು. ನಂತರದ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಇದು ಅತ್ಯಂತ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದೊಂದಿಗೆ ಆಧಾರ – **60** ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಾಗಿ ಮಾರ್ಪಟ್ಟಿತು. ಇದನ್ನು ಸೆಕ್ಸಜೆಸಿಮಲ್ ಪದ್ಧತಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಇದು ಬಹಳ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾದ ಸಂಖ್ಯಾ ನಿರೂಪಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿತ್ತು.

ಅವರು ಆಧಾರ – **60** ಅನ್ನು ಏಕೆ ಆರಿಸಿಕೊಂಡರು ಎಂಬುದು ಅನೇಕರನ್ನು ಗೊಂದಲಕ್ಕಿಡು ಮಾಡಿದೆ. **60** ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಪ್ರಮುಖ ಘಟನೆಗಳ ಅವಧಿಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಪರ್ಕದಿಂದ (**30** ದಿನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದ ಅವರ ಚಂದ್ರ ಮಾಸದ ಉದ್ದ ಅಥವಾ ಭೂಮಿಯನ್ನು ಸ್ಥಿರವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದಾಗ ಸೂರ್ಯನು ಭೂಮಿಯ ಸುತ್ತ ಒಂದು ಪರಿಭ್ರಮಣ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯ). ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸುಲಭತೆ (ನಾವು ಇಲ್ಲಿ ಇದರ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಮಾತನಾಡುವುದಿಲ್ಲ). ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವುಗಳ ಹಿಂದಿನ ಕ್ರಮ – **1, 10, 60, 600, 3600, 36000,...** ಗಳನ್ನು **60** ರ ಘಾತಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಇಳಿಸಲಾಗುವುದು ಇತ್ಯಾದಿ.

ಬೆಬಿಲೋನಿಯನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ಷಷ್ಠಿಸಂಖ್ಯೆ ಪದ್ಧತಿಯ ಪ್ರಭಾವವನ್ನು ಇಂದಿಗೂ ನಮ್ಮ ಸಮಯ ಮಾಪನಗಳ ಘಟಕಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು – **1** ಗಂಟೆ **= 60** ನಿಮಿಷಗಳು ಮತ್ತು **1** ನಿಮಿಷ **= 60** ಸೆಕೆಂಡುಗಳು. ಈ ಪದ್ಧತಿಯು 1 ಕ್ಕೆ 𒁹 ಚಿಹ್ನೆ ಮತ್ತು 10ಕ್ಕೆ 𒌋 ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿತು. ಈಗ ಇವರ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯ ಅಧ್ಯಯನವನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ನಿಲ್ಲಿಸೋಣ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಕಂಡುಬರುವ ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದರ ಕುರಿತು ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನೀಡೋಣ.

ಅವರ ಹೆಗ್ಗುರುತುಗಳಿಗೆ ನಮ್ಮದೇ ಆದ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ನಿಡೋಣ –

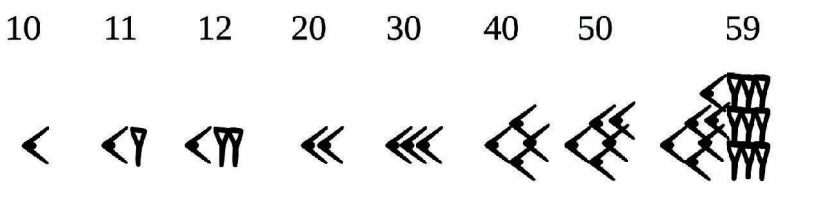
1	60	$60^2 = 3600$	$60^3 = 216000$	
𒁹	1	2	3	.....

"ಈ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವಲ್ಲಿ ನಾವು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಭಾರತೀಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ನಾವು ನಮ್ಮದೇ ಆದ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಆವಷ್ಕರಿಸಬಹುದಿತ್ತು ಆದರೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಬಳಸಲು, ನಾವು ಪರಿಚಿತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ 1, 2, 3, ... "

𒁹 ಮತ್ತು 𒌋 ಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, 1 ರಿಂದ 59 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು –

1	2	3	4	5	6	7	8	9
𒁹	𒁹𒁹	𒁹𒁹𒁹	𒌋𒁹	𒌋𒁹𒁹	𒌋𒁹𒁹𒁹	𒌋𒌋𒁹	𒌋𒌋𒁹𒁹	𒌋𒌋𒁹𒁹𒁹

AP SCERT





Reproduction of a Mesopotamian Tablet

Example : Let us represent the number 640 in this system.

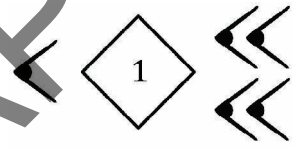
Grouping it into landmark numbers, we see that

$$640 = (10) \times 60 + 40.$$

If we use the Egyptian idea, this number would be represented using 10  s, and 40 would be represented using 4 < s.

Can we represent this more compactly?

We can simply represent this number as

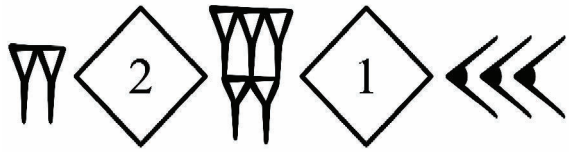


which can be read as ten 60s and one 40, just as we have written in the equation.

Example: Let us try another number - 7530.

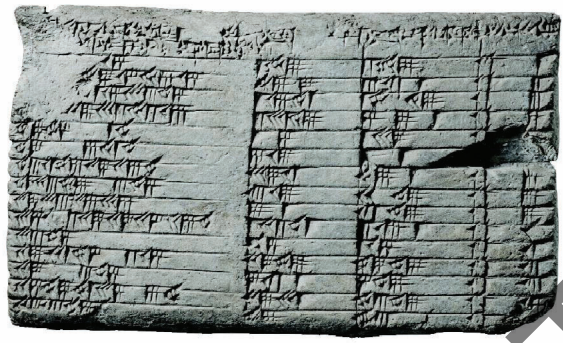
$$7530 = (2) \times 3600 + (5) \times 60 + 30$$

So, its representation would be



APSCERT

10 11 12 20 30 40 50 59



ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ಟ್ಯಾಬ್ಲೆಟ್‌ನ ಪುನರುತ್ಪಾದನೆ

? ಉದಾಹರಣೆ : ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ 640 ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸೋಣ.

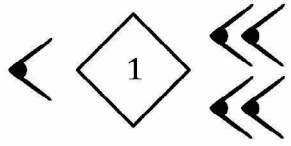
ಇದನ್ನು ಹೆಗ್ಗರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಗುಂಪು ಮಾಡಿದಾಗ...

$640 = (10) \times 60 + 40$ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

ನಾವು ಈಜಿಪ್ಟಿಯನ್ನರ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ, ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ 10  ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು 40 ಅನ್ನು 4  ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ಇದನ್ನು ನಾವು ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದೇ?

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಾವು ಹೀಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.

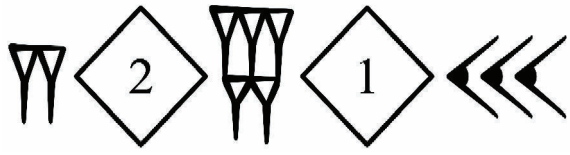


ಇದನ್ನು ನಾವು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವಂತೆಯೇ ಹತ್ತು 60ಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು 40ಎಂದು ಓದಬಹುದು.

? ಉದಾಹರಣೆ : ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ – 7530.

$$7530 = (2) \times 3600 + (5) \times 60 + 30$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಅದರ ಪ್ರತಿನಿಧಿವಿಕೆಯು ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತೆ ಇದೆ



AP SCERT

Note that when a number is grouped into powers of 60 for its representation, no power of 60 can occur 60 or more times. If this happens, then 60 of them can be grouped to form the next power of 60. For example, consider the expression -

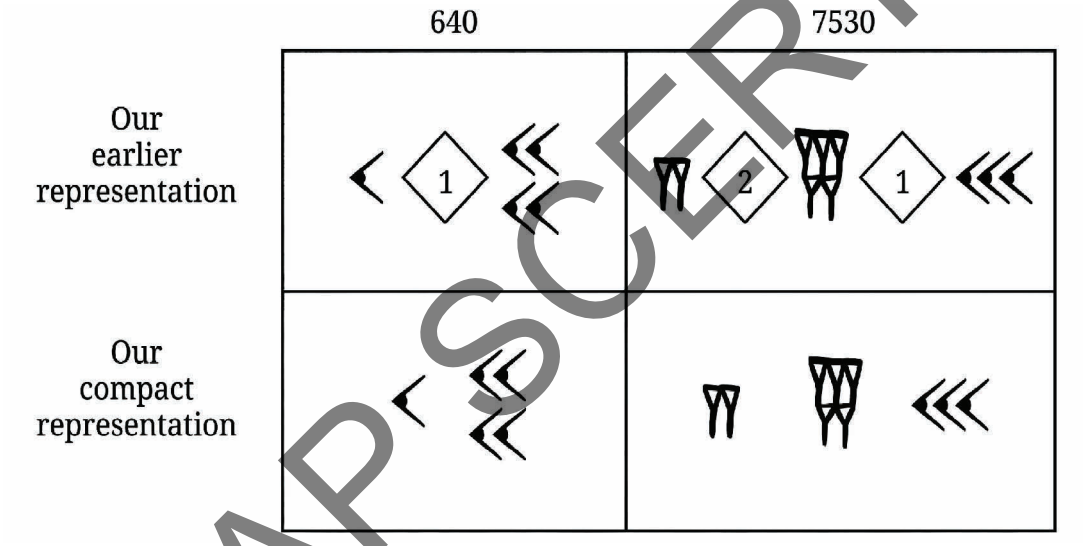
$(1) \times 3600 + (70) \times 60 + 2 = (1) \times 60^2 + (60 + 10) \times 60 + 2$

$= (1) \times 60^2 + 60^2 + (10) \times 60 + 2$

$= (2) \times 60^2 + (10) \times 60 + 2$

Therefore, any number can be represented using the numerals from 1 - 59, along with the numerals for landmark numbers.

Now, what if we make the representation even more compact by dropping the symbols for the different powers of 60 altogether?



This is exactly what the Mesopotamians did! In their numeral, the rightmost set of symbols showed the number of 1s, the set of symbols to its left showed the number of 60s, the next showed the number of 3600s and so on. Whenever there was no occurrence of a power of 60, a blank space was given in that position.

It does not seem that the Mesopotamians arrived at this idea in the same way we did. Some scholars suggest that the similarity of symbols given to the landmark numbers 1 and 60 in their earlier number system, and an accidental usage of them, might have made them stumble upon this idea.

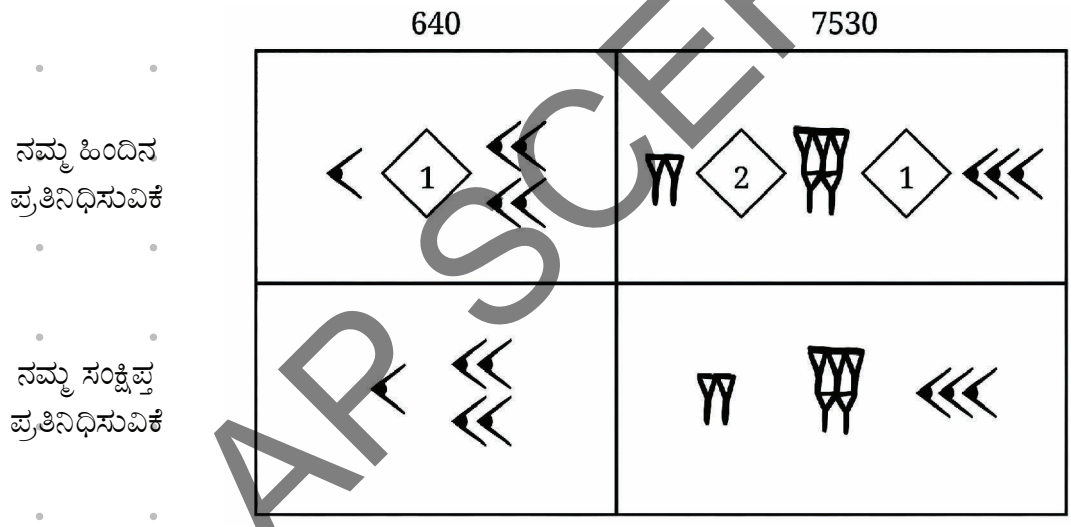
APSCERT

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು **60**ರ ಘಾತಗಳಾಗಿ ಗುಂಪು ಮಾಡಿದಾಗ, **60** ರ ಘಾತವು **60** ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಸಂಭವಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದು ಸಂಭವಿಸಿದಲ್ಲಿ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ **60** ಅನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡಿ **60** ರ ಮುಂದಿನ ಘಾತವನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಉಕ್ತಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ–

$$(1) \times 3600 + (70) \times 60 + 2 = (1) \times 60^2 + (60 + 10) \times 60 + 2$$
$$= (1) \times 60^2 + 60^2 + (10) \times 60 + 2$$
$$= (2) \times 60^2 + (10) \times 60 + 2$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು **1** ರಿಂದ **59** ರವರೆಗಿನ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.

ಈಗ **60** ರ ವಿಭಿನ್ನ ಘಾತಗಳ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಕೈಬಿಡುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಾಂದ್ರೀಕರಿಸಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ ಏನಾಗಬಹುದು?



AP SCERT

ಮೆಸಪಟೋಮಿಯನ್ನರು ನಿಖರವಾಗಿ ಇದನ್ನೇ ಮಾಡಿದರು! ಅವರ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ, ಬಲಭಾಗದ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಗಣ **1** ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಿದೆ, ಅದರ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಗಣ **60** ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಿದೆ. ಮುಂದಿನದು **3600** ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಿದೆ ಮತ್ತು ಹೀಗೆ. **60**ರ ಘಾತ ಬರದೆ ಇದ್ದಾಗಲೆಲ್ಲಾ, ಆ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಜಾಗವನ್ನು ನೀಡಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

ಮೆಸಪಟೋಮಿಯನ್ನರು ನಾವು ಮಾಡಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಈ ಕಲ್ಪನೆಗೆ ಬಂದಂತೆ ತೋರುತ್ತಿಲ್ಲ. ಕೆಲವು ವಿದ್ವಾಂಸರು ತಮ್ಮ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ **1** ಮತ್ತು **60**ರ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ನೀಡಲಾದ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಹೋಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಆಕಸ್ಮಿಕ ಬಳಕೆಯು ಈ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಅವರಿಗೆ ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಿರಬಹುದು ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತಾರೆ.



Figure it Out - 3.7

1. Represent the following numbers in the Mesopotamian system -

   (i) 63 (ii) 132 (iii) 200 (iv) 60 (v) 3605

Thus, we can see how the Mesopotamian system removes the need for generating an unending sequence of symbols for the landmark numbers by making use of the positions where the symbols are written. Such a number system (having a base) that makes use of the position of each symbol in determining the landmark number that it is associated with is called a **positional number system a place value system.**

This idea of place value marks the highest point in the history of evolution of number systems, and gives a very elegant solution to the problem of representing the unending sequence of numbers using only a finite number of different symbols!

The Mesopotamian system however cannot be considered a fully developed place value system. It has certain defects that lead to confusion while reading a number.

? Look at the representation of 60. What will be the representation for 3,600?

While writing the numerals, the spacing between symbols was not given the way we are giving it here. It was also difficult to maintain a consistent spacing for blanks across different manuscripts written by different people. These created ambiguities. For example, consider the representations of the following numbers -

Numbers	1	60	3600	12	602	36002
Our representation	𒁹	𒁹	𒁹	𒐗𒁹	𒐗𒁹	𒐗𒁹
Mesopotamian representation	𒁹	𒁹	𒁹	𒐗𒁹	𒐗𒁹	𒐗𒁹

AP SCERT



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 3.7

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ. –

(i) 63 (ii) 132 (iii) 200 (iv) 60 (v) 3605

ಹೀಗಾಗಿ, ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ಪದ್ಧತಿಯು ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಹೇಗೆ ತೆಗೆದುಹಾಕುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು. ಅಂತಹ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು (ಆಧಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ) ಅದು ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿಹ್ನೆಯ **ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ** ಅಥವಾ **ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಕಲ್ಪನೆಯು, ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳ ವಿಕಾಸದ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯುನ್ನತ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸೀಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿಭಿನ್ನ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಬಹಳ ಸೊಗಸಾದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ !

ಆದಾಗ್ಯೂ, ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾದ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಹೊಂದಿದ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಇದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಓದುವಾಗ ಗೊಂದಲಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾಗುವ ಕೆಲವು ದೋಷಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ..

? **60**ರ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಯನ್ನು ನೋಡಿ **3600**ಕ್ಕೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ ಎಷ್ಟಾಗಿರುತ್ತದೆ?

ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ, ನಾವು ಇಲ್ಲಿ ನೀಡುತ್ತಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿಲ್ಲ. ವಿಭಿನ್ನ ಜನರು ಬರೆದ ವಿಭಿನ್ನ ಹಸ್ತಪ್ರತಿಗಳಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳಿಗೆ ಸ್ಥಿರವಾದ ಅಂತರವನ್ನು ಕಾಯ್ದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಕಷ್ಟಕರವಾಗಿತ್ತು. ಇವು ಅಸ್ಪಷ್ಟತೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಿದವು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.–

ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	1	60	3600	12	602	36002
ನಮ್ಮ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	𒁹	𒁹	𒁹	𒐗𒁹	𒐗𒁹	𒐗𒁹
ಮೆಸಪಟೋಮಿಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	𒁹	𒁹	𒁹	𒐗𒁹	𒐗𒁹	𒐗𒁹

AP SCERT

Because of the ambiguity in finding which symbols correspond to which powers of 60, the same numeral can be read in different ways. Even in our representation which uses uniform spacing between symbols for different powers of 60, it is difficult to know the number of blanks between two sets of symbols, as in the representation of 36002.

To address the issue arising out of blank spaces, the later Mesopotamians used a brilliant idea of assigning a 'placeholder' symbol 𒌋𒌋 to denote a blank space. This is like the 0 (zero) we use in our system. Thus, zero - the symbol that shows nothingness - is indispensable as a placeholder in a place value system in which numbers are written in an unambiguous manner.

Even with the problem arising out of blank spaces solved, other ambiguities still remained in the system. For example, the placeholder symbol was primarily used in the middle of numbers and not at the end; so they would not use it to represent a number like (what we would write as) 3600.

II. The Mayan Number System



In Central America, there flourished a civilisation known as the Mayan civilisation that made great intellectual and cultural progress between the 3rd and 10th centuries CE. Among their intellectual achievements stands their place value system designed independently of those in Asia. They also made use of a placeholder symbol, for the modern-day '0', that looked like a seashell.

APSCERT

60ರ ಯಾವ ಘಾತಗಳಿಗೆ ಯಾವ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಲ್ಲಿನ ಅಸ್ಪಷ್ಟತೆಯಿಂದಾಗಿ, ಒಂದೇ ಅಂಕಿಯನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಓದಬಹುದು. 60ರ ವಿಭಿನ್ನ ಘಾತಗಳಿಗೆ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ನಡುವೆ ಏಕರೂಪದ ಅಂತರವನ್ನು ಬಳಸುವ ನಮ್ಮ ಪ್ರತಿನಿಧ್ಯದಲ್ಲಿಯೂ ಸಹ, 36002 ರ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದಂತೆ ಎರಡು ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಗಣಗಳ ನಡುವಿನ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಕಷ್ಟ.

ಖಾಲಿಜಾಗಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನುಪರಿಹರಿಸಲು, ನಂತರದ ಮೆಸಪಟೋಮಿಯನ್ನರು ಖಾಲಿ ಜಾಗವನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು 'ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್' 𒌋 ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ನಿಯೋಜಿಸುವ ಅದ್ಭುತ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿದರು. ಇದು ನಮ್ಮ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಬಳಸುವ 0(ಶೂನ್ಯ) ದಂತಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ ಶೂನ್ಯ – ಶೂನ್ಯತೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಚಿಹ್ನೆ – ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿಸ್ಸಂದಿಗ್ಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾದ ಸ್ಥಾನ ಮೌಲ್ಯ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್ ಆಗಿ ಅನಿವಾರ್ಯವಾಗಿದೆ.

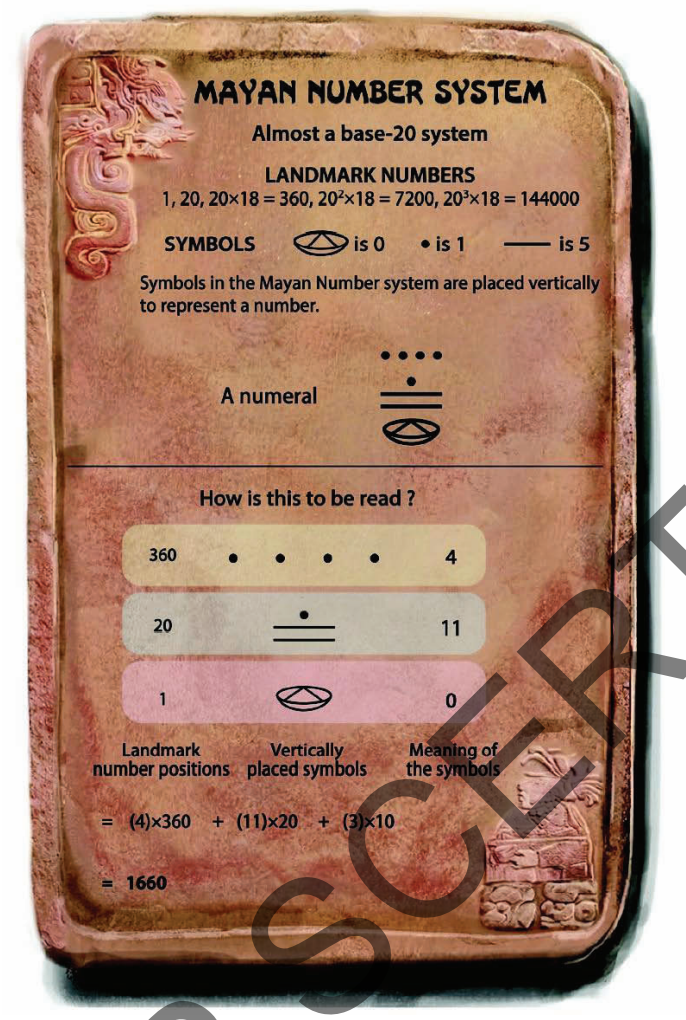
ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಗೆಹರಿದರೂ, ಇತರ ಅಸ್ಪಷ್ಟತೆಗಳು ಇನ್ನೂ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಪ್ರಾಥಮಿಕವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು ಮತ್ತು ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲ ; ಆದ್ದರಿಂದ ಸುಮಾರು, 3600 ನಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಅದನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ (ನಾವು ಇದನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇನೆ).

II. ಮಾಯನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆ



ಮಧ್ಯ ಅಮೆರಿಕದಲ್ಲಿ, ಮಾಯನ್ ನಾಗರಿಕತೆ ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಒಂದು ನಾಗರಿಕತೆಯು ಪ್ರವರ್ಧಮಾನಕ್ಕೆ ಬಂದಿತು. ಅದು ಕ್ರಿ.ಶ 3 ಮತ್ತು 10 ನೇ ಶತಮಾನಗಳ ನಡುವೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಬೌದ್ಧಿಕ ಮತ್ತು ಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಿತು. ಅವರ ಬೌದ್ಧಿಕ ಸಾಧನೆಗಳಲ್ಲಿ ಏಷ್ಯಾದಲ್ಲಿ ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸಲಾದ ಅವರ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯು ಒಂದು. ಅವರು ಆಧುನಿಕ '0' ಗಾಗಿ ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಸಹ ಬಳಸಿದರು. ಅದು ಸಮುದ್ರ ಚಿಪ್ಪಿನಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

AP SCERT



Here we find a puzzling phenomenon. Why was their third landmark number 360 rather than 400? Some scholars feel that this might have something to do with their calendars.

They used a dot for 1, and a bar — for 5. These were used to denote numbers from 1 to 19.

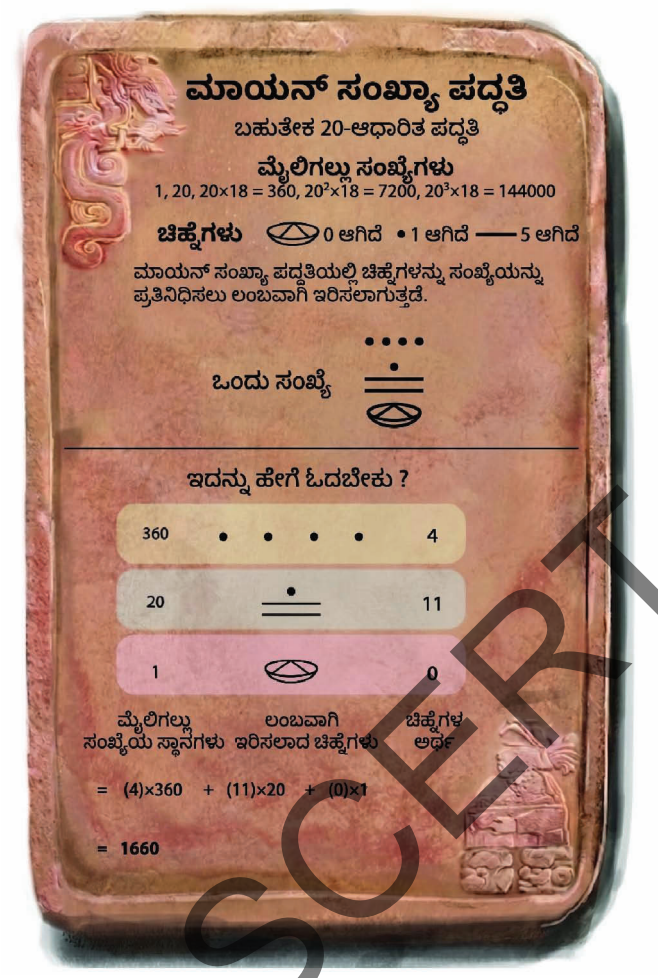
The symbols associated with different landmark numbers were written one below the other with the lowermost set of symbols corresponding to the number of 1s, the set above corresponding to the number of 20s, the set above to the number of 360s and so on.

? Represent the following numbers using the Mayan system:

(i) 77 (ii) 100 (iii) 361 (iv) 721

Because the Mayan system is not an actual base-20 system, it lacks the advantages that a system with a base has for computations. Nevertheless,

© NCERT not to be republished



ಇಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ಒಂದು ಗೊಂದಲಮಯ ವಿದ್ಯಮಾನ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಅವರ ಮೂರನೇ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆ **400** ಕ್ಕಿಂತ **360** ಆಗಿತ್ತು ಏಕೆ? ಕೆಲವು ವಿದ್ವಾಂಸರು ಇದು ಅವರ ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್‌ಗಳೊಂದಿಗೆ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿರಬಹುದು ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಅವರು 1ಕ್ಕೆ ಚುಕ್ಕೆ ಮತ್ತು 5 ಕ್ಕೆ — ಗೆರೆಯನ್ನು ಬಳಸಿದರು. ಇವುಗಳನ್ನು 1 ರಿಂದ 19 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.

ವಿಭಿನ್ನ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಕೆಳಗೆ ಒಂದರಂತೆ ಬರೆಯಲಾಗಿದ್ದು. ಕೆಳಗಿನ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ 1ರ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ, ಮೇಲಿನ ಗುಂಪು 20ರ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ, ಮೇಲಿನ ಗುಂಪು 360ರ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ.

? ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಯನ್ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.:

(i) 77 (ii) 100 (iii) 361 (iv) 721

ಮಾಯನ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಸರಿಯಾದ ಆಧಾರ – **20** ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲದ ಕಾರಣ, ಆಧಾರ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಿಗೆ ಹೊಂದಿರುವ ಅನುಕೂಲಗಳನ್ನು ಇದು ಹೊಂದಿಲ್ಲ. ಅದೇನೇ ಇದ್ದರೂ, ಅವುಗಳ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಸಂಕೇತ ಮತ್ತು

© AP SCERT

their place value notation and their use of a placeholder symbol for zero is considered an important advance in the history of number systems.

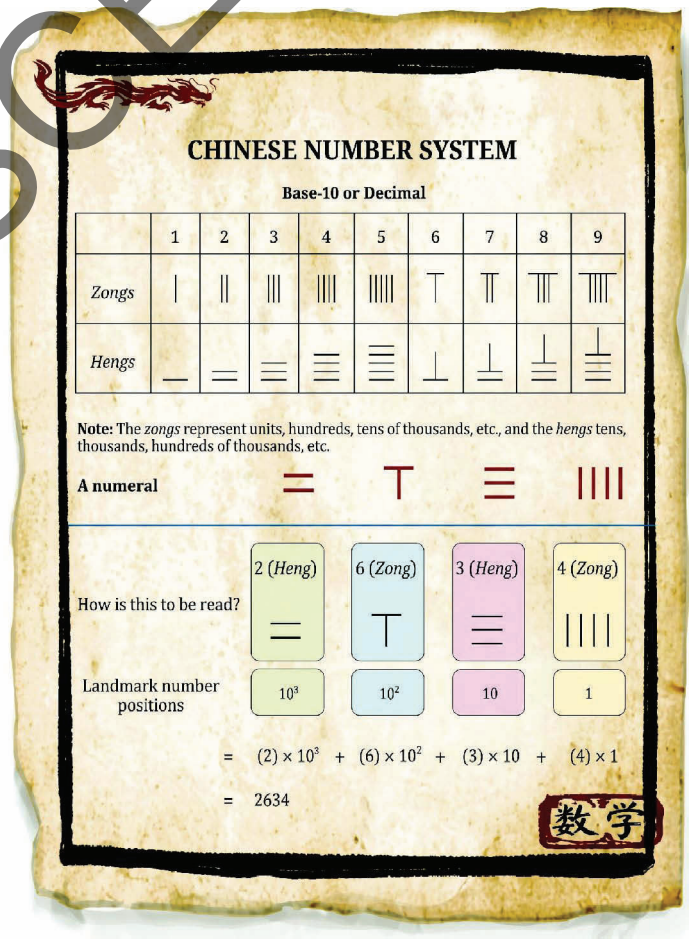
A curious fact is that we can still find the use of base-20 in the number names of some European languages.

III. The Chinese Number System



The Chinese used two number systems - a written system for recording quantities, and a system making use of rods for performing computations. The numerals in the rod-based number system are called **rod numerals**. Here we discuss the rod numerals, which are more efficient in writing and computing with numbers than the written system of the Chinese.

The rod numerals developed in China by at least by 3rd century AD and were used till the 17th century. It was a decimal system (base-10). The symbols for 1 to 9 were as follows :



APSCERT

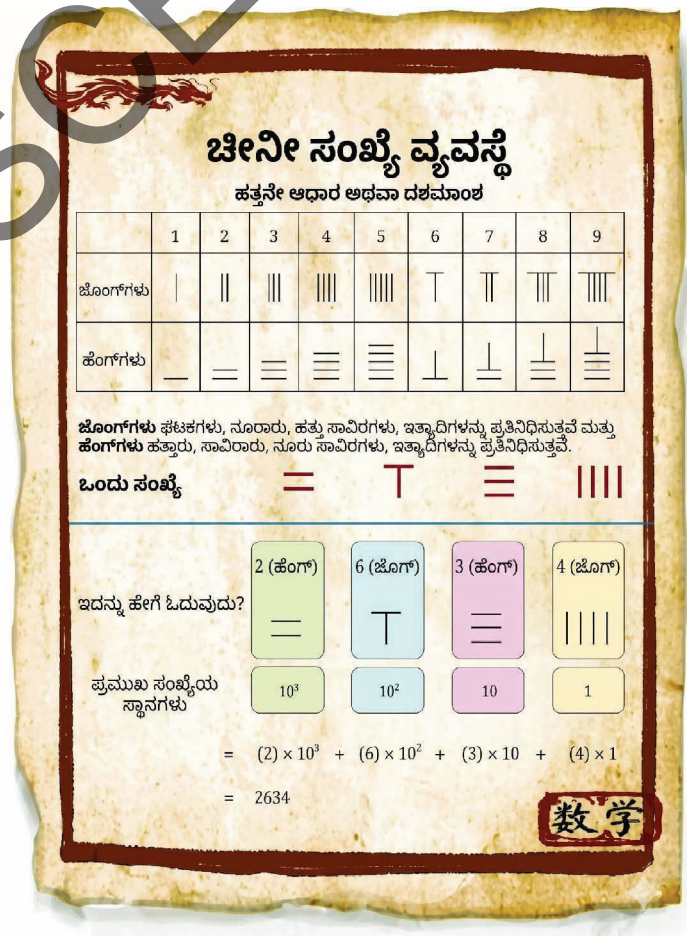
ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್ ಚಿಹ್ನೆಯ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಗತಿ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಸಂಗತಿಯೆಂದರೆ, ಕೆಲವು ಯೂರೋಪಿಯನ್ ಭಾಷೆಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಹೆಸರುಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಇನ್ನೂ ಆಧಾರ – **20**ರ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

III. ಚೈನೀಸ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ :



ಚೀನಿಯರು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು – ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ದಾಖಲಿಸಲು ಲಿಖಿತ ಪದ್ಧತಿ ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ. ರಾಡ್ – ಆಧಾರಿತ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು **ರಾಡ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿನಾವು ಚೀನಿಯರ ಲಿಖಿತ ಪದ್ಧತಿಗಿಂತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಬರೆಯಲು ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾದ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಚರ್ಚಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ.

ರಾಡ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಚೀನಾದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಟ **3**ನೇ ಶತಮಾನದ ವೇಳೆಗೆ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಂಡವು ಮತ್ತು **17**ನೇ ಶತಮಾನದವರೆಗೆ ಬಳಸಲ್ಪಟ್ಟವು. ಇದು ದಶಮಾನ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಾಗಿತ್ತು (ಆಧಾರ – **10**). **1** ರಿಂದ **9** ರವರೆಗಿನ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ.

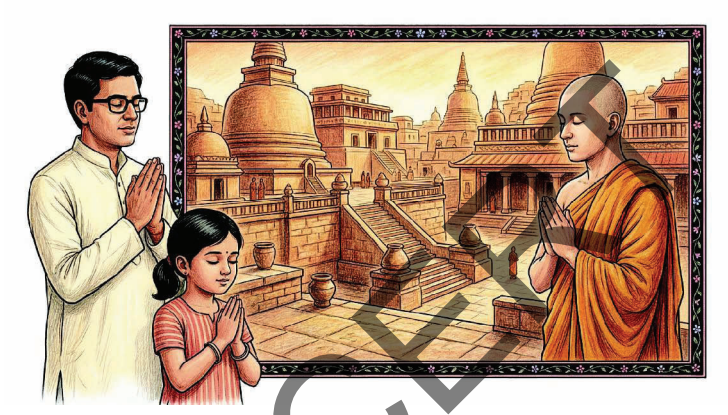


APSCERT

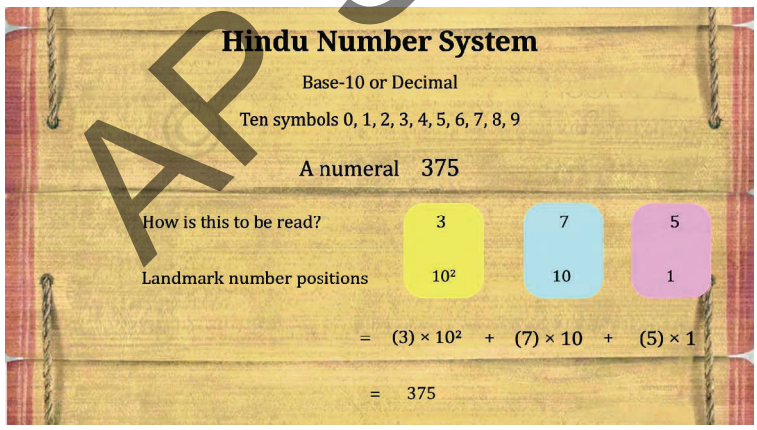
Like the Mesopotamians, the rod numerals used a blank space to indicate the skipping of a place value. However, because of the slightly more uniform sizes of the symbols for one through nine, the blank spaces were easier to locate than in the Mesopotamian system.

Notice how similar the rod numerals are to the Hindu system. The Chinese system, with a symbol for zero, would be a fully developed place value system.

IV. The Hindu Number System



? Where does the Hindu/Indian number system figure in the evolution of ideas of number representation? What are its landmark numbers? And does it use a place value system?



As can be seen, the Hindu number system is a place value system. The Hindu number system has had a symbol for 0 at least as early as 200 BCE. Because of the use of 0 as a digit, and the use of a single digit in each position, this system does not lead to any kind of ambiguity when reading or writing numerals. It is for this reason that the Hindu number system is now used throughout the world.

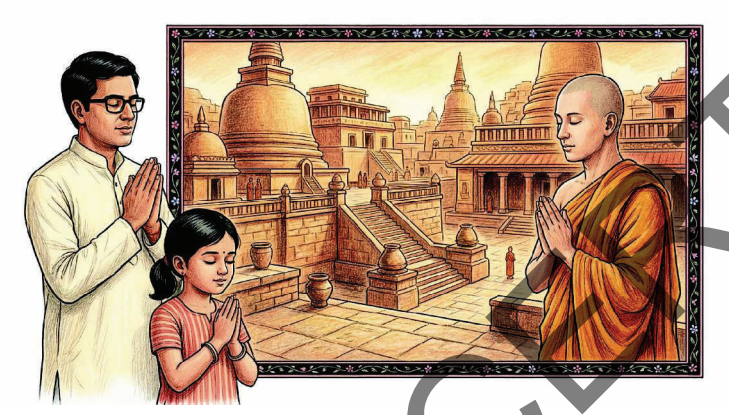
The use of 0 as a digit, and indeed as a number, was a breakthrough

AP SCERT

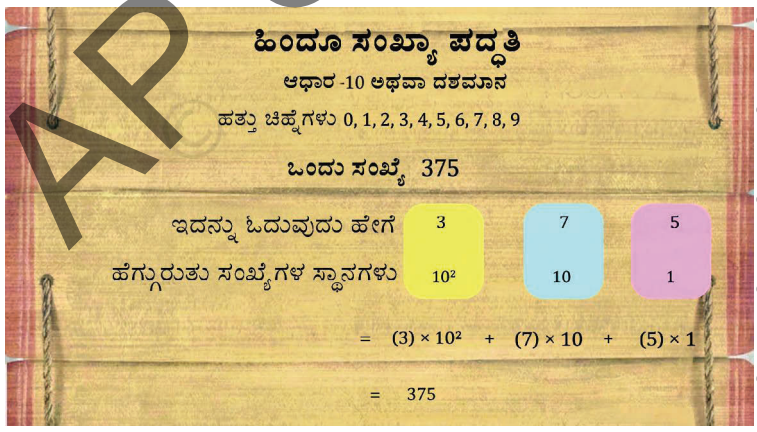
ಮೆಸಪಟೋಮಿಯನ್ನರಂತೆ, ರಾಡ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟಿರುವುದನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಖಾಲಿ ಜಾಗವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದವು. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಒಂದರಿಂದ ಒಂಬತ್ತರವರೆಗಿನ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಗಾತ್ರಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು ಏಕರೂಪವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಮೆಸಪಟೋಮಿಯನ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಿಂತ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚುವುದು ಸುಲಭವಾಗಿತ್ತು.

ರಾಡ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹಿಂದೂ ಪದ್ಧತಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಹೋಲುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೀನೀ ಪದ್ಧತಿಯು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಹೊಂದದ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯಾಗಿದೆ.

IV. ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ



? ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದ ಕಲ್ಪನೆಗಳ ವಿಕಾಸದಲ್ಲಿ ಹಿಂದೂ / ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ಎಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಅದರ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು? ಮತ್ತು ಅದು ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತದೆಯೇ?



ನಾವಿಲ್ಲಿ ನೋಡಬಹುದಾದಂತೆ, ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ಒಂದು ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯಾಗಿದೆ. ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ಕನಿಷ್ಟ **200 BCE** ಯಷ್ಟು ಹಿಂದೆಯೇ **'0'** ಗೆ ಒಂದು ಸಂಕೇತವನ್ನು ಹೊಂದಿತ್ತು. **0** ಅನ್ನು ಅಂಕಿಯಾಗಿ ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಅಂಕಿಯ ಬಳಕೆಯ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ, ಈ ಪದ್ಧತಿಯು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಓದುವಾಗ ಅಥವಾ ಬರೆಯುವಾಗ ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ಅಸ್ಪಷ್ಟತೆಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಕಾರಣಕ್ಕಾಗಿಯೇ ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಈಗ ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

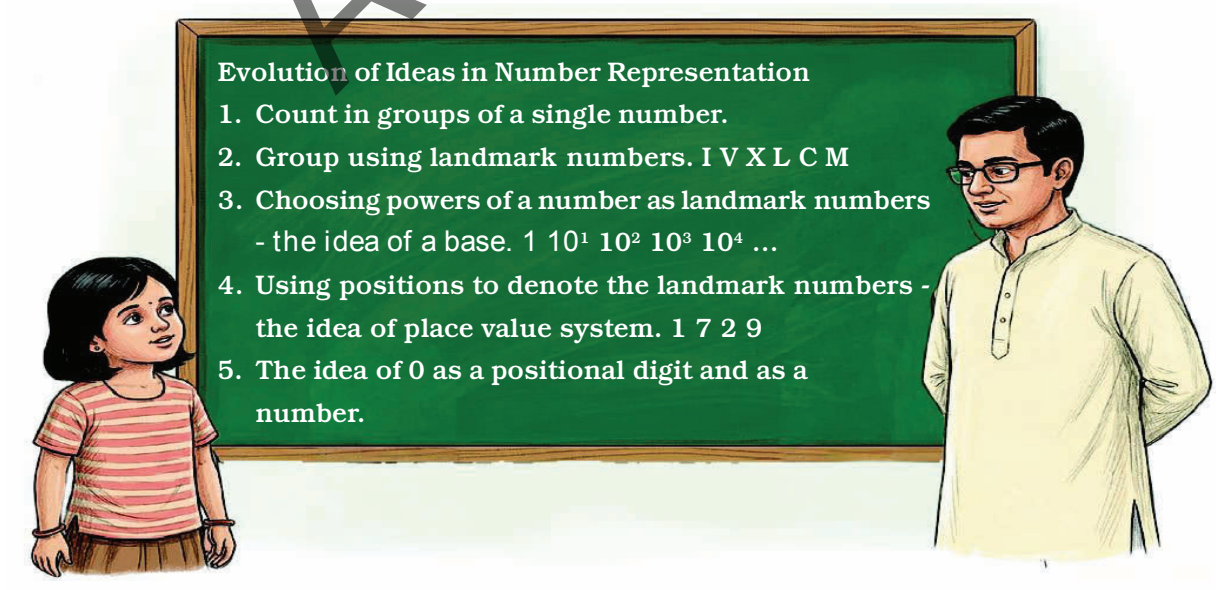
APSCERT

that truly changed the world of mathematics and science. In Indian mathematics, indeed, zero was not just used as a placeholder in the place value system, but was also given the status of a number in its own right, on par with other numbers. The arithmetic properties of the number 0 (e.g., that 0 plus any number is the same number, and that 0 times any number is zero) were explicitly used by Aryabhata in his aryabhatiya in 499 CE to compute with and do elaborate scientific computations using Hindu numerals. The use of 0 as a number like any other number, on which one can perform the basic arithmetic operations, was codified by Brahmagupta in his work Brahmasphutasiddhanta in 628 CE, as we learned in an earlier grade.

By introducing 0 as a number, along with the negative numbers, Brahmagupta created what in modern terms is called a ring, i.e., a set of numbers that is closed under addition, subtraction, and multiplication (i.e., any two numbers in the set can be added, subtracted, or multiplied to get another number in that set). These new ideas laid the foundations for modern mathematics, and particularly for the areas of algebra and analysis.

Hopefully, this gives you a sense of all the ideas that went into writing and computing with numbers in the way that we do today. The discovery of 0 and the resulting Indian number system is truly one of the greatest, most creative, and most influential inventions of all time - appearing constantly in our daily lives and forming the basis of much of modern science, technology, computing, accounting, surveying, and more. The next time you are writing numbers, think about the incredible history behind them and all the deep ideas that went into their discovery!

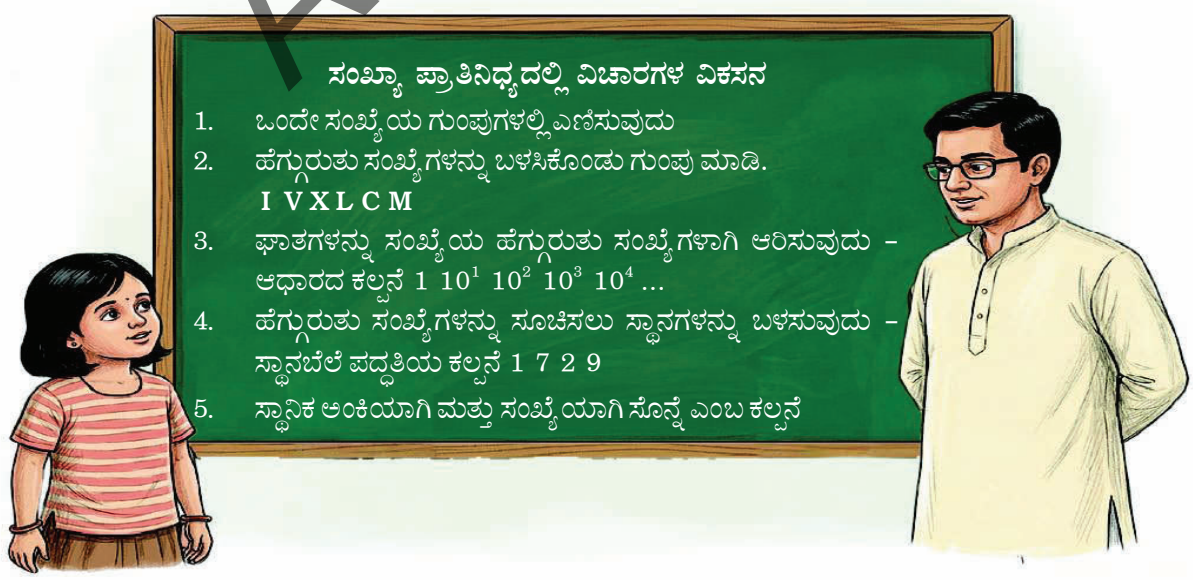
AP SCERT



0 ಅನ್ನು ಅಂಕಿಯಾಗಿ ಮತ್ತು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಬಳಸುವುದು ಗಣಿತ ಮತ್ತು ವಿಜ್ಞಾನದ ಜಗತ್ತನ್ನು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಬದಲಾಯಿಸಿದ ಒಂದು ಪ್ರಗತಿಯಾಗಿದೆ. ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ, ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಶೂನ್ಯವನ್ನು ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್ ಆಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನವಾಗಿ ತನ್ನದೇ ಆದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸ್ಥಾನಮಾನವನ್ನು ಸಹ ನೀಡಲಾಯಿತು. **0** ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಗಣಿತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು (ಉದಾ : **0** ಅನ್ನು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಜೊತೆಗೆ ಸೇರಿಸಿದರೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆ, ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆಯ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಶೂನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ) ಆರ್ಯಭಟನು **499 CE**ರಲ್ಲಿ ತನ್ನ ಆರ್ಯಭಟೀಯದಲ್ಲಿ ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ವಿಸ್ತಾರವಾದ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಬಳಸಿದನು. ನಾವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಂತೆ ಯವುದೇ ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಯಂತೆಯೇ **0** ಅನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯಂತೆ ಬಳವುದನ್ನು , ಅದರ ಮೇಲೆ ಮೂಲಭೂತ ಅಂಕಗಣಿತ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನು **628 CE**ರಲ್ಲಿ ತನ್ನ ಕೃತಿ ಬ್ರಹ್ಮ ಸ್ಫುಟಸಿದ್ಧಾಂತದಲ್ಲಿ ಕ್ರೂಢೀಕರಿಸಿದನು.

ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೊತೆಗೆ **0** ಅನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಪರಿಚಯಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನು ಆಧುನಿಕ ಪರಿಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ **ಉಂಗುರ** ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವುದನ್ನು ರಚಿಸಿದನು. ಅಂದರೆ, ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರದ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪನ್ನು (ಅಂದರೆ, ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಬಹುದು, ಕಳೆಯಬಹುದು ಮತ್ತು ಗುಣಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಆ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು). ಈ ಹೊಸ ವಿಚಾರಗಳು ಆಧುನಿಕ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ, ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಿಗೆ ಅಡಿಪಾಯವನ್ನು ಹಾಕಿದವು.

ಇಂದು ನಾವು ಮಾಡುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಬರೆಯುವುದು ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವುದರಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿದ ಎಲ್ಲಾ ವಿಚಾರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಇದು ನಿಮಗೆ ಒಂದು ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತೇವೆ. **0**ಯ ಆವಿಷ್ಕಾರ ಮತ್ತು ಅದರ ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ ರೂಪುಗೊಂಡ ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಸಾರ್ವಕಾಲಿಕ ಶ್ರೇಷ್ಠ, ಅತ್ಯಂತ ಸೃಜನಶೀಲ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಪ್ರಭಾವಶಾಲಿ ಆವಿಷ್ಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ – ನಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ನಿರಂತರವಾಗಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆಧುನಿಕ ವಿಜ್ಞಾನ, ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ, ಕಂಪ್ಯೂಟಿಂಗ್, ಲೆಕ್ಕಪತ್ರ ನಿರ್ವಹಣ, ಸಮೀಕ್ಷೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನವುಗಳ ಆಧಾರವನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ. ಮುಂದಿನ ಬಾರಿ ನೀವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ, ಅವುಗಳ ಹಿಂದಿನ ಅದ್ಭುತ ಇತಿಹಾಸ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಆವಿಷ್ಕಾರಕ್ಕೆ ಒಳಗಾದ ಎಲ್ಲಾ ಆಳವಾದ ವಿಚಾರಗಳ ಬಗೆ ಯೋಚಿಸಿ!



AP SCERT



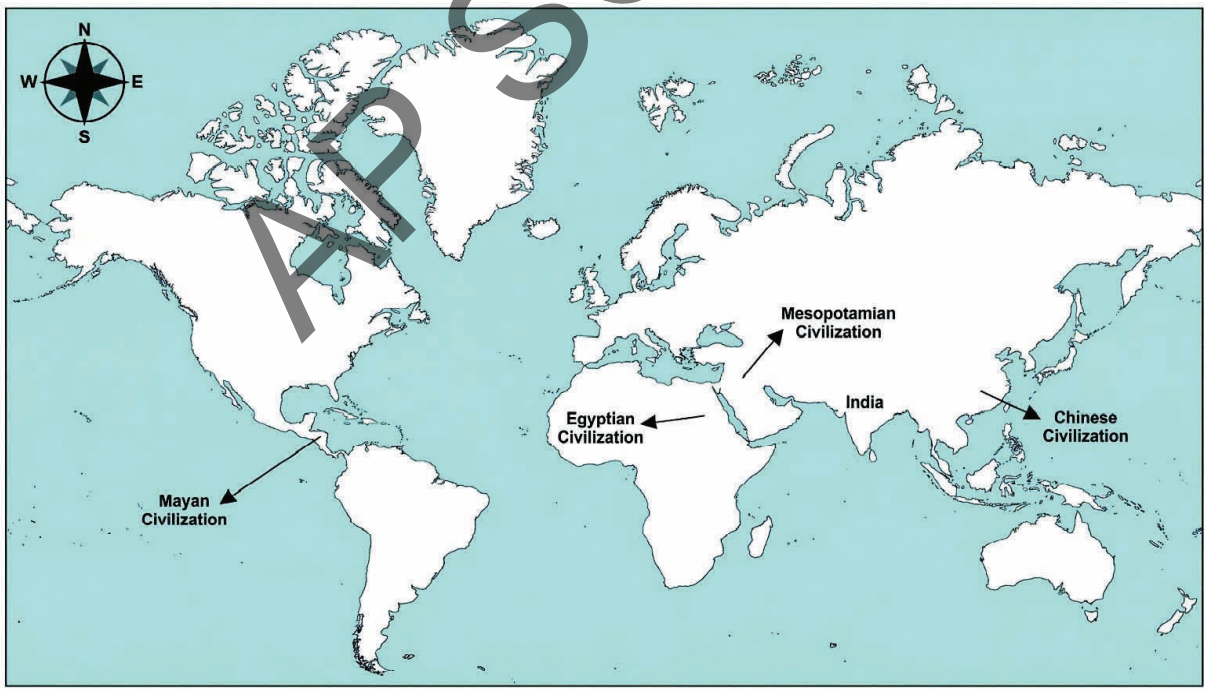
Figure it Out - 3.8



1. Why do you think the Chinese alternated between the Zong and Heng symbols? If only the Zong symbols were to be used, how would 41 be represented? Could this numeral be interpreted in any other way if there is no significant space between two successive positions?
2. Where in your daily lives, and in which professions, do the Hindu numerals, and 0, play an important role? How might our lives have been different if our number system and 0 hadn't been invented or conceived of?



3. The ancient Indians likely used base 10 for the Hindu number system because humans have 10 fingers, and so we can use our fingers to count. But what if we had only 8 fingers? How would we be writing numbers then? What would the Hindu numerals look like if we were using base 8 instead? Base 5? Try writing the base-10 Hindu numeral 25 as base-8 and base-5 Hindu numerals, respectively. Can you write it in base-2?



The map shows the locations of the different civilisations.

They existed in different time periods.

APSCERT



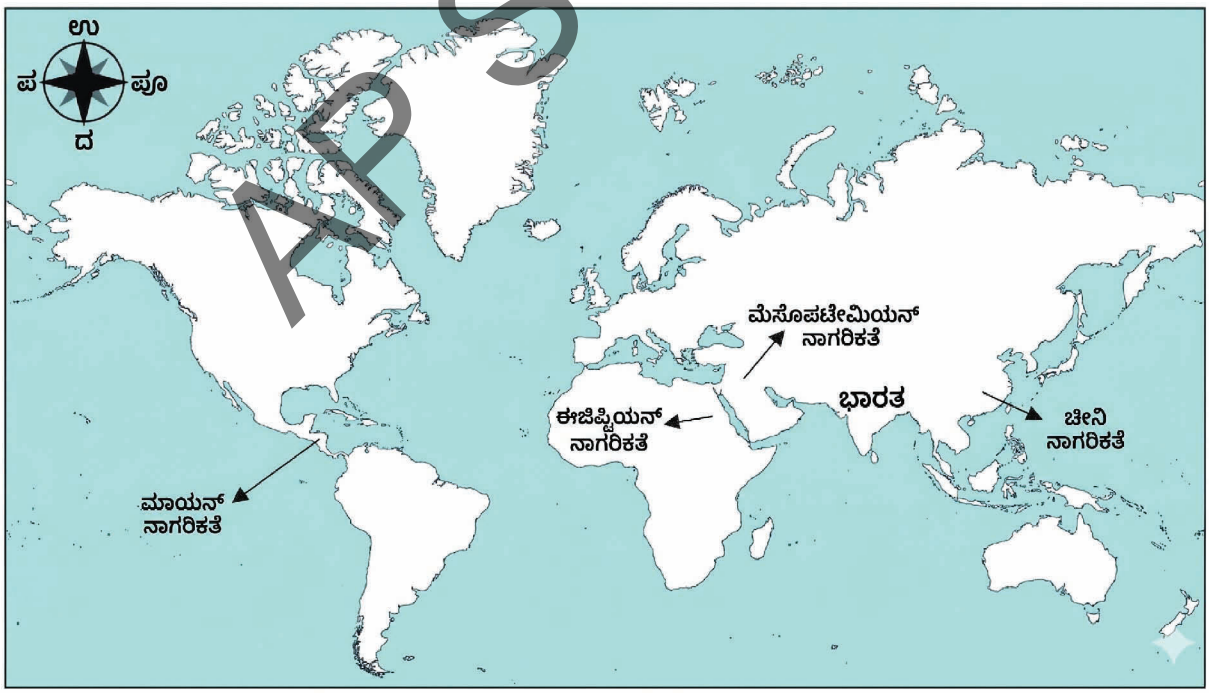
ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ - 3.8



1. ಚೀನಿಯರು ಝೋಂಗ್ ಮತ್ತು ಹೆಂಗ್ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ನಡುವೆ ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ ಏಕೆ ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು ಎಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸುತ್ತೀರಿ? ಝೋಂಗ್ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಬಳಸಬೇಕಾದರೆ, **41** ಅನ್ನು ಹೇಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು? ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ಥಾನಗಳ ನಡುವೆ ಗಮನಾರ್ಹ ಅಂತರವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಈ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅರ್ಥೈಸಬಹುದೇ?
2. ನಿಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಯಾವ ವೃತ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು **0** ಪ್ರಮುಖ ಪಾತ್ರ ವಹಿಸುತ್ತವೆ? ನಮ್ಮ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಮತ್ತು **0** ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯದಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ ಕಲ್ಪಿಸದಿದ್ದರೆ ನಮ್ಮ ಜೀವನವು ಹೇಗೆ ಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತಿತ್ತು?



3. ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತೀಯರು ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗೆ ಆಧಾರ **10** ಅನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಏಕೆಂದರೆ ಮಾನವರಿಗೆ **10** ಬೆರಳಿಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ನಮ್ಮ ಬೆರಳುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ಬಳಸಬಹುದು. ಆದರೆ ನಮಗೆ ಕೇವಲ **8** ಬೆರಳುಗಳಿದ್ದರೆ ಏನಾಗುತ್ತಿತ್ತು? ಆಗ ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಿದ್ದೆವು. ನಾವು ಬದಲಿಗೆ ಆಧಾರ **8** ಅನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದರೆ ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳು ಹೇಗಿರುತ್ತವೆ? ಆಧಾರ **5**? ಆಧಾರ **10** ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿ **25** ಅನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಆಧಾರ **8** ಮತ್ತು ಆಧಾರ **5** ಹಿಂದೂ ಅಂಕಿಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನೀವು ಅದನ್ನು ಆಧಾರ 2 ರಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ?



ನಕ್ಷೆಯು ವಿಭಿನ್ನ ನಾಗರಿಕತೆಗಳ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಅವು ವಿಭಿನ್ನ ಕಾಲಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದ್ದವು

AP SCERT

SUMMARY

- To represent numbers, we need a standard sequence of objects, names, or written symbols that have a fixed order. This standard sequence is called a **number system**.
- The symbols representing numbers in a written number system are called **numerals**.
- In a number system, **landmark numbers** are numbers that are easily recognisable and used as reference points for understanding and working with other numbers. They serve as anchors within the number system, helping people to orient themselves and make sense of quantities, particularly larger ones.
- A number system whose landmark numbers are the powers of a number n is referred to as a **base-n number system**.
- Number systems having a base that make use of the position of a symbol in determining the landmark number that it is associated with are called **positional number systems** or **place value systems.**
- Place value representations were used in the Mesopotamian (Babylonian), Mayan, Chinese and Indian civilisations.
- The system of numerals that we use throughout the world today is the **Hindu number system** (also sometimes called the **Indian number system**, or the **Hindu-Arabic number system**). It is a place value system with (usually) 10 digits, including the digit 0 which is treated on par with other digits. Due to its use of 0 as a number, the system enables the writing of all numbers unambiguously using just finitely many symbols, and also enables efficient computation. The system originated in India around 2000 years ago, and then spread across the world, and is considered one of human history's greatest inventions.

AP SCERT

ಸಾರಾಂಶ

- ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ನಮಗೆ ಸ್ಥಿರ ಕ್ರಮವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಸ್ತುಗಳು, ಹೆಸರುಗಳು ಅಥವಾ ಲಿಖಿತ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮದ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಈ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು **ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.
- ಲಿಖಿತ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು **ಅಂಕಿಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.
- ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ **ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಸುಲಭವಾಗಿ ಗುರುತಿಸಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು, ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಕೆಲಸ ಮಾಡಲು ಉಲ್ಲೇಖ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿ ಬಳಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ. ಅದು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯೊಳಗೆ ಆಧಾರಸ್ತಂಭಗಳಾಗಿ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತವೆ. ಜನರು ತಮ್ಮನ್ನು ತಾವು ಆಧಾರವಾಗಿಟ್ಟಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ವಿಶೇಷವಾಗಿ ದೊಡ್ಡವುಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ.
- **n** ಸಂಖ್ಯೆಯ ಶಕ್ತಿಗಳು ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು **ಆಧಾರ- n ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.
- ಒಂದು ಚಿಹ್ನೆಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಅದು ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವ ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವ ಆಧಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು **ಸ್ಥಾನಿಕ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳು** ಅಥವಾ **ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.
- ಮೆಸಪಟೋಮಿಯಾ (ಬ್ಯಾಬಿಲೋನಿಯನ್), ಮಾಯಸ್, ಚೀನೀ ಮತ್ತು ಭಾರತೀಯ ನಾಗರಿಕತೆಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾನ ಮೌಲ್ಯ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು.
- ಇಂದು ನಾವು ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತ ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯು ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ (ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಅಥವಾ ಹಿಂದೂ ಅರೇಬಿಕ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ) ಇದು (ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ) **10**ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯಾಗಿದ್ದು,ಇದರಲ್ಲಿ ಅಂಕಿ **0** ಅನ್ನು ಇತರ ಅಂಕಿಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. **0** ಅನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಬಳಸುವುದರಿಂದ, ಈ ಪದ್ಧತಿಯು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿಸ್ಸಂದಿಗ್ಧವಾಗಿ ಸೀಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಬರೆಯಲು ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವನ್ನು ಸಹ ಸಕ್ರಿಯಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಪದ್ಧತಿಯು ಸುಮಾರು **2000** ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡಿತು ಮತ್ತು ನಂತರ ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತ ಹರಡಿತು ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಮಾನವ ಇತಿಹಾಸದ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಆವಿಷ್ಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗಿದೆ.

APSCERT

4 QUADRILATERALS

Learning outcomes

Learners will be able to

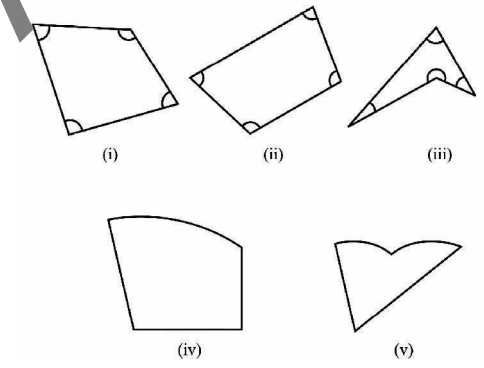
- Define and identify quadrilaterals as four-sided closed figures in daily life (CG-10)
- Classify quadrilaterals (parallelogram, rectangle, square, rhombus, trapezium, kite) (CG-3)
- Understand and apply side, angle, and diagonal properties (including angle sum of 360°) (CG-3)
- Analyse relationships among different types of quadrilaterals (CG-3)
- Draw, classify, and justify quadrilaterals based on given properties (CG-3)
- Solve problems involving missing angles using properties (CG-3)
- Apply quadrilateral concepts in real-life contexts (designs, patterns, architecture) (CG-10)

AP SCERT

4.0 Introduction

In this chapter, we will study some interesting types of four-sided figures and solve problems based on them. Such figures are commonly known as quadrilaterals. The word 'quadrilateral' is derived from Latin words - quadri meaning four, and latus referring to sides.

? Observe the following figures.



Figs. (i), (ii), and (iii) are quadrilaterals, and the others are not. Why?

The angles of a quadrilateral are the angles between its sides, as marked in Figs. (i), (ii), and (iii).

4 ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

ಕಲಿಕಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು : ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು

N7C9U1

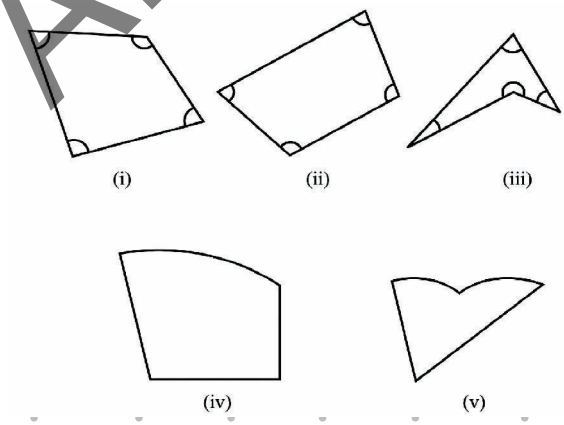
- ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಆವೃತ ಚಿತ್ರವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ, ಗುರ್ತಿಸುವುದು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. **(CG-10)**
- ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ (ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ಆಯತ, ಚೌಕ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ, ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ, ಗಾಳಿ ಪಟಾಕೃತಿ) ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. **(CG-3)**
- ಬಾಹುಗಳು, ಕೋನಗಳು, ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಕಗಳು (ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360^0)ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ.**(CG-3)**
- ವಿವಿಧ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುತ್ತಾರೆ. **(CG-3)**
- ಕೊಟ್ಟ ಗುಣಗಳ ಆಧಾರವಾಗಿ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು, ವರ್ಗೀಕರಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.**(CG-3)**
- ಗುಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ತಿಳಿಯದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತಾರೆ. **(CG-3)**
- ಡಿಜೈನ್‌ಗಳು, ವಿನ್ಯಾಸಗಳು, ರಚನೆಗಳಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಭುಜ ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವದನ ಸಂದರ್ಭಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತಾರೆ. **(CG-10)**

AP SCERT

4.0 ಪರಿಚಯ

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಆಕೃತಿಗಳ ಕೆಲವು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ವಿಧಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. 'ಚತುರ್ಭುಜ' (**Quadrilateral**) ಎಂಬ ಪದವು ಲ್ಯಾಟಿನ್ ಪದಗಳಾದ **Quadri** - (ಕ್ವಾಡ್ರಿ) ಎಂದರೆ ನಾಲ್ಕು ಮತ್ತು **Latus** (ಲಾಟಸ್) ಎಂದರೆ ಬಾಹುಗಳು ಎಂಬ ಪದಗಳಿಂದ ಬಳಸಲಾಗಿದೆ.

? ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ..



ಚಿತ್ರಗಳು **(i)**, **(ii)** ಮತ್ತು **(iii)** ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಆಗಿವೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದವುಗಳು ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲ. ಏಕೆ?

ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು ಎಂದರೆ ಅವುಗಳ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳು ಎಂದು ಚಿತ್ರ **(i)**, **(ii)** ಮತ್ತು **(iii)** ರಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ.

We will start with the most familiar quadrilaterals - rectangles and squares.

4.1 Rectangles and Squares

We know what rectangles are. Let us define them.

Rectangle: A rectangle is a quadrilateral in which -

(i) The angles are all right angles (90°), and

(ii) The opposite sides are of equal length.

The definition precisely states the conditions a quadrilateral has to satisfy to be called a rectangle.

? Are there other ways to define a rectangle?

Let us consider the following problem related to the construction of rectangles.

A Carpenter's Problem

? A carpenter needs to put together two thin strips of wood, as shown in Fig. 1, so that when a thread is passed through their endpoints, it forms a rectangle.

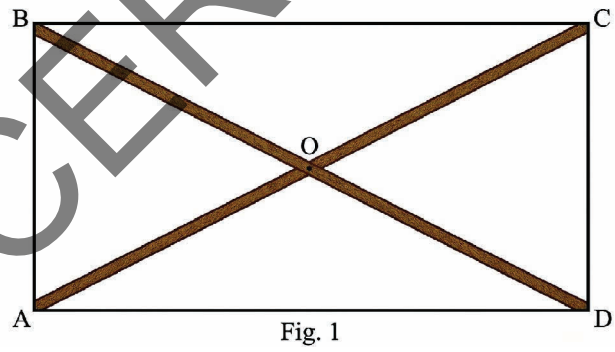


Fig. 1

He already has one 8 cm long strip. What should be the length of the other strip? Where should they both be joined?

Let us first model the structure that the carpenter has to make. The strips can be modelled as line segments. They are the diagonals of the quadrilateral formed by their endpoints. For the quadrilateral to be a rectangle, we need to answer the following questions -

? 1. What is the length of the other diagonal?

? 2. What is the point of intersection of the two diagonals?

? 3. What should the angle be between the diagonals?

? Let us answer these questions using geometric reasoning (deduction). If that is challenging, try to construct/ measure some rectangles.

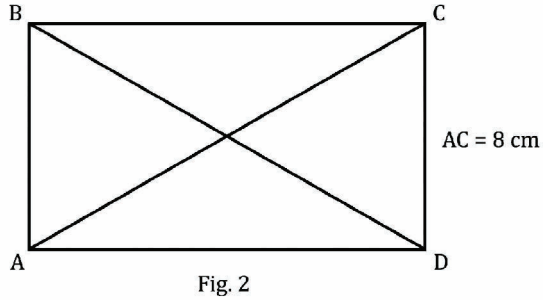


Fig. 2

AP SCERT

ಅತ್ಯಂತ ಪರಿಚಿತವಾದ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾದ ಆಯತಗಳು ಮತ್ತು ವರ್ಗಗಳಿಂದ ನಾವು ಪ್ರಾರಂಭಿಸೋಣ.

4.1 ಆಯತಗಳು ಮತ್ತು ಚೌಕಗಳು (ವರ್ಗಗಳು)

ಆಯತಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಮಗೆ ಈಗಾಗಲೇ ತಿಳಿದಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ನಾವು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸೋಣ.

ಆಯತ : ಆಯತವು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು ಅದರಲ್ಲಿ –

(i) ಎಲ್ಲಾ ಕೋನ ಲಂಬಕೋನ (90^0) ಗಳಾಗಿವೆ ಮತ್ತು

(ii) ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆ.

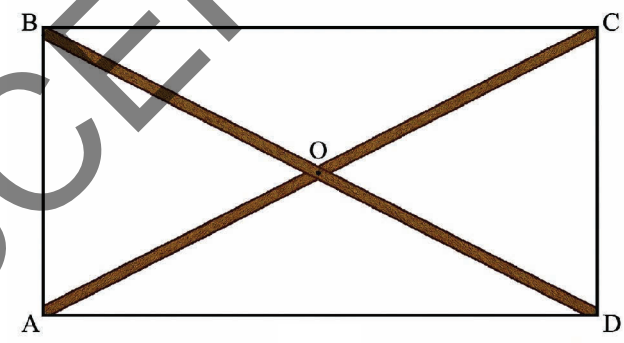
ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಆಯತ ಎಂದು ಕರೆಯಲು ಅದು ಪೂರೈಸಬೇಕಾದ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಅದರ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳುತ್ತದೆ.

? ಆಯತವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಬೇರೆ ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆಯೇ?

ಈಗ ಆಯತಗಳ ರಚನೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

ಒಬ್ಬ ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ (ಬಡಗಿಯ) ನ ಸಮಸ್ಯೆ

? ಒಬ್ಬ ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಮರದ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ **(i)** ರಂತೆ ಅವುಗಳ ತುದಿಗಳಲ್ಲಿ ದಾರವನ್ನು ಹಾಯಿಸಿದಾಗ ಅದು ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುವಂತೆ ಜೋಡಿಸ ಬೇಕಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ. 1

ಅವನ ಬಳಿ ಈಗಾಗಲೇ 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದದ ಒಂದು ಪಟ್ಟಿಯಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಪಟ್ಟಿಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ಇರಬೇಕು? ಅವೆರಡನ್ನು ಎಲ್ಲೆಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬೇಕು.

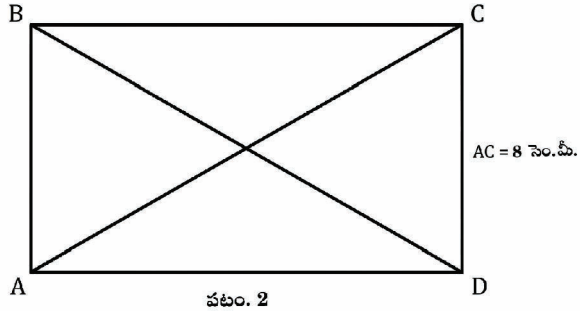
ಮೊದಲು ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ ಮಾಡಬೇಕಾದ ರಚನೆಯನ್ನು ಮಾದರಿಯನ್ನಾಗಿಸೋಣ. ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಂತೆ ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು. ಅವುಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳಾಗಿವೆ. ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಒಂದು ಆಯತವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಾವು ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಬೇಕು.

? 1. ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

? 2. ಆ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು ಯಾವುದು?

? 3. ಆ ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವು ಎಷ್ಟು ಇರಬೇಕು?

? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಕಾರಣ (ನಿರ್ಧಾರಕ) ಗಳೊಂದಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸೋಣ. ಇದು ಕಷ್ಟವೆನಿಸಿದರೆ ಕೆಲವು ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ/ಅಳೆಯುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿ.



ಪಟಂ. 2

AP SCERT

To find the answers to these questions, let us suppose that we have placed the diagonals such that their endpoints form the vertices of a rectangle, as shown in Fig. 2.

Deduction 1 - What is the length of the other diagonal?

This can be deduced using congruence as follows -

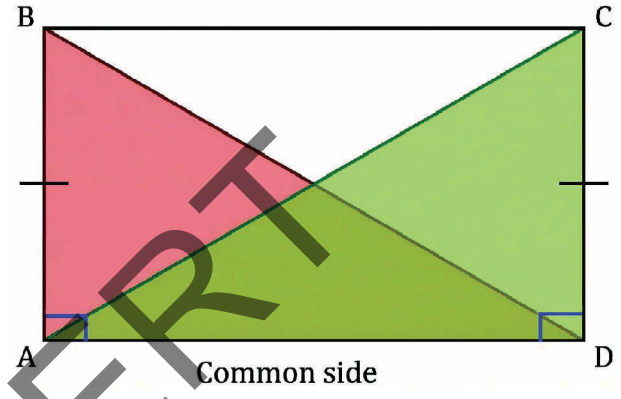
Since ABCD is a rectangle, we have

AB = CD

$\angle BAD = \angle CDA = 90°$

AD is common to both triangles.

So, $\triangle ADC \cong \triangle DAB$ by the SAS congruence condition.

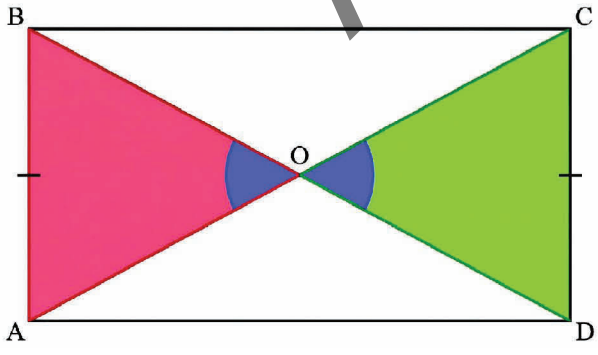


Therefore, AC = BD, since they are corresponding parts of congruent triangles. This shows that the diagonals of a rectangle always have the same length.

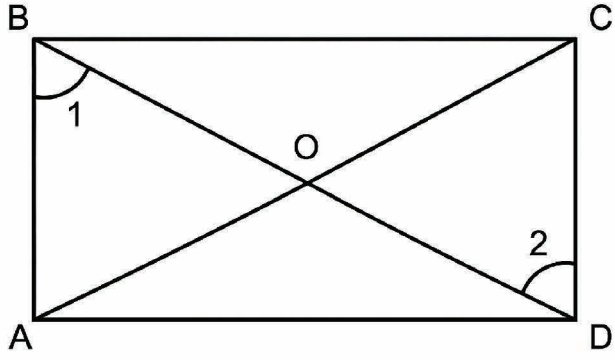
So the other diagonal must also be 8 cm long. You can verify this property by constructing/measuring some rectangles.

Deduction 2 - What is the point of intersection of the two diagonals?

This can also be found using congruence. Since we need to know the relation between OA and OC, and OB and OD, which two triangles of the rectangle ABCD should we consider?



The blue angles are equal since they are vertically opposite angles.



In order to show congruence, consider $\angle 1$ and $\angle 2$. Are they equal?

APSCERT

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನುಹುಡುಕಲು, ನಾವು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ **(ii)** ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಅವುಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳು ಆಯತದ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವಂತೆ ಇಟ್ಟಿದ್ದೇವೆಂದು ಭಾವಿಸೋಣ.

ನಿರ್ಧಾರಕ 1: ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು?

ಇದನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಬಹುದು –

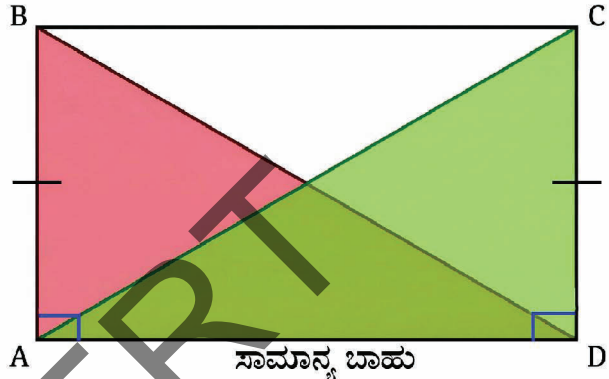
ABCD ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ

AB = CD

$\angle$BAD = $\angle$CDA = 90°

AD ಎಂಬುದು ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು

ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta ADC \cong \Delta DAB$ (ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಬಂಧನೆಯಿಂದ)

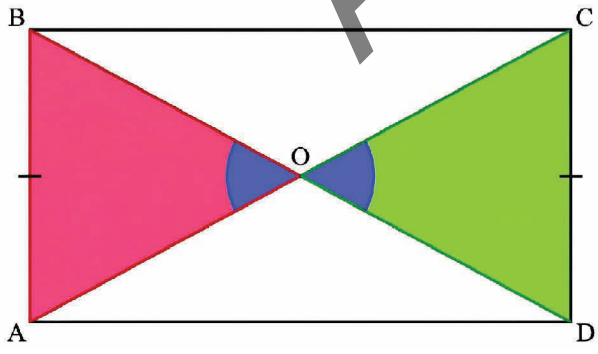


ಆದ್ದರಿಂದ, **AC = BD** ಏಕೆಂದರೆ ಅವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ. ಇದು ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮನಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

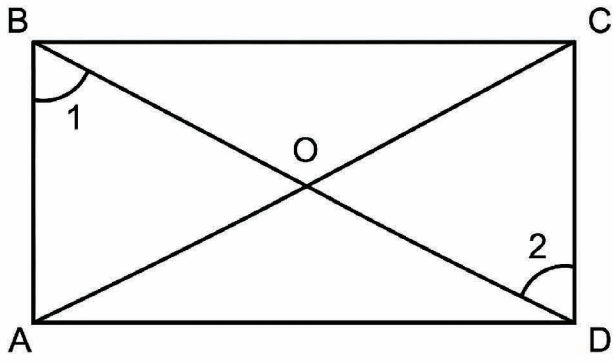
ಆದ್ದರಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ನೀವು ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ/ಅಳತೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು.

ನಿರ್ಧಾರಕ 2 : ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು ಯಾವುದು?

ಇದನ್ನು ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ **OA** ಮತ್ತು **OC** ಹಾಗೂ **OB** ಮತ್ತು **OD** ಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನಾವು ತಿಳಿಯಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಆಯತದ **ABCD** ಯ ಯಾವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು?

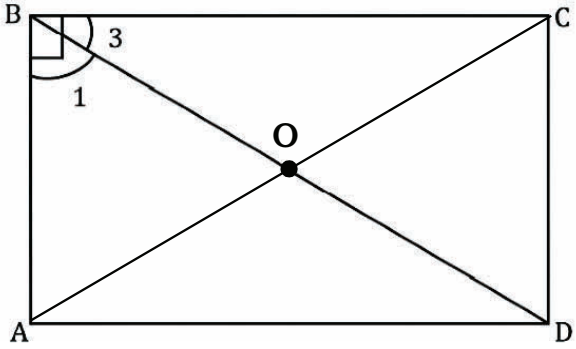


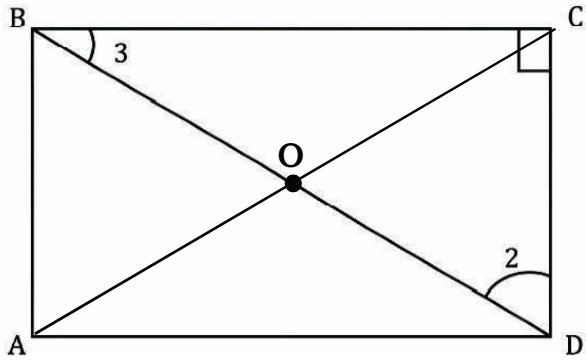
ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದಿಂದ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಕೋನಗಳು ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.



ಸರ್ವಸಮತೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 2$ ಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಅವು ಸಮಾನವಾಗಿವೆಯೇ?

AP SCERT





Since $\angle B = 90°$,

$\angle 3 + \angle 1 = 90°$.

In $\triangle BCD$, since

$\angle 3 + \angle 2 + 90 = 180$,

we have $\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

So, $\angle 1 = \angle 2$ (= 90° - $\angle 3$).

Thus, by the AAS condition for congruence, $\triangle AOB \cong \triangle COD$.

Hence OA = OC and OB = OD, since they are corresponding parts of congruent triangles. So, O is the midpoint of AC and BD.

This shows that the diagonals of a rectangle always intersect at their midpoints.

Therefore, to get a rectangle, the diagonals must be drawn so that they are equal and intersect at their midpoints.

When the diagonals cross at their midpoints, we say that the diagonals bisect each other. Bisecting a quantity means dividing it into two equal parts.

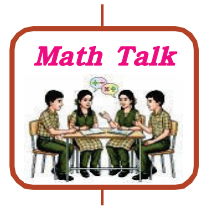
Verify this property by constructing some rectangles and measuring their diagonals and the points of intersection.

? Can the following equalities be used to establish that $\triangle AOD \cong \triangle COB$?

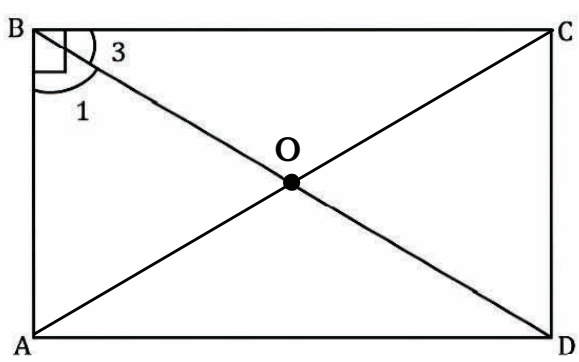
AO = CO (proved above)

$\angle AOB = \angle COD$ (vertically opposite angles)

AD = CB

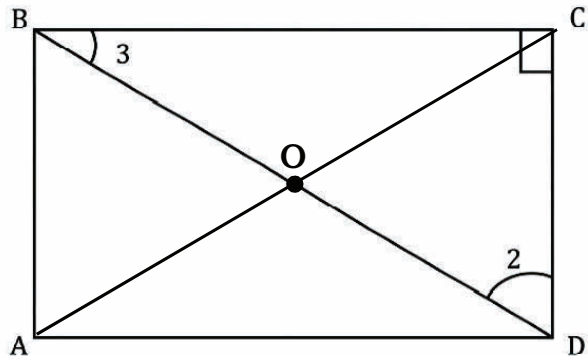


AP SCERT



$\angle B = 90°$, ಆದ್ದರಿಂದ

$\angle 3 + \angle 1 = 90°$.



$\triangle BCD$, ರಲ್ಲಿ $\angle 3 + \angle 2 + 90 = 180$,

ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle 1 = \angle 2 (= 90° - \angle 3)$.

ಹಾಗಾಗಿ, ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಬಂಧನೆಯಿಂದ $\triangle AOB \cong \triangle COD$.

ಆದ್ದರಿಂದ $OA = OC$ ಮತ್ತು $OB = OD$, ಏಕೆಂದರೆ ಇವುಗಳು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ O ಎಂಬುದು AC ಮತ್ತು BD ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದು.

ಇದು **ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.**

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಸಮನಾದ ಮತ್ತು ಮತ್ತು ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು.

ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ದಾಟಿದರೆ ಅವು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. **ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುವುದೆಂದರೆ ಅದನ್ನು ಎರಡು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು.**

ಕೆಲವು ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಛೇದಕ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವುದರಿಂದ ಈ ಗುಣಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬೇಕು.

? $\triangle AOD \cong \triangle COB$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಲು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದೇ?

$AO = CO$ (ಮೇಲೆ ಸಾಧಿಸಿದೆ)

$\angle AOB = \angle COD$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

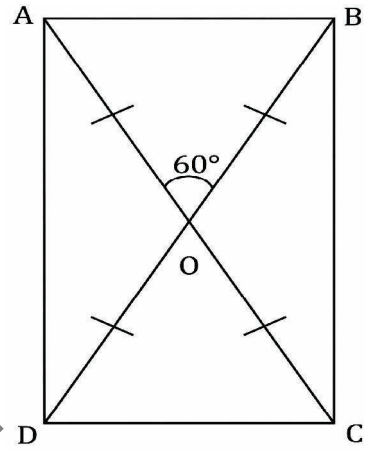
$AD = CB$



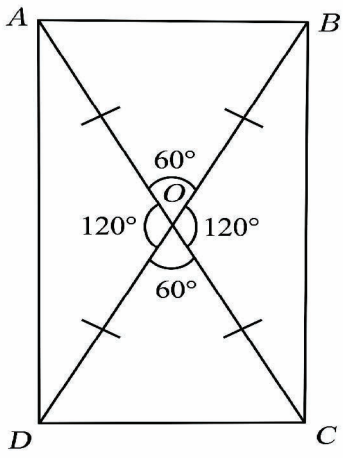
AP SCERT

Deduction 3 - What are the angles between the diagonals?

Let us check what quadrilateral we get if we draw the two diagonals such that their lengths are equal, they bisect each other and have an arbitrary angle, say 60°, between them as shown in the figure to the right.



Can you find all the remaining angles?



We can find the remaining angles between the diagonals using our understanding of vertically opposite angles and linear pairs.

In $\triangle$AOB, since OA = OB, the angles opposite them are equal, say a.

Can you find the value of a?

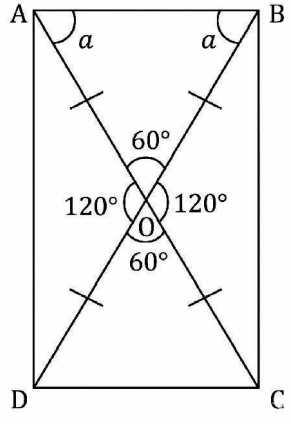
In $\triangle$AOB, we have,

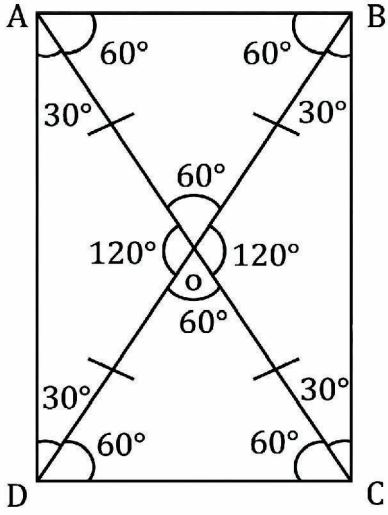
a + a + 60 = 180 (interior angles of a triangle). Therefore

2a = 120.

Thus a = 60.

Similarly, we can find the values of all the other angles.

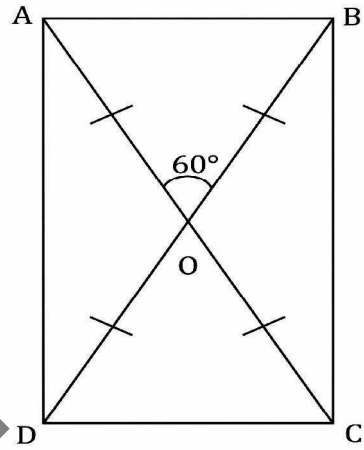




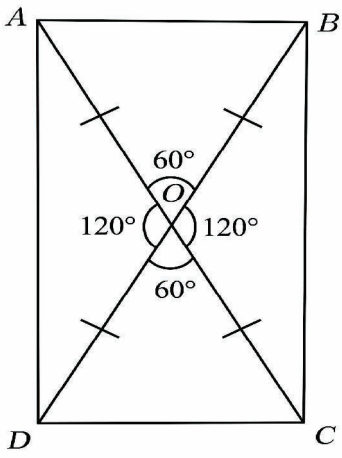
APSCERT

ನಿರ್ಧಾರಕ 3 : ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು?

ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುವ ಎರಡು ಸಮನಾದ ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು ಎಂದು ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರದಿಂದ ನಾವು ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ.



? ಉಳಿದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ?



ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ನಾವು ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ΔAOB ರಲ್ಲಿ $OA = OB$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ (a ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ.).

? 'a' ದ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ?

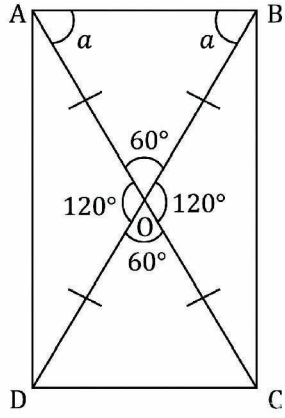
ΔAOB ರಲ್ಲಿ, ನಮಗೆ

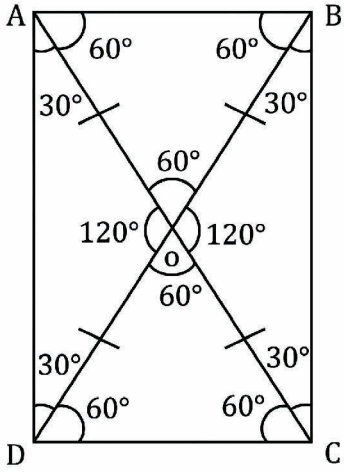
$a + a + 60 = 180$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ).

ಆದ್ದರಿಂದ $2a = 120$.

ಆದ್ದರಿಂದ $a = 60$.

ಹಾಗೆಯೇ ಉಳಿದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

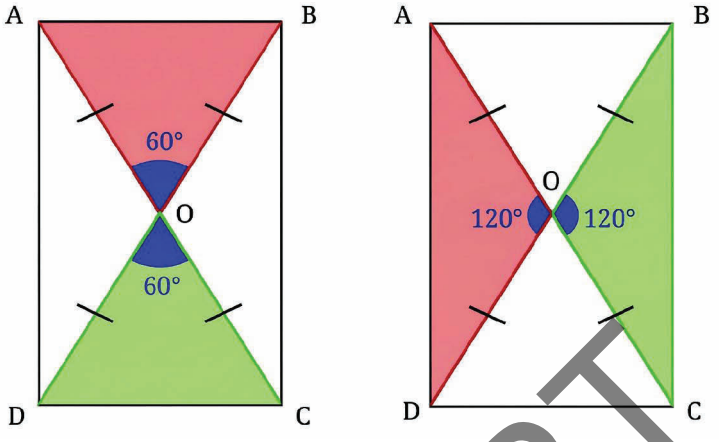




AP SCERT

Can we now identify what type of quadrilateral ABCD is?
Notice that its angles all add up to 90° (30° + 60°).

What can we say about its sides?

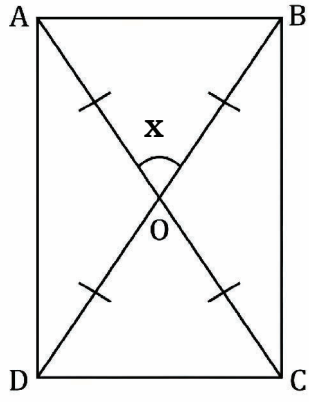


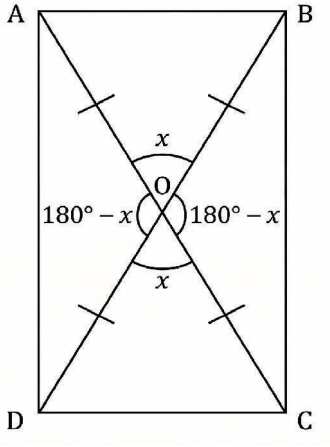
We can see that $\triangle AOB \cong \triangle COD$ and $\triangle AOD \cong \triangle COB$. Hence, AB = CD, and AD = CB, since they are corresponding parts of congruent triangles.

Therefore, ABCD is a rectangle since it satisfies the definition of a rectangle.

Will ABCD remain a rectangle if the angles between the diagonals are changed? Can we generalise this?

Take one of the angles between the diagonals as x.





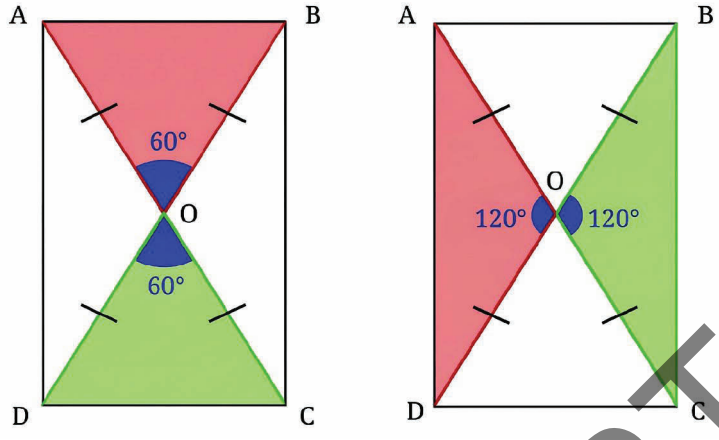
We can compute the four angles between the diagonals to be x, x, 180 - x, and 180 - x.

Can you find the other angles?

AP SCERT

? **ABCD** ಯು ಯಾವ ವಿಧದ ಚತುರ್ಭುಜ ಎಂದು ನಾವು ಈಗ ಗುರುತಿಸಬಹುದೇ?
ಇದರ ಕೋನಗಳು **90°** ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ **(30° + 60°)**

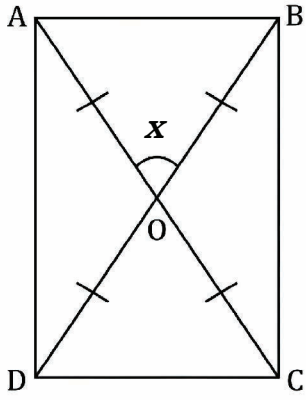
? ಇದರ ಬಾಹುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?



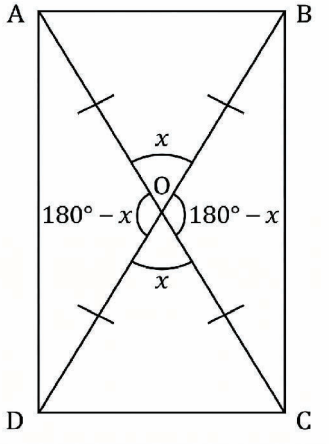
$\Delta AOB \cong \Delta COD$ ಮತ್ತು $\Delta AOD \cong \Delta COB$ ಆಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ, ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, **AB = CD**, ಮತ್ತು **AD = CB**,

ಇದು ಆಯತದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವುದರಿಂದ **ABCD** ಯು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ.

? ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ **ABCD** ಯು ಆಯತವಾಗಿಯೇ ಉಳಿಯುವುದೇ? ಇದನ್ನು ನಾವು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದೇ? ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು **x** ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ.



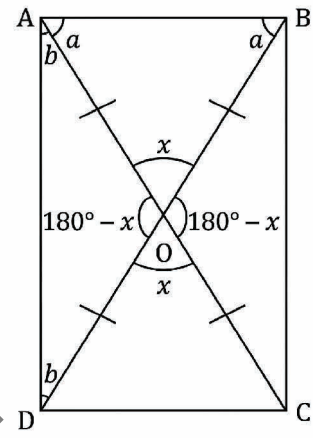
ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳನ್ನು **x, x, 180 - x, ಮತ್ತು 180 - x.**, ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.



? ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಾ?

APSCERT

Since we know that $\triangle AOB$ is isosceles, we can denote the measures of both of its base angles by a.



? What is the value of a (in degrees) in terms of x?

We have,

$$a + a + x = 180$$

(sum of the interior angles of a triangle)

$$2a = 180 - x$$

$$a = \frac{(180 - X)}{2} = 90 - \frac{x}{2}.$$

Similarly, in the isosceles $\triangle AOD$, let the base angles be b.

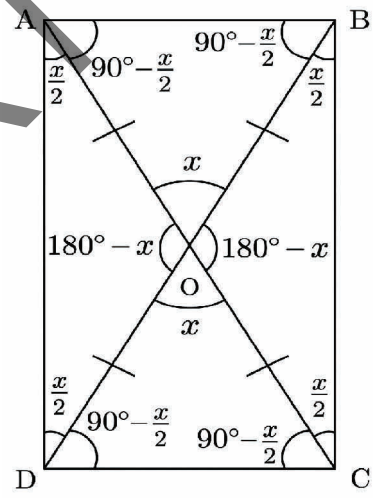
$$b + b + 180 - x = 180$$

$$2b = 180 - (180 - x)$$

$$2b = 180 - 180 + x$$

$$2b = x$$

$$b = \frac{X}{2}.$$



All the angles of the quadrilateral are a + b, which is

$$90 - \frac{X}{2} + \frac{X}{2} = 90.$$

Thus, all four angles of the quadrilateral ABCD are 90°.

? What can we say about AB and CD, and AD and BC?

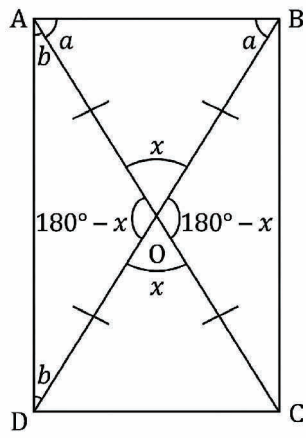
We have $\triangle AOB \cong \triangle COD$ and $\triangle AOD \cong \triangle COB$. Hence, AB = CD, and AD = CB, since they are the corresponding parts of congruent triangles.

Hence, no matter what the angles between the diagonals are, if the diagonals are equal and they bisect each other, then the angles of the quadrilateral formed are 90° each, and the opposite sides are equal. Thus, the quadrilateral is a rectangle.

Now we know how the wooden strips have to be put together to form the vertices of a rectangle! They should be equal and connected at their midpoints.

AP SCERT

ΔAOB ಯು ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದರ ಎರಡು ಪಾದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ '**a**' ಎಂದು ನಾವು ಬರೆಯಬಹುದು.



? **x** ನಲ್ಲಿರುವಂತೆ **a** ಬೆಲೆ(ಡಿಗ್ರಿಗಳಲ್ಲಿ) ಏನು?

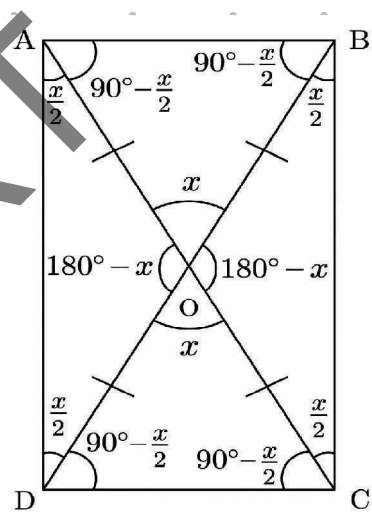
$$a + a + x = 180$$

(ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ)

$$2a = 180 - x$$

$$a = \frac{(180 - X)}{2} = 90 - \frac{x}{2}.$$

ಹಾಗೆಯೇ, ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ΔAOD ನಲ್ಲಿ ಪಾದಕೋನಗಳು **b** ಆಗಿರಲಿ



$$b + b + 180 - x = 180$$

$$2b = 180 - (180 - x)$$

$$2b = 180 - 180 + x$$

$$2b = x$$

$$b = \frac{X}{2}.$$

ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು $a + b$ ಆಗಿವೆ. ಏಕೆಂದರೆ,

$$90 - \frac{X}{2} + \frac{X}{2} = 90.$$

ಆದ್ದರಿಂದ **ABCD** ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು $90°$ ಆಗಿವೆ.

(ಸಮಕೋನಗಳು)

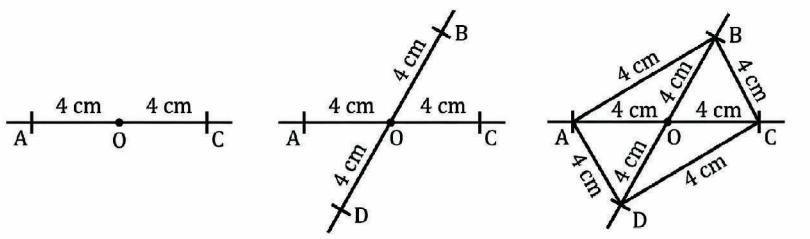
? **AB** ಮತ್ತು **CD**, ಮತ್ತು **AD** ಮತ್ತು **BC** ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

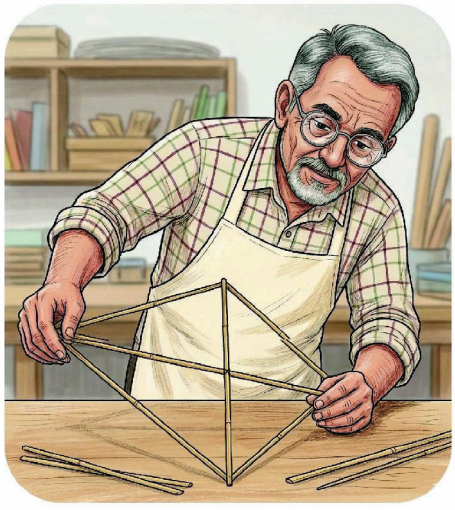
ನಮಗೆ $\Delta AOB \cong \Delta COD$ ಮತ್ತು $\Delta AOD \cong \Delta COB$ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, **AB = C D** ಮತ್ತು **AD = CB** ಇವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳು ಎಷ್ಟೇ ಆಗಿರಲಿ, ಕರ್ಣಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸಿದರೆ, ಉಂಟಾದ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನವು 90^0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಹೀಗಾಗಿ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ.

ಆಯತದ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಲು ಮರದ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದು ಈಗ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ! ಅವು ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಪರ್ಕ ಹೊಂದಿರಬೇಕು.

AP SCERT





This method is actually used in practice to make rectangles. Carpenters in Europe use this method to get a rectangular frame. It is also known that farmers in Mozambique, a country in Africa, use this method while constructing houses to get the base of the house in a rectangular shape.

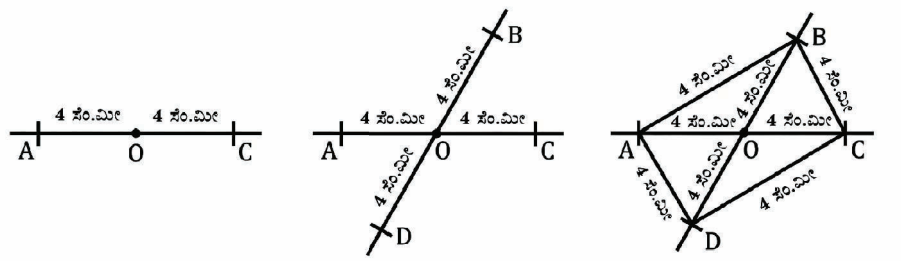
The Process of Finding Properties

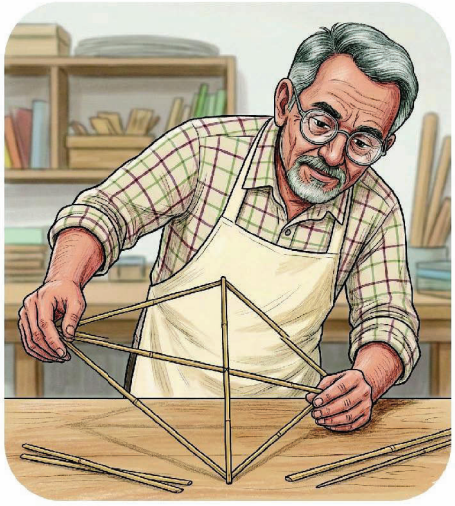
As we have been seeing from lower grades, properties of geometric objects such as parallel lines, angles, and triangles can be deduced through geometric reasoning. We will continue to deduce properties of special types of quadrilaterals in this chapter.

Once you have deduced a property of a quadrilateral, it is good to verify it with a real-world quadrilateral, either the quadrilateral constructed on paper or simply a surface having the shape of the quadrilateral.

If you are not able to figure out the property using deduction, you could experiment by taking real-world quadrilaterals and observing the property through measurement. Note that these observations give useful insights about the property, but with them, we can only form a **conjecture**, that is, a **statement about which we are highly confident, but not yet sure if it always holds true.** For example, constructing a few rectangles and observing through measurement that their diagonals bisect each other does not necessarily mean that this will always be the case - can we be sure that the 1000th rectangle we construct will also have this property? The only way we can be sure of this property is by justifying or proving the statement, just as we did in Deduction 2.

AP SCERT





ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಆಯತಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಯೂರೋಪಿನ ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್‌ಗಳು ಆಯತಕಾರದ ಚೌಕಟ್ಟನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ. ಆಫ್ರಿಕಾದ ಒಂದು ದೇಶವಾದ ಮೊಜಾಂಬಿಕ್‌ನಲ್ಲಿ ರೈತರು ಮನೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವಾಗ ಮನೆಯ ಅಡಿಪಾಯವನ್ನು ಆಯತಕಾರದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಪಡೆಯಲು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ

ನಾವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಿದಂತೆ, ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು, ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನಗಳಂತಹ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ವಸ್ತುಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯ ಮೂಲಕ ಪಡೆಯಬಹುದು. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ವಿಶೇಷ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸುತ್ತೇವೆ.

ನೀವು ಚತುರ್ಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿದ ನಂತರ, ಒಂದು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಚತುರ್ಭುಜದ ರಚನೆ ಅಥವಾ ಚತುರ್ಭುಜದ ಆಕಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮೇಲ್ಮೈಯೊಂದಿಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಒಳ್ಳೆಯದು.

ನಿರ್ಧಾರಕವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿದ್ದರೆ, ನೀವು ನೈಜ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅಳೆಯುವ ಮತ್ತು ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಗಮನಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪ್ರಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಈ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳು ಗುಣಲಕ್ಷಣದ ಬಗ್ಗೆ ಉಪಯುಕ್ತ ಒಳನೋಟವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಜೊತೆಗೆ, ನಾವು ಒಂದು ಊಹೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ರೂಪಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ನಾವು ಹೆಚ್ಚು ಸಮಂಜಸವಾದ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಬಹುದೇ ಹೊರತು, ಅದು ಯಾವಾಗಲೂ ಖಚಿತವಾದುದೆಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕೆಲವು ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಅಳತೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಗಮನಿಸುವುದು ಯಾವಾಗಲೂ ಹಾಗೆ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅರ್ಥವಲ್ಲ – ನಾವು ರಚಿಸುವ **1000**ನೇ ಆಯತವೂ ಸಹ ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದೇ? ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಣದ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಖಚಿತವಾಗಿರಲು ಏಕೈಕ ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ, ನಿರ್ಧಾರಕ **2** ರಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದಂತೆ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಸಾಬೀತುಪಡಿಸುವುದು.

AP SCERT

Note to the Teacher: Gently encourage students to deduce or justify properties. Whenever students face challenges in doing it, encourage them to experiment and observe, and use their intuition to figure out the properties.

The Carpenter's Problem shows that rectangles can also be defined as follows -

Rectangle: A rectangle is a quadrilateral whose diagonals are equal and bisect each other.

Observe how different this definition is from the earlier one. Yet, both capture the same class of quadrilaterals. Further, it turns out that the first definition can be simplified.

? In the earlier definition, we stated that a rectangle has (a) opposite sides of equal length, and (b) all angles equal to 90°. Would we be wrong if we just define a rectangle as a quadrilateral in which all the angles are 90°?

? If you think that this definition is incomplete, try constructing a quadrilateral in which the angles are all 90° but the opposite sides are not equal.

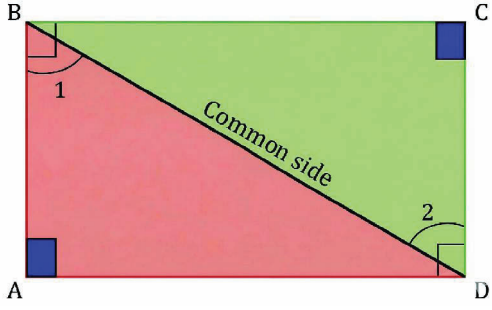
Are you able to construct such a quadrilateral?

Let us prove why this is impossible.

Deduction 4 - What is the shape of a quadrilateral with all the angles equal to 90°?

? Consider a quadrilateral ABCD with all angles measuring 90°. What can we say about the opposite sides of such a quadrilateral?

Join BD. ΔBAD and ΔDCB seem congruent. Can we justify this claim?



Two equalities can be directly seen in the triangles. What can we say about $\angle 1$ and $\angle 2$?

APSCERT

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ : ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಊಹಿಸಲು ಅಥವಾ ಸಮರ್ಥಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ನಿಧಾನವಾಗಿ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅದನ್ನು ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿದಾಗಲೆಲ್ಲಾ, ಅವರನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲು ಮತ್ತು ಗಮನಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ ಅಲ್ಲಿಯೇ ಇರುವ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅವರ ಅಂತಃಪ್ರಜ್ಞೆಯನ್ನು ಬಳಸಲು ತಿಳಿಸಿ.

ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ ಸಮಸ್ಯೆಯು ಆಯತಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆಯೂ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಆಯತ : ಆಯತವು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಅದರ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಈ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು ಹಿಂದಿನದಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಎರಡೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಬಿಂಬಿಸುತ್ತವೆ. ಇದಲ್ಲದೆ, ಮೊದಲ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಅದು ತೋರುತ್ತದೆ.

? ಹಿಂದಿನ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆಯತವು **(a)** ಸಮನಾದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು **(b)** ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0 ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಿದ್ದೇವೆ. ಒಂದು ಆಯತದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0 ಇರುವ ಚತುರ್ಭುಜ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಹೇಳಿಕೆ ತಪ್ಪಾಗುತ್ತದೆಯೇ?

? ಈ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು ಅಪೂರ್ಣವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸಿದರೆ, ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0 ಆದರೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಅಸಮವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ನಿಮಗೆ ಅಂತಹ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಇದು ಏಕೆ ಅಸಾಧ್ಯ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸೋಣ.

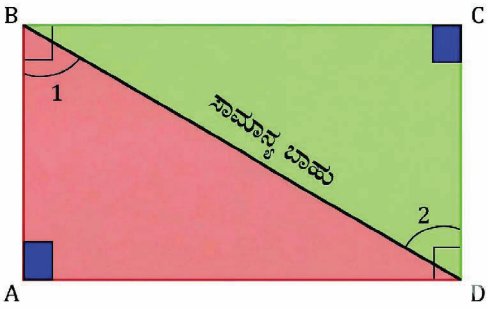
ನಿರ್ಧಾರಕ – 4: ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0 ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜದ ಆಕಾರ ಯಾವುದು?

? 90^0 ಅಳತೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ **ABCD** ಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಅಂತಹ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

BD ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ΔBAD ಮತ್ತು ΔDCB ಸರ್ವಸಮವೆಂದು ತೋರುತ್ತದೆ . ಇದನ್ನು ನಾವು ಸಮರ್ಥಿಸಬಹುದೇ?

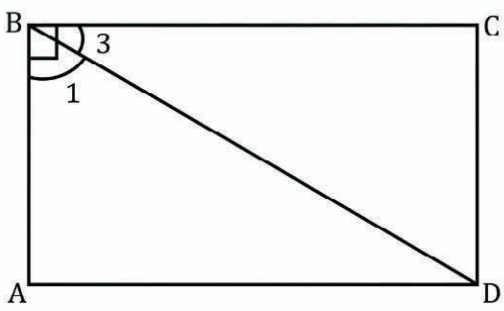
ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮಾನತೆಗಳನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಕಾಣಬಹುದು.

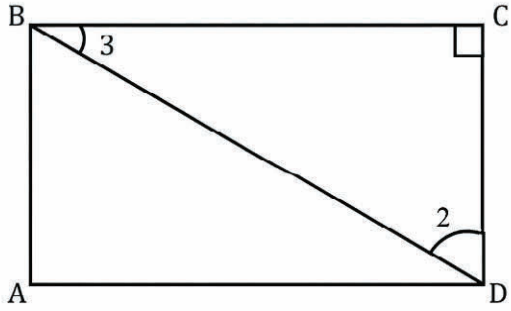
$\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 2$ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?



APSCERT

Recall that we tackled a very similar problem in Deduction 2. We can use the same reasoning here.





Since B = 90°,
$\angle 3 + \angle 1 = 90°$.

In $\angle$BCD, since
$\angle 3 + \angle 2 + 90° = 180°$,
$\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

So, $\angle 1 = \angle 2$.

Thus, by the AAS congruence condition, $\Delta BAD \cong \Delta DCB$.

Therefore, AD = CB, and DC = BA, since these are corresponding sides of congruent triangles.

? Is it wrong to write $\Delta BAD \cong \Delta CDB$? Why?

Thus, we have established that if all the angles of a quadrilateral are right angles, then the opposite sides have equal lengths. Therefore, the quadrilateral is a rectangle. Thus, a rectangle can simply be defined as follows-

Rectangle: A rectangle is a quadrilateral in which the angles are all 90°. Let us list the properties of a rectangle.

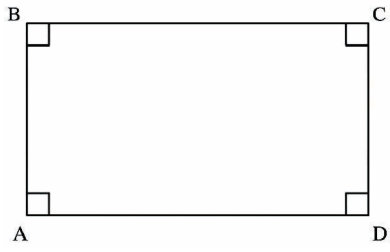
Property 1: All the angles of a rectangle are 90°.

Property 2: The opposite sides of a rectangle are equal.

? Are the opposite sides of a rectangle parallel?

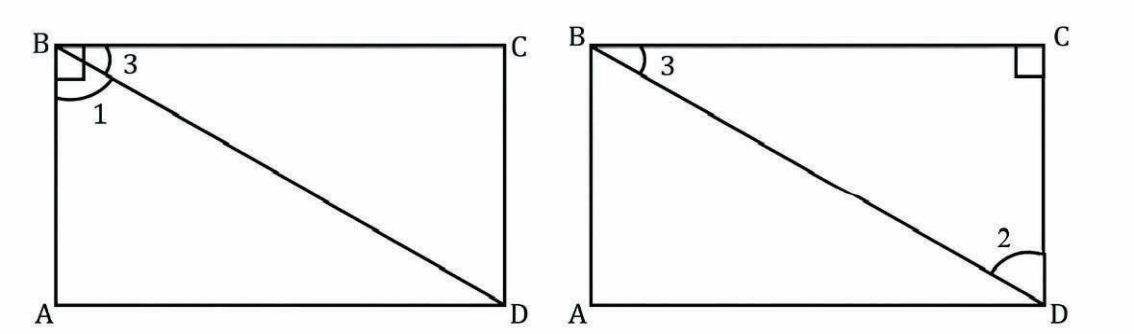
They definitely seem so. This fact can be justified using one of the transversal properties.

Notice that AB acts as a transversal to AD and BC, and that $\angle A + \angle B = 90° + 90° = 180°$. When the sum of the internal angles on the same side of the transversal is 180°, the lines are parallel. We can use this fact to conclude that the lines AD and BC are parallel, which we represent as AD || BC.



AP SCERT

ನಿರ್ಧಾರಕ – 2 ರಲ್ಲಿ ನಾವು ಇದೇ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಿಭಾಯಿಸಿದ್ದೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ನಾವು ಇಲ್ಲಿಯೂ ಅದೇ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.



$B = 90°$ ಆದ್ದರಿಂದ

$\angle 3 + \angle 1 = 90°$.

$\angle BCD$, ರಲ್ಲಿ,

$\angle 3 + \angle 2 + 90° = 180°$ ಆದ್ದರಿಂದ,

$\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle 1 = \angle 2$.

ಹೀಗಾಗಿ, ಕೋಕೋಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಬಂಧನೆಯಿಂದ $\Delta BAD \cong \Delta DCB$.

ಆದ್ದರಿಂದ, $AD = CB$, ಮತ್ತು $DC = BA$, ಇವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಹುಗಳಾಗಿವೆ.

? $\Delta BAD \cong \Delta CDB$? ಎಂದು ಬರೆಯುವುದು ತಪ್ಪಾಗಿದೆಯೇ? ಏಕೆ?

ಈಗ, ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಲಂಬಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಅವುಗಳ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಾವು ಸಾಧಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸರಳವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು.

ಆಯತ : ಆಯತವು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0 ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

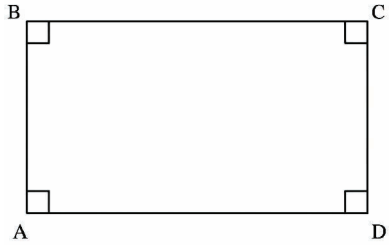
ನಾವು ಆಯತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡೋಣ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 1: ಆಯತದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0 ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 2: ಆಯತದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ.

? ಆಯತದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳೂ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆಯೇ? ಅವು ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಹಾಗೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಗತಿಯನ್ನು ಛೇದಕದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಮರ್ಥಿಸಬಹುದು.

AB ಎಂಬುದು **AD** ಮತ್ತು **BC** ಗಳಿಗೆ ಛೇದಕವಾಗಿ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು $A + B = 90° + 90° = 180°$.. ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಆಗಿದ್ದರೆ, ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಅಂಶವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು **AD** ಮತ್ತು **BC** ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು. ಅದನ್ನು ನಾವು $AD \parallel BC$ ಎಂದು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತೇವೆ.



AP SCERT

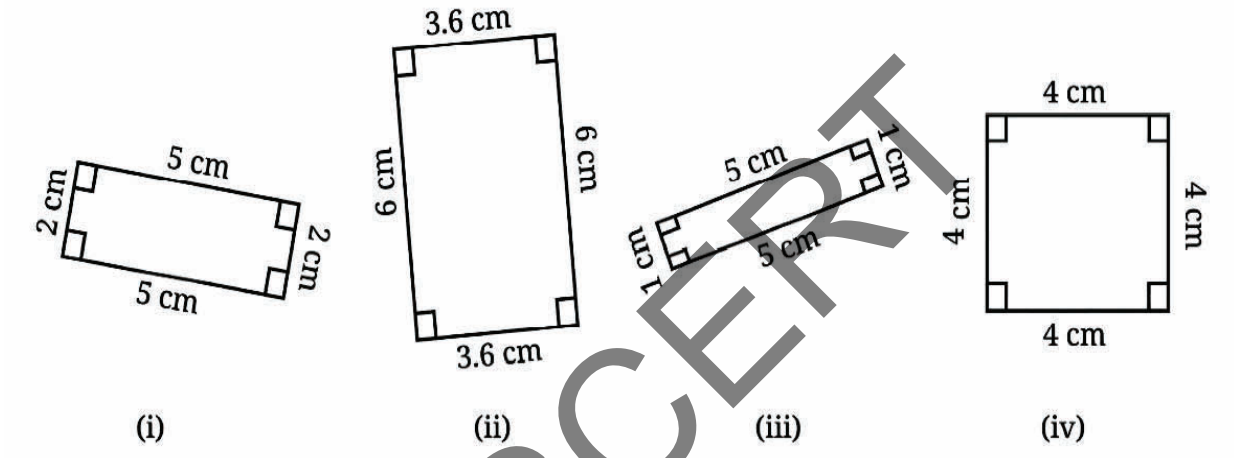
Can you similarly show that AB is parallel to DC (AB||DC)?

Property 3: The opposite sides of a rectangle are parallel to each other.

Property 4: The diagonals of a rectangle are of equal length and they bisect each other.

A Special Rectangle

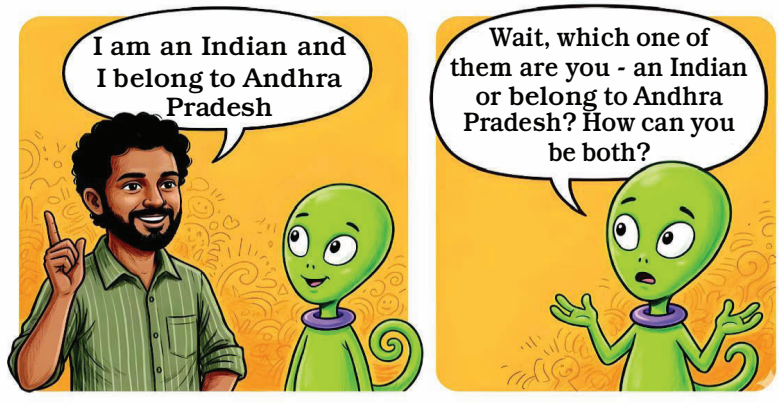
In the quadrilaterals below, are there any non-rectangles?



All these quadrilaterals are rectangles, including (iv). Quadrilateral (iv) is a rectangle because all its angles are 90°. However, it is a special kind of rectangle with all sides of equal length. We know that this quadrilateral is also called a square.

Square: A square is a quadrilateral in which all the angles are equal to 90°, and all the sides are of equal length.

Thus, every square is also a rectangle, but clearly every rectangle is not a square.



AP SCERT

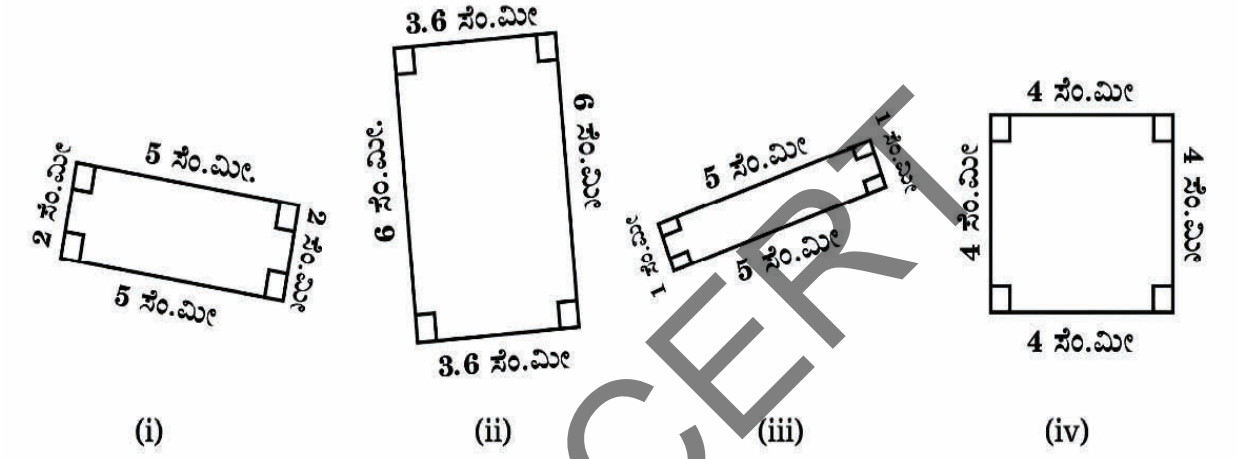
AB ಯು **DC** ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದೆ (**AB||DC**) ಎಂದು ನೀವು ಅದೇರೀತಿ ತೋರಿಸಬಹುದೇ?

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 3: ಆಯತದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 4: ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಆಯತ

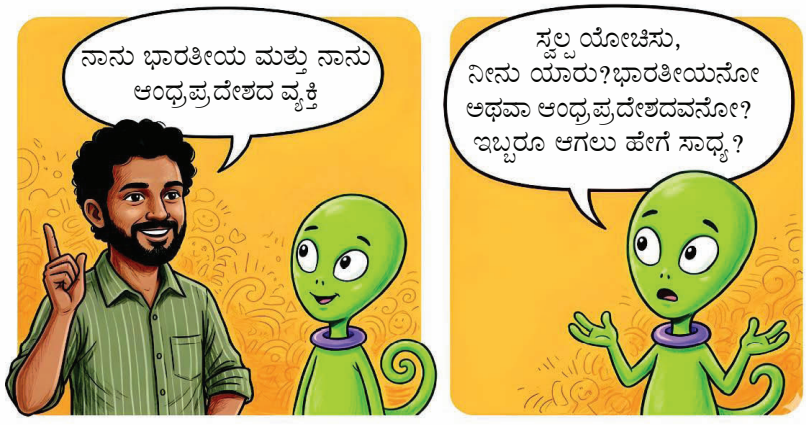
ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಆತಯವಲ್ಲದ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಯಾವುದಾದರೂ ಇವೆಯೇ?



ಎಲ್ಲಾ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು (**iv**) ನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಆಯತಗಳಾಗಿವೆ. ಚತುರ್ಭುಜ (**iv**) ಒಂದು ಆಯತ ಏಕೆಂದರೆ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0. ಆಗಿರುತ್ತವೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಇದು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಿಶೇಷ ರೀತಿಯ ಆಯತವಾಗಿದೆ. ಈ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಚೌಕ ಎಂದೂ ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ಚೌಕ : ಚೌಕವು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0 ಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

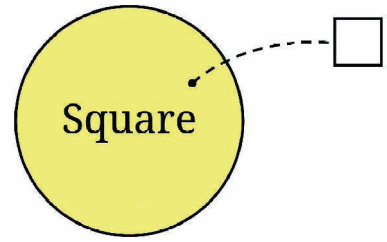
ಹೀಗಾಗಿ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌಕವೂ ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಯತವು ಚೌಕವಲ್ಲ.



AP SCERT

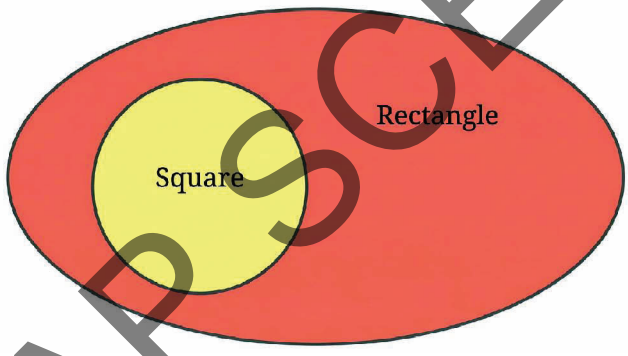
This relation can be pictorially represented using a **Venn diagram**. We have seen these diagrams before. In a Venn diagram, a set of objects is represented as points inside a closed curve. Typically, these closed curves are ovals or circles.

For example, the set of all squares is represented as



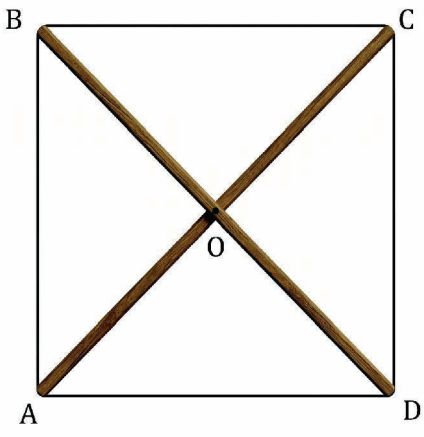
Each point in the region represents a square, thereby covering all the possible squares.

Since every square is a rectangle, the Venn diagram representation of these two sets would be as follows -



© NCERT

? Let us consider the Carpenter's Problem again. If the wooden strips have to be placed such that the thread passing through their endpoints forms a square, what must be done?



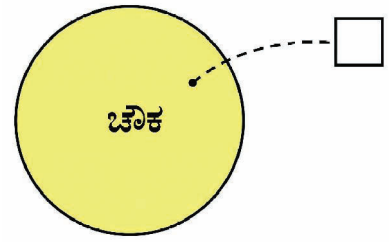
As in the previous case, let us try to construct a square, one of whose diagonals is of length 8 cm. While solving the Carpenter's Problem for the case of a rectangle, we have seen that to get a quadrilateral with all angles 90° (and opposite sides of equal length), the diagonals have to be drawn such that -

(i) they are of equal lengths, and

(ii) they bisect each other.

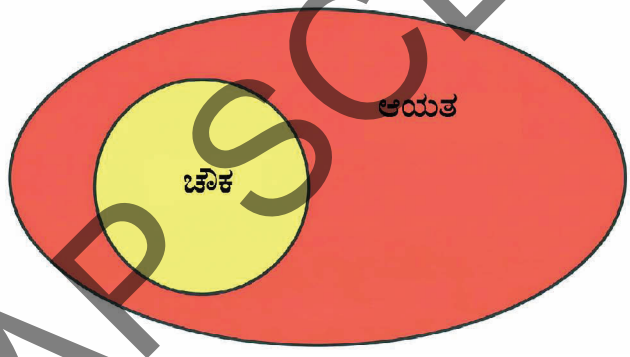
ಈ ಸಬಂಧವನ್ನು ವೆನ್ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು. ನಾವು ಈ ರೇಖಾನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಈ ಹಿಂದೆ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಈ ವೆನ್ ನಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ, ವಸ್ತುಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಆವೃತ ವಕ್ರರೇಖೆಯೊಳಗಿನ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ವಿಶಿಷ್ಟವಾಗಿ, ಈ ಆವೃತ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳು ಅಂಡಾಕಾರಗಳು ಅಥವಾ ವೃತ್ತಗಳಾಗಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಹೀಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

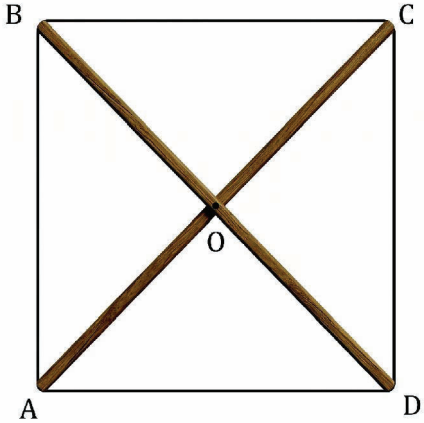


ಆ ಪ್ರದೇಶದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವು ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಆ ಮೂಲಕ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಭಾವ್ಯ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌಕವು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಈ ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳ ವೆನ್ ರೇಖಾನಕ್ಷೆಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಯು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರುತ್ತದೆ –



? ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಮರದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ತುದಿಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ದಾರವು ಚೌಕವನ್ನು ರೂಪಿಸುವಂತೆ ಇರಿಸಬೇಕಾದರೆ, ಏನು ಮಾಡಬೇಕು?



ಹಿಂದಿನ ಪ್ರಕರಣದಂತೆ 8ಸೆಂ.ಮೀ ಉದ್ದದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

ಆಯತದ ಪ್ರಕರಣಕ್ಕೆ ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವಾಗ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0 (ಮತ್ತು ಸಮಾನ ಉದ್ದದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು) ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಲು, ಕರ್ಣಗಳನ್ನು –

(i) ಅವು ಸಮಾನ ಉದ್ದಗಳಾಗಿರುವಂತೆ ಮತ್ತು

(ii) ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುವಂತೆ ಎಳೆಯಬೇಕು ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.

AP SCERT

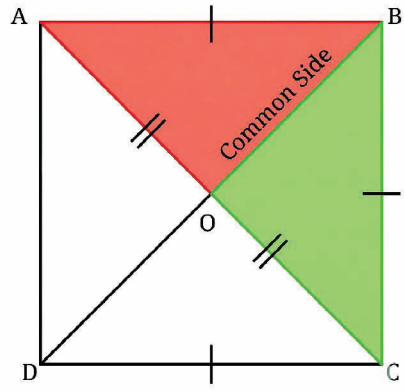
What more needs to be done to get equal sidelengths as well? Can this be achieved by properly choosing the angle between the diagonals?

See if you can reason and/or experiment to figure this out!

Deduction 5 - What should be the angle formed by the diagonals?

The angle between the diagonals can be found using the notion of congruence! Suppose we join the equal diagonals such that they bisect each other and result in a square. Let us label the square ABCD.

To find the angle formed by the diagonals, what are the two triangles we should consider for congruence?



By the SSS condition for congruence, $\Delta BOA \cong \Delta BOC$

Can this be used to find the angles $\angle BOA$ and $\angle BOC$ formed by the diagonals?

Since these angles are corresponding parts of congruent triangles, they are equal. Further, these angles together form a straight angle. So $\angle BOA + \angle BOC = 180°$. Thus, these angles have to be 90° each.

This shows that the diagonals of a square bisect each other at right angles. This means that the diagonals have to be drawn such that they are of equal lengths and bisect each other at right angles. Since the endpoints of the diagonals uniquely determine the vertices of a quadrilateral, we will get a square when the diagonals are joined this way.

Using this fact, construct a square with a diagonal of length 8 cm.

Properties of a Square

Since a square is a special type of rectangle, all the properties of a rectangle hold true for a square.

AP SCERT

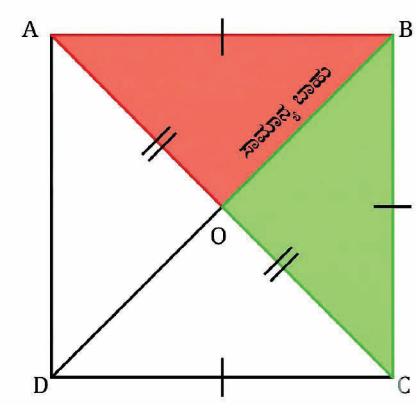
? ಸಮನಾದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಇನ್ನೇನು ಮಾಡಬೇಕು? ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸಬಹುದೇ?

ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನೀವು ಕಾರಣೀಕರಿಸಬಹುದೇ ಮತ್ತು / ಅಥವಾ ಪ್ರಯೋಗಿಸಬಹುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಯೋಚಿಸಿ ನೋಡಿ!

ನಿರ್ಧಾರಕ – 5: ಕರ್ಣಗಳಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ಕೋನ ಹೇಗಿರಬೇಕು?

ಕರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು! ನಾವು ಸಮಾನ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸಿ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವಂತೆ ಸೇರಿಸುತ್ತೇವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ನಾವು ಚೌಕವನ್ನು **ABCD** ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

ಕರ್ಣಗಳಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಸರ್ವಸಮತೆಗಾಗಿ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕಾದ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಯಾವುವು?



ಸರ್ವಸಮತೆ ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ನಿಬಂಧನೆಯಿಂದ

$\Delta BOA \cong \Delta BOC$ ಆಗಿದೆ.

? ಕರ್ಣಗಳಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ $\angle BOA$ ಮತ್ತು $\angle BOC$ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಇದನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ?

ಈ ಕೋನಗಳು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಇದಲ್ಲದೆ, ಈ ಕೋನಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಸರಳ ಕೋನವನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle BOA + \angle BOC = 180°$. ಹೀಗಾಗಿ, ಈ ಕೋನಗಳು ತಲಾ 90^0 ಆಗಿರಬೇಕು.

ಇದು ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರರ್ಥ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಉದ್ದಗಳಿರುವಂತೆ ಮತ್ತು ಲಂಬ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುವಂತೆ ಎಳೆಯಬೇಕು. ಕರ್ಣಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಚತುರ್ಭುಜದ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವುದರಿಂದ, ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಸೇರಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ಒಂದು ಚೌಕ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

? ಈ ವಾಸ್ತವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ 8 ಸೆಂ.ಮೀ ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಚೌಕದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು

ಚೌಕವು ಒಂದು ವಿಶೇಷ ರೀತಿಯ ಆಯತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಆಯತದ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಚೌಕಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತವೆ.

? ನಿರ್ಧಾರಕ – 1 ಮತ್ತು ನಿರ್ಧಾರಕ– 2 ರಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯ ಮೂಲಕ ಇದು ನಿಜವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಮತ್ತು ಅವು ಚೌಕಕ್ಕೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

AP SCERT

? Verify if this is true by going through geometric reasoning in Deduction 1 and Deduction 2, and see if they apply to a square as well.

Property 1: All the sides of a square are equal to each other.

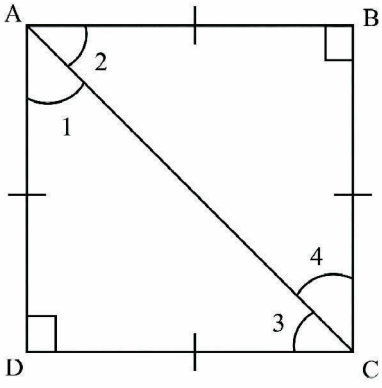
Property 2: The opposite sides of a square are parallel to each other.

Property 3: The angles of a square are all 90°.

Property 4: The diagonals of a square are of equal length and they bisect each other at 90°.

There is one more special property of a square.

? What are the measures of $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, and $\angle 4$? See if you can reason and/or experiment to figure this out!



In $\triangle ADC$, we have,

$\angle 1 + \angle 3 + 90 = 180$

Since AD = DC, we have $\angle 1 = \angle 3$.

Thus, $\angle 1 = \angle 3 = 45°$.

Similarly, find $\angle 2$ and $\angle 4$.

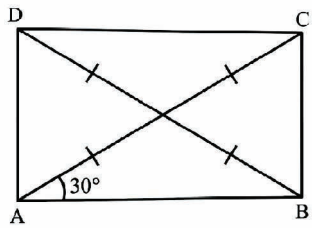
Thus, we have another property of a square -

Property 5 : The diagonals of a square divide the angles of the square into equal halves. This can also be expressed as - The diagonals of a square bisect the angles of the square.

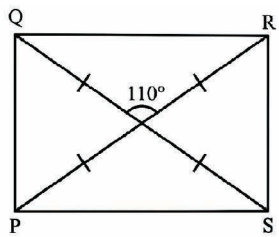


Figure it Out - 4.1

1. Find all the other angles inside the following rectangles.



(i)



(ii)

AP SCERT

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 1: ಚೌಕದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

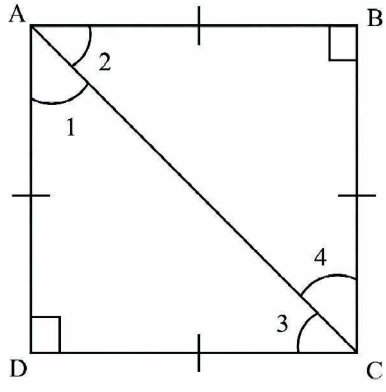
ಗುಣಲಕ್ಷಣ 2: ಚೌಕದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 3: ಚೌಕದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0 ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 4: ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅವು 90^0 ಕೋನದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಚೌಕದ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಶೇಷ ಗುಣವಿದೆ.

? $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 4$ ರ ಅಳತೆಗಳು ಯಾವುವು? ಇದನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ನೀವು ಕಾರಣಿಕರಿಸಬಹುದೇ ಮತ್ತು /ಅಥವಾ ಪ್ರಯೋಗಿಸಬಹುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



Δ**ADC**ಯಲ್ಲಿ

$\angle 1 + \angle 3 + 90 = 180$ ಇರುತ್ತದೆ.

AD = **DC** ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, $\angle 1 = \angle 3$ ಆಗಿದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle 1 = \angle 3 = 45°$.

ಅದೇ ರೀತಿ, $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 4$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹೀಗಾಗಿ ನಮಗೆ ಒಂದು ಚೌಕದ ಮತ್ತೊಂದು ಗುಣವನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ –

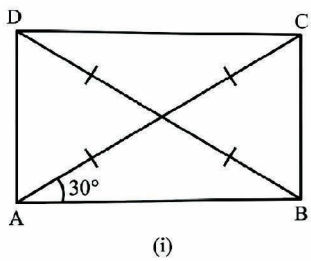
ಗುಣಲಕ್ಷಣ 5: ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಚೌಕದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಅರ್ಧಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನು ಹೀಗೆಯೂ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು – ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಚೌಕದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

APSCERT

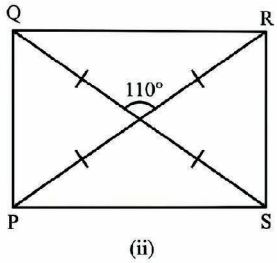


ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ - 4.1

1. ಕೆಳಗಿನ ಆಯತಗಳ ಇತರೆ ಎಲ್ಲಾ ಒಳಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



(i)



(ii)

2. Draw a quadrilateral whose diagonals have equal lengths of 8 cm that bisect each other, and intersect at an angle of
   (i) 30° (ii) 40° (iii) 90° (iv) 140°
3. Consider a circle with centre O. Line segments PL and AM are two perpendicular diameters of the circle. What is the figure APML? Reason and/or experiment to figure this out.
4. We have seen how to get 90° using paper folding. Now, suppose we do not have any paper but two sticks of equal length, and a thread. How do we make an exact 90° using these?



5. We saw that one of the properties of a rectangle is that its opposite sides are parallel. Can this be chosen as a definition of a rectangle? In other words, is every quadrilateral that has opposite sides parallel and equal, a rectangle?

Try This

4.2. Angles in a Quadrilateral

? Is it possible to construct a quadrilateral with three angles equal to 90° and the fourth angle not equal to 90°?

You might have observed through constructions that this may not be possible.

? But why not?

This is due to a general property of quadrilaterals related to their angles.

We have seen that the sum of the angles of a triangle is 180°. There is a similar regularity in the sum of the angles of a quadrilateral.

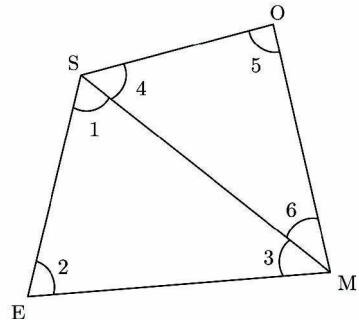
Consider a quadrilateral SOME.

Draw a diagonal SM. We get two triangles ΔSEM and ΔSOM.

In ΔSEM, we have $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

And in ΔSOM, $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180°$.

What do we get when we add all six angles?



We will have

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180° + 180°$

$= 360°$.

Or, $(\angle 1 + \angle 4) + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 2 + \angle 5 = 360°$.

Since $(\angle 1 + \angle 4)$, $(\angle 3 + \angle 6)$, $\angle 2$ and $\angle 5$ are the angles of this quadrilateral, we have the following result -

AP SCERT

2. 8 ಸೆಂ.ಮೀ ಸಮಾನ ಉದ್ದದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು ಈ ಕೋನದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

(i) 30° **(ii) 40°** **(iii) 90°** **(iv) 140°**

3. **O** ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. **PL** ಮತ್ತು **PM** ರೇಖೆಯ ಭಾಗಗಳು ವೃತ್ತದ ಎರಡು ಲಂಬ ವ್ಯಾಸಗಳಾಗಿವೆ. **APML** ಆಕೃತಿ ಯಾವುದು? ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಾರಣ ಮತ್ತು/ಅಥವಾ ಪ್ರಯೋಗವೇನು?



4. ಕಾಗದದ ಮಡಚುವಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 90^0 ಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯುವುದು ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ, ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಕಾಗದವಿಲ್ಲ ಆದರೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದದ ಎರಡು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ದಾರವಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಇವುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು ನಿಖರವಾದ 90^0 ಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬಹುದು?

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

5. ಆಯತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಲ್ಲಿ ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಇದನ್ನು ಆಯತದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಕ್ಕಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದೇ? ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾಂತರ ಮತ್ತು ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೇ?

4.2 ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳು

? ಮೂರು ಕೋನಗಳು 90^0 ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕನೇ ಕೋನವು 90^0 ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರದ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

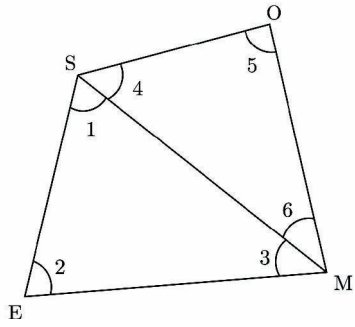
ರಚನೆಗಳ ಮೂಲಕ ಇದು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿರಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು.

? ಆದರೆ ಏಕೆ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ?

ಇದು ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣದಿಂದಾಗಿ ಅವುಗಳ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ. ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180^0 ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದಲ್ಲಿ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಸಾಮ್ಯತೆ ಇದೆ.

ಚತುರ್ಭುಜ **SOME** ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

ಒಂದು ಕರ್ಣ **SM**ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. **ΔSEM** ಮತ್ತು **ΔSOM** ಎಂಬ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜ



ΔSEM ರಲ್ಲಿ, ನಮಗೆ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$

ಮತ್ತು **ΔSOM** ರಲ್ಲಿ, $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180°$.

ಎಲ್ಲಾ ಆರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ನಮಗೆ ಏನು ಸಿಗುತ್ತದೆ?

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180° + 180°$

$= 360°$.

ಅಥವಾ, $(\angle 1 + \angle 4) + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 2 + \angle 5 = 360°$.

$(\angle 1 + \angle 4)$, $(\angle 3 + \angle 6)$, $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 5$ ಈ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂ, ನಮಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಫಲಿತಾಂಶ ಸಿಗುತ್ತದೆ –

AP SCERT

The sum of all angles in any quadrilateral is 360°.

This explains why it is impossible for a quadrilateral to have three right angles, with the fourth angle not right angle.

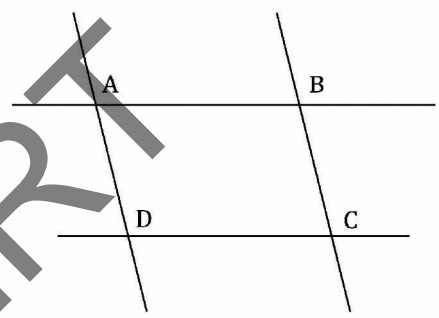
4.3. More Quadrilaterals with Parallel Opposite Sides

Rectangles (and therefore squares) have parallel opposite sides.

? Are there quadrilaterals that have parallel opposite sides that are not rectangles?

Let us try constructing one.

This can be easily done by drawing two pairs of parallel lines, ensuring that they do not meet at right angles.



? Construct such a figure by recalling how parallel lines can be constructed using a ruler and a set-square, or a compass and a ruler.

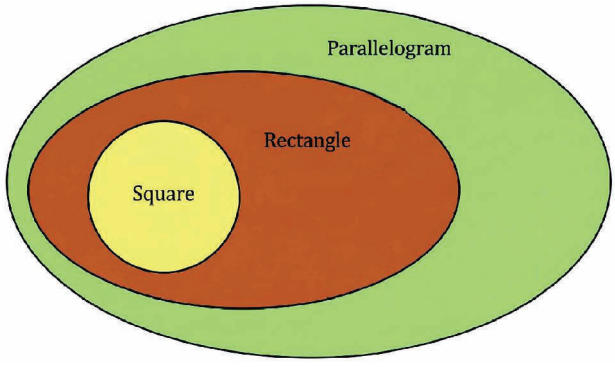
Observe the quadrilateral ABCD. It has parallel opposite sides but is not a rectangle.

Thus, a larger set of quadrilaterals exists in which the opposite sides are parallel. Such quadrilaterals are called **parallelograms.**

? Is a rectangle a parallelogram?

A rectangle has opposite sides parallel. So, it satisfies the parallelogram's definition. Hence, it is indeed a parallelogram. More specifically, a rectangle is a special kind of parallelogram with all its angles equal to 90°.

Let us represent this relation using a Venn diagram.



APSCERT

ಯಾವುದೇ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360^0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

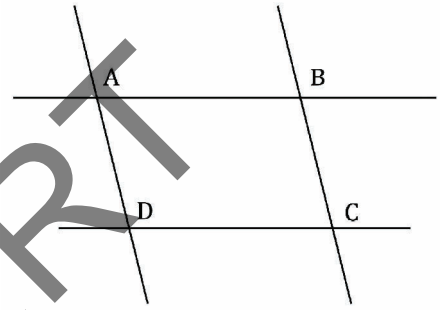
ನಾಲ್ಕನೇ ಕೋನವು ಲಂಬ ಕೋನವಲ್ಲದಿದ್ದರೂ, ಚತುರ್ಭುಜವು ಮೂರು ಲಂಬ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದು ಅಸಾಧ್ಯ ಎಂಬುದನ್ನು ಇದು ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ.

4.3 ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಹೆಚ್ಚಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

ಆಯತಗಳು (ಹಾಗೆಯೇ ಚೌಕಗಳು) ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

? ಆಯತಗಳಲ್ಲದ ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಿವೆಯೇ? ಈ ರೀತಿಯೊಂದನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

ಎರಡು ಜೋಡಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು. ಅವುಗಳು ಲಂಬವಾಗಿ ಛೇದಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಖಚಿತಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.



? ಸ್ಕೇಲ್ ಮತ್ತು ಮೂಲೆಪಟ್ಟಿ ಅಥವಾ ಕೈವಾರ ಮತ್ತು ಸ್ಕೇಲ್ ಬಳಸಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ ಅಂತಹ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

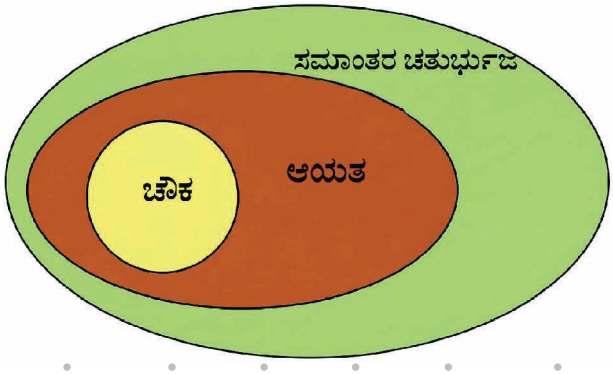
ಚತುರ್ಭುಜ **ABCD** ಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದು ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಆದರೆ ಅದು ಆಯತವಲ್ಲ.

ಹೀಗಾಗಿ, ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಗುಂಪು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ. ಅಂತಹ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು **ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ಆಯತವು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವೇ?

ಒಂದು ಆಯತವು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಇದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಪೂರೈಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ನಿಜಕ್ಕೂ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ಹೆಚ್ಚು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಒಂದು ಆಯತವು 90^0 ಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಿಶೇಷ ರೀತಿಯ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.

ವೆನ್ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸೋಣ.



AP SCERT

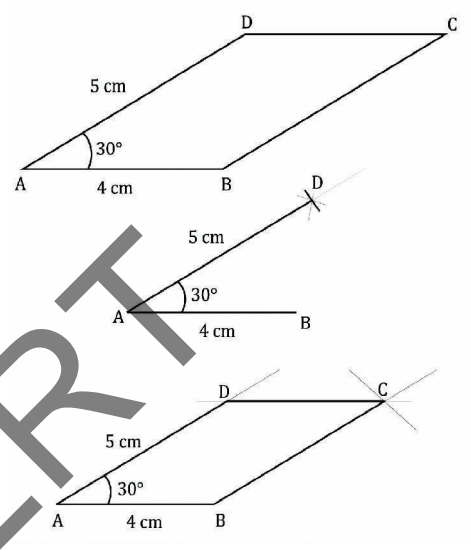
To understand the relations between the sides and the angles of a parallelogram, let us construct the following figure.

? Draw a parallelogram with adjacent sides of lengths 4 cm and 5 cm, and an angle of 30° between them.

Step 1: Draw line segments AB = 4 cm and AD = 5 cm with an angle of 30° between them.

Step 2: Draw a line parallel to AB through the point D, and a line parallel to AD through B. Mark the point at which these lines intersect as C.

ABCD is the required parallelogram.



? What are the remaining angles of the parallelogram? What are the lengths of the remaining sides? See if you can reason out and/or experiment to figure these out.

? Deduction 6 - What can we say about the angles of a parallelogram?

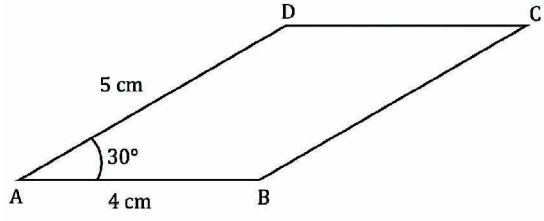
In the parallelogram ABCD, AB||CD, and AD is a transversal to them.

$\angle A + \angle D = 180°$ (sum of the internal angles on the same side of a transversal).

Therefore,

$D = 180 - A = 180 - 30 = 150°$.

Similarly, AD||BC, and AB and CD are transversals to them.



So, $\angle A + \angle B = 180°$.

So, $\angle C + \angle D = 180°$.

Using these equations, we get $\angle B = 150°$ and $\angle C = 30°$.

We see that in this parallelogram, the **adjacent pairs of angles add up to 180° and opposite pairs of angles are equal.**

Thus,

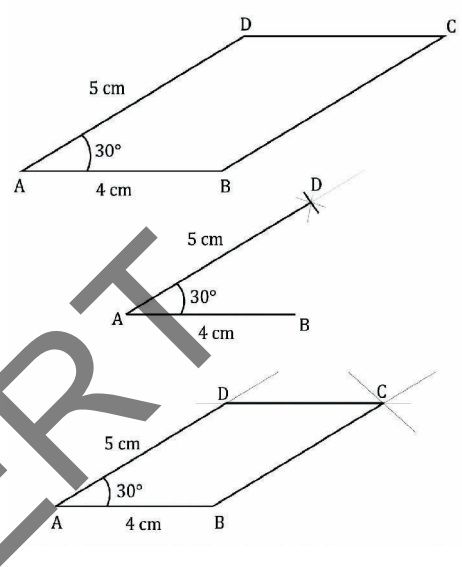
$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A + \angle D = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$, and $\angle B + \angle C = 180°$.

And, $\angle A = \angle C$, and $\angle B = \angle D$.

AP SCERT

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನಾವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸೋಣ.

? 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಉದ್ದದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವೆ 30^0 ಕೋನವಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಹಂತ 1: AB = 4 ಮತ್ತು **AD = 5** ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ 30^0 ಕೋನವಿರುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 2: D ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ **AB** ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಮತ್ತು **B** ಮೂಲಕ **AD**ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು **C** ಎಂದು ಗುರುತಿಸಿರಿ.

ABCD ಬೇಕಾಗಿರುವ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.

? ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು? ಉಳಿದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಎಷ್ಟು? ಇವುಗಳನ್ನು ನೀವು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಮತ್ತು / ಅಥವಾ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ ಎಂದು ನೋಡಿ.

? **ನಿರ್ಧಾರಕ – 6 : ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?**

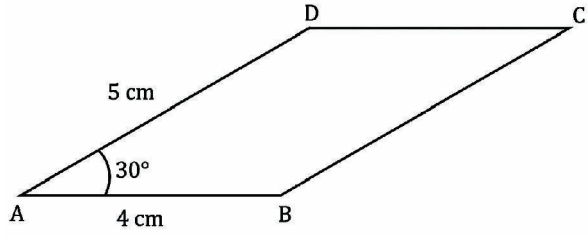
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ **ABCD**ಯಲ್ಲಿ, **AB||CD**, ಮತ್ತು **AD** ಯು ಅವುಗಳಿಗೆ ಛೇದಕ ರೇಖೆಯಾಗಿದೆ.

A + D = 180° (ಛೇದಕ ರೇಖೆಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ).

ಆದ್ದರಿಂದ,

D = 180 - A = 180 - 30 = 150°.

ಅದೇವಿಧವಾಗಿ, **AD||BC**, ಮತ್ತು **AB** ಮತ್ತು **CD** ಗಳು ಅವುಗಳಿಗೆ ಛೇದಕರೇಖೆಗಳಾಗಿವೆ.



ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle A + \angle B = 180°$.

ಮತ್ತು, $\angle C + \angle D = 180°$.

ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಮಗೆ $\angle B = 150°$ ಮತ್ತು $\angle C = 30°$ ಬರುತ್ತದೆ.

ಈ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ, ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ,

$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A + \angle D = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$, ಮರಿಯು $\angle B + \angle C = 180°$.

ಮತ್ತು, $\angle A = \angle C$, ಮತ್ತು $\angle B = \angle D$.

AP SCERT

Since the adjacent angles are the interior angles on the same side of a transversal to a pair of parallel lines, they must add up to 180°.

What about the opposite angles? Will they be equal in all parallelograms? If yes, how can we be sure?

Let us take one of the angles to be x. What are the other angles?

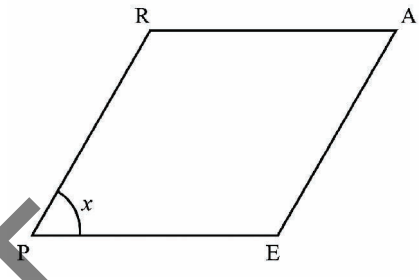
Since $\angle P + \angle R = 180°$,

$\angle R = 180 - \angle P = 180 - x$.

Similarly, since $\angle A + \angle R = 180°$,

$\angle A = 180 - \angle R = 180 - (180 - x) = 180 - 180 + x = x$.

Thus, $\angle P = \angle A = x$.



Similarly, we can deduce that $\angle R = \angle E = 180 - x$.

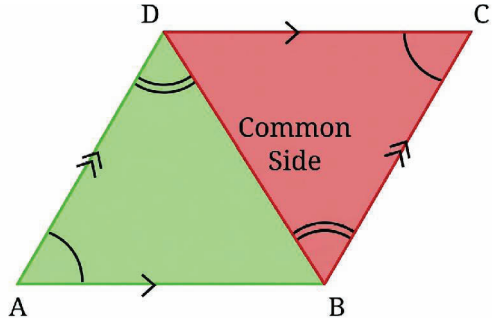
Therefore, this shows that **the opposite angles of a parallelogram are always equal.**

Deduction 7 - What can we say about the sides of a parallelogram?

By looking at a parallelogram, it appears that the opposite sides are equal.

Can we again use congruence to show this? Which two triangles can be considered for this?

In ΔABD and ΔCDB, the angles marked with a single arc are equal as they are the opposite angles of a parallelogram.



Since AD||BC, and BD is a transversal to it, the angles marked with double arcs are equal as they are alternate angles.

So, by the AAS condition, the triangles are congruent, that is,

$\Delta ABD \cong \Delta CDB$.

Therefore, AD = CB, and AB = CD.

Thus, **the opposite sides of a parallelogram are equal.**

Is it wrong to write $\Delta ABD \cong \Delta CBD$? Why?

From these deductions we can find the remaining sides and angles of the parallelogram.

AP SCERT

ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಛೇದಕ ರೇಖೆಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಳಕೋನಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವು $180°$ ಆಗಿರಬೇಕು.

? ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳುವಿರಿ? ಎಲ್ಲಾ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅವು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆಯೇ? ಹೌದು ಎಂದಾದರೆ, ನಾವು ಹೇಗೆ ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು?

ಆ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು **x** ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಇತರ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು?

$\angle P + \angle R = 180°$ ಆದ್ದರಿಂದ,

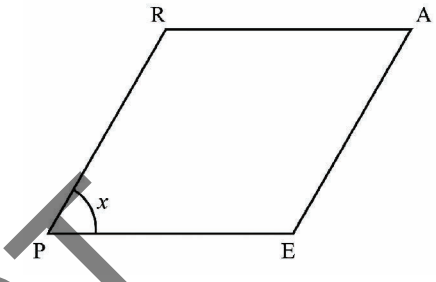
$\angle R = 180 - \angle P = 180 - x.$

ಅದೇವಿಧವಾಗಿ, $\angle A + \angle R = 180°$ ಆದ್ದರಿಂದ,

$\angle A = 180 - \angle R = 180 - (180 - x) = 180 - 180 + x = x.$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle P = \angle A = x.$

ಅದೇ ರೀತಿ, ನಾವು $\angle R = \angle E = 180 - x$ ಎಂದು ನಿರ್ಣಯಿಸಬಹುದು.



ಆದ್ದರಿಂದ, ಇದು **ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ** ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

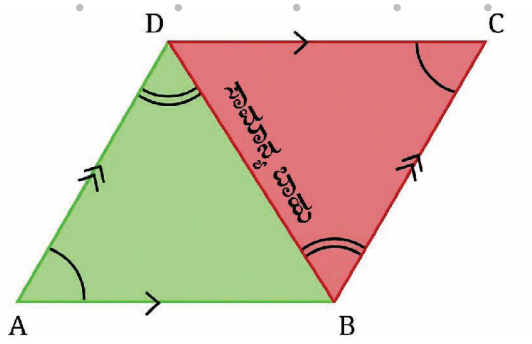
? **ನಿರ್ಧಾರಕ – 7: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?**

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ, ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ ಎಮದು ತೋರುತ್ತದೆ.

ಇದನ್ನು ತೋರಿಸಲು ನಾವು ಮತ್ತೆ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ? ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಯಾವ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು?

ΔABD ಮತ್ತು ΔCDB ಗಳಲ್ಲಿ, ಒಂದೇ ಕಂಸದಿಂದ ಗುರುತಿಸಲಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

AD||BC, ಮತ್ತು **BD** ಇದಕ್ಕೆ ಛೇದಕ ರೇಖೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಎರಡು ಕಂಸಗಳಿಂದ ಗುರುತಿಸಲಾದ ಕೋನಗಳು ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.



ಆದ್ದರಿಂದ, ಕೋಕೋಬಾ ನಿಬಂಧನೆಯಿಂದ, ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆ, ಅಂದರೆ $\Delta ABD \cong \Delta CDB$..

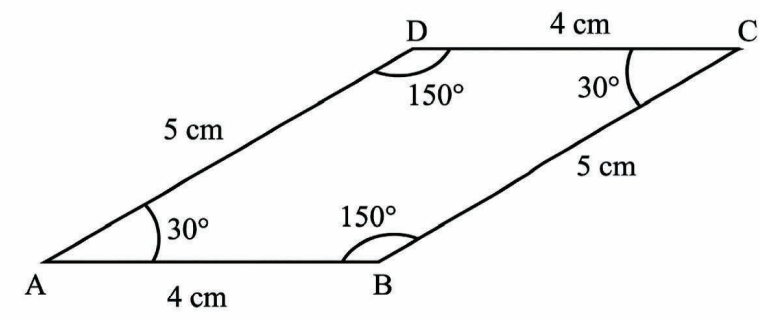
ಆದ್ದರಿಂದ, $AD = CB$, ಮತ್ತು $AB = CD$.

ಹೀಗಾಗಿ, **ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ.**

? $\Delta ABD \cong \Delta CBD$? ಎಂದು ಬರೆಯುವುದು ತಪ್ಪಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಏಕೆ?

ಈ ನಿರ್ಧಾರಕಗಳಿಂದ ನಾವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಉಳಿದ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

AP SCERT



Let us list the properties of a parallelogram.

Property 1: The opposite sides of a parallelogram are equal.

Property 2: The opposite sides of a parallelogram are parallel.

Property 3: In a parallelogram, the adjacent angles add up to 180°, and the opposite angles are equal.

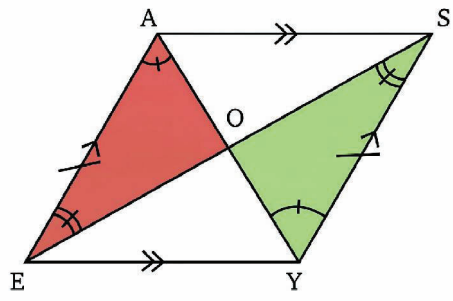
? Are the diagonals of a parallelogram always equal? Check with the parallelogram that you have constructed.

We see that the diagonals of a parallelogram need not be equal.

? Do they bisect each other (do they intersect at their midpoints)? Reason and/or experiment to figure this out.

Deduction 8 - What is the point of intersection of the two diagonals in a parallelogram?

As in the case of a rectangle, we can find out if the diagonals bisect each other by examining the congruence of ΔAOE and ΔYOS in the parallelogram EASY.



AE = YS (as they are the opposite sides of the parallelogram)

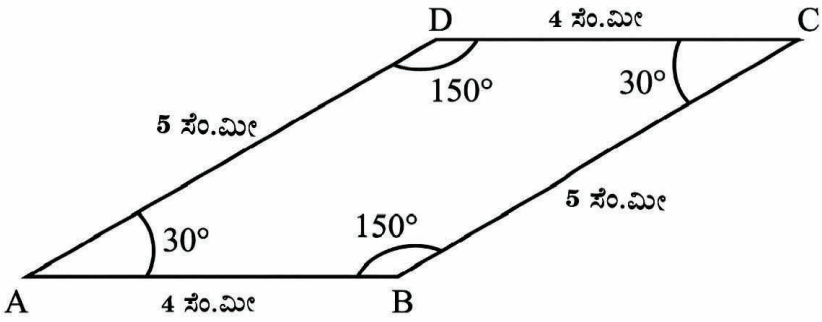
The angles marked using a single arc are equal, and so are the angles marked using a double arc, since they are alternate angles of parallel lines.

Thus, by the ASA condition, the triangles are congruent, that is,

$\Delta AOE \cong \Delta YOS$.

Therefore, OA = OY, and OE = OS, since they are corresponding parts of congruent triangles.

AP SCERT



ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡೋಣ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 1 : ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 2 : ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 3 : ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180^0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

? ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆಯೇ? ನೀರು ರಚಿಸಿದ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದೊಂದಿಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿರಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

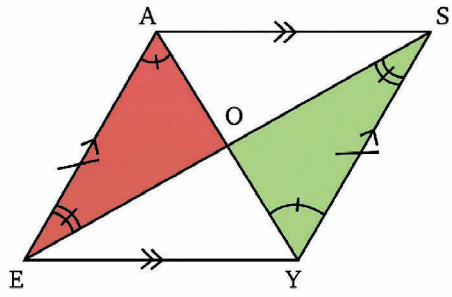
? ಅವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆಯೇ (ಅವುಗಳು ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ?) ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಾರಣ ಮತ್ತು /ಅಥವಾ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ನಿರ್ಧಾರಕ – 8: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳ ಛೇದಕ ಬಿಂದು ಯಾವುದು?

ಆಯತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ **EASY** ದಲ್ಲಿ Δ**AOE** ಮತ್ತು Δ**YOS** ಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ಮೂಲಕ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ ಎಂದು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

AE = YS (ಅವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ)

ಒಂದೇ ಕಂಸವನ್ನು ಬಳಸಿ ಗುರುತಿಸಲಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಗುರುತಿಸಲಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ, ಏಕೆಂದರೆ ಅವು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.



ಹೀಗಾಗಿ ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ನಿಬಂಧನೆಯ ಪ್ರಕಾರ, ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮಗಳಾಗಿವೆ.

ಅಂದರೆ Δ**AOE** $\cong \Delta$**YOS**

ಆದ್ದರಿಂದ, **OA = OY**, ಮತ್ತು **OE = OS** ಏಕಂದರೆ ಅವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪವಾದ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, **O** ಎಂಬುದು ಎರಡೂ ಕರ್ಣಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.

APSCERT

Thus, O is the midpoint of both diagonals.

? Is it wrong to write $\triangle AOE \cong \triangle SOY$? Why?

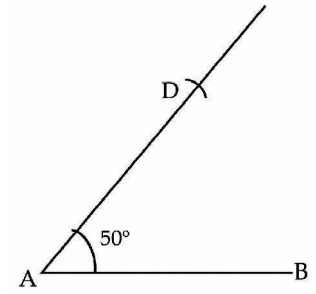
Property 4: The diagonals of a parallelogram bisect each other.

? Do the diagonals of a parallelogram intersect at a particular angle?

4.4. Quadrilaterals with Equal Sidelengths

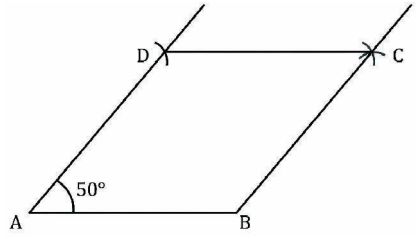
? Are squares the only quadrilaterals that have equal sidelengths? Let us explore this question through construction.

Draw two equal sides AD and AB, that are not perpendicular to each other.



? Can we complete this quadrilateral so that all its sides are of the same length?

Mark a point C whose distance from B and D is equal to AB (or AD). To do this, measure AB using a compass. Keeping this length as the radius, cut arcs from B and D.



Now we have a quadrilateral with equal sidelengths and one of its angles 50°. Note that we could have constructed such a quadrilateral by taking any angle less than 180° (in place of 50°).

A quadrilateral in which all the sides have the same length is a rhombus.

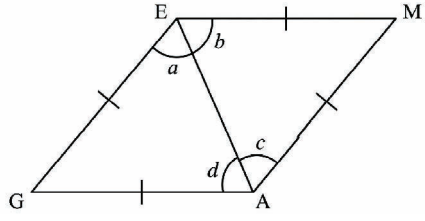
? What are the other angles of the rhombus ABCD that we have constructed? Reason and/or experiment to figure this out.

Deduction 9 - What can we say about the angles in a rhombus?

Consider a rhombus GAME.

In $\triangle GAE$, since GE = GA, a = d. Similarly, in $\triangle MAE$, since ME = MA, b = c.

? It can be seen that $\triangle GAE \cong \triangle MAE$ (How?)



AP SCERT

? $\Delta AOE \cong \Delta SOY$ ಎಂದು ಬರೆಯುವುದು ತಪ್ಪಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಏಕೆ?

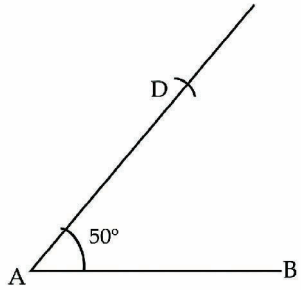
ಗುಣಲಕ್ಷಣ 4 : ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

? ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆಯೇ?

4.4 ಸಮಾನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

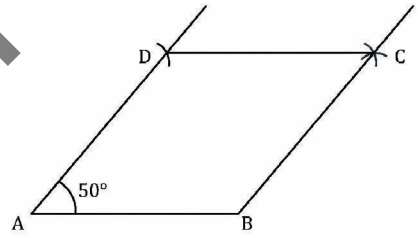
? ಚೌಕಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಮಾನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಆಗಿವೆಯೇ? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮೂಲಕ ಅನ್ವೇಷಿಸೋಣ.

ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರದ **AD** ಮತ್ತು **AB** ಎಂಬ ಎರಡು ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



? ಈ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದವಾಗಿರುವಂತೆ ನಾವು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಹುದೇ?

B ಮತ್ತು **D** ಯಿಂದ **AB** (ಅಥವಾ **AD**)ಗೆ ಸಮನಾದ ಅಂತರವಿರುವ **C** ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ. ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ಕೈವಾರವನ್ನು ಬಳಸಿ **AB** ಯನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಈ ಉದ್ದವನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, **B** ಮತ್ತು **D** ಯಿಂದ ಕಂಸಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ.

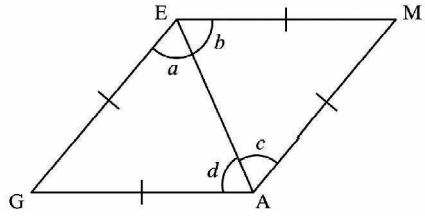


ಈಗ ನಮಗೆ ಸಮಾನ ಪಾರ್ಶ್ವ ದೂರಗಳು ಮತ್ತು ಅದರ ಒಂದು ಕೋನ 50^0 ಇರುವ ಚತುರ್ಭುಜ ಇರುವುದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ 180^0 ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಯಾವುದೇ ಕೋನವನ್ನು (50^0 ಬದಲಿಗೆ) ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ನಾವು ಅಂತಹ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದಿತ್ತು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ.

? ನಾವು ರಚಿಸಿದ ವಜ್ರಾಕೃತಿ **ABCD** ಯ ಇತರ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು? ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಾರಣ ಮತ್ತು/ಅಥವಾ ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಿ.

ನಿರ್ಧಾರಕ – 9 : ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?



ವಜ್ರಾಕೃತಿ **GAME**ಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

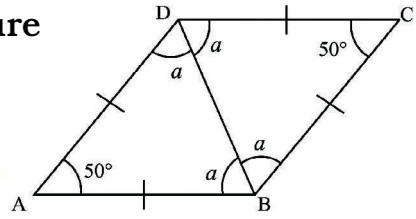
ΔGAE ನಲ್ಲಿ **GE = GA** ಆದ್ದರಿಂದ, **a = d**. ಹಾಗೆಯೇ, ΔMAE ನಲ್ಲಿ **ME = MA** ಆದ್ದರಿಂದ, **b = c**.

? $\Delta GAE \cong \Delta MAE$ ಎಂದು ಕಾಣಬಹುದು (ಹೇಗೆ?)

AP SCERT

So, a = b, c = d and G = M (since they are corresponding parts of congruent triangles). Thus, we have, a = b = c = d.

These facts hold for any rhombus. Let us apply them to the rhombus ABCD that we constructed earlier. Let the four equal angles formed by the diagonal be a, as shown in the figure

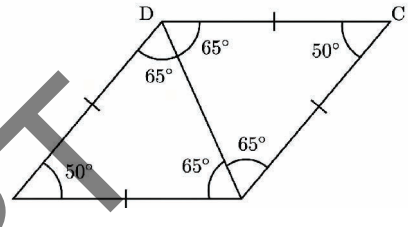


In $\triangle$ADB, we have

a + a + 50 = 180°.

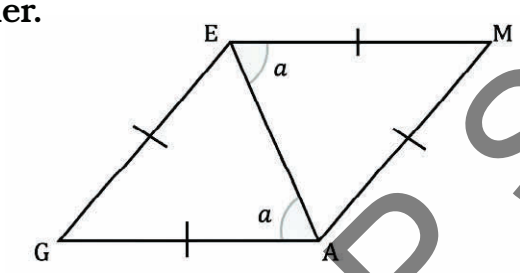
So, a = 65°.

Thus, the angles of the rhombus ABCD are 50°, 130°, 50°, and 130°.

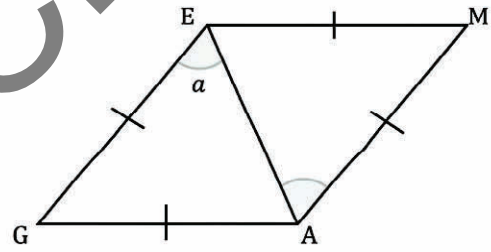


> So, in a rhombus opposite angles are equal to each other.

Interestingly, there is one more way by which we could have figured out the other angles of the rhombus ABCD. We have shown that in a general rhombus GAME, the four angles formed by a diagonal are equal to each other.

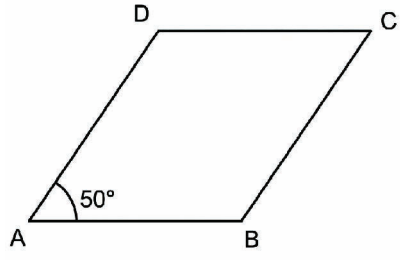


Consider the lines EM and GA and its transversal AE. Since the alternate angles are equal, EM||GA.



Similarly consider the lines GE and AM and its transversal AE. Since the alternate angles are equal, GE||AM.

As opposite sides are parallel, GAME is also a parallelogram. Thus, every rhombus is a parallelogram, and the properties of a parallelogram hold true for a rhombus as well. Thus, the adjacent angles of a rhombus add up to 180°, and the opposite angles are equal (verify that the arguments in Deduction 6 can be applied to a rhombus as well!).

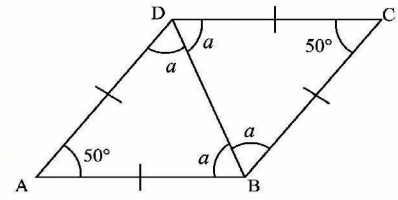


Thus, in rhombus ABCD,

AP SCERT

ಆದ್ದರಿಂದ, $a = b$, $c = d$ ಮತ್ತು $G = M$ (ಅವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ). ಹೀಗಾಗಿ ನಮಗೆ $a = b = c = d$.

ಯಾವ ಸಂಗತಿಗಳು ಯಾವುದೇ ವಜ್ರಾಕೃತಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆ. ನಾವು ಮೊದಲು ನಿರ್ಮಿಸಿದ ವಜ್ರಾಕೃತಿ **ABCD** ಗೆ ಇವುಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸೋಣ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಕರ್ಣದಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡು ನಾಲ್ಕು ಸಮಾನ ಕೋನಗಳು '**a**' ಆಗಿರಲಿ.



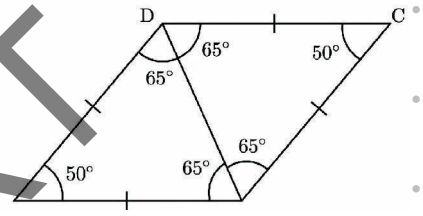
$\triangle ADB$ ಯಲ್ಲಿ,

$a + a + 50 = 180°$ ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $a = 65°$.

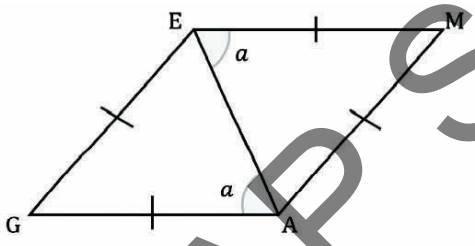
ಹೀಗಾಗಿ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ **ABCD** ಯ ಕೋನಗಳು

50°, 130°, 50°, ಮತ್ತು **130°** ಆಗಿವೆ.

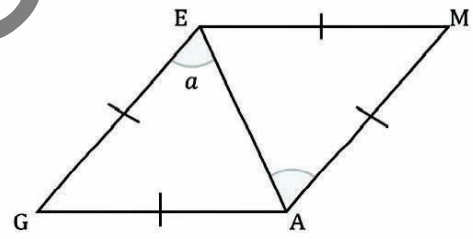


ಆದ್ದರಿಂದ, ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ **ABCD** ಯ ಇತರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಮಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಮಾರ್ಗವಿದೆ. ಸಾಮಾನ್ಯ ವಜ್ರಾಕೃತಿ **GAME**ದಲ್ಲಿ, ಕರ್ಣದಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮನಾಗಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ತೋರಿಸಿದ್ದೇವೆ.

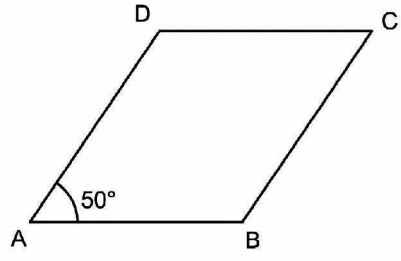


EM ಮತ್ತು **GA** ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅದರ ಛೇದಕ **AE** ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ **EM||GA.**



ಅದೇರೀತಿ **GE** ಮತ್ತು **AM** ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಅದರ ಛೇದಕ **AE**ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ **GE||AM.**

ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, **GAME** ಯೂ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ, ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳಿಗೂ ಸಹ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ (ನಿರ್ಧಾರಕ **6** ರಲ್ಲಿನ ವಾದಗಳನ್ನು ವಜ್ರಾಕೃತಿಗೂ ಸಹ ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ!)



AP SCERT

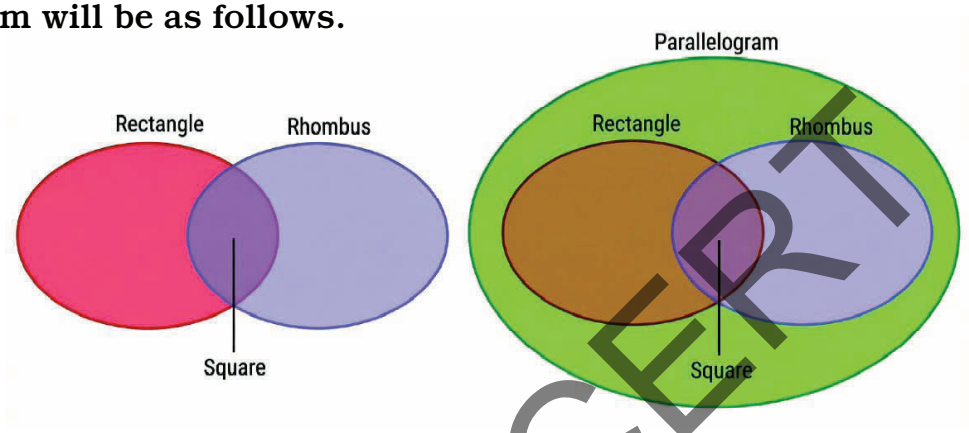
$\angle A = \angle C = 50°$, and

$\angle D = \angle B = 180 - 50 = 130°$.

So a rhombus is a parallelogram, and a rectangle is also a parallelogram. How can this be represented using a Venn diagram?

Where will the set of squares occur in this diagram?

We know that a square is a rectangle. Since the opposite sides of a square are parallel, a square is also a parallelogram. Further, since all the sides of a square have the same length, a square is also a rhombus. Thus, the Venn diagram will be as follows.



Let us list the properties of a rhombus.

Property 1: All the sides of a rhombus are equal to each other.

Property 2: The opposite sides of a rhombus are parallel to each other.

Property 3: In a rhombus, the adjacent angles add up to 180°, and the opposite angles are equal.

Are the diagonals of a rhombus equal?

Property 4: The diagonals of a rhombus bisect each other.

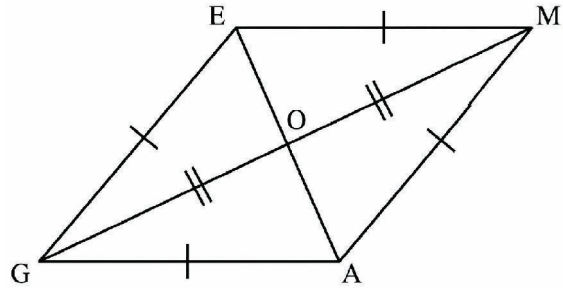
Property 5: The diagonals of a rhombus bisect its angles.

Do the diagonals of a rhombus intersect at any particular angle? Reason out and/or experiment to figure this out!

Deduction 10 - What can we say about the angles formed by the diagonals of a rhombus at their point of intersection?

In the rhombus GAME, we have $\triangle GEO \cong \triangle MEO$ (why?).

So, $\angle GOE = \angle MOE$, as they are corresponding parts of congruent triangles.



APSCERT

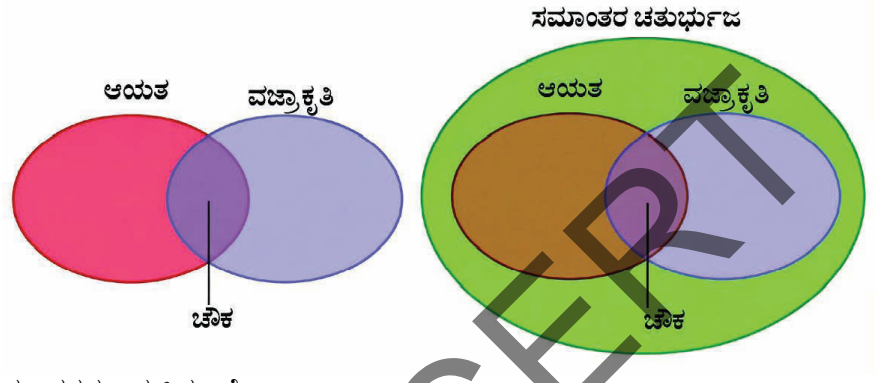
ಆದ್ದರಿಂದ, **ABCD** ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ,

$$\angle A = \angle C = 50°, \text{ ಮತ್ತು}$$
$$\angle D = \angle B = 180 - 50 = 130°.$$

? ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ, ಮತ್ತು ಒಂದು ಆಯತವು ಸಹ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ವೆನ್‌ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.

? ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಚೌಕಗಳ ಗುಂಪು ಎಲ್ಲಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ?

ಒಂದು ಚೌಕವು ಒಂದು ಆಯತ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಒಂದು ಚೌಕದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಒಂದು ಚೌಕವು ಸಹ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ಇದಲ್ಲದೆ ಒಂದು ಚೌಕದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ, ಒಂದು ಚೌಕವು ಸಹ ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ವೆನ್‌ನಕ್ಷೆಯು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರುತ್ತದೆ.



ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡೋಣ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 1: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 2: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 3: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180^0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆಯೇ?

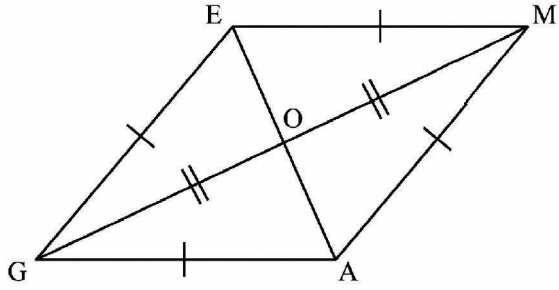
? ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆಯೇ?

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 4: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 5: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಕೋನಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

? ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ? ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು/ಅಥವಾ ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಿ!

ನಿರ್ಧಾರಕ – 10: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಅವುಗಳ ಛೇದಕ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ರೂಪುಗೊಂಡ ಕೋನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?



? ವಜ್ರಾಕೃತಿ **GAME** ಯಲ್ಲಿ ನಮಗೆ

$\Delta GEO \cong \Delta MEO$ (ಏಕೆ?).

ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle GOE = \angle MOE$, ಏಕೆಂದರೆ ಅವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ 180^0 ಆಗುವುದರಿಂದ, ಅವು ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ 90^0 ಆಗಿರಬೇಕು.

AP SCERT

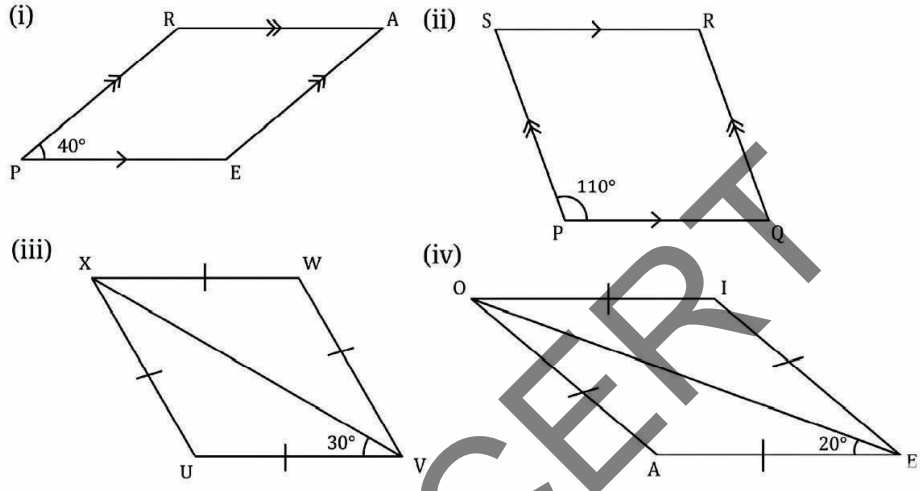
As they add up to 180°, they should be 90° each.

Property 6: Diagonals of a rhombus intersect each other at an angle of 90°.



Figure it Out - 4.2

1. Find the remaining angles in the following quadrilaterals.

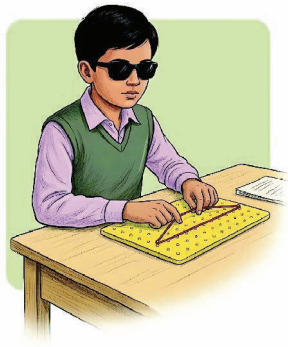


2. Using the diagonal properties, construct a parallelogram whose diagonals are of lengths 7 cm and 5 cm, and intersect at an angle of 140°.
3. Using the diagonal properties, construct a rhombus whose diagonals are of lengths 4 cm and 5 cm.

4.5. Playing with Quadrilaterals

Geoboard Activity

Take a geoboard and some rubber bands. If you do not have these, you could just use the dot grid papers for this activity.



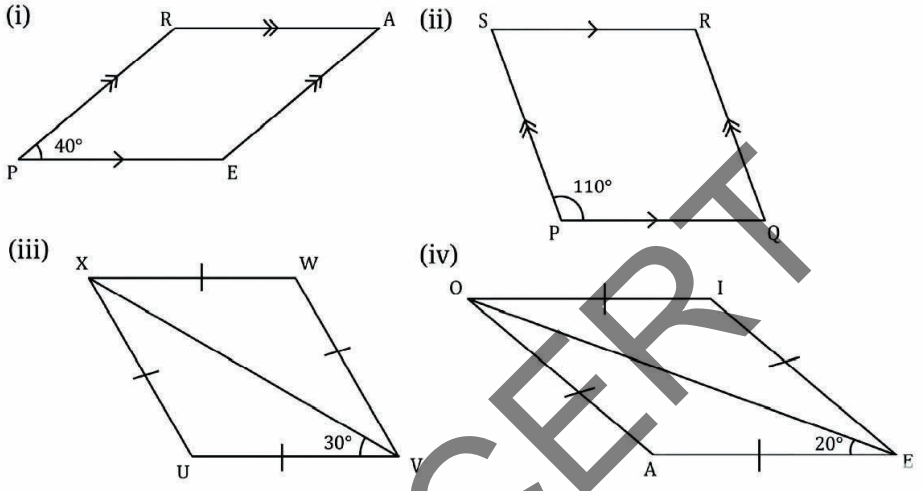
AP SCERT

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 6 : ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು 90^0 ಕೋನದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ - 4.2

1. ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

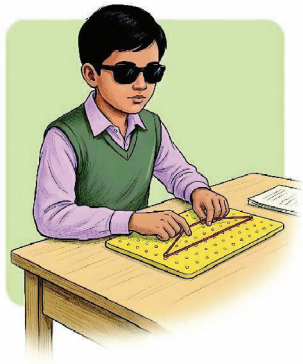


2. ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, 7 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಉದ್ದದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು 140^0 ಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
3. ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಉದ್ದದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

4.5 ಚತುರ್ಭುಜಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಟವಾಡುವುದು

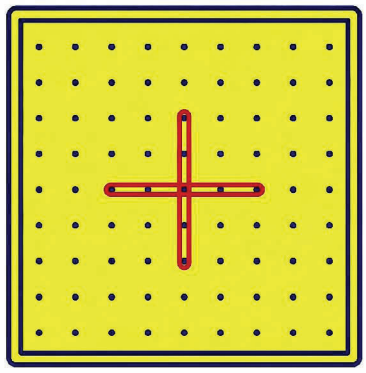
ಜಿಯೋಬೋರ್ಡ್ ಚಟುವಟಿಕೆ

ಜಿಯೋಬೋರ್ಡ್ (ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಹಲಗೆ) ಮತ್ತು ಕೆಲವು ರಬ್ಬರ್ ಬ್ಯಾಂಡ್‌ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ನಿಮ್ಮ ಬಳಿ ಇವು ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಪುಸ್ತಕದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ಡಾಟ್ ಗ್ರಿಡ್ ಪೇಪರ್‌ಗಳನ್ನು ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಬಳಸಬಹುದು.

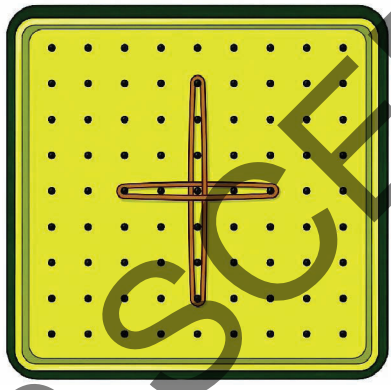


AP SCERT

Place two rubber bands perpendicular to each other, forming diagonals of equal length. Join the ends.



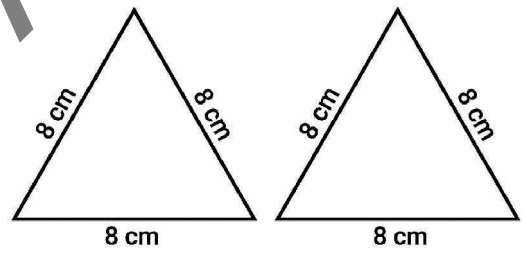
? What is the quadrilateral that you get? Justify your answer.
Extend one of the diagonals on both sides by 2 cm.



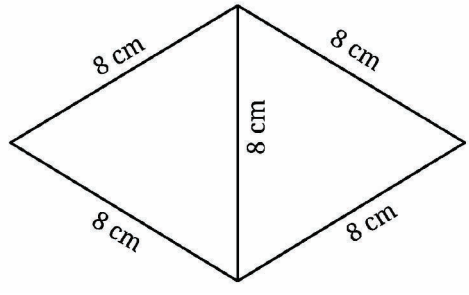
? What quadrilateral will you get now? Justify your answer.

Joining Triangles

1. Take two cardboard cutouts of an equilateral triangle of sidelength 8 cm.

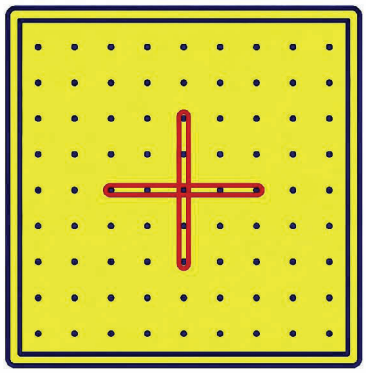


? Can you join them to get a quadrilateral?



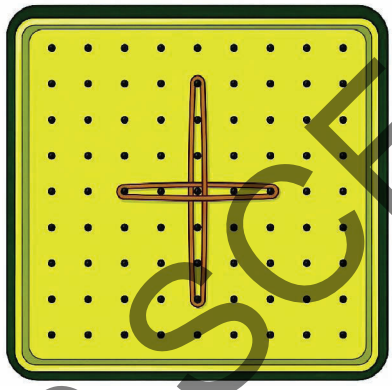
AP SCERT

ಎರಡು ರಬ್ಬರ್ ಬ್ಯಾಂಡ್‌ಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಇರಿಸಿ, ಸಮಾನ ಉದ್ದದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿ. ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.



ನಿಮಗೆ ಸಿಕ್ಕಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ ಯಾವುದು? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನುಸಮರ್ಥಿಸಿ.

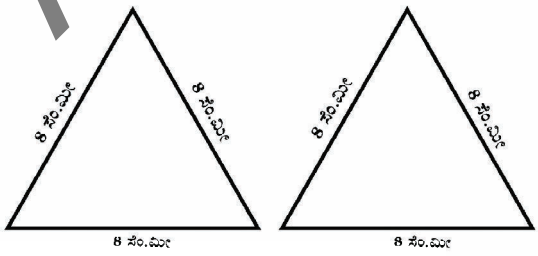
ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಅದರ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ **2** ಸೆಂ.ಮೀ. ವಿಸ್ತರಿಸಿ.



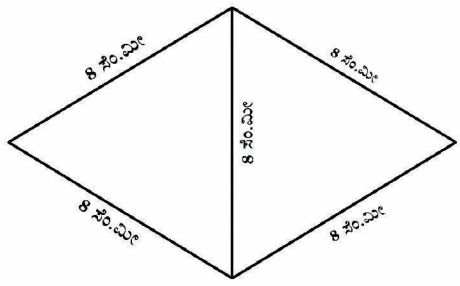
ಈಗ ನಿಮಗೆ ಯಾವ ಚತುರ್ಭುಜ ಸಿಗುತ್ತದೆ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದು

1. 8 ಸೆಂ.ಮೀ ಉದ್ದದ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ರಟ್ಟಿನ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.



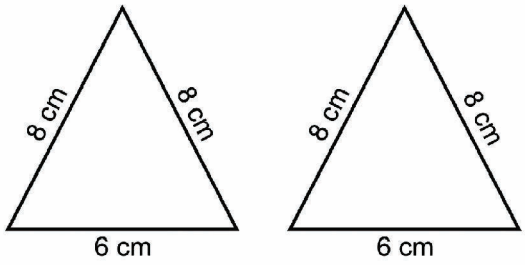
ನೀವು ಆವುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನುಪಡೆಯಬಹುದೇ?



AP SCERT

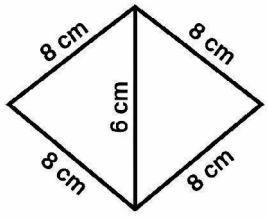
? What type of a quadrilateral is this? Justify your answer.

2. Take two cardboard cutouts of an isosceles triangle with sidelengths 8 cm, 8 cm, and 6 cm.

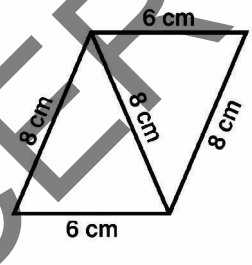


? What are the different ways they can be joined to get a quadrilateral?

Joining them in this way you get

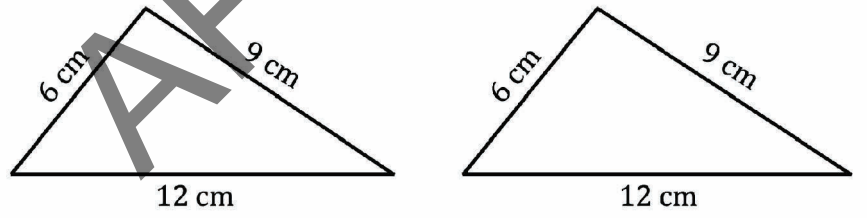


Joining them in this way you get



? What quadrilaterals are these? Justify your answers.

3. Take two cardboard cutouts of a scalene triangle with sides 6 cm, 9 cm, and 12 cm.



? What are the different ways they can be joined to get a quadrilateral?

? Are you able to identify the different quadrilaterals that are obtained by joining the triangles? Justify your answer whenever you identify a quadrilateral.

4.6. Kite and Trapezium

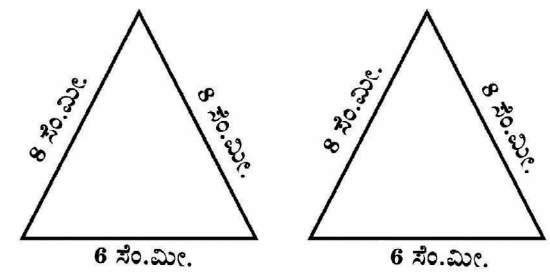
Kite

One of the ways the two triangles of sides 6 cm, 9 cm and 12 cm can be joined together is as follows -

AP SCERT

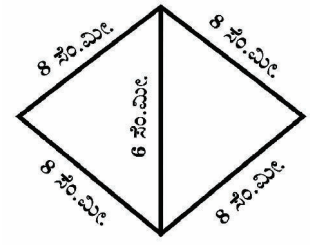
? ಇದು ಯಾವ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿರಿ.

2. 8 ಸೆಂ.ಮೀ, 8 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 6 ಸೆಂ.ಮೀ ಉದ್ದದ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಆಕಾರದ ಎರಡು ರಟ್ಟಿನ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

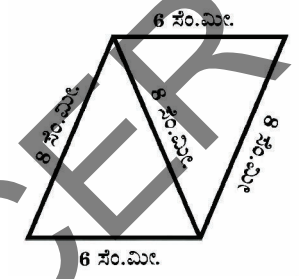


? ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಮೇಲಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಯಾವ ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಬೇಕು?

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ನೀವು ಯಾವ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ.

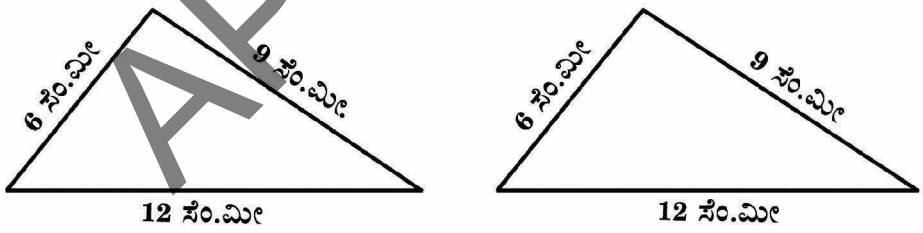


ಅವುಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸುವುರಿಂದ ನೀವು ಇದನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ



? ಇದು ಯಾವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿರಿ.

3. 6 ಸೆಂ.ಮೀ, 9 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 12 ಸೆಂ.ಮೀ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಎರಡು ರಟ್ಟಿನ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.



? ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅವುಗಳನ್ನು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು?

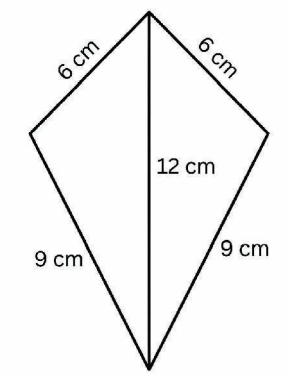
? ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ಪಡೆಯುವ ವಿಭಿನ್ನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ನೀವು ಗುರ್ತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ನೀವು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದಾಗಲೆಲ್ಲಾ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿರಿ.

4.6 ಪತಂಗ (ಗಾಳಿಪಟಾಕೃತಿ) ಮತ್ತು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ

ಪತಂಗ

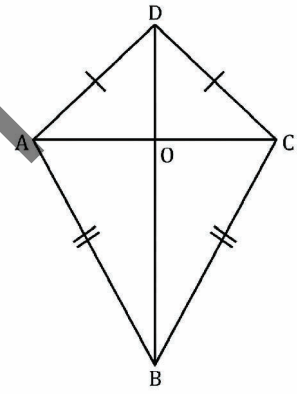
6 ಸೆಂ.ಮೀ, 9 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 12 ಸೆಂ.ಮೀ ಬಾಹುಗಳ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿಸುವ ಒಂದು ವಿಧಾನವೆಂದರೆ ಅದು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರುತ್ತದೆ –

AP SCERT



This quadrilateral looks like a kite. Observe that the adjacent sides are of the same length.

Kite: A kite is a quadrilateral that can be labelled ABCD such that AB = BC, and CD = DA.



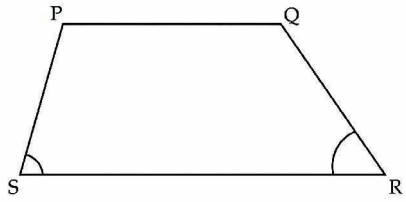
? **Property 1:** In the kite, show that the diagonal BD

(i) bisects $\angle$ABC and $\angle$ADC,

(ii) bisects the diagonal AC, that is, AO = OC, and is perpendicular to it.

Hint: Is $\triangle$AOB $\cong$ $\triangle$COB?

Trapezium



Parallelograms are quadrilaterals that have parallel opposite sides. We get a new type of quadrilateral if we relax this condition. **Trapezium:** A trapezium is a quadrilateral with at least one pair of parallel opposite sides.

? Construct a trapezium. Measure the base angles (marked in the figure).

? Can you find the remaining angles without measuring them?

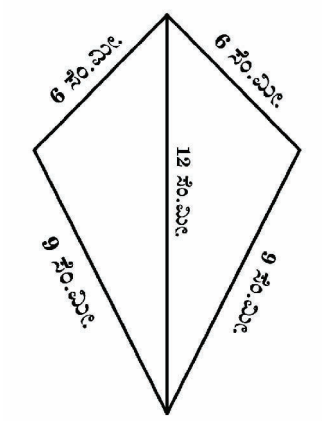
Since PQ||SR, we have

Property 1: $\angle$S + $\angle$P = 180° and $\angle$R + $\angle$Q = 180°.

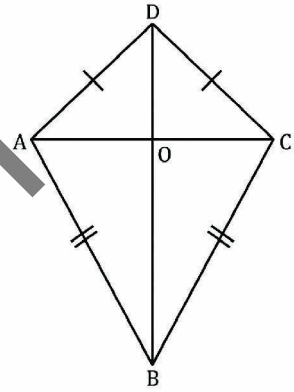
Using these facts, the remaining angles can easily be found. Verify your answer after finding them.

When the non-parallel sides of a trapezium have the same lengths, the trapezium is called an **isosceles trapezium**.

AP SCERT



ಈ ಚತುರ್ಭುಜವು ಪತಂಗದಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಇದರ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



ಪತಂಗ : ಪತಂಗವು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು $AB = BC$ ಮತ್ತು $CD = DA$ ಆಗುವಂತೆ ಇದನ್ನು $ABCD$ ಎಂದು ಗುರುತಿಸಬಹುದು.

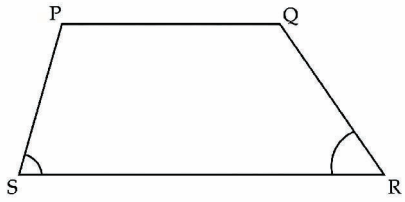
? **ಗುಣಲಕ್ಷಣ 1:** $ABCD$ ಪತಂಗದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣ BD

(i) $\angle ABC$ ಮತ್ತು $\angle ADC$ ಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ

(ii) AC ಕರ್ಣವನ್ನು $AO = OC$ ಆಗುವಂತೆ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸೂಚನೆ : $\triangle AOB \cong \triangle COB$ ಆಗಿದೆಯೇ?

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ :



ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾಗಿವೆ. ಈ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಸಡಲಿಸಿದರೆ ನಮಗೆ ಹೊಸ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜ ಸಿಗುತ್ತದೆ..

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ : ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವು ಕನಿಷ್ಟ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.

? ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಪಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ (ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ)

? $PQ \| SR$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯದೆಯೇ ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 1 : $\angle S + \angle P = 180°$ ಮತ್ತು $\angle R + \angle Q = 180°$.

ಈ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು, ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡ ನಂತರ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

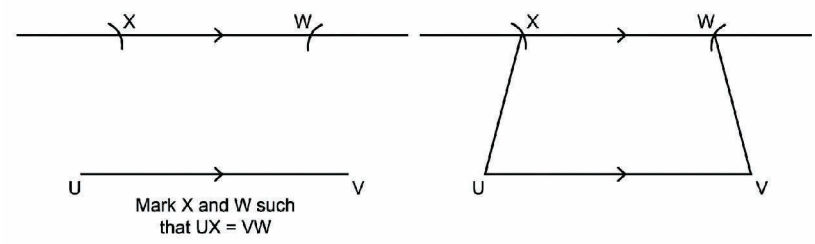
ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಸಮಾಂತರವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಾಗ, ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು **ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ನಾವು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸುತ್ತೇವೆ?

AP SCERT

How do we construct an isosceles trapezium?

Construct an isosceles trapezium UVWX, with UV$\square$XW. Measure $\angle$U.



Can you find the remaining angles without measuring them?

Does it appear that the angles opposite to the equal sides - $\angle$U and $\angle$V - are also equal? Can we find congruent triangles here? Consider line segments XY and WZ perpendicular to UV.

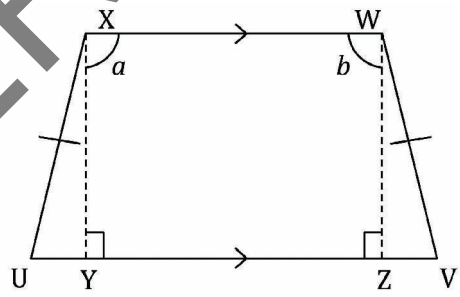
What type of quadrilateral is XWZY?

Since XW||UV,

a = 180° - $\angle$XYZ = 90°, and

b = 180° - $\angle$WZY = 90° (since the internal angles on the same side of a transversal add up to 180°)

Hence, XWZY is a rectangle.



Now, it can be shown that ΔUXY $\cong$ ΔVWZ. (How?)

Thus, $\angle$U = $\angle$V.

Using this fact, the remaining angles of the isosceles trapezium can be determined. Verify the angles by measurement.

Property 2: In an isosceles trapezium, the angles opposite to the equal sides are equal.

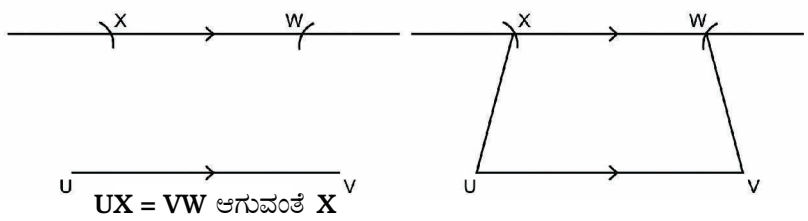


Figure it Out - 4.3

1. Find all the sides and the angles of the quadrilateral obtained by joining two equilateral triangles with sides 4 cm.
2. Construct a kite whose diagonals are of lengths 6 cm and 8 cm.

AP SCERT

? **UVWX** ಆಗುವಂತೆ **UV□XW** ಎಂಬ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ರಚಿಸಿ. $\angle U$ ನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.

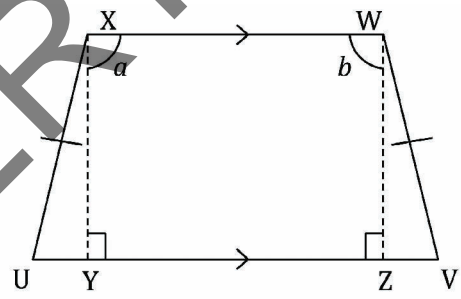


UX = VW ಆಗುವಂತೆ **X** ಮತ್ತು **W** ಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ

ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯದೆಯೇ ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಅಸಮ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾದ ಕೋನಗಳು $\angle U$ ಮತ್ತು $\angle V$ ಸಹ ಸಮವಾಗಿವೆ ಎಂದು ತೋರುತ್ತದೆಯೇ? ನಾವು ಇಲ್ಲಿ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

UVಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ **XY** ಮತ್ತು **WZ** ರೇಖೆಯ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.



? **XWZY** ಯಾವ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ?

XW||UV ಆದ್ದರಿಂದ,

a = 180° – ∠XYZ = 90°, ಮತ್ತು

b = 180° – ∠WZY = 90° (ಒಂದು ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಆಂತರಿಕ ಕೋನಗಳು 180^0 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ)

ಆದ್ದರಿಂದ, **XWZY** ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ.

? ಇಲ್ಲಿ, ನಾವು $\Delta UXY \cong \Delta VWZ$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬಹುದು. (ಹೇಗೆ?) ಹೀಗಾಗಿ, $\angle U = \angle V$.

ಈ ಅಂಶವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು. ಅಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ಗುಣಲಕ್ಷಣ 2 : ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಸಮ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

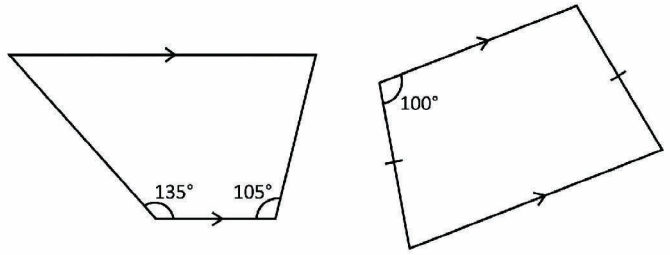


ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ - 4.3

1. 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪಡೆದ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಕರ್ಣಗಳು **6** ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು **4** ಸೆಂ.ಮೀ ಉದ್ದವಿರುವ ಪತಂತವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

AP SCERT

3. Find the remaining angles in the following trapeziums -



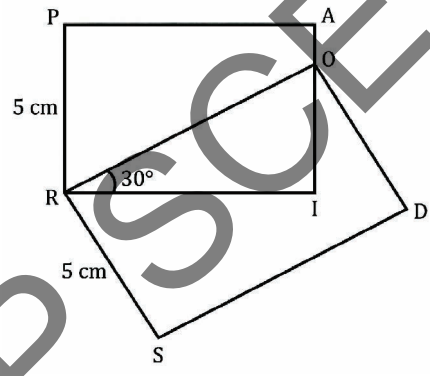
4. Draw a Venn diagram showing the set of parallelograms, kites, rhombuses, rectangles, and squares. Then, answer the following questions -

(i) What is the quadrilateral that is both a kite and a parallelogram?

(ii) Can there be a quadrilateral that is both a kite and a rectangle?

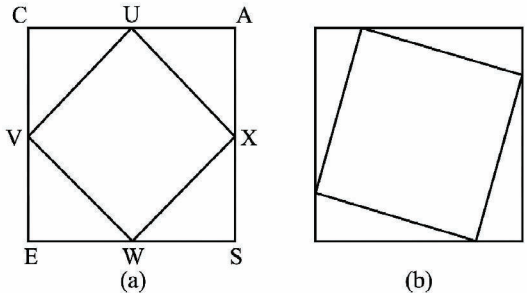
(iii) Is every kite a rhombus? If not, what is the correct relationship between these two types of quadrilaterals?

5. If PAIR and RODS are two rectangles, find $\angle$IOD.



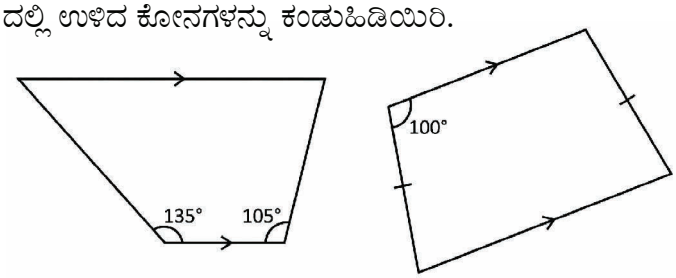
6. Construct a square with diagonal 6 cm without using a protractor.

7. CASE is a square. The points U, V, W and X are the midpoints of the sides of the square. What type of quadrilateral is UVWX? Find this by using geometric reasoning, as well as by construction and measurement. Find other ways of constructing a square within a square such that the vertices of the inner square lie on the sides of the outer square, as shown in Figure (b).



AP SCERT

3. ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



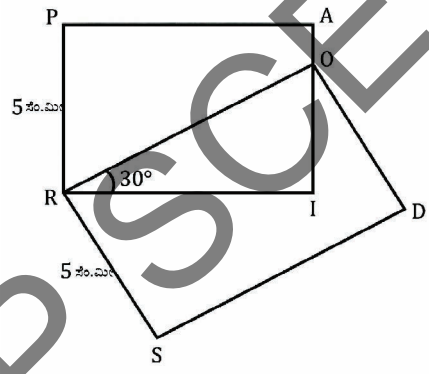
4. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ಪತಂಗ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ, ಆಯತ ಮತ್ತು ಚೌಕಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ತೋರಿಸುವ ವೆನ್‌ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿರಿ.

(i) ಪತಂಗ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಎರಡನ್ನೂ ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ ಯಾವುದು?

(ii) ಪತಂಗ ಮತ್ತು ಆಯತ ಎರಡನ್ನೂ ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ ಇರಬಹುದೇ?

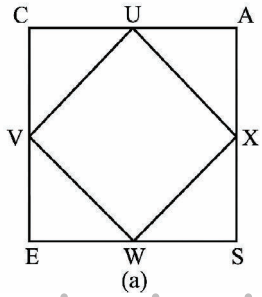
(iii) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪತಂಗವೂ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆಯೇ? ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಈ ಎರಡು ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ನಡುವಿನ ಸರಿಯಾದ ಸಂಬಂಧವೇನು?

5. PAIR ಮತ್ತು **RODS** ಎರಡು ಆಯತಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, $\angle$**IOD** ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

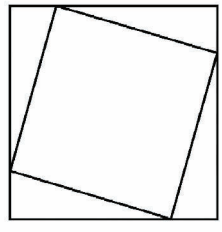


6. ಕೋನಮಾಪಕವನ್ನು ಬಳಸದೆಯೇ 6 ಸೆಂ.ಮೀ. ಕರ್ಣವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿ.

7. **CASE** ಎಂಬುದು ಒಂದು ಚೌಕ. **U, V, W** ಮತ್ತು **X** ಬಿಂದುಗಳು ಚೌಕದ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ. **UVWX** ಯಾವ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ? ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ಹಾಗೆಯೇ ರಚಿಸುವ ಮತ್ತು ಅಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಚಿತ್ರ **(b)** ನಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಒಳಗಿನ ಚೌಕದ ಶೃಂಗಗಳು ಹೊರಗಿನ ಚೌಕದ ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲೆ ಇರುವಂತೆ ಚೌಕದೊಳಗೆ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಇತರ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಿ.



(a)


(b)

AP SCERT

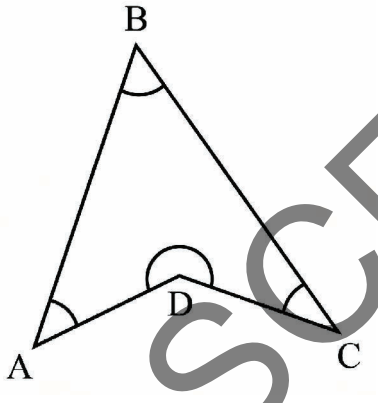
8. If a quadrilateral has four equal sides and one angle of 90°, will it be a square? Find the answer using geometric reasoning as well as by construction and measurement.

9. What type of a quadrilateral is one in which the opposite sides are equal? Justify your answer.

Hint: Draw a diagonal and check for congruent triangles.

10. Will the sum of the angles in a quadrilateral such as the following one also be 360°? Find the answer using geometric reasoning as well as by constructing this figure and measuring.

Try This



11. State whether the following statements are true or false. Justify your answers.

(i) A quadrilateral whose diagonals are equal and bisect each other must be a square.

(ii) A quadrilateral having three right angles must be a rectangle.

(iii) A quadrilateral whose diagonals bisect each other must be a parallelogram.

(iv) A quadrilateral whose diagonals are perpendicular to each other must be a rhombus.

(v) A quadrilateral in which the opposite angles are equal must be a parallelogram.

(vi) A quadrilateral in which all the angles are equal is a rectangle.

(vii) Isosceles trapeziums are parallelograms.

AP SCERT

8. ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವು ನಾಲ್ಕು ಸಮಬಾಹುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು $90°$ ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅದು ಚೌಕವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಹಾಗೆಯೇ ಅದನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮತ್ತು ಅಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹುಡುಕಿ.

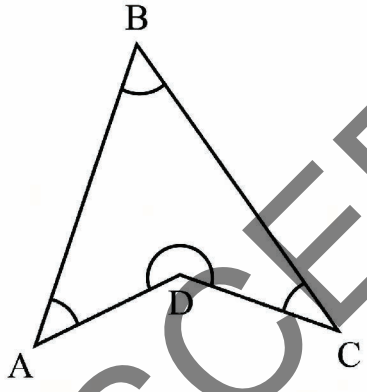
9. ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಯಾವ ರೀತಿಯದ್ದಾಗಿದೆ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

ಸುಳಿಹು : ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

10. ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು $360°$ ಆಗಿರುತ್ತದೆಯೇ?

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಅಳತೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹುಡುಕಿ.



11. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯೋ ಅಥವಾ ತಪ್ಪೋ ಎಂದು ತಿಳಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿರಿ.

(i) ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಚೌಕವಾಗಿರಬೇಕು.

(ii) ಮೂರು ಲಂಬ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿರಬೇಕು.

(iii) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರಬೇಕು.

(iv) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಆಗಿರಬೇಕು.

(v) ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರಬೇಕು.

(vi) ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ.

(vii) ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾಗಿವೆ.

AP SCERT

SUMMARY

- A rectangle is a quadrilateral in which the angles are all 90°.

  Properties of a rectangle -

  • Opposite sides of a rectangle are equal.

  • Opposite sides of a rectangle are parallel to each other.

  • Diagonals of a rectangle are of equal length and they bisect each other.

- A square is a quadrilateral in which all the angles are 90°, and all the sides are of equal length.

  Properties of a square -

  • The opposite sides of a square are parallel to each other.

  • The diagonals of a square are of equal lengths and they bisect each other at 90°.

  • The diagonals of a square bisect the angles of the square.

- **A parallelogram** is a quadrilateral in which opposite sides are parallel.

  Properties of a parallelogram -

  • The opposite sides of a parallelogram are equal.

  • In a parallelogram, the adjacent angles add up to 180°, and the opposite angles are equal.

  • The diagonals of a parallelogram bisect each other.

- A **rhombus** is a quadrilateral in which all the sides have the same length.

  Properties of a rhombus -

  • The opposite sides of a rhombus are parallel to each other.

  • In a rhombus, the adjacent angles add up to 180°, and the opposite angles are equal.

  • The diagonals of a rhombus bisect each other at right angles.

  • The diagonals of a rhombus bisect its angles.

APSCERT

ಸಾರಾಂಶ

- **ಆಯತವು** ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0 ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

  ಆಯತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು –

  - ಆಯತದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
  - ಆಯತದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
  - ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

- **ಚೌಕವು** ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು 90^0 ಆಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

  ಚೌಕದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು –

- ಚೌಕದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.
- ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅವು 90^0 ಯಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.
- ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಅದರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.
- **ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವು** ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ.

  ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು –

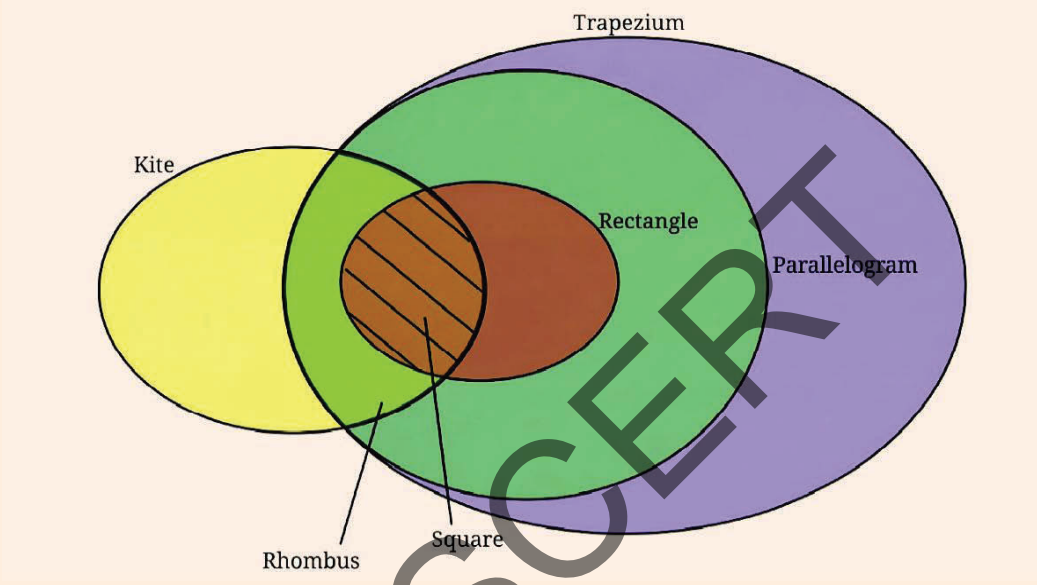
- ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಇರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.
- **ವಜ್ರಾಕೃತಿಯು** ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

  ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು –

- ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳೂ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಮತ್ತು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.
- ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಅದರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

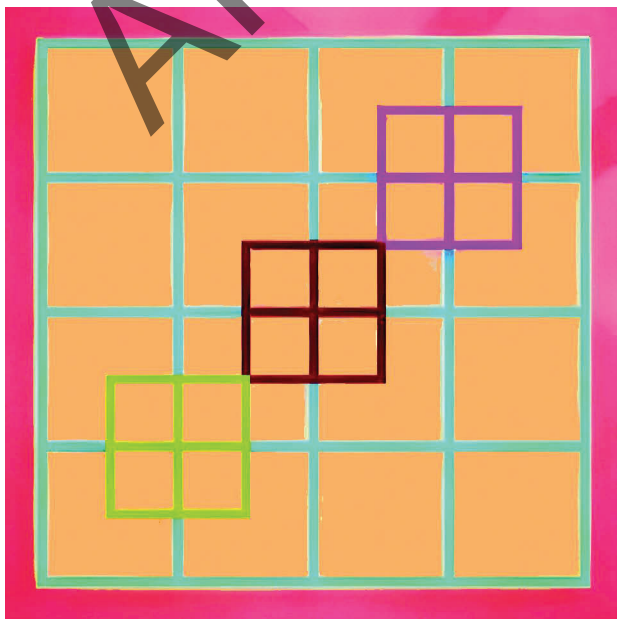
AP SCERT

- A **kite** is a quadrilateral with two non-overlapping adjacent pairs of sides having the same length.
- A **trapezium** is a quadrilateral having at least one pair of parallel opposite sides.
- The sum of the angle measures in a quadrilateral is 360°.



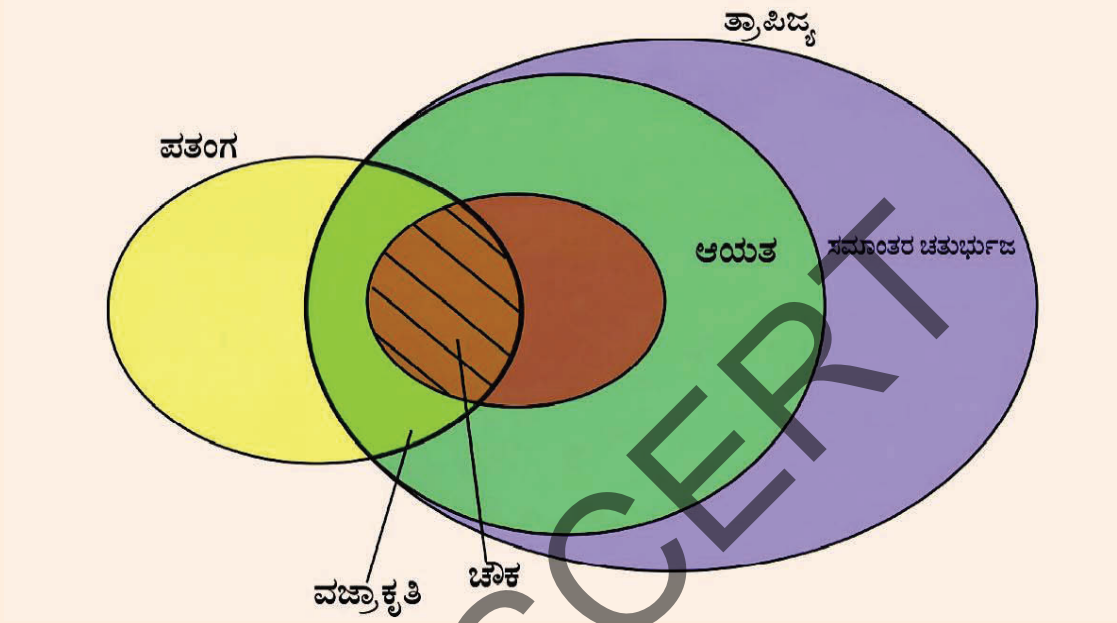
APSCERT

How many squares?

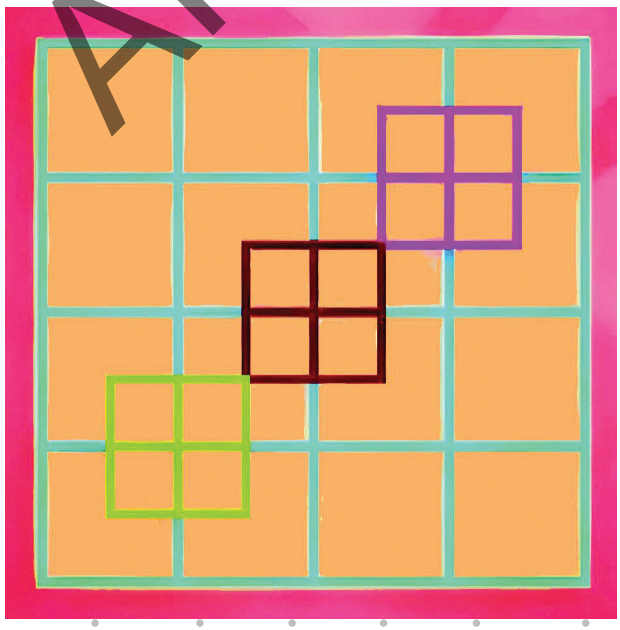




- ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳದ ಎರಡು ಸಮ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವೇ **ಪತಂಗ.**
- ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವು ಕನಿಷ್ಟ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಸಮಾಂತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.
- ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360^0 ಆಗಿದೆ..

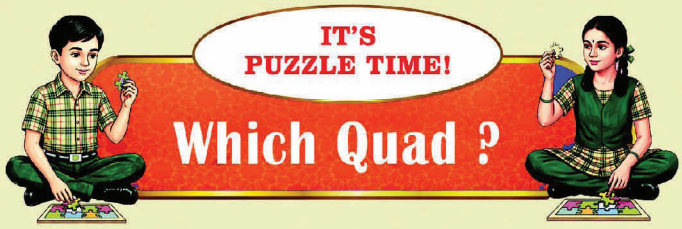


ಚೌಕಗಳು ಎಷ್ಟು?



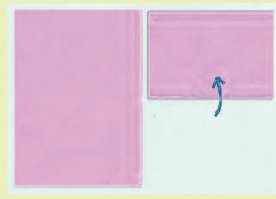


APSCERT



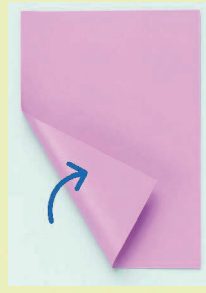
Gameplay

1. Fold a sheet into half.

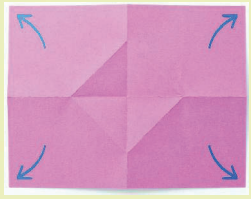




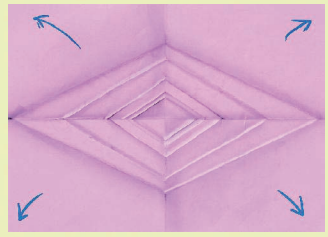
2. Now, fold it once more into a quarter.



3. Make a triangular crease at the corner that is at the middle of the paper.



4. Open the sheet. What is the shape formed by the creases?



5. How would you fold the quarter paper to get the kinds of creases shown in the following image.

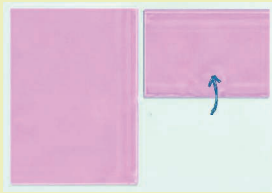
6. How would you fold the quarter paper such that a square is formed?



AP SCERT



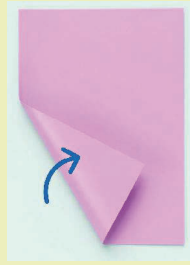
1. ಹಾಳೆಯನ್ನು ಅರ್ಧಕ್ಕೆ ಮಡಚಿ.

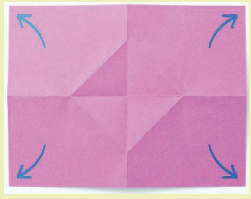




2. ಈಗ ಅದನ್ನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಕಾಲು ಭಾಗಕ್ಕೆ ಮಡಚಿ.

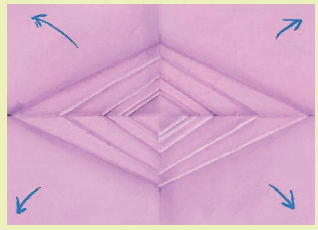
3. ಕಾಗದದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿ ಗೆರೆ ಮಾಡಿ.





4. ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆರೆಯಿರಿ. ಗೆರೆಗಳಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ಆಕಾರ ಯಾವುದು?

5. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ರೀತಿಯ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನೀವು ಚತುರ್ಥ ಭಾಗದ ಪೇಪರ್ ಅನ್ನು ಮಡಚುತ್ತೀರಿ?



6. ಚೌಕವು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವಂತೆ ಚತುರ್ಥ ಭಾಗದ ಪೇಪರ್ ಅನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಡಚುತ್ತೀರಿ?



AP SCERT

5 NUMBER PLAY

Learning outcomes : Learners will be able to

Q7E1X2

- Understand properties of numbers (even, odd) and their behaviour under operations (CG-6)
- Recognise and describe patterns related to divisibility and remainders (CG-1)
- Represent numbers using variables and general algebraic expressions (CG-2)
- Apply logical, inductive, and deductive reasoning to analyse statements and solve problems (CG-6)
- Explore relationships among factors, multiples, and divisibility rules to develop number sense (CG-1)
- Communicate mathematical ideas clearly using symbols and expressions (CG-6)
- Engage confidently and creatively in number-based activities and puzzles (CG-7)

APSCERT

5.0 Introduction - Number Play



Dheeraj and Dhatri are playing a number game. Dheeraj chooses a number that is even, divisible by 5, and leaves a remainder of 2 when divided by 3. Dhatri tries to guess the number by thinking about the properties of numbers and the patterns they follow. Instead of checking every number one by one, she represents the situation using symbols and simple expressions to narrow down the possibilities.

5 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಆಟ

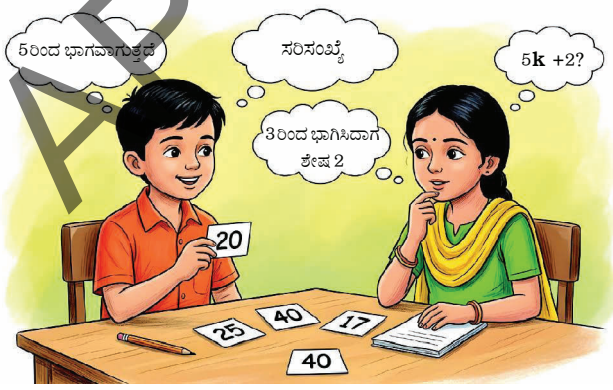
ಕಲಿಕಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು : ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು

U6Y4F7

- ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಗಳು (ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು) ಮತ್ತುಗಣಿತ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳಿಂದ ಅವುಗಳ ಗುಣವನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. **(CG-6)**
- ಭಾಜನೀಯತೆ ಮತ್ತು ಶೇಷಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ವಿವರಿಸುತ್ತಾರೆ. **(CG-1)**
- ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮೂಲಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತಾರೆ. **(CG-2)**
- ತಾರ್ಕಿಕ, ಅನುಗಮನ ಮತ್ತು ನಿಗಮನ ತರ್ಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಷ್ಕರಿಸುತ್ತಾರೆ.**(CG-6)**
- ಅಪವರ್ತನಗಳು, ಗುಣಕಗಳು (ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು), ಭಾಜ್ಯತೆ ನಿಯಮಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿ ಸಂಖ್ಯಾಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. **(CG-1)**
- ಸಂಕೇತಗಳು ಮತ್ತು ಉಕ್ತಿಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಗಣಿತ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತಾರೆ. **(CG-6)**
- ಸಂಖ್ಯೆ ಆಧಾರಿತ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಮತ್ತು ಪಜಿಲ್ಸ್‌ನ್ನು ಆತ್ಮವಿಶ್ವಾಸದಿಂದ ಮತ್ತು ಸೃಜನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. **(CG-7)**

AP SCERT

5.0 ಪರಿಚಯ – ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಆಟ



ಧೀರಜ್ ಮತ್ತು ಧಾತ್ರಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಆಟವಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಧೀರಜ್ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆಯ್ದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ, **5** ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆ, ಮತ್ತು **3** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ **2** ಬರುತ್ತದೆ. ಧಾತ್ರಿ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಊಹಿಸಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸುವ ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಮ ಕುರಿತು ಆಲೋಚಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸದೆಯೇ, ಆಕೆ ಚೆಹ್ನೆಗಳು ಮತ್ತು ಸರಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಆಲೋಚಿಸುತ್ತಾಳೆ.

This kind of thinking shows how numbers follow certain rules and patterns. In everyday life, we often use such reasoning while arranging objects, sharing items equally, or solving puzzles. Some numbers behave in predictable ways when added, multiplied, or divided, and these behaviours can be explained using general forms and algebraic expressions.

In this chapter, Number Play, we explore interesting patterns in numbers, study divisibility and remainders, and use variables to describe general rules. We learn to decide whether certain statements are always true, sometimes true, or never true, and justify our answers logically. Through puzzles and playful activities, this chapter helps develop number sense, logical reasoning, and algebraic thinking, making mathematics both meaningful and enjoyable.

5.1. Is This a Multiple Of?

Sum of Consecutive Numbers

Aravind is exploring sums of consecutive numbers. He has written the following -

$7 = 3 + 4$
$10 = 1 + 2 + 3 + 4$
$12 = 3 + 4 + 5$
$15 = 7 + 8$
$= 4 + 5 + 6$
$= 1 + 2 + 3 + 4 + 5$

Now, he is wondering -

- "Can I write every natural number as a sum of consecutive numbers?"
- "Which numbers can I write as the sum of consecutive numbers in more than one way?"
- "Ohh, I know all odd numbers can be written as a sum of two consecutive numbers. Can we write all even numbers as a sum of consecutive numbers?"
- "Can I write 0 as a sum of consecutive numbers? Maybe I should use negative numbers."



? Explore these questions and any others that may occur to you. Discuss them with the class.

? Take any 4 consecutive numbers. For example, 3, 4, 5, and 6. Place '+' and '-' signs in between the numbers. How many different possibilities exist? Write all of them.

$3 + 4 - 5 + 6$

$3 - 4 - 5 - 6$

AP SCERT

ಈ ರೀತಿಯ ಆಲೋಚನೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ನಿಯಮಗಳು ಮತ್ತು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆಯೋ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ನಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಕೂಡಾ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸುವುದು, ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಅಥವಾ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಪರಿಷ್ಕರಿಸುವುದಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ತಾರ್ಕಿಕ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಂಕಲನ, ಗುಣಾಕಾರ ಅಥವಾ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಿದಾಗ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಿಧವಾದ ವರ್ತನೆಗಳನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುತ್ತವೆ. ಈ ವರ್ತನೆಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪಗಳು ಮತ್ತು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮೂಲಕ ವಿವರಿಸಬಹುದು.

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ 'ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಆಟ' ಮೂಲಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸುವ ಆಸಕ್ತಿಕರವಾದ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತೇವೆ. ಭಾಜ್ಯತೆ ಮತ್ತು ಶೇಷಗಳ ಕುರಿತು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಬಳಸುವ ಮೂಲಕ ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಕೆಲವು ಗಣಿತ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಸತ್ಯವೇ, ಕೆಲವು ಸಲ ಮಾತ್ರ ಸತ್ಯವೇ, ಇಲ್ಲವೇ ಯಾವಾಗಲೂ ಅಸತ್ಯವೇ ಎಂಬ ವಿಷಯವನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿಯುತ್ತೇವೆ. ಒಗಟುಗಳು ಮತ್ತು ಮೋಜಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ಈ ಅಧ್ಯಾಯ ಸಂಖ್ಯಾ ತಿಳುವಳಿಕೆ, ತಾರ್ಕಿಕ ಆಲೋಚನೆ ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಮಾಡಿ, ಗಣಿತವನ್ನು ಅರ್ಥವಂತವಾಗಿ ಮತ್ತು ಆಸಕ್ತಿಕರವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸುತ್ತದೆ.

5.1. ಇದು ಗುಣಕವೇ?

ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ

ಅರವಿಂದ್, ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಅವನು ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ –

$7 = 3 + 4$
$10 = 1 + 2 + 3 + 4$
$12 = 3 + 4 + 5$
$15 = 7 + 8$
$= 4 + 5 + 6$
$= 1 + 2 + 3 + 4 + 5$

ಈಗ ಅವನು ಆಶ್ಚರ್ಯಚಕಿತನಾಗಿದ್ದಾನೆ –

- "ನಾನು ಪ್ರತಿ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ"
- "ನಾನು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು."
- "ಓಹ್, ಎಲ್ಲಾ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ನನಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ."

ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ನಾವು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

- "ನಾನು ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ? ಬಹುಶಃ ಅವಶ್ಯವಿದ್ದರೆ ನಾನು ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು.."



? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ನಿಮಗೆ ಉದ್ಭವಿಸಬಹುದಾದ ಯಾವುದೇ ಇತರ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಯೋಚಿಸಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿರಿ.

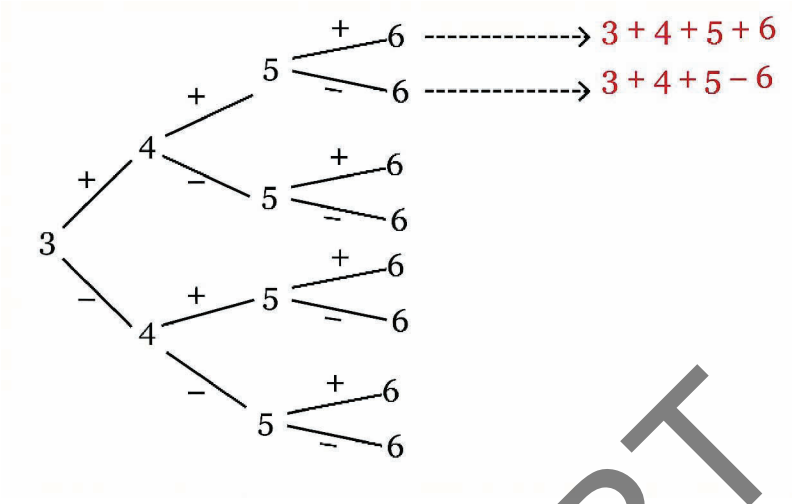
? ಯಾವುದೇ 4 ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 3, 4, 5 ಮತ್ತು 6. ರ ನಡುವೆ '+' ಮತ್ತು '–' ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿ. ಎಷ್ಟು ವಿಭಿನ್ನ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಿವೆ? ಅವೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಬರೆಯಿರಿ.

$3 + 4 - 5 + 6$

$3 - 4 - 5 - 6$

AP SCERT

Eight such expressions are possible. You can use the diagram below to systematically list all the possibilities.



? Evaluate each expression and write the result next to it. Do you notice anything interesting?

? Now, take four other consecutive numbers. Place the '+' and '-' signs as you have done before. Find out the results of each expression. What do you observe?

? Repeat this for one more set of 4 consecutive numbers. Share your findings.



3 + 4 – 5 + 6 = 8 3 – 4 – 5 – 6 = –12 . . .	5 + 6 – 7 + 8 = 12 5 – 6 – 7 – 8 = –16 . . .	_ + _ – _ + _ = _ _ – _ – _ – _ = _ . . .

Some sums appear always no matter which 4 consecutive numbers are chosen. Isn't that interesting?

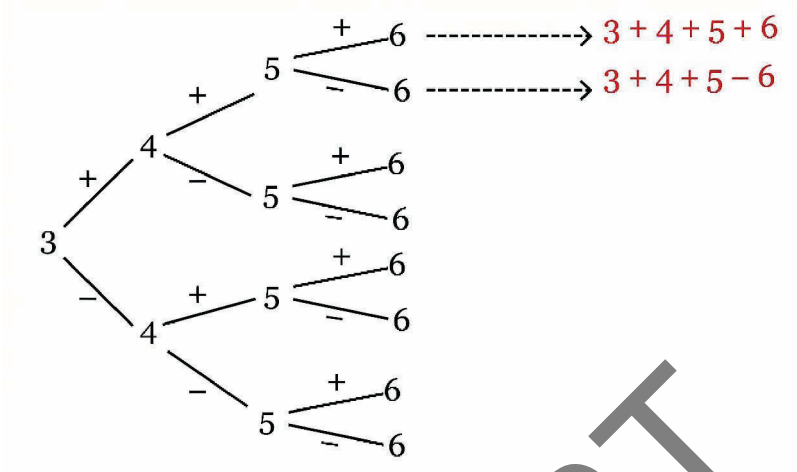
? Do these patterns occur no matter which 4 consecutive numbers are chosen? Is there a way to find out through reasoning?

Hint: Use algebra and describe the 8 expressions in a general form.

You might have noticed that the results of all expressions are even numbers. Even numbers have a factor of 2. Negative numbers having a factor 2 are also even numbers, for example, - 2, - 4, - 6, and so on. Check if anyone in your class got an odd number.

AP SCERT

ಇಂತಹ ಎಂಟು ಉಕ್ತಿಗಳು ಸಾಧ್ಯ. ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ವ್ಯವಸ್ಥಿತವಾಗಿ ಪಟ್ಟಿಮಾಡಲು ನೀವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.



? ಪ್ರತಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಏನಾದರೂ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಸಂಗತಿ ಗಮನಿಸಿರುವಿರಾ?

? ಈಗ ಬೇರೆ ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಹಿಂದೆ ಮಾಡಿದಂತೆ '+' ಮತ್ತು '−' ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿ. ಪ್ರತಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ.

? ಇದನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣಕ್ಕೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ. ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದ್ದನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.



3 + 4 − 5 + 6 = 8	5 + 6 − 7 + 8 = 12	_ + _ − _ + _ = _
3 − 4 − 5 − 6 = −12	5 − 6 − 7 − 8 = −16	_ − _ − _ − _ = _
. . .	. . .	. . .

APSCERT

ಕೆಲವು ಮೊತ್ತಗಳು ಯಾವುದೇ ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೂ ಯಾವಾಗಲೂ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಅದು ಅಷ್ಟು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಲ್ಲವೇ?

? ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೂ ಈ ಮಾದರಿಗಳು ಸಂಭವಿಸುತ್ತವೆಯೇ? ತಾರ್ಕಿಕತೆಯ ಮೂಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಒಂದು ಮಾರ್ಗವಿದೆಯೇ?

ಸುಳಿಹು : ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ ಮತ್ತು 8 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿ.

ಎಲ್ಲಾ ಉಕ್ತಿಗಳ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು. 2ರ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. 2ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಸಹ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ −2, −4, −6 ಮತ್ತು ಇತ್ಯಾದಿ. ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಯಾರಿಗಾದರೂ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಬಂದಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

When 4 consecutive numbers are chosen, no matter how the '+' and '-' signs are placed between them, the resulting expressions always have even parity.

Now take any 4 numbers, place '+' and '-' signs in the eight different ways, and evaluate the resulting expression. What do you observe about their parities?



Repeat this with other sets of 4 numbers.

? Is there a way to explain why this happens?

Hint: Think of the rules for parity of the sum or difference of two numbers.

Explanation 1: Let us consider any of the 8 expressions formed by four numbers a, b, c, and d. When one of its signs is switched, its value always increases or decreases by an even number! Let us see why.

Consider one of the expressions: a + b - c - d.

Replacing +b by - b, we get

a - b - c - d.

By how much has the number changed? It has changed by

(a + b - c - d) - (a - b - c - d)

= a + b - c - d - a + b + c + d (notice how the signs changed when we opened the second set of brackets)

= 2b (this is an even number).

If the difference between two numbers is even, can they have different parities? No! So either both are even or both are odd.

Now, let us see what happens when a negative sign is switched to a positive sign.

? Replace any negative sign in the expression a + b - c - d with a positive sign and find the difference between the two numbers.

? What do you conclude from this observation?

Starting from any expression, we can get 7 expressions by switching one or more '+' and '-' signs. Thus, all the expressions have the same parity!

Explanation 2: We know that

odd ± odd = even

even ± even = even

odd ± even = odd.

AP SCERT

4 ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದಾಗ, ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯೆ '+' ಮತ್ತು '–' ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಎಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದರೂ ದೊರಕುವ ಉಕ್ತಿಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

ಯಾವುದೇ **4** ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. **8** ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ '+' ಮತ್ತು '–' ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿ ಮತ್ತು ಉಂಟಾಗುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಿ. ಅವುಗಳ ಸಮತೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಾ? ಇದೇ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು **4** ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಇತರ ಗಣಗಳೊಂದಿಗೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.



? ಇದು ಏಕೆ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ವಿವರಿಸಲು ಒಂದು ಮಾರ್ಗವಿದೆಯೆ?

ಸುಳಿಹು : ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಸಮತೆ (ಸಮಮಿತಿ) ನಿಯಮಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ.

ವಿವರಣೆ 1 : **a, b, c** ಮತ್ತು **d** ಈ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ **8** ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದನ್ನಾದರೂ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಅದರ ಒಂದು ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬದಲಿಸಿದಾಗ (ಉದಾಹರಣೆಗೆ '+' ನ್ನು '–'ಯಾಗಿ ಅಥವಾ '–' ನ್ನು '+' ಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ), ಅದರ ಮೌಲ್ಯವು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ! ಏಕೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ : **a + b - c - d.**

ಇದರಲ್ಲಿ **+b** ನ್ನು **- b** ಮಾಡಿದಾಗ (**+b** ನ್ನು **- b** ಯಿಂದ ಬದಲಿಸಿದಾಗ)

a - b - c - d ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಎಷ್ಟರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬದಲಾಗಿದೆ? ಅದು ಬದಲಾದ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು

$= (a + b - c - d) - (a - b - c - d)$

$= a + b - c - d - a + b + c + d$

(ಎರಡನೇ ಆವರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.)

$= 2b$ ಇದು ಒಂದು ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವು ಬೇರೆ ಸಮತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದೇ? ಇಲ್ಲ! ಆದುದರಿಂದ ಎರಡೂ ಸರಿ ಅಥವಾ ಎರಡೂ ಬೆಸ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

ಈಗ, ಒಂದು ಋಣಾತ್ಮಕ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಧನಾತ್ಮಕ ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

? **a + b - c - d** ಎಂಬ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಋಣಾತ್ಮಕ ('–') ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಧನಾತ್ಮಕ ('+') ಚಿಹ್ನೆಯಾಗಿ ಬದಲಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? ಇದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಯಾವ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಬರುವಿರಿ.

ಯಾವುದೇ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ನಾವು ಒಂದು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು '+' ಮತ್ತು '–' ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವ ಮೂಲಕ 7 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಹಾಗಾಗಿ ಎಲ್ಲಾ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

ವಿವರಣೆ 2 : ನಾವು ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ –

ಬೆಸ ± ಬೆಸ = ಸರಿ

ಸರಿ ± ಸರಿ = ಸರಿ

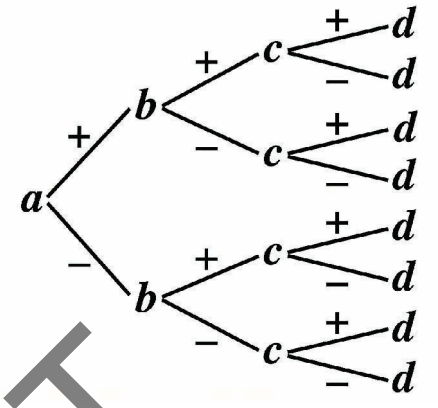
ಬೆಸ ± ಸರಿ = ಬೆಸ

APSCERT

We have seen that the parity of a + b and a - b is the same, regardless of the parities of a and b.

In short, a ± b have the same parity. By the same argument, a ± b + c and a ± b - c have the same parity. Extending this further, we can say that all the expressions a ± b ± c ± d have the same parity.

Explanation 3 : This can also be explained using the positive and negative token model you studied in the chapter on Integers. Try to think how.



The number of ways to choose any 4 numbers a, b, c, d and combine them using a '+' and '-' signs is infinite. Mathematical reasoning allows us to prove that all the combinations a ± b ± c ± d always have the same parity, without having to go through them one by one.



Several problems in mathematics can be thought about and solved in different ways. While the method you came up with may be dear to you, it can be amusing and enriching to know how others thought about it. Two tidbits: 'share' and 'listen'.

? Is the phenomenon of all the expressions having the same parity limited to taking 4 numbers? What do you think?



'What if ...?', 'Will it always happen?'- Wondering and posing questions and conjectures is as much a part of mathematics as problem solving.

Breaking Even

We know how to identify even numbers. Without computing them, find out which of the following arithmetic expressions are even.

43 + 37	672 – 348	4 × 347 × 3	708 – 477
809 + 214	119 × 303	543 – 479	513^3

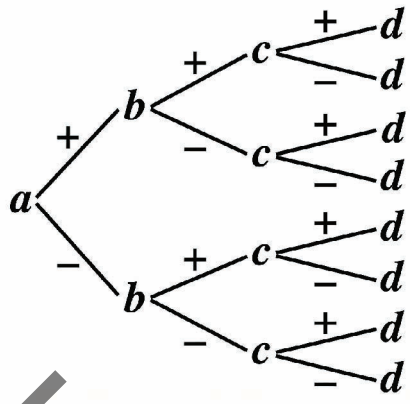
? Using our understanding of how parity behaves under different operations, identify which of the following algebraic expressions give an even number for any integer values for the letter-numbers.

$2a + 2b$	$3g + 5h$	$4m + 2n$	$2u - 4v$	
$13k - 5k$	$6m - 3n$	$x^2 + 2$	$b^2 + 1$	$4k \times 3j$

AP SCERT

a ಮತ್ತು **b** ಗಳ ಸಮತೆಗಳು ಏನೇ ಇರಲಿ. **a + b** ಮತ್ತು **a - b** ಗಳ ಸಮತೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ, **a ± b** ಒಂದೇ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಇದೇ ತರ್ಕದ ಪ್ರಕಾರ,**a ± b + c** ಮತ್ತು **a ± b - c** ಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಇದನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ವಿಸ್ತರಿಸಿದರೆ **a ± b ± c ± d** ರೂಪದ ಎಲ್ಲಾ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.



ವಿವರಣೆ 3: ನೀವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿದ ಧನಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ಋಣಾತ್ಮಕ ಟೋಕನ್ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಹ ಇದನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

'+' ಮತ್ತು '−' ಚಿಹ್ನೆಗಳೊಂದಿಗೆ **a, b, c, d** ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅನಂತವಾಗಿದೆ. ಗಣಿತದ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯು, ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಹೋಗದೆ, **a ± b ± c ± d** ಯ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಯೋಜನೆಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಲು ನಮಗೆ ದಾರಿ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.



ಗಣಿತದಲ್ಲಿನ ಹಲವಾರು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಯೋಚಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸಬಹುದು. ನೀವು ಬಳಸುವ ವಿಧಾನವು ನಿಮಗೆ ಪ್ರಿಯವಾಗಿದ್ದರೂ, ಇತರರು ಅದರ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಗೆ ಯೋಚಿಸುತ್ತಾರೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ರಂಜನೀಯ ಮತ್ತು ಪುಷ್ಟೀಕರಿಸುವುದಾಗಿದೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಆಲಿಸಿ.

? ಎಲ್ಲಾ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಿದ್ಯಮಾನವು **4** ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಮಾತ್ರ ಸೀಮಿತವಾಗಿದೆಯೇ? ನೀವು ಏನು ಯೋಚಿಸುತ್ತೀರಿ?



ಇದಲ್ಲದೆ ಹೋದರೆ ....? 'ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆಯೇ? ' ಚಕಿತಗೊಳ್ಳುವುದು, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಊಹೆಗಳು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ಗಣಿತದ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತುಂಡರಿಸುವುದು :

ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡದೆ ಹೇಗೆ ಗುರುತಿಸುವುದು ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಅಂಕಗಣಿತದ ಯಾವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$43 + 37$	$672 - 348$	$4 \times 347 \times 3$	$708 - 477$
$809 + 214$	119×303	$543 - 479$	513^3

? ಸಮತೆಯನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವ ನಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಮೌಲ್ಯಕ್ಕೆ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಕೊಡುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

$2a + 2b$	$3g + 5h$	$4m + 2n$	$2u - 4v$	
$13k - 5k$	$6m - 3n$	$x^2 + 2$	$b^2 + 1$	$4k \times 3j$

APSCERT

The expression 4m + 2q will always evaluate to an even number for any integer values of m and q. We can justify this in two different ways -

- We know 4m is even and 2q is even for any integers m and q. Therefore, their sum will also be even.
- The expression 4m + 2q is equal to the expression 2(2m + q). Here, the expression 2(2m + q) means 2 times 2m + q. In other words, 2 is a factor of this expression. Therefore, this expression will always give an even number for any integers m and q.

  For example, if m = 4 and q = - 9, the expression 4m + 2q becomes $4 \times 4 + 2 \times (-9) = -2$, which is an even number.

In the expression $x^2 + 2$, x^2 is even if x is even, and x^2 is odd if x is odd. Therefore, the expression $x^2 + 2$ will not always give an even number. An example and a non-example for when the expression evaluates to an even number - (i) if x = 6, then $x^2 + 2 = 38$, and (ii) if x = 3, then $x^2 + 2 = 11$.

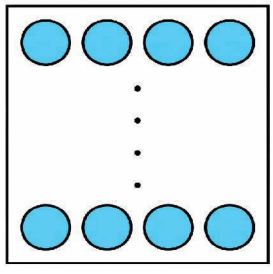
? Similarly, determine and explain which of the other expressions always give even numbers. Write a couple of examples and non-examples, as appropriate, for each expression.

? Write a few algebraic expressions which always give an even number.

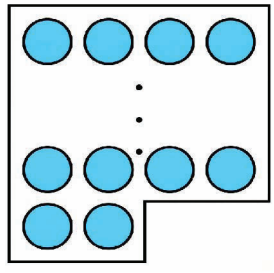
Pairs to Make Fours

? Take a pair of even numbers. Add them. Is the sum divisible by 4? Try this with different pairs of even numbers. When is the sum a multiple of 4, and when is it not? Is there a general rule or a pattern?

Even numbers can be of two types based on the remainders they leave when divided by 4.



Even numbers that are multiples of 4 leave a remainder of 0 when divided by 4.



Even numbers that are not multiples of 4 leave a remainder 2 when divided by 4.

AP SCERT

ಬೀಜೋಕ್ತಿ $4m + 2q$ ನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಯಾವುದೇ m ಮತ್ತು q ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ನಾವು ಇದನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮರ್ಥಿಸಬಹುದು ---

- ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಯಾವುದೇ m ಮತ್ತು 'q' ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ $4m$ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು $2q$ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಆದುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಆಗುತ್ತದೆ.
- ಬೀಜೋಕ್ತಿ $4m + 2q$ ಯು ಬೀಜೋಕ್ತಿ $2(2m + q)$ ಗೆ ಸಮ. ಇಲ್ಲಿ $2(2m + q)$ ಎಂದರೆ $2 \times (2m + q)$ ನ ಎರಡರಷ್ಟು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನ 2 ಆಗಿದೆ ಆದ್ದರಿಂದ. ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಯಾವುದೇ m ಮತ್ತು q ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $m = 4$ ಮತ್ತು $q = -9$ ಆದರೆ, $4m + 2q = 4 \times 4 + 2 \times (-9) = 16 - 18 = -2$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಒಂದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ.

$x^2 + 2$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ x ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ x^2 ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು x ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ x^2 ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಬೀಜೋಕ್ತಿ $x^2 + 2$ ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡುವುದಿಲ್ಲ.

ಬಿಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಒಂದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಮೌಲ್ಯೀಕರಿಸುವ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲದ್ದು:

i) $x = 6$ ಆದರೆ, $x^2 + 2 = 36 + 2 = 38$ ಮತ್ತು **(ii)** $x = 3$ ಆದರೆ $x^2 + 2 = 9 + 2 = 11$

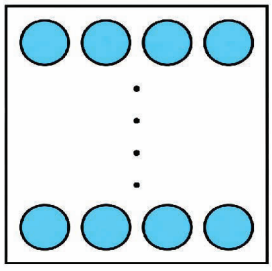
? ಇದೇ ರೀತಿ ಇನ್ನೂ ಇತರೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿವರಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲದವುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

? ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡುವ ಕೆಲವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

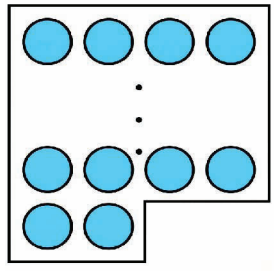
ನಾಲ್ಕನ್ನು ಮಾಡಲು ಜೋಡಿಗಳು

? ಒಂದು ಜೋಡಿ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ. ಆ ಮೊತ್ತವು 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೆ? ವಿಭಿನ್ನ ಜೋಡಿ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗ 4ರ ಗುಣಕವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಯಾವಾಗ ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ? ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮ ಅಥವಾ ಮಾದರಿ ಇದೆಯೇ?

4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಎರಡು ವಿಧದ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರಬಹುದು.



4ರ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಗುಣಕಗಳನ್ನು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷವು ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.



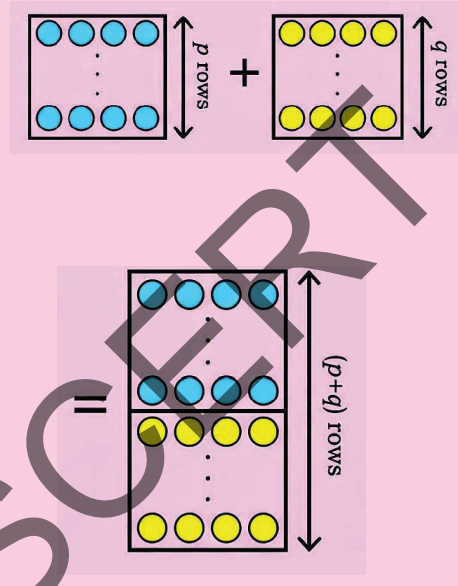
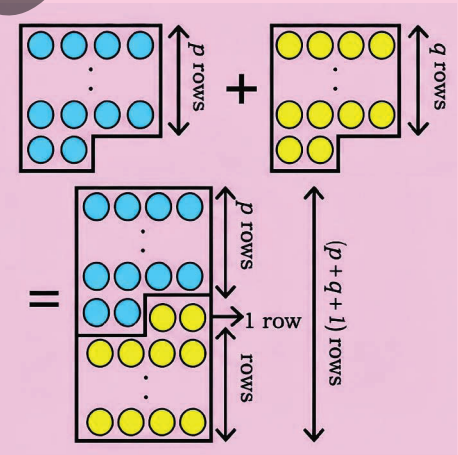
4ರ ಗುಣಕವಲ್ಲದ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷವು 2 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

AP SCERT

When will two even numbers add up to give a multiple of 4?

This problem is similar to the question of identifying when adding two numbers will result in an even number. Can you see this?

There are three cases to examine:

Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
Adding two (even) numbers that are multiples of 4 will always give a multiple of 4	4p and 4q. 4p + 4q = 4 (p + q).		4, 12, 16, 24, 36. 12 + 16 = 4 (3 + 4) = 28. 16 + 28 = 4 (4 + 7) = 44.
Adding two even numbers that are not multiples of 4 will always give a multiple of 4 because their remainders of 2 add up to 4.	(4p + 2) and (4q + 2). (4p + 2) + (4q + 2) = 4p + 4q + 4 = 4 (p + q + 1).		2, 6, 10, 18, 22, 42. 2 + 6 = 8. 6 + 10 = 16. 22 + 6 = 28.

What happens when we add a multiple of 4 to an even number that is not a multiple of 4? Is it similar to the case of the parity of the sum of an even and an odd number?

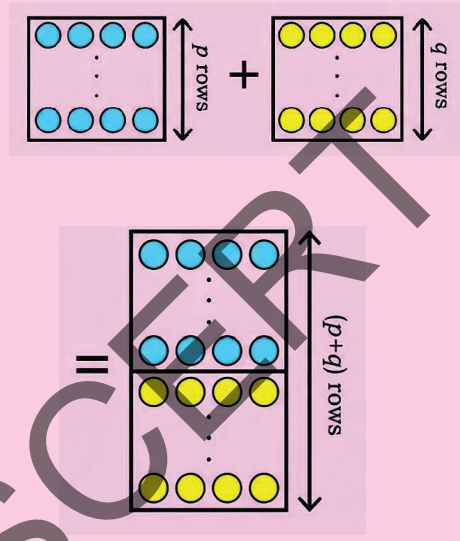
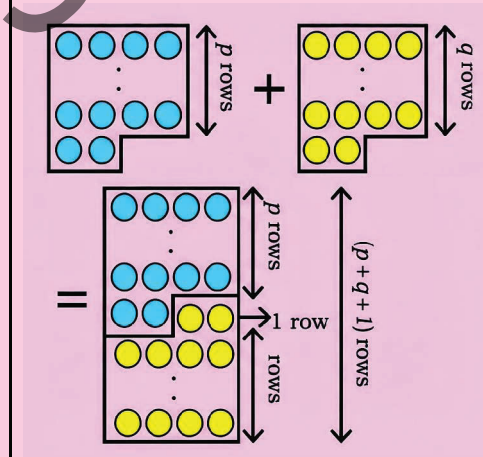
Look at the following expressions and the visualisation. Write the corresponding explanation and examples.

APSCERT

? ಎರಡು ಸಮಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗ 4 ರ ಗುಣಕವಾಗುವುದು?

ಯಾವಾಗ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಅದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ಪ್ರಶ್ನೆಯಂತೆಯೇ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯೂ ಇದೆ. ನೀವು ಇದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದೇ?

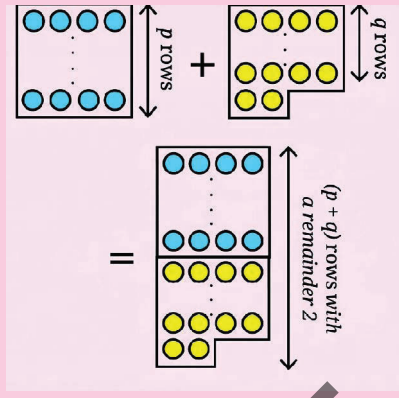
ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಮೂರು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿವೆ.

ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
ಎರಡು 4ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು (ಸರಿ) ಕೂಡಿದಾಗ ಯಾವಾಗಲೂ 4ರ ಗುಣಕವನ್ನೇ ಕೊಡುತ್ತವೆ.	4p ಮತ್ತು 4q. 4p + 4q = 4 (p + q).		4, 12, 16, 24, 36. 12 + 16 = 4 (3 + 4) = 28. 16 + 28 = 4 (4 + 7) = 44.
4ರ ಗುಣಕವಲ್ಲದ ಎರಡು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಯಾವಾಗಲೂ 4ರ ಗುಣಕವನ್ನೇ ಕೊಡುತ್ತವೆ, ಏಕೆಂದರೆ ಎರಡರ ಶೇಷ 2ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ 4 ಆಗುತ್ತದೆ.	(4p + 2) ಮತ್ತು (4q + 2). (4p + 2) + (4q + 2) = 4p + 4q + 4 = 4 (p + q + 1).		2, 6, 10, 18, 22, 42. 2 + 6 = 8. 6 + 10 = 16. 22 + 6 = 28.

4ರ ಗುಣಕವಲ್ಲದ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗೆ ನಾವು 4ರ ಗುಣಕವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಇದು ಸರಿ ಮತ್ತು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಮತೆಯ ಪ್ರಕರಣವನ್ನು ಹೋಲುತ್ತದೆಯೇ?

? ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣವನ್ನು ನೋಡಿ. ಅದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿವರಣೆ ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

APSCERT

Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
	4p and (4q + 2) = 4p + (4q + 2) = 4p + 4q + 2 = 4 (p + q) + 2.		

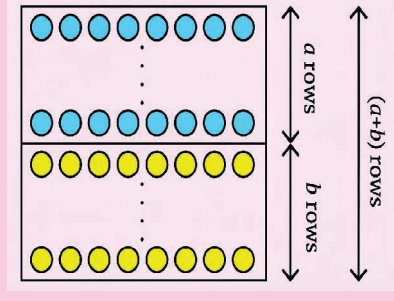
Notice how we are able to generalise and prove properties of arithmetic using algebra and also using visualisation.

Always, Sometimes, or Never

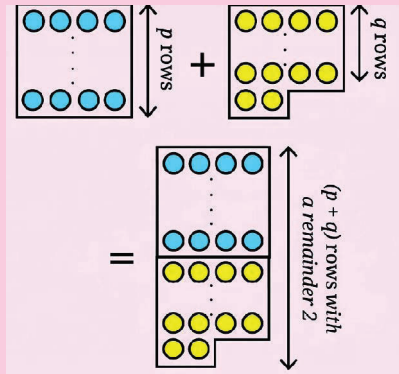
We examine different statements about factors and multiples and determine whether a statement is 'Always True', 'Sometimes True', or 'Never True'.

We know that the sum of any two multiples of 2 is also a multiple of 2.

1. If 8 exactly divides two numbers separately, it must exactly divide their sum.

Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
The two numbers have 8 as a factor; in other words, the two numbers are multiples of 8.	8a and 8b.		8 and 16. 16 and 56. 80 and 120.
As multiples of 8 are obtained by repeatedly adding 8, the sum of two multiples of 8 will also be a multiple of 8.	8a + 8b = 8 (a + b).		8 + 16 = 8 (1 + 2) = 24. 16 + 56 = 72. 80 + 120 = 200.

APSCERT

ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
	$4p$ ಮತ್ತು $(4q + 2)$ $= 4p + (4q + 2)$ $= 4p + 4q + 2$ $= 4 (p + q) + 2.$		

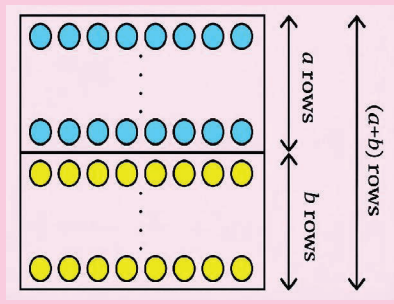
ನಾವು ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಅಂಕಗಣಿತದ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಲು ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಯಾವಾಗಲೂ, ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಅಥವಾ ಎಂದಿಗೂ ಸರಿಯಲ್ಲ

? ನಾವು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಗುಣಕಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆಯು 'ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ', 'ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸರಿ', 'ಎಂದಿಗೂ ಸರಿಯಲ್ಲ' ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತೇವೆ.

2ರ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸಹ 2ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

? 1. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಮತ್ತು ನಿಖರವಾಗಿ 8 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಅದು ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಬೇಕು.

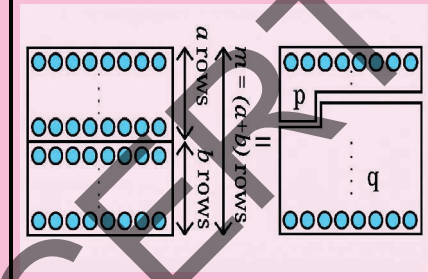
ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 8 ನ್ನು ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ ಹೊಂದಿವೆ. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 8ರ ಗುಣಕಳಾಗಿವೆ.	$8a$ ಮತ್ತು $8b$.		8 ಮತ್ತು 16. 16 ಮತ್ತು 56. 80 ಮತ್ತು120.
8 ನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿ/ ಪದೇ ಪದೇ ಕೂಡಿ 8ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವುದರಿಂದ, 8ರ ಎರಡು ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಸಹ 8ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.	$8a + 8b$ $= 8 (a + b)$.		$8 + 16$ $= 8(1+2) = 24.$ $16 + 56 = 72.$ $80 + 120$ $= 200.$

AP SCERT

Statement 1 is always true. Determine if it is true with subtraction.

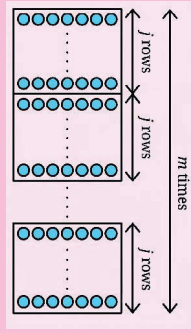
In general, **if a divides M and a divides N, then a divides M + N and a divides M - N. In other words, if M and N are multiples of a, then M + N and**

2. If a number is divisible by 8, then 8 also divides any two numbers (separately) that add up to the number.

Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
A number divisible by 8 is a multiple of 8.	8m		8, 16, 56, 72
A number divisible by 8 can be expressed as a sum of two multiples of 8 or sum of two non-multiples of 8.	8m = 8a + 8b 8m = p + q (p, q not multiples of 8)		72 = 48 + 24 (8 × 9 = 8×6 + 8×3). 72 = 50 + 22

So, Statement 2 is sometimes true.

3. If a number is divisible by 7, then all multiples of that number will be divisible by 7.

Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
Number dvisible by 7 will have 7 as a factor.	7j		14 = 7 × 2 (j = 2) 42 = 7 × 6 (j = 6) 98 = 7 × 14 (j = 14)
This contains a total of mj rows. So this is also a multiple of 7.	(7j) × m		Some multiples of 14: 28 = (7 × 2) × 2. 70 = (7 × 2) × 5. 154 = (7 × 2) × 11.

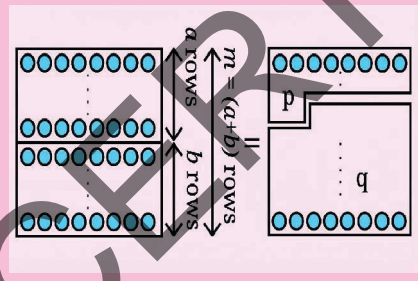
The number 7jm or (7 × j × m) has a factor of 7. We can see that statement 3 is always true.

APSCERT

ಹೇಳಿಕೆ 1 ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ. ವ್ಯವಕಲನದೊಂದಿಗೆ ಇದು ಸರಿಯೇ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

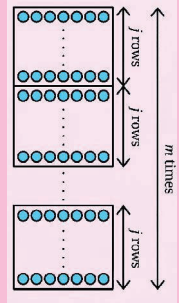
ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, **a** ಯು **M** ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಆಗ **a** ಯು **N** ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ, **a** ಯು **M + N** ನ್ನು ಮತ್ತು **M – N** ಎರಡನ್ನೂ ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, **M** ಮತ್ತು **N** ಗಳು **a** ಯ ಗುಣಕವಾದರೆ, ಆಗ **M + N** ಮತ್ತು **M – N** ಗಳೂ ಸಹ **a** ಯ ಗುಣಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

? 2. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 8 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆಗ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸೇರಿಸುವ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಸಹ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ 8 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
8 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 8ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ.	**8m**		8, 16, 56, 72
8 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 8ರ ಎರಡು ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಅಥವಾ 8ರ ಗುಣಕವಲ್ಲದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.	**8m = 8a + 8b** **8m = p + q** (p, q ಗಳು 8 ರ ಗುಣಕಗಳಲ್ಲ.)		72 = 48 + 24 (8 × 9 = 8×6 + 8×3). 72 = 50 + 22

ಆದ್ದರಿಂದ ಹೇಳಿಕೆ 2 ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸರಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

? 3. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳು 7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

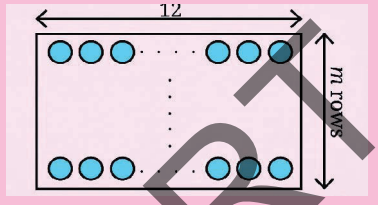
ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 7 ನ್ನು ಅಪವರ್ತನವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ	**7j**		14 = 7 × 2 (j = 2) 42 = 7 × 6 (j = 6) 98 = 7 × 14 (j = 14)
ಇದು ಒಟ್ಟು **mj** ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಇದು **7**ರ ಗುಣಕವೂ ಸಹ ಆಗಿದೆ.	**(7j) × m**		14: ರ ಕೆಲವು ಗುಣಕಗಳು 28 = (7 × 2) × 2. 70 = (7 × 2) × 5. 154 = (7 × 2) × 11.

7jm ಅಥವಾ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ **(7 × j × m)** 7 ನ್ನು ಅಪವರ್ತನವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಹೇಳಿಕೆ 3 ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು.

AP SCERT

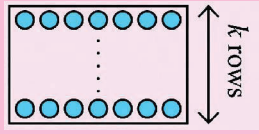
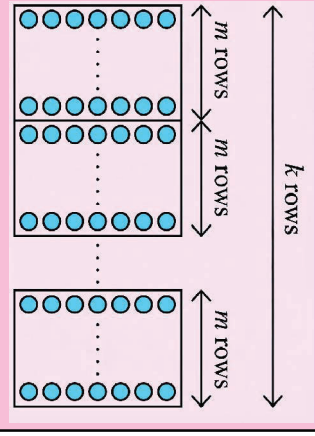
In general, **if A is divisible by k, then all multiples of A are divisible by k.**

? 4. If a number is divisible by 12, then the number is also divisible by all the factors of 12.

Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
A number divisible by 12 is a multiple of 12.	12m		12, 24, 36, 48, 108, 132.
Factors of multiples of 12 will include factors of 12.	12m = 2 × 6 × m = 3 × 4 × m	 A factor of 12 covers a row fully. Hence, it covers all multiples of 12 fully.	Factors of 24 :1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

In general, **if A is divisible by k, then all multiples of A are divisible by k.** Hence statement 4 is always true.

? 5. If a number is divisible by 7, then it is also divisible by any multiple of 7.

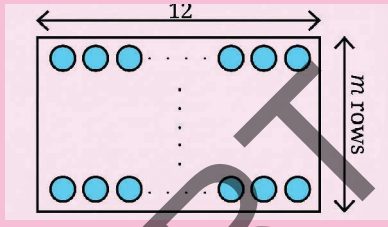
Explanation with Algebra and Visualisation			Examples
Numbers divisible by 7 are multiples of 7.	7k		
Multiples of 7. 7k will be divisible by 7m if and only if m is a factor of k.	7m If k = ym then 7k ÷ 7m = 7ym ÷ 7m = y		42 (7 × 6) is divisible by 7 but it is not divisible by 28 (7 × 4). 42 (7 × 6) is divisible by 7 and it is divisible

We can see that this statement is only sometimes true.

APSCERT

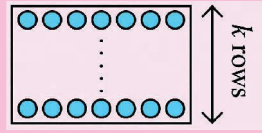
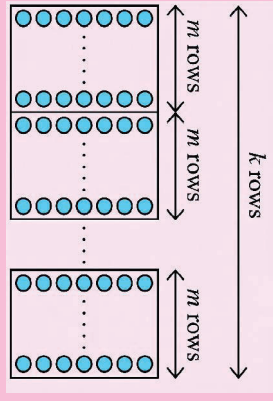
ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, A ಯು k ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, A ಯ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳೂ ಸಹ kಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

? 4. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 12 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 12 ರ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತನಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
12ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು **12**ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ	**12m**		**12, 24, 36, 48, 108, 132.**
12ರ ಗುಣಕಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳು **12**ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ	**12 m** **= 2 × 6 × m** **= 3 × 4 × m**	 **12**ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಒಂದು ಸಾಲನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಇದು **12**ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸಿದೆ.	**24** ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು **:1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.**

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, A ಯು k ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, A ಯು kನ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತನಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಹೇಳಿಕೆ 4 ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ.

? 5. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಅದು 7 ರ ಯಾವುದೇ ಗುಣಕದಿಂದಲೂ ಸಹ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ವಿವರಣೆ			ಉದಾಹರಣೆಗಳು
7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು **7**ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿವೆ	**7k**		
7 ರ ಗುಣಕಗಳು. **k** ಯ ಅಪವರ್ತನ **m** ಆದಾಗ ಮಾತ್ರ **7k** ಯು **7m** ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ	**7m** **If k = ym** ಆದಾಗ **7k ÷ 7m =** **7ym ÷ 7m** **= y**		42 (7×**6**) ಯು 7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ 28 (7×**4**) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ. 42 (7×**6**) ಯು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲಸ್ಪಡುತ್ತದೆ ಆದರೆ 14 (7×**2**) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

ಈ ಹೇಳಿಕೆಯು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಮಾತ್ರ ಸರಿ ಎಂದು ನಾವು ಕಾಣಬಹುದು.

APSCERT

Examine each of the following statements, and determine whether it is 'Always true', 'Sometimes true', Never true'.

6. If a number is divisible by both 9 and 4, it must be divisible by 36.

7. If a number is divisible by both 6 and 4, it must be divisible by 24.

In general, if A is divisible by k and A is also divisible by m, then A is divisible by the LCM of k and m. This is because A is a multiple of k and also a multiple of m, so A's prime factorisation should contain the prime factorisation of LCM (k, m).



8. When you add an odd number to an even number we get a multiple of 6.

We know that multiples of 6 are all even numbers.

The sum of an odd number and an even number will be an odd number. Therefore, this statement is never true. We can also explain this algebraically. Suppose,

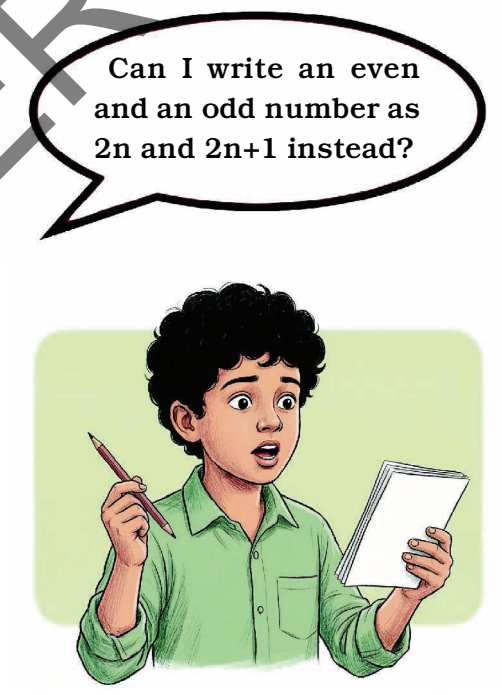
$$(2n) + (2m + 1) = 6j,$$

where 2n is an even number, 2m + 1 is an odd number, and 6j is a multiple of 6. Then

$$2n + 2m = 6j - 1$$

$$2 (n + m) = 6j - 1$$

which means 2(n + m), which is an even number, should be equal to 6j - 1, which is an odd number. This is never true.



What Remains?

Find a number that has a remainder of 3 when divided by 5. Write more such numbers.

Which algebraic expression(s) capture all such numbers?

(i) 3k + 5 (ii) 3k - 5 (iii) $\frac{3k}{5}$ (iv) 5k + 3 (v) 5k - 2 (vi) 5k - 3

AP SCERT

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದು 'ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ', 'ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸರಿ', 'ಎಂದಿಗೂ ಸರಿಯಲ್ಲ' ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

6. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ಮತ್ತು 4 ಎರಡರಿಂದಲೂ, ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಅದು 36 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

7. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 6 ಮತ್ತು 4 ಎರಡರಿಂದಲೂ, ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಅದು 24ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, A ಯು k ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಮತ್ತು A ಯು m ನಿಂದಲೂ ಸಹ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆಗ A ಯು k ಮತ್ತು m ನ ಲ.ಸಾ.ಅ (LCM) ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ A ಯು k ನ ಗುಣಕ ಮತ್ತು m ನ ಗುಣಕವೂ ಸಹ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ A ಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು ಲ.ಸಾ.ಅ LCM (k,m) ನ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರಬೇಕು.



8. ನೀವು ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿದಾಗ ನಮಗೆ 6 ರ ಗುಣಕ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ 6 ರ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಈ ಹೇಳಿಕೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯಲ್ಲ. ನಾವು ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಪ್ರಕಾರವೂ ವಿವರಿಸಬಹುದು.

ನಾನು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬದಲಾಗಿ **2n** ಮತ್ತು **2n+1** ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

$$(2n) + (2m + 1) = 6j,$$

ಇಲ್ಲಿ $2n$ ಒಂದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ, $2m + 1$ ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು $6j$ ಎಂಬುದು 6 ರ ಗುಣಕ.

ಆಗ,

$$2n + 2m = 6j - 1$$

$$2(n + m) = 6j - 1$$

ಇದರರ್ಥ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ $2(n + m)$, ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ $6j - 1$ ಗೆ ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು. ಇದು ಎಂದಿಗೂ ಸರಿಯಲ್ಲ



ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗುವುದು ಅಸಾಧ್ಯ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಎಂದಿಗೂ ನಿಜವಲ್ಲ.

ಉಳಿದಿದ್ದೇನು?

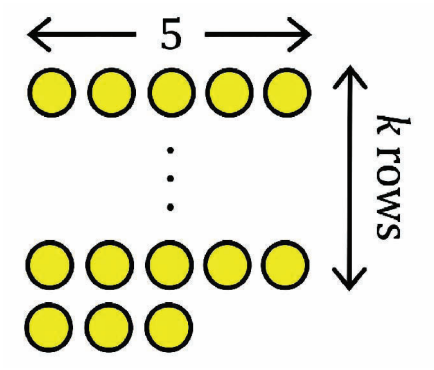
5ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟ 3 ಶೇಷ ಬರುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಂತಹ ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಯಾವ ಬೀಜೋಕ್ತಿ (ಗಳು) ಅಂತಹ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತವೆ?

(i) $3k + 5$ (ii) $3k - 5$ (iii) $\frac{3k}{5}$ (iv) $5k + 3$ (v) $5k - 2$ (vi) $5k - 3$

AP SCERT

The numbers that leave a remainder of 0 when divided by 5 are the multiples of 5. But we want numbers that leave a remainder of 3 when divided by 5. These numbers are 3 more than multiples of 5. Multiples of 5 are of the form 5k. So, numbers that leave a remainder of 3 when divided by 5 are those of the form 5k + 3



k =	0	1	2	3	4
$5k + 3$ =	3	8	13	18	23

? Let us consider another expression, 5k - 2, and see the values it takes for different values of k.

Numbers that leave a remainder of 3 when divided by 5 can also be seen as 2 less than multiples of 5; 5k - 2, where k $\geq$ 1.

k =	1	2	3	4	5
$5k - 2$ =	3	8	13	18	23

? Are there other expressions that generate numbers that are 3 more than a multiple of 5?

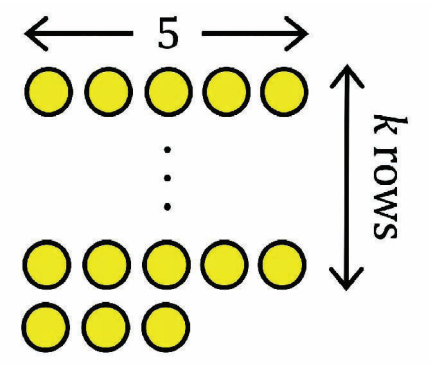


Figure it Out - 5.1

1. The sum of four consecutive numbers is 34. What are these numbers?
2. Suppose p is the greatest of five consecutive numbers. Describe the other four numbers in terms of p.
3. For each statement below, determine whether it is always true, sometimes true, or never true. Explain your answer. Mention examples and non-examples as appropriate. Justify your claim using algebra.
   (i) The sum of two even numbers is a multiple of 3.
   (ii) If a number is not divisible by 18, then it is also not divisible by 9.
   (iii) If two numbers are not divisible by 6, then their sum is not divisible by 6.

APSCERT

5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟು ಶೇಷ ಸೊನ್ನೆ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು **5** ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿವೆ. ಆದರೆ ನಮಗೆ **5** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟು ಶೇಷ **3** ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೇಕು. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು **5** ರ ಗುಣಕಗಳಿಗಿಂತ **3** ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತವೆ. **5** ರ ಗುಣಕಗಳು $5k$ ರೂಪದಲ್ಲಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ **5** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟು ಶೇಷ **3** ನ್ನು ನೀಡುವ ಸಂಖ्यೆಗಳು $5k + 3$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.



k =	0	1	2	3	4
$5k + 3$ =	3	8	13	18	23

? ನಾವು ಮತ್ತೊಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿ $5k - 2$ ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. k ಯ ವಿವಿಧ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಉಂಟಾಗುವ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

5ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟು ಶೇಷ 3 ನ್ನು ನೀಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 5 ರ ಗುಣಕಗಳಿಗಿಂತ 2 ಕಡಿಮೆ ಎಂದೂ ಸಹ ನೋಡಬಹುದು. ಅವು $5k - 2$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ $k \geq 1$.

? 5 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚು ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡುವ ಇತರ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿವೆಯೇ?

k =	1	2	3	4	5
$5k - 2$ =	3	8	13	18	23



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 5.1

1. ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 34. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?
2. **p** ಎಂಬುದು ಐದು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ. ಇತರ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು **p** ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ (ಪದಗಳಲ್ಲಿ) ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
3. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಹೇಳಿಕೆಗೂ ಅದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯೇ? ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸರಿಯೇ? ಅಥವಾ ಎಂದಿಗೂ ಸರಿಯಲ್ಲ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿರಿ. ಸೂಕ್ತವಾದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲದವುಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ. ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ ನಿಮ್ಮ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

   (i) ಎರಡು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 3 ರ ಗುಣಕವಾಗಿವೆ.

   (ii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 18ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡದಿದ್ದರೆ, ಅದು 9ರಿಂದಲೂ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

   (iii) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 6ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡದಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವು 6ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

AP SCERT

(iv) The sum of a multiple of 6 and a multiple of 9 is a multiple of 3.

(v) The sum of a multiple of 6 and a multiple of 3 is a multiple of 9.

4. Find a few numbers that leave a remainder of 2 when divided by 3 and a remainder of 2 when divided by 4. Write an algebraic expression to describe all such numbers.

5. "I hold some pebbles, not too many, When I group them in 3's, one stays with me. Try pairing them up - it simply won't do, A stubborn odd pebble remains in my view. Group them by 5, yet one's still around, But grouping by seven, perfection is found. More than one hundred would be far too bold, Can you tell me the number of pebbles I hold?"



6. Tilak has written several numbers that leave a remainder of 2 when divided by 6. He claims, "If you add any three such numbers, the sum will always be a multiple of 6." Is Tilak's claim true?

7. When divided by 7, the number 661 leaves a remainder of 3, and 4779 leaves a remainder of 5. Without calculating, can you say what remainders the following expressions will leave when divided by 7? Show the solution both algebraically and visually.

   (i) 4779 + 661 (ii) 4779 - 661

8. Find a number that leaves a remainder of 2 when divided by 3, a remainder of 3 when divided by 4, and a remainder of 4 when divided by 5. What is the smallest such number? Can you give a simple explanation of why it is the smallest?

5.2 Checking Divisibility Quickly

Earlier, you have learnt shortcuts to check whether a given number, written in the Indian number system is divisible by 2, 4, 5, 8, and 10. Let us revisit them.

Divisibility by 10, 5, and 2: If the units digit of a number is '0', then it is divisible by 10. Let us understand why this works through algebra. We can write the general form of a number in the Indian system using a set of letter-numbers. For example, a 5-digit number can be expressed as, edcba denoting e × 10000 + d × 1000 + c × 100 + b × 10 + a. The letter-numbers e, d, c, b, and a denote each digit of a 5-digit number.

AP SCERT

(iv) 6ರ ಗುಣಕ ಮತ್ತು 9 ರ ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವು 3 ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

(v) 6ರ ಗುಣಕ ಮತ್ತು 3 ರ ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವು 9 ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

4. 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಶೇಷ 2 ಮತ್ತು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಶೇಷ 2 ನ್ನು ನೀಡುವ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಂತಹ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

5. "ನನ್ನ ಬಳಿ ಕೆಲವು ಬೆಣಚು ಕಲ್ಲುಗಳಿವೆ. ಜಾಸ್ತಿ ಅಲ್ಲ. ನಾನು ಅವುಗಳನ್ನು 3 ರಂತೆ ಗುಂಪು ಮಾಡಿದಾಗ, ಒಂದು ಉಳಿಯುತ್ತದೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ – ಅದು ಸರಳವಾಗಿ ಆಗುವ ಕೆಲಸವಲ್ಲ ಒಂದು ಮೊಂಡುತನದ ಬೆಣಚುಕಲ್ಲು ಉಳಿಕೆ ನನ್ನ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು 5 ರಂತೆ ಗುಂಪು ಮಾಡಿದಾಗಲೂ, ಸಹ ಇನ್ನೂ ಒಂದು ಉಳಿಯುತ್ತದೆ ಆದರೆ 7 ರಂತೆ ಗುಂಪು ಮಾಡಿದಾಗ ಪರಿಪೂರ್ಣತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ. 100 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇರುವುದು ತುಂಬಾ ಧೈರ್ಯ, ನಾನು ಹಿಡಿದಿರುವ ಬೆಣಚು ಕಲ್ಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?"



6. ತಿಲಕ್ 6ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಶೇಷ 2 ನೀಡುವ ಹಲವಾರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ಅಥವಾ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತಿದ್ದಾನೆ: "ನೀವು ಅಂತಹ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ, ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ 6 ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ." ತಿಲಕ್‌ನ ಪ್ರತಿಪಾದನೆ ಸರಿಯೇ?

7. 661 ಸಂಖ್ಯೆಯು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಶೇಷ 3 ಉಳಿಯುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು 4779 ಸಂಖ್ಯೆಯು ಶೇಷ 5 ನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡದೆ/ಭಾಗಿಸದೇ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಎಷ್ಟು ಶೇಷವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಹುದೇ?

ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಪ್ರಕಾರ ಮತ್ತು ದೃಶ್ಯಾತ್ಮಕವಾಗಿ ತೋರಿಸಿ.

(i) 4779 + 661 **(ii) 4779 - 661**

8. 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 2 ನೀಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು, 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 3 ನ್ನು ಮತ್ತು 5ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 4ನ್ನು ನೀಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಂತಹ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು? ಇದು ಏಕೆ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿದೆ ಎನ್ನುವುದಕ್ಕೆ ನೀವು ಸರಳ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ನೀಡುವಿರಾ?

5.2 ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು

ನೀವು ಈ ಹಿಂದೆ ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆದ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯು 2, 4, 5, 8 ಮತ್ತು 10ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೋ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳನ್ನು (ತ್ವರಿತ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು) ಕಲಿತಿದ್ದೀರಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಮೆಲುಕು ಹಾಕೋಣ.

10, 5 ಮತ್ತು 2 ರ ಭಾಜ್ಯತೆ : ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನವು '0' ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದು 10ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಬೀಜಗಣಿತದ ಮೂಲಕ ಅದು ಏಕೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳೋಣ. ನಾವು ಅಕ್ಷರ – ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಭಾರತೀಯ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 5 ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು **edcba** ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

ಇದು $\mathbf{e \times 10000 + d \times 1000 + c \times 100 + b \times 10 + a}$ ಹೀಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು. ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ **e, d, c, b,** ಮತ್ತು **a** ಗಳು 5 ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

AP SCERT

Any number can be written in general as ... dcba, where the letter- numbers a, b, c and d represent the units, tens, hundreds and thousands digit, respectively, and so on. As a sum of place values, this number is - ... +1000d + 100c + 10b + a.

(For example, in the number 4075, d = 4, c = 0, b = 7, and a = 5.)

We know that each place value, with the exception of the units place, is a multiple of 10. So, 10b, 100c, ... all will be multiples of 10. Hence, the number will be divisible by 10 if and only if the units digit a is 0.

? Similarly, explain using algebra why the divisibility shortcuts for 5, 2, 4, and 8 work.

Let us now examine shortcuts to check divisibility by some other numbers and explain why they work!

A Shortcut for Divisibility by 9

? Can you say, without actually calculating, which of these numbers are divisible by 9: 999, 909, 900, 90, 990?

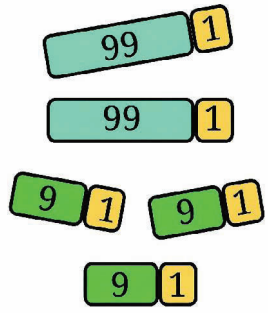
All of them.

? Can we say that any number made up of only the digits '0' and '9', in any order, will always be divisible by 9?

Yes, if each digit is either 0 or 9, then each term in its expanded form will be 9 × □ or 0 × □ (the '□' denotes a place value). This means each term will be a multiple of 9, for example,

99009 = 9 × 10000 + 9 × 1000 + 0 × 100 + 0 × 10 + 9 × 1.

But this shortcut alone cannot identify all the multiples of 9. Unlike the numbers 2, 5, and 10, we cannot identify the multiples of 9 by just looking at the unit's digit. 99 and 109 are two numbers with 9 as the units digit; but 99 is divisible by 9, while 109 is not.



? Is 10 divisible by 9? If not, what is the remainder?

Check the divisibility of other multiples of 10 (10, 20, 30, ...) by 9.

You will notice that for any multiple of 10, the remainder is the same as the number of tens.

? Similarly, look at the remainder when the multiples of 100 (100, 200, 300, ...) are divided by 9. What do you notice?

The remainder is the same as the number of hundreds for any multiple of 100.

? Using this observation, find the remainder when 427 is divided by 9.

AP SCERT

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ... **dcba** ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ **a, b, c, d** ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬಿಡಿ, ಹತ್ತು, ನೂರು ಮತ್ತು ಸಾವಿರಗಳ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಸ್ಥಾನಿಕ / ಜ್ಞಾನ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ, ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು – ... **+1000d + 100c + 10b + a.**

(ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 4075 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ **d = 4, c = 0, b = 7,a = 5.**)

ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಹೊರತು ಪಡಿಸಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸ್ಥಾನದ ಮೌಲ್ಯವು 10 ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ **10b**, **100c**, ... ಎಲ್ಲವೂ 10 ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ **a** ಯು ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿದ್ದಾಗ ಮಾತ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 10ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

? ಅದೇ ರೀತಿ, 5, 2, 4 ಮತ್ತು 8ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳು ಏಕೆ (ಹೇಗೆ) ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತವೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ ವಿವರಿಸಿ.

ಈಗ ನಾವು ಇತರ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳನ್ನು (ತ್ವರಿಗ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು) ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಹೇಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತವೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸೋಣ!

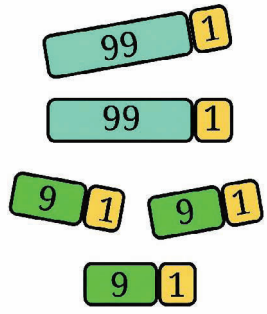
9ರ ಭಾಜ್ಯತೆಗೆ ಒಂದು ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ (ತ್ವರಿತ ಮಾರ್ಗ)

? ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡದೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೀವು ಎಲ್ಲವೂ ಹೇಳಬಹುದೇ? 999, 909, 900, 90, 990?

? '0' ಮತ್ತು '9' ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ?

ಹೌದು, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಂಕಿಯು 0 ಅಥವಾ 9 ಹಾಗಿದ್ದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತರಣಾ ರೂಪವು 9 × □ (ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ) ಅಥವಾ 0 × □ (ಸ್ಥಾನಬಲೆ) ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. '□' ಎಂಬುದು ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರರ್ಥ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದವೂ 9 ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ

99009 = 9 × 10000 + 9 × 1000 + 0 × 100 + 0 × 10 + 9 × 1.



ಆದರೆ ಈ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ ಒಂದರಿಂದಲೇ 9ರ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳನ್ನುಗುರುತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. 2, 5 ಮತ್ತು 10 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆ, ನಾವು ಕೇವಲ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು ನೋಡಿ 9ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. 99 ಮತ್ತು 109 ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 9 ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. 99 ವು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ 109 ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

? ಸಂಖ್ಯೆ 10 ಯು, 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ? ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಶೇಷ ಎಷ್ಟು?

10 ರಿಂದ 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧ 1 ಮತ್ತು ಶೇಷ 1 ಬರುತ್ತದೆ.

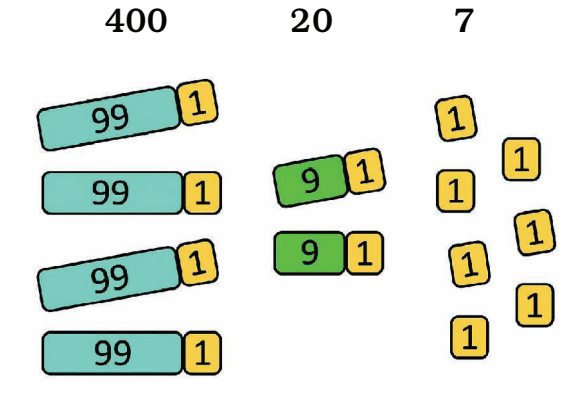
ಈಗ 10 ರ ಇತರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು (10, 20, 30, ...) 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ಯಾವುದೇ ಹತ್ತರ ಗುಣಕ್ಕೆ , ಶೇಷವು 10 ರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

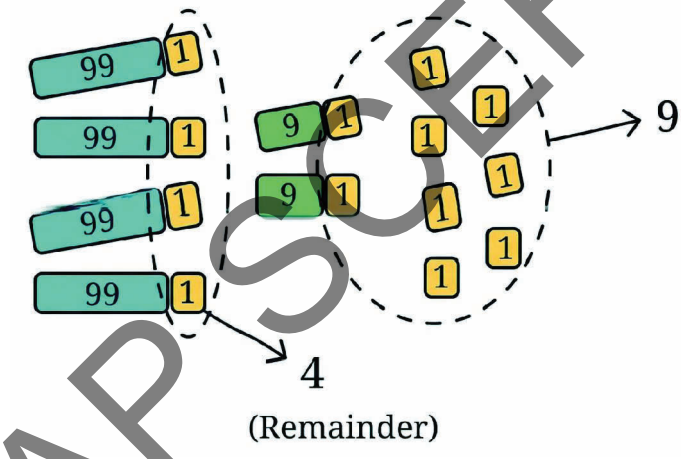
? ಅದೇರೀತಿ, 100 ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು (100, 200, 300, ...) 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಉಂಟಾಗುವ ಶೇಷವನ್ನು ನೋಡಿ. ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. 100 ರ ಯಾವುದೇ ಗುಣಕ್ಕೆ , ಶೇಷವು ನೂರರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

? ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸಿ, ಇದರಿಂದ 427 ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

APSCERT



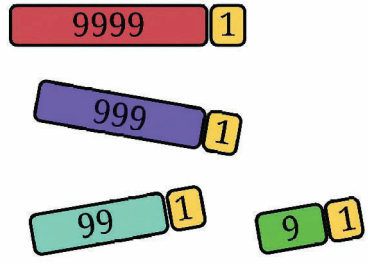
We see that 427 has 4 hundreds; thus, its corresponding remainder (upon division by 9) would be 4. 427 has 2 tens, and its corresponding remainder would be 2. We have 7 units also remaining. Adding all the remainders, we get 4 + 2 + 7 = 13. We can make one more group of 9 with 13, leaving a remainder of 4. Therefore, 427 ÷ 9 gives a remainder of 4.



APSCERT

? Will this work with bigger numbers?

You can see that this is true for any place value:



1 = 0 + 1

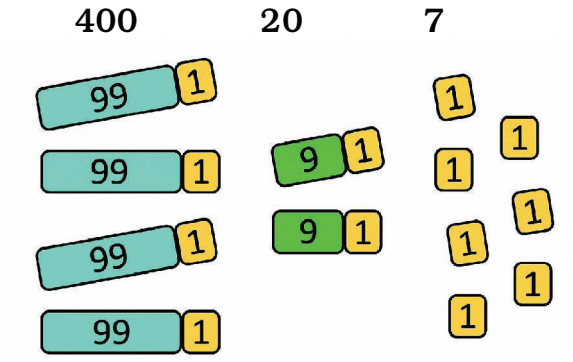
10 = 9 + 1

100 = 99 + 1

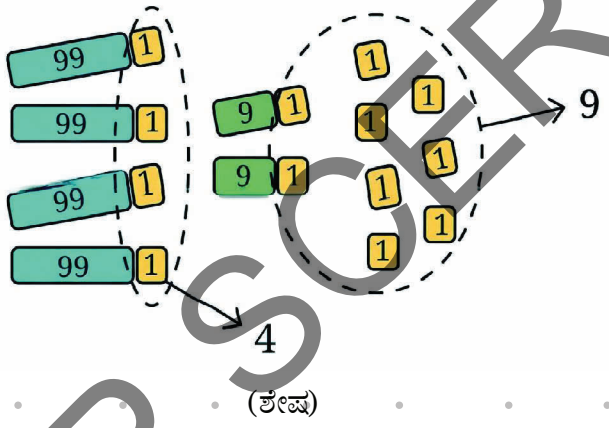
1000 = 999 + 1

10000 = 9999 + 1, and so on. Each digit thus denotes the remainder when the corresponding place value is divided by 9.

For example, to find the remainder of 7309 when divided by 9, we can just add all the digits - 7 + 3 + 0 + 9 - to get 19. This can be seen as follows:



427 ರಲ್ಲಿ 4 ನೂರುಗಳಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಅದರ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಶೇಷವು (9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿಲ್ಪಟ್ಟಾಗ) 4 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. 427 ರಲ್ಲಿ 2 ಹತ್ತುಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಶೇಷವು 2 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ನಮ್ಮಲ್ಲಿ 7 ಬಿಡಿಸ್ಥಾನವು ಸಹ ಉಳಿದಿದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಶೇಷಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ ನಾವು **4 + 2 + 7 = 13** ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ನಾವು 13 ರೊಂದಿಗೆ 4 ಶೇಷವನ್ನು ಬಿಟ್ಟು **9**ರ ಇನ್ನೊಂದು ಗುಂಪನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಆದುದರಿಂದ, 427 ÷ 9 ಶೇಷ 4 ನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.



AP SCERT

ಇದು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯೇ?

ಇದು ಯಾವುದೇ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗೆ ಸರಿ ಎಂದು ನೀವು ನೋಡಬಹುದು.

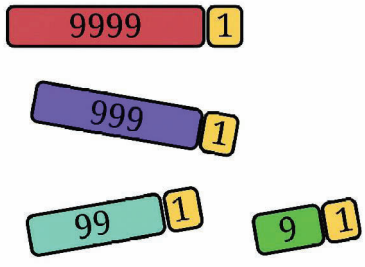
1 = 0 + 1

10 = 9 + 1

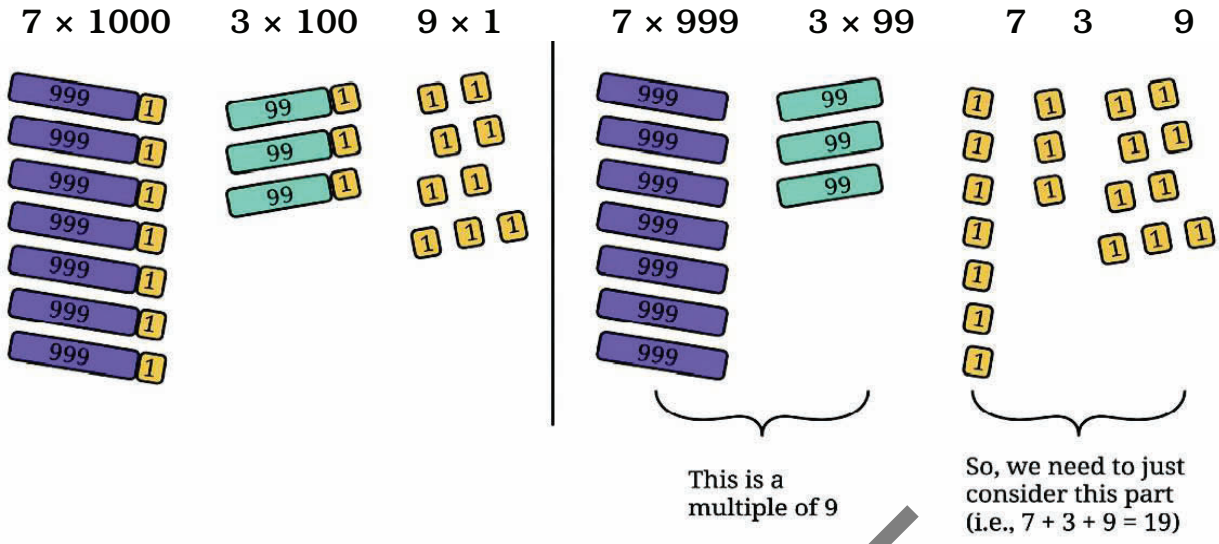
100 = 99 + 1

1000 = 999 + 1

10000 = 9999 + 1, ಮತ್ತು ಇತ್ಯಾದಿ ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯು ಅದರ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.



ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 7309 ನ್ನು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಲಯ ನಾವು ಎಲ್ಲಾ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ ಸಾಕು: **7 + 3 + 0 + 9 = 19** ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತೆ ನೋಡಬಹುದು.



$7 \times 1000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1$

$= 7 \times (999 + 1) + 3 \times (99 + 1) + 0 \times (9 + 1) + 9 \times (0+1)$

$= (7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0) + (7 \times 1 + 3 \times 1 + 0 \times 1 + 9 \times 1)$

$= \underline{(7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0)} + \underline{(7 + 3 + 0 + 9)}$.

This is a multiple of 9 — So, we need to just consider this part

This means that the number 7309 is 19 more than some multiple of 9. The digits 1 and 9 can further be added to get 1 + 9 = 10. Now, we can say that 7309 is 10 more than a multiple of 9. And repeating this step for the number 10, we get the remainder to be 1 + 0 = 1, meaning 7309 is 1 more than a multiple of 9. Therefore, 7309 ÷ 9 gives a remainder of 1.

A number is divisible by 9 if and only if the sum of its digits is divisible by 9. Also, we can add the digits of a number repeatedly till a single digit is obtained. This single digit is the remainder when the number is divided by 9.

? Look at each of the following statements. Which are correct and why?

(i) If a number is divisible by 9, then the sum of its digits is divisible by 9.

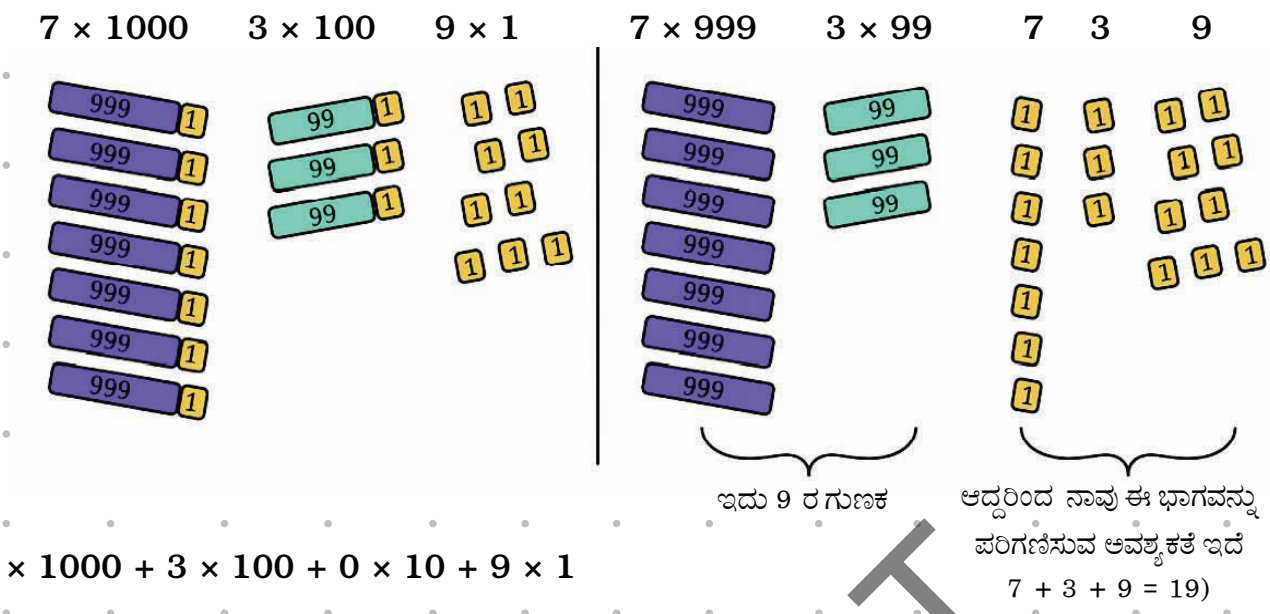
(ii) If the sum of the digits of a number is divisible by 9, then the number is divisible by 9.

(iii) If a number is not divisible by 9, then the sum of its digits is not divisible by 9.

(iv) If the sum of the digits of a number is not divisible by 9, then the number is not divisible by 9.

Learning maths is not just about knowing some shortcuts and following procedures but about understanding 'why' something works.

APSCERT



$7 \times 1000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1$

$= 7 \times (999 + 1) + 3 \times (99 + 1) + 0 \times (9 + 1) + 9 \times (0+1)$

$= (7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0) + (7 \times 1 + 3 \times 1 + 0 \times 1 + 9 \times 1)$

$= \underline{(7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0)} + \underline{(7 + 3 + 0 + 9)}.$

ಇದು 9 ರ ಗುಣಕ ಆದುದರಿಂದ ನಾವು ಈ ಭಾಗವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

ಇದರರ್ಥ 7309 ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರ ಕೆಲವು ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 19 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. 1 ಮತ್ತು 9 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಕೂಡುವುದರಿಂದ 1 + 9 = 10 ನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ನಾವು ಈಗ 7309 ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆ 10 ಕ್ಕೆ ಈ ಹಂತವನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸುವುದರಿಂದ 1 + 0 = 1 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಇದರರ್ಥ 7309 ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ 7309 ÷ 9 ಶೇಷ 1 ನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಮಾತ್ರ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುವವರೆಗೂ ನಾವು ಪದೇ ಪದೇ ಕೂಡಬಹುದು. ಈ ಒಂದು ಅಂಕಿಯ (ಒಂದಂಕಿ) ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಸಿಗುವ ಶೇಷವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ? ಯಾವುದು ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಏಕೆ?

(i) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕಾದರೆ, ಅದರ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

(ii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

(iii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡದಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

(iv) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡದಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

ಗಣಿತ ಕಲಿಯುವುದು ಎಂದರೆ ಕೇವಲ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ (ತ್ವರಿತ ವಿಧಾನ)ಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಕಾರ್ಯವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವುದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ. ಆದರೆ ಏನಾದರೂ 'ಏಕೆ' ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು.

AP SCERT



Figure it Out - 5.2

1. Find, without dividing, whether the following numbers are divisible by 9.
   (i) 123 (ii) 405 (iii) 8888 (iv) 93547 (v) 358095
2. Find the smallest multiple of 9 with no odd digits.
3. Find the multiple of 9 that is closest to the number 6000.
4. How many multiples of 9 are there between the numbers 4300 and 4400?

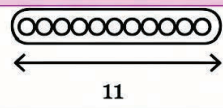
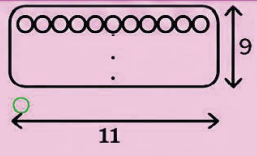
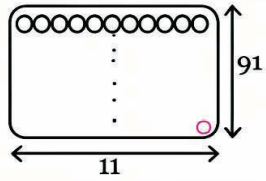
A Shortcut for Divisibility by 3

We know that all the multiples of 9 are also multiples of 3. That is, if a number is divisible by 9, it will also be divisible by 3. However, there are other multiples of 3 that are not multiples of 9 for example - 15, 33, and 87.

? The shortcut to find the divisibility by 3 is similar to the method for 9. A number is divisible by 3 if the sum of its digits is divisible by 3. Explore the remainders when powers of 10 are divided by 3. Explain why this method works.

A Shortcut for Divisibility by 11

Interestingly, the shortcut for 11 is also based on checking the remainders with place value. Let us see how.

Units place (1)	$11 \times 0 = 0$ $1 = 11 \times 0 + 1$	1 is one more than a multiple of 11.	○
Tens place (10)	$11 \times 1 = 11$ $10 = 11 \times 1 - 1$	10 is one less than a multiple of 11.	
Hundreds place (100)	$11 \times 9 = 99$ $100 = 11 \times 9 + 1$	100 is one more than a multiple of 11.	
Thousands place (1000)	$11 \times 91 = 1001$ $1000 = 11 \times 91 - 1$	1000 is one less than a multiple of 11.	
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .

AP SCERT



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ - 5.2

1. ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡದೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) 123 (ii) 405 (iii) 8888 (iv) 93547 (v) 358095

2. ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲದ 9 ರ ಚಿಕ್ಕ ಗುಣಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. 6000 ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಹತ್ತಿರವಿರುವ 9 ರ ಗುಣಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. 4300 ಮತ್ತು 4400 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ 9 ರ ಎಷ್ಟು ಗುಣಕಗಳಿವೆ?

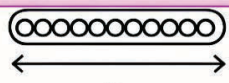
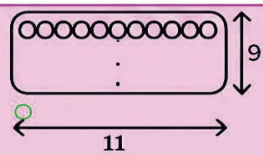
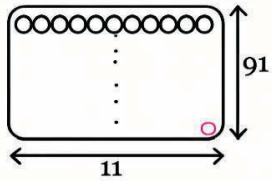
3ರ ಭಾಜ್ಯತೆಗೆ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್/ತ್ವರಿತ ವಿಧಾನ:

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ 9 ರ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳು 3 ರ ಗುಣಕಗಳೂ ಸಹ ಆಗಿವೆ. ಅಂದರೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಅದು 3 ರಿಂದಲೂ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ ಸಹ 9 ರ ಗುಣಕಗಳಿಲ್ಲದ 3 ರ ಇತರ ಗುಣಕಗಳೂ ಇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ –15, 33 ಮತ್ತು 87.

? 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ ವಿಧಾನವು 9 ರ ವಿಧಾನದಂತೆಯೇ ಇದೆ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. 10 ರ ಘಾತಗಳನ್ನು 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿ. ಈ ವಿಧಾನ ಏಕೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

11ರ ಭಾಜ್ಯತೆಗೆ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್/ತ್ವರಿತ ವಿಧಾನ:

ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿ 11ರ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ ಕೂಡ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳ ಮೌಲ್ಯದೊಂದಿಗೆ ಉಳಿದ ಶೇಷಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದನ್ನು ಆಧರಿಸಿದೆ. ಅದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನ (1)	$11 \times 0 = 0$ $1 = 11 \times 0 + 1$	1 ಎಂಬುದು 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 1 ಹೆಚ್ಚಿದೆ	○
ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನ (10)	$11 \times 1 = 11$ $10 = 11 \times 1 - 1$	10 ಎಂಬುದು 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ ಇದೆ	
ನೂರರ ಸ್ಥಾನ (100)	$11 \times 9 = 99$ $100 = 11 \times 9 + 1$	100 ಎಂಬುದು 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 1 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ	
ಸಾವಿರ ಸ್ಥಾನ (1000)	$11 \times 91 = 1001$ $1000 = 11 \times 91 - 1$	1000 ಎಂಬುದು 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ ಇದೆ.	
. . . .	. . .	. . .	. . .

AP SCERT

This alternating pattern of one more than 11 and one less than 11 continues for higher place values.

Since 400 contains 4 hundreds, 400 is 4 more than a multiple of 11 (396 + 4). Since 60 contains 6 tens, 60 is 6 less than a multiple of 11 (66 - 6). Since 2 contains 2 units, 2 is 2 more than a multiple of 11,

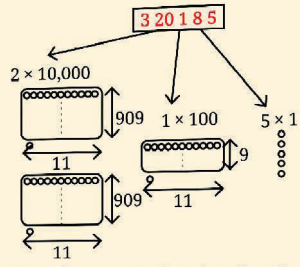
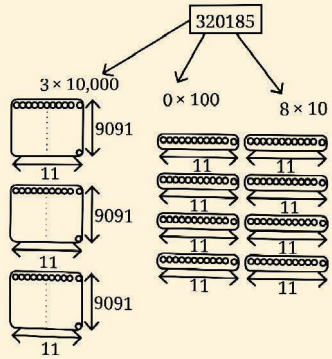
i.e., 2 = (0 + 2).



? Using these observations, can you tell whether the number 462 is divisible 11?

? What could be a general method or shortcut to check divisibility by 11?

We saw that the place values alternate as 1 more and 1 less than a multiple of 11. Using this observation,

Steps	Purpose	Example for the Number 320185
1. Add the digits of place values which are 1 more (than a multiple of 11), i.e., place values corresponding to 1,00,10000, and so on.	To know how much in excess we are with respect to a multiple of 11 for these place values	 Total excess, 2 + 1 + 5 = 8.
2. Add the digits of place values which are 1 less (than a multiple of 11 (, i.e., place values corresponding to 10, 1000, 100000, and so on.	To know how short we are with respect to a multiple of 11 for these palce values.	 Total short, 3 + 0 + 8 = 11.
3. Compute the difference between these two sums, i.e., (number in excess) - (number short).	To know the remainder obtained when divided by 11.	 8–11 = –3 (3 short of a multiple of 11)

APSCERT

11 ಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು 11 ಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಈ ಪರ್ಯಾಯ ವಿನ್ಯಾಸವು (ಮಾದರಿಯು) ಹೆಚ್ಚಿನ ಸ್ಥಾನದ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ (ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ)

400 ರಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ನೂರುಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ, 4 ಎಂಬುದು 11ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 4 ಹೆಚ್ಚಿದೆ (396 + 4).

60 ರಲ್ಲಿ 6 ಹತ್ತುಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ, 60 ಎಂಬುದು 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 6 ಕಡಿಮೆ ಇದೆ (66 – 6)

2 ರಲ್ಲಿ 2 ಬಿಡಿಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ, 2 ಎಂಬುದು 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 2 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.

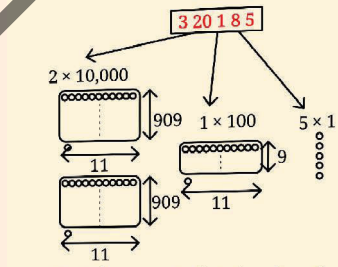
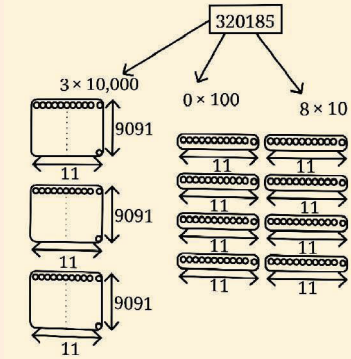
ಅಂದರೆ 2 = (0 + 2)



? ಈ ಅವಲೋಕನಗಳಿಂದ, 462 ಸಂಖ್ಯೆಯು 11ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

? 11ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಧಾನ ಅಥವಾ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ ಏನು ಇರಬಹುದು?

ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳು 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕಡಿಮೆ ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಅವಲೋಕನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ.

ಹಂತಗಳು	ಉದ್ದೇಶ	**320185** ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಉದಾಹರಣೆ
1. **11** ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚು ಇರುವ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ. ಅಂದರೆ **1, 100, 10000** ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳು.	ಈ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನಾವು **11**ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದೇವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು	 Total excess, 2 + 1 + 5 = 8.
2. **11** ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ. ಅಂದರೆ **10, 1000, 100000** ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳು.	ಈ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನಾವು **11**ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದೇವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು	 Total short, 3 + 0 + 8 = 11.
2. ಈ ಎರಡೂ ಮೊತ್ತಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ. ಅಂದರೆ (ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಸಂಖ್ಯೆ) – (ಕಡಿಮೆ ಸಂಖ್ಯೆ)	**11**ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು	 8 – 11= –3. (**11**ರ ಗುಣಕಕ್ಕೆ **3** ಕಡಿಮೆ)

AP SCERT

The difference between these two sums 8 - 11 = - 3, indicating that the number 3,28,105 is 3 short of or 8 more than a multiple of 11.

If this difference is 11 or a multiple of 11, what does that say about the remainder obtained when the number is divisible by 11?

Using this shortcut, find out whether the following numbers are divisible by 11. Further, find the remainder if the number is not divisible by 11.

(i) 158 (ii) 841 (iii) 481 (iv) 5529 (v) 90904 (vi) 857076

Look at the following procedure -

Steps to follow	Example for the number 328105
1. Place alternating '+' and '-' signs before every digit starting from the unit's digit.	-3 + 2 - 8 + 1 - 0 + 5
2. Evaluate the expression.	-3 + 2 - 8 + 1 - 0 + 5 = - 3
3. The result denotes the remainder obtained when the number is divided by 11.	328105 is 3 less than or 8 more than a multiple of 11

Is this method similar to or different from the method we saw just before?

Fill in the following table. Find a quick way to do this?



Number	Divisible by								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	Yes	No	No	No	No	Yes	No	No	No
990									
1586									
275									
6686									
639210									
429714									
2856									
3060									
406839									

APSCERT

ಈ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 8 – 11 = –3. ಇದು ಸಂಖ್ಯೆ 3,28,105, 11ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ಮೂರು ಕಡಿಮೆ ಇದೆ ಅಥವಾ 8 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

? ಈ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 11 ಅಥವಾ 11 ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದರೆ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 11ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷದ ಬಗ್ಗೆ ಅದು ಏನು ಹೇಳುತ್ತದೆ?

? ಈ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ನ್ನು ಬಳಸಿ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 11ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವವೇ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಲ್ಲದೆ, 11ರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡದಿದ್ದರೆ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 158 (ii) 841 (iii) 481 (iv) 5529 (v) 90904 (vi) 857076

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನವನ್ನು ನೋಡಿ –

ಅನುಸರಿಸಬೇಕಾದ ಹಂತಗಳು	ಸಂಖ್ಯೆ 328105 ಗೆ ಉದಾಹರಣೆ
1. ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯ ಮುಂದೆ ಒಂದರ ನಂತರ ಒಂದರಂತೆ '+' ಮತ್ತು '–' ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿ.	-3 + 2 - 8 + 1 - 0 + 5
2. ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಿ.	-3 + 2 - 8 + 1 - 0 + 5 = - 3
3. ಬರುವ ಫಲಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 11ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.	328105 ಎಂಬುದು 11 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 3 ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ 8 ಹೆಚ್ಚು.

? ನಾವು ಆಗಷ್ಟೇ ನೋಡಿದ ವಿಧಾನದ ರೀತಿ ಇದೇ ಅಥವಾ ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆಯೇ?

? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಲು ಒಂದು ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್ ಹುಡುಕಿ.



ಸಂಖ್ಯೆ	ಇದರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	ಹೌದು	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ	ಹೌದು	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ
990									
1586									
275									
6686									
639210									
429714									
2856									
3060									
406839									

AP SCERT

More on Divisibility Shortcuts

Divisibility Shortcuts for Other Numbers

? How can we find out if a number is divisible by 6?

? Will checking its divisibility by its factors 2 and 3 work? Use the shortcuts for 2 and 3 on these numbers and divide each number by 6 to verify - 38, 225, 186, 64.

? How about checking divisibility by 24? Will checking the divisibility by its factors, 4 and 6, work? Why or why not?

Determining divisibility by 24 by checking divisibility by 4 and by 6 does not work. For example, the number 12 is divisible by both 4 and 6, but not by 24.

To check for the divisibility by 24, we can instead check for the divisibility by 3 and divisibility by 8.

Explain using prime factorisation why checking divisibility by 3 and 8 works for checking divisibility by 24, but checking divisibility by 4 and 6 is not sufficient for checking divisibility by 24.

There are such shortcuts to check divisibility by every number until 100, and for some numbers beyond 100. You may try to understand how these work after learning certain concepts in higher grades.

Digital Roots

Take a number. Add its digits repeatedly till you get a single-digit number. This single-digit number is called the digital root of the number. For example, the digital root of the number 489710 will be 2

$$4 + 8 + 9 + 7 + 1 + 0 = 29,\ 2 + 9 = 11,\ 1 + 1 = 2$$

? What property do you think this digital root will have? Recall that we did this while finding the divisibility shortcut for 9.

? Between the numbers 600 and 700, which numbers have the digital root: (i) 5, (ii) 7, (iii) 3?

? Write the digital roots of any 12 consecutive numbers. What do you observe?

We saw that the digital root of multiples of 9 is always 9.



APSCERT

ಮತ್ತಷ್ಟು ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳು (ತ್ವರಿತ ಮಾರ್ಗಗಳು)

ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳು

? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 6ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದು ಎಂದು ಹೇಗೆ ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

? ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾದ 2 ಮತ್ತು 3ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಕಾರ್ಯಸಿಂಧುವೇ? ಇದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು 38, 225, 186, 64 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲೆ 2 ಮತ್ತು 3 ರ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು **6**ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

? **24** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಹೇಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು? ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾದ **4** ಮತ್ತು **6** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಕಾರ್ಯಸಿಂದುವೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕಿಲ್ಲ?

24 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು **4** ಮತ್ತು **6** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಬಾರದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆ **12**. **4** ಮತ್ತು **6** ಎರಡರಿಂದಲೂ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ **24** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

24 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಬದಲಾಗಿ, ನಾವು **3** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಮತ್ತು **8** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು.

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು **24** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು **3** ಮತ್ತು **8** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಏಕೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ **4** ಮತ್ತು **6** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಏಕೆ ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿರಿ.

100 ರವರೆಗಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಮತ್ತು **100** ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಇಂತಹ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳಿವೆ. ಮುಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಲಿತ ನಂತರ ಇವು ಹೇಗೆ ಕಡಲಸ ಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೀವು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು.

ಡಿಜಿಟಲ್ ಮೂಲಗಳು / ರೂಟ್‌ಗಳು :

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಒಂದಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುವವರೆಗೂ ಅದರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಪದೇಪದೇ ಕೂಡಿ. ಈ ಒಂದಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 489710 ರ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ **2** ಆಗಿದೆ.

$$4 + 8 + 9 + 7 + 1 + 0 = 29,\ 2 + 9 = 11,\ 1 + 1 = 2$$

? ಈ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಯಾವ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ಯೋಚಿಸುತ್ತೀರಿ? **9**ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾಗ ನಾವು ಈ ರೀತಿ ಮಾಡಿದ್ದನ್ನು ನೆನಪು ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ.



? 600 ಮತ್ತು 700 ರ ನಡುವಿನ ಯಾವ (ಎಷ್ಟು) ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

(i) 5, **(ii)** 7, **(iii)** 3

? ಯಾವುದಾದರೂ **12** ಕ್ರಮಾಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ನೀವು ಏನು ಗಮನಿಸಿದಿರಿ ?

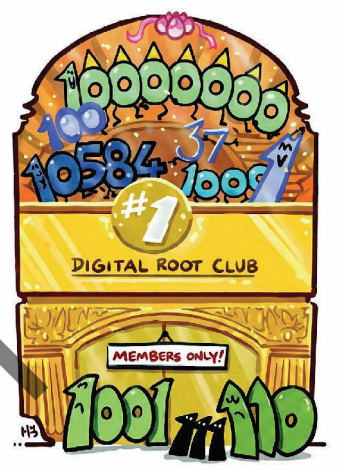
9 ರ ಗುಣಕಗಳ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಯಾವಾಗಲೂ **9** ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

APSCERT

Now, find the digital roots of some consecutive multiples of (i) 3, (ii) 4, and (iii) 6.

What are the digital roots of numbers that are 1 more than a multiple of 6? What do you notice?
Try to explain the patterns noticed.

I'm made of digits, each tiniest and odd, No shared ground with root #1 - how odd!
My digits count, their sum, my root - All point to one bold number's pursuit -
The largest odd single-digit I proudly claim. What's my number? What's my name?



Aryabhata II's (c. 950 CE) work *Mahasiddhanta,* mentions the method of computing the digital root of a number by repeatedly adding the digits till a single-digit number is obtained. This method is known to have been used to perform checks on calculations of arithmetic operations.



Figure it Out - 5.3

1. The digital root of an 8-digit number is 5. What will be the digital root of 10 more than that number?
2. Write any number. Generate a sequence of numbers by repeatedly adding 11. What would be the digital roots of this sequence of numbers? Share your observations.
3. What will be the digital root of the number 9a + 36b + 13?
4. Make conjectures by examining if there are any patterns or relations between
   (i) the parity of a number and its digital root.
   (ii) the digital root of a number and the remainder obtained when the number is divided by 3 or 9.



5.3 Digits in Disguise

Last year, we saw cryptarithms - puzzles where each letter stands for a digit, each digit is represented by at most one letter, and the first digit of a number is never 0.

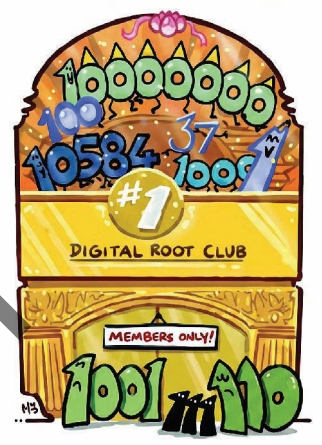
APSCERT

ಈಗ (i) 3, (ii) 4, (iii) 6 ರ ಕೆಲವು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಗುಣಕಗಳ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6 ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ 1 ಹೆಚ್ಚಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ಗಳು ಯಾವುವು? ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಿರಿ? ಗಮನಿಸಿದ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು (ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು) ವಿವರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ನಾನು ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದ್ದೇನೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಮತ್ತು ಬೆಸ, ರೂಟ್ **1** ರೊಂದಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಹಂಚಿಕೆಯ ನೆಲೆಯಿಲ್ಲ ಎಷ್ಟು ವಿಚಿತ್ರ !

ನನ್ನ ಅಂಕಿಗಳು ಎಣಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತದ ನನ್ನ ರೂಟ್ ಎಲ್ಲಾ ಒಂದು ಧೈರ್ಯಶಾಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಆನ್ವೇಷಣೆಗೆ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ನಾನು ಹೆಮ್ಮೆಯಿಂದ ಹೇಳಿಕೊಳ್ಳುವ ಒಂದಂಕಿಯ ಅತಿದೊಡ್ಡ ಬೆಸ ನನ್ನ ಸಂಖ್ಯೆ ಏನು? ನನ್ನ ಹೆಸರೇನು?



ಆರ್ಯಭಟ – **II** (ಸುಮಾರು ಕ್ರಿ.ಶ 950)ರಚಿಸಿದ 'ಮಹಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ' ಕೃತಿಯು ಒಂದು – ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ (ಒಂದಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ) ಸಿಗುವವರೆಗೂ, ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಪದೇ ಪದೇ ಕೂಡಿ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅಂಕಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳ ಸರಿಯಾದ ಪರಿಶೀಲನೆಗೆ (ತಪಾಸಣೆಗೆ) ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದುಬಂದಿದೆ.



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 5.3

1. ಒಂದು **8**– ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ **5** ಆಗಿದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ **10** ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಏನಾಗಿರುತ್ತದೆ?
2. ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಅದಕ್ಕೆ ಪದೇ ಪದೇ (ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿ) **11** ನ್ನು ಕೂಡುವ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ. ಈ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ಗಳು ಏನಾಗಿರುತ್ತವೆ? ನಿಮ್ಮ ಅವಲೋಕನಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.
3. **9a + 36b + 13** ಸಂಖ್ಯೆಯ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಏನಾಗಿರುತ್ತದೆ?
4. ಇವುಗಳ ನಡುವೆ ಯಾವುದೇ ಮಾದರಿಗಳು ಅಥವಾ ಸಂಬಂಧಗಳು ಇರುವುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ಮೂಲಕ ಊಹಿಸಿ.

   (i) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಮತೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್

   (ii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 3 ಅಥವಾ 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ ದೊರಕುವ ರೂಟ್ ಮತ್ತು ಶೇಷ



5.3 ಮಾರುವೇಶದಲ್ಲಿ ಅಂಕಿಗಳು

ಕಳೆದ ವರ್ಷ ನಾವು ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್‌ಗಳ ಒಗಟುಗನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಅಕ್ಷರವು ಒಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ (ಗರಿಷ್ಟ) ಒಂದು ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊದಲ ಅಂಕಿಯು ಎಂದಿಗೂ ಸೊನ್ನೆ **(0)**ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

AP SCERT

Solve the cryptarithms given below.

(i)
$$\begin{array}{r} A1 \\ +\ 1B \\ \hline B0 \end{array}$$

(ii)
$$\begin{array}{r} AB \\ +\ 37 \\ \hline 6A \end{array}$$

(iii)
$$\begin{array}{r} ON \\ ON \\ +\ ON \\ \hline PO \end{array}$$

(iv)
$$\begin{array}{r} QR \\ QR \\ +\ QR \\ \hline PRR \end{array}$$

Let us now try solving some cryptarithms involving multiplication.

(v) $PQ \times 8 = RS$.



Guna says, "Oh, this means a 2-digit number multiplied by 8 should give another 2-digit number. I know that $10 \times 8 = 80$. But the units digits of 10 and 80 are the same, which we don't want. For the same reason PQ cannot be 11 as P and Q correspond to different digits. $12 \times 8 = 96$ fits all the conditions". Can PQ be 13? Think.

It is not possible because $13 \times 8 = 104$. For all 2-digit numbers greater than 12, the product with 8 is a 3-digit number.

(vi) Try this now: $GH \times H = 9K$.

This means a 2-digit number multiplied by a 1-digit number gives another 2-digit number in the 90s. Observe the letters corresponding to the units digits in this cryptarithm. Pick the solution to this question from the options given below:

$11 \times 9 = 99$, $12 \times 8 = 96$, $46 \times 2 = 92$, $24 \times 4 = 96$, $47 \times 2 = 94$, $31 \times 3 = 93$, $16 \times 6 = 96$.

(vii) Here is one more: $BYE \times 6 = RAY$.



Anu says, "Since the product is a 3-digit number, B can't be 2 or more. If B = 2, i.e., 2 hundreds, the product will be more than 1200. So, B = 1."

What can you say about 'Y'? What digits are possible/not possible?

"Y cannot be 7 or more because, if Y = 7, then $170 \times 6 = 1020$; but we want a 3-digit product. Also, Y will be even", Anu explains.

We can solve cryptarithms using patterns, properties, and reasoning related to numbers and operations.

Solve the following:

(i) $UT \times 3 = PUT$ (ii) $AB \times 5 = BC$ (iii) $L2N \times 2 = 2NP$

(iv) $XY \times 4 = ZX$ (v) $PP \times QQ = PRP$ (vi) $JK \times 6 = KKK$

AP SCERT

? ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್‌ಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(i) $\begin{array}{r} A1 \\ +\ 1B \\ \hline B0 \end{array}$ (ii) $\begin{array}{r} AB \\ +\ 37 \\ \hline 6A \end{array}$ (iii) $\begin{array}{r} ON \\ ON \\ +\ ON \\ \hline PO \end{array}$ (iv) $\begin{array}{r} QR \\ QR \\ +\ QR \\ \hline PRR \end{array}$

ಈಗ ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೆಲವು ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್‌ಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

? **(v) PQ × 8 = RS.**



ಗುಣ ಹೇಳುತ್ತಾನೆ. "ಓಹ್, ಇದರರ್ಥ 8ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ **2** – ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮತ್ತೊಂದು **2**–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು. ನಾನು 10 × 8 = 80 ಎಂದು ತಿಳಿದಿದ್ದೇನೆ. ಆದರೆ 10 ಮತ್ತು 80ರ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ. ಇದು ನಮಗೆ ಬೇಡ. ಇದೇ ಕಾರಣಕ್ಕಾಗಿ **PQ** = 11ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ, **P** ಮತ್ತು **Q** ಗಳು ವಿಭಿನ್ನ ಅಂಕಿಗಳಾಗಿವೆ. **12 × 8 = 96** ಎಲ್ಲಾ ನಿಂಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತದೆ" **PQ** = 13 ಆಗಿದೆಯೇ? ಆಲೋಚಿಸಿ.

ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಏಕೆಂದರೆ 13 × 8 = 104. 12 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಎಲ್ಲಾ **2**– ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ 8ರೊಂದಿಗಿನ ಗುಣಲಬ್ಧವು **3**–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

? **(vi)** ಈಗ ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ : **GH × H = 9K.**

ಇದರರ್ಥ ಒಂದಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ **2**– ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ **90**ರ **2**–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಈ ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್‌ನಲ್ಲಿ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನೀಡಲಾದ ಆಯ್ಕೆಗಳಿಂದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಆರಿಸಿ.

11 × 9 = 99, 12 × 8 = 96, 46 × 2 = 92, 24 × 4 = 96, 47 × 2 = 94, 31 × 3 = 93, 16 × 6 = 96.

? **(vii)** ಇಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದಿದೆ: **BYE × 6 = RAY**



ಅನು ಹೀಗೆ ಹೇಳಿದಳು: "ಗುಣಲಬ್ಧವು 3–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, **B** ಯು 2 ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. **B** = 2 ಆದರೆ (ಅಂದರೆ 2 ನೂರುಗಳು), ಗುಣಲಬ್ಧವು 1200 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ **B** = 1."

? ಈಗ **Y** ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು? ಯಾವ ಅಂಕಿಗಳು ಸಾಧ್ಯ? ಯಾವುವು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ?

Y = 7 ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ **Y = 7** ಆದರೆ, ಈಗ 170 × 6 = 1020 ಆಗುತ್ತದೆ; ಆದರೆ ನಮಗೆ 3–ಅಂಕಿಯ ಗುಣಲಬ್ಧಬೇಕು. ಅಲ್ಲದೆ **Y** ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ" ಎಂದು ಅನು ವಿವರಿಸುತ್ತಾಳೆ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮಾದರಿಗಳು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಮತ್ತು ಯೋಜನಾಶೀಲತೆ/ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್‌ಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಬಹುದು.

? ಈಗ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(i) UT × 3 = PUT **(ii) AB × 5 = BC** **(iii) L2N × 2 = 2NP**

(iv) XY × 4 = ZX **(v) PP × QQ = PRP** **(vi) JK × 6 = KKK**

AP SCERT



Figure it Out - 5.4

1. If 31z5 is a multiple of 9, where z is a digit, what is the value of z? Explain why there are two answers to this problem.
2. "I take a number that leaves a remainder of 8 when divided by 12. I take another number which is 4 short of a multiple of 12. Their sum will always be a multiple of 8", claims Sonu. Examine his claim and justify your conclusion.
3. When is the sum of two multiples of 3, a multiple of 6 and when is it not? Explain the different possible cases, and generalise the pattern.
4. Sreelatha says, "I have a number that is divisible by 9. If I reverse its digits, it will still be divisible by 9".

(i) Examine if her conjecture is true for any multiple of 9.

(ii) Are any other digit shuffles possible such that the number formed is still a multiple of 9?

5. If 48a23b is a multiple of 18, list all possible pairs of values for a and b.
6. If 3p7q8 is divisible by 44, list all possible pairs of values for p and q.
7. Find three consecutive numbers such that the first number is a multiple of 2, the second number is a multiple of 3, and the third number is a multiple of 4.

   Are there more such numbers? How often do they occur?

Try This



8. Write five multiples of 36 between 45,000 and 47,000. Share your approach with the class.
9. The middle number in the sequence of 5 consecutive even numbers is 5p. Express the other four numbers in sequence in terms of p.
10. Write a 6-digit number that it is divisible by 15, such that when the digits are reversed, it is divisible by 6.
11. Deepak claims, "There are some multiples of 11 which, when doubled, are still multiples of 11. But other multiples of 11 don't remain multiples of 11 when doubled". Examine if his conjecture is true; explain your conclusion.

AP SCERT



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 5.4

1. 31**z** 5 ಎಂಬುದು 9 ರ ಗುಣಕವಾದರೆ (ಇಲ್ಲಿ **z** ಒಂದು ಅಂಕಿ), **z** ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಏಕೆ ಎರಡು ಉತ್ತರಗಳಿವೆ ಎಂದು ವಿವರಿಸಿ.
2. "ನಾನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು **12** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಶೇಷ **8**ನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ನಾನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು **12**ರ ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ **4** ಕಡಿಮೆ ಇದೆ. ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ **8**ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ" ಎಂದು ಸೋನು ಹೇಳುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ಅವನ ಪ್ರತಿಪಾದನೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ತೀರ್ಮಾನಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.
3. **3**ರ ಎರಡು ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವು **9**ರ ಗುಣಕ ಯಾವಾಗ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಯಾವಾಗ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ? ವಿವಿಧ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಮಾದರಿಯನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿ.
4. ಶ್ರೀಲತಾ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ. "ನನ್ನ ಬಳಿ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು **9** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ನಾನು ಅದರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿದರೆ ಈಗಲೂ ಸಹ **9** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ."
   (i) ಅವಳ ಊಹೆಯು **9** ರ ಯಾವುದೇ ಗುಣಕಕ್ಕೆ ಸರಿಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.
   (ii) ಯಾವುದೇ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿ ರೂಪುಗೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೂ **9** ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆಯೇ?
5. **48a23b** ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ 18 ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದರೆ, **a** ಮತ್ತು **b** ಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಜೋಡಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ.
6. **3p7q8** ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ 44ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, **p** ಮತ್ತು **q**ಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಬೆಲೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

7. ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯು 2 ರ ಗುಣಕ, ಎರಡನೆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 3 ಗುಣಕ, ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುವ ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಂತಹ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆಯೇ? ಅವು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಸಂಭವಿಸುತ್ತವೆ?



8. 45,000 ಮತ್ತು 47,000 ರ ನಡುವಿನ 36 ರ ಐದು ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ನಿಮ್ಮ ವಿಧಾನವನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.
9. 5 ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯು **5p** ಆಗಿದೆ, ಶ್ರೇಣಿಯ ಇತರ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು **p** ಪದಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
10. **15** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ **6** -ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿದಾಗ ಅದು **6** ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
11. ದೀಪಕ್ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತಾನೆ : "11ರ ಕೆಲವು ಗುಣಕಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿದಾಗಲೂ, ಅವು 11ರ ಗುಣಕಗಳಾಗೇ ಇರುತ್ತವೆ. ಆದರೆ 11ರ ಇತರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿದಾಗ ಅವು 11ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿ ಉಳಿಯುವುದಿಲ್ಲ" ಅವನ ಊಹೆಯು ಸರಿಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನಿಮ್ಮ ತೀರ್ಮಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿರಿ.

AP SCERT

12. Determine whether the statements below are 'Always True', 'Sometimes True', or 'Never True'. Explain your reasoning.

(i) The product of a multiple of 6 and a multiple of 3 is a multiple of 9.

(ii) The sum of three consecutive even numbers will be divisible by 6.

(iii) If abcdef is a multiple of 6, then badcef will be a multiple of 6.

(iv) 8 (7b - 3) - 4 (11b + 1) is a multiple of 12.

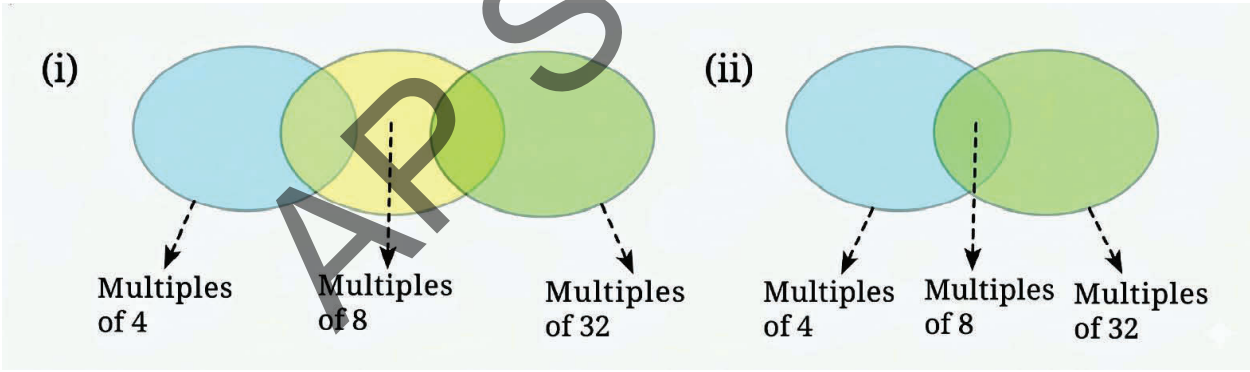
13. Choose any 3 numbers. When is their sum divisible by 3? Explore all possible cases and generalise.

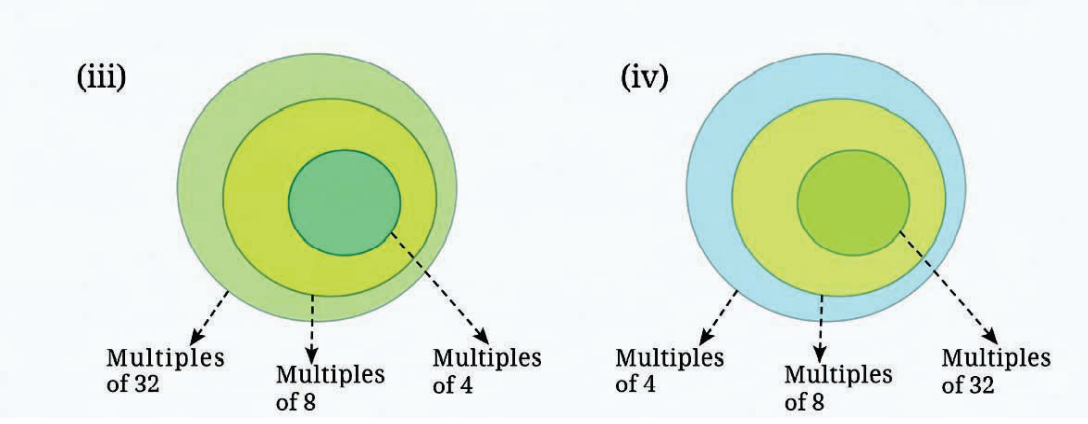
14. Is the product of two consecutive integers always multiple of 2? Why? What about the product of these consecutive integers? Is it always a multiple of 6? Why or why not? What can you say about the product of 4 consecutive integers? What about the product of five consecutive integers?

15. Solve the cryptarithms -

(i) EF × E = GGG (ii) WOW × 5 = MEOW

16. Which of the following Venn diagrams captures the relationship between the multiples of 4, 8, and 32?





APSCERT

12. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು 'ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿ' ಅಥವಾ 'ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯಲ್ಲ', 'ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸರಿ' ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ನಿಮ್ಮ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

(i) 6 ರ ಗುಣಕ ಮತ್ತು 3 ರ ಗುಣಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು 9 ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ.

(ii) ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 6ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

(iii) **abcdef** ಎಂಬುದು 6 ರ ಗುಣಕವಾದರೆ, **badcef** ಸಹ 6 ರ ಗುಣಕವಾಗುತ್ತದೆ.

(iv) **8 (7b - 3) - 4 (11b + 1)** ಎಂಬುದು 12 ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ.

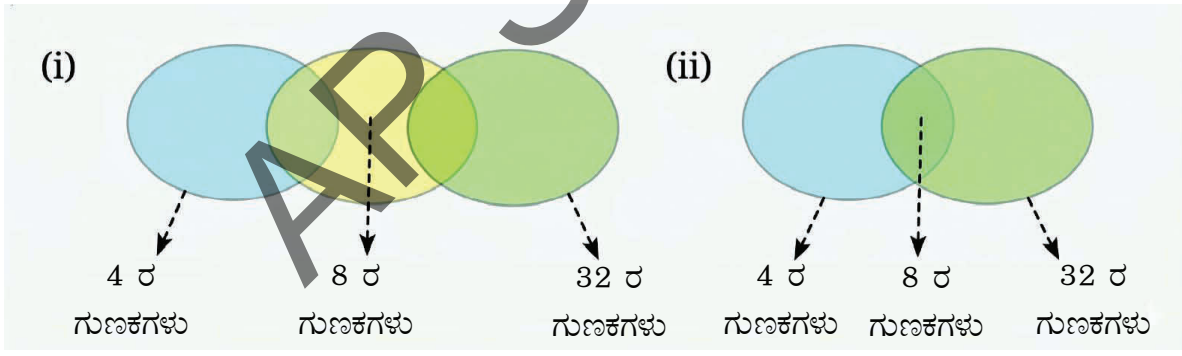
13. ಯಾವುದಾದರೂ **3** ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ. ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗ **3**ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ? ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿ.

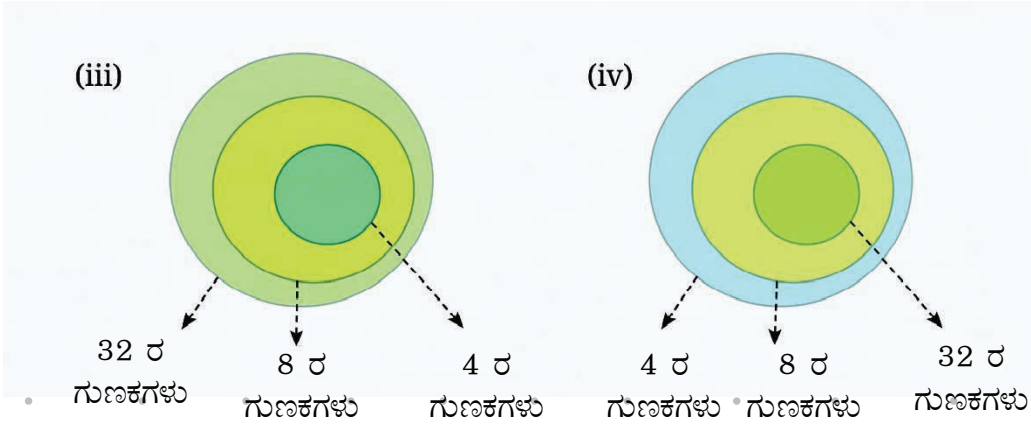
14. ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗಲೂ **2**ರ ಗುಣಕವೇ? ಏಕೆ? ಈ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳುವಿರಿ? ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ **6** ರ ಗುಣಕವೇ? ಏಕೆ? ಅಥವಾ ಏಕಿಲ್ಲ? **4** ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನು ಹೇಳುವಿರಿ? **5** ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಬಗ್ಗೆ ಏನು?

15. ಕೆಳಗಿನ ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್‌ಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ –

(i) **EF × E = GGG** **(ii)** **WOW × 5 = MEOW**

16. ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ವೆನ್‌ನಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ 4, 8, 32 ರ ಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅನಾವರಣಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ (ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ)?





APSCERT

SUMMARY

- We explored and learnt various properties of divisibility-
  - If a is divisible by b, then all multiples of a are divisible by b.
  - If a is divisible by b, then a is divisible by all the factors of b.
  - If a divides m and a divides n, then a divides m + n and m - n.
  - If a is divisible by b and is also divisible by c, then a is divisible by the LCM of b and c.
- We learnt shortcuts to check divisibility by 3, 9 and 11, and why they work.
- Through all this we were exposed to the power of mathematical thinking and reasoning, using algebra, visualisation, examples and counterexamples.

APSCERT

Think and Disscuss

1. **The Palindrome Secret - 4-Digit Number**

   A four-digit "palindrome" reads the same forward and backward, like 5225 or 7117.

   - Check if 5225 is divisible by 11.
   - Check if 7117 is divisible by 11.

   Is every four-digit palindrome a multiple of 11?

2. **The Repeating Triple**

   Write down a six-digit number where the first three digits repeat exactly, such as 123,123 or 456,456.

   - Divide your number by 11. Is there a remainder?

ಸಾರಾಂಶ

- ನಾವು ಭಾಜ್ಯತೆಯ ವಿವಿಧ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿದೆವು ಮತ್ತ ಕಲಿತೆವು –
  - **a** ಯು, **b** ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆಗ **a** ಯ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಕಗಳು **b**ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.
  - **a** ಯು, **b** ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆಗ **a** ಯು **b** ಯ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತನಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.
  - **a** ಯು **m** ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಮತ್ತು **a** ಯು **n** ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಆಗ ಯು **m + n** ಮತ್ತು **m - n** ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.
  - **a** ಯು **b** ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ ಮತ್ತು **c**ಯಿಂದಲೂ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಆಗ **a** ಯು **b** ಮತ್ತು **c**ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.
- 3, 9 ಮತ್ತು 11ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ನಾವು ಶಾರ್ಟ್‌ಕಟ್‌ಗಳನ್ನು ಕಲಿತೆವು ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಹೇಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತವೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಕಲಿತೆವು.
- ಇದರ ಮೂಲಕ ಬೀಜಗಣಿತ, ದೃಶ್ಯೀಕರಣ, ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೌಂಟರ್ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಗಣಿತದ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ತರ್ಕಿಸುವ ಶಕ್ತಿಗೆ ನಾವು ತೆರೆದಿಟ್ಟೆವು.

APSCERT

ಆಲೋಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸಿರಿ

1. **ಪಾಲಿಂಡ್ರೋಮ್ ರಹಸ್ಯ – 4-ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ**

   ಮುಂದಿನಿಂದ ಓದಿದರೂ, ಹಿಂದಿನಿಂದ ಓದಿದರೂ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಇರುವ ನಾಲ್ಕಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು "ಪಾಲಿಂಡ್ರೋಮ್" ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ (ಉದಾಹರಣೆಗೆ: 5225 ಅಥವಾ 7117).

   - 5225 ಸಂಖ್ಯೆ 11 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆಯೋ ಇಲ್ಲವೋ ನೋಡಿ.
   - 7117 ಸಂಖ್ಯೆ 11 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆಯೋ ಇಲ್ಲವೋ ನೋಡಿ.

   ಪ್ರತಿ ನಾಲ್ಕಂಕಿಗಳ ಪಾಲಿಂಡ್ರೋಮ್ ಸಂಖ್ಯೆ 11 ರ ಗುಣಕವೇ?

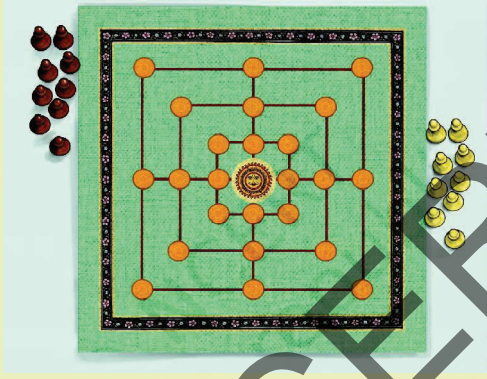
2. **ರಿಪೀಟಿಂಗ್ ಟ್ರಿಪಲ್**

   ಮೊದಲ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳು ಮತ್ತೆ ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಆಗುವಂತೆ ಆರಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. (ಉದಾಹರಣೆಗೆ: 123, 123 ಲೆದಾ 456, 456).

   - ನೀವು ಬರೆದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಶೇಷ ಎಷ್ಟು ಬರುತ್ತದೆ?



Navakankari, also known as Salu Mane ata, Char-Par, or Navkakri, is a traditional Indian board game that is the same as ?Nine Men's Morris' or 'Mills in the West'. It is a strategy game for two players where the goal is to form lines of three pawns to eliminate the opponent's pawns or block their movement.



AP SCERT

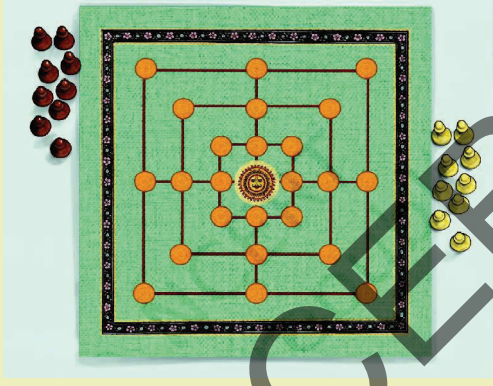
Gameplay

1. Each player starts with 9 pawns. The players take turns in placing their pawns on the marked intersections. An intersection can have at most one pawn.
2. Once all the pawns are placed, the players take turns to move one of their pawns to adjacent empty intersections to form lines of three. The line can be horizontal or vertical.
3. Once a player makes a line with their pawns they can remove any one of the opponent's pawns as long as it is not a part of one of their lines.
   A player wins if the opponent has less than 3 pawns or is unable to make a move.





ನವಶಂಕರಿ, ಇದನ್ನು ಸಾಲು ಮನೆ ಆಟ, ಚಾರ್ - ಪಾರ್ ಅಥವಾ ನವಕಕ್ರಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಇದು ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ಬೋರ್ಡ್ ಆಟವಾಗಿದ್ದು, 'ನೈಸ್ ಮೆನ್ಸ್ ಮಾರಿಸ್' ಅಥವಾ 'ಮಿಲ್ಸ್ ಇನ್ ದ ವೆಸ್ಟ್' ನಂತೆಯೇ ಇದೆ. ಇದು ಇಬ್ಬರು ಆಟಗಾರರು ತಂತ್ರದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರದ ಆಟವಾಗಿದ್ದು, ಎದುರಾಳಿಯ ಪಾನ್‌ಗಳನ್ನು ಹೊರಹಾಕಲು ಅಥವಾ ಅವುಗಳ ಚಲನೆಯನ್ನು ತಡೆಯಲು ಮೂರು ಪಾನ್‌ಗಳ ಸಾಲುಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಇದರ ಗುರಿಯಾಗಿದೆ.



ಆಟ ಆಡುವ ವಿಧಾನ

1. ಪ್ರತಿ ಸ್ಪರ್ಧಿಯು **9** ಪಾನ್‌ಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತಾನೆ. ಆಟಗಾರರು ತಮ್ಮ ಪಾನ್‌ಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದ ಜಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಇರಿಸಲು ಸರದಿಯಲ್ಲಿರುತ್ತಾರೆ. ಒಂದು ಛೇದಕದಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಟ ಒಂದು ಪಾನ್ ಇರಬಹುದು.
2. ಎಲ್ಲಾ ಪಾನ್‌ಗಳನ್ನು ಇರಿಸಿದ ನಂತರ, ಆಟಗಾರನು ಮೂರು ಸಾಲುಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಪಕ್ಕ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಪಾನ್ ಅನ್ನು ಸರದಿಯಲ್ಲಿ ಸರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಸಾಲು ಅಡ್ಡ ಅಥವಾ ಲಂಬವಾಗಿರಬಹುದು.
3. ಒಮ್ಮೆ ಆಟಗಾರನು ತನ್ನ ಪಾನ್‌ಗಳೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಸಾಲನ್ನು ರೂಪಿಸದರೆ,ಅವರು ಎದುರಾಳಿಯ ಸಾಲುಗಳ ಭಾಗವಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಪಾನ್ ಅನ್ನು ತೆಗೆದು ಹಾಕಬಹುದು.

   ಎದುರಾಳಿಯು **3** ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಪಾನ್‌ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ ಸರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿದ್ದರೆ ಆಟಗಾರನು ಗೆಲ್ಲುತ್ತಾನೆ.



AP SCERT

6 WE DISTRIBUTE, YET THINGS MULTIPLY

Learning outcomes

F1X5K2

By the end of this chapter, learner will be able to:

- Reduce complex expressions into simpler forms using distribution. (CG-2)
- Simplify algebraic expressions, expand brackets, perform rapid mental calculations. (CG-2)
- Apply these techniques to algebraic problems and practical scenarios. (CG-10)
- Utilize distribution to calculate products quickly. (CG-2)
- Identify patterns in numeric and algebraic expressions. (CG-1)
- Use distributive property as the foundation for algebra. (CG-2)
- Identify that this chapter acts as a bridge between basic arithmetic and more complex algebraic thinking. (CG-2)

APSCERT

6.0 Introduction -

We have seen how algebra makes use of letter symbols to write general statements about patterns and relations in a compact manner. Algebra can also be used to justify or prove claims and conjectures (like the many properties you saw in the previous chapter) and to solve problems of various kinds.

Distributivity is a property relating multiplication and addition that is captured concisely using algebra. In this chapter, we explore different types of multiplication patterns and show how they can be described in the language of algebra by making use of distributivity.

6.1 Some Properties of Multiplication

Increments in Products

Consider the multiplication of two numbers, say, 23 × 27.

? 1. By how much does the product increase if the first number (23) is increased by 1?

6 ನಾವು ವಿಭಾಜಿಸುತೇವೆ ಆದರೆ ಅವು ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುಸುತ್ತವೆ

ಕಲಿಕಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು : ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು

A2Q6B2

- ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಂಕ್ಲಿಷ್ಟವಾದ ಉಕ್ತಿಯನ್ನು ಸರಳವಾದ ರೂಪಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆಮಾಡಬಲ್ಲರು. **(CG-2)**
- ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸುವುದು, ಆವರಣಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವುದು, ವೇಗವಂತವಾದ ಮಾನಸಿಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಲ್ಲರು. **(CG-2)**
- ಈ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಮತ್ತು ಆಚರಣಾತ್ಮಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸಬಲ್ಲರು. **(CG-10)**
- ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಬೇಗೆನೆ ಲೆಕ್ಕಿಸಲು ವಿಸ್ತರಣಾ ರೂಪವನ್ನು ಬಳಸಬಲ್ಲರು. **(CG-2)**
- ಸಂಖ್ಯೋಕ್ತಿ ಮತ್ತು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಬಲ್ಲರು. **(CG-1)**
- ಬೀಜಗಣಿತಕ್ಕೆ ಬುನಾದಿಯಾಗಿ ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಲ್ಲರು. **(CG-2)**
- ಈ ಅಧ್ಯಾಯ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಅಂಕಗಣಿತಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಸಂಕ್ಲಿಷ್ಟವಾದ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಆಲೋಚನೆಯ ನಡುವೆ ಸೇತುವೆಯಾಗಿ ಕೆಲಸಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಗುರ್ತಿಸಬಲ್ಲರು. **(CG-2)**

AP SCERT

6.0 ಪರಿಚಯ –

ಬೀಜಗಣಿತವು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಸಂಕೇತಗಳಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಹಾಗೂ ಸಂಬಂಧಗಳ ಕುರಿತ ಸಾಮಾನ್ಯ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ವಾದಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಊಹೆಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಲು ಅಥವಾ ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು (ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ನೋಡಿದ ಅನೇಕ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಂತೆ) ಮತ್ತು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಸಹ ಬಳಸಬಹುದು.

ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಸಂಕಲನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿತರಣಾ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹಿಡಿದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಆವಿಷ್ಕರಿಸಿ, ವಿತರಣಾ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿವರಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

6.1 ಗುಣಾಕಾರದ ಕೆಲವು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು

ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಲ್ಲಿನ ಏರಿಕೆಗಳು

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಕಾರವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ 23 × 27.

? 1. ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ (23)ಗೆ 1 ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ (ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ) ಆಗ ಅದರ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ?

2. What if the second number (27) is increased by 1?

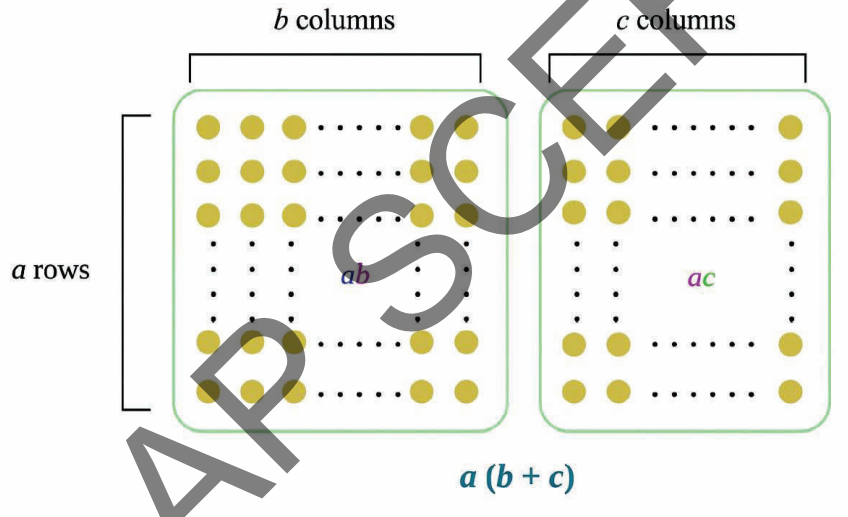
3. How about when both numbers are increased by 1?

Do you see a pattern that could help generalise our observations to the product of any two numbers?

Let us first consider a simpler problem - find the increase in the product when 27 is increased by 1. From the definition of multiplication (and the commutative property), it is clear that the product increases by 23. This can be seen from the distributive property of multiplication as well. If a, b and c are three numbers, then -

$$a\ (b + c) = ab + ac$$

This property can be visualised nicely using a diagram :



This is called the **distributive property** of multiplication over addition. Using the identity a (b + c) = ab + ac with a = 23, b = 27, and c = 1, we have

$$23\ (27 + 1) = 23 \times 27 + \boxed{23}$$

Increase

Remember that here, a (b + c) and 23 (27 + 1) mean a × (b + c), and 23 × (27 + 1), respectively. We usually skip writing the '×' symbol before or after brackets, just as in the case of expressions like 5a, xy, etc.

AP SCERT

2. ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆ (27)ಕ್ಕೆ 1 ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ (ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ) ಆಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

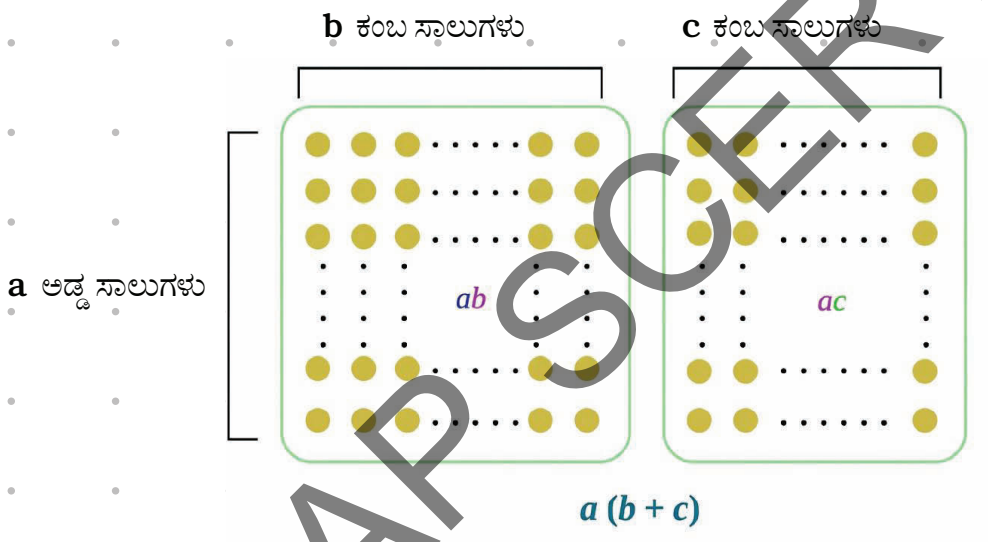
3. ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ 1 ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನಮ್ಮ ವೀಕ್ಷಣೆಯನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಲು ಸಹಾಯವಾಗುವ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿದಿರಾ?

ಮೊದಲು ನಾವು ಒಂದು ಸರಳವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ? 27ನ್ನು 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿನ ಏರಿಕೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಗುಣಾಕಾರದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದಿಂದ (ಮತ್ತು ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ), ಗುಣಲಬ್ಧವು 23 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಗುಣಾಕಾರದ ವಿತರಣಾ ಗುಣದಿಂದಲೂ ನೋಡಬಹುದು. **a, b** ಮತ್ತು **c** ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ,

$$a\,(b + c) = ab + ac$$

ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ರೇಖಾಚಿತ್ರ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು.



ಇದನ್ನು ಸಂಕಲನದ ಮೇಲೆ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿತರಣಾ ಗುಣ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ನಾವು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ **a (b + c) = ab + ac** ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು **a = 23, b = 27,** ಮತ್ತು **c = 1,** ಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ ಆಗ ನಮಗೆ

$$23\,(27 + 1) = 23 \times 27 + \boxed{23}$$

(ಹೆಚ್ಚಳ)

ಇಲ್ಲಿ, **a (b + c)** ಮತ್ತು **23 (27 + 1)** ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ **a × (b + c)** ಮತ್ತು **23 × (27 + 1)** ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಡಿ. **5a, xy,,** ಇತ್ಯಾದಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಂತೆಯೇ, ನಾವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಆವರಣಗಳ ಮೊದಲು ಅಥವಾ ನಂತರ '×' ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವುದನ್ನು ಬಿಟ್ಟುಬಿಡುತ್ತೇವೆ.

AP SCERT

We can also similarly expand (a + b) c using the distributive property as follows -

$$(a + b)\, c = c\, (a + b) \text{ (commutativity of multiplication)}$$
$$= ca + cb \text{ (distributivity)}$$
$$= ac + bc \text{ (commutativity of multiplication)}$$

We can use the distributive property to find, in general, how much a product increases if one or both the numbers in the product are increased by 1. Suppose the initial two numbers are a and b. If one of the numbers, say b, is increased by 1, then we have -

$$a\,(b + 1) = ab + \boxed{a}$$

Increase

Now let us see what happens if both numbers in a product are increased by 1. If in a product ab, both a and b are increased by 1, then we obtain (a + 1) (b + 1).

? How do we expand this?

Let us consider (a + 1) as a single term. Then, by the distributive property, we have

$$(a + 1)\,(b + 1) = (a + 1)\, b + (a + 1)\, 1$$

Again applying the distributive property, we obtain

$$(a + 1)\,(b + 1) = (a + 1)\, b + (a + 1)\, 1$$
$$= ab + \boxed{(b + a + 1)} \ldots\ldots 1$$

Increase

If a = 23, and, b = 27, we get

$$(23 + 1)\,(27 + 1) = (23 + 1)\, 27 + (23 + 1)\, 1$$
$$= 23 \times 27 + \boxed{(27 + 23 + 1)}$$

Increase

Thus, the product ab increases by a + b + 1 when each of a and b are increased by 1.

? What would we get if we had expanded (a + 1) (b + 1) by first taking (b + 1) as a single term? Try it?

AP SCERT

ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು $(a + b)\ c$ ಅನ್ನು ಸಹ ಇದೇ ರೀತಿ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು –

$(a + b)\ c = c\ (a + b)$ (ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿವರ್ತನ ನಿಯಮ)

$= ca + cb$ (ವಿತರಣಾ ಗುಣ)

$= ac + bc$ (ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿವರ್ತನ ನಿಯಮ)

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವಾಗ ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ **1**ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದರೆ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು (**distributive property**) ಬಳಸಬಹುದು. ಆರಂಭಿಕ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು **a** ಮತ್ತು **b** ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಅಂದರೆ **b** ಅನ್ನು1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ನಮಗೆ

$a\ (b + 1) = ab + \boxed{a}$

– ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ

ಈಗ ಒಂದು ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ. **ab** ಎಂಬ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ **a** ಮತ್ತು **b** ಎರಡನ್ನೂ 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ, ನಮಗೆ$(a + 1)\ (b + 1)$ ಲಭಿಸುತ್ತದೆ.

? ನಾವು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತೇವೆ?

$(a + 1)$ ಅನ್ನು ಒಂದೇ ಪದವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ನಂತರ, ವಿತರಣಾ ಗುಣಲಕ್ಷಣದ ಮೂಲಕ, ನಮಗೆ

$(a + 1)\ (b + 1) = (a + 1)\ b + (a + 1)\ 1$

ನಾವು ಮತ್ತೆ ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವುದರಿಂದ, ನಮಗೆ

$(a + 1)\ (b + 1) = (a + 1)\ b + (a + 1)\ 1$

$= ab + \boxed{(b + a + 1)}$ 1

ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ

ದೊರೆಯುತ್ತದೆ

ಒಂದುವೇಳೆ $a = 23$, ಮತ್ತು $b = 27$, ಆದರೆ, ನಾವು ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

$(23 + 1)\ (27 + 1) = (23 + 1)\ 27 + (23 + 1)\ 1$

$= 23 \times 27 + \boxed{(27 + 23 + 1)}$

ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ

ದೊರೆಯುತ್ತದೆ

ಹೀಗಾಗಿ, **a** ಮತ್ತು **b** ಗಳನ್ನು 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ **ab** ಗುಣಲಬ್ಧ $a + b + 1$ ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.

? ಮೊದಲು $(b + 1)$ ಅನ್ನು ಒಂದೇ ಪದವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿ, ನಂತರ $(a + 1)\ (b + 1)$ ಅನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದ್ದರೆ, ನಮಗೆ ಏನು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ? ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ನೋಡಿ.

AP SCERT

What happens when one of the numbers in a product is increased by 1 and the other is decreased by 1? Will there be any change in the product?

Let us again take the product ab of two numbers a and b. If a is increased by 1 and b is decreased by 1, then their product will be (a + 1) (b - 1). Expanding this, we get

$$(a + 1)(b - 1) = (a + 1)\,b - (a + 1)\,1$$
$$= ab + b - (a + 1)$$
$$= ab + \boxed{b - a - 1} \quad \ldots (2)$$

Increase

$(b - a - 1 > 0)$

If a = 23, and b = 27, we get

$$(23 + 1)(27 - 1) = (23 + 1)\,27 - (23 + 1)\,1$$
$$= 23 \times 27 + 27 - (23 + 1)$$
$$= 23 \times 27 + \boxed{27 - 23 - 1}$$

Increase

Will the product always increase? Find 3 examples where the product decreases.

What happens when a and b are negative integers?

Check by substituting different values for a and b in each of the above cases. For example, a = –5, b = 8; a = –4, b = –5; etc.

We have seen that integers also satisfy the distributive property, that is, if x, y and z are any three integers, then x (y + z) = xy + xz.

Thus, the expressions we have for increase of products hold when the letter-numbers take on negative integer values as well i.e., the expressions in 1 and 2 hold good for negative integers values also.

Recall that two algebraic expressions are equal if they take on the same values when their letter-numbers are replaced by numbers. These numbers could be any integers. Mathematical statements that express the equality of two algebraic expressions, such as

$$a\,(b + 8) = ab + 8a,$$
$$(a + 1)(b - 1) = ab + b - a - 1, \text{ etc.,}$$

are called **identities**.

By how much will the product of two numbers change if one of the numbers is increased by m and the other by n?

APSCERT

? ಒಂದು ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದನ್ನು 1 ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗಿದೆಯೇ?

ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ **a** ಮತ್ತು **b** ಎಂಬ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು **ab** ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. **a** ಯನ್ನು 1 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಮತ್ತು **b** ಯನ್ನು 1 ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು **(a + 1) (b - 1)** ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವುದರಿಂದ, ನಮಗೆ

$$(a + 1)(b - 1) = (a + 1)\,b - (a + 1)\,1$$
$$= ab + b - (a + 1)$$
$$= ab + \boxed{b - a - 1} \quad \ldots (2)$$

ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ

ದೊರೆಯುತ್ತದೆ

(b – a – 1>0)

ಒಂದುವೇಳೆ **a = 23,** ಮತ್ತು **b = 27,** ನಮಗೆ

$$(23 + 1)(27 - 1) = (23 + 1)\,27 - (23 + 1)\,1$$
$$= 23 \times 27 + 27 - (23 + 1)$$
$$= 23 \times 27 + \boxed{27 - 23 - 1}$$

ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ

ದೊರೆಯುತ್ತದೆ

? ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗಲೂ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆಯೆ? ಗುಣಲಬ್ಧವು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವ 3 ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? **a** ಮತ್ತು **b** ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಆದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ **a** ಮತ್ತು **b** ಗಳಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ **a = –5, b = 8; a = –4, b = –5;** ಇತ್ಯಾದಿ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಸಹ ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಅಂದರೆ **x, y** ಮತ್ತು **z** ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ **x (y + z) = xy + xz.**

ಹೀಗಾಗಿ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಹೆಚ್ಚಳಕ್ಕಾಗಿ ನಾವು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿಗೆ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ. 1 ಮತ್ತು 2 ರಲ್ಲಿನ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬೆಲೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ.

ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಅವುಗಳ ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಒಂದೇ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಪಡೆದರೆ ಅವು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರಬಹುದು. ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಮತೆಯನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಗಣಿತದ ಹೇಳಿಕೆಗಳು, ಉದಾಹರಣೆಗೆ –

$$a\,(b + 8) = ab + 8a,$$

$$(a + 1)\,(b - 1) = ab + b - a - 1,$$

ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು **ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

? ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು **m** ನಿಂದ ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದನ್ನು **n** ನಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ?

APSCERT

If a and b are the initial numbers being multiplied, they become a + m and b + n.

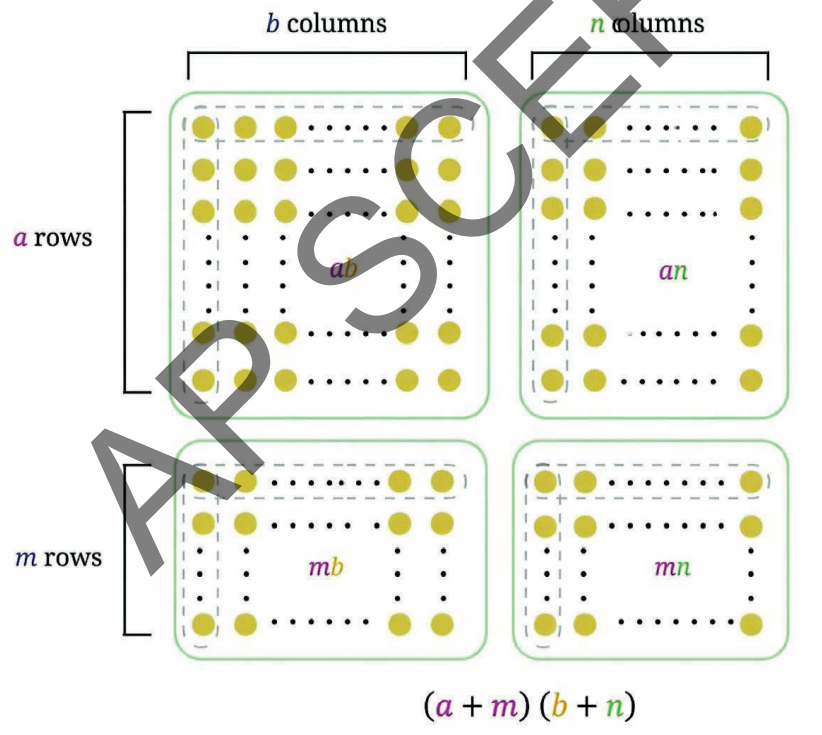
$$(a + m)(b + n) = (a + m)b + (a + m)n$$
$$= ab + mb + an + mn$$

The increase is an + bm + mn.

Notice that the product is the sum of the product of each term of (a + m) with each term of (b + n).

Identity 1 $(a + m)(b + n) = ab + mb + an + mn$

This identity can be visualised as follows -



This identity can be used to find how products change when the numbers being multiplied are increased or decreased by any amount. Can you see how this identity can be used when one or both numbers are decreased?

For example, let us reconsider the case when one number is increased by 1 and the other decreased by 1. Let us write the product (a + 1) (b - 1) as (a + 1) (b + (-1). Taking m = 1 and n = -1 in Identity 1, we have

APSCERT

a ಮತ್ತು **b** ಆರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದರೆ, ಅವು **a + m** ಮತ್ತು **b + n** ಆಗುತ್ತವೆ.

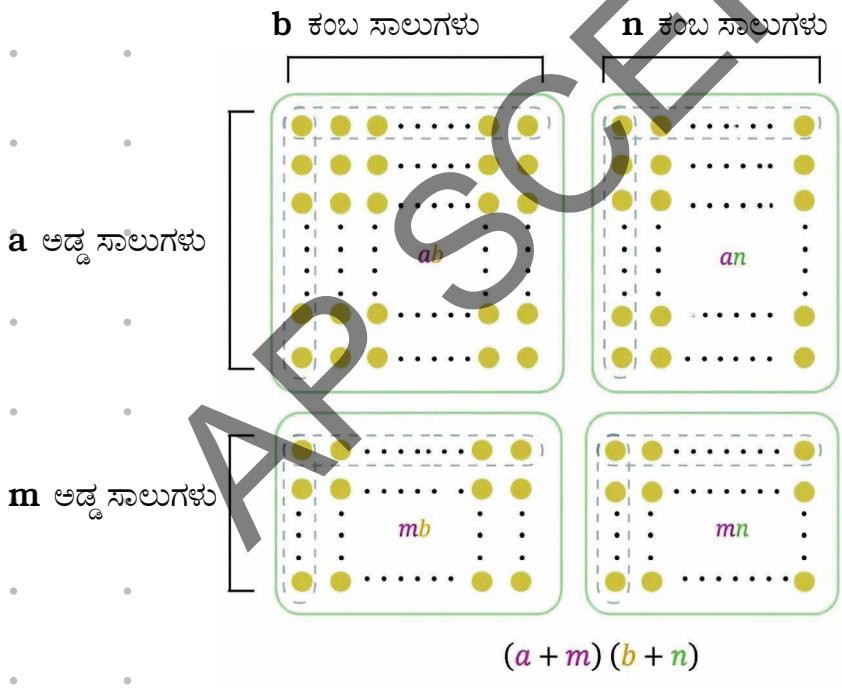
$$(a + m)(b + n) = (a + m)b + (a + m)n$$
$$= ab + mb + an + mn$$

ಹೆಚ್ಚಳವು **an + bm + mn** ಆಗಿದೆ.

ಈ ಗುಣಲಬ್ಧವು, **(a + m)** ನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಮೊತ್ತವಾಗಿದ್ದು **(b + n)** ನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದೊಂದಿಗೆ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1 $(a + m)(b + n) = ab + mb + an + mn$

ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು –



? ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಯಾವುದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನುಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಲ್ಲಿರಾ

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು **1** ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು **1**ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಮತ್ತೆ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. **(a + 1) (b - 1)** ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು **(a + 1) (b + (-1)** ಎಂದು ಬರೆಯೋಣ. ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1 ರಲ್ಲಿ **m = 1** ಮತ್ತು **n = -1** ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ನಮಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಫಲಿತ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

AP SCERT

$$ab + (1) \times b + a \times (-1) + (1) \times (-1) = ab + b - a - 1,$$

which is the same expression that we obtain earlier.

Use Identity 1 to find how the product changes when

(i) one number is decreased by 2 and the other increased by 3;

(ii) both numbers are decreased, one by 3 and the other by 4.

Verify the answers by finding the products without converting the subtractions to additions.

Generalising this, we can find the product (a + u) (b - v) as follows.

$$(a + u)(b - v) = (a + u)\, b - (a + u)\, v$$
$$= ab + ub - (av + uv)$$
$$= ab + ub - av - uv.$$

Check that this is the same as taking m = u and n = -v in Identity 1.

As in Identity 1, the product (a + u) (b - v) is the sum of the product of each term of a + u (a and u) with each term of b - v (b and (-v)). Notice that the signs of the terms in the products can be determined using the usual rules of integer multiplication.

See how the rules of integer multiplication allows us to handle multiple cases using a single identity!

Expand (i) (a - u) (b + v), (ii) (a - u) (b - v).

We get

$$(a - u)(b + v) = ab - ub + av - uv, \text{ and}$$
$$(a - u)(b - v) = ab - ub - av + uv.$$

The distributive property is not restricted to two terms within a bracket.

Example 1: Expand $\frac{3a}{2}\left(a - b + \frac{1}{5}\right)$

$$\frac{3a}{2}\left(a - b + \frac{1}{5}\right) = \left(\frac{3a}{2} \times a\right) - \left(\frac{3a}{2} \times b\right) + \left(\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5}\right)$$

The terms can be simplified as follows -

$$\frac{3a}{2} \times a = \frac{3}{2} \times (a \times a)$$

AP SCERT

$$ab + (1) \times b + a \times (-1) + (1) \times (-1) = ab + b - a - 1,$$

ಇದು ನಾವು ಮೊದಲು ಪಡೆದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಾಗಿದೆ.

? ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ **1**ನ್ನು ಬಳಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 3 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

(ii) ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 3 ರಿಂದ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 4 ರಿಂದ ಕಡಿಮೆಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

? ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ವ್ಯವಕಲನಗಳನ್ನು ಸಂಕಲನಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸದೆ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ನಾವು ಇದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿದರೆ, **(a + u) (b - v)** ಈ ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$(a + u)(b - v) = (a + u)\, b - (a + u)\, v$$
$$= ab + ub - (av + uv)$$
$$= ab + ub - av - uv.$$

'ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1' ರಲ್ಲಿ **m = u** ಮತ್ತು **n = -v** ಎಂದು ಆದೇಶಿಸುವಂತೆ ಇದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ. 'ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1' ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ, **(a + u) (b - v)** ಗುಣಲಬ್ಧ ಎಂಬುದು **(a + u)** (**a** ಮತ್ತು **u** ಗಳನ್ನು) ನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದ, **(b - v)** ಯು **b** ಮತ್ತು **(-v)** ನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದೊಂದಿಗೆ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ. ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಲ್ಲಿನ ಪದಗಳ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಗುಣಾಕಾರದ ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ನಿಯಮಗಳು ಒಂದೇ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ವಿವಿಧ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ನಮಗೆ ಹೇಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿ !

? **(i) (a - u) (b + v), (ii) (a - u) (b - v)** ಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ.

$$(a - u)(b + v) = ab - ub + av - uv,$$ ಮತ್ತು
$$(a - u)(b - v) = ab - ub - av + uv.$$ ಎಂದು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.

ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವು ಒಂದು ಆವರಣದೊಳಗಿನ ಎರಡು ಪದಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಸೀಮಿತವಾಗಿಲ್ಲ.

? ಉದಾಹರಣೆ 1: $\frac{3a}{2}\left(a - b + \frac{1}{5}\right)$ ವಿಸ್ತರಿಸಿರಿ.

$$\frac{3a}{2}\left(a - b + \frac{1}{5}\right) = \left(\frac{3a}{2} \times a\right) - \left(\frac{3a}{2} \times b\right) + \left(\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5}\right)$$

ಈಗ ಪದಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸುವುದು ಎಂದರೆ –

$$\frac{3a}{2} \times a = \frac{3}{2} \times (a \times a)$$

AP SCERT

Using exponent notation, we can write $\frac{3}{2} \times (a \times a) = \frac{3}{2} a^2$

$$\frac{3a}{2} \times b = \frac{3}{2} \times (a \times b) = \frac{3}{2} ab$$

$$\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5} = (\frac{3}{2} \times \frac{1}{5})a = \frac{3}{10} a$$

So we get

$$\frac{3a}{2}(a - b + \frac{1}{5}) = \frac{3}{2} a^2 - \frac{3}{2} ab + \frac{3}{10} a.$$

Can any two terms be added to get a single term?

For example, can $\frac{3}{2} a^2$ and $\frac{3}{10} a$ be added to get a single term?

We see that no two terms have exactly the same letter-numbers, which would have allowed them to be simplified into a single term. So, a further simplification of the expression is not possible.

Recall that we call terms having the same letter-numbers as **like terms**.

Example 2: Expand (a + b) (a + b).

We have (a + b) (a + b) = (a+b) a + (a + b)b = a × a + b × a + ab + b × b

= a^2 + ba + ab + b^2

Since ba = ab, we have two terms having the same letter-numbers ab (or, that are like terms), and so can be added

ba + ab = ab + ab = 2ab

So we get

(a + b) (a + b) = a^2 + 2ab + b^2.

Example 3: Expand (a + b) (a^2 + 2ab + b^2).

(a + b) (a^2 + 2ab + b^2) = (a + b)a^2 + (a + b) × 2ab + (a + b)b^2

= (a × a^2) + ba^2 + (a × 2ab) + (b × 2ab) + ab^2 + (b × b^2)

The terms can be simplified as follows -

a × a^2 = a^3 (why?)

ba^2 = a^2b

a × 2ab = 2 × a × a × b = 2a^2b

b × 2ab = 2 × a × b × b = 2ab^2

b × b^2 = b^3

AP SCERT

ಘಾತಾಂಕಗಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ನಾವು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು $\frac{3}{2} \times (a \times a) = \frac{3}{2}a^2$

$$\frac{3a}{2} \times b = \frac{3}{2} \times (a \times b) = \frac{3}{2}ab$$

$$\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5} = (\frac{3}{2} \times \frac{1}{5})a = \frac{3}{10}a$$

ನಮಗೆ ಈಗ ದೊರೆಯುವುದು

$$\frac{3a}{2}(a - b + \frac{1}{5}) = \frac{3}{2}a^2 - \frac{3}{2}ab + \frac{3}{10}a.$$

ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ಒಂದು ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದೇ ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯಲು $\frac{3}{2}a^2$ ಮತ್ತು $\frac{3}{10}a$ ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಬಹುದೇ?

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪದಗಳು ನಿಖರವಾಗಿ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಬೀಜಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ ಅಲ್ಲದೇ ಇದು ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಪದವಾಗಿ ಸರಳೀಕರಿಸಲು ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಸುಲಭರೂಪಕ್ಕೆ ತರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ನಾವು ಒಂದೇ ಬೀಜಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪದಗಳನ್ನು ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 2: $(a + b)(a + b)$ ನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿರಿ.

$$(a + b)(a + b) = (a+b)a + (a + b)b = a \times a + b \times a + ab + b \times b$$
$$= a^2 + ba + ab + b^2$$

ಈಗ $ba = ab$ ಆದ್ದರಿಂದ ನಮಗೆ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಅಕ್ಷರ - ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಪದಗಳಿವೆ. (ಅಥವಾ ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳು) ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ನಾವು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ -

$$ba + ab = ab + ab = 2ab$$

ನಮಗೆ ದೊರೆಯುವುದೇನೆಂದರೆ,

$$(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2.$$

ಉದಾಹರಣೆ 3: $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$ ನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿರಿ.

$$(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = (a + b)a^2 + (a + b) \times 2ab + (a + b)b^2$$
$$= (a \times a^2) + ba^2 + (a \times 2ab) + (b \times 2ab) + ab^2 + (b \times b^2)$$

ಇಲ್ಲಿನ ಪದಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸುಲಭೀಕರಿಸಬಹುದು -

$$a \times a^2 = a^3 \text{ (ಏಕೆ?)}$$

$$ba^2 = a^2b$$

$$a \times 2ab = 2 \times a \times a \times b = 2a^2b$$

$$b \times 2ab = 2 \times a \times b \times b = 2ab^2$$

$$b \times b^2 = b^3$$

AP SCERT

So, $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$.

We see that a^2b and $2a^2b$ have the same letter-numbers (or, are like

$$a^2b + 2a^2b = (1 + 2)\, a^2\, b = 3a^2\, b.$$

Similarly, ab^2 and $2ab^2$ are like terms and so can be added

$$ab^2 + 2ab^2 = (1 + 2)ab^2 = 3ab^2.$$

Thus, we have

$$(a + b) \times (a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

A Pinch of History

The distributive property of multiplication over addition was implicit in the calculations of mathematicians in many ancient civilisations, particularly in ancient Egypt, Mesopotamia, Greece, China, and India. For example, the mathematicians Euclid (in geometric form) and Aryabhata (in algebraic form) used the distributive law in an implicit manner extensively in their mathematical and scientific works. The first explicit statement of the distributive property was given by Brahmagupta in his work Brahmasphutasiddhanta (Verse 12.55), who referred to the use of the property for multiplication as khanda-gunanam (multiplication by parts). His verse states, "The multiplier is broken up into two or more parts whose sum is equal to it; the multiplicand is then multiplied by each of these and the results added". That is, if there are two parts, then using letter symbols this is equivalent to the identity $(a + b)\, c = ac + bc$. In the next verse (Verse 12.56), Brahmagupta further describes a method for doing fast multiplication using this distributive property, which we explore further in the next section.

AP SCERT



Figure it Out - 6.1

1. Observe the multiplication grid below. Each number inside the grid is formed by multiplying two numbers. If the middle number of a 3×3 frame is given by the expression pq, as shown in the figure, write the expressions for the other numbers in the grid.

ಈಗ, $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$.

ನಾವು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಇಲ್ಲಿ, a^2b ಮತ್ತು $2a^2b$ ಗಳು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ – ಅಕ್ಷರಗಳಾಗಿವೆ (ಅಥವಾ ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳು) ಮತ್ತು ಇವುಗಳನ್ನು ಈಗ ಕೂಡಿಸಬಹುದು –

$$a^2b + 2a^2b = (1 + 2)\, a^2\, b = 3a^2\, b.$$

ಇದೇರೀತಿ, ab^2 ಮತ್ತು $2ab^2$ ಗಳು ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳು ಮತ್ತು ಈಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಬಹುದು –

$$ab^2 + 2ab^2 = (1 + 2)ab^2 = 3ab^2.$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ನಾವು ಈಗ

$$(a + b) \times (a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಇತಿಹಾಸದ ಒಂದು ತುಣುಕು

ಸಂಕಲನದ ಮೇಲೆ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿತರಣಾ ಗುಣವು ಅನೇಕ ಪ್ರಾಚೀನ ಈಜಿಪ್ಟ್, ಮೆಸಪಟೋಮಿಯ, ಗ್ರೀಸ್, ಚೀನಾ ಮತ್ತು ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಚ್ಯವಾಗಿತ್ತು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಗಣಿತಜ್ಞರಾದ ಯೂಕ್ಲಿಡ್ (ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ) ಮತ್ತು ಆರ್ಯಭಟ (ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿ) ತಮ್ಮ ಗಣಿತ ಹಾಗೂ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಸೂಚ್ಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಸಿದರು. ವಿತರಣಾ ಗುಣದ ಮೊದಲ ಸ್ಪಷ್ಟ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನು ತನ್ನ ಕೃತಿ ಬ್ರಹ್ಮಸ್ಫುಟಸಿದ್ಧಾಂತ (ಶ್ಲೋಕ **12.55**) ದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ್ದಾನೆ. ಅವರು ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕಾಗಿ ಗುಣದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಖಂಡ – ಗುಣನಂ (ಭಾಗಗಳಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ) ಎಂದು ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಅವರ ಶ್ಲೋಕವು ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತದೆ, "ಗುಣಕವನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಲಾಗುತ್ತದೆ, ಅದರ ಮೊತ್ತವು ಅದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ; ನಂತರ ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ". ಅಂದರೆ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಿದ್ದರೆ, ಅಕ್ಷರ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಇದು ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ $(a + b)\, c = ac + bc$ ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಮುಂದಿನ ಶ್ಲೋಕದಲ್ಲಿ (ಶ್ಲೋಕ **12.56**), ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನು ಈ ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ವಿವರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅದನ್ನು ನಾವು ಮುಂದಿನ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಮತ್ತಷ್ಟು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತೇವೆ.

AP SCERT



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 6.1

1. ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಾಕಾರದ ಗ್ರಿಡ್‌ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಗ್ರಿಡ್‌ನೊಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ 3 × 3 ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 'pq' ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಿಂದ ನೀಡಿದೆ, ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3×5	3×6	3×7
4×5	4×6	4×7
5×5	5×6	5×7

	pq	

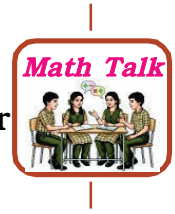
2. Expand the following products.

(i) $(3 + u)(v - 3)$ (ii) $\frac{2}{3}(15 + 6a)$

(iii) $(10a + b)(10c + d)$ (iv) $(3 - x)(x - 6)$

(v) $(-5a + b)(c + d)$ (vi) $(5 + z)(y + 9)$

3. Find 3 examples where the product of two numbers remains unchanged when one of them is increased by 2 and the other is decreased by 4. For an example, $1 \times 6 = (1+ 2) \times (6 - 4)$



4. Expand (i) $(a + ab - 3b^2)(4 + b)$, and (ii) $(4y + 7)(y + 11z - 3)$.

5. Expand (i) $(a - b)(a + b)$, (ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ and (iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$, Do you see a pattern? What would be the next identity in the pattern that you see? Can you check it by expanding?

6.1.1 Fast Multiplications Using the Distributive Property

The distributive property can be used to come up with quick methods of multiplication when certain types of numbers are multiplied.

When one of the numbers is 11, 101, 1001, ...

? Use the following multiplications to find the product of a number with 11 in a single step.

(a) 3874×11 (b) 5678×11

Let us take the first multiplication.

$$3874 \times 11 = 3874\ (10 + 1) = 38740 + 3874$$

$$38740$$

$$+\ 3874$$

APSCERT

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3 × 5	3 × 6	3 × 7
4 × 5	4 × 6	4 × 7
5 × 5	5 × 6	5 × 7

	pq	

2. ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ.

(i) $(3 + u)(v - 3)$ (ii) $\frac{2}{3}(15 + 6a)$

(iii) $(10a + b)(10c + d)$ (iv) $(3 - x)(x - 6)$

(v) $(-5a + b)(c + d)$ (vi) $(5 + z)(y + 9)$



3. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು **2** ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದನ್ನು **4** ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಬದಲಾಗದೆ ಉಳಿಯುವ **3** ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
ಉದಾಹರಣೆಗೆ $1 \times 6 = (1 + 2) \times (6 - 4)$

4. (i) $(a + ab - 3b^2)(4 + b)$, ಮತ್ತು (ii) $(4y + 7)(y + 11z - 3)$ ಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿರಿ.

5. (i) $(a - b)(a + b)$, (ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ ಮತ್ತು
(iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸ ಕಂಡು ಬಂದಿದೆಯೇ? ಮುಂದಿನ ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಲ್ಲಿರಾ? ಇದನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

6.1.1 ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಗುಣಿಸುವುದು

ಕೆಲವು ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದಾದ ಗುಣಕಾರ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದು.

ಗುಣಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು 11, 101, 1001, ... ಯಾವುದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ

? 11ರ ಜೊತೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಒಂದೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಾಕಾರ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿ.

(ಎ) 3874×11 (ಬಿ) 5678×11

ಮೊದಲ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ

$$3874 \times 11 = 3874\,(10 + 1) = 38740 + 3874$$

$$38740$$
$$+\ 3874$$
$$\_\_\_\_\_$$
$$\_\_\_\_\_$$

AP SCERT

Notice how the digits are getting added.

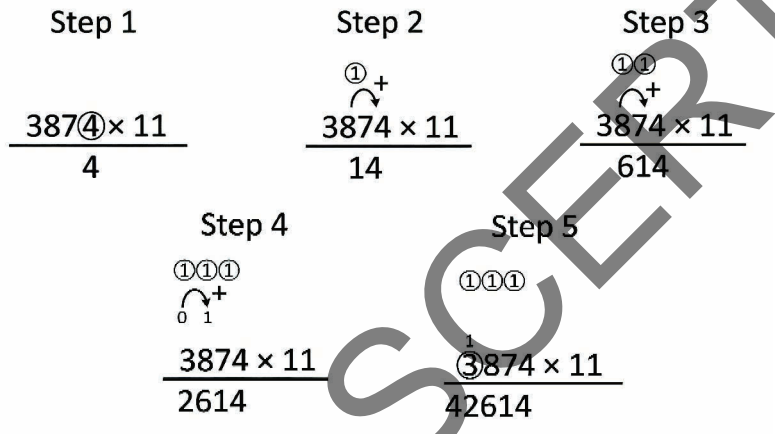
Let us take a 4-digit number dcba, that is, the number that has d in the thousands place, c in the hundreds place, b in the tens place and a in the units place.

$$dcba \times (10 + 1) = dcba \times 10 + dcba.$$

This becomes

d	c	b	a	o
+	d	c	b	a
d	(c + d)	(b + c)	(a + b)	a

This can be used to obtain the product in one line.



? Describe a general rule to multiply a number (of any number of digits) by 11 and write the product in one line.

Evaluate (i) 94 × 11, (ii) 495 × 11, (iii) 3279 × 11, (iv) 4791256 × 11.

? Can we come up with a similar rule for multiplying a number by 101?

? Multiply 3874 by 101.

Let us take a 4-digit number dcba.

$$dcba \times 101 = dcba \times (100 + 1) = dcba \times 100 + dcba.$$

This becomes

d	c	b	a	o	o
+		d	c	b	a
d	c	(b + d)	(a + c)	b	a

? Use this to multiply 3874 × 101 in one line.

AP SCERT

.ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕೂಡಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ನಾವು 4–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ **dcba** ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ, ಅಂದರೆ, ಸಾವಿರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ **d**, ನೂರರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ **c**, ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ **b** ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ **a** ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ.

$$dcba \times (10 + 1) = dcba \times 10 + dcba.$$

ಇದು –

d	c	b	a	o	
+	d	c	b	a	
d	(c + d)	(b + c)	(a + b)	a	ಆಗುತ್ತದೆ.

ಇದನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಒಂದೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನುಪಡೆಯಬಹುದು.

ಹಂತ 1

$$\begin{array}{r} 387④\times 11 \\ \hline 4 \end{array}$$

ಹಂತ 2

$$\begin{array}{r} \overset{①}{\curvearrowright}+ \\ 3874 \times 11 \\ \hline 14 \end{array}$$

ಹಂತ 3

$$\begin{array}{r} \overset{①①}{\curvearrowright}+ \\ 3874 \times 11 \\ \hline 614 \end{array}$$

ಹಂತ 4

$$\begin{array}{r} \overset{①①①}{\curvearrowright}+ \\ 0\ 1 \\ 3874 \times 11 \\ \hline 2614 \end{array}$$

ಹಂತ 5

$$\begin{array}{r} ①①① \\ \overset{1}{③}874 \times 11 \\ \hline 42614 \end{array}$$

? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು (ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ) **11** ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಒಂದೇ (ಹಂತ) ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಮಯವನ್ನುವಿವರಿಸಿ.



ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿರಿ: **(i) 94 × 11,** **(ii) 495 × 11,**

(iii) 3279 × 11, **(iv) 4791256 × 11.**

? ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು **101** ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ನಾವು ಇದೇ ರೀತಿಯ ನಿಯಮವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು?

? 3874ನ್ನು 101 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ.

ಈಗ 4 ಅಂಕಿಯ dcba ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ।

$$dcba \times 101 = dcba \times (100 + 1) = dcba \times 100 + dcba.$$

ಇದು ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಆಗುತ್ತದೆ

d	c	b	a	o	o	
+		d	c	b	a	
d	c	(b + d)	(a + c)	b	a	

? ಇದನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಒಂದೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 3874 × 101 ಅನ್ನು ಗುಣಿಸಿ.

AP SCERT

What could be a general rule to multiply a number by 101 and write the product in one line? Extend this rule for multiplication by 1001, 10001, ...



Use this to find (i) 89 × 101, (ii) 949 × 101, (iii) 265831 × 1001, (iv) 1111 × 1001, (v) 9734 × 99 and (vi) 23478 × 999.

Such methods of applying the distributive property to easily multiply two numbers were discussed extensively in the ancient mathematical works of Brahmagupta (628 CE), Sridharacharya (750 CE) and Bhaskaracharya (Lilavati, 1150 CE). In his work *Brahmasphuta-siddhanta* (Verse 12.56), Brahmagupta refers to such methods for fast multiplication using the distributive property as **ista-gunana.**

6.2 Special Cases of the Distributive Property

Square of the Sum/Difference of Two Numbers

The area of a square of sidelength 60 units is 3600 sq. units (60^2) and that of a square of sidelength 5 units is 25 sq. units (5^2). Can we use this to find the area of a square of sidelength 65 units?

A square of sidelength 65 can be split into 4 regions as shown in the figure - a square of sidelength 60, a square of sidelength 5, and two rectangles of sidelengths 60 and 5. The area of the square of sidelength 65 is the sum of the areas of all its constituent parts. Can you find the areas of the four parts in the figure above?

We get

$65^2 = (60 + 5)^2 = 60^2 + 5^2 + 2 \times (60 \times 5)$.

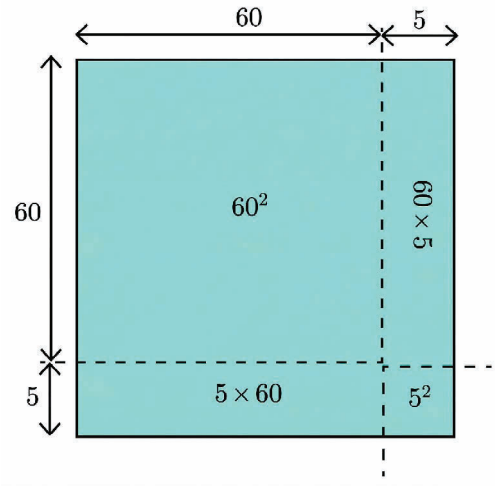
$= 3600 + 25 + 600 = 4225$ sq. units.

Let us multiply $(60 + 5) \times (60 + 5)$ using the distributive property.

$(60 + 5) \times (60 + 5)$

$= 60 \times 60 + 5 \times 60 + 60 \times 5 + 5 \times 5$

$= 60^2 + 2 \times (60 \times 5) + 5^2$.



AP SCERT

? ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 101ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಒಂದೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಇರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮ ಯಾವುದ? ಈ ನಿಯಮವನ್ನು 1001, 10001 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ವಿಸ್ತರಿಸಿರಿ.

ಗಣಿತ ಮಾತು



? ಇದನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **(i) 89 × 101, (ii) 949 × 101, (iii) 265831 × 1001, (iv) 1111 × 1001, (v) 9734 × 99 and (vi) 23478 × 999.**

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಗುಣಿಸಲು ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವ ಇಂತಹ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ (**628 CE**), ಶ್ರೀಧರಾಚಾರ್ಯ (**750 CE**) ಮತ್ತು ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ (ಲೀಲಾವತಿ **1150 CE**) ಅವರ ಪ್ರಾಚೀನ ಗಣಿತ ಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನು ತನ್ನ ಕೃತಿ ಬ್ರಹ್ಮಸ್ಫುಟ ಸಿದ್ಧಾಂತ (ಶ್ಲೋಕ **12.56**) ದಲ್ಲಿ, ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಗುಣಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಇಷ್ಟ- ಗುಣನ ಎಂದು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುತ್ತಾನೆ.

6.2 ವಿತರಣಾ ನಿಯಮದ ವಿಶೇಷ ಸಂದರ್ಭಗಳು

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ / ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳ ವರ್ಗ

? **60** ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ **3600** ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು (60^2) ಮತ್ತು **5** ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ **25** ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು (5^2)ಆಗಿದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು **65** ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ **65** ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು **4** ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು **60** ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕ, **5** ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕ ಹಾಗೂ **60** ಮತ್ತು **5** ಮೂಲಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಎರಡು ಆಯತಗಳು. ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಇತರ ಎಲ್ಲಾ ಭಾಗಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಭಾಗಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವಂತೆ,

$65^2 = (60 + 5)^2 = 60^2 + 5^2 + 2 \times (60 \times 5)$.

$= 3600 + 25 + 600 = 4225$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು

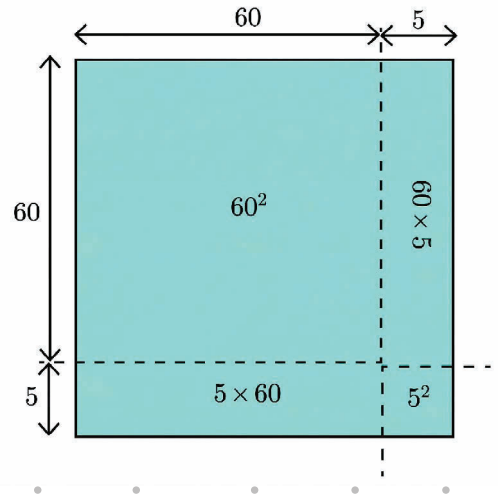
ಎಂದು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು $(60 + 5) \times (60 + 5)$ ನ್ನು ಗುಣಿಸೋಣ.

$(60 + 5) \times (60 + 5)$

$= 60 \times 60 + 5 \times 60 + 60 \times 5 + 5 \times 5$

$= 60^2 + 2 \times (60 \times 5) + 5^2$.

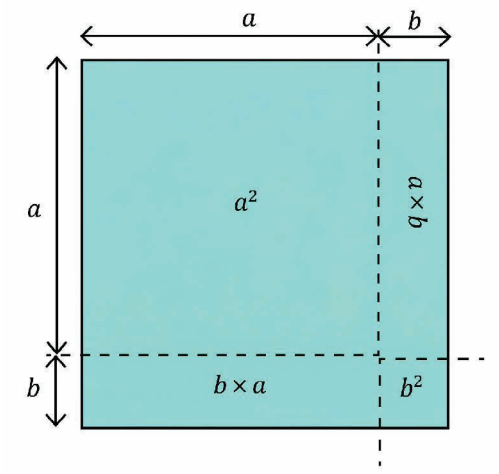


AP SCERT

? What if we write 65^2 as $(30 + 35)^2$ or $(52 + 13)^2$?

Draw the figures and check the area that you get.

Let us look at the general expression for the square of sum of two numbers, $(a + b)^2$.



Using the distributive property, $(a+b)^2$ can be expanded as

$(a+b) \times (a+b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b$

$= a^2 + 2ab + b^2$,

as we had already seen in Example 2.

Identity 1A $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



? If a and b are any two integers, is $(a + b)^2$ always greater than $a^2 + b^2$? If not, when is it greater?

? Use Identity 1A to find the values of 104^2, 37^2. (Hint: Decompose 104 and 37 into sums or differences of numbers whose squares are easy to compute.)

? Use Identity 1A to write the expressions for the following.

(i) $(m + 3)^2$ (ii) $(6 + p)^2$

? Expand $(6x + 5)^2$.

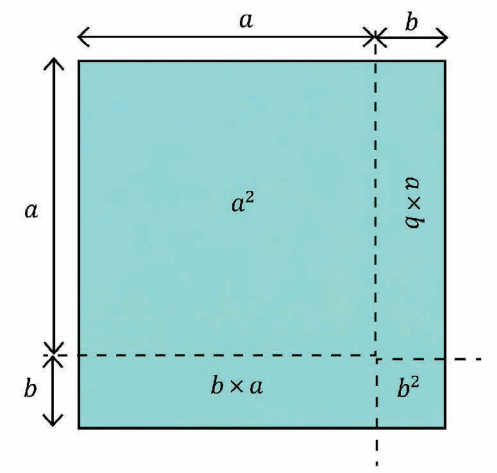
Using the Distributive Property	Using the Identity
$(6x + 5)^2 = (6x + 5)(6x + 5)$ $= (6x \times 6x) + (5 \times 6x)$ $+(6x \times 5) + 5 \times 5$ $= (6x)^2 + 2(6x \times 5) + 5^2$ $= 36x^2 + 60x + 25.$	$(6x + 5)^2 = (6x)^2 + 5^2 + 2 \times (6x \times 5)$ $= 36x^2 + 25 + 60x.$ $= 36x^2 + 60x + 25$

AP SCERT

? ನಾವು 65^2 ಅನ್ನು $(30 + 35)^2$ ಅಥವಾ $(52 + 13)^2$ ಎಂದು ಬರೆದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ?

ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಮತ್ತು ನೀವು ಪಡೆಯುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

$(a + b)^2$ ಅಂದರೆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ.



ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು $(a + b)^2$ ಅನ್ನು ಹೀಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು.

$$(a+b) \times (a+b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b$$

$$= a^2 + 2ab + b^2,$$

ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಉದಾಹರಣೆ 2ರಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಂತೆ,

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1A $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

? a ಮತ್ತು b ಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ $(a + b)^2$ ಯಾವಾಗಲೂ $a^2 + b^2$ ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆಯೇ? ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಅದು ಯಾವಾಗ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ. ?



? 104^2 ಮತ್ತು 37^2 ರ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1A ಬಳಸಿ. (ಸುಳಿಹು: 104 ಮತ್ತು 37 ಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಸುಲಭವಾದ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ವಿಭಜಿಸಿ.)

? ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1A ನ್ನು ಬಳಸಿ.

(i) $(m + 3)^2$ (ii) $(6 + p)^2$

? $(6x + 5)^2$ ನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿರಿ.

ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ	ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ
$(6x + 5)^2 = (6x + 5)(6x + 5)$ $= (6x \times 6x) + (5 \times 6x)$ $+(6x \times 5) + 5 \times 5$ $= (6x)^2 + 2(6x \times 5) + 5^2$ $= 36x^2 + 60x + 25.$	$(6x + 5)^2 = (6x)^2 + 5^2 + 2 \times (6x \times 5)$ $= 36x^2 + 25 + 60x.$ $= 36x^2 + 60x + 25$

AP SCERT

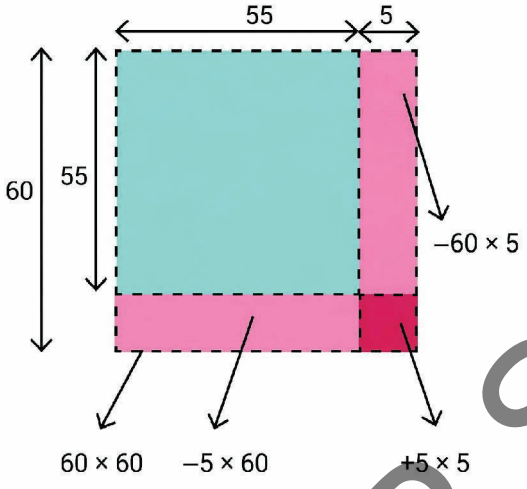
If you have difficulty remembering or using the general rule, you can just apply the distributive property to multiply and get the desired result.

? Expand $(3j + 2k)^2$ using both the identity and by applying the distributive property.

? Can we use 60^2 (= 3600) and 5^2 (= 25) to find the value of $(60 - 5)^2$ or 55^2?

Let us approach this through geometry by drawing a square of side length 55 sitting inside a square of side length 60.

Area of a square of sidelength 55 is $(60 - 5)^2 = 55^2$.



We can get the area of the square of sidelength 55 by taking the area of the square of sidelength 60 and removing the areas of the two rectangles of sidelengths 60 and 5, i.e., $60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60)$. By doing this, we remove the area of the small square of sidelength 5 twice. What can we do with this expression to get the actual area?

We can add back the area of the square of sidelength 5 to this expression. That way, we are only subtracting this area once.

So,

$$(60 - 5)^2 = 60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60) + 5^2$$
$$= 3600 - 300 - 300 + 25$$
$$= 3025.$$

The area of the square of sidelength 55 is 3025 sq. units.

We have seen what $(a + b)^2$ gives when expanded. What is the expansion of $(a - b)^2$?

Using the distributive property,

$$(a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$$
$$= (a)^2 - ba - ab + (b)^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2.$$

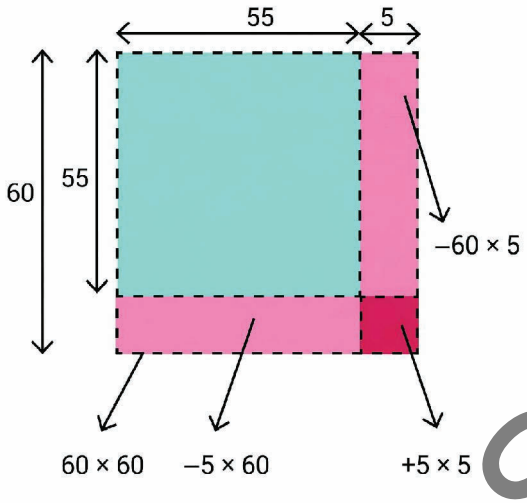
AP SCERT

ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮವನ್ನು ನೆನಪಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲು ಅಥವಾ ಬಳಸಲು ನಿಮಗೆ ಕಷ್ಟವಾಗಿದ್ದರೆ, ನೀವು ಗುಣಿಸಲು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

? ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಮತ್ತು ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವ ಮೂಲಕ $(3j + 2k)^2$ ಅನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ.

? $(60 - 5)^2$ಅಥವಾ 55^2 ರ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು 60^2 $(= 3600)$ ಮತ್ತು 5^2 $(= 25)$ ಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ? ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 60 ಇರುವ ಚೌಕದ ಒಳಗೆ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 55 ಇರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮೂಲಕ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದಿಂದ ನೋಡೋಣ.

ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 55 ರ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $(60 - 5)^2 = 55^2$.



60 ರ ಭಾಗದ ಉದ್ದದ ವರ್ಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು 60 ಮತ್ತು 5 ರ $60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60)$ಎರಡು ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ತೆಗೆಯುವ ಮೂಲಕ ಭಾಗದ ಉದ್ದದ ವರ್ಗ 55 ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನಾವು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಮಾಡುವುದರಿಂದ, ನಾವು 5 ರ ಮೂಲಮಾನದ ಉದ್ದದ ಸಣ್ಣ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ತೆಗೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸರಿಯಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನಾವು ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯೊಂದಿಗೆ ಏನು ಮಾಡಬಹುದು?

ಈ ರ ಮೂಲಮಾನದ ಉದ್ದದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಮರಳಿ ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗೆ ಸೇರಿಸಬಹುದು. ಈ ಮೂಲಕ, ನಾವು ಈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕೇವಲ ಒಂದು ಬಾರಿ ಕಳೆಯುತ್ತಿದ್ದೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ,

$$(60 - 5)^2 = 60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60) + 5^2$$
$$= 3600 - 300 - 300 + 25$$
$$= 3025.$$

55 ಮೂಲಮಾನದ ಉದ್ದದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 3025 ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು

$(a + b)^2$ ನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ ಏನು ಕೊಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. $(a - b)^2$ ನ ವಿಸ್ತರಣೆ ಏನು?

ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸುವುದರಿಂದ,

$$(a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$$
$$= (a)^2 - ba - ab + (b)^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2.$$

AP SCERT

We can also use the expansion of $(a + b)^2$ to find the expansion of $(a - b)^2$. Think how.

Hint: $(a - b)^2 = (a + (-b)^2$.

We can now directly use the expansion of $(a + b)^2$.

$(a + (-b)^2 = (a)^2 + (-b)^2 + 2 \times (a) \times (-b)$

Identity 1B $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

Find the general expansion of $(a - b)^2$ using geometry, as we did for 55^2.

Use the identity $(a - b)^2$ to find the values of (a) 99^2 and (b) 58^2.

Expand the following using both Identity 1B and by applying the distributive property

(i) $(b - 6)^2$ (ii) $(- 2a + 3)^2$ (iii) $\left(7y - \frac{3}{4z}\right)^2$

Investigating Patterns

Pattern 1

Look at the following pattern.

$$2 (2^2 + 1^2) = 3^2 + 1^2$$
$$2 (3^2 + 1^2) = 4^2 + 2^2$$
$$2 (6^2 + 5^2) = 11^2 + 1^2$$
$$2 (5^2 + 3^2) = 8^2 + 2^2.$$

Take a pair of natural numbers. Calculate the sum of their squares. Can you write twice this sum as a sum of two squares? (i.e., as the above Pattern 1)

Try this with other pairs of numbers. Have you figured out a pattern?

Notice that $2 (6^2 + 5^2) = (6 + 5)^2 + (6 - 5)^2$.

Do the identities below help in explaining the observed pattern?

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2)$$

Adding the like terms $a^2 + a^2 = 2a^2$, $b^2 + b^2 = 2b^2$ and $2ab - 2ab = 0$, we get

$$2 (a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2.$$

Pattern 2

Here is a related pattern. Try to describe the pattern using algebra to determine if the pattern always holds.

APSCERT

? $(a - b)^2$ ನ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು $(a + b)^2$ ನ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಸಹ ಬಳಸಬಹುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸಿ?

ಸುಳಿಹು: $(a - b)^2 = (a + (-b)^2$.

ಈಗ ನಾವು $(a + b)^2$ ನ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು.

$(a + (-b)^2 = (a)^2 + (-b)^2 + 2 \times (a) \times (-b)$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1B $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

? 55^2 ಗೆ ನಾವು ಮಾಡಿದಂತೆ, ರೇಖಾಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಿಸಿಕೊಂಡು $(a - b)^2$ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? $(a - b)^2$ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಳಸಿ, (a) 99^2 ಮತ್ತು (b) 58^2 ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1B ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ಮತ್ತು ವಿತರಣಾ ಗುಣ(**distributive property**) ವನ್ನುಅನ್ವಯಿಸುವ ಮೂಲಕ ವಿಸ್ತರಿಸಿರಿ.

(i) $(b - 6)^2$ (ii) $(- 2a + 3)^2$ (iii) $\left(7y - \frac{3}{4z}\right)^2$

ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು :

ವಿನ್ಯಾಸ 1

ಕೆಳಗಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನೋಡಿ.

$$2 (2^2 + 1^2) = 3^2 + 1^2$$
$$2 (3^2 + 1^2) = 4^2 + 2^2$$
$$2 (6^2 + 5^2) = 11^2 + 1^2$$
$$2 (5^2 + 3^2) = 8^2 + 2^2.$$

? ಎರಡು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ. ಈ ಮೊತ್ತದ ಎರಡರಷ್ಟನ್ನು ಎರಡು ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ?(ಅಂದರೆ, ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ 'ಮಾದರಿ 1' ರೂಪದಲ್ಲಿ).

ಇದನ್ನು ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ನೀವು ಯಾವುದೇ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು (ಮಾದರಿಯನ್ನು) ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಾ?

ಗಮನಿಸುವುದರಿಂದ, $2 (6^2 + 5^2) = (6 + 5)^2 + (6 - 5)^2$.

? ಕೆಳಗಿನ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು ಗಮನಿಸಿದ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು (ಮಾದರಿಯನ್ನು) ವಿವರಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆಯೇ?

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2)$$

ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ $a^2 + a^2 = 2a^2$, $b^2 + b^2 = 2b^2$ ಮತ್ತು $2ab - 2ab = 0$ ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.,

$$2 (a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2.$$

ವಿನ್ಯಾಸ 2 (ಮಾದರಿ 2)

? ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವಿದೆ. ಈ ವಿನ್ಯಾಸವು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯೇ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ ವಿವರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

AP SCERT

$$9 \times 9 - 1 \times 1 = 10 \times 8$$

$$8 \times 8 - 6 \times 6 = 14 \times 2$$

$$7 \times 7 - 2 \times 2 = 9 \times 5$$

$$10 \times 10 - 4 \times 4 = 14 \times 6$$

The pattern here appears to be $a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)$.

Is this a true identity? Using the distributive property, we get

$$(a + b) \times (a - b) = a^2 - ab + ba - a^2.$$

Adding the like terms, $ab + (- ab) = 0$, we see that indeed

Identity 1C $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$.

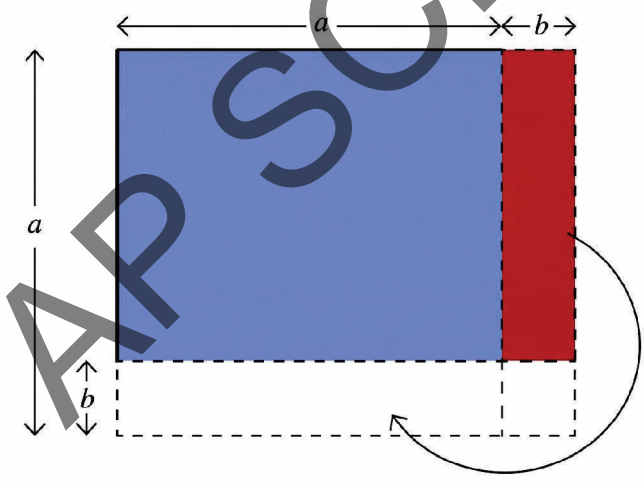
You had seen this identity earlier in Figure it Out 6.1 - 5 (i).

Try This

? Use Identity 1C to calculate 98×102, and 45×55.

? Show that $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$ geometrically.

Hint :



What do we get when this piece is moved?

Sridharacharya (750 CE) gave an interesting method to quickly compute the squares of numbers using Identity 1C! Consider the following modified form of this identity -

$$a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$$

? Why is this identity true?

Now, for example, 31^2 can be found by taking $a = 31$ and $b = 1$.

AP SCERT

$$9 \times 9 - 1 \times 1 = 10 \times 8$$

$$8 \times 8 - 6 \times 6 = 14 \times 2$$

$$7 \times 7 - 2 \times 2 = 9 \times 5$$

$$10 \times 10 - 4 \times 4 = 14 \times 6$$

ಇಲ್ಲಿ ವಿನ್ಯಾಸವು $a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)$ ಹಾಗೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

ಇದು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವೇ? ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿ

$(a + b) \times (a - b) = a^2 - ab + ba - a^2$. ಇದನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದರಿಂದ, $ab + (-ab) = 0$, ನಮಗೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1C $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$.

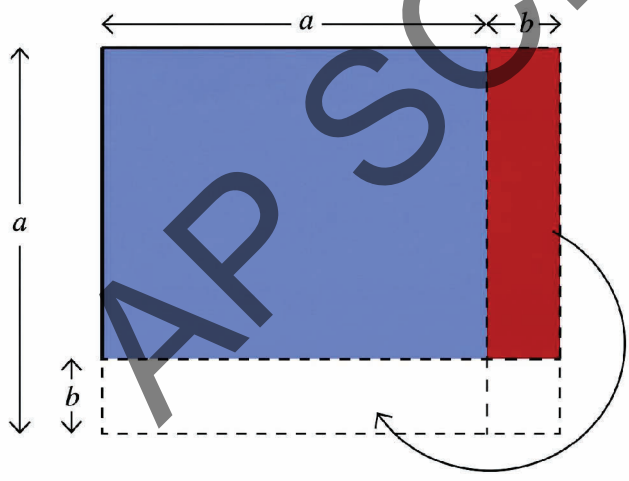
ನೀವು ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಈಗಾಗಲೇ 'ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ 6.1 ಭಾಗ 5(i)'ರಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೀರಿ.

? 98×102 ಮತ್ತು 45×55 ನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು 1C ನ್ನು ಬಳಸಿರಿ.

? $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$ ಎಂದು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ತೋರಿಸಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

ಸೂಚನೆ :



ನಾವು ಈ ತುಂಡನ್ನು ಸರಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ಏನು ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಶ್ರೀಧರಾಚಾರ್ಯರು (ಕ್ರಿ.ಶ 750) ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ 1C ಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾರೆ. ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣದ ಮಾರ್ಪಡಿಸಿದ ರೂಪವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

$$a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$$

? ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಸರಿಯಿದೆ ಏಕೆ?

ಈಗ ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $a = 31$ ಮತ್ತು $b = 1$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು 31^2 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

AP SCERT

$$31^2 = (31 + 1)(31 - 1) + 1^2$$

$$= 32 \times 30 + 1$$

$$= 961.$$

197^2 can be found by taking a = 197, and b = 3.

$$197^2 = (197 + 3)(197 - 3) + 3^2$$

$$= 200 \times 194 + 9$$

$$= 38809.$$



Figure it Out - 6.2

1. Which is greater: $(a - b)^2$ or $(b - a)^2$? Justify your answer.
2. Express 100 as the difference of two squares.
3. Find 406^2, 72^2, 145^2, 1097^2, and 124^2 using the identities you have learnt so far.
4. Do Patterns 1 and 2 hold only for counting numbers? Do they hold for negative integers as well? What about fractions? Justify your answer.



6.3 Mind the Mistake, Mend the Mistake

We have expanded and simplified some algebraic expressions below to their simplest forms.

(i) Check each of the simplifications and see if there is a mistake.

(ii) If there is a mistake, try to explain what could have gone wrong.

(iii) Then write the correct expression

1. $-3p(-5p + 2q)$
   $= -3p + 5p - 2q$
   $= p - 2q$

2. $2(x - 1) + 3(x + 4)$
   $= 2x - 1 + 3x + 4$
   $= 5x + 3$

3. $y + 2(y + 2)$
   $= (y + 2)^2$
   $= y^2 + 4y + 4$

4. $(5m + 6n)^2$
   $= 25m^2 + 36n^2$

5. $(-q + 2)^2$
   $= q^2 - 4q + 4$

6. $3a(2b \times 3c)$
   $= 6ab + 9ac$
   $= 54a2bc$

AP SCERT

$$31^2 = (31 + 1)(31 - 1) + 1^2$$
$$= 32 \times 30 + 1$$
$$= 961.$$

a = 197, ಮತ್ತು **b = 3** ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ 197^2 ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$197^2 = (197 + 3)(197 - 3) + 3^2$$
$$= 200 \times 194 + 9$$
$$= 38809.$$



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ - 6.2

1. $(a - b)^2$ ಅಥವಾ $(b - a)^2$ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿರಿ.
2. 100ನ್ನು ಎರಡು ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
3. ನೀವು ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೂ ಕಲಿತಿರುವ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 406^2, 72^2, 145^2, 1097^2 ಮತ್ತು 124^2 ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. ವಿನ್ಯಾಸ 1 ಮತ್ತು ವಿನ್ಯಾಸ 2 ಕೇವಲ ಎಣಿಕೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರವೇ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯೇ? ಅಥವಾ ಋಣಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಸಹ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆಯೇ? ಹಾಗೂ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತವೆಯೇ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ



6.3 ತಪ್ಪನ್ನು ಗುರುತಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಿ.

ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಕೆಲವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ನಾವು ಸರಳ ರೂಪಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಮತ್ತು ಸರಳೀಕರಿಸಿದ್ದೇವೆ.

(i) ಪ್ರತಿ ಸರಳೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಮತ್ತು ತಪ್ಪಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡಿ.

(ii) ತಪ್ಪಾಗಿದ್ದರೆ, ಏನು ತಪ್ಪಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

(iii) ನಂತರ ಸರಿಯಾದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

1. $-3p\,(-5p + 2q)$
$= -3p + 5p - 2q$
$= p - 2q$

2. $2(x - 1) + 3(x + 4)$
$= 2x - 1 + 3x + 4$
$= 5x + 3$

3. $y + 2\,(y + 2)$
$= (y + 2)^2$
$= y^2 + 4y + 4$

4. $(5m + 6n)^2$
$= 25m^2 + 36n^2$

5. $(-q + 2)^2$
$= q^2 - 4q + 4$

6. $3a\,(2b \times 3c)$
$= 6ab + 9ac$
$= 54a2bc$

APSCERT

(7) $\frac{1}{2}(10s - 6) + 3$
$= 5s - 3 + 3$
$= 5s$

(8) $5w^2 + 6w$
$= 11w^2$

(9) $2a^3 + 3a^3 + 6a^2b + 6ab^2$
$= 5a^3 + 12a^2b^2$

(10) $(x + 2)(x + 5)$
$= (x + 2)x + (x + 2)5$
$= x^2 + 2x + 5x + 10$
$= x^2 + 7x + 10$

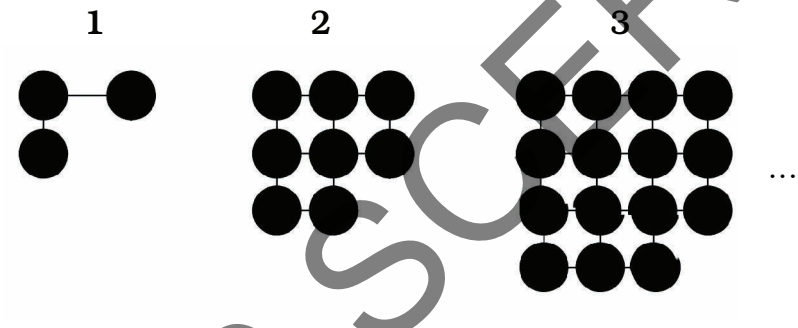
(11) $(a + 2)(b + 4)$
$= ab + 8$

(12) $ah^2 + a^2b + a^2b^2$
$= ab(a + b + ab)$

6.4 This Way or That Way, All Ways Lead to the Bay

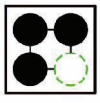
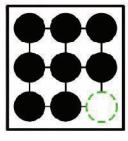
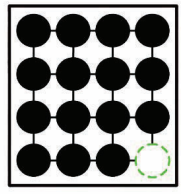
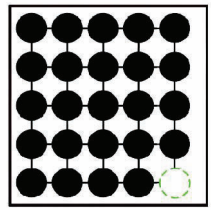


Observe the pattern in the figure below. Draw the next figure in the sequence. How many circles does it have? How many total circles are there in Step 10? Write an expression for the number of circles in Step k.



There are many ways of interpreting this pattern. Here are some possibilities:

Method 1

Step 1	Step 2	Step 3	Step 4	... Step k
				...
$2^2 - 1$	$3^2 - 1$	$4^2 - 1$	$5^2 - 1$	
$= (1 + 1)^2 - 1$	$= (2 + 1)^2 - 1$	$= (3 + 1)^2 - 1$	$= (4 + 1)^2 - 1$	$...(k + 1)^2 - 1$

AP SCERT

(7) $\frac{1}{2}(10s-6)+3$
$= 5s-3+3$
$= 5s$

(8) $5w^2+6w$
$= 11w^2$

(9) $2a^3+3a^3+6a^2b+6ab^2$
$= 5a^3+12a^2b^2$

(10) $(x+2)(x+5)$
$= (x+2)x+(x+2)5$
$= x^2+2x+5x+10$
$= x^2+7x+10$

(11) $(a+2)(b+4)$
$= ab+8$

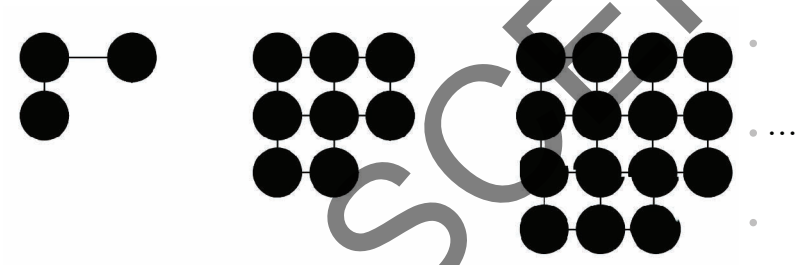
(12) $ah^2+a^2b+a^2b^2$
$= ab(a+b+ab)$

6.4 ದಾರಿಯಾವುದಾದರೇನು ಸೇರುವ ಜಾಗ ಒಂದೇ?

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ವಿನ್ಯಾಸ (ಮಾದರಿ)ಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಮುಂದಿನ ಅನುಕ್ರಮ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಅದು ಎಷ್ಟು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ? ಹಂತ **10** ರಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ವೃತ್ತಗಳಿವೆ? ಹಂತ **k** ನಲ್ಲಿರುವ ವೃತ್ತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



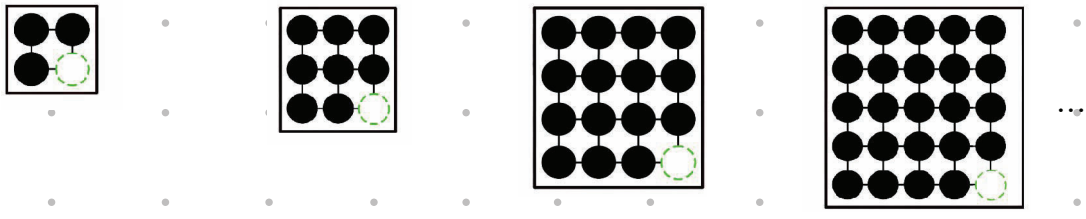
1 2 3


...

ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು ಹಲವು ವಿಧಾನಗಳಿವೆ. ಕೆಲವು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ.

ವಿಧಾನ 1

ಹಂತ 1 ಹಂತ 2 ಹಂತ 3 ಹಂತ 4 ... ಹಂತ **k**


...

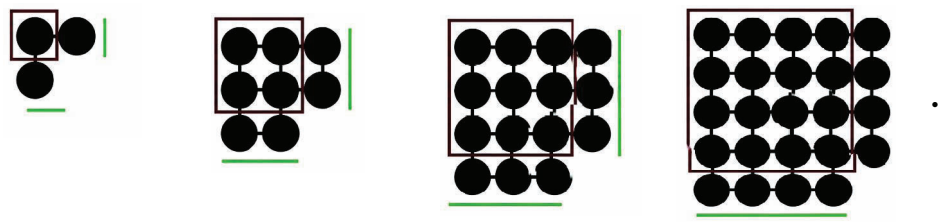
$2^2 - 1$ $3^2 - 1$ $4^2 - 1$ $5^2 - 1$

$= (1+1)^2 - 1$ $= (2+1)^2 - 1$ $= (3+1)^2 - 1$ $= (4+1)^2 - 1$ $...(k+1)^2 - 1$

AP SCERT

Method 2

Step 1 Step 2 Step 3 Step 4 . . . Step k

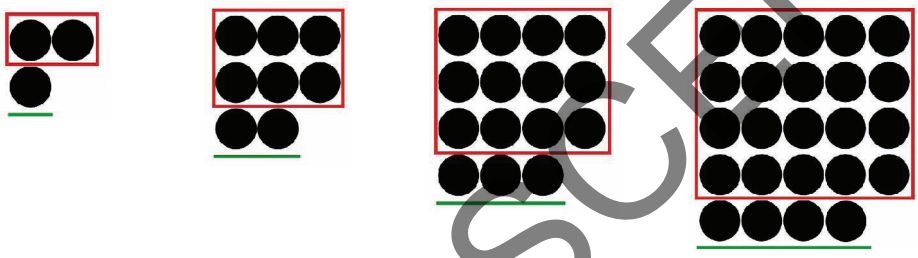


$1 + 2 \times 1$ $2^2 + 2 \times 2$ $3^2 + 2 \times 3$ $4^2 + 2 \times 4$

$= 1^2 + 2 \times 1$ $= 2^2 + 2 \times 2$ $= 3^2 + 2 \times 3$ $= 4^2 + 2 \times 4$ . . . $k^2 + 2 \times k$

Method 3

Step 1 Step 2 Step 3 Step 4 . . . Step k



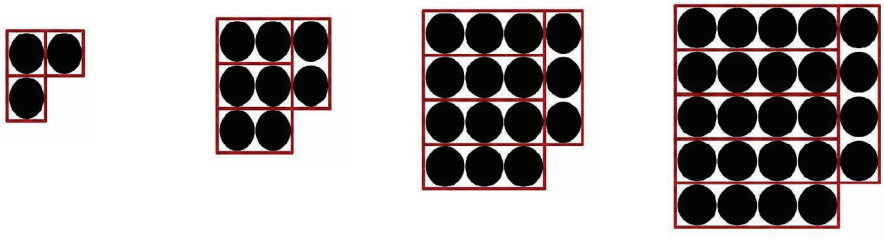
$1 \times 2 + 1$ $2 \times 3 + 2$ $3 \times 4 + 3$ $4 \times 5 + 4$

$= 1 \times (1 + 1) + 1$ $= 2 \times (2 + 1) + 2$ $= 3 \times (3 + 1) + 3$ $= 4 \times (4 + 1) + 4$

. . . $k \times (k + 1) + k$

Method 4

Step 1 Step 2 Step 3 Step 4 . . . Step k



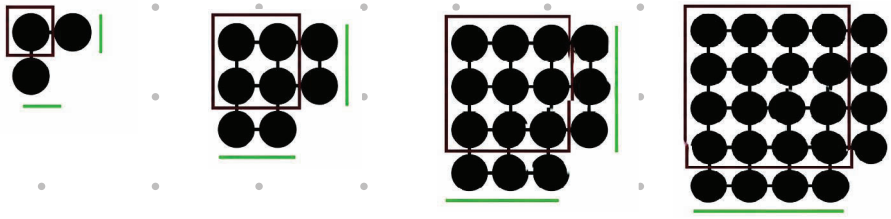
1×3 2×4 3×5 4×6

$= 1 \times (1 + 2)$ $= 2 \times (2 + 2)$ $= 3 \times (3 + 2)$ $= 4 \times (4 + 2)$ . . . $k \times (k+2)$

AP SCERT

ವಿಧಾನ 2

ಹಂತ 1 ಹಂತ 2 ಹಂತ 3 ಹಂತ 4 ... ಹಂತ **k**



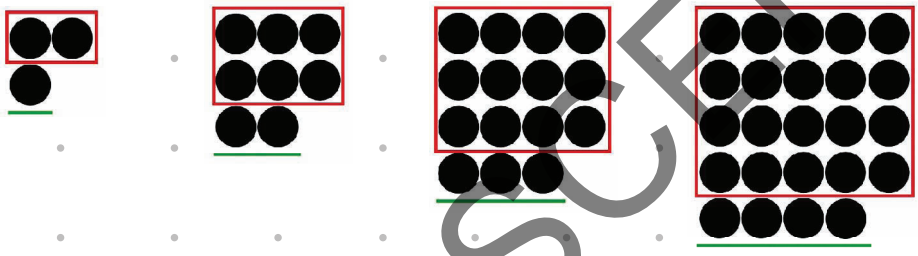
...

$1 + 2 \times 1$ $2^2 + 2 \times 2$ $3^2 + 2 \times 3$ $4^2 + 2 \times 4$

$= 1^2 + 2 \times 1$ $= 2^2 + 2 \times 2$ $= 3^2 + 2 \times 3$ $= 4^2 + 2 \times 4$ ... $k^2 + 2 \times k$

ವಿಧಾನ 3

ಹಂತ 1 ಹಂತ 2 ಹಂತ 3 ಹಂತ 4 ... ಹಂತ **k**



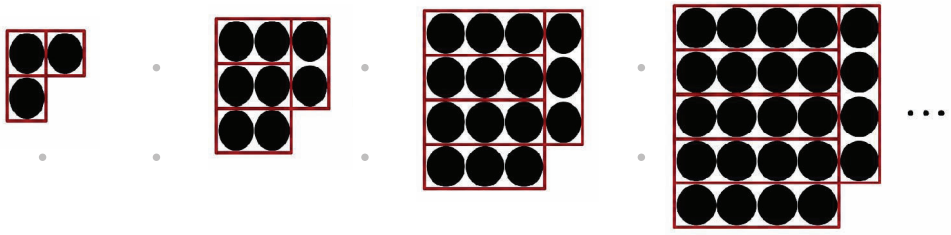
$1 \times 2 + 1$ $2 \times 3 + 2$ $3 \times 4 + 3$ $4 \times 5 + 4$

$= 1 \times (1 + 1) + 1$ $= 2 \times (2 + 1) + 2$ $= 3 \times (3 + 1) + 3$ $= 4 \times (4 + 1) + 4$

... $k \times (k + 1) + k$

ವಿಧಾನ 4

ಹಂತ 1 ಹಂತ 2 ಹಂತ 3 ಹಂತ 4 ... ಹಂತ **k**



...

1×3 2×4 3×5 4×6

$= 1 \times (1 + 2)$ $= 2 \times (2 + 2)$ $= 3 \times (3 + 2)$ $= 4 \times (4 + 2)$ ... $k \times (k+2)$

APSCERT

Does your method match any of these, or is it different? Each expression that we have identified appears different, but are they really different? Since they describe the same pattern, they should all be the same. Let us simplify each expression and find out.

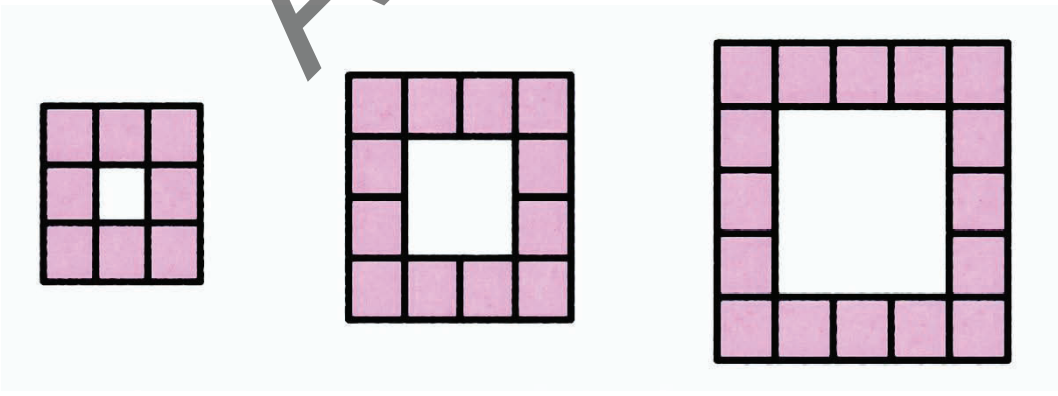
$(k + 1)^2 - 1$	$k^2 + 2 \times k$	$k \times (k + 1) + k$	$k \times (k + 2)$
$= k^2 + 1 + 2k - 1$	$= k^2 + 2k$	$= k^2 + k + k$	$= k^2 + 2k$
$= k^2 + 2k$		$= k^2 + 2k$	

When carried out correctly, all methods lead to the same answer; $k^2 + 2k$. The expression $k^2 + 2k$ gives the number of circles at Step k of this pattern.

In Mathematics, there are often multiple ways of looking at a pattern, and different ways of approaching and solving the same problem. Finding such ways often requires a great deal of creativity and imagination! While one or two of the ways might be your favourite(s), it can be amusing and enriching to explore other ways as well

? Use this formula to find the number of circles in Step 15.

? Consider the pattern made of square tiles in the picture below.



? How many square tiles are there in each figure?

? How many are there in Step 4 of the sequence? What about Step 10?

AP SCERT

ನಿಮ್ಮ ವಿಧಾನವು ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಅಥವಾ ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆಯೇ? ನಾವು ಗುರುತಿಸಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಅವು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ವಿಭಿನ್ನವೇ? ಅವುಗಳು ಒಂದೇ ಮಾದರಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳೆಲ್ಲವೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು. ಪ್ರತಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ ನೋಡೋಣ.

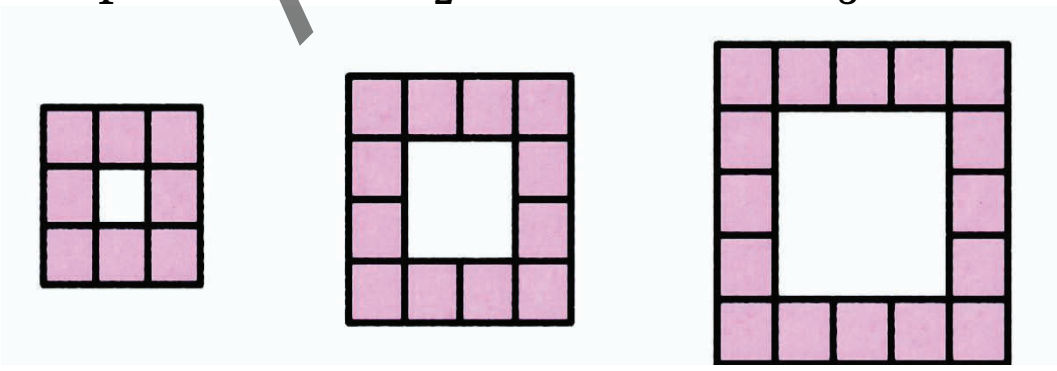
$(k + 1)^2 - 1$	$k^2 + 2 \times k$	$k \times (k + 1) + k$	$k \times (k + 2)$
$= k^2 + 1 + 2k - 1$	$= k^2 + 2k$	$= k^2 + k + k$	$= k^2 + 2k$
$= k^2 + 2k$		$= k^2 + 2k$	

ಹಂತಗಳು ಸರಿಯಿದ್ದಾಗ ಎಲ್ಲಾ ವಿಧಾನಗಳು ಒಂದೇ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾಗುತ್ತವೆ. $k^2 + 2k$. ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಈ ಮಾದರಿಯ ಹಂತ k ನಲ್ಲಿರುವ ವೃತ್ತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $k^2 + 2k$ ಎಂಬ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ನೋಡಲು ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಮೀಪಿಸಲು ಮತ್ತು ಪರಿಹರಿಸಲು ಅನೇಕ ವಿಧಾನಗಳಿವೆ. ಅಂತಹ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಹಳಷ್ಟು ಸೃಜನಾತ್ಮಕತೆ ಮತ್ತು ಊಹೆಯು ಅಗತ್ಯವಿರುತ್ತದೆ! ನಿಮ್ಮ ನೆಚ್ಚಿನ ಒಂದೆರಡು ವಿಧಾನಗಳಿದ್ದರೂ ಸಹ . ಇತರ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುವುದು ಮನರಂಜನೆ ಮತ್ತು ಸಮೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.

? ಹಂತ 15ರಲ್ಲಿನ ವೃತ್ತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಿ.

? ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಚೌಕಾಕಾರದ ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳಿಂದ (ಹಾಸುಬಿಲ್ಲೆ)ಮಾಡಿದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.



? ಪ್ರತಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಚೌಕಾಕಾರದ ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳಿವೆ ?

? ಹಂತ 4 ರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಅನುಕ್ರಮ ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳಿವೆ? ಹಂತ 10 ರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು?

AP SCERT

Write an algebraic expression for the number of tiles in Step n. Share your methods with the class. Can you find more than one method to arrive at the answer?

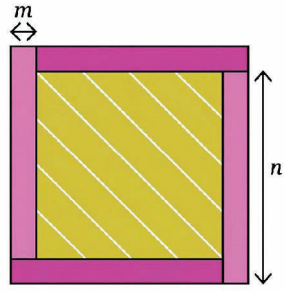


Find the area of the (interior) shaded region in the figure below. All four rectangles have the same dimensions.

Tadang's method:

The total region is a square of side (m + n) with an area $(m + n)^2$.

Subtracting the area of four rectangles from the total area will give the area of the interior shaded region. That is, $(m + n)^2 - 4mn$.



Yusuf's method:

The shaded region is a square with sidelength (n - m). So, its area is $(n - m)^2$.

By expanding both expressions, check that $(m + n)^2 - 4mn = (n - m)^2$.

Find out the area of the region with slanting lines in the figure. All three rectangles have the same dimensions (Fig. 1).

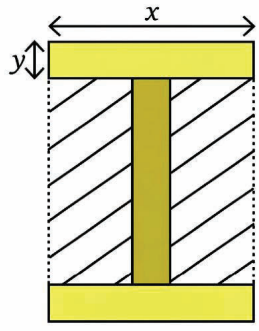


Fig. 1

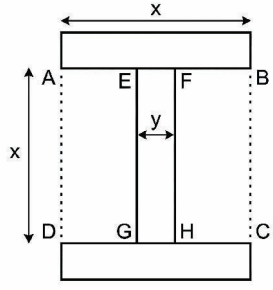
Anusha's method:

Required area = Area (ABCD) - Area (EFGH)

Area of ABCD = x^2.

Area of EFGH = xy.

Required area = $x^2 - xy$.



AP SCERT



? ಹಂತ 'n' ನಲ್ಲಿರುವ ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ನಿಮ್ಮ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ. ಉತ್ತರವನ್ನು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

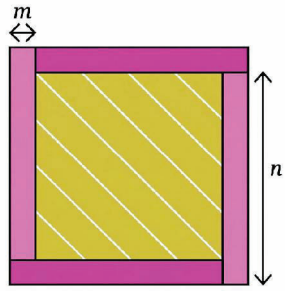
? ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕ ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಎಲ್ಲಾ ನಾಲ್ಕು ಆಯತಗಳು ಒಂದೇ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

ತಡಾಂಗ್‌ನ ವಿಧಾನ:

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟಾರೆ ಪ್ರದೇಶವು $(m + n)$ ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವಾಗಿದ್ದು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $(m + n)^2$ ಆಗಿದೆ.

ನಾಲ್ಕು ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಿಂದ ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ ಆಂತರಿಕ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದಾಗ $(m + n)^2 - 4mn$ ಆಗುತ್ತದೆ.



ಯೂಸೂಫ್‌ನ ವಿಧಾನ:

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಪ್ರದೇಶವು $(n - m)$ ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $(n - m)^2$ ಆಗಿದೆ.

? ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಮೂಲಕ $(m + n)^2 - 4mn = (n - m)^2$ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

? ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಓರೆಯಾದ ಗೆರೆಗಳಿರುವ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಮೂರು ಆಯತಗಳೂ ಒಂದೇ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. (ಚಿತ್ರ 1).

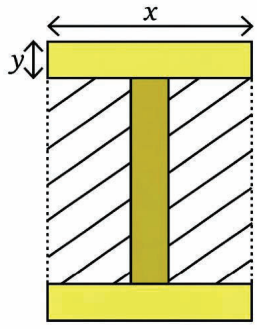


Fig. 1

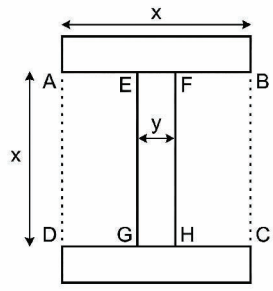
ಅನುಷಾಳ ವಿಧಾನ :

ಬೇಕಾಗಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ABCD) – ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (EFGH).

ABCD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = x^2.

EFGH ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = xy.

ಬೇಕಾಗಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $x^2 - xy$.



AP SCERT

Vaishnavi's method:

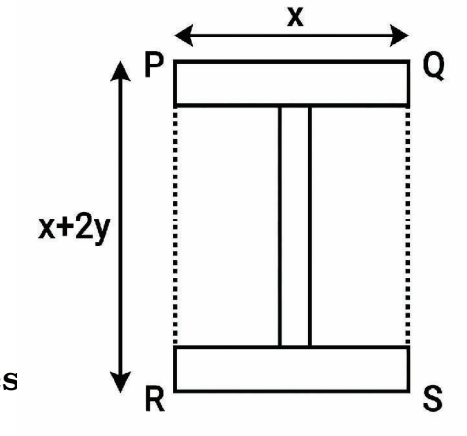
QS = y + x + y

= x + 2y.

Area of PQSR = x (x + 2y)

Required area = Area of PQSR – (area of the three rectangles

= x (x + 2y) - 3xy.



Aditya's method:

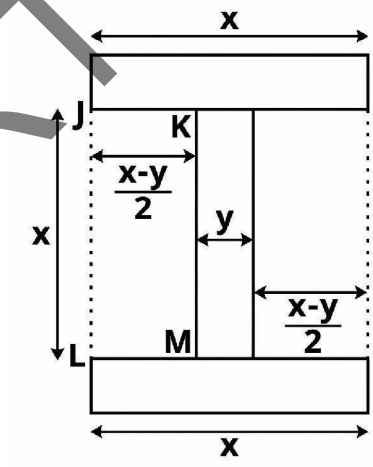
The required area is 2 times the area of JKML.

$$JK = \frac{x-y}{2}, KM = x$$

Area (JKML) = $x\frac{(x-y)}{2}$

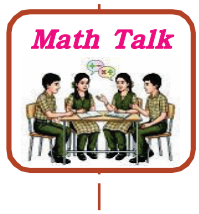
Required area = 2 × Area of JKML

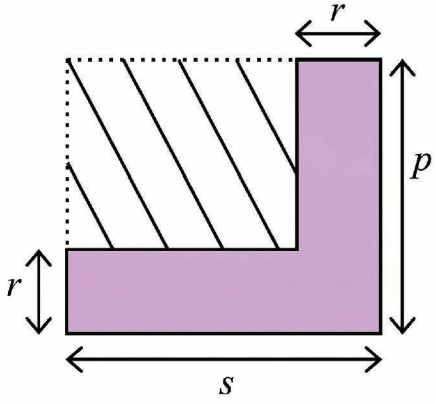
$$= 2x\frac{(x-y)}{2} = x(x-y)$$



By expanding the expressions, verify that all three expressions are equivalent. If x = 8 and y = 3, find the area of the shaded region.

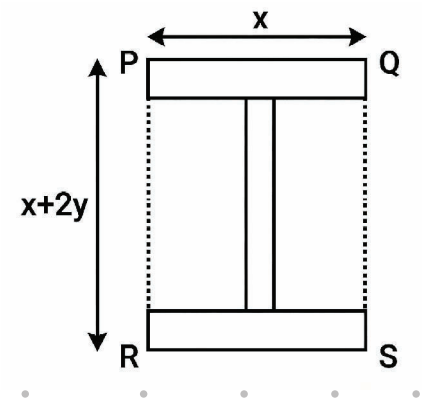
Write an expression for the area of the dashed region in the figure below. Use more than one method to arrive at the answer. Substitute p = 6, r = 3.5, and s = 9, and calculate the area.





APSCERT

ವೈಷ್ಣವಿ ವಿಧಾನ :



QS = y + x + y

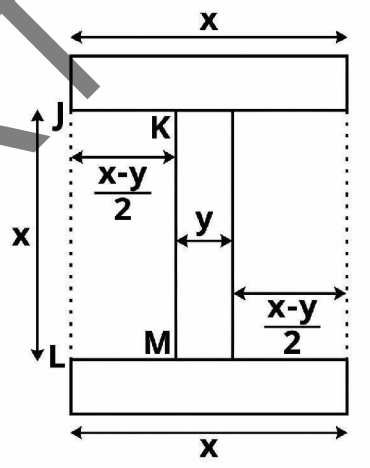
= x + 2y.

PQSR ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = **x (x + 2y)**

ಬೇಕಾಗಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = **PQSR** ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – (ಮೂರು ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

= x (x + 2y) - 3xy.

ಆದಿತ್ಯ ವಿಧಾನ :



ಬೇಕಾಗಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ **JKML** ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡರಷ್ಟಿದೆ.

$$JK = \frac{x-y}{2}, KM = x$$

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ **(JKML)** = $x \frac{(x-y)}{2}$

ಬೇಕಾಗಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 2 × **JKML** ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= 2x\frac{(x-y)}{2} \quad = x(x-y)$$

AP SCERT

? ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ **x** = 8 ಮತ್ತು **y** = 3 ಆದಾಗ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

? ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗೆರೆ ಎಳೆದ (ಡ್ಯಾಶ್) ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ. **p = 6, r = 3.5** ಮತ್ತು **s = 9** ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ.



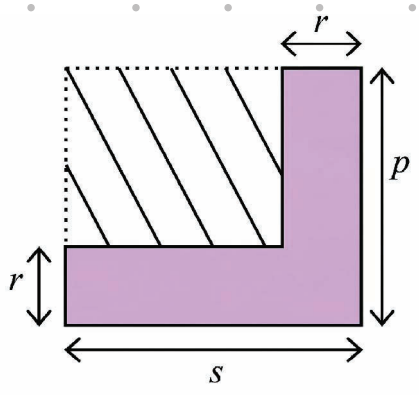




Figure it Out - 6.3

1. Compute these products using the suggested identity.

   (i) 46^2 using Identity 1A for $(a + b)^2$

   (ii) 397×403 using Identity 1C for $(a + b)(a - b)$

   (iii) 91^2 using Identity 1B for $(a - b)^2$

   (iv) 43×45 using Identity 1C for $(a + b)(a - b)$

2. Use either a suitable identity or the distributive property to find each of the following products.

   (i) $(p - 1)(p + 11)$ (ii) $(3a - 9b)(3a + 9b)$

   (iii) $-(2y + 5)(3y + 4)$ (iv) $(6x + 5y)^2$

   (v) $(2x - \frac{1}{2})^2$ (vi) $(7p) \times (3r) \times (p + 2)$

3. For each statement identify the appropriate algebraic expression(s).

   (i) Two more than a square number.

   $2 + s$ $(s + 2)^2$ $s^2 + 2$ $s^2 + 4$ $2s^2$ 2^2s

   (ii) The sum of the squares of two consecutive numbers

   $m^2 + n^2$ $(m + n)^2$ $m^2 + 1$ $m^2 + (m + 1)^2$

   $m^2 + (m - 1)^2$ $(m + (m + 1))^2$ $(2m)^2 + (2m + 1)^2$

4. Consider any 2 by 2 square of numbers in a calendar, as shown in the figure.

February						
Su	M	Tu	W	Th	F	Sa
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

AP SCERT



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 6.3

1. ಸೂಚಿಸಲಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನುಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಚಾರ ಮಾಡಿ.

   (i) 46^2 ಗೆ 1A ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ $(a + b)^2$ ನ್ನು ಬಳಸಿ.

   (ii) 397×403 ಗೆ 1C ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ $(a + b)(a - b)$ ನ್ನು ಬಳಸಿ.

   (iii) 91^2 ಗೆ 1B ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ $(a - b)^2$ ನ್ನು ಬಳಸಿ.

   (iv) 43×45 ಗೆ 1C ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ $(a + b)(a - b)$ ನ್ನು ಬಳಸಿ.

2. ಸೂಕ್ತವಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಅಥವಾ ವಿತರಣಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿ, ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) $(p - 1)(p + 11)$ (ii) $(3a - 9b)(3a + 9b)$

   (iii) $-(2y + 5)(3y + 4)$ (iv) $(6x + 5y)^2$

   (v) $(2x - \frac{1}{2})^2$ (vi) $(7p) \times (3r) \times (p + 2)$

3. ಪ್ರತಿ ಹೇಳಿಕೆಗೆ ಸೂಕ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

   (i) ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಎರಡು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.

   $2 + s$ $(s + 2)^2$ $s^2 + 2s^2 + 4$ $2s^2$ 2^2s

   (ii) ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ.

   $m^2 + n^2$ $(m + n)^2$ $m^2 + 1$ $m^2 + (m + 1)^2$

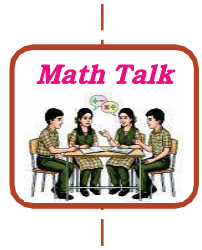
   $m^2 + (m - 1)^2$ $(m + (m + 1))^2$ $(2m)^2 + (2m + 1)^2$

4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್‌ನಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ 2×2 ಚೌಕದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

February						
Su	M	Tu	W	Th	F	Sa
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

AP SCERT

Find products of numbers lying along each diagonal - 4 × 12 = 48, 5 × 11 = 55. Do this for the other 2 by 2 squares. What do you observe about the diagonal products? Explain why this happens.



Hint: Label the numbers in each 2 by 2 square as

a	(a + 1)
a + 7	(a + 8)

5. Verify which of the following statements are true.

   (i) (k + 1) (k + 2) - (k + 3) is always 2.

   (ii) (2q + 1) (2q - 3) is a multiple of 4.

   (iii) Squares of even numbers are multiples of 4, and squares of odd numbers are 1 more than multiples of 8.

   (iv) $(6n + 2)^2 - (4n + 3)^2$ is 5 less than a square number.

6. A number leaves a remainder of 3 when divided by 7, and another number leaves a remainder of 5 when divided by 7. What is the remainder when their sum, difference, and product are divided by 7?

7. Choose three consecutive numbers, square the middle one, and subtract the product of the other two. Repeat the same with other sets of numbers. What pattern do you notice? How do we write this as an algebraic equation? Expand both sides of the equation to check that it is a true identity.

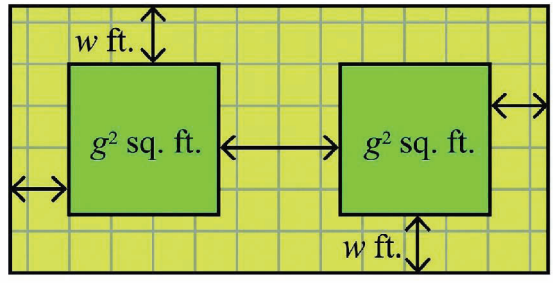
8. What is the algebraic expression describing the following steps - add any two numbers. Multiply this by half of the sum of the two numbers? Prove that this result will be half of the square of the sum of the two numbers.

9. Which is larger? Find out without fully computing the product.

   (i) 14 × 26 or 16 × 24

   (ii) 25 × 75 or 26 × 74

10. A tiny park is coming up in Dhauli. The plan is shown in the figure. The two square plots, each of area g^2 sq. ft., will have a green cover. All the remaining area is a walking path w ft. wide that needs to be tiled. Write an expression for the area that needs to be tiled.



APSCERT

ಅದರಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಕೂ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $-4 \times 12 = 48, 5 \times 11 = 55$. ಇದೇ ರೀತಿ ಇನ್ನುಳಿದ 2×2 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ. ಕರ್ಣದ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ? ಇದು ಏಕೆ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ?



ಸುಳಿಹು: ಪ್ರತಿ 2×2 ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಗುರ್ತಿಸಬಹುದು.

a	(a + 1)
a + 7	(a + 8)

5. ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಪರಶೀಲಿಸಿ.

(i) $(k + 1)(k + 2) - (k + 3)$ ಯಾವಾಗಲೂ 2 ಆಗಿದೆ.

(ii) $(2q + 1)(2q - 3)$ ಎಂಬುದು 4 ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ.

(iii) ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು 4 ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು 8 ರ ಗುಣಕಗಳಿರುವಂತೆ 1 ಹೆಚ್ಚಾಗಿವೆ.

(iv) $(6n + 2)^2 - (4n + 3)^2$ ಎಂಬುದು ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 5 ಕಡಿಮೆ.

6. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 3 ನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ 5 ಶೇಷ ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ, ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಶೇಷ ಎಷ್ಟು?

7. ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆಮಾಡಿ, ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಇದರಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ. ಇತರ ಗುಂಪಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಇದನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ. ನೀವು ಯಾವ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸುತೀರಿ? ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಾಗಿ ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು? ಇದು ಸರಿಯಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ.

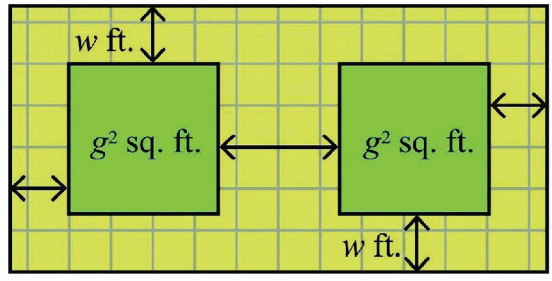
8. ಕೆಳಗಿನ ಹಂತಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಯಾವುದು – ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ. ಆ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಈ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅರ್ಧ ಮೊತ್ತದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ. ಈ ಫಲಿತಾಂಶವು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

9. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು? ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡದೆ ಕಂಡಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 14×26 or 16×24

(ii) 25×75 or 26×74

10. ಫೌಲಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪುಟ್ಟ ಉದ್ಯಾನವನ ನಿರ್ಮಾಣವಾಗಲಿದೆ. ಅದರ ಯೋಜನೆಯನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ g^2 ಚದರಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡು ಚೌಕಾಕಾರದ ಫ್ಲಾಟ್‌ಗಳಿವೆ. ಅವು ಕಪ್ಪು ಹೊದಿಕೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಉಳಿದೆಲ್ಲ ಪ್ರದೇಶವು **w** ಅಡಿ ಅಗಲದ ಪಾದಚಾರಿ ಪಥವಾಗಿದ್ದು, ಅದಕ್ಕೆ ಟೈಲ್ಸ್ ಹಾಕಬೇಕಾಗಿದೆ. ಟೈಲ್ಸ್ ಹಾಕಬೇಕಾದ ಪ್ರದೇಶದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



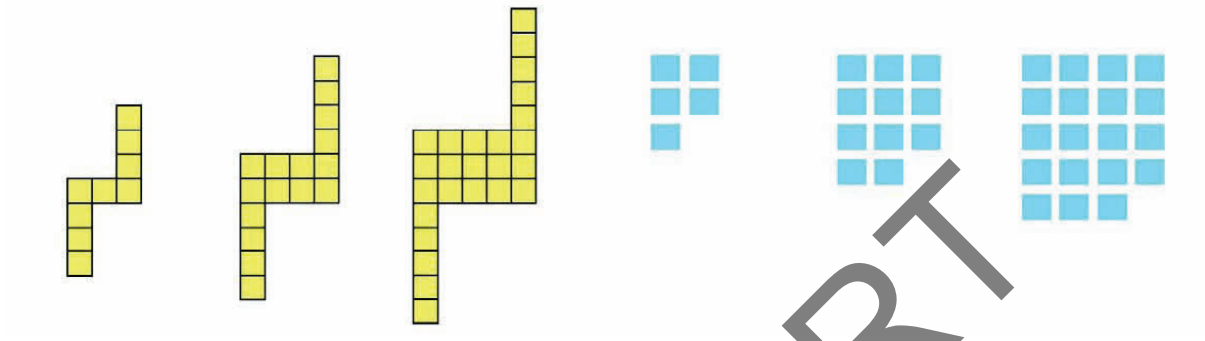
AP SCERT

11. For each pattern shown below,

(i) Draw the next figure in the sequence.

(ii) How many basic units are there in Step 10?

(iii) Write an expression to describe the number of basic units in Step y.



Step 1 Step 2 Step 3 Step 1 Step 2 Step 3

© NCERT not to be republished

SUMMARY

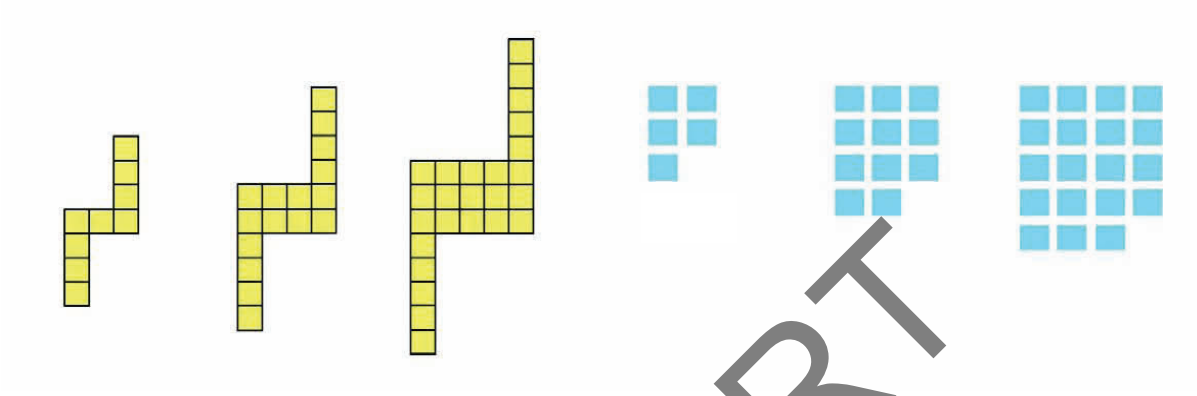
- We extended the distributive property to find the product of two expressions each of which has two terms. The general form for the same is $(a + b) \times (c + d) = ac + ad + bc + bd$.
- We saw some special cases of this identity.
  - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  - $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
  - $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
- We considered different patterns, and explored how to understand them using algebra. We saw that, often, there are multiple ways to solve a problem and arrive at the same correct answer. Finding different methods to approach and solve the same problem is a creative process.

11. ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವ ಪ್ರತಿ ವಿನ್ಯಾಸಕ್ಕೆ (ಮಾದರಿಗೆ)

(i) ಮುಂದಿನ ಅನುಕ್ರಮ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ii) 10ನೆಯ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೂಲ ಘಟಕ (ಚೌಕ)ಗಳಿರುತ್ತವೆ?

(iii) **y**ಹಂತದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೂಲ ಘಟಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



APSCERT

ಸಾರಾಂಶ

- ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದ್ದೇವೆ.ಅದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ

  $(a + b) \times (c + d) = ac + ad + bc + bd$..

- ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳ ಕೆಲವು ವಿಶೇಷ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.
  - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  - $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
  - $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
- ನಾವು ವಿಭಿನ್ನ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಆಗಾಗ್ಗೆ, ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಹಲವಾರು ವಿಧಾನಗಳಿವೆ ಎಂದು ಆಗಾಗ ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಒಂದೇ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಮತ್ತು ಪರಿಹರಿಸಲು ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಒಂದು ಸೃಜನಶೀಲ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ.



Arrange 10 coins in a triangle as shown in the figure below on the left. The task is to turn the triangle upside down by moving one coin at a time. How many moves are needed? What is the minimum number of moves?

A triangle of 3 coins can be inverted (turned upside down) with a single move, and a triangle of 6 coins can be inverted by moving 2 coins.

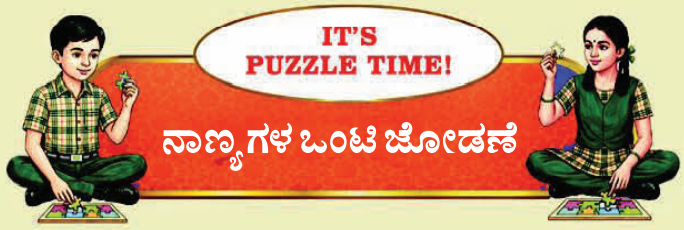


The 10-coin triangle can be flipped with just 3 moves; did you figure out how? Find out the minimum possible moves needed to flip the next bigger triangle having 15 coins. Try the same for bigger triangular numbers.

Is there a simple way to calculate the minimum number of coin moves needed for any such triangular arrangement?



© NCERT not to be republished



ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ **10** ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ಆಕಾರದಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ. ನಂತರ ಒಂದು ಸಾರಿ ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಲಿಸುವ ಮೂಲಕ ತಲೆಕೆಳಗಾಗಿ ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಚಲನೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಬೇಕಾಗಬಹುದಾದ ಕನಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಚಲನೆಗಳು ಎಷ್ಟು? **3** ನಾಣ್ಯಗಳಿರುವ ತಿಕೋನವನ್ನು ಒಂದೇ ಚಲನೆಯೊಂದಿಗೆ ತಲೆಕೆಳಗಾಗಿ ತಿರುಗಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು **6** ನಾಣ್ಯಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು **2** ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಚಲಿಸುವ ಮೂಲಕ ತಲೆಕೆಳಗಾಗಿ ತಿರುಗಿಸಬಹುದು.



APOCEBT

10 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಕೇವಲ **3** ಚಲನೆಗಳಿಂದ ತಿರುಗಿಸಬಹುದು; ನೀವು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಕೊಂಡಿರಿ? **15** ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮುಂದಿನ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕನಿಷ್ಟ ಸಂಭವನೀಯ ಚಲನೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅದೇ ರೀತಿ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.
ಇಂತಹ ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನ ಜೋಡಣೆಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕನಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಣ್ಯ ಚಲನೆಗಳನ್ನುಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಸರಳ ಮಾರ್ಗವಿದೆಯೇ?



7 PROPORTIONAL REASONING-1

Learning outcomes : Learners will be able to

- Understand and explain ratio as a comparison of two quantities (CG-1)
- Recognise equivalent and proportional ratios (CG-1)
- Simplify ratios to lowest form using HCF (CG-8)
- Apply proportional reasoning in real-life contexts (recipes, scaling, speed, cost) (CG-10)
- Use Rule of Three (Trairasika) and cross multiplication to solve proportions (CG-9)
- Divide quantities in a given ratio and justify reasoning (CG-6)
- Convert between related units in proportion-based problems (CG-8)
- Communicate mathematical reasoning clearly through contextual analysis and discussion. (CG-6)

AP SCERT

7.0 Introduction

Proportional reasoning helps us understand how two quantities change in relation to each other. It is the foundation of comparing, scaling, and solving problems involving ratios and proportions in real life.

We often use proportional reasoning when resizing images, mixing ingredients, sharing profits, or converting units. When two quantities increase or decrease in the same ratio, we say they are proportional.

For example, if the width and height of a picture both double, the image looks the same but larger - showing similarity through proportion.

Using ratios, simplest forms, and cross multiplication, we can identify proportional relationships and solve real-life problems, such as recipes, distances, or sharing money fairly.

7.1 Observing Similarity in Change

We are all familiar with digital images. We often change the size and orientation of these images to suit our needs. Observe the set of images below

7 ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆ- 1

ಕಲಿಕಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು : ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು

Z9P2L7

- ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳ ಹೋಲಿಕೆಯಾಗಿ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ವಿವರಿಸುತ್ತಾರೆ. **(CG-1)**
- ಸಮಾನವಾದ, ಸಮಾನುಪಾತಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುತ್ತಾರೆ. **(CG-1)**
- ಮಹತ್ತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ **(HCF)** ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕನಿಷ್ಟ ರೂಪಕ್ಕೆ ಸರಳೀಕರಿಸುವುದು ಮಾಡುವುದು **(CG-8)**
- ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳಲ್ಲಿ (ಅಡುಗೆಗಳು, ಸ್ಕೇಲಿಂಗ್, ಜವ, ಖರ್ಚು) ನೇರಾನುಪಾತ ತರ್ಕವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತಾರೆ. **(CG-10)**
- ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ತ್ರೈರಾಶಿಕ ನಿಯಮ, ಅಡ್ಡಗುಣಾಕಾರ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ. **(CG-9)**
- ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವುದು ಮತ್ತು ತರ್ಕವನ್ನು ಸಮರ್ಥನೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.**(CG-6)**
- ಅನುಪಾತ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧಿತ ಏಕಮಾನಗಳ ನಡುವೆ ಅನುವಾದ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.**(CG-8)**
- ಸಂದರ್ಭೋಚಿತ ವಿಶ್ಲೆಷಣೆ ಮತ್ತು ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ಗಣಿತ ತರ್ಕವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತಾರೆ.**(CG-6)**

AP SCERT

7.0 ಪರಿಚಯ

ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆಯೋ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಅನುಪಾತ ಆಲೋಚನಾ ವಿಧಾನ ನಮಗೆ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ. ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತಗಳು ಮತ್ತು ಅನುಪಾತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು, ಸ್ಕೇಲಿಂಗ್ ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ಪರಿಷ್ಕರಿಸಲು ಇದು ಬುನಾದಿಯಂತಹುದು.

ನಾವು ಚಿತ್ರಗಳ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವಾಗ, ಅಡುಗೆಯಲ್ಲಿ ಪದಾರ್ಥಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವಾಗ, ಲಾಭಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವಾಗ ಅಥವಾ ಏಕಮಾನಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವಾಗ ಆಗಾಗ್ಗೆ ಸಮಾನುಪಾತ ಆಲೋಚನಾ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳು ಒಂದೇ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿದರೂ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾದರೂ, ಅವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಒಂದು ಚಿತ್ರದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ ಎರಡೂ ದ್ವಿಗುಣವಾದರೆ, ಆ ಚಿತ್ರ ದೊಡ್ಡದಾಗಿ ಕಾಣಿಸುತ್ತದೆ ಆದರೆ ಅದರ ರೂಪ ಬದಲಾಗದು – ಇದು ಸಮಾನುಪಾತ ಮೂಲಕ ಸಮರೂಪಿಯನ್ನುತಿಳಿಯಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಅನುಪಾತಗಳು, ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪಗಳು ಮತ್ತು ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಾವು ಸಮಾನುಪಾತ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಬಹುದು. ಹಾಗೆಯೇ ಅಡುಗೆಗಳು, ದೂರಗಳು ಮತ್ತು ಹಣವನ್ನು ನ್ಯಾಯವಾಗಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವುದಂತಹ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಬಹುದು.

7.1 ಬದಲಾವಣೆಯ ಹೋಲಿಕೆ ಗಮನಿಸುವುದು (ಸಮರೂಪತೆಯ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು)

ನಮ್ಮೆಲ್ಲರಿಗೆ ಡಿಜಿಟಲ್ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ (ಚಿತ್ರಗಳ) ಪರಿಚಯವಿದೆ. ಈ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ಗಾತ್ರ ಮತ್ತ ದೃಷ್ಟಿಕೋನವನ್ನು ನಮ್ಮ ಅಗತ್ಯಗಳಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ಬದಲಿಸುತ್ತೇವೆ. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ –



Image A



Image B



Image C



Image D



Image E

AP SCERT

We can see that all the images are of different sizes.

? Which images look similar and which ones look different?

Images (A, C, and D) look similar, eventhough they have different sizes.

? Do images B and E look like the other three images?

No, they are slightly distorted. The tiger appears elongated in B, and compressed and fatter in E!

? Why?

You may notice that images A, C, and D are rectangular, but E is square.May be that is why E looks different. But B is also a rectangle! Why does it look different from the other rectangular images?

Can we observe any pattern to answer this question?

Perhaps by measuring the rectangles?





ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **A**



ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **B**



ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **C**



ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **D**



ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **E**

ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ವಿಭಿನ್ನ ಗಾತ್ರದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು.

? ಯಾವ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳು ಮತ್ತು ಯಾವುವು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತವೆ (ಸಮರೂಪಿಗಳಲ್ಲ)? ವಿಭಿನ್ನ ಗಾತ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೂ ಸಹ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು (**A, C,** ಮತ್ತು **D**) ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತವೆ.

? **B** ಮತ್ತು **E** ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ಇತರ ಮೂರು ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ರೀತಿ ಕಾಣುತ್ತವೆಯೇ? ಇಲ್ಲ. ಅವುಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ವಿರೂಪಗೊಂಡಿದೆ. ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **B** ಯಲ್ಲಿ ಹುಲಿಯು ಉದ್ದವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **E** ಯಲ್ಲಿ ಸಂಕುಚಿತಗೊಂಡು ದಪ್ಪವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತವೆ?

? ಏಕೆ?

A, C, ಮತ್ತು **D** ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿವೆ. ಆದರೆ ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **E** ಯು ಚೌಕಾಕಾರದಲ್ಲಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಹಾಗಾಗಿಯೇ **E** ಯು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಆದರೆ **B** ಕೂಡಾ ಒಂದು ಆಯತ ! ಬೇರೆ ಆಯತಾಕಾರದ ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳಿಗಿಂತ ಏಕೆ ಇದು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಯಾವುದೇ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಬಹುದೇ? ಬಹುಶಃ ಆಯತಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವುದರಿಂದ?

AP SCERT

Image	Width (in mm)	Height (in mm)
Image A	60	40
Image B	40	20
Image C	30	20
Image D	90	60
Image E	60	60

? What makes images A, C, and D appear similar, and B and E different?

When we compare image A with C, we notice that the width of C is half that of A. The height is also half of A. Both the width and height have **changed by the same factor** (through multiplication), 1/2 in this case. Since the widths and heights have changed by the same factor, the **images look similar**.

When we compare image A with image B, we notice that the width of B is 20 millimetre (mm) less than that of A. The height too is 20 mm less than the height of A. Even though the difference (through subtraction) is the same, the images look different. Have the width and height changed by the same factor? The height of B is half the height of A. But the width of B is not half the width of A. Since the width and height have not changed by the same factor, the images look different.

? Can you check by what factors the width and height of image D change as compared to image A? Are the factors the same?

Images A, C, and D look similar because their widths and heights have changed by the same factor. We say that the changes to their widths and heights are **proportional**.

7.2 Ratios

We use the notion of a ratio to represent such proportional relationships in mathematics.
We can say that the ratio of width to height of image A is 60 : 40.
The numbers 60 and 40 are called the terms of the ratio.
The ratio of width to height of image C is 30 : 20, and that of image D is 90 : 60.

AP SCERT

ಪ್ರತಿಬಿಂಬ	ಅಗಲ (ಮಿ.ಮೀಗಳಲ್ಲಿ)	ಎತ್ತರ (ಮಿ.ಮೀ.ಗಳಲ್ಲಿ)
ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **A**	60	40
ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **B**	40	20
ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **C**	30	20
ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **D**	90	60
ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **E**	60	60

? **A, C,** ಮತ್ತು **D** ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿ ಕಾಣಲು ಮತ್ತು **B** ಮತ್ತು **E** ಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣಲು ಕಾರಣವೇನು?

ನಾವು ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **A** ಯನ್ನು ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **C** ಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ **C** ಯ ಅಗಲವು **A** ಯ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಎತ್ತರವೂ ಸಹ **A** ಯ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿದೆ. ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ (ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ) ಗುಣಾಕಾರದ ಮೂಲಕ ಬದಲಾಗಿವೆ. ಈ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ 1/2 ದಿಂದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

ನಾವು **A** ಪ್ರತಿಬಿಂಬವನ್ನು **B** ಪ್ರತಿಬಿಂಬದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ **B** ಯ ಅಗಲವು **A** ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 20 ಮಿಲಿಮೀಟರ್ ನಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಿದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಎತ್ತರವೂ ಸಹ **A** ಯ ಎತ್ತರಕ್ಕಿಂತ 20 ಮಿ.ಮೀ ಕಡಿಮೆ ಇದೆ. ವ್ಯತ್ಯಾಸವು (ವ್ಯವಕಲನದ ಮೂಲಕ) ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೂ, ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತವೆ. ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಬದಲಾಗಿವೆಯೇ? **B** ಯ ಎತ್ತರವು **A** ಯ ಎತ್ತರದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿದೆ. ಆದರೆ **B** ಯ ಅಗಲವು **A** ಯ ಅಗಲದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿಲ್ಲ. ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾಗುವ ಕಾರಣ, ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತವೆ.

? ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **D**ಯ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **A** ಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ ಯಾವ ಅಂಶಗಳಿಂದ ಬದಲಾಗಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದೇ? ಅಂಶಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆಯೇ?

A, C ಮತ್ತು **D** ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತವೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಬದಲಾಗಿವೆ. ಅವುಗಳ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಬದಲಾವಣೆಗಳು **ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ** ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

7.2 ಅನುಪಾತಗಳು

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಅನುಪಾತದ ಕಲ್ಪನೆ ಬಳಸುತ್ತೇವೆ. ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **A** ನ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವು 60 : 40 ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

60 ಮತ್ತು 40 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅನುಪಾತದ ಪದಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

C ಪ್ರತಿಬಿಂಬದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವು 30 : 20,ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **D** ದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವು 90 : 60 ಆಗಿದೆ..

APSCERT

In a ratio of the form a : b, we can say that for every 'a' units of the first quantity, there are 'b' units of the second quantity.

So, in image A, we can say that for every 60 mm of width, there are 40 mm of height.

We can say that the ratios of width to height of images A, C, and D are proportional because the terms of these ratios change by the same factor. Let us see how.

Note : Ratio compares quantities of same kind or part to part but fraction compares part-to-whole.

Image A — 60 : 40

Multiplying both the terms by $\frac{1}{2}$, we get

$$60 \times \frac{1}{2} : 40 \times \frac{1}{2}$$

which is 30 : 20, the ratio of width to height in image C.

? By what factor should we multiply the ratio 60 : 40 (image A) to get 90 : 60 (image D)?

A more systematic way to compare whether the ratios are proportional is to reduce them to their simplest form and see if these simplest forms are the same.

7.3 Ratios in their Simplest Form

We can reduce ratios to their simplest form by dividing the terms by their HCF.

In image A, the terms are 60 and 40. What is the HCF of 60 and 40? It is 20. Dividing the terms by 20, we get the ratio of image A to be 3 : 2 in its simplest form.

The ratio of image D is 90 : 60. Dividing both terms by 30 (HCF of 90 and 60), we get the simplest form to be 3 : 2. So the ratios of images A and D are proportional as well.

What is the simplest form of the ratios of images B and E?

The ratio of image B is 40 : 20; in its simplest form, it is 2 : 1.

The ratio of image E is 60 : 60; in its simplest form, it is 1 : 1.

AP SCERT

a : b ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಪ್ರಮಾಣದ ಪ್ರತಿ **'a'** ಮಾನಗಳಿಗೆ, ಎರಡನೇ ಪ್ರಮಾಣದ **'b'** ಮಾನಗಳಿವೆ. ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಆದುದರಿಂದ, ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **A** ಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ 60 ಮಿ.ಮೀ. ಅಗಲಕ್ಕೆ, 40 ಮಿ.ಮೀ ಎತ್ತರವಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

A, C ಮತ್ತು **D** ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು. ಏಕೆಂದರೆ ಈ ಅನುಪಾತದ ಪದಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ.

ಅದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **A** - ಎರಡೂ ಪದಗಳನ್ನು $\frac{1}{2}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ,

ನಮಗೆ 60 : 40 ಬರುತ್ತದೆ. $\mathbf{60 \times \frac{1}{2} : 40 \times \frac{1}{2}}$

ಇದು 30 : 20, ಆಗಿವೆ; ಇದು **C** ಪ್ರತಿಬಿಂದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವಾಗಿದೆ.

ಸೂಚನೆ : ಅನುಪಾತ ಎಂಬುದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಅಂಶಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಒಂದು ಭಾಗದೊಂದಿಗೆ ಮತ್ತೊಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಹೋಲಿಸುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಭಾಗದೊಂದಿಗೆ ಪೂರ್ಣಭಾಗವನ್ನು ಹೋಲಿಸುತ್ತದೆ.

? 90 : 60 (ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **D**)ನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನಾವು 60 : 40 (ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **A**) ಅನುಪಾತವನ್ನು ಯಾವ ಅಂಶದಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೇ ಎಂದು ಹೋಲಿಸಲು ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಸರಳ ರೂಪಕ್ಕೆ ಇಳಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಈ ಸರಳರೂಪಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡುವುದು.

7.3 ಅನುಪಾತಗಳ ಸರಳರೂಪ

ಅನುಪಾತಗಳ ಪದಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಮೂಲಕ ಅವುಗಳನ್ನು ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ಇಳಿಸಬಹುದು.

ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **A** ಯಲ್ಲಿನ ಪದಗಳು 60 ಮತ್ತು 40. 60 ಮತ್ತು 40 ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಯಾವುದು? ಅದು 20 ಆಗಿದೆ. ಪದಗಳನ್ನು 20 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **A** ನ ಅನುಪಾತವು ಅದರ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ 3 : 2 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **D** ಯ ಅನುಪಾತವು 90 : 60. ಎರಡೂ ಪದಗಳನ್ನು 30 (90 ಮತ್ತು 60 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ 3 : 2 ರ ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ **A** ಮತ್ತು **D** ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ.

B ಅಅಮತ್ತು **E** ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ಅನುಪಾತಗಳ ಸರಳರೂಪವೇನು?

ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **B** ದ ಅನುಪಾತ 40 : 20; ಇದರ ಸರಳ ರೂಪವು 2 : 1.

ಪ್ರತಿಬಿಂಬ **E** ದ ಅನುಪಾತ 60 : 60; ಇದರ ಸರಳ ರೂಪವು 1 : 1

AP SCERT

These ratios are not the same as 3 : 2. So, we can say that the ratios of width to height of images B and E are not proportional to the ratios of images A, C, and D.

When two ratios are the same in their simplest forms, we say that the ratios are in **proportion**, or that the ratios are **proportional**. We use the '::' symbol to indicate that they are proportional.

So a : b :: c : d indicates that the ratios a : b and c : d are proportional.

Thus,

60 : 40 :: 30 : 20 and 60 : 40 :: 90 : 60.

7.4 Problem Solving with Proportional Reasoning

Example1: Are the ratios 3:4 and 72:96 proportional?

3: 4 is already in its simplest form.

To find the simplest form of 72 : 96, we need to divide both terms by their HCF.

What is the HCF of 72 and 96?

The HCF of 72 and 96 is 24. Dividing both terms by 24, we get 3:4. Since both ratios in their simplest form are the same, they are proportional.

Example 2 : Thanwika wanted to make lemonade for a celebration. She made 6 glasses of lemonade in a vessel and added 10 spoons of sugar to the drink. Her father expected more people to join the celebration. So he asked her to make 18 more glasses of lemonade.

To make the lemonade with the same sweetness, how many spoons of sugar should she add?



To maintain the same sweetness, the ratio of the number of glasses of lemonade to the number of spoons of sugar should be proportional. For 6 glasses of lemonade, she added 10 spoons of sugar. The ratio of glasses of lemonade to spoons of sugar is 6:10. If she needs to make 18 more glasses of lemonade, how many spoons of sugar should she use? We can model this problem as 6:10::18:?

APSCERT

ಈ ಅನುಪಾತಗಳು 3 : 2 ರಂತೆಯೇ ಇಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ **B** ಮತ್ತು **E** ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು **A, C** ಮತ್ತು **D** ಪ್ರತಿಬಿಂಬಗಳ ಅನುಪಾತಗಳಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ತಮ್ಮ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಅಥವಾ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತೀಯ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಅವುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲು ನಾವು '::' ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ **a : b :: c : d** ಆದಾಗ **a : b** ಮತ್ತು **c : d** ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ,

60 : 40 :: 30 : 20 ಮತ್ತು 60 : 40 :: 90 : 60.

7.4 ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ತರ್ಕದೊಂದಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರ

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಅನುಪಾತಗಳು 3 : 4 ಮತ್ತು 72 : 96 ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೇ?

3 : 4 ಈಗಾಗಲೇ ಸರಳ ರೂಪದಲ್ಲಿವೆ.

72 : 96 ನ್ನು ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ತರಲು ನಾವು ಎರಡೂ ಪದಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

72 ಮತ್ತು 96 ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಎಷ್ಟು?

72 ಮತ್ತು 96 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ 24 ಆಗಿದೆ. ಎರಡೂ ಪದಗಳನ್ನು 24 ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ 3 : 4 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಎರಡೂ ಅನುಪಾತಗಳು ತಮ್ಮ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 2: ತನ್ವಿಕ ಒಂದು ಆಚರಣೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದವರಿಗೆ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕ ಮಾಡಲು ಬಯಸಿದರು. ಅವಳು ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ 6 ಗ್ಲಾಸ್ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕ ತಯಾರಿಸಿ. ಪಾನೀಯಕ್ಕೆ 10 ಚಮಚ ಸಕ್ಕರೆ ಬೆರೆಸಿದಳು. ಅವಳ ತಂದೆಯು ಆಚರಣೆಯಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಜನರು ಭಾಗವಹಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿದ್ದರು. ಹಾಗಾಗಿ ಅವರು ಮಗಳಿಗೆ ಇನ್ನೂ 18 ಗ್ಲಾಸ್ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕ ತಯಾರಿಸಲು ಸೂಚಿಸಿದರು.

ಅದೇ ಸಿಹಿ ಇರುವಂತೆ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕ ತಯಾರಿಸಲು ಅವಳು ಎಷ್ಟು ಚಮಚ ಸಕ್ಕರೆಯನ್ನು ಬೆರೆಸಬೇಕು?

ಅದೇ ಸಿಹಿಯನ್ನು ಕಾಪಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ನಿಂಬೆ ಪಾನಕದ ಗ್ಲಾಸ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತ ಸಕ್ಕರೆಯ ಚಮಚಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅನುಪಾತವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು. 6 ಗ್ಲಾಸ್ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕ ಮಾಡಲು ಅವಳು 10 ಚಮಚ ಸಕ್ಕರೆ ಸೇರಿಸಬೇಕು.



ನಿಂಬೆ ಪಾನಕದ ಗ್ಲಾಸ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಸಕ್ಕರೆ ಚಮಚಗಳ ಅನುಪಾತವು 6 : 10 ಆಗಿದೆ. ಅವಳು ಇನ್ನೂ 18 ಗ್ಲಾಸ್ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕ ತಯಾರಿಸಬೇಕಾದರೆ, ಎಷ್ಟು ಚಮಚ ಸಕ್ಕರೆ ಬಳಸಬೇಕು? ನಾವು ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಈ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ರೂಪಿಸಬಹುದು.

6 : 10 :: 18 : ?

APSCERT

We know that each term in the ratio must change by the same factor, for the ratios to be proportional.

How can we find the factor of change in the ratio?

The first term has increased from 6 to 18. To find the factor of change, we can divide 18 by 6 to get 3.

These condterm should also change by the same factor. When 10 increases by a factor of 3, it becomes 30. Thus,

6:10::18:30.

So, she should use 30 spoons of sugar to make 18 glasses of lemonade with the same sweetness as earlier.

Example 3 : Nitin and Hari were constructing a compound wall around their house. Nitin was building the longer side, 60 ft in length, and Hari was building the shorter side, 40 ft in length. Nitin used 3 bags of cement but Hari used only 2 bags of cement. Nitin was worried that the wall Hari built would not be as strong as the wall he built because she used less cement.

Is Nitin correct in his thinking?

In Nitin and Hari's case, we should compare the ratio of the length of the wall to the bags of cement used by each of them and see whether they are proportional.

The ratio in Nitin'scaseis60:3,i.e.,20:1(in its simplest form). The ratio in Hari's case is 40 : 2, i.e., 20 : 1 (in its simplest form).

Since both ratios are proportional, the walls are equally strong. Nitin should not worry!

Example 4 : In my school, there are 5 teachers and 170 students. The ratio of teachers to students in my school is 5 : 170. Count the numberof teachers and students in your school. What is the ratio of teachers to students in your school? Write it below.

Is the teacher-to-student ratio in your school proportional to the one in my school?

Example 5 : Measure the width and height (to the nearest cm) of the blackboard in your classroom. What is the ratio of width to height of the blackboard?_____ : _____

AP SCERT

ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿರಲು, ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿ ಪದವೂ ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾಗಬೇಕು ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

? ಅನುಪಾತದ ಬದಲಾವಣೆಯ ಅಂಶವನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

ಮೊದಲ ಪದವು 6 ರಿಂದ 18 ಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಬದಲಾವಣೆಯ ಅಂಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನಾವು 18 ನ್ನು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ 3 ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಎರಡನೇ ಪದವೂ ಸಹ ಅದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾಗಬೇಕು 10 ನ್ನು 3 ರ ಅಂಶದಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ, ಅದು 30 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಹಾಗಾಗಿ 6 : 10 :: 18 : 30

ಆದುದರಿಂದ ಅವಳು ಮೊದಲಿನಂತೆ ಅದೇ ಸಿಹಿಯೊಂದಿಗೆ 18 ಗ್ಲಾಸ್ ನಿಂಬೆ ಪಾನಕವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು 30 ಚಮಚ ಸಕ್ಕರೆಯನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು.

? **ಉದಾಹರಣೆ 3:** ನಿತಿನ್ ಮತ್ತು ಹರಿ ತಮ್ಮ ಸುತ್ತ ಕಾಂಪೌಂಡ್ ಗೋಡೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ನಿತಿನ್ 60 ಅಡಿ ಉದ್ದವಾದ ಭಾಗವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತಿದ್ದನು ಮತ್ತು ಹರಿಯು 40 ಅಡಿ ಉದ್ದವಾದ ಭಾಗವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತಿದ್ದನು. ನಿತಿನ್ 3 ಚೀಲ ಸಿಮೆಂಟ್ ಬಳಸಿದನು. ಆದರೆ ಹರಿಯು ಕೇವಲ 2 ಚೀಲ ಸಿಮೆಂಟ್ ಬಳಸಿದನು. ಹರಿಯು ತನಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಸಿಮೆಂಟ್ ಬಳಸಿದ್ದರಿಂದ ಹರಿಯು ನಿರ್ಮಿಸಿದ ಗೋಡೆಯು ತಾನು ನಿರ್ಮಿಸಿದ ಗೋಡೆಯನ್ನು ಬಲವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಿತಿನ್ ಚಿಂತಿತನಾಗಿದ್ದನು.

? ನಿತಿನ್ ಚಿಂತಿಸುತ್ತಿರುವುದ ಸರಿಯೇ?

ನಿತಿನ್ ಮತ್ತು ಹರಿಯ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ನಾವು ಗೋಡೆಯ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅವರಿಬ್ಬರು ಬಳಸಿದ ಸಿಮೆಂಟ್ ಚೀಲಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಹೋಲಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡಬೇಕು.

ನಿತಿನ್ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತವು 60 : 3, ಅಂದರೆ, 20 : 1 (ಅದರ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ).

ಹರಿಯ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತವು 40 : 2, ಅಂದರೆ, 20 : 1 (ಅದರ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ).

ಎರಡೂ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ, ಗೋಡೆಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿ ಬಲವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ನಿತಿನ್ ಚಿಂತಿಸಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ.

? **ಉದಾಹರಣೆ 4:** ನನ್ನ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 5 ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು 170 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದಾರೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅನುಪಾತವು 5 : 170 ಆಗಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎಣಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಶಿಕ್ಷಕರ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅನುಪಾತವೆಷ್ಟು?

? ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಶಿಕ್ಷಕ – ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಅನುಪಾತವು ನನ್ನ ಶಾಲೆಯ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರದೆಯೇ?

? **ಉದಾಹರಣೆ 5:** ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಪ್ಪುಹಲಗೆ (**black board**) ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರವನ್ನು ಹತ್ತಿರದ ಸೆಂಟೀಮೀಟರ್‌ಗೆ ಅಳೆಯಿರಿ. ಕಪ್ಪು ಹಲಗೆಯ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು? _____ : _____

AP SCERT

Can you draw a rectangle in your notebook whose width and height are proportional to the ratio of the blackboard?

Compare the rectangle you have drawn to those drawn by your classmates. Do they all look the same?



Note to the Teacher: Give more such examples that students can relate to and ask them to give reasons why they think they are correct. Engaging with these problems and finding solutions through a process of proportional reasoning should go along with learning procedures and methods to solve the problems.

Example 6 : When Neelima was 3 years old, her mother's age was 10 times her age. What is the ratio of Neelima's age to her mother's age? What would be the ratio of their ages when Neelima is 12 years old? Would it remain the same?

The ratio of Neelima's age to her mother's age when Neelima is3 years old is 3 :30 (her mother's age is 10 times Neelima's age). In the simplest form, it is 1 : 10.

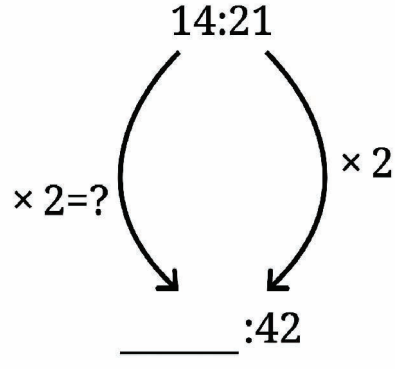
WhenNeelimais12yearsold(i.e.,9yearslater),theratiooftheirages will be 12 : 39 (9 years later, her mother would be 39 years old). In the simplest form, it is 4 : 13.

When we add (or subtract)the same number from the terms of a ratio, the ratio changes and is not necessarily proportional to the original ratio.

Example 7: Fill in the missing numbers for the following ratios that are proportional to 14 : 21.

_____: 42 6 : _____ 2 : _____

In the first ratio, we don't know the first term. But the second term is 42. It is 2 times the second term of the ratio 14:21. So, the first term should also be 2 times 14 (the first term). Hence the proportional ratio is 28:42.



AP SCERT

ನಿಮ್ಮ ನೋಟ್‌ಬುಕ್‌ನಲ್ಲಿ ಕಪ್ಪು ಹಲಗೆಯ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ನೀವು ಎಳೆಯಬಹುದು?

ನೀವು ರಚಿಸಿದ ಆಯತವನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳು ರಚಿಸಿದ ಆಯತಗಳಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ.
ಅವೆಲ್ಲವೂ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಕಾಣುತ್ತಿವೆಯೇ?



ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ : ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಬಹುದಾದ ಇಂತಹ ಹೆಚ್ಚಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಮತ್ತು ಆವರು ಏಕೆ ಸರಿಯೆಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಹೇಳಿ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೂಲಕ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು, ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಕಾರ್ಯ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವುದರ ಜೊತೆ ಜೊತೆಗೆ ಸಾಗಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆ 6: ನೀಲಿಮಾಗೆ 3 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಾಗಿದ್ದಾಗ, ಅವಳ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು ಅವಳ ವಯಸ್ಸಿನ ಹತ್ತರಷ್ಟಿತ್ತು. ನೀಲಿಮಾಳ ವಯಸ್ಸು ಮತ್ತು ಅವಳ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು? ನೀಲಿಮಾಗೆ 12 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಾದಾಗ ಅವರ ವಯಸ್ಸಿನ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು? ಅದು ಹಾಗೆಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆಯೇ?

ನೀಲಿಮಾಗೆ 3ವರ್ಷವಾಗಿದ್ದಾಗ ಅವಳ ವಯಸ್ಸು ಮತ್ತು ಅವಳ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಅನುಪಾತವು 3 : 30 (ಅವಳ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು ನೀಲಿಮಾಳ ವಯಸ್ಸಿನ ಹತ್ತರಷ್ಟು). ಸರಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಅದು 1 : 10 ಆಗಿದೆ.

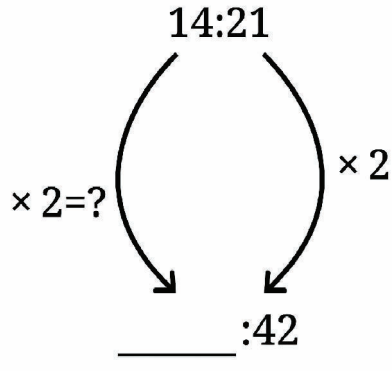
ನೀಲಿಮಾಗೆ 12 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಾದಾಗ (ಅಂದರೆ 9 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ), ಅವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಅನುಪಾತ 12 : 39 ಆಗಿರುತ್ತದೆ (9 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ, ಅವಳ ತಾಯಿಗೆ 39 ವರ್ಷವಾಗಿರುತ್ತದೆ). ಸರಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಅದು 4 : 13 ಆಗಿದೆ.

ನಾವು ಒಂದು ಅನುಪಾತದ ಪದಗಳಿಗೆ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ (ಅಥವಾ ಕಳೆದಾಗ) ಅನುಪಾತವು ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಮೂಲ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 7: 14 : 21 ಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಕೆಳಗಿನ ಅನುಪಾತಗಳಿಗೆ ಬಿಟ್ಟುಹೋದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಿರಿ.

_____: 42 6 : _____ 2 : _____

ಮೊದಲ ಅನುಪಾತದ ಮೊದಲ ಪದ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಎರಡನೇ ಪದ 42 ಆಗಿದೆ. ಇದು 14 : 21 ಅನುಪಾತದ ಎರಡನೇ ಪದದ ಎರಡರಷ್ಟಿದೆ, ಆದುದರಿಂದ ಮೊದಲ ಪದವು ಸಹ 14ರ ಎರಡರಷ್ಟಾಗಿರಬೇಕು. ಆದುದರಿಂದ ಸಮಾನುಪಾತೀಯ ಅನುಪಾತವು 28 : 42 ಆಗಿದೆ.



AP SCERT

For the second ratio, the first term is 6.

? What factor should we multiply 14 by to get 6? Can it be an integer? Or should it be a fraction?

We can model this as $14y = 6$. So, $y = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$

So, we need to multiply 21 (the second term of 14 : 21) also by the same factor $\frac{3}{7}$

$21 \times \frac{3}{7}$ is 9. So, the ratio is 6 : 9.

In the third ratio, the first term is 2.

We can see that when we divide 14 (the first term of 14 : 21) by 7 (HCF of 14 and 21) we get 2.

If we divide 21 also by 7, we get 3. So, the ratio is 2 : 3.

Filter Coffee!

Filter coffee is a beverage made by mixing coffee decoction with milk. Manjunath usually mixes 15 mL of coffee decoction with 35 mL of milk to make one cup of filter coffee in his coffee shop.



In this case, we can say that the ratio of coffee decoction to milk is 15 : 35.

If customers want 'stronger' filter coffee, Manjunath mixes 20 mL of decoction with 30 mL of milk. The ratio here is 20 : 30.

? Why is this coffee stronger?

And when they want 'lighter' filter coffee, he mixes 10 mL of coffee and 40 mL of milk, making the ratio 10 : 40.

? Why is this coffee lighter?





AP SCERT

ಎರಡನೇ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಮೊದಲ ಪದ 6 ಆಗಿದೆ.

? 14 ನ್ನು ಯಾವ ಅಪವರ್ತನದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 6 ನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು? ಅದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರಬಹುದೇ? ಅಥವಾ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿರಬಹುದೇ?

ನಾವು ಇದನ್ನು $14y = 6$ ರೀತಿ ಮಾದರಿ ಮಾಡಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ, $y = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆದುದರಿಂದ, ನಾವು 21 (14 : 21 ರ ಎರಡನೇ ಪದ) ನ್ನು ಸಹ ಅದೇ ಅಪವರ್ತನ $\frac{3}{7}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

$21 \times \frac{3}{7} = 9.$

ಆದುದರಿಂದ ಅನುಪಾತವು 6 : 9 ಆಗಿದೆ.

ಮೂರನೇ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಪದ 2 ಆಗಿದೆ.

ನಾವು 14 (14 : 21 ರ ಮೊದಲ ಪದ) ವನ್ನು 7 (14 ಮತ್ತು 21 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ 2 ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡಬಹುದು.

ನಾವು 21 ನ್ನು ಸಹ 7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ನಮಗೆ 3 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅನುಪಾತವು 2 : 3 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಫಿಲ್ಟರ್ ಕಾಫಿ !



ಫಿಲ್ಟರ್ ಕಾಫಿ ಎಂಬುದು ಕಾಫಿ ಡಿಕಾಕ್ಷನ್ ಅನ್ನು ಹಾಲಿನೊಂದಿಗೆ ಬೆರೆಸಿ ತಯಾರಿಸುವ ಪಾನೀಯ. ಮಂಜನಾಥ್ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ತನ್ನ ಕಾಫಿ ಷಾಪ್‌ನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಪ್ ಫಿಲ್ಟರ್ ಕಾಫಿ ತಯಾರಿಸಲು 15 **mL** ಕಾಫಿ ಡಿಕಾಕ್ಷನ್‌ನ್ನು 35 **mL**ಹಾಲಿನೊಂದಿಗೆ ಬೆರೆಸುತ್ತಾನೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಕಾಫಿ ಡಿಕಾಕ್ಷನ್ ಮತ್ತು ಹಾಲಿನ ಅನುಪಾತವು 15 : 35 ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ ಸ್ಟ್ರಾಂಗ್ ಕಾಫಿ ಬೇಕಾದರೆ, ಮಂಜುನಾಥ್ 20 **mL** ಡಿಕಾಕ್ಷನ್‌ನ್ನು **30 mL** ಹಾಲಿನೊಂದಿಗೆ ಬೆರೆಸುತ್ತಾನೆ. ಇಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತವು 20 : 30 ಆಗಿದೆ.

? ಈ ಕಾಫಿ ಏಕೆ ಸ್ಟ್ರಾಂಗ್ ಇದೆ?

ಮತ್ತು ಅವರಿಗೆ ಲೈಟ್ ಫಿಲ್ಟರ್ ಕಾಫಿ ಬೇಕಾದಾಗ, ಅವರು10 **mL** ಕಾಫಿ ಮತ್ತು 40 **mL** ಹಾಲನ್ನು ಬೆರೆಸಿದಾಗ ಅನುಪಾತ 10 : 40 ಆಗುತ್ತದೆ.

? ಈ ಕಾಫಿ ಏಕೆ ಲೈಟ್ ಕಾಫಿ ಆಗಿದೆ ?





AP SCERT

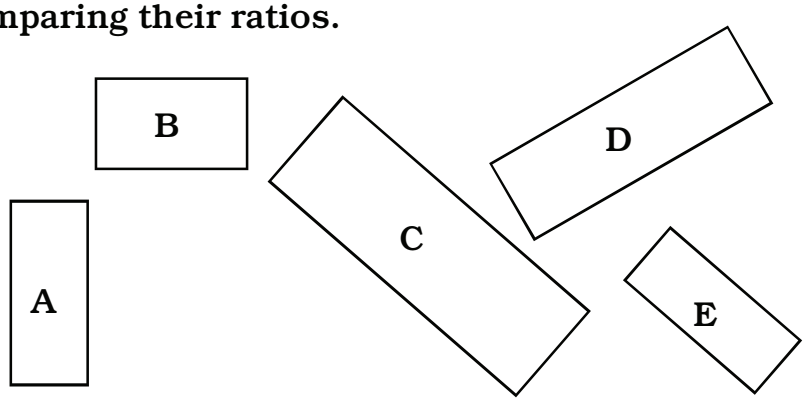
The following table shows the different ratios in which Manjunath mixes coffee decoction with milk. Write in the last column if the coffee is stronger or lighter than the regular coffee.

Coffee Decoction (in mL)	Milk (in mL)	Regular/Strong/Light
300	600	
150	500	
200	400	
24	56	
100	300	



Figure it Out - 7.1

1. Circle the following statements of proportion that are true.
   (i) 4 : 7 :: 12 : 21 (ii) 8 : 3 :: 24 : 6
   (iii) 7 : 12 :: 12 : 7 (iv) 21 : 6 :: 35 : 10
   (v) 12 : 18 :: 28 : 12 (vi) 24 : 8 :: 9 : 3
2. Give 3 ratios that are proportional to 4 : 9.
   _____ : _____ _____ : _____ _____ : _____
3. Fill in the missing numbers for these ratios that are proportional to 18 : 24.
   3 : _____ 12 : _____ 20 : _____ 27 : _____
4. Look at the following rectangles. Which rectangles are similar to each other? You can verify this by measuring the width and height using a scale and comparing their ratios.



AP SCERT

ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ಮಂಜುನಾಥ್ ಕಾಫಿ ಡಿಕಾಕ್ಷನ್ ಅನ್ನು ಹಾಲಿನೊಂದಿಗೆ ಬೆರೆಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ವಿವಿಧ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಮಾಮೂಲಿ (ರೆಗ್ಯುಲರ್) ಕಾಫಿಗಿಂತ, ಕಾಫಿ ಸ್ಟ್ರಾಂಗ್ ಆಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಲೈಟ್ ಆಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕೊನೆಯ ಕಾಲಂನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಕಾಫಿ ಡಿಕಾಕ್ಷನ್ (mL ಗಳಲ್ಲಿ)	ಹಾಲು (mL ಗಳಲ್ಲಿ)	ರೆಗ್ಯುಲರ್/ಸ್ಟ್ರಾಂಗ್/ಲೈಟ್
300	600	
150	500	
200	400	
24	56	
100	300	



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ - 7.1

1. ಸರಿಯಿರುವ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾನುಪಾತದ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ವೃತ್ತ ಮಾಡಿ.

   (i) 4 : 7 :: 12 : 21 **(ii)** 8 : 3 :: 24 : 6

   (iii) 7 : 12 :: 12 : 7 **(iv)** 21 : 6 :: 35 : 10

   (v) 12 : 18 :: 28 : 12 **(vi)** 24 : 8 :: 9 : 3

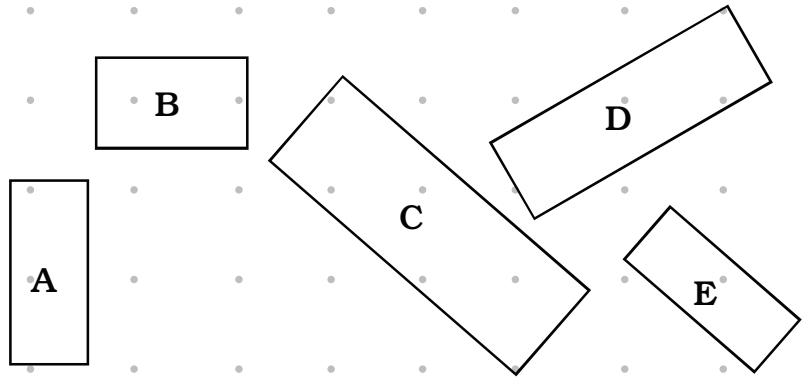
2. 4 : 9 ಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ 3 ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.

   _____ : _____ _____ : _____ _____ : _____

3. 18 : 24 ಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಈ ಅನುಪಾತಗಳಿಗೆ ಬಿಟ್ಟು ಹೋದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಿರಿ.

   3 : _____ 12 : _____ 20 : _____ 27 : _____

4. ಕೆಳಗಿನ ಆಯತಗಳನ್ನು ನೋಡಿ. ಯಾವ ಆಯತಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿವೆ? ಸ್ಕೇಲ್ ಬಳಸಿ ಅವುಗಳ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರವನ್ನು ಅಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ನೀವು ಇದನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಬಹುದು?



AP SCERT

5. Look at the following rectangle. Can you draw a smaller rectangle and a bigger rectangle with the same width to height ratio in your notebooks? Compare your rectangles with your classmates' drawings. Are all of them the same? If they are different from yours, can you think why? Are they wrong?



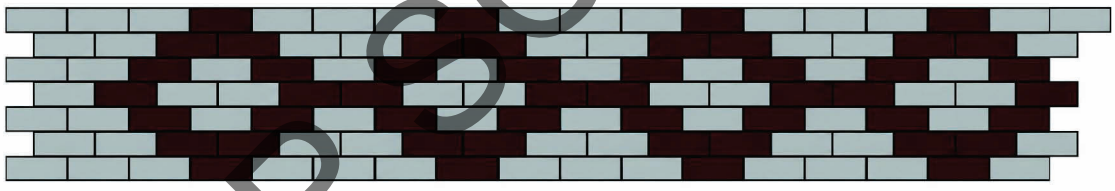


6. The following figure shows a small portion of a long brick wall with patterns made using coloured bricks. Each wall continues this pattern throughout the wall. What is the ratio of grey bricks to coloured bricks? Try to give the ratios in their simplest form.

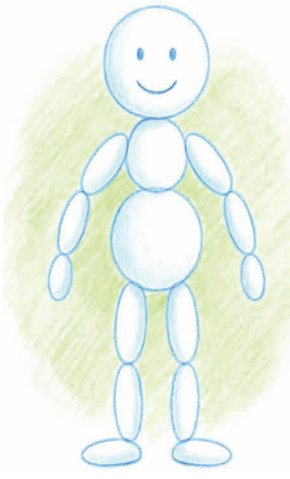
(a)



(b)



7. Let us draw some human figures. Measure your friend's body — the lengths of their head, torso, arms, and legs. Write the ratios as mentioned below—



head : torso

_____ : _____

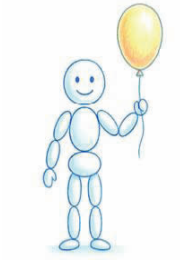
torso : arms

_____ : _____

torso : legs

_____ : _____

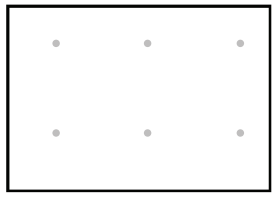




© NCERT

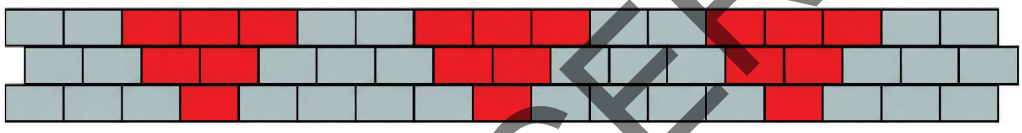
5. ಕೆಳಗಿನ ಆಯತವನ್ನು ನೋಡಿ. ನಿಮ್ಮ ನೋಟ್‌ಬುಕ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಅದೇ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಅನುಪಾತದೊಂದಿಗೆ ಸಣ್ಣ ಆಯತ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ? ನಿಮ್ಮ ಆಯತಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳ ಚಿತ್ರದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿ. ಅವೆಲ್ಲವೂ ಒಂದೇ ಆಗಿವೆಯೇ? ಅವುಗಳು ನಿಮ್ಮದಕ್ಕಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿದ್ದರೆ, ಹೇಗೆ ಎಂದು ಯೋಚಿಸಬಹುದೇ? ಅವು ತಪ್ಪಾಗಿವೆಯೇ?



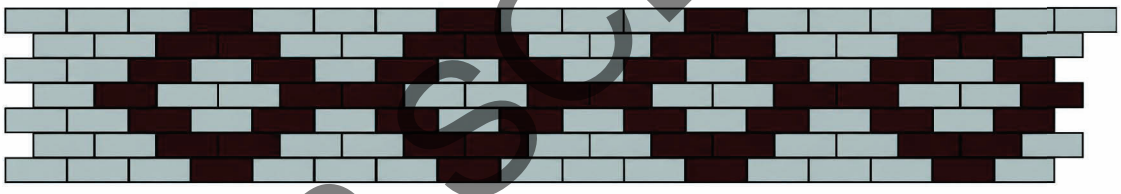


6. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವು ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಮಾಡಿದ ಮಾದರಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಉದ್ದನೆಯ ಇಟ್ಟಿಗೆ ಗೋಡೆಯ ಸಣ್ಣ ಭಾಗವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಮಾದರಿಯು ಪ್ರತಿ ಗೋಡೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ. ಮಬ್ಬಾದ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಮತ್ತು ಮಬ್ಬಿಲ್ಲದ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು? ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಸರಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ನೀಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

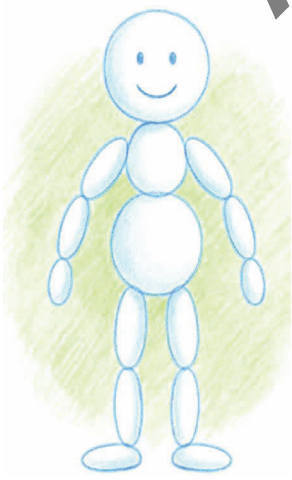
(a)



(b)



7. ಕೆಲವು ಮಾನವ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸೋಣ. ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ದೇಹದ ತಲೆ, ಮುಂಡ, ತೋಳುಗಳು ಮತ್ತು ಕಾಲುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಕೆಳಗೆ ನಮೂದಿಸಿರುವಂತೆ ಸಮಾನುಪಾತಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



ತಲೆ : ಮುಂಡ

_____ : _____

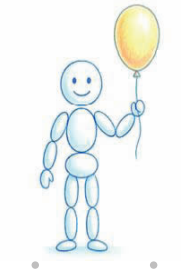
ಮುಂಡ : ಕೈಗಳು

_____ : _____

ಮುಂಡ : ಕಾಲುಗಳು

_____ : _____





APSCERT

Now, draw a figure with head, torso, arms, and legs with equivalent ratios as above.

Does the drawing look more realistic if the ratios are proportional? Why? Why not?



Note to the Teacher: In all these activities, encourage students to reason why their drawings are proportional.

Trairasika — The Rule of Three

Example 8: For the mid-day meal in a school with 120 students, the cook usually makes 15 kg of rice. On a rainy day, only 80 students came to school. How many kilograms of rice should the cook make so that the food is not wasted?

The ratio of the number of students to the amount of rice needs to be proportional.

So, 120 : 15 :: 80 : ?

What is the factor of change in the first term?

We can find that by dividing the terms $\frac{80}{120} = \frac{2}{3}$

The number of students is reduced by a factor of $\frac{2}{3}$

On multiplying the weight of rice by the same factor, we get, $15 \times \frac{2}{3} = 10$.

So, the cook should make 10 kg of rice on that day.

The situation above is a typical example of a problem where we need to use proportional reasoning to find a solution. Four quantities are linked proportionally, out of which three are known and we must find the fourth, unknown, quantity.

To solve such problems, we can model two proportional ratios using algebraic notation as —

a : b :: c : d.

For these two ratios to be proportional, we know that term c should be a multiple of term a by a factor, say f, and term d should be a multiple of term b by the same factor f. So,

c = f a ...(1)

d = f b ...(2)

AP SCERT

ಈಗ, ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಸಮಾನ ಅನುಪಾತಗಳ ತಲೆ, ಮುಂಡ, ತೋಳುಗಳು ಮತ್ತು ಕಾಲುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಿ.



? ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಚಿತ್ರವು ಹೆಚ್ಚು ವಾಸ್ತವಿಕವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆಯೇ? ಏಕೆ? ಏಕಿಲ್ಲ?

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸೂಚನೆ : ಈ ಎಲ್ಲಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಚಿತ್ರಗಳು ಏಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಕಾರಣ ನೀಡಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ.

ತ್ರೈರಾಶಿಕ ಮೂರರ ನಿಯಮ :

? ಉದಾಹರಣೆ 8: 120 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿರುವ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಾಹ್ನದ ಊಟಕ್ಕೆ ಅಡುಗೆಯವರು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 15 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಅನ್ನವನ್ನು ತಯಾರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಮಳೆಗಾಲದ ದಿನ ಕೇವಲ 80 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಶಾಲೆಗೆ ಬಂದರು. ಆಹಾರ ವ್ಯರ್ಥವಾಗದಂತೆ ಅಡುಗೆಯವರು ಎಷ್ಟು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಅನ್ನವನ್ನು ತಯಾರು ಮಾಡಿದರು?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅನ್ನದ ಪ್ರಮಾಣದ ಅನುಪಾತವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ, 120 : 15 :: 80 : ?

? ಮೊದಲ ಪದದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಯ ಅಂಶ (ಪ್ರಮಾಣ) ಎಷ್ಟು?

ಪದಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸುವ ಮೂಲಕ ಅದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. $\frac{80}{120} = \frac{2}{3}$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು $\frac{2}{3}$ ಅಂಶದಿಂದ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ.

ಅನ್ನದ ತೂಕವನ್ನು ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಸಿಗುವುದು $\mathbf{15 \times \frac{2}{3} = 10.}$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಅಡುಗೆಯವರು ಆ ದಿನ 10 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಅನ್ನವನ್ನು ತಯಾರಿಸಬೇಕು.

ಮೇಲಿನ ಸನ್ನಿವೇಶವು ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಮಾನುಪಾತದ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಸಮಸ್ಯೆಯ ವಿಶಿಷ್ಟ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆ. ನಾಲ್ಕು ಪ್ರಮಾಣಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಗೊತ್ತಿದೆ ಮತ್ತು ನಾವು ನಾಲ್ಕನೆಯ ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

ಇಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ನಾವು ಎರಡು ಸಮಾನುಪಾತದ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಈ ರೀತಿ ಮಾದರಿ ಮಾಡಬಹುದು.

$$\mathbf{a : b :: c : d.}$$

ಈ ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಲು, ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವಂತೆ **c** ಪದವು **a** ಪದದ ಗುಣಕವಾಗಿರಬೇಕು. **f** ಎಂಬ ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಮತ್ತು **d** ಪದವು **b** ಪದದ ಗುಣಕವಾಗಿರಬೇಕು. ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣ **f** ನಿಂದ,

ಆದ್ದರಿಂದ,

$$\mathbf{c = f\,a \ldots(1)}$$

$$\mathbf{d = f\,b \ldots(2)}$$

AP SCERT

From (1) and (2), we can say that,

$$f = \frac{c}{a} \text{ and } f = \frac{d}{b}.$$

$$\text{Therefore, } \frac{c}{a} = \frac{d}{b}.$$

Multiplying both sides by ab, we get,

$$ab \times \frac{c}{a} = ab \times \frac{d}{b}$$

$$\cancel{a}b \times \frac{c}{\cancel{a}} = a\cancel{b} \times \frac{d}{\cancel{b}}$$

$$bc = ad \text{ or } ad = bc$$

Thus, when a : b :: c : d, then ad = bc. This is known as cross multiplication of terms.

Since ad = bc, we can show that $d = \frac{bc}{a}$.

Two ratios are proportional if their terms are equal when cross multiplied. The fourth unknown quantity can be found through such cross multiplication.

In ancient India, Aryabha.a (199 CE) and others called such problems of proportionality Rule of Three problems. There were 3 numbers given — the prama.a (measure — 'a' in our case), the phala (fruit — 'b' in our case), and the ichchha (requisition — 'c' in our case). To find the ichchhaphala (yield — 'd' in our case), Aryabhata says,

"Multiply the phala by the ichchha and divide the resulting product by the pramana."

In other words, Aryabhata says,

"pramana : phala :: ichchha : ichchhaphala," therefore,

pramana × ichchhaphala = phala × ichchha.

Thus,

$$\text{ichchhaphala} = \frac{phala \times ichchha}{pramana}$$

Using the cross multiplication method proposed by Aryabha.a, ancient Indians solved complex problems that involved proportionality.

? **Example 9:** A car travels 90 km in 150 minutes. If it continues at the same speed, what distance will it cover in 4 hours?

AP SCERT

(1) ಮತ್ತು (2)ರಿಂದ ನಾವು ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು

$$\mathbf{f = \frac{c}{a}} \quad \text{ಮತ್ತು} \quad \mathbf{f = \frac{d}{b}}.$$

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ,} \quad \frac{c}{a} = \frac{d}{b}.$$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು **ab** ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ

$$\mathbf{ab \times \frac{c}{a} = ab \times \frac{d}{b}}$$

$$\cancel{a}b \times \frac{c}{\cancel{a}} = a\cancel{b} \times \frac{d}{\cancel{b}}$$

$$\mathbf{bc = ad} \text{ ಅಥವಾ } \mathbf{ad = bc}$$

ಹಾಗಾಗಿ, **a : b :: c : d** ಆದಾಗ **ad = bc** ಆಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಪದಗಳ ಓರೆ ಗುಣಕಾರ (**Cross multiplication**) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ad = b ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು $\mathbf{d = \frac{bc}{a}}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬಹುದು.

ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳ ಪದಗಳ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದಾಗ ಅವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಅಂತಹ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರದ ಮೂಲಕ ನಾಲ್ಕನೇ ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಆರ್ಯಭಟ (**199 CE**) ಮತ್ತು ಇತರರು ಅಂತಹ ಸಮಾನುಪಾತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ತ್ರಿರಾಶಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು (ಮೂರರ ನಿಯಮ) ಎಂದು ಕರೆದರು. ಪ್ರಮಾಣ (ಅಳತೆ – '**a**' ನಮ್ಮ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಅಳತೆ), ಫಲ (ಹಣ್ಣು – '**b**' ನಮ್ಮ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ), ಮತ್ತು ಇಚ್ಛಾ (ಬೇಕಾಗಿರುವುದು '**c**' ನಮ್ಮ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ) ಎಂಬ ಮೂರು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಇಚ್ಛಾಫಲ (ಇಳುವರಿ – '**d**' ನಮ್ಮ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಆರ್ಯಭಟ ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

"ಫಲವನ್ನು ಇಚ್ಛೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಮತ್ತು ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ"

ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಆರ್ಯಭಟ ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ,

"ಪ್ರಮಾಣ : ಫಲ :: ಇಚ್ಛಾ : ಇಚ್ಛಾಫಲ,"

ಆದ್ದರಿಂದ, ಪ್ರಮಾಣ × ಇಚ್ಛಾಫಲ = ಫಲ × ಇಚ್ಛಾ

ಹಾಗಾಗಿ,

$$\text{ಇಚ್ಛಾಫಲ} = \frac{(\text{ಫಲ} \times \text{ಇಚ್ಛಾ})}{\text{ಪ್ರಮಾಣ}}$$

ಆರ್ಯಭಟನು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಿದ ಓರೆ ಗುಣಕಾರ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತೀಯರು ಸಮಾನುಪಾತತೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದರು.

? **ಉದಾಹರಣೆ 9:** ಒಂದು ಕಾರು 150 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ 90 ಕಿ.ಮೀ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. ಅದೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರೆದರೆ, 4 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೂರ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ?

AP SCERT

If it continues at the same speed, the ratio of the time taken should be proportional to the ratio of the distance covered.

$$150 : 90 :: 4 : ?$$

Is this the right way to formulate the question?

No, because 150 is in minutes, but 4 is in hours. The second ratio should use the same units for time as the first ratio. Since 4 hours is 240 minutes, the right form is

$$150 : 90 :: 240 : ?$$

How can you find the distance covered in 240 minutes?

Discuss with your classmates and find the answer using different strategies.

Note to the Teacher: Instead of giving one 'method' to solve the problem of the distance, encourage students to reason out the answer through different strategies. They can use their understanding of equivalent fractions and equivalent ratios to find the answer.

We can model this proportion as

$$150 : 90 :: 240 : x.$$

By cross multiplication, we get

$$150 \times x = 240 \times 90$$

Therefore,

$$x = \frac{240 \times 90}{150}$$

$$= \frac{\cancel{240}^{48} \times \cancel{90}^{3}}{\cancel{150}_{5}_{1}} = 144$$

The distance covered by the car in 4 hours is 144 km.

Example 10: A small farmer in Himachal Pradesh sells each 200 g packet of tea for ₹200. A large estate in Meghalaya sells each 1 kg packet of tea for ₹800. Are the weight-to-price ratios in both places proportional?

The ratio of weight to price of the Himachal tea is 200 : 200.

What is the weight to price ratio of the Meghalaya tea? Is it 1 : 800?

This would not be appropriate, because we considered the weight in

APSCERT

ಅದೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರೆದರೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯದ ಅನುಪಾತವು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರದ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು.

$$150 : 90 :: 4 : ?$$

? ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಇದು ಸರಿಯಾದ ಮಾರ್ಗವೇ?

ಅಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ 150, ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿದೆ ಆದರೆ 4 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿದೆ. ಎರಡನೇ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದಂತೆ ಸಮಯಕ್ಕೆ ಒಂದೇ ಮಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು. 4 ಗಂಟೆಗಳಿಗೆ 240 ನಿಮಿಷಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಸರಿಯಾದ ರೂಪ

$$150 : 90 :: 240 : ?$$

? 240 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸೂಚನೆ : ದೂರದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡುವ ಬದಲು, ವಿಭಿನ್ನ ತಂತ್ರಗಳ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರವನ್ನು ತರ್ಕಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ.

ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅವರು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾನ ಅನುಪಾತಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಇರುವ ತಮ್ಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

ನಾವು ಈ ಸಮಾನುಪಾತವನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಮಾದರಿ ಮಾಡಬಹುದು.

$$\mathbf{150 : 90 :: 240 : x.}$$

ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರದಿಂದ, ನಮಗೆ

$$\mathbf{150 \times x = 240 \times 90}$$

ಆದ್ದರಿಂದ,

$$\mathbf{x = \frac{240 \times 90}{150}}$$

$$= \frac{\cancel{240}^{48} \times \cancel{90}^{3}}{\cancel{150}_{5}} = \mathbf{144}$$

4 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಾರು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವು 144 ಕಿ.ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 10: ಹಿಮಾಚಲ ಪ್ರದೇಶದ ಒಟ್ಟು ಹಿಡುವಳಿದಾರ (ರೈತ) ಪ್ರತಿ 200 ಗ್ರಾಂ. ಚಹಾ ಪ್ಯಾಕೆಟ್ ಅನ್ನು ₹200 ಕ್ಕೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಮೇಘಾಲಯದ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಎಸ್ಟೇಟ್ ಪ್ರತಿ 1 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಚಹಾ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ನ್ನು ₹800 ಕ್ಕೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಎರಡೂ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ತೂಕ – ಬೆಲೆ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೇ? ಯಾವ ಚಹಾ ಹೆಚ್ಚು ದುಬಾರಿಯಾಗಿದೆ?

ಹಿಮಾಚಲ ಪ್ರದೇಶದ ಚಹಾದ ತೂಕ ಮತ್ತು ಬೆಲೆಯ ಅನುಪಾತ 200 : 200 ಆಗಿದೆ. ಮೇಘಾಲಯ ಚಹಾದ ತೂಕ ಮತ್ತು ಬೆಲೆಯ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು? ಅದು 1 : 800 ಆಗಿದೆಯೇ?

APSCERT

grams in the case of Himachal. So, the weight to price ratio is 1000 : 800 in Meghalaya after we convert the weight to grams.

To check if the ratios are proportional, we need to see if both ratios are the same in their simplest forms.

The Himachal tea ratio in its simplest form is 1 : 1.

The Meghalaya tea ratio in its simplest form is 5 : 4.

So, the ratios are not proportional.

? Which tea is more expensive? Why?

Note to the Teacher: Encourage a discussion on the more expensive tea, how they came to their conclusions and what the reasons for that tea being more expensive could be.

To answer the question as to which tea is more expensive, we should compare the price of tea for the same weight in both places. What is the price of 1 kg of tea from Meghalaya? It is ₹800.

In Himachal, if 200 g of tea costs rupees 200, what is the cost of 1 kg of tea?

Let us say that the price of 1 kg of tea is x rupees. 200 g is $\frac{1}{5}$ of 1 kg.

So, $\frac{1}{5} \times x = 200$.

Multiplying both sides by 5, we get

$$\frac{1}{5} \times x \times 5 = 200 \times 5$$

$$\frac{1}{\cancel{5}} \times x \times \cancel{5} = 1000$$

$$x = 1000.$$

So, the cost of 1 kg of tea is 800 in Meghalaya and 1,000 in Himachal Pradesh.

Therefore, the tea from Himachal Pradesh is more expensive.

Activity 1: Take your favourite dish. Find out all the ingredients and their respective quantities needed to make the dish for your family. Suppose you are celebrating a festival and you want to invite 15 guests. Find out the quantities of the ingredients required to cook the same dish for them.

AP SCERT

ಇದು ಸೂಕ್ತವಲ್ಲ ಏಕೆಂದರೆ ನಾವು ಹಿಮಾಚಲ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ತೂಕವನ್ನು ಗ್ರಾಂಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ತೂಕವನ್ನು ಗ್ರಾಂಗಳಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದ ನಂತರ ಮೇಘಾಲಯದ ತೂಕ ಮತ್ತು ಬೆಲೆಯ ಅನುಪಾತವು 1000 : 800 ಆಗಿದೆ. ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು, ಎರಡೂ ಅನುಪಾತಗಳು ಅವುಗಳ ಸರಳರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಆಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡಬೇಕು.

ಹಿಮಾಚಲ್ ಚಹಾದ ಅನುಪಾತದ ಸರಳರೂಪ 1 : 1.

ಮೇಘಾಲಯ ಚಹಾದ ಅನುಪಾತದ ಸರಳರೂಪ 5 : 4.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿಲ್ಲ.

? ಯಾವ ಚಹಾ ಎಷ್ಟು ದುಬಾರಿಯಾಗಿದೆ? ಏಕೆ?

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸೂಚನೆ : ಹೆಚ್ಚು ದುಬಾರಿಯಾದ ಚಹಾ ಯಾವುದು ಎನ್ನುವ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಹೇಗೆ ಬಂದರು ಮತ್ತು ಆ ಚಹಾ ಹೆಚ್ಚು ದುಬಾರಿಯಾಗಲು ಕಾರಣಗಳೇನು ಎಂಬುದನ್ನು ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ.

ಯಾವ ಚಹಾ ಹೆಚ್ಚು ದುಬಾರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಲು , ನಾವು ಎರಡೂ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ತೂಕದ ಚಹಾದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹೋಲಿಸಬೇಕು. ಮೇಘಾಲಯದ 1 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಚಹಾದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು? ಅದು ₹800.

ಹಿಮಾಚಲದಲ್ಲಿ 200 ಗ್ರಾಂ ಚಹಾಕ್ಕೆ ₹200 ಬೆಲೆ ಆದರೆ, 1 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಚಹಾದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

1 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಚಹಾದ ಬೆಲೆ **x** ರೂಪಾಯಿಗಳು ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ.

200ಗ್ರಾಂ ಎಂಬುದು 1 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗಳಲ್ಲಿ $\frac{1}{5}$ ನೇ ಭಾಗ, ಆದ್ದರಿಂದ

$\frac{1}{5} \times \mathbf{x} = 200.$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ

$$\frac{1}{5} \times \mathbf{x} \times 5 = 200 \times 5$$

$$\frac{1}{\cancel{5}} \times \mathbf{x} \times \cancel{5} = 1000$$

$$\mathbf{x = 1000.}$$

ಆದ್ದರಿಂದ, 1 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಚಹಾದ ಬೆಲೆಯು ಮೇಘಾಲಯದಲ್ಲಿ ₹ 800 ಮತ್ತು ಹಿಮಾಚಲ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ₹ 1,000. ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಹಿಮಾಚಲ ಪ್ರದೇಶದ ಚಹಾ ಹೆಚ್ಚು ದುಬಾರಿಯಾಗಿದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 1: ನಿಮ್ಮ ನೆಚ್ಚಿನ ಖಾದ್ಯವನ್ನು (ಭಕ್ಷ್ಯ) ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ನಿಮ್ಮ ಕುಟುಂಬಕ್ಕೆ ಈ ಖಾದ್ಯವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಎಲ್ಲಾ ಪದಾರ್ಥಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಕಂಡಹಿಡಿಯಿರಿ. ನೀವು ಹಬ್ಬವನ್ನು ಆಚರಿಸಲು 15 ಅತಿಥಿಗಳನ್ನು ಆಹ್ವಾನಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತೀರಿ ಎಂದು ಊಹಿಸಿ. ಅವರಿಗೆ ಇಡೀ ಖಾದ್ಯವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

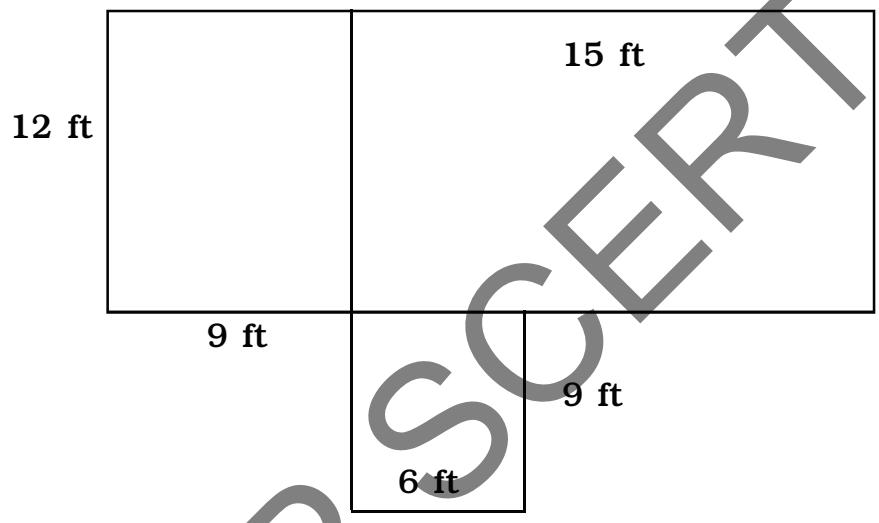
AP SCERT



Figure it Out - 7.2

1. The Earth travels approximately 940 million kilometres around the Sun in a year. How many kilometres will it travel in a week?

2. A mason is building a house in the shape shown in the diagram. He separates two rooms. To build a wall of 10-feet, he requires approximately 1450 bricks. How many bricks would he need to build the house? Assume all walls are of the same height and thickness.



AP SCERT



? Puneeth's father went from Lucknow to Kanpur in 2 hours by riding his motorcycle at a speed of 50 km/h. If he drives at 75 km/h, how long will it take him to reach Kanpur? Can we form this problem as a proportion —

50 : 2 :: 75 : ——.

Would it take Puneeth's father more time or less time to reach Kanpur? Think about it.

Even though this problem looks similar to the previous problems, it cannot be solved using the Rule of Three!

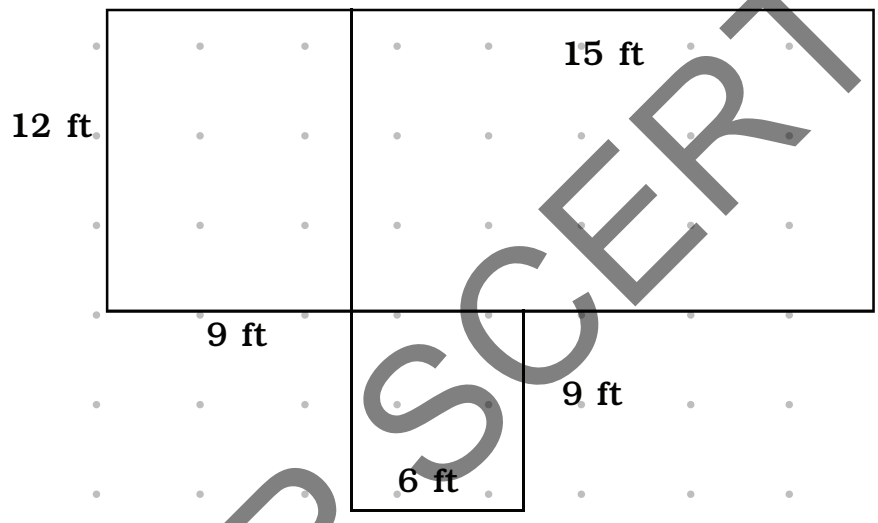
The time of travel would actually decrease when the speed increases. So this problem cannot be modelled as 50 : 2 :: 75 : ——



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ - 7.2

1. ಭೂಮಿಯ ಒಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತ ಸುಮಾರು **940** ಮಿಲಿಯನ್ ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. ಒಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ಭೂಮಿಯು ಎಷ್ಟು ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ ?

2. ಒಬ್ಬ ಕಲ್ಲುಕುಟಿಗ (ಮೇಸ್ತ್ರಿ) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುವ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಮನೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ಅವನು ಎರಡು ಕೋಣೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸುವ ಹೊರಗಿನ ಗೋಡೆಗಳು ಮತ್ತು ಒಳಗಿನ ಗೋಡೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬೇಕಿದೆ. **10** ಅಡಿಗಳಷ್ಟು ಗೋಡೆಯನ್ನು ಕಟ್ಟಲು, ಅವನಿಗೆ ಸರಿಸುಮಾರು **1450** ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಮನೆ ಕಟ್ಟಲು ಅವನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ಎಲ್ಲಾ ಗೋಡೆಗಳ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ದಪ್ಪ ಒಂದೇ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ.



AP SCERT

? ಪುನೀತನ ತಂದೆಯು ತನ್ನ ಮೋಟಾರ್ ಸೈಕಲ್‌ನಲ್ಲಿ **50** ಕಿ.ಮೀ/ಗಂ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸವಾರಿ ಮಾಡಿ ಲಕ್ನೋದಿಂದ ಕಾನ್ಪುರಕ್ಕೆ **2** ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತಲುಪಿದರು. ಅವರು **75** ಕಿ.ಮೀ/ಗಂ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಚಾಲನೆ ಮಾಡಿದರೆ ಕಾನ್ಪುರ ತಲುಪಲು ಅವರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುತ್ತಿತ್ತು? ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತವಾಗಿ ರೂಪಿಸಬಹುದೇ?



50 : 2 :: 75 : ——.

ಕಾನ್ಪುರ ತಲುಪಲು ಪುನೀತ್‌ನ ತಂದೆಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಯೋಚಿಸಿ.

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯು ಹಿಂದಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಂತೆ ಕಂಡರೂ ಸಹ. ಇದನ್ನು 'ಮೂರರ ನಿಯಮ' ಬಳಸಿ ಪರಿಹರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ! ವೇಗ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಪ್ರಯಾಣದ ಸಮಯವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು 50 : 2 :: 75 : ——ಮಾದರಿಯಂತೆ ರೂಪಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

Activity 2: Go to the market and collect the prices of different sizes of shampoo containers of the same shampoo and create a table like the one given below. See if the volume of shampoo is proportional to the price.

Container	Volume	Price
Sachet	6 mL	₹2
Small bottle	180 mL	₹154
Medium bottle	340 mL	₹276
Large bottle	1000 mL	₹540

Let us compare the ratios for the sample table above.

The ratio of the volume of a sachet to a small bottle is 6 : 180. The ratio of their prices is 2 : 154. Are these ratios proportional?

Why do you think that the ratio of the prices is not proportional to the ratio of the volumes?

Discuss the pros and cons of different size bottles for the company and for customers. For reducing ecological footprint, what would you recommend to the company and to the customer?

Does the same occur for other products? Make similar tables for other products in the market, capturing different prices for different measures of the same product, e.g., rice or atta (flour).

Observe the products for which the prices are proportional to the different measures.

Discuss in class the proportionality of prices to measures of the same product.

Note to the Teacher: Give a project to students. Start by dividing the class into groups. Each group should go to one shop and collect prices for different measures of the same product. For example, they should note down the prices of 500 g of rice, 1 kg of rice, and 10 kg of rice. They should make tables with measure sizes and prices, and present them to the rest of the class. They should discuss if the prices are proportional or not, and why.

AP SCERT

ಚಟುವಟಿಕೆ 2: ಮಾರುಕಟ್ಟೆಗೆ ಭೇಟಿ ನೀಡಿ ಒಂದೇ ಶಾಂಪುವಿನ ವಿವಿಧ ಗಾತ್ರದ ಶಾಂಪೂ ಕಂಟೇನರ್‌ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ ಮತ್ತು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವಂತೆ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಶಾಂಪುವಿನ ಪ್ರಮಾಣವು ಬೆಲೆಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡಿ.

ಕಂಟೈನರ್	ಪ್ರಮಾಣ/ಘನಫಲ	ಬೆಲೆ
ಸ್ಯಾಚೆಟ್	6 ಮಿ.ಲೀ	₹2
ಚಿಕ್ಕ ಬಾಟಲ್	180 ಮಿ.ಲೀ	₹154
ಮಾಧ್ಯಮ ಬಾಟಲ್	340 ಮಿ.ಲೀ	₹276
ದೊಡ್ಡ ಬಾಟಲ್	1000 ಮಿ.ಲೀ	₹540

ಮೇಲಿನ ಮಾದರಿ ಕೋಷ್ಟಕದ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡೋಣ. ಒಂದು ಸ್ಯಾಚೆಟ್‌ನ ಘನಫಲ (ಪ್ರಮಾಣ) ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಬಾಟಲಿಯ ಘನಫಲ (ಪ್ರಮಾಣ)ದ ಅನುಪಾತವು 6 : 180 ಆಗಿದೆ. ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳ ಅನುಪಾತವು 2 : 154. ಈ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೇ?

ಬೆಲೆಗಳ ಅನುಪಾತವು ಘನಫಲ (ಪ್ರಮಾಣ)ಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿಲ್ಲ ಎಂದು ಏಕೆ ನೀವು ಭಾವಿಸುತ್ತೀರಿ?

ಕಂಪನಿ ಮತ್ತು ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಗಾತ್ರದ ಬಾಟಲಿಗಳ ಅನುಕೂಲ ಮತ್ತು ಅನಾನುಕೂಲಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ. ಪರಿಸರದ ಹೆಜ್ಜೆ ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲು ಕಂಪನಿ ಮತ್ತು ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ ನೀವು ಏನನ್ನು ಶಿಫಾರಸ್ಸು ಮಾಡುತ್ತೀರಿ? ಇತರ ಉತ್ಪನ್ನಗಳಿಗೂ ಇದೇ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆಯೇ?

ಮಾರುಕಟ್ಟೆಯ ಇತರ ಉತ್ಪನ್ನಗಳಿಗೆ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಕೋಷ್ಟಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ, ಅದೇ ಉತ್ಪನ್ನದ ವಿವಿಧ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿರಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಅಕ್ಕಿ ಅಥವಾ ಹಿಟ್ಟು.

ವಿಭಿನ್ನ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಬೆಲೆಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಉತ್ಪನ್ನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಅದೇ ಉತ್ಪನ್ನದ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಬೆಲೆಗಳ ಸಮಾನುಪಾತದ ಬಗ್ಗೆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿ.

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ : ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಕ್ರಿಯಾ ಯೋಜನೆಯನ್ನು ನೀಡಿ ತರಗತಿಯನ್ನು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ಗುಂಪು ಒಂದು ಅಂಗಡಿಗೆ ಭೇಟಿ ನೀಡಿ ಅದೇ ಉತ್ಪನ್ನದ ವಿವಿಧ ಅಳತೆಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ **500** ಗ್ರಾಂ ಅಕ್ಕಿ, ಒಂದು ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು **10** ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಮಾಡಿ. ತರಗತಿಯ ಉಳಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಬೇಕು. ಬೆಲೆಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಮತ್ತು ಏಕೆ ಎಂದು ಅವರು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೆಕು?

AP SCERT

7.5 Sharing, but Not Equally!

Activity 3: Form a pair. Collect 12 countable objects or counters (it can be coins, seeds, or pebbles). Now, shxare them between the two of you in different ways.



If you divide them equally, what is the ratio of the number of counters with each of you?

Each of you will get 6 counters. So, the ratio is 6 : 6, or 1 : 1 in its simplest form.

Now let us not share equally.

If your partner gets 5 counters, how many objects will you get? What is the ratio of the counters?

The ratio of the counters of your partner to yours is 5 : 7.

Now, if you want to share the counters between the two of you in the ratio of 3 : 1, how many counters would each of you get?

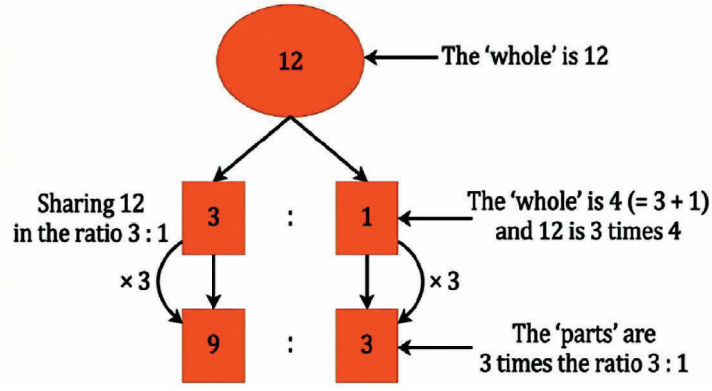
Share the counters in different ways and see which combination is in the ratio 3 : 1.

One way to share the counters in the ratio of 3 : 1 is as follows —

1. Your partner takes 3 counters and you take 1 counter.
   There are now 8 counters left.
2. Your partner takes 3 more counters and you take 1 more counter.
   There are now 4 counters left.
3. Your partner takes 3 more counters and you take 1 more counter.
   There are no more counters left.

So, your partner gets 9 counters in total and you get 3 counters.

When we divide 12 counters in the ratio of 3 : 1 between two people, one gets 9 counters and the other gets 3 counters.



APSCERT

7.5 ಹಂಚಿಕೆ, ಆದರೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಅಲ್ಲ.



ಚಟುವಟಿಕೆ 3: ಒಂದು ಜೋಡಿ ಮಾಡಿ **12** ಎಣಿಸಬಹುದಾದ ವಸ್ತುಗಳು ಅಥವಾ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು (ಅದು ನಾಣ್ಯಗಳು, ಬೀಜಗಳು ಅಥವಾ ಬೆಣಚು ಕಲ್ಲುಗಳಾಗಿರಬಹುದು) ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ ಅವುಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮಿಬ್ಬರ ನಡುವೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ.

ನೀವು ಅವುಗಳನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸದರೆ (ಹಂಚಿಕೊಂಡರೆ) ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಬಳಿ ಇರುವ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು? ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ **6** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅನುಪಾತವು **6 : 6** ಅಥವಾ ಅದರ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ **1 : 1** ಆಗಿದೆ.

ಈಗ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಬೇಡ.

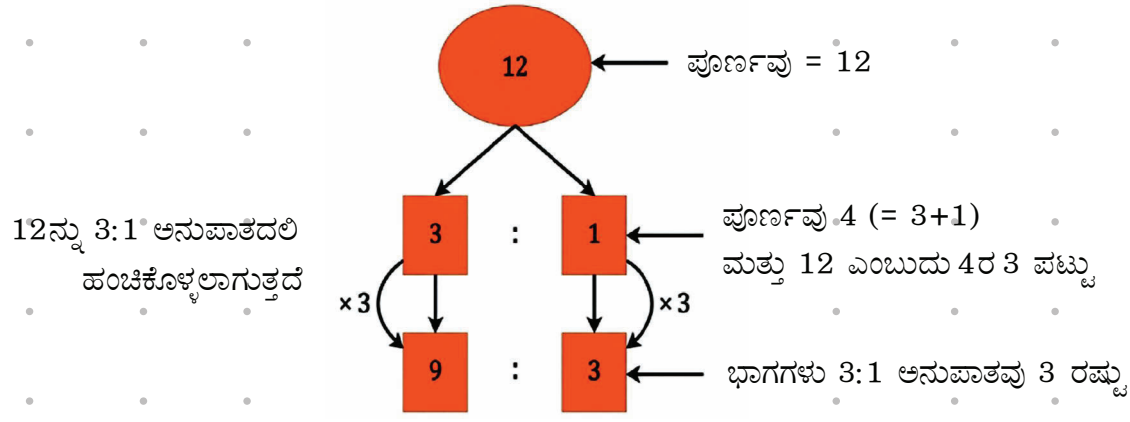
ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಡಿಗರಿಗೆ **5** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಕ್ಕರೆ, ನಿಮಗೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ವಸ್ತುಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ? ಕೌಂಟರ್‌ಗಳ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು? ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಡಿಗರ ಕೌಂಟ್‌ಗಳ ಅನುಪಾತವು ನಿಮ್ಮ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳಿಗೆ **5 : 7** ಆಗಿದೆ.

ಈಗ, ನಿಮ್ಮಿಬ್ಬರು **3 : 1** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸಿದರೆ, ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಎಷ್ಟು ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತದೆ. ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು **3 : 1** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಯೋಜನೆ ಇದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿ.

3 : 1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವ ಒಂದು ವಿಧಾನ ಹೀಗಿದೆ.

1. ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಯು **3** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ನೀವು ಇನ್ನೂ **1** ಕೌಂಟರ್ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ. ಈಗ **8** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.
2. ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಯು **3** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ನೀವು ಇನ್ನೂ **1** ಕೌಂಟರ್ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ. ಈಗ **4** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.
3. ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಯು **3** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ನೀವು ಇನ್ನೂ **1** ಕೌಂಟರ್ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ. ಈಗ ಯಾವುದೇ ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಉಳಿಯುವುದಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಗೆ ಒಟ್ಟಾರೆ **9** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ನಿಮಗೆ **3** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ನಾವು **12** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು **3 :1** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರ ನಡುವೆ ವಿಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಒಬ್ಬರಿಗೆ **9** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಬ್ಬರಿಗೆ **3** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ.



AP SCERT

- Now, if you want to share 42 counters between the two of you in the ratio of 4 : 3, how will you do it?

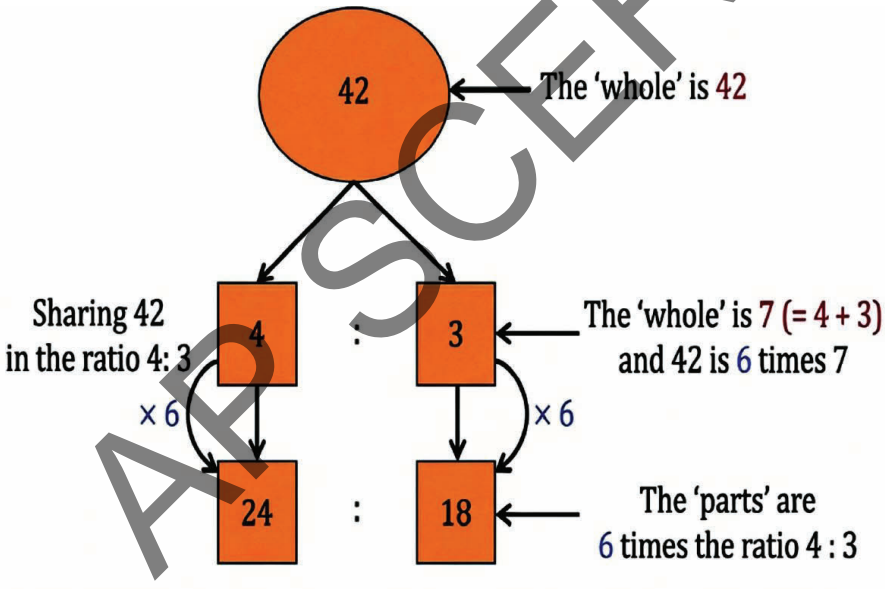
  Using the same procedure would take a long time! There is a simpler way to share the whole with parts in a specified ratio.

  You need to divide 42 into groups such that your partner gets 4 groups and you get 3 groups.

- What is the size of each group?

  If your partner gets 4 groups and you get 3 groups, the total number of groups is 7. So, the size of each group is 42 ÷ 7 = 6.

  Multiplying the number of groups by the size of each group, your partner gets 24 counters and you get 18 counters, when you share 42 counters in the ratio of 4 : 3.



© NCERT

In general, when we want to divide a quantity, say x, in the ratio m: n, we do the following:

1. We need to split x into groups such that it can be divided into two parts where the first part has m groups and the second part has n groups.
2. But what is the size of each group? This can be found out by dividing x by the number of groups. The number of groups are m + n. So, the size of each group is $\frac{x}{m + n}$

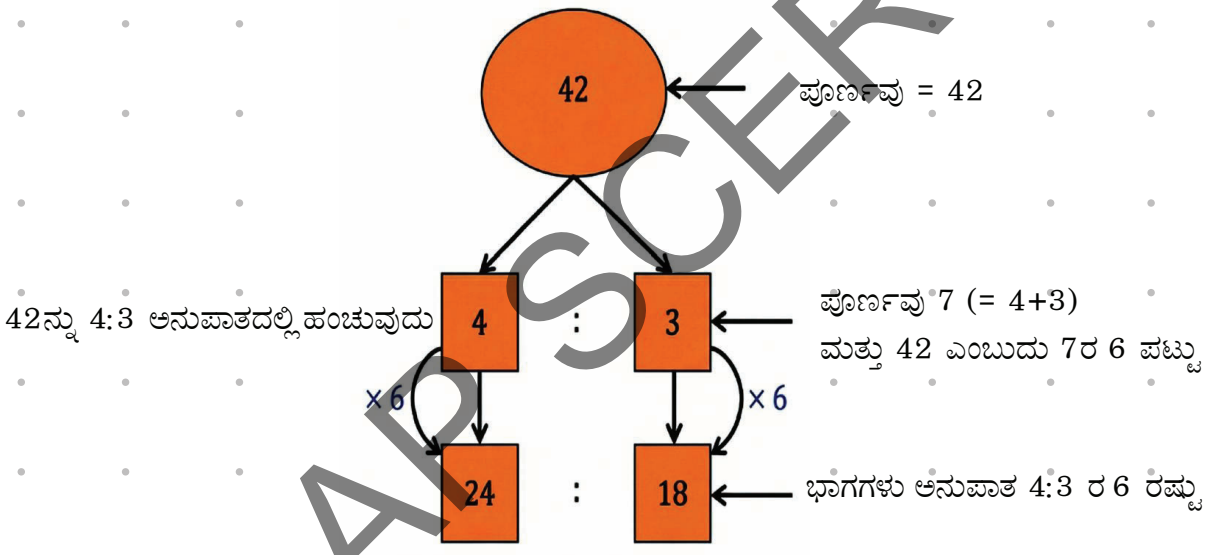
- ಈಗ ನೀವು **42** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು **4 : 3** ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರ ನಡುವೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸಿದರೆ, ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡುತ್ತೀರಿ?

  ಇದೇ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ ಬಹಳ ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ! ಪೂರ್ಣವನ್ನು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಸರಳ ಮಾರ್ಗವಿದೆ.

- ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಗೆ **4** ಗುಂಪುಗಳು ಮತ್ತು ನಿಮಗೆ **3** ಗುಂಪುಗಳು ಸಿಗುವಂತೆ ನೀವು **42** ನ್ನು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಬೇಕು.
- ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರ ಎಷ್ಟು?

  ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಗೆ **4** ಗುಂಪುಗಳು ಮತ್ತು ನಿಮಗೆ **3** ಗುಂಪುಗಳು ಸಿಕ್ಕರೆ, ಒಟ್ಟು ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ **7** ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರವು **42 ÷ 7 = 6** ಆಗುತ್ತದೆ.

  ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ನೀವು **42** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳನ್ನು, **4 ; 3** ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಂಡಾಗ, ನಿಮ್ಮ ಸಂಗಾತಿಗೆ **24** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ನಿಮಗೆ **18** ಕೌಂಟರ್‌ಗಳು ಸಿಗುತ್ತದೆ.



APSCERT

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ನಾವು **m : n** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ **x** ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸಲು ಬಯಸಿದಾಗ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ.

1. ನಾವು **x** ನ್ನು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಬೇಕು. ಇದರಿಂದ ಅದನ್ನು ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಬಹುದು. ಮೊದಲ ಭಾಗವು **m** ಗುಂಪುಗಳನ್ನೂ ಹಾಗೂ ಎರಡನೇ ಭಾಗವು **n** ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
2. ಆದರೆ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರ ಎಷ್ಟು? **x** ನ್ನುಗುಂಪಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು **m + n** ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ,ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನ ಗಾತ್ರವು $\frac{x}{m+n}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

3. So, the first part has $m \times \frac{x}{m+n}$ objects and the second part has $n \times \frac{x}{m+n}$ objects.

Thus, if we want to divide a quantity x in the ratio of m: n, then the parts will be $m \times \frac{x}{m+n}$ and $n \times \frac{x}{m+n}$. We see that

$$m \times \frac{x}{m+n} : n \times \frac{x}{m+n} :: m : n.$$

Example 11: Prashanti and Bhuvan started a food cart business near their school. Prashanti invested ₹75,000 and Bhuvan invested ₹25,000. At the end of the first month, they gained a profit of ₹4,000. They decided that they would share the profit in the same ratio as that of their investment. What is each person's share of the profit?

The ratio of their investment is 75000 : 25000.

Reducing this ratio to its simplest form, we get 3 : 1.

3 + 1 is 4 and dividing the profit of 4000 by 4, we get 1000.

So, Prashanti's share is 3 × 1000 and Bhuvan's share is 1 × 1000.

So, Prashanti would get ₹3,000 and Bhuvan would get ₹1,000 of the profit.

Example12: Amixture of 40kg contains sand and cement inthe ratio of 3 : 1. How much cement should be added to the mixture to make the ratio of sand to cement 5 : 2?

Let us find the quantity of sand and cement in the original mixture.

The ratio is 3 : 1 and the total weight is 40 kg.

So, the weight of sand is $\frac{3}{(3+1)} \times 40 = 30$ kg.

The weight of cement is $\frac{1}{(3+1)} \times 40 = 10$ kg.

The weight of sand is the same in the new mixture. It remains 30. But the new ratio of sand to cement is 5 : 2. So the question is,

$$5 : 2 :: 30 : ?$$

If the ratio is 5 : 2, then the second term is $\frac{2}{5}$ times the first term. Since the new ratio is equivalent to 5 : 2, the second term in the new ratio should also be $\frac{2}{5}$ times of 30.

$$\frac{2}{5} \times 30 = 12.$$

AP SCERT

3. ಆದ್ದರಿಂದ, ಮೊದಲ ಭಾಗವು $\mathbf{m} \times \frac{x}{m+n}$ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಭಾಗವು $\mathbf{n} \times \frac{x}{m+n}$ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ ನಾವು $\mathbf{x}$ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು, $\mathbf{m : n}$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲು ಬಯಸಿದರೆ, ಭಾಗಗಳು $\mathbf{m} \times \frac{x}{m+n}$ ಮತ್ತು $\mathbf{n} \times \frac{x}{m+n}$ ನಾವು ನೊಡುತ್ತೇವೆ.

$$\mathbf{m} \times \frac{x}{m+n} : \mathbf{n} \times \frac{x}{m+n} :: \mathbf{m : n.}$$

ಉದಾಹರಣೆ 11: ಪ್ರಶಾಂತಿ ಮತ್ತು ಭುವನ್ ತಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಬಳಿ ಆಹಾರ ಬಂಡಿ ವ್ಯವಹಾರವನ್ನು ಆರಂಭಿಸಿದರು. ಪ್ರಶಾಂತಿ ₹ 75,000 ಮತ್ತು ಭುವನ್ ₹ 25,000 ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡಿದರು. ಮೊದಲ ತಿಂಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಅವರು ₹4,000 ಲಾಭ ಗಳಿಸಿದರು. ಅವರು ತಮ್ಮ ಹೂಡಿಕೆಯ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿಯೇ ಲಾಭವನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದರು. ಪ್ರತಿ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ಲಾಭದ ಪಾಲು ಎಷ್ಟು? ಅವರ ಹೂಡಿಕೆಯ ಅನುಪಾತವು 75000 : 25000 ಆಗಿದೆ. ಅನುಪಾತವನ್ನು ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ಇಳಿಸಿದಾಗ, ನಮಗೆ 3 : 1 ಸಿಗುತ್ತದೆ. 3 + 1 = 4 ಮತ್ತು ಲಾಭವನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ 1000 ಬರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಪ್ರಶಾಂತಿಯ ಪಾಲು 3 × 1000 ಮತ್ತು ಭುವನ್‌ನ ಪಾಲು 1 × 1000.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಪ್ರಶಾಂತಿಗೆ ₹ 3,000 ಮತ್ತು ಭುವನ್‌ಗೆ ₹ 1,000 ಲಾಭ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 12: 40 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ನ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಮರಳು ಮತ್ತು ಸಿಮೆಂಟ್‌ಗಳ ಅನುಪಾತವು 3 : 1 ಆಗಿದೆ. ಮರಳು ಮತ್ತು ಸಿಮೆಂಟ್‌ನ ಅನುಪಾತವನ್ನು 5 : 2 ಮಾಡಲು ಮಿಶ್ರಣಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಸಿಮೆಂಟ್ ಸೇರಿಸಬೇಕು?

ಮೂಲ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಮರಳು ಮತ್ತು ಸಿಮೆಂಟ್‌ನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ಅನುಪಾತವು 3 : 1 ಮತ್ತು ಒಟ್ಟು ತೂಕದ 40 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗಳು ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಮರಳಿನ ತೂಕ $\frac{3}{(3+1)} \times 40 = 30$ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ

ಸಿಮೆಂಟ್‌ನ ತೂಕವು $\frac{1}{(3+1)} \times 40 = 10$ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ

ಹೊಸ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಮರಳಿನ ತೂಕ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅದು 30 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಯಾಗೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಮರಳು ಮತ್ತು ಸಿಮೆಂಟ್‌ನ ಹೊಸ ಅನುಪಾತವು 5 : 2 ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರಶ್ನೆ ಏನಂದರೆ,

$$5 : 2 :: 30 : ?$$

ಅನುಪಾತವು 5 : 2 ಆಗಿದ್ದಾಗ, ಎರಡನೇ ಪದವು ಮೊದಲ ಪದದ $\frac{2}{5}$ ರಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ. ಹೊಸ ಅನುಪಾತವು 5 : 2 ಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಹೊಸ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿನ ಎರಡನೇ ಪದವು 30 ರಲ್ಲಿ $\frac{2}{5}$ ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.

$$\frac{2}{5} \times 30 = 12.$$

AP SCERT

The new mixture should have 12 kg of cement if the ratio of sand to cement is to be 5 : 2.

There is 10 kg of cement already. So, we need to add 2 kg of cement to the original mixture.



Figure it Out - 7.3

1. Divide .4,500 into two parts in the ratio 2 : 3.
2. In a science lab, acid and water are mixed in the ratio of 1 : 5 to make a solution. In a bottle that has 240 mL of the solution, how much acid and water does the solution contain?
3. Blue and yellow paints are mixed in the ratio of 3 : 5 to produce green paint. To produce 40 mL of green paint, how much of these two colours are needed? To make the paint a lighter shade of green, I added 20 mL of yellow to the mixture. What is the new ratio of blue and yellow in the paint?
4. To make soft idlis, you need to mix rice and urad dal in the ratio of 2 : 1. If you need 6 cups of this mixture to make idlis tomorrow morning, how many cups of rice and urad dal will you need?
5. I have one bucket of orange paint that I made by mixing red and yellow paints in the ratio of 3 : 5. I added another bucket of yellow paint to this mixture. What is the ratio of red paint to yellow paint in the new mixture?

7.6 Unit Conversions

We have noticed earlier that solving problems with proportionality often requires us to convert units from one system to another. Here are a few important unit conversions for your reference.

Length

1 metre = 3.281 feet

Area

1 square metre = 10.764 square feet

1 acre = 43,560 square feet

1 hectare = 10,000 square metres

1 hectare = 2.471 acres

AP SCERT

ಮರಳು ಮತ್ತು ಸಿಮೆಂಟ್‌ನ ಅನುಪಾತವು 5 : 2 ಆಗಬೇಕಾದರೆ ಹೊಸ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ 12 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಸಿಮೆಂಟ್ ಇರಬೇಕು. ಈಗಾಗಲೇ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ 10 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಸಿಮೆಂಟ್ ಇದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮೂಲ ಮಿಶ್ರಣಕ್ಕೆ 2 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಸಿಮೆಂಟ್ ಸೇರಿಸಬೇಕು.



ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ - 7.3

1. 4,500 ನ್ನು 2 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿರಿ.
2. ವಿಜ್ಞಾನ ಪ್ರಯೋಗಾಲಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ದ್ರಾವಣವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು ನೀರನ್ನು 1 : 5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. 240 ಮಿ.ಲೀ. ಇರುವ ಈ ದ್ರಾವಣದ ಬಾಟಲಿಯಲ್ಲಿ ದ್ರಾವಣವು ಎಷ್ಟು ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು ನೀರನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ?
3. ಹಸಿರು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಲು ನೀಲಿ ಮತ್ತು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು 3 : 5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. 40 ಮಿ.ಲೀ ಹಸಿರು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಲು ಈ ಎರಡೂ ಬಣ್ಣಗಳು ಎಷ್ಟು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ನಾನು ತಿಳಿ ಹಸಿರು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಲು ಮಿಶ್ರಣಕ್ಕೆ 20 ಮಿ.ಲೀ ಹಳದಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ. ಈ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ನೀಲಿ ಮತ್ತು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಹೊಸ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು?
4. ಮೃದುವಾದ ಇಡ್ಲಿಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು, ನೀವು ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಉದ್ದಿನ ಬೇಳೆಯನ್ನು **2 : 1** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಬೇಕು. ನಾಳೆ ಬೆಳಿಗ್ಗೆ ಇಡ್ಲಿಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ನಿಮಗೆ **6** ಕಪ್‌ಗಳಷ್ಟುಮಿಶ್ರಣ ಬೇಕಾದರೆ, ನಿಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಕಪ್ ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಉದ್ದಿನ ಬೇಳೆ ಬೆಕಾಗುತ್ತದೆ ?
5. ನಾನು ಕೆಂಪು ಮತ್ತು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು **3 : 5** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಿ ತಯಾರಿಸಿದ ಒಂದು ಬಕೆಟ್‌ನಷ್ಟು ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇನೆ. ನಾನು ಈ ಮಿಶ್ರಣಕ್ಕೆ ಇನ್ನೊಂದು ಬಕೆಟ್ ಹಳದಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ. ಹೊಸ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣ ಮತ್ತು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದ ಅನುಪಾತವೆಷ್ಟು?

7.6 ಮಾನ ಪರಿವರ್ತನೆಗಳು

ಸಮಾನುಪಾತತೆಯೊಂದಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದು ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಿಂದ ಇನ್ನೊಂದಕ್ಕೆ ಮಾನಗಳನ್ನು ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಮೊದಲೇ ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಇಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಉಲ್ಲೇಖವಾಗಿ ಕೆಲವು ಪ್ರಮುಖ ಮಾನಗಳ ಪರಿವರ್ತನೆಗಳು

ಉದ್ದ

1 ಮೀಟರ್ = 3.281 ಅಡಿಗಳು

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

1 ಚದರ ಮೀಟರ್ = 10.764 ಚದರ ಅಡಿಗಳು

1 ಎಕರೆ = 43,560 ಚದರ ಅಡಿಗಳು

1 ಹೆಕ್ಟೇರ್ = 10,000 ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗಳು

1 ಹೆಕ್ಟೇರ್ = 2.471 ಎಕರೆಗಳು

APSCERT

Volume 1 millilitre (mL) = 1 cubic centimetre (cc)

1 litre = 1,000 mL or 1,000 cc

Temperature

Temperature conversion between Fahrenheit and Celsius is a bit more complicated. 0^0C = 32°F, and

$$\text{Fahrenheit} = \frac{9}{5} \times \text{Celsius} + 32 \text{ and}$$

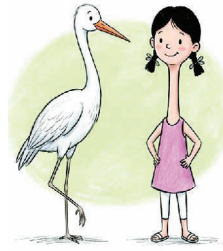
$$\text{Celsius} = \frac{5}{9} \times (\text{Fahrenheit} - 32)$$

For example, 25°C is 77°F.



Figure it Out - 7.4

1. Anagh mixes 600 mL of orange juice with 900 mL of apple juice to make a fruit drink. Write the ratio of orange juice to apple juice in its simplest form.
2. Last year, we hired 3 buses for the school trip. We had a total of 162 students and teachers who went on that trip and all the buses were full. This year we have 204 students. How many buses will we need? Will all the buses be full?
3. The area of Delhi is 1,484 sq. km and the area of Mumbai is 550 sq. km. The population of Delhi is approximately 30 million and that of Mumbai is 20 million people. Which city is more crowded? Why do you say so?
4. A crane of height 155 cm has its neck and the rest of its body in the ratio 4 : 6. For your height, if your neck and the rest of the body also had this ratio, how tall would your neck be?



5. Let us try an ancient problem from Lilavati. At that time weights were measured in a unit named palas and niskas was a unit of money. "If $2\frac{1}{2}$ palas of saffron costs $\frac{3}{7}$ niskas, O expert businessman! tell me quickly what quantity of saffron can be bought for 9 niskas?"

AP SCERT

ಘನಫಲ 1 ಮಿಲಿಲೀಟರ್ **(mL)** = 1 ಘನಸೆಂಟೀಮೀಟರ್ **(cc)**

1 ಲೀಟರ್ = 1,000 **mL** ಅಥವಾ 1,000 **cc**

ತಾಪಮಾನ

ಫಾರೆನ್‌ಹೀಟ್ ಮತ್ತು ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್ ನಡುವಿನ ತಾಪಮಾನ ಪರಿವರ್ತನೆಯು ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು ಜಟಿಲವಾಗಿದೆ. $0^oC = 32^oF$, ಮತ್ತು

$$\text{ಫ್ಯಾರನ್‌ಹೀಟ್} = \frac{9}{5} \times \text{ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್} + 32 \quad \text{ಮತ್ತು}$$

$$\text{ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್} = \frac{5}{9} \times (\text{ಫ್ಯಾರನ್‌ಹೀಟ್} - 32)$$

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 25^oC ಎಂದರೆ 77^oF.



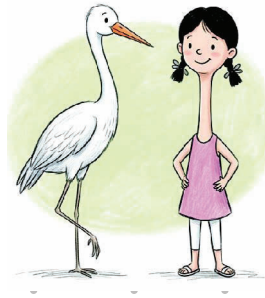
ಆಲೋಚಿಸಿ – ಮಾಡಿರಿ – 7.4

1. ಅನಘ್ **600** ಮಿ.ಲೀ. ಕಿತ್ತಳೆ ರಸವನ್ನು **900** ಮಿ.ಲೀ ಸೇಬಿನ ರಸದೊಂದಿಗೆ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಿ ಹಣ್ಣಿನ ಪಾನೀಯ ತಯಾರಿಸುತ್ತಾನೆ. ಕಿತ್ತಳೆ ರಸ ಮತ್ತು ಸೇಬಿನ ರಸದ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಅದರ ಸರಳರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

2. ಕಳೆದ ವರ್ಷ, ನಾವು ಶಾಲಾ ಪ್ರವಾಸಕ್ಕಾಗಿ **3** ಬಸ್‌ಗಳನ್ನು ಬಾಡಿಗೆಗೆ ಪಡೆದಿದ್ದೆವು. ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎಲ್ಲಾ ಸೇರಿ **162** ಮಂದಿ ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಹೋಗಿದ್ದರು ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಬಸ್‌ಗಳು ಭರ್ತಿಯಾಗಿದ್ದವು. ಈ ವರ್ಷ ನಮ್ಮಲ್ಲಿ **24** ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದಾರೆ. ನಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಬಸ್‌ಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ಎಲ್ಲಾ ಬಸ್‌ಗಳು ಭರ್ತಿಯಾಗುತ್ತವೆಯೇ?

3. ದೆಹಲಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು **1,484** ಚದರ ಕಿಲೋ ಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಮುಂಬೈನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು **550** ಚದರ ಕಿಲೋಮೀಟರ್, ದೆಹಲಿಯ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಸರಿಸುಮಾರು **30** ಮಿಲಿಯನ್ ಮತ್ತು ಮುಂಬೈನ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು **20** ಮಿಲಿಯನ್ ಜನರನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಯಾವ ನಗರ ಹೆಚ್ಚು ಜನನಿಬಿಡವಾಗಿದೆ? ಏಕೆ ಹಾಗೆ ಹೇಳುತ್ತೀರಿ?

4. **155** ಸೆಂಟೀಮೀಟರ್ ಎತ್ತರದ ಕ್ರೇನ್‌ನ ಕುತ್ತಿಗೆ ಮತ್ತು ದೇಹದ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ಅನುಪಾತವು **4 : 6** ಆಗಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ನಿಮ್ಮ ಕುತ್ತಿಗೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ದೇಹದ ಭಾಗವು ಇದೆ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ನಿಮ್ಮ ಕುತ್ತಿಗೆಯು ಎಷ್ಟು ಎತ್ತರದಲ್ಲಿದೆ ?



5. ಲೀಲಾವತಿ ಗಣಿತದಿಂದ ಒಂದು ಪ್ರಾಚೀನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ. ಆ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ತೂಕವನ್ನು ಫಲ ಎಂಬ ಮಾನದಲ್ಲಿ ಅಳೆಯಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು ಮತ್ತು ನಿಷ್ಕಾಸ್ ಎಂಬುದು ಹಣದ ಮಾನವಾಗಿತ್ತು. "$2\frac{1}{2}$ ಫಲಗಳ ಕೇಸರಿಯ ಬೆಲೆ $\frac{3}{7}$ ನಿಷ್ಕಾಸ್‌ಗಳಾದರೆ, ಓ ಪರಿಣಿತ ವ್ಯಾಪಾರಿಯೇ ! 9 ನಿಷ್ಕಾಸ್‌ಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದ ಕೇಸರಿಯನ್ನು ಖರೀದಿಸಬಹುದು ಎಂದು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಹೇಳು".

APSCERT

6. Taswika is a 1-year-old girl. Her elder brother is 5 years old. What will be Taswika's age when the ratio of her age to her brother's age is 1 : 2?
7. The mass of equal volumes of gold and water are in the ratio 37 : 2. If 1 litre of water is 1 kg in mass, what is the mass of 1 litre of gold?
8. It is good farming practice to apply 10 tonnes of cow manure for 1 acre of land. A farmer is planning to grow tomatoes in a plot of size 200 ft by 500 ft. How much manure should he buy? (Please refer to the section on Unit Conversions earlier in this chapter).
9. A tap takes 15 seconds to fill a mug of water. The volume of the mug is 500 mL. How much time does the same tap take to fill a bucket of water if the bucket has a 10-litre capacity?
10. One acre of land costs ₹15,00,000. What is the cost of 2,400 square feet of the same land?
11. A tractor can plough the same area of a field 4 times faster than a pair of oxen. A farmer wants to plough his 20-acre field. A pair of oxen takes 6 hours to plough an acre of land. How much time would it take if the farmer used a pair of oxen to plough the field? How much time would it take him if he decides to use a tractor instead?
12. The ₹10 coin is an alloy of copper and nickel called 'cupro-nickel'. Copper and nickel are mixed in a 3 : 1 ratio to get this alloy. The mass of the coin is 7.74 grams. If the cost of copper is ₹906 per kg and the cost of nickel is ₹1,341 per kg, what is the cost of these metals in a ₹10 coin?

APSCERT

SUMMARY

- Ratios in the form of a : b indicate that for every 'a' unit of the first quantity, there are 'b' units of the second quantity. 'a' and 'b' are the terms in the ratio.
- Two ratios — a : b and c : d — are proportional (written a : b :: c : d) if their terms change by the same factor, i.e., if ad = bc.
- If x is divided into two parts in the ratio m : n, then the quantity of the first part is $m \times \frac{x}{m+n}$ and the quantity of the second part is $n \times \frac{x}{m+n}$.

6. ತಸ್ವಿಕ ಒಂದು ವರ್ಷದ ಹುಡುಗಿ. ಆವಳ ಅಣ್ಣನ ವಯಸ್ಸು **5** ವರ್ಷಗಳು. ಅವಳ ವಯಸ್ಸು ಮತ್ತು ಅವಳ ಅಣ್ಣನ ವಯಸ್ಸಿನ ಅನುಪಾತವು **1 : 2** ಆದಾಗ ತನ್ವಿಕ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟಾಗಿರುತ್ತದೆ?
7. ಸಮಾನ ಘನಫಲಗಳುಳ್ಳ ಚಿನ್ನ ಮತ್ತು ನೀರಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳ ಅನುಪಾತವು **37 : 2** ಆಗಿದೆ. **1** ಲೀಟರ್ ನೀರಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು **1** ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಆದರೆ , **1** ಲೀಟರ್ ಚಿನ್ನದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಎಷ್ಟು?
8. **10** ಟನ್‌ಗಳಷ್ಟು ರಸಗೊಬ್ಬರವನ್ನು ಒಂದು ಎಕರೆ ಭೂಮಿಗೆ ಹಾಕುವುದು ಒಳ್ಳೆಯ ವ್ಯವಸಾಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ವಿಧಾನವಾಗಿದೆ. ಒಬ್ಬ ರೈತನು **200** ಅಡಿ × **500** ಅಡಿ ಅಳತೆಯ ಜಮೀನಿನಲ್ಲಿ ಟೊಮೋಟೋ ಬೆಳೆಯಲು ಯೋಜಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಅವನುಎಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದ ಗೊಬ್ಬರವನ್ನು ಖರೀದಿಸಬೇಕು? (ದಯವಿಟ್ಟು ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ಮಾನಗಳ ಪರಿವರ್ತನೆ ವಿಭಾಗವನ್ನು ನೋಡಿ)
9. ಒಂದು ನಲ್ಲಿಯು ಒಂದು ಮಗ್ ತುಂಬಾ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಲು 15 ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳನ್ನುತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಮಗ್‌ನ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವು 500 **mL** ಆಗಿದೆ. 10 ಲೀಟರ್ ಸಾಮರ್ಥ್ಯದ ಒಂದು ಬಕೆಟ್‌ಗೆ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಲು ನಲ್ಲಿಯು ಎಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ?
10. ಒಂದು ಎಕರೆ ಜಮೀನಿನ ಬೆಲೆ ₹15,00,000. ಅದೇ ಜಮೀನಿನ 2,400 ಚದರ ಅಡಿಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?
11. ಒಂದು ಟ್ರಾಕ್ಟರ್ ಒಂದು ಜೊತೆ ಎತ್ತುಗಳಿಗಿಂತ 4 ರಷ್ಟು ವೇಗವಾಗಿ ಅದೇ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ಉಳುಮೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಒಬ್ಬ ರೈತನು ತನ್ನ 20 ಎಕರೆ ಜಮೀನನ್ನು ಉಳುಮೆ ಮಾಡಲು ಬಯಸುತ್ತಾನೆ. ಒಂದು ಜೊತೆ ಎತ್ತುಗಳು ಒಂದು ಎಕರೆ ಜಮೀನನ್ನು ಉಳುಮೆ ಮಾಡಲು 6 ಗಂಟೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ರೈತನು ಒಂದು ಜೊತೆ ಎತ್ತುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಉಳುಮೆ ಮಾಡಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ? ಎತ್ತುಗಳ ಬದಲಾಗಿ ಅವನು ಟ್ರಾ್ಯಕ್ಟರ್ ಬಳಸಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ?
12. ₹10 ರೂಪಾಯಿ ನಾಣ್ಯವು 'ಕ್ಯುಪ್ರೋ – ನಿಕಲ್' ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ತಾಮ್ರ ಮತ್ತು ನಿಕ್ಕಲ್‌ನ ಮಿಶ್ರಣ ಲೋಹವಾಗಿದೆ. ಈ ಮಿಶ್ರ ಲೋಹವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ತಾಮ್ರ ಮತ್ತು ನಿಕ್ಕಲ್‌ನ್ನು **3 : 1** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ನಾಣ್ಯದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು 7.74 ಗ್ರಾಂಗಳು. ತಾಮ್ರದ ಬೆಲೆ ಒಂದು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗೆ ₹ 906 ಮತ್ತು ನಿಕ್ಕಲ್‌ನ ಬೆಲೆ ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗೆ ₹1,341ಆಗಿದ್ದರೆ, ₹10 ನಾಣ್ಯದ ಈ ಲೋಹಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

APSCERT

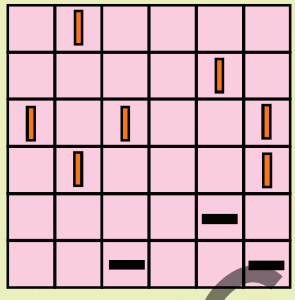
ಸಾರಾಂಶ

- **a : b** ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಅನುಪಾತಗಳು ಮೊದಲ ಪ್ರಮಾಣದ ಪ್ರತಿ '**a**' ಮಾನಕ್ಕೆ ಎರಡನೇ ಪ್ರಮಾಣದ '**b**' ಮಾನಗಳಿವೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. '**a**' ಮತ್ತು '**b**' ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿನ ಪದಗಳು.
- ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು **a : b** ಮತ್ತು **c : d** ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ (ಇದನ್ನು **a : b :: c : d** ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ). ಅವುಗಳ ಪದಗಳು ಒಂದೇ ಅಂಶದಿಂದ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ. ಅಂದರೆ **ad = bc** ಆಗಿದ್ದರೆ,
- **x** ವು **m : n** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಮೊದಲ ಭಾಗದ ಪ್ರಮಾಣವು $\mathbf{m} \times \frac{x}{m+n}$ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಭಾಗದ ಪ್ರಮಾಣವು $\mathbf{n} \times \frac{x}{m+n}$.

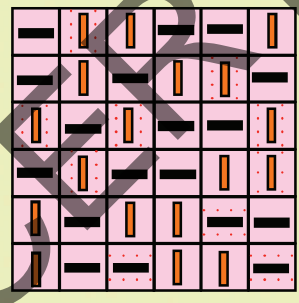


Binairo, also known as Takuzu, is a logic puzzle with simple rules. Binairo is generally played on a square grid with no particular size. Some cells start out filled with two symbols: here horizontal and vertical lines. The rest of the cells are empty. The task is to fill cells in such a way that:

1. Each row and each column must contain an equal number of horizontal and vertical lines.
2. More than two horizontal or vertical lines can't be adjacent.
3. Each row is unique. Each column is unique.

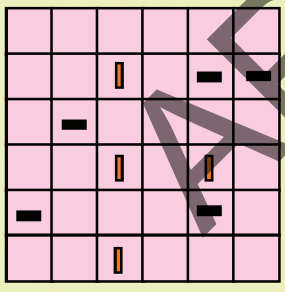


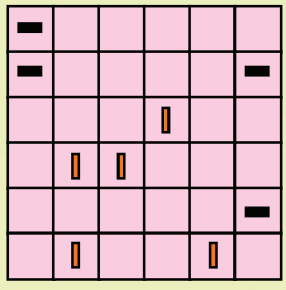
Puzzles

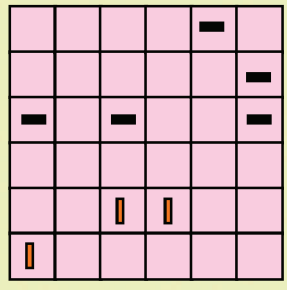


Solution

Solve the following Binairo puzzles:









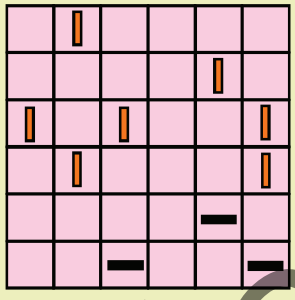
APSCERT

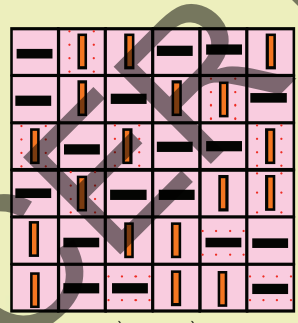


ಬೈನೈರೊ

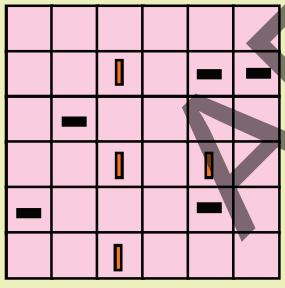
ಟಾಕುಝು ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ಬೈನೈರೊ ಸರಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತರ್ಕಬದ್ಧವಾದ ಒಗಟು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬೈನೈರೊವನ್ನು ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಗಾತ್ರವಿಲ್ಲದ ಚೌಕಾಕಾರದ ಗ್ರಿಡ್‌ನಲ್ಲಿ ಆಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಕೆಲವು ಕೋಶಗಳು (ಚೌಕಗಳು) ಇಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡ ಮತ್ತು ಲಂಬ ರೇಖೆಗಳೊಂದಿಗೆ ತುಂಬಿರುತ್ತದೆ. ಉಳಿದ ಕೋಶಗಳು(ಚೌಕಗಳು) ಖಾಲಿಯಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಕೋಶಗಲನ್ನು (ಚೌಕಗಳನ್ನು) ತುಂಬುವ ಕಾರ್ಯವು ಹೇಗಿರಬೇಕೆಂದರೆ

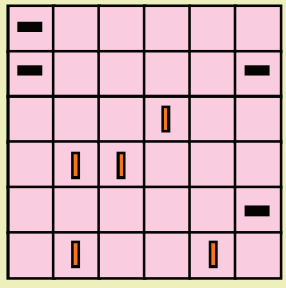
1. ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡ ಸಾಲು ಮತ್ತು ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳು ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಡ್ಡ ಮತ್ತು ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು.
2. ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಡ್ಡ ಮತ್ತು ಲಂಬ ರೇಖೆಗಳು ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರಬಾರದು.
3. ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲು ಅನನ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು. ಪ್ರತಿ ಕಂಬ ಸಾಲು ಅನನ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು.

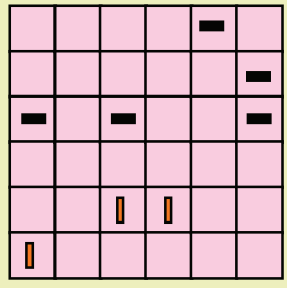

ಒಗಟು


ಪರಿಹಾರ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬೈನೈರೊ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.









APSCERT

ANSWERS

Figure it out - 1.1

1. 2032, 2048, and 1027 are not perfect squares.
2. 108^2, 292^2 3. 15625 + 251 4. 21m 5. 900
6. The smallest number to multiply by is 3.
   The square root of the product is 168.
7. There are exactly '2n' numbers between n^2 and $(n+1)^2$
   (i) 32 (ii) 198
8. $4^2 + 5^2 + 20^2 = (21)^2$
   $9^2 + 10^2 + (90)^2 = (91)^2$
9. Total Tiny Squares = 81 × 25 = 2025
   $3^4 \times 5^2$ prime factorisation

Figure it out - 1.2

1. 30 and 22 2. 7
3. (i) False. Because, the cube of any odd number is odd
   (ii) False. The cube of 2 ends with 8
   (iii) False. For example, 10^3 = 1000 is a 4 - digit number
   (iv) False. The cube of largest two digit number $(99)^3$ = 970299 has only 6 digits
   (v) False. The factors of 8, which is cube of 2 = 1, 2 ,4, 8 (even number)
4. (i) yes, the cube root of 1331 can be guessed without factorization.
   $10 < \sqrt[3]{1331} < 20$, as 1331 ends with 1, its cube root also ends with 1
   So, the cube root of 1331 is 11
   (ii) 4,913: $10 < \sqrt[3]{4913} < 20$, as 4913 ends with 3, its cube root ends with 7 So, the cube root of 4913 = 17
   (iii) 12,167: $20 < \sqrt[3]{12167} < 30$, as 12,617 ends with 7, its cube root ends with 3
   So, the cube root of 12, 617 is 23.
   (iv) 32
5. $67^3 - 66^3$. Because it involves the highest base numbers raised to the highest power.

AP SCERT

ಉತ್ತರಗಳು

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 1.1

1. 2032, 2048, ಮತ್ತು 1027 2. 108^2, 292^2

3. 15625 + 251 4. 21ಮಿ 5. 900

6. ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆ 3. ಈ ಗುಣಲಬ್ಧದ ವರ್ಗಮೂಲ 168.

7. n^2 ಮತ್ತು $(n+1)^2$ ನಡುವೆ ಸರಿಯಾಗಿ '$2n$' ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

   (i) 32 **(ii)** 198

8. $4^2 + 5^2 + 20^2 = (21)^2$

   $9^2 + 10^2 + (90)^2 = (91)^2$

9. ಒಟ್ಟು ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 81 × 25 = 2025

   $3^4 \times 5^2$ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 1.2

1. 30 ಮತ್ತು 22. 2. 7

3. **(i)** ತಪ್ಪು ಏಕೆಂದರೆ, ಯಾವ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನವಾದರೂ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ.

   (ii) ತಪ್ಪು. 2 ರ ಘನ 8 ನಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

   (iii) ತಪ್ಪು, ಉದಾಹರಣೆಗೆ 10^3 = 1000 ಎಂಬುದು ಒಂದು 4-ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ.

   (iv) ತಪ್ಪು ದೊಡ್ಡ ಎರಡಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (99) ರ ಘನ $(99)^3$ = (970299) ಕೇವಲ 6 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರವೇ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

   (v) ತಪ್ಪು. 2 ರ ಘನದ 8 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು = 1, 2, 4, 8 (ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ)

4. ಹೌದು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯದೇ 1331 ರ ಘನಮೂಲವನ್ನು ಊಹಿಸಬಹುದು.

   (i) $10 < \sqrt[3]{1331} < 20$; 1331 ಸಂಖ್ಯೆ 1ರಿಂದ ಅಂತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ, ಅದರ ಘನಮೂಲವೂ ಸಹ 1ರಿಂದಲೇ ಅಂತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ, 1331 ರ ಘನಮೂಲ 11.

   (ii) **4,913:** $10 < \sqrt[3]{4913} < 20$; 4913 ಸಂಖ್ಯೆ 3ರಿಂದ ಅಂತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಅದರ ಘನಮೂಲ 7ರಿಂದ ಅಂತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 4913 ರ ಘನಮೂಲ = 17.

   (iii) **112,167:** $20 < \sqrt[3]{12167} < 30$; 12,167 ಸಂಖ್ಯೆ 7ರಿಂದ ಅಂತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಆದರ ಘನಮೂಲ 3ರಿಂದ ಅಂತವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, 12,167 ರ ಘನಮೂಲ 23.

   (iv) 32

5. $67^3 - 66^3$. ಏಕೆಂದರೆ, ಇದರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಟ ಘಾತ ಇವೆ.

AP SCERT

Reason :

(i) Cubes vs. Squares: The difference between consecutive cubes ($a^3 - b^3$) grows much faster than the difference between consecutive squares ($a^2 - b^2$). Therefore, (i) and (ii) will be significantly larger than (iii) and (iv).

(ii) Magnitude of Bases: Between the two cube expressions, uses much larger base numbers (67 vs 66). Since the difference is ($a^2 + ab + b^2$), larger values of a and b will result in a much larger sum.

Conclusion : The greatest value is **(i) $67^3 - 66^3$.**

Figure it out - 2.1

1. (i) 6^4 (ii) y^2 (iii) b^4 (iv) $5^2 \times 7^3$
   (iv) $2^2 \times a^2$ (vi) $a^3 \times c^4 \times d^1$
2. (i) $648 = 2^3 \times 3^4$ (ii) $405 = 3^4 \times 5$
   (iii) $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ (iv) $3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$
3. (i) 2000 (ii) 392 (iii) 768 (iv) 225
   (v) 90000 (vi) –32000000

Figure it out - 2.2

1. 6 2. 200 bottles
3. (i) 64^3: $(2^6)^3$, $(4^3)^3$, $(8^2)^3$ (ii) 192^8: $(2^6 \times 3)^8$, $192^4 \times 192^4$, $(192^2)^4$
   (iii) 32^{-5}: $(2^5)^{-5}$, $32^{-2} \times 32^{-3}$, $(32^{-1})^5$
4. (i) Sometimes True (e.g., 1 and 64 are both; 8 is only a cube).
   (ii) Always True (Any x^4 is $(x^2)^2$).
   (iii) Always True (For integers; $x^5 \div x^3 = x^2$).
   (iv) Always True ($a^3 \times b^3 = (ab)^3$).
   (v) Never True (46 is not divisible by 4).
5. (i) 10^{-7} (ii) 5^3 (iii) 9^{-11} (iv) 13^6 (v) $m^{14}n^{21}$
6. (i) 1.44 (ii) 0.0144 (iii) 0.000144 (iv) 14400
7. $2^4 \times 3^6$, $6^4 \times 3^2$, and $18^2 \times 6^2$. (All these are equal to 11,664)
8. (i) 3^4 (ii) 2^8 (iii) 2^{100}
9. 10 digits (10^{10} = 10 billion)
10. Numbers that are both Squares and Cubes
    Examples: 1, 64, 729, 4096
    General Description: Any number that is a 6th power (n^6).

AP SCERT

ಕಾರಣ :

(i) **ಘನಗಳು vs ವರ್ಗಗಳು:** ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $(a^3 - b^3)$, ಅನುಕ್ರಮ ವರ್ಗಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $(a^2 - b^2)$. ಕ್ಕಿಂತ ಬಹಳ ವೇಗವಾಗಿ ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, (i) ಮತ್ತು (ii) ಫಲಿತಗಳು (iii) ಮತ್ತು (iv) ಕ್ಕಿಂತ ಬಹಳ ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತವೆ.

(ii) ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪರಿಮಾಣ : ಎರಡು ಘನ ಅಂಶಗಳಲ್ಲಿ, (i) ನಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (67 ಮತ್ತು 66) ಇವೆ. ಸೂತ್ರ $(a^2 + ab + b^2)$, ಪ್ರಕಾರ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೆಲೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಿರುವರಿತೆ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಸಹ ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ.

ಉಪಸಂಹಾರ: ದೊಡ್ಡ ಬೆಲೆ (i) $67^3 - 66^3$.

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 2.1

1. (i) 6^4 (ii) y^2 (iii) b^4 (iv) $5^2 \times 7^3$
   (iv) $2^2 \times a^2$ (vi) $a^3 \times c^4 \times d^1$
2. (i) $648 = 2^3 \times 3^4$ (ii) $405 = 3^4 \times 5$
   (iii) $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ (iv) $3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$
3. (i) 2000 (ii) 392 (iii) 768 (iv) 225
   (v) 90000 (vi) –32000000

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ- 2.2

1. 6 2. 200 ಸೀಸೆಗಳು
3. (i) 64^3: $(2^6)^3$, $(4^3)^3$, $(8^2)^3$ (ii) 192^8: $(2^6 \times 3)^8$, $192^4 \times 192^4$, $(192^2)^4$
   (iii) 32^{-5}: $(2^5)^{-5}$, $32^{-2} \times 32^{-3}$, $(32^{-1})^5$
4. (i) ಕೆಲವು ಬಾರಿ ಸತ್ಯ (1 ಮತ್ತು 64 ಎಂಬುವವು ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ ಎರಡೂ ಆಗುತ್ತವೆ. ಆದರೆ 8 ಎಂಬುದು ಕೇವಲ ಘನ ಮಾತ್ರವೇ).
   (ii) ಯಾವಾಗಲೂ ಸತ್ಯ (ಯಾವುದೇ x^4 ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $(x^2)^2$ ಯಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು)
   (iii) ಯಾವಾಗಲೂ ಸತ್ಯ (ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ; $x^5 \div x^3 = x^2$).
   (iv) ಯಾವಾಗಲೂ ಸತ್ಯ $(a^3 \times b^3 = (ab)^3)$.
   (v) ಯವಾಗಲೂ ಅಸತ್ಯ
5. (i) 10^{-7} (ii) 5^3 (iii) 9^{-11} (iv) 13^6 (v) $m^{14}n^{21}$
6. (i) 1.44 (ii) 0.0144 (iii) 0.000144 (iv) 14400
7. $2^4 \times 3^6$, $6^4 \times 3^2$ ಮತ್ತು $18^2 \times 6^2$ ಇವೆಲ್ಲವೂ 11,664 ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ.
8. (i) 3^4 (ii) 2^8 (iii) 2^{100}
9. 10 ಅಂಕಿಗಳು (10^{10} = 10 ಬಿಲಿಯನ್‌ಗಳು)
10. ವರ್ಗಗಳು ಮತ್ತು ಘನಗಳು ಎರಡೂ ಆಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:
    ಉದಾಹರಣೆಗಳು : 1, 64, 729, 4096.
    ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿವರಣೆ : ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ 6ರ ಘಾತ (n^6) ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ ಎರಡೂ ಆಗುತ್ತದೆ.

AP SCERT

11. Characters available: 62 (10 digits + 26 lowercase + 26 uppercase)
62^5 (or 916,132,832 codes)

12. (v) 2×10^9 (vi) $10^9 + 10^9$

13. i) 2.43×10^{11} pieces (world population = 8.1×10^9 approximately)
ii) 5×10^{12} honeybees
iii) 3.078×10^{23} bacterial cells (world population = 8.1×10^9 approximately)

14. Approximately 31.7 years ago (roughly August 1994).

Figure it out - 3.1

1. Stick Method - Mathematical Operations
If we use a number system consisting of sticks (tally marks) without using Hindu-Arabic numerals or names, we can perform operations through physical grouping:
Addition : Simply combine two separate collections of sticks into one large pile.
Example: (III) + (II) = (IIIII)
Subtraction: From the first collection, remove as many sticks as there are in the second collection. The remaining sticks represent the result.
Multiplication: Lay out the first collection of sticks as many times as there are sticks in the second collection. For example, to multiply 3 by 2, you place a group of 3 sticks down twice.
Division: Determine how many times you can "take away" the divisor group from the dividend group. The number of times you successfully remove it is the **quotient**, and any sticks left over are the **remainder**.

2. Extending the Letter System (Method 2)
In a system where 'a' through 'z' represent 1 to 26, we can extend it to represent infinite numbers using a Positional (Base- 26) System:
Place Value : Just as we move from 9 to 10, we can move from 'z' (26) to '**aa**' (27). In this system, the first 'a' represents the "26s" place, and the second 'a' represents the "1s" place.
Column Logic : This is identical to how Microsoft Excel names its columns (A, B... Z, AA, AB...). To represent very large numbers, you simply add more letters (e.g., 'aaa' for numbers beyond \$26 \ times 26\$).
Additive Extension : Another way is to use specific letter combinations to represent milestones (like 'aa' = 50, 'aaa' = 100), similar to the Roman numeral logic.

AP SCERT

11. ಲಭ್ಯವಿರುವ ಅಕ್ಷರಗಳು ಮತ್ತು ಅಂಕಿಗಳು : 62 (10 ಅಂಕಿಗಳು + 26 ಚಿಕ್ಕ ಅಕ್ಷರಗಳು + 26 ದೊಡ್ಡ ಅಕ್ಷರಗಳು) 62^5 (ಅಥವಾ 916,132,832 ಕೋಡ್‌ಗಳು)

12. **(v)** 2×10^9 **(vi)** $10^9 + 10^9$

13. **i)** 2.43×10^{11} ತುಂಡುಗಳು (ಪ್ರಪಂಚ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಸುಮಾರು $= 8.1 \times 10^9$)

ii) 5×10^{12} ಜೀನುನೊಣಗಳು

iii) 3.078×10^{23} **bacterial cells** (ಪ್ರಪಂಚ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಸುಮಾರು $= 8.1 \times 10^9$)

14. ಸುಮಾರು 31.7 ವರ್ಷಗಳ ಕೆಳಗೆ (ಸುಮಾರು ಆಗಷ್ಟ್ 1994 ರಲ್ಲಿ).

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 3.1

1. ಕಡ್ಡಿಗಳ ಪದ್ಧತಿ (**Stick Method**) - ಗಣಿತ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳು

ನಾವು ಹಿಂದೂ - ಅರೇಬಿಕ್ ಅಂಕಿಗಳು ಅಥವಾ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸದೇ, ಕೇವಲ ಕಡ್ಡಿಗಳ (**tally marks**) ಮೂಲಕ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಮಾಡಬೇಕೆಂದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಭೌತಿಕವಾಗಿ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಬಹುದು.

ಸಂಕಲನ : ಎರಡು ಬೇರೆಬೇರೆ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಂದೇ ದೊಡ್ಡ ಕುಪ್ಪೆಯಾಗಿ ಮಾಡುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆ : (|||) + (||) = (|||||)

ವ್ಯವಕಲನ : ಮೊದಲ ಗುಂಪಿನಿಂದ, ಎರಡನೇ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಇವೆಯೋ ಎಲ್ಲವನ್ನು ತೆಗೆದುಹಾಕುವುದು. ಉಳಿದ ಕಡ್ಡಿಗಳೇ ಫಲಿತವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ.

ಗುಣಾಕಾರ : ಎರಡನೇ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಇವೆಯೋ, ಅಷ್ಟುಸಲ ಮೊದಲನೇ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಜೊಡಿಸುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 3 ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕೆಂದರೆ, 3 ಕಡ್ಡಿಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ಪಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಇಡಬೇಕು.

ಭಾಗಾಕಾರ : ಭಾಜಕ ಗುಂಪನ್ನು ಭಾಜ್ಯದ ಗುಂಪಿನಿಂದ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಕಳೆಯಬಲ್ಲೆವೋ ನೋಡುವುದು. ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಯಶಸ್ವಿಯಾಗಿ ಕಳೆಯಬಲ್ಲೆವೋ ಅದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಆಗುತ್ತದೆ. ಕೊನೆಯದಾಗಿ ಉಳಿದ ಕಡ್ಡಿಗಳು ಶೇಷ ಆಗುತ್ತವೆ.

2. ಅಕ್ಷರಗಳ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವುದು

'**a**' ಯಿಂದ '**z**' ವರೆಗೆ ಅಕ್ಷರಗಳು 1 ರಿಂದ 26 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ, ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅನಂತವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಸೂಚಿಸಬಹುದು :

ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ : ನಾವು 9 ನಂತರ 10 ಗೆ ಹೋದಂತೆ, ಇಲ್ಲಿ '**z**' (26) ನಂತರ '**aa**' (27) ಗೆ ಹೋಗುತ್ತೇವೆ. ಈ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ, ಮೊದಲ '**a**' ಎಂಬುದು "26ರ" ಸ್ಥಾನವನ್ನು, ಎರಡನೇ '**a**' ಎಂಬುದು "1ರ" ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಕಾಲಮ್ ಲಾಜಿಕ್ : ಇದು ಮೈಕ್ರೋಸಾಫ್ಟ್ ಎಕ್ಸೆಲ್ (**Excel**) ಕಾಲಮ್ಸ್ ಹೆಸರುಗಳ ಮಾದರಿಯಂತೆ ಇರುತ್ತದೆ (**A, B... Z, AA, AB...**). ಬಹಳ ದೊಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಬಹುದು (ಉದಾಹರಣೆಗೆ : 26 **/ times** 26 ದಾಟಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಾಗಿ '**aaa**').

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಸ್ತರಣೆ : (**Additive Extension**): ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲಾಜಿಕ್‌ನಂತೆ, ಕೆಲವು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಅಕ್ಷರಗಳ ಸೇರುವಿಕೆಯನ್ನು ಮೈಲಿಗಲ್ಲುಗಳಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು (ಉದಾಹರಣೆಗೆ : '**aa**' = 50, '**aaa**' = 100).

AP SCERT

3. Here is a sample "Shape-Based System" designed for clarity:

Symbol	Value
Dot (.)	1
Vertical Line (|)	5
Triangle (△)	10
Square (□)	50

Rules for Writing :

Symbols are written from largest value to smallest value.

Example 13: △... (One Triangle + 3 Dots)

Example 67: □△|.. (One Square + One Triangle + One Line + 2 Dots)

Figure it out - 3.2

1. (i) MCCXXII

   (ii) MMCMXCIX

   (iii) CCCII

   (iv) DCCXV

Figure it out - 3.3

1. The Hindu-Arabic numeral system is considered one of the greatest inventions in mathematics because of its logical efficiency.

   Why Hindu system is more efficient?

   1. Place Value System: Value of a digit depends on its position

      Example: 345 = 3 hundreds + 4 tens + 5 ones

      Roman system has no place value

   2. Use of Zero (0): Zero is a powerful placeholder

      Distinguishes 5, 50, 500

      Roman numerals do not have zero

AP SCERT

3. ಆಕೃತಿಗಳ ಆಧಾರಿತ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಸ್ಪಷ್ಟತೆಗಾಗಿ ರೂಪಿಸಿದ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸ ಸಂಖ್ಯಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಇಲ್ಲಿದೆ

ಚಿಹ್ನೆ	ಬೆಲೆ
ಬಿಂದು (.)	1
ಉದ್ದ ಗೆರೆ (l)	5
ತ್ರಿಭುಜ (Δ)	10
ಚೌಕ ($\square$)	50

ಬರೆಯಲು ನಿಯಮಗಳು :

ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ದೊಡ್ಡದರಿಂದ ಚಿಕ್ಕ ಬೆಲೆಗೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರೆಯಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆ 13: Δ ... (ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ + 3 ಬಿಂದುಗಳು)

ಉದಾಹರಣೆ 67: $\square\Delta$ l.. (ಒಂದು ಚೌಕ + ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ + ಒಂದು ಗೆರೆ + 2 ಬಿಂದುಗಳು)

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 3.2

1. (i) MCCXXII

(ii) MMCMXCIX

(iii) CCCII

(iv) DCCXV

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 3.3

1. ಹಿಂದೂ - ಅರೇಬಿಕ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಏಕೆ ಶಕ್ತಿವಂತವಾಗಿದೆ ?

ತಾರ್ಕಿಕ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಕಾರಣವಾಗಿ ಹಿಂದೂ - ಅರೇಬಿಕ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮ ಆವಿಷ್ಕಾರವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

1. **ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿ :** ಅಂಕಿಯ ಬೆಲೆ ಅದು ಇರುವ ಸ್ಥಾನದ ಮೇಲೆ ಆಧಾರಪಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ. (ಉದಾ: 345 ಕ್ಕಿಂತ 3 ನೂರುಗಳು + 4 ಹತ್ತುಗಳು + 5 ಬಿಡಿಗಳು). ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.
2. **ಸೊನ್ನೆ (0) ಬಳಕೆ :** ಸೊನ್ನೆ ಒಂದು ಶಕ್ತಿವಂತವಾದ ಪ್ಲೇಸ್ ಹೋಲ್ಡರ್. ಇದು 5, 50, 500 ಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತಾಸವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆ ಇಲ್ಲ.

AP SCERT

3. Compact Representation: Large numbers written easily

   1000 vs M

   10,000 vs MMMMMMMMMM

4. Easy Calculations: Addition, subtraction, multiplication, division are simple and systematic Roman system is very difficult for calculations

5. Only 10 Symbols Needed: Digits: 0-9

   Roman system uses many symbols and rules (I, V, X, L, C, D, M)

6. Universal Usage: Used worldwide in science, commerce, technology

   Roman system is mostly used for labels (clocks, chapters, etc.)

2. To refine the Shape-Based System (Dot, Line, Triangle, Square),

1. Introduce a Zero Symbol (The Placeholder)

   In the old system, to write "one hundred," you might have to draw two squares (50+50). By adding a Zero (◯), we can reuse the "1" symbol (Dot) in a different position to mean ten, a hundred, or more.

2. Define a Base (Base-10)

   Instead of having a new symbol for every major number (10, 50, 100), we only need symbols for 0 through 9. Once we reach ten, we move to the next "place."

   Refined Symbols (0-9):

   0: ◯ (Circle)

   1: . (Dot) 2: .. 3: ... 4: .... 5: | (Line)

   6: |. 7: |.. 8: |... 9: |....

3. Applying Place Value

   Now, the position of the symbol determines its value. Each position to the left is 10 times greater than the one to its right.

   Example: Representing 1222

   Old Additive System: □ □ ... (too many symbols!)

AP SCERT

3. **ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪ :** ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು (ಉದಾ: 1000 ಬದಲಾಗಿ ರೋಮನ್‌ನಲ್ಲಿ 'M' ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ, ಆದರೆ 10,000 ಬರೆಯಬೇಕೆಂದರೆ ರೋಮನ್‌ನಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಕಷ್ಟ).

1000 vs M

10,000 vs MMMMMMMMMM

4. **ಸುಲಭವಾದ ಲೆಕ್ಕಗಳು:** ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ, ಗುಣಾಕಾರ, ಭಾಗಾಕಾರ ಈ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಮತ್ತುಸುಲಭವಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ.

5. **ಕೇವಲ 10 ಸಂಕೇತಗಳು:** 0 ಯಿಂದ 9 ವರೆಗೆ ಕೇವಲ ಹತ್ತು ಅಂಕಿಗಳು ಮಾತ್ರವೇ ಸಾಕಾಗುತ್ತವೆ.. ರೋಮನ್‌ನಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಸಂಕೇತಗಳು (**I, V, X, L, C, D, M**) ಮತ್ತು ಕ್ಲಿಷ್ಟವಾದ ನಿಯಮಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

6. **ಪ್ರಪಂಚವಾಪ್ತಿಯಾಗಿ ಬಳಕೆ :** ಸೈನ್ಸ್, ವಾಣಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ತಂತ್ರಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ಪ್ರಪಂಚವಾಪ್ತಿಯಾಗಿ ಇದನ್ನೇ ಬಳಸುತ್ತಾರೆ.

2. ಆಕೃತಿ ಆಧಾರಿತ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಉತ್ತಮಪಡಿಸುವುದು ಹಳೆ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಸಮರ್ಥವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಲು :

1. ಸೊನ್ನೆ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಪರಿಚಯ ಮಾಡುವುದು : ಹಳೆ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ 'ನೂರು' ಬರೆಯಲು ಎರಡು ಚೌಕಗಳು (50+50) ಎಳೆಯಬೇಕಾಗಿ ಬರುತಿತ್ತು. ಆದರೆ (◯) ಸೇರಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಒಂದೇ ಚಿಹ್ನೆ (ಬಿಂದು) ಬೇರೆಬೇರೆ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟು ಹತ್ತು, ನೂರು ಅಥವಾ ಸಾವಿರ ಎಂದು ಸೂಚಿಸಬಹುದು.

2. ಆಧಾರವನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸುವುದು (ಬೇಸ್ -10): ಪ್ರತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ (10, 50, 100) ಒಂದು ಹೊಸ ಚಿಹ್ನೆ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲದಂತೆ, ಕೇವಲ 0 ಯಿಂದ 9 ವರೆಗಿನ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಇದ್ದರೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ. ಹತ್ತಕ್ಕೆ ಸೇರಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಲೇ ನಾವು ಮುಂದಿನ "ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ" ಬದಲಾಗುತ್ತೇವೆ.

ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಿದ ಚಿಹ್ನೆಗಳು 0–9 ವರೆಗೆ

0: ◯ (ಸೊನ್ನೆ)

1: . (Dot) **2: ..** **3: ...** **4: ....** **5: । (Line)**

6: ।. **7: ।..** **8: ।...** **9: ।....**

3. ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವುದು

ಈಗ ಒಂದು ಚಿಹ್ನೆ ಇದ್ದರೆ ಸ್ಥಾನ ಅದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಸ್ಥಾನ ಅದರ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಇರುವ ಸ್ಥಾನಕ್ಕಿಂತ 10 ಪಟ್ಟು ದೊಡ್ಡದಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ: 1222 ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದು

ಹಳೆ ಸಂಕಲನ ವಿಧಾನ : □ □ ... (ಬಹಳ ಹೆಚ್ಚು ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಅಗತ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ!)

AP SCERT

Refined Place Value System: * 1 (Thousands) | 2 (Hundreds) | 2 (Tens) | 2 (Ones)

- . | .. | .. | ..
- Written as: . .. .

Example: Representing 50

Old Additive System: ?

Refined Place Value System:

5 (Tens) | 0 (Ones)

| | ◯ Written as: | ◯

Figure it out - 3.4

1. 10458= 10000 + 400 + 50 + 8

Representation :

1 finger (10000) 4 coils (400) 5 heel bones (50) 8 strokes (8)

1023 = 1000 + 20 + 3

Representation:

1 lotus 2 heel bones 3 strokes 2660 = 2000 + 600 + 60

Representation :

2 lotus 6 coils 6 heel bones 784= 700 + 80 + 4

Representation :

7 coils 8 heel bones 4 strokes 1111= 1000 + 100 + 10 + 1

Representation :

1 lotus 1 coil 1 heel bone 1 stroke

70707 = 70000 + 700 + 7

Representation :

7 fingers 7 coils 7 strokes

2. (i) 276 (ii) 4322

Figure it out - 3.5

1. 15 = □□□

50 = ⬡ ⬡

137 = □□□ Δ Δ

293 = □□ ⬡ □□□ Δ Δ Δ

651 = ~ ⬡ Δ

AP SCERT

ಉತ್ತಮಪಡಿಸಿದ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿ:

1 (ಸಾವಿರಗಳು) । 2 (ನೂರುಗಳು) । 2 (ಹತ್ತುಗಳು) । 2 (ಬಿಡಿಗಳು)

. । .. । .. । ..

ಬರೆಯುವ ವಿಧಾನ: . .. .

ಉದಾಹರಣೆ: 50 ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದು

ಹಳೆ ಸಂಕಲನ ಪದ್ಧತಿ : □

ಉತ್ತಮಪಡಿಸಿದ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿ:

5 (ಹತ್ತುಗಳು) । 0 (ಬಿಡಿಗಳು)

।। ◯ ಬರೆಯುವ ವಿಧಾನ : । ◯

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 3.4

ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಸಂಕಲನ ಪದ್ಧತಿಯ ಮೇಲೆ ಆಧಾರಪಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಬೇಕಾದ ಬೆಲೆ ಬರುವವರೆಗು ಆಯಾ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಮಾಡಬೇಕು.

1. 10,458: 10,000 + 400 + 50 + 8

ವಿವರಣೆ :

1 ಬೆರಳು **(10000)**, 4 ಸುರುಳಿಗಳು **(400)**, 5 ಹಿಮ್ಮಡಿ ಮೂಳೆಗಳು **(50)**, 8 ಗೆರೆಗಳು **(8)**.

1,023: 1,000 + 20 + 3

ವಿವರಣೆ:

1 ತಾವರೆ ಹೂಗಳು 2 ಹಿಮ್ಮಡಿ ಮೂಳೆಗಳು 3 ಗೆರೆಗಳು. 2,660: 2,000 + 600 + 60

ವಿವರಣೆ :

2 ತಾವರೆ ಹೂಗಳು 6 ಸುರುಳಿಗಳು 6 ಹಿಮ್ಮಡಿ ಮೂಳೆಗಳು. 784: 700 + 80 + 4

ವಿವರಣೆ:

7 ಸುರುಳಿಗಳು 8 ಹಿಮ್ಮಡಿ ಮೂಳೆಗಳು 4 ಗೆರೆಗಳು 1,111: 1,000 + 100 + 10 + 1

ವಿವರಣೆ :

1 ತಾವರೆ ಹೂಗಳು 1 ಸುರುಳಿ 1 ಹಿಮ್ಮಡಿ ಮೂಳೆ 1 ಗೆರೆ 70,707: 70,000 + 700 + 7

ವಿವರಣೆ :

7 ಬೆರಳುಗಳು 7 ಸುರುಳಿಗಳು 7 ಗೆರೆಗಳು

2. **(i)** 276 **(ii)** 4322

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ- 3.5

1. ಉತ್ತರ :

15 = □□□

50 = ⬡ ⬡

137 = □□□ Δ Δ

293 = □□ ⬡ □□□ Δ Δ Δ

651 = ~ ⬡ Δ

AP SCERT

2. No, every number can be represented.

Reason: Base-5 is a positional number system. It uses powers of 5 : 5^0, 5^1, 5^2, 5^3,...

3. Landmark Numbers (Base-7): 1, 7, 49, 343, 2401, 16807, ...

Figure it out - 3.6

1. **Technically, yes, but conventionally, no.**

Why it could happen: The Egyptian system is purely **additive**. Unlike our positional system, there is no mathematical "error" in writing ten to represent the number 10.

Why it was avoided: The Egyptians created higher-value symbols specifically to make writing and reading efficient. Since 10 strokes equal 1 heel bone , repeating a symbol 10 times defeats the purpose of the higher-value sign. It's like trying to pay for a 100-rupee item using 100 one-rupee coins; it's valid, but highly impractical. In formal inscriptions, symbols were almost always "rolled over" to the next higher power of ten once they reached a count of 10.

2. To create a Positional Base-4 System, we only need 4 symbols. Let's use: = (Circle), 1 = (Triangle), 2 = (Square), 3 = (Hexagon).

The "Landmark Numbers" (place values) are $4^0 = 1$, $4^1 = 4$, and $4^2 = 16$

3. In the Positional Base-5 System we discussed (using symbols for 0, 1, 2, 3, 4), multiplying by 5 is incredibly simple-it follows the same logic as multiplying by 10 in our decimal system.

The Rule:

To multiply any number by 5, simply shift all symbols one position to the left and add a Zero symbol (□) at the end (the units place).

Example: If the number is 3 (⬡), multiplying by 5 makes it 15.

AP SCERT

2. ಪ್ರಶ್ನೆ : ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಆಧಾರ −5 ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಲಾರದ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದುದಾದರೂ ಇದೆಯೇ? ಏಕೆ?
ಉತ್ತರ : ಇಲ್ಲ, ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸಬಹುದು.
ಕಾರಣ : ಆಧಾರ −5 ಎಂಬುದು ಒಂದು ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ. ಇದು 5 ರ ಘಾತಗಳನ್ನು $5^0, 5^1, 5^2, 5^3, \ldots$ ಬಳಸುತ್ತದೆ: ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 5 ರ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಬಹುದು, ಆದರೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಾದರೂ ಈ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

3. 1, 7, 49, 343, 2401, 16807, ...

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 3.6

1. ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಗುರ್ತು 10 ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಬರುವ ಅವಕಾಶವಿದೆ?
ಉತ್ತರ : ಸಾಂಕೇತಿಕವಾಗಿ ಸಾಧ್ಯವೇ, ಆದರೆ ಆಚಾರದಲ್ಲಿ ಹಾಗೆ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ.
ಏಕೆ ನಡೆಯಬಹುದು: ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ ಪದ್ಧತಿ ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಸಂಕಲನ ಪದ್ಧತಿಯ ಮೇಲೆ ಆಧಾರಪಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ. ನಮ್ಮ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯಂತೆ ಅಲ್ಲದೆ, ಇದರಲ್ಲಿ 10 ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಹತ್ತು ಗೆರೆಗಳು ಎಳೆದರೂ ಅದು ಗಣಿತಪರವಾಗಿ ತಪ್ಪೇನು ಅಲ್ಲ.
ಏಕೆ ನಿವಾರಿಸುತ್ತಿದ್ದರು : ಬರೆಯುವುದು ಮತ್ತು ಓದುವುದು ಸುಲಭಗೊಳಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್ನರು ದೊಡ್ಡ ಬೆಲೆಗಳಿಗಾಗಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಿದರು. 10 ಗೆರೆಗಳು ಒಂದು ಹಿಮ್ಮಡಿ ಮೂಳೆ ಚಿಹ್ನೆಗೆ ಸಮವಾದಾಗ, ಮತ್ತೆ 10 ಗೆರೆಗಳು ಎಳೆಯುವುದರಿಂದ ಸಮಯ ವ್ಯರ್ಥವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು 100 ರೂಪಾಯಿಗಳ ವಸ್ತು ಕೊಂಡಾಗ 100 ಒಂದು ರೂಪಾಯಿ ನಾಣ್ಯಗಳು ಕೊಟ್ಟಂತೆ ಇರುತ್ತದೆ; ಇದು ಮಾನ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಆದರೆ ವಿಧಾನ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

2. ಒಂದು ಆಧಾರ −4 ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ನಮಗೆ ಕೇವಲ 4 ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಸಾಕಾಗುತ್ತವೆ.
ಉದಾಹರಣೆಗೆ: 0 = □ (ವೃತ್ತ), 1 = ತ್ರಿಭುಜ 2 = ಚೌಕ, 3 = ಷಡ್ಭುಜಿ
ಇಲ್ಲಿ ಮೈಲಿಗಲ್ಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳು) $4^0 = 1$, $4^1 = 4$ ಮತ್ತು $4^2 = 16$

3. ಆಧಾರ −5 ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವ ಸುಲಭವಾದ ಸೂತ್ರ
ನಾವು ಚರ್ಚಿಸಿಕೊಂಡ ಆಧಾರ −5 ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ (0, 1, 2, 3, 4 ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ), 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು ಬಹಳ ಸುಲಭ - ಇದು ದಶಮಾಂಶ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ (ಆಧಾರ −10) 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಂತೆ ಇರುತ್ತದೆ.
ನಿಯಮ :
ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾದರೂ 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕೆಂದರೆ, ಕೇವಲ ಚಿಹ್ನೆಗಳೆಲ್ಲವನ್ನು ಒಂದು ಸ್ಥಾನ ಎಡಕ್ಕೆ ಜರುಗಿಸಿ, ಕೊನೆಗೆ (ಬಿಡಿ) ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ) ಸೊನ್ನೆ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು (□) ಸೇರಿಸಬೇಕು.
ಉದಾಹರಣೆ : ಒಂದು ವೇಳೆ ಸಂಖ್ಯೆ 3 (⬡) ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಇದನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 15 ಆಗುತ್ತದೆ.
ಆಧಾರ −5 ರಲ್ಲಿ 3 ನ್ನು ⬡ ಯಾಗಿ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.
ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ : ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಒಂದು ಸ್ಥಾನ ಎಡಕ್ಕೆ ಜರುಗಿಸಿ ಕೊನೆಗೆ □ ಸೇರಿಸಬೇಕು.
ಫಲಿತ: ⬡ □ (ಇದು 15 ಕ್ಕೆ ಸಮ).

AP SCERT

Figure it out - 3.7

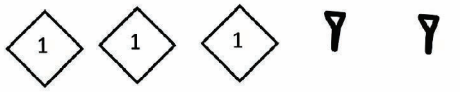
1. (i) 63



(ii) 132



(iii) 200



(iv) 60



(v) 3605



Figure it out - 3.8

1. **The Chinese Rod Numeral System (Zong and Heng)**

The Chinese used **Zong** (vertical) and **Heng** (horizontal) symbols to prevent confusion in their place-value system.

- **Why alternate?** They alternated to clearly distinguish between adjacent place values (Units, Tens, Hundreds, etc.). If you have two digits side-by-side, alternating the orientation acts as a "visual border."
- **Representing 41 using only Zong:**
  - 4 would be four vertical lines: ||||
  - 1 would be one vertical line: |
  - **Representation:** |||| |
- **Misinterpretation:** Without a significant space or alternating symbols, |||| | could easily be read as 5 (five vertical lines) instead of **41**. Alternating (Heng for Tens, Zong for Units) makes it ≡ |, which is unmistakably **41**.

2. **The Role of Hindu Numerals and Zero (0)**

Daily Life & Professions:

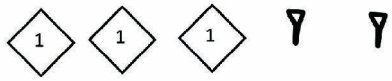
- **Banking/Finance :** Interest rates, balances, and stock markets are impossible without 0 and place value.
- **Engineering/Construction :** Precise measurements (0.001mm) require decimal place values.
- **Computers/IT :** Everything digital is built on Binary (0 and 1).
- **Daily :** Setting alarms, checking prices at the market, or measuring medicine doses.

APSCERT

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 3.7

1. (i) 63 

(ii) 132 

(iii) 200 

(iv) 60 

(v) 3605 

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ- 3.8

1. **ಚೈನೀಸ್ ರಾಡ್ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ (Zong ಮತ್ತು Heng)**

ಚೈನೀಯರು ತಮ್ಮ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಗೊಂದಲವಿಲ್ಲದಿರಲು **Zong** (ಕಂಬ) ಮತ್ತು **Heng** (ಅಡ್ಡ) ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿದ್ದರು.

- **ಏಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಬೆಕು?:** ಪಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರುವ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಗಳ (ಬಿಡಿಗಳು, ಹತ್ತುಗಳು, ನೂರುಗಳು ಮೊದಲಾದವು) ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಅವರು ಇವುಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳು ಪಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಇದ್ದಾಗ , ಅವುಗಳ ದಿಕ್ಕನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವುದು ಒಂದು "ದೃಶ್ಯ ಸರಿಹದ್ದು" ಯಂತೆ ಕೆಲಸಮಾಡುತ್ತದೆ.
- ಕೇವಲ **Zong** ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ 41ನ್ನು ಸೂಚಿಸಿದರೆ :
  - 4 ಅಂದರೆ ನಾಲ್ಕು ಕಂಬ ಗೆರೆಗಳು : 𝍠 𝍠
  - 1 ಅಂದರೆ ಒಂದು ಅಡ್ಡ ಗೆರೆ : 𝍩
  - **ಸೂಚನೆ :** 𝍠𝍠 𝍩
- ತಪ್ಪಾದ ಅರ್ಥ ಬರುವ ಅವಕಾಶ : ಚಿಹ್ನೆಗಳ ದಿಕ್ಕನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸದೇ ಇಲ್ಲವೇ ಸಾಕಷ್ಟು ಖಾಲಿ ಇಲ್ಲದಂತೆ 𝍠𝍩 ಎಂದು ಬರೆದರೆ,ಅದು 41 ಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ 5 (ಐದು ಕಂಬ ಗೆರೆಗಳು) ಯಾಗಿ ಓದುವ ಅವಕಾಶವಿದೆ. ಅದೇ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ (ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ **Heng**, ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ **Zong**) ಉಪಯೋಗಿಸಿದರೆ ಅದು 𝍩𝍠 ಆಗುತ್ತದೆ, ಇದು ಖಚಿತವಾಗಿ 41 ಎಂದು ಅರ್ಥವಾಗುತ್ತದೆ.

2. **ಹಿಂದೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆಯ(0) ಪಾತ್ರ**

ದೈನಂದಿನ ಜೀವನ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಿಗಳು :

- **ಬ್ಯಾಂಕಿಂಗ್ ಮತ್ತು ಫೈನಾನ್ಸ್ :** ಸೊನ್ನೆ ಮತ್ತು ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಇಲ್ಲದಂತೆ ಬಡ್ಡಿ ದರಗಳು, ಬ್ಯಾಲೆನ್ಸ್ ಮತ್ತು ಸ್ಟಾಕ್ ಮಾರುಕಟ್ಟೆಗಳು ಅಸಾಧ್ಯ.
- **ಇಂಜನೀಯರಿಂಗ್/ನಿರ್ಮಾಣ:** ನಿಖರ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ (0.001**mm**) ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಗಳು ಅಗತ್ಯ.
- **ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗಳು/ IT:** ಡಿಜಿಟಲ್ ವಲಯವೆಲ್ಲಾ ಬೈನರಿ (0 ಮತ್ತು 1) ಮೇಲೆ ಆಧಾರಪಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ.
- **ದೈನಂದಿನ:** ಅಲಾರಂ ಸೆಟ್ ಮಾಡುವುದು, ಮಾರ್ಕೆಟ್ ಬೆಲೆಗಳು ನೋಡುವುದು ಅಥವಾ ಔಷಧಿ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಅಳೆಯುವುದು

AP SCERT

Life without 0 :

Our lives would be mathematically "heavy." Without 0 and place value, we would likely still be using systems like Roman Numerals. Simple multiplication like 25×12 would take a long time to solve on paper, and advanced physics, space travel, or modern internet technology would likely not exist.

4. Counting with 8 Fingers (Base-8 and Base-5)

   If humans had only 8 fingers, we would likely have used Base-8 (Octal).

- Base-8 Numerals: We would only have symbols 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. The number "8" would be written as 10.
- Base-5 Numerals: We would only use 0, 1, 2, 3, 4. The number "5" would be written as 10.

Converting the Decimal Number 25 :

Base System	Calculation	Representation
Base-10	2(10) + 5(1)	**25**
Base-8	3(8) + 1(1)	**31**
Base-5	1(25) + 0(5) + 0(1)	**100**
Base-2	1(16)+1(8)+0(4)+0(2)+1(1)	**11001**

APSCERT

Figure it out - 4.1

1. **Rectangle (i) :**
   $\angle OAB = 30^o$ $\angle OBA = 30^o$ $\angle AOB = 120^o$
   $\angle OAD = 60^o$ $\angle ODA = 60^o$ $\angle AOD = 60^o$
   $\angle ODC = 30^o$ $\angle OCD = 30^o$ $\angle DOC = 120^o$
   $\angle OCB = 60^o$ $\angle OBC = 60^o$ $\angle BOC = 60^o$
   Rectangle (ii) :
   Center angles : 110° and 70°
   Base angles (Wide triangles): 35°, 35°
   Base angles (Narrow triangles): 55°, 55°
2. **Quadrilateral Types**
   (i) Rectangle (ii) Rectangle (iii) Square (iv) Rectangle

ಸೊನ್ನೆ ಇಲ್ಲದ ಜೀವನ :

ಸೊನ್ನೆ ಮತ್ತು ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ನಮ್ಮ ಜೀವನ ಗಣಿತಪರವಾಗಿ ಬಹಳ ಭಾರವಾಗಿರುತ್ತಿತ್ತು. ನಾವು ಈಗಲೂ ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತಹ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕಾಗಿ ಬರುತ್ತಿತ್ತು. **25×12** ಗಳಂತಹ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಾರ ಕೂಡ ಪೇಪರ್ ಮೇಲೆ ಮಾಡಲು ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯ ಹಿಡಿಯುತ್ತಿತ್ತು. ಆಧುನಿಕ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರ, ಅಂತರಿಕ್ಷಯಾನ ಅಥವಾ ಇಂದಿನ ಇಂಟರ್‌ನೆಟ್ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ ಅಸಲು ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತಲೇ ಇರಲಿಲ್ಲ.

4. 8 ಬೆರಳುಗಳಿಂದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವುದು (ಆಧಾರ-8 ಮತ್ತು ಆಧಾರ-5)

ಮನುಷ್ಯರಿಗೆ ಕೇವಲ 8 ಬೆರಳುಗಳು ಇದ್ದರೆ, ನಾವು ಬಹುಶಃ ಆಧಾರ -8 (**Octal**) ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿದ್ದೆವು.

- ಆಧಾರ -8 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು : ನಮಗೆ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಮಾತ್ರವೇ ಇರುತ್ತವೆ. ಆಗ "8" ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10 ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.
- ಆಧಾರ -5 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು :ನಾವು 0, 1, 2, 3, 4 ಮಾತ್ರವೇ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆಗ "5" ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10 ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆ 25 ನ್ನು ವಿವಿಧ ಪದ್ಧತಿಗಳಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸುವುದು :

ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ	ಗಣನೆ	ಸೂಚಿಸುವ ವಿಧಾನ
ಆಧಾರ -10	2(10) + 5(1)	**25**
ಆಧಾರ -8	3(8) + 1(1)	**31**
ಆಧಾರ -5	1(25) + 0(5) + 0(1)	**100**
ಆಧಾರ -2	1(16)+1(8)+0(4)+0(2)+1(1)	**11001**

AP SCERT

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 4.1

1. **ಆಯತ (i) :**

$\angle OAB = 30^o$ $\angle OBA = 30^o$ $\angle AOB = 120^o$
$\angle OAD = 60^o$ $\angle ODA = 60^o$ $\angle AOD = 60^o$
$\angle ODC = 30^o$ $\angle OCD = 30^o$ $\angle DOC = 120^o$
$\angle OCB = 60^o$ $\angle OBC = 60^o$ $\angle BOC = 60^o$

ಆಯತ (ii) :

ಕೇಂದ್ರ ಕೋನಗಳು : 110° ಮತ್ತು 70°

ಪಾದ ಕೋನಗಳು (ಅಗಲವಾದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು) : 35°, 35°

ಪಾದ ಕೋನಗಳು (ಇರುಕಾದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು) : 55°, 55°

2. **(i)** ಆಯತ **(ii)** ಆಯತ **(iii)** ಚೌಕ **(iv)** ಆಯತ

3. Figure APML
   Figure: Square.
   Reason: Diagonals are equal, bisect each other, and are perpendicular.
4. Exact 90° with Sticks
   Method: Cross two equal sticks at their exact midpoints. Adjust them until the four distances between the stick ends (measured with the thread) are all equal.
5. No.
   Reason: A quadrilateral with opposite sides parallel and equal is a parallelogram.

Figure it out - 4.2

1. (i) Parallelogram: $\angle E = 140^{o}$, $\angle A = 40^{o}$, $\angle R = 140^{o}$
   (ii) Parallelogram: $\angle Q = 70^{o}$, $\angle R = 110^{o}$, $\angle S = 70^{o}$
   (iii) Rhombus:
   $\angle XVU = 30^{o}$ (Total $\angle UVW = 60^{o}$)
   $\angle UXW = 60^{o}$ (Split into 30°, 30° by diagonal)
   $\angle U = 120^{o}$ (Split into 60°, 60° by diagonal)
   $\angle W = 120^{o}$ (Split into 60°, 60° by diagonal)
   (iv) Rhombus:
   $\angle OEI = 20^{o}$ ($\angle AEI = 40^{o}$)
   $\angle IOA = 40^{o}$ (Split into 20°, 20° by diagonal)
   $\angle A = 140^{o}$ (Split into 70°, 70° by diagonal)
   $\angle I = 140^{o}$ (Split into 70°, 70° by diagonal)

Figure it out - 4.3

1. Sides: All four sides are 4 cm.
   - Angles: 60°, 120°, 60°, 120° (Rhombus).
2. Kite Construction
   - Draw diagonal AC = 8 cm.
   - Draw a perpendicular line through AC at any point (not necessarily the midpoint).
   - Measure 3 cm on both sides of AC along this line to mark points B and D.
   - Join A, B, C, D.
3. Remaining Angles in Trapeziums
   - Left Trapezium: Top-left angle = 45°,Top-right angle = 75°

APSCERT

3. ಚಿತ್ರ **APML**

ಆಕೃತಿ : ಚೌಕ **(Square)**.

ಕಾರಣ : ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತವೆ, ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

4. ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಎರಡು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳ ಬಳಿ ಸೇರಿಸಿ ಇಡಿ. ದಾರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಆ ಕಡ್ಡಿಗಳ ನಾಲ್ಕು ಕೊನೆಗಳ ಮಧ್ಯ ದೂರ ಸಮಾನವಾಗಿ ಇರುವಂತೆ ಸರಿಪಡಿಸಿದರೆ, ಅದು ಖಚಿತವಾದ 90° ಕೋನ ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತದೆ.

5. ಉತ್ತರ : ಅಲ್ಲ.

ಕಾರಣ : ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಮತ್ತು ಸಮಾನವಾಗಿ ಇರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 4.2

1. **(i)** ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

$\angle E = 140^o$, $\angle A = 40^o$, $\angle R = 140^o$

(ii) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

$\angle Q = 70^o$, $\angle R = 110^o$, $\angle S = 70^o$

(iii) ವಜ್ರಾಕೃತಿ

$\angle XVU = 30^o$ (ಮೊತ್ತ $\angle UVW = 60^o$)

$\angle UXW = 60^o$ (ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ 30°, 30° ಯಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಲಾಗಿದೆ)

$\angle U = 120^o$ (ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ 60°, 60° ಯಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಲಾಗಿದೆ)

$\angle W = 120^o$ (ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ 60°, 60° ಯಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಲಾಗಿದೆ)

(iv) ರಾಂಬಸ್

$\angle OEI = 20^o$ ($\angle AEI = 40^o$)

$\angle IOA = 40^o$ (ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ 20°, 20° ಯಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಲಾಗಿದೆ)

$\angle A = 140^o$ (ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ 70°, 70° ಯಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಲಾಗಿದೆ)

$\angle I = 140^o$ (ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ 70°, 70° ಯಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಲಾಗಿದೆ)

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 4.3

1. ಬಾಹುಗಳು : ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೊಂದು 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುತ್ತವೆ.

ಕೋನಗಳು : 60°, 120°, 60°, 120° (ಇದು ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಆಗುತ್ತದೆ).

2. ಪತಂಗ ರಚನೆ

ಕರ್ಣ **AC** = 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಎಳೆಯಿರಿ.

AC ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಈ ಲಂಬ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ **AC** ಗೆ ಎರಡೂ ಬದಿಯಲ್ಲಿ 3 ಸೆಂ.ಮೀ. ಗುರ್ತಿಸಿ **B, D** ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸಿ.

A, B, C, D ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿರಿ.

3. ಎಡಭಾಗ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ : ಮೇಲಿನ ಎಡ ಕೋನ = 45°, ಮೇಲಿನ ಬಲಕೋನ = 75°.

ಬಲಭಾಗ (ಸಮದ್ವಿಬಾಹು) ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ : ಮೇಲೆ ಬಲಕೋನ = 100°, ಕೆಳಗೆ ಎಡಕೋನ = 80°, ಕೆಳಗೆ ಬಲಕೋನ = 80°

APSCERT

- Right (Isosceles) Trapezium: Top-right angle = 100°, Bottom-left angle = 80°, Bottom-right angle = 80°.

4. Venn Diagram Questions
   (i) Rhombus and Square.
   (ii) Yes (a Square is both).
   (iii) No. Every rhombus is a kite, but not every kite is a rhombus. A rhombus is a kite with all sides equal.
5. $\angle IOD = 30^{o}$
7. Square.
   Other ways: By choosing points on each side that are an equal distance from each vertex (e.g., let CU = AX = SW = EV).
8. Yes.
9. Parallelogram.
10. Yes, the sum is 360° (By joining B and D you have two triangles)
11. (i) False (It could be a rectangle). (ii) True.
    (iii) True. (iv) False (It could be a kite).
    (v) True. (vi) True. (vii) False.

Figure it out - 5.1

1. 7, 8, 9, 10
2. p - 1, p - 2, p - 3, p - 4
3. (i) Sometimes true (e.g., 2 + 4 = 6 is true; 2 + 2 = 4 is false).
   (ii) Never true (Every number divisible by 18 is divisible by 9, but the reverse is not true; e.g., 9 is not divisible by 18, yet it is divisible by 9).
   (iii) Sometimes true (e.g., 1 + 1= 2 is true; 3 + 3 = 6 is false).
   (iv) Always true (Multiples of 6 and 9 are both divisible by 3, so their sum must be).
   (v) Sometimes true (e.g., 6+3=9 is true; 12+3=15 is false).
4. Numbers: 14, 26, 38
   Expression: 12n + 2(where n is a non-negative integer).
5. 91 6. True
7. (i) 4779 + 661: 1 (Sum of remainders is 5 + 3 = 8; 8 ÷ 7 leaves remainder 1)
   (ii) 4779 - 661: 2 (Difference of remainders is 5 - 3 = 2)
8. 59
   Each remainder is exactly 1 less than the divisor. Thus, the number is LCM (3, 4, 5) - 1, which is 60 - 1 = 59.

AP SCERT

4. **(i)** ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಚೌಕ

(ii) ಹೌದು (ಚೌಕ ಎರಡೂ ಆಗುತ್ತದೆ).

(iii) ಇಲ್ಲ, ಪ್ರತಿ ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಪತಂಗ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಪ್ರತಿ ಪತಂಗ ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಅಲ್ಲ.

5. $\angle$**IOD** = 30°

7. ಚೌಕ

ಇತರ ಮಾರ್ಗಗಳು : ಪ್ರತಿ ಶೃಂಗದಿಂದ ಸಮಾನದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲೆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವ ಮೂಲಕ (ಉದಾಹರಣೆಗೆ : **CU = AX = SW = EV** ಆಗುವಂತೆ).

8. ಹೌದು

9. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

10. ಹೌದು, ಮೊತ್ತ 360° ಆಗುತ್ತದೆ. (**B** ಮತ್ತು **D** ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.)

11. ಸತ್ಯವೇ? ಅಸತ್ಯವೇ?

(i) ಅಸತ್ಯ (ಅದು ಆಯತ ಕೂಡ ಆಗಬಹುದು) **(ii)** ಸತ್ಯ

(iii) ಸತ್ಯ **(iv)** ಅಸತ್ಯ (ಅದು ಪತಂಗ/**Kite** ಆಗಬಹುದು).

(v) ಸತ್ಯ **(vi)** ಸತ್ಯ **(vii)** ಅಸತ್ಯ

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ – ಮಾಡಿರಿ – 5.1

1. 7, 8, 9, 10

2. **p - 1, p - 2, p - 3, p - 4**

3. **(i)** ಕೆಲವು ಬಾರಿ ನಿಜ: (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 2 + 4 = 6 ಸತ್ಯ, ಆದರೆ 2 + 2 = 4 ಅಸತ್ಯ).

(ii) ಯಾವಾಗಲೂ ನಿಜವಲ್ಲ; (18ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆ 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಅದಕ್ಕೆ ವಿಲೋಮ ಸತ್ಯವಲ್ಲ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 9 ಎಂಬುದು 18ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ, ಆದರೆ ಅದು 9ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ).

(iii) ಕೆಲವು ಬಾರಿ ನಿಜ : (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 1 + 1 = 2 ಸತ್ಯ; ಆದರೆ 3 + 3 = 6 ಅಸತ್ಯ).

(iv) ಯಾವಾಗಲೂ ನಿಜ : (6 ಮತ್ತು 9 ರ ಗುಣಕಗಳೆರಡೂ 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಸಹ ನಿಖರವಾಗಿ 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ).

(v) ಕೆಲವು ಬಾರಿ ನಿಜ: (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 6 + 3 = 9 ಸತ್ಯ ; ಆದರೆ 12 + 3 = 15 ಅಸತ್ಯ).

4. ಸಂಖ್ಯೆಗಳು : 14, 26, 38

ಬೀಜೋಕ್ತಿ 12**n** + 2 (**n** ಎಂಬುದು ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ).

5. 91 6. ಸತ್ಯ

7. **(i)** 4779 + 661: 1 (ಶೇಷಗಳ ಮೊತ್ತ 5 + 3 = 8; ಈ 8ನ್ನು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಶೇಷ 1 ಬರುತ್ತದೆ)

(ii) 4779 – 661: 2 (ಶೇಷಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 5 – 3 = 2)

8. 59

ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲೂ ಶೇಷ ಎಂಬುದು ಭಾಜಕಕ್ಕಿಂತ ಸರಿಯಾಗಿ 1 ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ: **LCM** (3, 4, 5) – 1, ಅಂದರೆ 60 – 1 = 59.

AP SCERT

Figure it out - 5.2

1. (i) 123 (Sum 6) - No (ii) 405 (Sum 9) - Yes
   (iii) 8888 (Sum 32) - No (iv) 93547 (Sum 28) - No
   (v) 358095 (Sum 30) - No
2. 288 3. 6003 4. 11

Figure it out - 5.3

1. 6 (5 + 1 = 6)
2. Digital roots will increase by 2 in a cycle (e.g., 1, 3, 5, 7, 9, 2, 4...) because 1+1=2.
3. 4 (9a and 36b have digital root 9; 13 has digital root 4)
4. Conjectures
   (i) No direct relation between parity and digital root.
   (ii) The digital root is the remainder when divided by 9 (if digital root is 9, remainder is 0).

Figure it out - 5.4

1. z = 0 or z = 9
   Sum of digits 3+1+z+5 = 9+z. Both 0 and 9 make the sum a multiple of 9.
2. True
3. Multiple of 6 if: Both are odd multiples (e.g., 3+9=12) or both are even multiples (e.g., 6+12=18).
   Not if: One is odd and one is even (e.g., 3+6=9).
4. (i) True. Changing digit order doesn't change the sum of digits.
   (ii) Yes. All shuffles are still multiples of 9.
5. Conditions: b must be even (0, 2, 4, 6, 8) and sum of digits (17 + a + b) must be a multiple of 9.
   - Pairs (a, b): (1, 0), (8, 2), (6, 4), (4, 6), (2, 8)
6. Conditions: Last two digits (q8) must be divisible by 4; alternating sum (3-p+7-q+8) must be a multiple of 11.
   Pairs (p, q): (7, 0), (3, 4), (8, 8)
7. Consecutive Numbers (Multiple of 2, 3, 4)
   Numbers: 2, 3, 4 or 14, 15, 16 or 26, 27, 28
   Occurrence: Every 12 numbers.

AP SCERT

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 5.2

1. **(i)** 123 (ಮೊತ್ತ 6) - ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ **(ii)** 405 (ಮೊತ್ತ 9) - ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ
(iii) 8888 (ಮೊತ್ತ 32) - ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ**(iv)** 93547 (ಮೊತ್ತ 28) - ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ
(v) 358095 (ಮೊತ್ತ 30) - ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ
2. 288 3. 6003 4. 11

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 5.3

1. 6 (5 + 1 = 6)
2. ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ 2 ರಂತೆ ಒಂದು ಚಕ್ರದಂತೆ ಬೆಳೆಯುತ್ತವೆ : (ಉದಾಹರಣೆಗೆ 1, 3, 5, 7, 9, 2, 4...) ಏಕೆಂದರೆ 1+1 = 2.
3. 4 (9**a** ಮತ್ತು 36**b** ರ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ 9 ಆಗುತ್ತದೆ; 13 ನ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ 4 ಆಗುತ್ತದೆ).
4. ಅವಲೋಕನಗಳು :
(i) ಸರಿ ಅಥವಾ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮತ್ತು ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್‌ಗೆ ಯಾವುದೇ ನೇರವಾಗಿ ಸಂಬಂಧ ಇಲ್ಲ.
(ii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಶೇಷವೇ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಡಿಜಿಟಲ್ ರೂಟ್ ಆಗುತ್ತದೆ(ಒಂದು ಡಿಜಿಟಲ್ ರೋಟ್ 9 ಆದರೆ, ಶೇಷ 0 ಎಂದರ್ಥ).

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 5.4

1. **z** = 0 ಅಥವಾ **z** = 9
ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 3 + 1 + **z** + 5 = 9 + **z** ಆಗುತ್ತದೆ. ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಅಥವಾ 9 ಇಟ್ಟಾಗ ಮಾತ್ರವೇ ಆ ಮೊತ್ತ 9 ರ ಗುಣಕವಾಗುತ್ತದೆ.
2. ಸತ್ಯ
3. 6 ರ ಗುಣಕ?
ಆಗುತ್ತದೆ : ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೆಸ ಗುಣಕಗಳಾದಾಗ (ಉದಾ: 3 + 9 = 12) ಅಥವಾ ಎರಡು ಸರಿ ಗುಣಕಗಳಾದಾಗ (ಉದಾ: 6 + 12 = 18).
ಅಲ್ಲ : ಒಂದು ಬೆಸ ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಸರಿ ಗುಣಕವಾದಾಗ (ಉದಾ: 3 + 6 = 9).
4. **(i)** ಸತ್ಯ : ಅಂಕಿಗಳ ಕ್ರಮ ಬದಲಾದರೂ, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.
(ii) ಹೌದು : ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆದರೂ, ಅವು 9 ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿಯೇ ಇರುತ್ತವೆ.
5. ನಿಬಂಧನೆಗಳು : **b** ಕಡ್ಡಾಯವಾಗಿ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಬೇಕು. (0, 2, 4, 6, 8) ಮತ್ತು ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ (17 + **a** + **b**) 9 ರ ಗುಣಕವಾಗಿರಬೇಕು.
ಜೋಡಿಗಳು (**a, b**): (1, 0), (8, 2), (6, 4), (4, 6), (2, 8)
6. ನಿಬಂದನೆಗಳು : ಕೊನೆ ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳು (**q**8) 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು; ಮತ್ತು ಪರ್ಯಾಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ (3-**p**+7-**q**+8) 11 ರ ಗುಣಕವಾಗಬೇಕು
ಜೋಡಿಗಳು (**p, q**): (7, 0), (3, 4), (8, 8)
7. ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (2, 3, 4 ರ ಗುಣಕಗಳು):
ಸಂಖ್ಯೆಗಳು : 2, 3, 4 ಅಥವಾ 14, 15, 16 ಅಥವಾ 26, 27, 28.
ಯಾವಾಗ ಬರುತ್ತವೆ : ಪ್ರತಿ 12 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಬಾರಿ ಇವು ಬರುತ್ತವೆ.

AP SCERT

8. 45,000, 45,036, 45,072, 45,108, 45,144

9. 5p-4, 5p-2, 5p, 5p+2, 5p+4

10. Example: 100005 (Reversed is500001 - fails even check).
    - Correct Example: 111120 (Div by 15; reversed is 021111 - fails).
    - Valid Answer: 122220 (Div by 15; reversed is 022221 - fails).
    - Valid Answer: 444420 (Div by 15; reversed is 024444 - Divisible by 6).

11. False.

12. (i) Always True (Result is 18n, which is a multiple of 9).
    (ii) Always True (Sum is 6n+6).
    (iii) Always True (Parity and sum of digits remain the same).
    (iv) Never True (Simplifies to 12b - 28, 12b is a multiple of 12, but 28 is not.)

13. Every integer, when divided by 3, leaves a remainder of 0, 1, or 2. Let's look at the different combinations of three numbers based on these remainders:

Case	Remainder Types	Example Numbers	Sum of Remainders	Divisible by 3?
All Same	(0, 0, 0)	3, 6, 9	0	Yes
All Same	(1, 1, 1)	1, 4, 7	3	Yes
All Same	(2, 2, 2)	2, 5, 8	6	Yes
All Different	(0, 1, 2)	3, 4, 5	3	Yes
Two Same	(1, 1, 0)	1, 4, 3	2	No
Two Same	(2, 2, 1)	2, 5, 4	5	No

Generalization: The sum of any three integers is divisible by 3 if and only if the numbers either all leave the same remainder when divided by 3, or they each leave a different remainder (one 0, one 1, and one 2)

14. Two consecutive integers: always a multiple of 2.
    Three consecutive integers: always a multiple of 2 × 3 = 6.
    Four consecutive integers: always a multiple of 24
    Five consecutive integers: always a multiple of 120
    General Rule: The product of n consecutive integers is always divisible by n!

APSCERT

8. ಸಂಖ್ಯೆಗಳು : 45,000, 45,036, 45,072, 45,108, 45,144.

9. **5p-4, 5p-2, 5p, 5p+2, 5p+4**

10. ಉದಾಹರಣೆಗಳು :
100005: (ಇದರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿದರೆ 500001 ಆಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ 6 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.).
- ಸರಿಯಾದ ಉದಾಹರಣೆ 111120: (ಇದು 15 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ; ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿದಾಗ 021111 ಬರುತ್ತದೆ. ಇದು ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ)
- ಸರಿಯಾದ ಉದಾಹರಣೆ 122220: (ಇದು 15 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ; ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿದಾಗ 022221 ಬರುತ್ತದೆ. ಇದು ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ)
- ಸರಿಯಾದ ಉದಾಹರಣೆ 444420: (ಇದು 15 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ; ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸಿದಾಗ 024444 ಬರುತ್ತದೆ. ಇದು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ)

11. ಅಸತ್ಯ

12. **(i)** ಯಾವಾಗಲೂ ಸತ್ಯ ; ಫಲಿತ $18\mathbf{n}$ ಬರುತ್ತದೆ; ಇದು 9 ರ ಗುಣಕ
(ii) ಯಾವಾಗಲೂ ಸತ್ಯ ; ಮೊತ್ತ $6\mathbf{n}+6$ ಆಗುತ್ತದೆ.
(iii) ಯಾವಾಗಲೂ ಸತ್ಯ : ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸ್ಥಿತಿ ಮತ್ತು ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.
(iv) ಯಾವಾಗಲೂ ಸತ್ಯ ಅಲ್ಲ : ಇದನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸಿದರೆ $12\mathbf{b} - 28$ ಬರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ $12\mathbf{b}$ ಎಂಬುದು 12 ರ ಗುಣಕ ಆದರೆ 28 ಅಲ್ಲ.

13. ಪ್ರತಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಶೇಷ 0, 1, ಅಥವಾ 2 ಬರುತ್ತದೆ. ಈ ಶೇಷಗಳ ಆಧಾರವಾಗಿ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿವಿಧ ಸೇರುವಿಕೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ.

ಸಂದರ್ಭ	ಶೇಷಗಳ ವಿಧ	ಉದಾಹರಣೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	ಶೇಷಗಳ ಮೊತ್ತ	3 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆಯೇ?
ಎಲ್ಲವೂ ಸಮ	(0, 0, 0)	3, 6, 9	0	ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ
ಎಲ್ಲವೂ ಸಮ	(1, 1, 1)	1, 4, 7	3	ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ
ಎಲ್ಲವೂ ಸಮ	(2, 2, 2)	2, 5, 8	6	ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ
ಎಲ್ಲವೂ ವಿವಿಧ	(0, 1, 2)	3, 4, 5	3	ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ
ಎರಡೂ ಸಮ	(1, 1, 0)	1, 4, 3	2	ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ
ಎರಡೂ ಸಮ	(2, 2, 1)	2, 5, 4	5	ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ

ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ: ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 3 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕೆಂದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಶೇಷಗಳು ಎಲ್ಲವೂ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಇರಬೇಕು ಇಲ್ಲವೇ ಎಲ್ಲವೂ ಬೇರೆಬೇರೆಯಾಗಿ (ಒಂದು 0, ಒಂದು 1, ಮತ್ತು ಒಂದು 2) ಇರಬೇಕು.

14. ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು
ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು : ಯಾವಾಗಲೂ 2 ರ ಗುಣಕವಾಗುತ್ತವೆ
ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು: ಯಾವಾಗಲೂ $2 \times 3 = 6$ ರ ಗುಣಕವಾಗುತ್ತವೆ.
ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು: ಯಾವಾಗಲೂ 24 ರ ಗುಣಕವಾಗುತ್ತವೆ.
ಐದು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು: ಯಾವಾಗಲೂ 120 ರ ಗುಣಕವಾಗುತ್ತವೆ.
ಸಾಮಾನ್ಯ ಸೂತ್ರ : $\mathbf{n}$ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಯಾವಾಗಲೂ $\mathbf{n!}$ ($\mathbf{n}$–ಫ್ಯಾಕ್ಟೋರಿಯಲ್)ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

APSCERT

15. Cryptarithms

(i) EF × E = GGG

E = 3, F = 7, G = 1.

(ii) WOW ×5 = MEOW

M = 2, E = 6, O = 2, W = 5. (Note: In some cryptarithms, letters must be distinct. Since M and O are both 2 here, we check other O values. If O=7, 575 × 5 = 2875. Here M=2, E=8, O=7, W=5. All distinct!)

16. Venn Diagram: Multiples of 4, 8, and 32 the set of multiples of 32 is a subset of multiples of 8, which is a subset of multiples of 4.

The correct diagram is three concentric circles:

Innermost circle: Multiples of 32

Middle circle: Multiples of 8

Outermost circle: Multiples of 4

AP SCERT

Figure it out - 6.1

1. The expressions for the 3 × 3 grid are:

(p-1)(q-1)	(p-1)q	(p-1)(q+1)
p(q-1)	pq	p(q+1)
(p+1)(q-1)	(p+1)q	(p+1)(q+1)

2. (i) 3v - 9 + uv - 3u

(ii) 10 + 4a

(iii) 100ac + 10ad + 10bc + bd

(iv) $3x - 18 - x^2 + 6x = -x^2 + 9x - 18$

(v) -5ac - 5ad + bc + bd

(vi) 5y + 45 + zy + 9z

15. ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್ಸ್ :

(i) **EF × E = GGG**

E = 3, F = 7, G = 1.

(ii) **WOW ×5 = MEOW**

M = 2, E = 6, O = 2, W = 5 (ಸೂಚನೆ : ಕೆಲವು ಕ್ರಿಪ್ಟಾರಿಥಮ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಅಕ್ಷರಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಇರಬೇಕು. ಒಂದುವೇಳೆ **O** = 7 ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, 575 × 5 = 2875 ಆಗುತ್ತದೆ. ಆಗ **M** = 2, **E** = 8, **O** = 7, **W** = 5. ಎಲ್ಲವೂ ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ)

16. ವೆನ್ ಚಿತ್ರ : 4, 8, ಮತ್ತು 32 ರ ಗುಣಕಗಳು

32 ರ ಗುಣಕಗಳ ಗಣ, 8 ರ ಗುಣಕಗಳಿಗೆ ಉಪಗಣ. ಹಾಗಯೇ 8 ರ ಗುಣಕಗಳ ಗಣ, 4 ರ ಗುಣಕಗಳಿಗೆ ಉಪಗಣ

ಸರಿಯಾದ ವೆನ್ ಚಿತ್ರ ಮೂರು ಏಕಕೇಂದ್ರ ವೃತ್ತಗಳು :

ಎಲ್ಲವುಗಳಿಗಿಂತ ಒಳಗಿನ ವೃತ್ತ : 32 ರ ಗುಣಕಗಳು

ಮಧ್ಯ ವೃತ್ತ : 8 ರ ಗುಣಕಗಳು

ಎಲ್ಲವುಗಳಿಗಿಂತ ಹೊರಗಡೆ ವೃತ್ತ : 4 ರ ಗುಣಕಗಳು

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ - ಮಾಡಿರಿ - 6.1

1. **3 × 3** ಗೆ ಗ್ರಿಡ್‌ನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು:

(p-1)(q-1)	**(p-1)q**	**(p-1)(q+1)**
p(q-1)	**pq**	**p(q+1)**
(p+1)(q-1)	**(p+1)q**	**(p+1)(q+1)**

2. **(i) 3v - 9 + uv - 3u**

(ii) 10 + 4a

(iii) 100ac + 10ad + 10bc + bd

(iv) $3x - 18 - x^2 + 6x = -x^2 + 9x - 18$

(v) -5ac - 5ad + bc + bd

(vi) 5y + 45 + zy + 9z

AP SCERT

3. $xy = (x + 2)(y - 4)$.

$xy = xy - 4x + 2y - 8$.

$y = 2x + 4$.

Examples:

If $x = 1$, then $y = 6$. Check: $1 \times 6 = 6$; $(1+2)(6-4) = 3 \times 2 = 6$.

If $x = 2$, then $y = 8$. Check: $2 \times 8 = 16$; $(2+2)(8-4) = 4 \times 4 = 16$.

If $x = 5$, then $y = 14$. Check: $5 \times 14 = 70$; $(5+2)(14-4) = 7 \times 10 = 70$.

4. (i) $4a + 5ab + ab^2 - 12b^2 - 3b^3$

(ii) $4y^2 + 44yz - 5y + 77z - 21$

5. (i) $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

(ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

(iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4$

The Pattern:

The product of (a-b) and a sum of terms where the powers of a decrease while b increase results in the difference of the two variables raised to the n-th power.

Next Identity:

$(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$

Check by expanding:

$a(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) - b(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$

$= (a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4) - (a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^5)$

$= a^5 - b^5$

AP SCERT

Figure it out - 6.2

1. They are equal.

Justification:

When you square a number, the result is always non-negative, regardless of whether the base is positive or negative. Note that (b - a) is simply the negative of (a - b), which can be written as -(a - b)

$(b - a)^2 = [-(a - b)]^2 = (-1)^2 . (a - b)^2 = 1 . (a - b)^2 = (a - b)^2$

2. $26^2 - 24^2$

$(14.5)^2 - (10.5)^2$

3. $xy = (x + 2)(y - 4)$.

$xy = xy - 4x + 2y - 8$.

$y = 2x + 4$.

ಉದಾಹರಣೆ

$x = 1$, ಆದರೆ $y = 6$. ತಾಳೆನೋಡುವುದು : $1 \times 6 = 6$; $(1+2)(6-4) = 3 \times 2 = 6$.

$x = 2$, ಆದರೆ $y = 8$. ತಾಳೆನೋಡುವುದು : $2 \times 8 = 16$; $(2+2)(8-4) = 4 \times 4 = 16$.

$x = 5$, ಆದರೆ $y = 14$. ತಾಳೆನೋಡುವುದು : $5 \times 14 = 70$; $(5+2)(14-4) = 7 \times 10 = 70$.

4. (i) $4a + 5ab + ab^2 - 12b^2 - 3b^3$

(ii) $4y^2 + 44yz - 5y + 77z - 21$

5. (i) $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

(ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

(iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4$

ವಿನ್ಯಾಸ :

$(a - b)$ ಮತ್ತು a ರ ಘಾತಗಳು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಾ, b ರ ಘಾತಗಳು ಹೆಚ್ಚುತ್ತಾ ಇದ್ದರೆ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣಲಬ್ಧ, ಆ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳ n-ನೇ ಘಾತಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸಮ ಆಗುತ್ತದೆ.

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ :

$(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$

ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು :

$a(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) - b(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$

$= (a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4) - (a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^5)$

$= a^5 - b^5$

AP SCERT

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ – ಮಾಡಿರಿ – 6.2

1. ಅವು ಎರಡೂ ಸಮ.

ಸಮರ್ಥನೆ : ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವರ್ಗ ಮಾಡಿದಾಗ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಧನಾತ್ಮಕವಾದರೂ ಅಥವಾ ಋಣಾತ್ಮಕವಾದರೂ ಬರುವ ಫಲಿತ ಯಾವಾಗಲೂ ಧನಾತ್ಮಕವಾಗಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ. $(b - a)$ ಎಂಬುದು $(a - b)$ ನ ಋಣಬೆಲೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ. ಇದನ್ನು $-(a - b)$ ಎಂದೂ ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು.

$(b - a)^2 = [-(a - b)]^2 = (a - b)^2$

2. $26^2 - 24^2$

$(14.5)^2 - (10.5)^2$

3. $406^2 = 164,836$

$72^2 = 5,184$

$145^2 = 21,025$

$1097^2 = 1,203,409$

$124^2 = 15,376$

4. Yes, they hold for all real numbers.

Justification:

Algebraic identities are derived using the laws of arithmetic (distributive, commutative, and associative properties). These laws apply to all real numbers, including negative integers and fractions.

For negative integers: If a = -2 and b = 3, then $(a+b)^2 = (-2+3)^2 = 1^2 = 1$.

Using the identity: $(-2)^2 + 2(-2)(3) + 3^2 = 4 - 12 + 9 = 1$. It works.

For fractions: If $a = \frac{1}{2}$, then $a^2 = \frac{1}{4}$. The logic of "length times width" for an area model still applies mathematically even when the dimensions are not whole numbers.

Figure it out - 6.3

1. (i) $46^2 = 2116$ (ii) $397 \times 403 = 159,991$

(iii) $91^2 = 8281$ (iv) $43 \times 45 = 1935$

2. (i) $p^2 + 10p - 11$ (ii) $9a^2 - 81b^2$

(iii) $-6y^2 - 23y - 20$ (iv) $36x^2 + 60xy + 25y^2$

(v) $4x^2 - 2x + 0.25$ (vi) $21p^2r+42pr$

3. Identify the Appropriate Algebraic Expression(s)

(i) $s^2 + 2$ (ii) $m^2 + (m + 1)^2$ and $m^2 + (m - 1)^2$

4. Calendar Square Investigation

In a calendar, numbers in a row increase by 1, and numbers in a column increase by 7 (representing one week).

Observation for other 2 × 2 squares:

- Let's take the square starting at 6: 6, 7, 13, 14

  Diagonal 1: 6 ×14 = 84

  Diagonal 2: 7 ×13 = 91

  Difference: 91 - 84 = 7

AP SCERT

3. $406^2 = 164,836$

$72^2 = 5,184$

$145^2 = 21,025$

$1097^2 = 1,203,409$

$124^2 = 15,376$

4. ಹೌದು, ಇವು ಎಲ್ಲಾ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವರ್ತಿಸುತ್ತವೆ.

ಸಮರ್ಥನೆ : ಬೀಜಗಣಿತ ಸೂತ್ರಗಳು ಅಂಕಗಣಿತ ನಿಯಮ (ವಿತರಣಾ, ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಮತ್ತು ಸಹವರ್ತನೀಯ)ಗಳಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಈ ನಿಯಮಗಳು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಹ ಎಲ್ಲಾ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವರ್ತಿಸುತ್ತವೆ. ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ : ಒಂದುವೇಳೆ $a = -2$ ಮತ್ತು $b = 3$ ಎಂದುಕೊಂಡರೆ, ಆಗ $(a+b)^2 = (-2+3)^2 = 1^2 = 1$. ಆಗುತ್ತದೆ. ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದರೆ $(-2)^2 + 2(-2)(3) + 3^2 = 4 - 12 + 9 = 1$ ಇದು ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೆ : ಒಂದುವೇಳೆ $a = \frac{1}{2}$, ಆದರೆ, $a^2 = \frac{1}{4}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ "ಉದ್ದ × ಅಗಲ" ಎಂಬ ತರ್ಕ, ಅಳತೆಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ಗಣಿತಪರವಾಗಿ ವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ.

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ – ಮಾಡಿರಿ – 6.3

1. (i) $46^2 = 2116$ (ii) $397 \times 403 = 159,991$

(iii) $91^2 = 8281$ (iv) $43 \times 45 = 1935$

2. (i) $p^2 + 10p - 11$ (ii) $9a^2 - 81b^2$

(iii) $-6y^2 - 23y - 20$ (iv) $36x^2 + 60xy + 25y^2$

(v) $4x^2 - 2x + 0.25$ (vi) $21p^2r+42pr$

3. (i) $s^2 + 2$ (ii) $m^2 + (m + 1)^2$ and $m^2 + (m - 1)^2$

4. ಒಂದು ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್‌ನಲ್ಲಿನ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 1 ರಂತೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತವೆ, ಕಾಲಮ್‌ನಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 7 ರಂತೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತವೆ (ಒಂದು ವಾರ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ).

ಇತರ 2 × 2 ಚೌಕಗಳ ಪರಿಶೀಲನೆ :

- 6 ರಿಂದ ಆರಂಭವಾಗುವ ಚೌಕ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ : ಸಂಖ್ಯೆಗಳು: 6, 7, 13, 14

  ಕರ್ಣ 1 : $6 \times 14 = 84$

  ಕರ್ಣ 2 : $7 \times 13 = 91$

  ವ್ಯತ್ಯಾಸ : $91 - 84 = 7$

AP SCERT

- Let's take the square starting at 18: 18, 19, 25, 26

  Diagonal 1: 18 × 26 = 468

  Diagonal 2: 19 × 25 = 475

  Difference: 475 - 468 = 7

Conclusion: The product of the numbers on the "upward" diagonal is always 7 more than the product of the numbers on the "downward" diagonal.

5. (i) False. (ii) False. (iii) True (iv) False
6. Sum Remainder: 1

   Difference Remainder: 2

   Product Remainder: 1
7. Pattern: The square of the middle number is always 1 more than the product of the two neighbors.

   Algebraic Equation: $n^2 - (n-1)(n+1) = 1$

   Verification: Expanding the right side: $n^2 - (n^2 - 1) = n^2 - n^2 + 1 = 1$. The identity holds.
8. $(a+b) \times \frac{1}{2}(a+b)$
9. (i) 16 × 24 is larger. (ii) 26 × 74 is larger.
10. $8gw + 8w^2$.
11. Yellow L-shape Pattern:

    (i) Next Figure (Step 4): The horizontal middle grows by 1 unit, and the vertical "arms" grow by 1 unit each.

    (ii) Units in Step 10: $12^2 = 144$

    (iii) Expression for Step y: $(y + 2)^2$

    Blue Square Pattern:

    (i) Next Figure (Step 4): A 5 × 5 grid with the bottom-right corner 1 × 1 square missing.

    (ii) Units in Step 10:131

    (iii) Expression for Step y: $(y+1)^2 + y$ or $y^2 + 3y + 1$

AP SCERT

- 18 ರಿಂದ ಆರಂಭವಾಗುವ ಚೌಕದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ : ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 18, 19, 25, 26

  ಕರ್ಣ 1: $18 \times 26 = 468$

  ಕರ್ಣ 2: $19 \times 25 = 475$

  ವ್ಯತ್ಯಾಸ: $475 - 468 = 7$

ಉಪಸಂಹಾರ : "ಮೇಲಕ್ಕೆ" ಇರುವ ಕರ್ಣದಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ, "ಕೆಳಕ್ಕೆ" ಇರುವ ಕರ್ಣದಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಯಾವಾಗಲೂ 7 ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತದೆ."ಕೆಳಗೆ ಹೋಗುತ್ತಿರುವ ಕರ್ಣ" ಗುಣಿತ ಫಲಿತಕ್ಕಿಂತ ಯಾವಾಗಲೂ 7 ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತದೆ.

5. **(i)** ಅಸತ್ಯ **(ii)** ಅಸತ್ಯ **(iii)** ಸತ್ಯ **(iv)** ಅಸತ್ಯ

6. ಮೊತ್ತದ ಶೇಷ 1

   ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಶೇಷ 2

   ಗುಣಲಬ್ಧ ಶೇಷ: 1

7. ವಿನ್ಯಾಸ:

ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ, ಅದಕ್ಕೆ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಯಾವಾಗಲೂ 1 ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತದೆ.

ಬೀಜೋಕ್ತಿ : $\mathbf{n^2 - (n-1)(n+1) = 1}$

ನಿರೂಪಣೆ :

ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಪದಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ:

$\mathbf{n^2 - (n^2 - 1) = n^2 - n^2 + 1 = 1}$. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸೂತ್ರ ನಿರೂಪಿಸಲಾಗಿದೆ.

8. $\mathbf{(a+b) \times \frac{1}{2}(a+b)}$

9. **(i)** $\mathbf{16 \times 24}$

   (ii) $\mathbf{26 \times 74}$

10. $\mathbf{8gw + 8w^2.}$

11. ಹಳದಿ ಬಣ್ಣ **L**–ಆಕಾರದ ವಿನ್ಯಾಸ

(i) ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರ: ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಕ್ಷಿತಿಜ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹು 1 ಯೂನಿಟ್ ಹೆಚ್ಚುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಲಂಬವಾಗಿರುವ "ಬಾಹುಗಳು"ಕೂಡಾ ಒಂದೊಂದು 1 ಯೂನಿಟ್ ಹೆಚ್ಚುತ್ತವೆ.

(ii) 10ನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿರುವ ಯೂನಿಟ್/ಘಟಕಗಳು : $\mathbf{12^2 = 144}$

(iii) 'y' ಹಂತವನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿ : $\mathbf{(y + 2)^2}$

ನೀಲಿ ಬಣ್ಣ ಚೌಕ ವಿನ್ಯಾಸ :

(i) ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರ (ಹಂತ 4) : ಇದು 5×5 ಗ್ರಿಡ್‌ನಂತೆ ಇರುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಬಲಭಾಗದ ಕೆಳಗೆ ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು 1×1 ಚೌಕ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(ii) 10ನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿರುವ ಯೂನಿಟ್/ ಘಟಕಗಳು : 131

(iii) 'y' ಹಂತವನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿ : $\mathbf{(y+1)^2 + y}$ ಅಥವಾ $\mathbf{y^2 + 3y + 1}$

AP SCERT

Figure it out - 7.1

1. (i), (iv) and (vi).
2. 8 : 18, 12 : 27, 40 : 90
3. 4, 16, $26\frac{2}{3}$, 36
5. Are all of them the same?
   No, your rectangles and your classmates' drawings will likely look different in size, but they should have the same shape.
   If they are different, are they wrong?
   Not necessarily! They are only "wrong" if their width-to-height ratio is different from the original.
6. (a) 11:6 (b) 3:2

Figure it out - 7.2

1. 18,076,923.08 km
2. 15,660

Figure it out - 7.3

1. ₹ 1,800 and ₹ 2,700.
2. The solution contains 40ml of acid and 200ml of water.
3. To produce 40ml of green paint:
   Blue : 15 ml
   Yellow : 25 ml
   New ratio 1 : 3
4. You need 4 cups of rice and 2 cups of urad dal.
5. 3 : 13.

Figure it out - 7.4

1. 2:3
2. You will need 4 buses. Since 3.77 is not a whole number
3. Mumbai
4. If you are 160 cm tall, your neck would be 64 cm
5. 52.5 palas of saffron.
6. Taswika will be 4 years old (and her brother will be 8).
7. 1 litre of gold has a mass of 18.5 kg
8. approximately 23 tonnes of manure.
9. 5 minutes (300 seconds).
10. ₹ 82,645 11. 30 hours 12. ₹ 7.86.

AP SCERT

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ – ಮಾಡಿರಿ – 7.1

1. (i), (iv) ಮತ್ತು (vi).
2. **8 : 18, 12 : 27, 40 : 90**
3. **4, 16, $26\frac{2}{3}$, 36**
5. ಎಲ್ಲಾ ಒಂದೇರೀತಿ ಇವೆಯೇ?

   ಇಲ್ಲ, ನೀವು ಎಳೆದ ಆಯತಗಳು ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರು ಎಳೆದ ಗಾತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಬೇರೆಬೇರೆಯಾಗಿ ಇರಬಹುದು. ಆದರೆ, ಅವೆಲ್ಲವೂ ಒಂದೇ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿವೆ.

   ಇಲ್ಲ, ತಪ್ಪೆಂದು ಹೇಳಲಾರೆವು! ಮೂಲ ಗೊಂಬೆಯ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಅನಪಾತ ಬದಲಾದರೆ ಮಾತ್ರ ತಪ್ಪು ಆಗುತ್ತವೆ.
6. **(a)** 11:6 **(b)** 3:2

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ – ಮಾಡಿರಿ – 7.2

1. 18,076,923.08 ಕಿ.ಮೀ
2. 15,660

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ – ಮಾಡಿರಿ – 7.3

1. ₹ 1,800 ಮತ್ತು ₹ 2,700.
2. ಈ ದ್ರಾವಣದಲ್ಲಿ 40 ಮಿಲೀ ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು 200 ಮಿ.ಲೀ.ನೀರು ಇದೆ.
3. 40 ಮಿ.ಲೀ. ಗ್ರೀನ್ ಬಣ್ಣ ತಯಾರಿಸಲು :

   ನೀಲಿ : 15 ಮಿ.ಲೀ.,

   ಹಳದಿ : 25 ಮಿ.ಲೀ,

   ಹೊಸ ಅನುಪಾತ 1 : 3.
4. 4 ಕಪ್ಪುಗಳ ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು 2 ಕಪ್ಪುಗಳ ಉದ್ದಿನಬೇಳೆ ಅಗತ್ಯ
5. 3 : 13.

ಆಲೋಚಿಸಿರಿ – ಮಾಡಿರಿ – 7.4

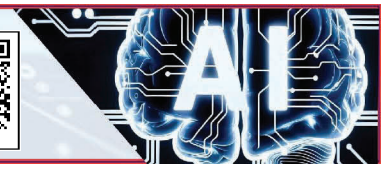
1. 2:3
2. 4 ಬಸ್ಸುಗಳು ಅಗತ್ಯ. (3.77 ಎಂಬುದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ ಆದ್ದರಿಂದ).
3. ಮುಂಬೈ
4. ಒಂದುವೇಳೆ ಮೀ ಎತ್ತರ 160 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆದರೆ, ಮೀ. ಕುತ್ತಿಗೆ ಉದ್ದ 64 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುತ್ತದೆ.
5. 52.5 ಫಲಗಳು ಕೇಸರಿ ಹೂವು.
6. ತಸ್ವಿಕ ವಯಸ್ಸು 4 ವರ್ಷ (ಆಗ ಆಕೆಯ ಅಣ್ಣನ ವಯಸ್ಸು 8 ವರ್ಷ ಆಗುತ್ತದೆ)
7. 1 ಲೀಟರ್ ಬಂಗಾರದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ 18.5 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ
8. ಸುಮಾರು 23 ಟನ್ನುಗಳ ಗೊಬ್ಬರ ಅಗತ್ಯ.
9. 5 ನಿಮಿಷಗಳು (300 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು).
10. ₹ 82,645.
11. 30 ಗಂಟೆಗಳು
12. ₹ 7.86.

AP SCERT



INTEGRATING ARTIFICIAL INTELLIGENCE (AI)

K6B4U8



Learning Outcomes : The student will be able to:

1. Understand and explain how mathematical concepts such as patterns, ratios, algebra, and classification are connected to the basic components of Artificial Intelligence.
2. Use basic AI terminology correctly, including dataset, algorithm, pattern recognition, bias, fairness, and prediction, in the context of Mathematics.
3. Apply and explore AI-supported thinking in Mathematics by framing clear prompts and analysing AI-generated responses step-by-step.
4. Demonstrate safe and responsible use of AI tools, including verifying answers, protecting personal information, and avoiding misuse during examinations.
5. Develop confidence and critical thinking, recognising that AI supports learning but does not replace mathematical reasoning or teacher guidance.



Jasvi was sitting under a neem tree after helping her father in the fields. Her father was checking the weather forecast on his mobile phone before deciding when to water the crops.

"How does the phone know it will rain tomorrow?" Jasvi asked.

"It studies old weather data and finds patterns," her father replied. "Artificial Intelligence, or AI, helps in predicting weather, crop prices, and even soil conditions."

That evening, Jasvi opened her Class 8 Mathematics textbook and read the chapter A Square and a Cube. She noticed the pattern in square numbers:1, 4, 9, 16, 25...

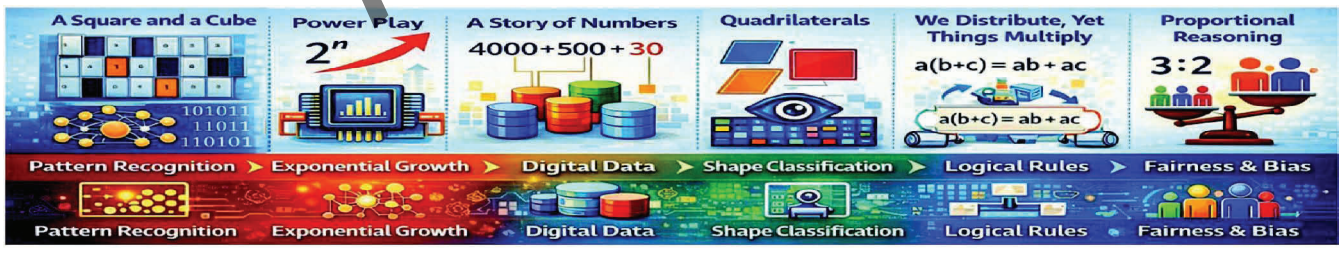
Each number was made by multiplying a number by itself.

She thought, "If I know the rule, I can predict the next square number."

Then she understood something important.

AI also studies data, finds patterns, and makes predictions — just like we find patterns in Mathematics.

Let us now see how our Mathematics chapters are connected to AI.



Foundations of AI in Mathematics Learning

The mathematical ideas in these chapters help students understand how Artificial Intelligence (AI) works. Concepts like pattern recognition in A Square and a Cube and exponential growth in Power Play show how AI systems identify patterns and scale quickly. Just as square numbers follow clear structures, AI models depend on good data quality and proper sampling to recognise correct patterns. If the sample data is incomplete, the AI

Disclaimer : "The use of AI tools by students must be strictly under the direct guidance and supervision of teachers and parents / guardians".

AP SCERT



ಕೃತಕ ಬುದ್ಧಿಮತ್ತೆಯೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜನೆ

F5G4H2



ಕಲಿಕೆಯ ಫಲಗಳು : ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಲ್ಲರು.

1. **patterns**, ಅನುಪಾತಗಳು (**ratios**), ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ವರ್ಗೀಕರಣಗಳಂತಹ ಗಣಿತ ಭಾವನೆಗಳು **Artificial Intelligence** ನ ಮೂಲಭೂತ ಭಾವನೆಗಳಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಯೋಜನೆ ಆಗಿದೆಯೋ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತುವಿವರಿಸುವುದು.
2. **dataset, algorithm, pattern recognition, bias, fairness** ಮತ್ತು **prediction** ನೊಂದಿಗೆ ಸಹ ಪ್ರಾಥಮಿಕ **AI** ಪದಜಾಲವನ್ನು ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಸರಿಯಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.
3. ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ **prompts** ರೂಪಿಸುವುದು ಮತ್ತುŸ**AI-generated** ಪ್ರತಿಸ್ಪಂದನೆಗಳನ್ನು ಹಂತಗಳವಾರು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವ ಮೂಲಕ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ **AI**–ಸಹಾಯಕ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅನ್ವೇಷಿಸುವುದು.
4. ಉತ್ತರಗಳನ್ನುಧೃವೀಕರಿಸುವುದು, ವೈಯಕ್ತಿಕ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ರಕ್ಷಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಪರೀಕ್ಷೆಗಳ ಸಮಯದಲ್ಲಿದುರುಪಯೋಗವನ್ನು ನಿವಾರಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಸಹ **AI tools** ನ್ನು ಸುರಕ್ಷಿತವಾಗಿ ಮತ್ತು ಭಾಧ್ಯತಾಯುತವಾಗಿ ಬಳಸುವುದು.
5. **AI** ನ್ನು ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳಲು ಬೆಂಬಲ ನೀಡುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಗಣಿತ ತಾರ್ಕಿಕ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರ ಮಾರ್ಗರ್ಶಕವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಭರ್ತಿ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಗುರ್ತಿಸುತ್ತಾ, ಆತ್ಮವಿಶ್ವಾಸ ಮತ್ತು ವಿಮರ್ಶನಾತ್ಮಕ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಮಾಡುವುದು.



ಜಸ್ವಿ ತನ್ನ ತಂದೆಗೆ ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಸಹಾಯ ಮಾಡಿದ ನಂತರ ಬೇವಿನ ಮರದ ಕೆಳಗೆ ಕುಳಿತ್ತಿದ್ದಳು. ಬೆಳೆಗಳಿಗೆ ಯಾವಾಗ ನೀರು ಹಾಕಬೇಕೆಂದು ನಿರ್ಧರಿಸುವ ಮೊದಲು ಅವಳ ತಂದೆ ತನ್ನ ಮೊಬೈಲ್ ಫೋನ್‌ನಲ್ಲಿ ಹವಾಮಾನ ಮುನ್ಸೂಚನೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. "ನಾಳೆ ಮಳೆ ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಫೋನ್‌ಗೆ ಹೇಗೆ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ?" ಜಸ್ವಿ ಕೇಳಿದಳು. "ಇದು ಹಳೆಯ ಹವಾಮಾನ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ" ಎಂದು ಅವಳ ತಂದೆ ಉತ್ತರಿಸಿದರು . ಕೃತಕ ಬುದ್ಧಿಮತ್ತೆ ಅಥವಾ **AI**, "ಹವಾಮಾನ, ಬೆಳೆ ಬೆಲೆಗಳು ಮತ್ತು ಮಣ್ಣಿನ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳನ್ನು ಊಹಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ."

ಆ ಸಂಜೆ, ಜಸ್ವಿ ತನ್ನ 8ನೇ ತರಗತಿಯ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತೆರೆದು ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ ಅಧ್ಯಾಯವನ್ನು ಓದಿದಳು. ಅವಳು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮಾದರಿ/ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಳು : 1, 4, 9, 16, 25.... ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರಿಂದಲೇ ಗುಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. "ನನಗೆ ವಿನ್ಯಾಸ ತಿಳಿದರೆ, ನಾನು ಮುಂದಿನ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಳಬಲ್ಲೆನು" ಎಂದು ಅವಳು ಭಾವಿಸಿದಳು. ಆಗ ಅವಳಿಗೆ ಒಂದು ಮುಖ್ಯವಾದ ವಿಷಯ ಅರ್ಥವಾಯಿತು. ನಾವು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವಯೋ ಅದೇರೀತಿ **AI** ಕೂಡಾ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಊಹೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಈಗ ನಾವು ಗಣಿತದಲ್ಲಿನ ಅಧ್ಯಾಯಗಳು **AI** ಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಯೋಜನೆಗೊಂಡಿವೆಯೋ ನೋಡೋಣ.



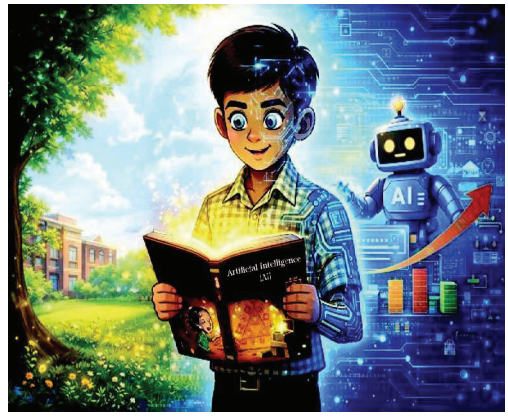
ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ AI ನ ಅಡಿಪಾಯ

ನಾವು ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿನ ಗಣಿತ ಆಲೋಚನೆಗಳು **Artificial Intelligence** ಹೇಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆಯೋ ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತವೆ. 'ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ'ದಲ್ಲಿ**pattern recognition** ಮತ್ತು 'ಘಾತಾಂಕಗಳ ಆಟ'ದಲ್ಲಿ ಘಾತಾಂಕ ವೃದ್ಧಿಗಳಂತಹ ಭಾವನೆಗಳು, **AI systems** ಪ್ಯಾಟರ್ನ್‌ಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುರ್ತಿಸುತ್ತವೆ? ಮತ್ತು ವೇಗವಾಗಿ ಹೇಗೆ ವೃದ್ಧಿ ಹೊಂದುತ್ತವೆಯೋ? ತೋರಿಸುತ್ತವೆ. ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ **pattern**ಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿದಂತೆ, ಸರಿಯಾದ **pattern** ಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಲು **AI models** ಉತ್ತಮ **data quality** ಮತ್ತು ಸರಿಯಾದ **sampling** ಮತ್ತು ವೇಗವಾಗಿ ಹೇಗೆ ವೃದ್ಧಿ

ಡಿಸ್ಕ್ಲೈಮರ್ : "ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು **AI** ಪರಿಕರಗಳನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು, ತಂದೆತಾಯಿಗಳು/ಸಂರಕ್ಷಕರ ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ, ಮೇಲ್ವಿಚಾರಣೆಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರವೇ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು".

APSCERT

model may give incorrect conclusions. In Proportional Reasoning, balanced ratios help students understand fair comparison, similar to how statistical surveys require representative data.



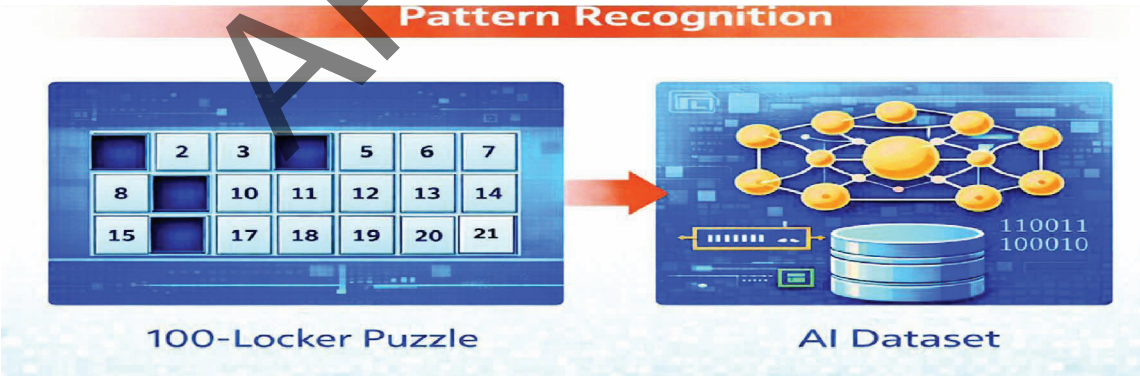
Chapters like Number Play and We Distribute, Yet Things Multiply develop logical reasoning and algebraic thinking, which are important for understanding probability, rule-based systems and AI decision-making. When AI predicts results, it calculates likelihoods based on patterns in a dataset. If the dataset is unbalanced, bias in datasets can affect predictions. In A Story of Numbers, correct number representation connects to data annotation and digital data encoding. In Quadrilaterals, classification of shapes relates to computer vision, where systems recognise shapes using labelled features.

Together, these mathematical foundations help students understand that AI depends on structured reasoning, fairness, and correct data. By learning about proportion, logical proof, and pattern analysis, students develop awareness of fairness in AI predictions, recognise sampling errors, and understand the importance of unbiased and well-annotated data. Mathematics builds the critical thinking needed to use AI systems responsibly and ethically.

Guidance: - Guidance to the Teacher

Teachers may help students connect the mathematical ideas in these chapters with how Artificial Intelligence (AI) works. Concepts such as patterns, proportions, and logical reasoning show how AI systems identify patterns and make predictions from data. Teachers can use simple classroom examples to explain that correct and balanced data is important for fair results. These discussions help students understand the role of mathematics in responsible and ethical use of AI.

Example 1: Pattern Recognition in Square Numbers



In the 100-locker puzzle, only lockers with square numbers remain open (1, 4, 9, 16...). This happens because square numbers have an odd number of factors. Careful observation of the pattern helps identify this rule.

In AI systems, machines also identify repeated structures in data. If the dataset is complete and properly sampled, the system recognises the pattern correctly.

APSCERT

ಹೊಂದುತ್ತವೆಯೋ? ತೋರಿಸುತ್ತವೆ. ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ **pattern**ಲನು ಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿದಂತೆ, ಸರಿಯಾದ**pattern** ಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಲು **AI models** ಉತ್ತಮ **data quality** ಮತ್ತು ಸರಿಯಾದ **sampling** ತಪ್ಪು ನಿರ್ಣಗಳನ್ನು ಕೊಡಬಹುದು. **statistical surveys** ಗೆ **represen-tative data** ಹೇಗೆ ಅಗತ್ಯವೋ, ಹಾಗೆ 'ಸಮಾನುಪಾತ ತಾರ್ಕಿಕತೆ'ಯಲ್ಲಿ, **balanced ratios** ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಾದ ಹೋಲಿಕೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತವೆ.



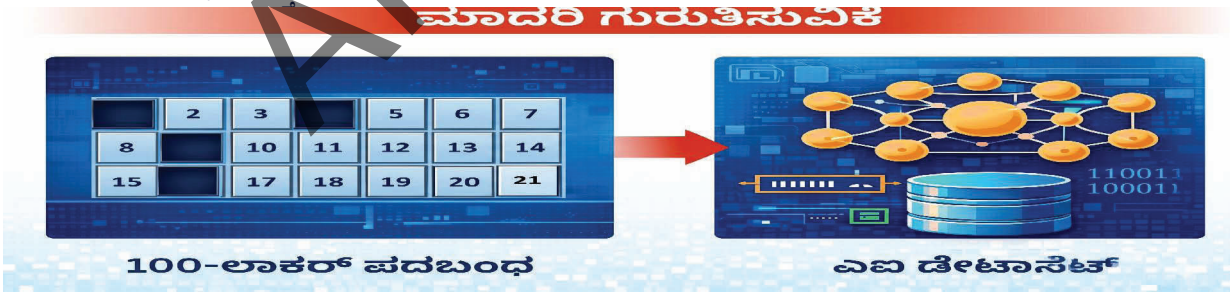
'ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಆಟ' ಮತ್ತು 'ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ' ಗಳಂತಹ ಅಧ್ಯಾಯಗಳನ್ನು ತಾರ್ಕಿಕ ಆಲೋಚನೆ ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಇವು **probability, rule-based systems** ಮತು **AI** ನಿರ್ಣಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು, ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮುಖ್ಯವಾದವು. **AI** ಫಲಿತಗಳನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿದಾಗ, ಅದು **dataset**ನಲ್ಲಿನ ಪ್ಯಾಟರ್ನ್‌ಗಳ ಆಧಾರವಾಗಿ **likelihoods** ಲೆಕ್ಕಿಸುತ್ತದೆ. **dataset** ಅಸಮತೋಲನವಾಗಿದ್ದರೆ, **datasets** ನಲ್ಲಿನ **bias** ಅಂದಾಜುಗಳ ಮೇಲೆ ಪರಿಣಾಮ ಬೀರಬಹುದು 'ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕಥೆ' ಯಲ್ಲಿ, ಸರಿಯಾದ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ **data annotation** ಮತ್ತು **digital data encoding**ಗೆ ಸಂಪರ್ಕಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ. 'ಚತುರ್ಭುಜಗಳು' ನಲ್ಲಿ, **classification of shapes** ಎಂಬುದು **computer vision**ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ್ದು, ಇಲ್ಲಿ ಸಿಸ್ಟಮ್‌ಗಳು **labelled features** ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುತ್ತವೆ.

ಈ ಗಣಿತ ಅಡಿಪಾಯಗಳು **AI** ಎಂಬುದು **structured reasoning, fairness** ಮತ್ತು ಸರಿಯಾದ ದತ್ತಾಂಶದ ಮೇಲೆ ಆಧಾರಪಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತವೆ. **proportion, logical proof** ಮತ್ತು **pattern analysis** ಕುರಿತು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು **AI predictions**ನಲ್ಲಿ **fairness** ಬಗ್ಗೆ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ, **sampling** ದೋಷಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು **unbiased** ಮತ್ತು **well-annotated** ದತ್ತಾಂಶದ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಗಣಿತ **AI systems**ನ್ನು ಜವಾಬ್ದಾರಿಯುತವಾಗಿ ಮತ್ತು ನೈತಿಕವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಾದ **critical thinking**ನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ:

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿನ ಗಣಿತ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು **Artificial Intelligence** ಹೇಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದರೊಂದಿಗೆ ಸಂಪರ್ಕಿಸಲು ಶಿಕ್ಷಕರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಹಾಯಮಾಡಬಹುದು. ಪ್ಯಾಟ್ರನ್‌ಗಳು, ಸಮಾನುಪಾತಗಳು ಮತ್ತು ತಾರ್ಕಿಕ ಆಲೋಚನೆಗಳಂತಹ ಭಾವನೆಗಳು, **AI systems** ಡೇಟಾದಿಂದ **pattern**ಲನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುರ್ತಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು **predictions** ಹೇಗೆ ಮಾಡುತ್ತೇವೆಂದು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ. ಸರಿಯಾದ ಮತ್ತು ಸಮತೋಲನ ಡೇಟಾ ನ್ಯಾಯವಾದ ಫಲಿತಗಳಿಗೆ ಮುಖ್ಯ ಎಂದು ವಿವರಿಸಲು ಶಿಕ್ಷಕರು ಸಾಮಾನ್ಯ ತರಗತಿ ಕೋಣೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. **AI**ನ್ನು ಜವಾಬ್ದಾರಿಯುತ ಮತ್ತು ನೈತಿಕ ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಪಾತ್ರವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಈ ಚರ್ಚೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಪರಿಶೀಲನೆ ಮತ್ತು ಅಳತೆ



100–ಲಾಕರ್ ಒಗಟಿನಲ್ಲಿ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುವ ಲಾಕರ್‌ಗಳು ಮಾತ್ರವೆ ತೆರೆದಿರುತ್ತವೆ. (1, 4, 9, 16...). ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿನ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ ಹೀಗೆ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವುದರಲ್ಲಿ '**pattern**ನು ನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಪರಿಶೀಸಲಿಸುವುದು' ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ.

AI systems ನಲ್ಲಿ ಯಂತ್ರಗಳು ಕೂಡಾ ಡೇಟಾದಲ್ಲಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗುವ ರಚನೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುತ್ತವೆ.. **dataset** ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಮತ್ತು ಸರಿಯಾಗಿ **sampling** ಪಡೆದಿದ್ದರೆ, ಸಿಸ್ಟಮ್ **pattern**ನ್ನು ಸರಿಯಗಿ ಗುರ್ತಿಸುತ್ತದೆ.

APSCERT

Thinking with AI :	If an AI app is used to solve the 100-locker puzzle, what numbers must it check before deciding which lockers remain open? Explain how the system would look for factor patterns and identify square numbers before giving the final answer. Scan the QR code for more information.
Key Words:	**Pattern Recognition:** Identifying repeated or regular structures. **Dataset:** A collection of organised information. **Sampling:** Selecting a part of data to study. **Artificial Intelligence (AI):** Technology that enables machines to analyse and recognise patterns.

Example 2: Exponential Growth

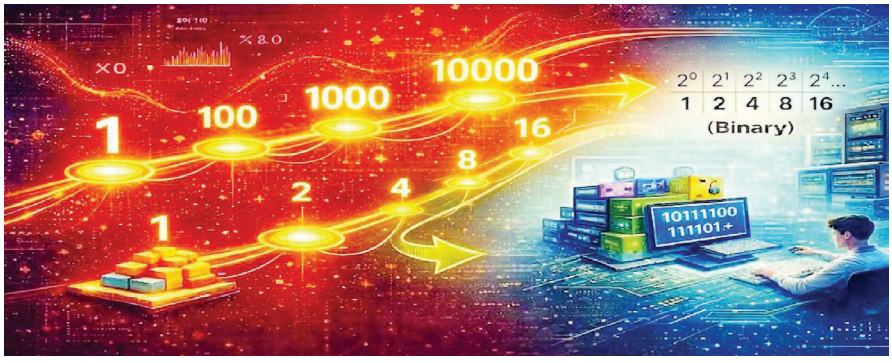


When a paper is folded repeatedly, its thickness doubles each time (2^1, 2^2, 2^3…). This is called exponential growth. The increase becomes very large after many folds.

In AI systems, computational processes and data size may grow rapidly in a similar way. Understanding exponents helps in understanding how fast systems can scale.

Thinking with AI :	If an AI system processes data that doubles every step (like 2^1, 2^2, 2^3…), what information must it analyse to predict how large the data will become after many steps? Explain how the system compares exponential growth with linear growth before deciding how much storage or processing power is needed. Scan the QR code for more information.
Key Words:	**Exponent:** A number showing repeated multiplication. **Base:** The number being multiplied repeatedly. **Exponential Growth:** Rapid increase by repeated multiplication. **Computation:** Processing of numerical data by a system.

Example 3: Landmark Numbers and Number Systems



AP SCERT

AI ನೊಂದಿಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವುದು	100- ಲಾಕರ್ ಒಗಟನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು **AI app** ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದರೆ, ಯಾವ ಲಾಕರ್‌ಗಳು ತೆರೆದಿರಬೆಕೋ ನಿರ್ಣಯಿಸುವ ಮುನ್ನ ಅದು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಬೆಕು? ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರ ನೀಡುವ ಮೊದಲು ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಫ್ಯಾಕ್ಟರ್ ಪ್ಯಾಟರ್ನ್‌ಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಹುಡುಕುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುರುತಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಡಿಜಿಟಲ್ ಸಿಸ್ಟಮ್‌ಗಳು ನಂಬರ್ ಪ್ಯಾಟರ್ನ್‌ಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುರ್ತಿರಸುತ್ತವೆ ಕೋಡ್**QR** ನ್ನು ಸ್ಕ್ಯಾನ್‌ಮಾಡಿ.
ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು:	**ಪ್ಯಾಟರ್ನ್ ಗುರುತಿಸುವಿಕೆ :** ಪುನರಾವರ್ತಿತ ಅಥವಾ ನಿಯಮಿತ ರಚನೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು **ಡೇಟಾಸೆಟ್ :** ಸಂಘಟಿತ ಮಾಹಿತಿಯ ಸಂಗ್ರಹ. **ಮಾದರಿ :** ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಲು ಡೇಟಾದ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವುದು. **ಕೃತಕ ಬುದ್ಧಿಮತ್ತೆ :** ಯಂತ್ರಗಳು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೆಷಿಸಲು ಮತ್ತು ಗುರುತಿಸಲು ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುವ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ.

ಉದಾಹರಣೆ 2: ವರ್ಗೀಕರಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳು



ಒಂದು ಕಾಗದವನ್ನು ಪದೇಪದೇ ಮಡಚಿದಾಗ, ಅದರ ದಪ್ಪ ಪ್ರತಿಬಾರಿ ಎರಡರಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ.(2^1, 2^2, 2^3.....). ಇದನ್ನು **exponential growth** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಅನೇಕ ಮಡಿಕೆಗಳ ನಂತರ ಬೆಳವಣಿಗೆಯು ಬಹಳ ದೊಡ್ಡದಾಗಿ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ. **AI systems**ನಲ್ಲಿ, **computational** ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಡೇಟಾ ಪರಿಮಾಣ ಇಂತಹ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ವೇಗವಾಗಿ ಬೆಳೆಯಬಹುದು. **Exponents** ನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ಸಿಸ್ಟಮ್‌ಗಳು ಎಷ್ಟು ವೇಗವಾಗಿ ಅಳೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ.

AI ನೊಂದಿಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವುದು :	**AI** ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಪ್ರತಿ ಹಂತವನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವ ಡೇಟಾವನ್ನು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗೊಳಿಸಿದರೆ (2^1, 2^2, 2^3... ನಂತಹ) ಹಲವು ಹಂತಗಳ ನಂತರ ಡೇಟಾ ಎಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಲು ಅದು ಯಾವ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಬೇಕು? ಎಷ್ಟು ಸಂಗ್ರಹಣೆ ಅಥವಾ ಸಂಸ್ಕರಣಾ ಶಕ್ತಿ ಅಗತ್ಯವಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವ ಮೊದಲು ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ರೇಖೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಯೊಂದಿಗೆ ಹೇಗೆ ಹೋಲಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಗಾಗಿ ಕೋಡ್ ಅನ್ನು **QR** ಸ್ಕ್ಯಾನ್ ಮಾಡಿ.
ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು	**ಘಾತಾಂಕ :** ಪುನರಾವೃತ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ. **ಆಧಾರ/ಪಾದ :** ಪದೇ ಪದೇ ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುತ್ತಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ **ಘಾತಾಂಕ ವೃದ್ಧಿ :** ಪುನರಾವೃತ ಗುಣಾಕಾರ ಮೂಲಕ ವೇಗವಾಗಿ ಬೆಳೆಯುವುದು **ಗಣನೆ :**ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಿಂದ ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ದತ್ತಾಂಶದ ಸಂಸ್ಕರಣೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 3: ಹೆಗ್ಗರುತುಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳು



APSCERT

Landmark numbers are easily recognisable reference numbers in a number system. They help us understand and work with large numbers. In the decimal (base-10) system, landmark numbers are:

1, 10, 100, 1000, ... (powers of 10)

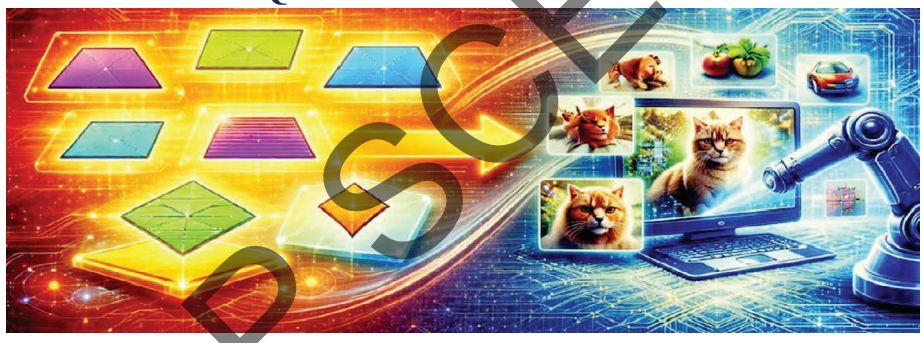
For example: 7,482 = 7 × 1000 + 4 × 100 + 8 × 10 + 2

Here, 1000, 100, 10, and 1 are landmark numbers.

In any base-n system, landmark numbers are powers of n (n^0, n^1, n^2, ...). Landmark numbers act as anchors in mathematics. In AI, powers of a base act as anchors for storing and computing data efficiently.

Thinking with AI :	If an AI system processes very large numbers, how does using andmark numbers (like powers of 10 or powers of 2) help it organise data and perform calculations efficiently? Scan the QR code for more information
Key Words:	**Landmark Numbers:** Reference numbers used for grouping. **Base:** The number that determines the system (e.g., 10 in decimal). **Power:** Repeated multiplication (e.g., $10^2 = 100$). **Positional System:** Value depends on position.

Example 4: Classification of Quadrilaterals



Quadrilaterals are classified based on properties such as equal sides, right angles, or parallel sides. For example, a rectangle has equal opposite sides and right angles. Similarly, AI systems classify images by studying features such as edges and shapes. If the features match stored patterns, the image is grouped accordingly.

Thinking with AI :	If an AI system is designed to identify different quadrilaterals from images, what properties must it check before classifying a shape? Explain how the system would examine features such as equal sides, right angles, and parallel sides before deciding whether the shape is a rectangle, square, or another quadrilateral. Scan the QR code to explore how digital systems classify shapes using features and pattern matching.
Key Words:	**Classification:** Grouping based on common features. **Property:** A defining characteristic. **Feature:** A measurable characteristic used for identification. **Pattern Matching:** Comparing data to known patterns.

APSCERT

Landmark numbers ಎಂಬುವವು ನಂಬರ್ ಸಿಸ್ಟಮ್‌ನಲ್ಲಿ ಸುಲಭವಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಬಹುದಾದಾ ರಿಫರೆನ್ಸ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಅವುಗಳೊಂದಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡಲು ನಮಗೆ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತವೆ. ದಶಾಂಶ(**base-10**) ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ **landmark numbers:** 1, 10, 100, 1000, ... (10 ನ ಪವರ್ಸ್).

ಉದಾಹರಣೆಗೆ: **7,482 = 7 × 1000 + 4 × 100 + 8 × 10 + 2**

ಇಲ್ಲಿ, 1000, 100, 10, ಮತ್ತು 1 ಲ್ಯಾಂಡ್‌ಮಾರ್ಕ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುದಾದರೂ **base-n** ಸಿಸ್ಟಮ್‌ನಲ್ಲಿ, ಲ್ಯಾಂಡ್‌ಮಾರ್ಕ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅವುಗಳ ಪವರ್ಸ್ **n (n^0, n^1, n^2, ...).**

Landmark numbers ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಯಾಂಕರ್‌ಗಳಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತವೆ. **AI** ನಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಬೇಸ್‌ನ ಪವರ್ಸ್ ಡೇಟಾವನ್ನು ಸಮರ್ಥವಂತವಾಗಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಲು ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಿಸಲು ಯಾಂಕರ್‌ಗಳಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತವೆ.

AI ನೊಂದಿಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವುದು :	**AI** ಸಿಸ್ಟಮ್ ಬಹಳ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಾಸೆಸ್ ಮಾಡಿದರೆ **landmark numbers** (10 ನ ಪವರ್ಸ್ ಅಥವಾ 2ರ ಪವರ್ಸ್‌ಗಳಂತಹವು) ಉಪಯೋಗಿಸುವುದರಿಂದ ಡೇಟಾವನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥವಂತವಾಗಿ ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಹೇಗೆ ಸಹಾಯಪಡುತ್ತದೆ? ಅನ್ವೇಷಿಸಲು **QR**ಕೋಡ್‌ನ್ನು ಸ್ಕ್ಯಾನ್ ಮಾಡಿ.
ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು	**ಹೆಗ್ಗುರುತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು :** ಗ್ರೂಪಿಂಗ್‌ಗಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ರಿಫರೆನ್ಸ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. **ಆಧಾರ/ಪಾದ :** ಸಿಸ್ಟಮ್ ನಿರ್ಣಯಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ (ಉದಾ:ದಶಾಂಶದಲ್ಲಿ10). **ಘಾತ :** ಪುನರಾವೃತ ಗುಣಾಕಾರ (ಉದಾ: $10^2 = 100$). **ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿ :** ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ ಮೇಲೆ ಆಧಾರಪಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 4: ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ :



ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳು, ಲಂಬಕೋನಗಳು ಅಥವಾ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳಂತಹ ಲಕ್ಷಣಗಳ ಆಧಾರವಾಗಿ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಆಯತ ಸಮಾನವಾದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಅದೇರೀತಿ, **AI systems** ಅಂಚುಗಳು ಮತ್ತು ಆಕೃತಿಗಳಂತಹ ಫೀಚರ್ಸ್‌ಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸುತ್ತವೆ. ಫೀಚರ್‌ಗಳು ಸಂಗ್ರಹ ಮಾಡಲಾದ ಪ್ಯಾಟರ್ನ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಹೊಂದಿದರೆ, ಅದಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ ಚಿತ್ರ ಗ್ರೂಪ್ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ.

AI ನೊಂದಿಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವುದು :	ಚಿತ್ರಗಳಿಂದ ವಿಭಿನ್ನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಲು **AI** ಸಿಸ್ಟಮ್ ರೂಪಿಸಿದರೆ, ಆಕೃತಿಯನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸುವ ಮೊದಲು ಅದು ಯಾವ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಬೇಕು? ಆಕಾರ ಆಯತ, ಚೌಕ ಅಥವಾ ಮತ್ತೊಂದು ಚತುರ್ಭುಜ ಎಂದು ನಿರ್ಣಯಿಸುವ ಮೊದಲು ಸಿಸ್ಟಮ್ ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳು, ಲಂಬಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳಂತಹ ಫೀಚರ್‌ಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತದೆಯೋ ವಿವರಿಸಿರಿ. ಫೀಚರ್ಸ್ ಮತ್ತು **pattern matching** ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಡಿಜಿಟಲ್ ಸಿಸ್ಟಮ್‌ಗಳು ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ವರ್ಗೀಕರಿಸುತ್ತವೆಯೋ ಅನ್ವೇಷಿಸಲು **QR** ಸ್ಕ್ಯಾನ್ ಮಾಡಿ.
ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು	**ವರ್ಗೀಕರಣ :** ಸಾಮಾನ್ಯ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಗಳ ಮೇಲೆ ಗುಂಪು ಮಾಡುವುದು **ಗುಣ :** ಒಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಲಕ್ಷಣ **ಸಹಜ ಲಕ್ಷಣ :** ಗುರುತಿಸುವಿಕೆಗೆ ಅಳೆಯಬಹುದಾದ ಲಕ್ಷಣ **ವಿನ್ಯಾಸ ಹೊಂದಾಣಿಕೆ:** ತಿಳಿದಿರುವ ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿಗೆ ಡೇಟಾವನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದು.

AP SCERT

Example 5: Parity and Logical Rules



When four consecutive numbers are combined using + and – signs, the result is always even. This shows that mathematical expressions follow consistent logical rules. In AI, rule-based systems also follow defined conditions to produce output.

Thinking with AI :	If an AI system is programmed to check whether the result of four consecutive numbers (combined with + and – signs) is even or odd, what rules must it follow before giving the answer? Explain how the system would apply parity rules step-by-step to decide whether the final result is even. Scan the QR code for more information.
Key Words:	**Parity:** Whether a number is even or odd. **Logical Rule:** A condition that determines an outcome. **Algorithm:** A step-by-step procedure to solve a problem. **Prediction:** A result based on rules or probability.

Example 6: Distributive Property and Algorithms

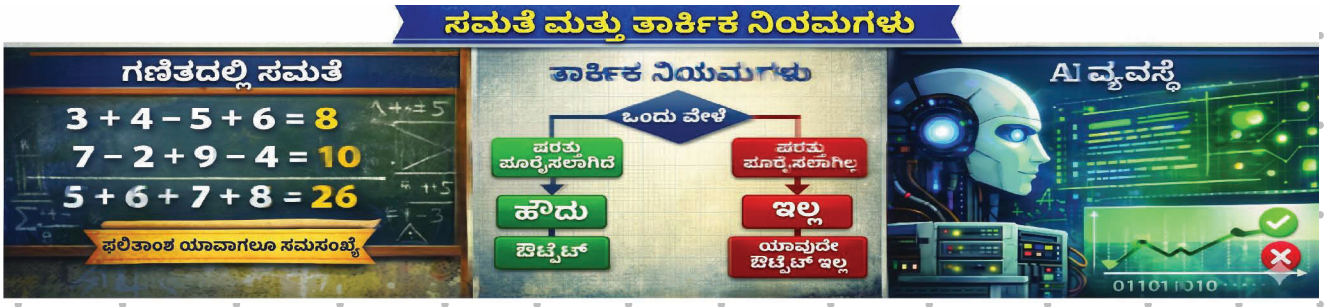


The distributive property states that, a (b + c) = ab + ac.
This shows a clear step-by-step process.
Similarly, an algorithm in AI follows fixed steps to process input data and produce output.

Thinking with AI :	If an AI system is designed to expand algebraic expressions like a(b+c), what steps must it follow before giving the final answer? Explain how the system would apply the distributive rule step-by-step toproduce the correct output. Scan the QR code for more information
Key Words:	**Distributive Property:** Multiplying a number across terms inside brackets. **Input:** Data given to a system. **Processing:** Performing operations on input data.

AP SCERT

ಉದಾಹರಣೆ 5: ಸಮಾನತೆ ಮತ್ತು ತಾರ್ಕಿಕ ನಿಯಮಗಳು



ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು + ಮತ್ತು – ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಂಯೋಜಿಸಿದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶವು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಆಗುತ್ತದೆ. ಗಣಿತದ ವ್ಯಕ್ತೀಕರಣಗಳು ಸ್ಥಿರವಾದ ತಾರ್ಕಿಕ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಇದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. **AI** ನಲ್ಲಿ **rule-based systems** ಕೂಡಾ ಅವುಟ್‌ಪುಟ್‌ನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಲು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾದ ಷರತ್ತುಗಳನ್ನು ಇದು ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆ.

AI ನೊಂದಿಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವುದು :	ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ + ಮತ್ತು – ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಬರು ಫಲಿತ ಸರಿ ಅಥವಾ ಬೆಸ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು **AI** ಸಿಸ್ಟಮ್ ಪ್ರೋಗ್ರಾಂ ಮಾಡಿದರೆ, ಉತ್ತರ ನೀಡುವ ಮೊದಲು ಅದು ಯಾವ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸಬೇಕು? ಅಂತಿಮ ಫಲಿತ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ನಿರ್ಣಯಿಸಲು ಸಿಸ್ಟಮ್ ಹಂತಹಂತವಾಗಿ **parity** ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ ವಿವರಿಸಿ. ಅವುಟ್‌ಪುಟ್ ಉತ್ಪತ್ತಿ ಮಾಡಲು **rule-based systems** ತಾರ್ಕಿಕ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಅನ್ವಯಿಸಬೆಕೋ ಅನ್ವೇಷಿಸಲು **QR** ಕೋಡ್ ಸ್ಕ್ಯಾನ್ ಮಾಡಿ.
ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :	**ಸಮಾನತೆ :** ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಅಥವಾ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಎಂಬುದು. **ತಾರ್ಕಿಕ ನಿಯಮ :** ಫಲಿತವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವ ಸ್ಥಿತಿ. **ಅಲ್ಗಾರಿಧಮ್ :** ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಹಂತ ಹಂತದ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನ **ಊಹೆ :** ನಿಮಯಗಳು ಅಥವಾ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಮೇಲೆ ಆಧಾರಪಟ್ಟ ಫಲಿತ

ಉದಾಹರಣೆ 6: ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ ಮತ್ತು ಅಲ್ಗಾರಿಧಮ್



ವಿತರಣಾ ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ, **a (b + c) = ab + ac.**

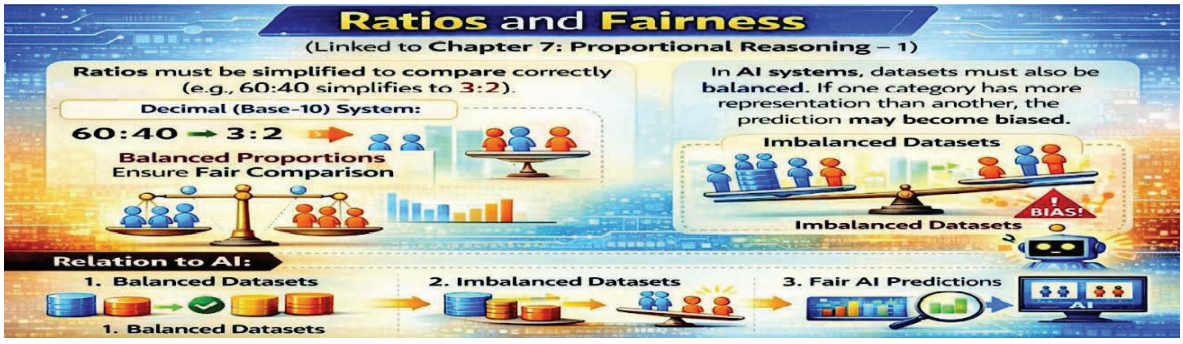
ಇದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಹಂತಗಳ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಅದೇರೀತಿ, **AI**ಯಲ್ಲಿನ ಒಂದು **algorithm** ಇನ್‌ಪುಟ್ ಡೇಟಾವನ್ನು ಪ್ರಾಸೆಸ್ ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ಅವುಟ್‌ಪುಟ್ ಉತ್ಪತ್ತಿ ಮಾಡಲು ಸ್ಥಿರವಾದ ಹಂತಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತದೆ.

AIನೊಂದಿಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವುದು :	**a(b+c)** ಗಳಂತಹ ಬೀಜಗಣಿತ ವ್ಯಕ್ತೀಕರಣಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಲು **AI** ಸಿಸ್ಟಮ್ ರೂಪೊಂದಿಸಿದರೆ, ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರ ಕೊಡುವ ಮೊದಲು ಅದು ಯಾವ ಹಂತಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸಬೇಕು? ಸರಿಯಾದ ಅವುಟ್‌ಪುಟ್ ಉತ್ಪತ್ತಿಮಾಡಲು ಸಿಸ್ಟಮ್ ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿ ಹಂಚಿಕೆ ನಿಯಮವನ್ನು ಹೇಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯೋ ವಿವರಿಸಿ. ಇನ್‌ಪುಟ್ ಪ್ರಾಸೆಸ್ ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ಫಲಿತಗಳನ್ನು ರೂಪೊಂದಿಸಲು **algorithms** ಸ್ಥಿರವಾದ ಗಣಿತ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆಯೋ ಅನ್ವೇಷಿಸಲು **QR** ಕೋಡ್‌ನ್ನು ಸ್ಕ್ಯಾನ್ ಮಾಡಿರಿ.
ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು :	**ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ :** ಆವರಣ ಒಳಗೆ ಇರುವ ಪದಗಳಿಂದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಗುಣಿಸುವುದು **ಪ್ರವೇಶ :** ಸಿಸ್ಟಮ್‌ಗೆ ನೀಡಲಾದ ಡೇಟಾ. **ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ :** ಇನ್‌ಪುಟ ಡೇಟಾದ ಮೇಲೆ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸುವುದು.

APSCERT

Example 7: Ratios and Fairness



Ratios must be simplified to compare correctly (e.g., 60:40 simplifies to 3:2). Balanced proportions ensure correct comparison.

In AI systems, datasets must also be balanced. If one category has more representation than another, the prediction may become biased.

Thinking with AI :	If an AI system compares two groups of data, what must it check to ensure the comparison is fair and balanced? Explain how simplifying ratios (like 60:40 to 3:2) helps in making correct comparisons. What might happen if the data is not balanced? Scan the QR code to explore how digital systems use proportional reasoning to avoid biased predictions.
Key Words:	**Ratio:** Comparison of two quantities. **Proportion:** Equality of two ratios. **Bias:** Unfair preference due to uneven data. **Fairness:** Equal and balanced representation.

Guidance: - Before introducing **Artificial Intelligence (AI)**, first teach the textbook concept clearly through examples and practice. Ensure students understand the mathematics before connecting it to **AI applications**. Introduce **AI terminology** only after students see the link between mathematical reasoning and **intelligent systems**. Keep the explanation simple and syllabus-based.

Before any **AI-based activity**, ask students to revise textbook methods. Teach them to write clear prompts and verify **AI-generated responses** with the textbook. Emphasise responsible use of **AI tools**. AI should support learning, not replace practice or logical reasoning.

Exploring with AI

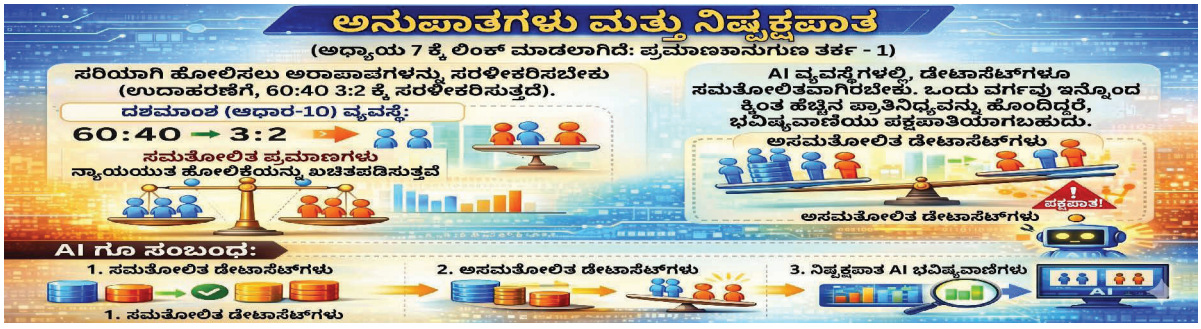
Understanding AI in Mathematics Learning

Artificial Intelligence (AI) helps computers analyse data, recognise patterns, and make predictions based on rules and probability. In Mathematics learning, AI can help explain concepts such as square numbers, exponents, ratios, algebraic expansion, and geometric reasoning in simple steps. However, AI does not replace textbook learning, teacher guidance, or regular practice. The textbook remains the primary and reliable source of mathematical knowledge. AI is only a supportive learning tool.

Mathematics develops skills such as logical reasoning, pattern recognition, proportional thinking, classification, and proof. These same skills form the foundation of intelligent systems. Just as mathematical problems require correct steps and balanced reasoning, AI systems depend on accurate data, proper sampling, and fair representation.

AP SCERT

ಉದಾಹರಣೆ: ಅನುಪಾತಗಳು ಮತ್ತು Fairness



ಅನುಪಾತಗಳನ್ನುಸರಿಯಾಗಿ ಹೋಲಿಸಲು, ಸರಳೀಕರಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 60:40ನ್ನು 3:2ಗೆ ಸರಳೀಕರಿಸಬೇಕು. ಸಮತೋಲನ ಸಮಾನುಪಾತಗಳು ಸರಿಯಾದ ಹೋಲಿಕೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತವೆ.**AI systems**ಲ್ಲಿ, **datasets** ಕೂಡಾ ಸಮತೋಲನವಾಗಿರಬೇಕು. ಒಂದು ಗುಂಪು ಮತ್ತೊಂದು ಗುಂಪಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಾಧಾನ್ಯತೆ ಇದ್ದರೆ, ಅಂದಾಜು **bias** ಗೆ ಒಳಗಾಗಬಹುದು.

AI ನೊಂದಿಗೆ	**AI** ಸಿಸ್ಟಮ್ ಎರಡು ಡೇಟಾ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಹೊಲಿಸಿದಂತಾದರೆ, ಹೋಲಿಕೆ ನ್ಯಾಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ಸಮತೋಲನವಾಗಿ ಇದೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಅದು ಏನನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಬೇಕು? 60:40 ರಿಂದ 3:2 ಗಳಂತಹ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ಷ್ಮೀಕರಿಸುವುದು ಸರಿಯಾದ ಹೋಲಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದರಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆಯೋ ವಿವರಿಸಿ. ಡೇಟಾ ಸಮತೋಲನವಾಗಿ ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? **bias** ನಿಂದ ಕೂಡಿದ ಅಂದಾಜುಗಳನ್ನು ನಿವಾರಿಸಲು ಡಿಜಿಟಲ್ ಸಿಸ್ಟಮ್‌ಗಳು ಸಮಾನುಪಾತ ತಾರ್ಕಿಕವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸುತ್ತವೆಯೋ ಅನ್ವೇಷಿಸಲು **QR** ಕೋಡ್ ಸ್ಕ್ಯಾನ್ ಮಾಡಿ.
ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು	**ಅನುಪಾತ :** ಎರಡು ಅಂಶಗಳ ಹೋಲಿಕೆ **ಸಮಾನುಪಾತ:** ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳ ಸಮಾನತೆ **ಪಕ್ಷಪಾತ:** ಅಸಮಾನ ಡೇಟಾ ಕಾರಣವಾಗಿ ಅನ್ಯಾಯವಾದ ಪ್ರಾಧ್ಯಾನತೆ. **ನ್ಯಾಯ ಬದ್ಧತೆ:** ಸಮಾನವಾದ ಮತ್ತು ಸಮತೋಲನ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ.

ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ: ಕೃತಕ ಬುದ್ಧಿಮತ್ತೆ ಅನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವ ಮೊದಲು, ಮೊದಲು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸದ ಮೂಲಕ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಕಲಿಸಿ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತವನ್ನು **AI application** ಅನ್ವಯಿಕೆಗಳಿಗೆ ಸಂಪರ್ಕಿಸುವ ಮೊದಲು ಅದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ಖಚಿತಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತದ ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು **intelligent system** ಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನೋಡಿದ ನಂತರವೇ ಪರಿಭಾಷೆಯನ್ನುಪರಿಚಯಿಸಿ. ವಿವರಣೆಯನ್ನು ಸರಳ ಮತ್ತುಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಆಧಾರಿತವಾಗಿರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಯಾವುದೇ **AI-based activity** ಮೊದಲು, ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪರಿಷ್ಕರಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಕೇಳಿ. ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಪ್ರಾಂಪ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದೊಂದಿಗೆ **AI-generated** ರಚಿತ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಅವರಿಗೆ ಕಲಿಸಿ. **AI tools** ಪರಿಕರಗಳ ಜವಾಬ್ದಾರಿಯುತ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಒತ್ತಿಹೇಳಬೇಕು. **AI** ಅಭ್ಯಾಸ ಅಥವಾ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬದಲಿಸಬಾರದು. ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಬೆಂಬಲಿಸಬೇಕು.

ಕೃತಕ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಯೊಂದಿಗೆ ಅನ್ವೇಷಣೆ

ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ AI ನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು

Artificial Intelligence ಡೇಟಾವನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲು, ಪ್ಯಾಟ್ರನ್‌ಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಲು ಮತ್ತುನಿಯಮಗಳುಮತ್ತು ಸಂಭವನೀಯತೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ **predictions** ಮಾಡಲು ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗಳಿಗೆ ಸಹಾಯಮಾಡುತ್ತದೆ. ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಘಾತಾಂಕಗಳು, ಅನುಪಾತಗಳು, ಬೀಜಗಣಿತ ವಿಸ್ತರನೆ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತ ತಾರ್ಕಿಕೆಯಂತಹ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಸರಳ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲು**AI** ಸಹಾಯಮಾಡುತ್ತದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ,**AI** ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಕಲಿಕೆ, ಶಿಕ್ಷಕರ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ಅಥವಾ ನಿಯಮಿತ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ. ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವು ಗಣಿತ ಜ್ಞಾನದ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಮತ್ತು ವಿಶ್ವಾಸಾರ್ಹ ಮೂಲವಾಗಿ ಉಳಿದಿದೆ. **AI** ಎಂಬುದು ಕೇವಲ ಸಹಾಯಕ ಕಲಿಕೆ ಸಾಧನ ಮಾತ್ರವೇ.

ಗಣಿತವು ತಾರ್ಕಿಕ ಆಲೋಚನೆ, **pattern recognition**, ಸಮಾನುಪಾತ ಆಲೋಚನೆ, ವರ್ಗೀಕರಣ ಮತ್ತು ಪುರಾವೆಯಂತಂಗ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಇದೇ ಕೌಶಲ್ಯಗಳು **intelligent systems** ಅಡಿಪಾಯವನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತವೆ. ಗಣಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಾದ ಹಂತಗಳು ಮತ್ತು ಸಮತೋಲಿತ ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಹೇಗೆ ಅಗತ್ಯವೋ,**AI systems** ನಿಖರವಾದ ಡೇಟಾ, ಸರಿಯಾದ **sampling** ಮತ್ತು ನ್ಯಾಯಯುತ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿವೆ.

© KSEEAB

Accessing AI for Mathematics Learning

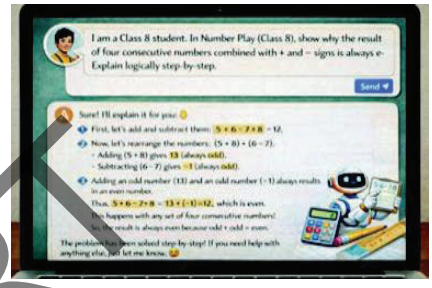
AI tools may be used in school computer laboratories under teacher supervision or at home with parental guidance. AI must be used strictly for educational purposes and only after completing textbook exercises.

Safe and Responsible Use of AI

- Do not share personal information (name, school details, passwords).
- Do not copy AI responses without understanding.
- Always verify AI-generated answers with textbook methods.
- Do not use AI during examinations.
- Use AI only to improve clarity and reasoning.

Responsible use of AI strengthens honesty, discipline, and critical thinking.

Writing Effective Prompts in Mathematics:



A prompt is the instruction given to an AI tool.
A good Mathematics prompt should include:

- Class level (Class 8)
- Chapter name
- Clear concept
- Request for step-by-step explanation (if needed)

Example Prompt:

"I am a Class 8 student. In Number Play (Class 8), show why the result of four consecutive numbers combined with + and – signs are always even. Explain logically step-by-step."

Types of Prompts in Mathematics Learning:

To obtain clear and meaningful responses from an AI tool, prompts should be written according to the purpose of learning.

In Mathematics, prompts may be framed in three main ways:

1. **Concept Understanding Prompt:** This type of prompt is used to understand a mathematical concept clearly in simple language. **Example:** "I am a Class 8 student. In the chapter A Square and a Cube, please explain why only square numbers remain open in the 100-locker puzzle in simple language with one clear example."
2. **Comparison or Analytical Prompt :** This type of prompt is used to compare two mathematical ideas or analyse differences and similarities. **Example:**"I am a Class 8 student. Please explain the difference between linear growth and exponential growth from the chapter Power Play with suitable examples." OR "I am studying Quadrilaterals in Class 8. Please compare a rectangle and a parallelogram by listing their similarities and differences."
3. **Application or Activity-Based Prompt:** This type of prompt is used to apply mathematical knowledge in real-life situations or activities. **Example:** "I am a Class 8 student. In Proportional Reasoning, help me design a simple real-life activity to show how ratios are used in cooking or map reading. Explain the steps clearly." OR "In the chapter We Distribute, Yet Things Multiply, create a real-life word problem where the distributive property is used and solve it step-by-step."

Do AI Make Mistakes?

Yes. AI systems depend completely on the data used to train them. If the dataset is incomplete or biased, AI may produce incorrect or unfair results. Sometimes AI may generate answers that look correct but contain mistakes. Therefore, all AI-generated solutions must be verified using textbook methods. AI supports learning but cannot replace mathematical reasoning or teacher guidance.

AP SCERT

ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಗಾಗಿ AI ಅನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು

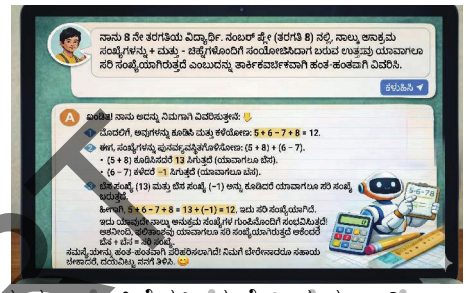
ಶಾಲಾ ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಪ್ರಯೋಗಾಲಯಗಳಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಮೇಲ್ವಿಚಾರಣೆಯಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಪೋಷಕರ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನದೊಂದಿಗೆ ಮನೆಯಲ್ಲಿ **AI tools** ಬಳಸಬಹುದು. **AI**ಅನ್ನು ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಉದ್ದೇಶಗಳಿಗಾಗಿ ಕಟ್ಟುನಿಟ್ಟಾಗಿ ಬಳಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ಮಾತ್ರ ಬಳಸಬೇಕು.

AI ನ ಸುರಕ್ಷಿತ ಮತ್ತು ಜವಾಬ್ದಾರಿಯುತ ಬಳಕೆ

- ವೈಯಕ್ತಿಕ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು (ಹೆಸರು, ಶಾಲಾ ವಿವರಗಳು, ಪಾಸ್‌ವರ್ಡ್‌ಗಳು) ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಬೇಡಿ.
- **AI** ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳದೇ ನಕಲು ಮಾಡಬೇಡಿ.
- **AI-generated** ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ವಿಧಾನಗಳೊಂದಿಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.
- ಪರೀಕ್ಷೆಗಳ ಸಮಯದಲ್ಲಿ **AI**ಅನ್ನು ಬಳಸಬೇಡಿ.
- ಸ್ಪಷ್ಟತೆ ಮತ್ತು ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಸುಧಾರಿಸಲು ಮಾತ್ರ **AI**ನ್ನು ಬಳಸಿ.

AI ನ ಜವಾಬ್ದಾರಿಯು ಬಳಕೆಯು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕತೆ, ಶಿಸ್ತು ಮತ್ತು ವಿಮರ್ಶನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಬಲಪಡಿಸುತ್ತದೆ.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸಮರ್ಥವಾದ Prompts ಬರೆಯುವುದು :



Prompt ಎಂಬುದು **AI tool** ಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಸೂಚನೆ.

ಉತ್ತಮ ಗಣಿತ **prompt** ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು.

- ತರಗತಿ ಮಟ್ಟ : 8ನೇ ತರಗತಿ
- ಅಧ್ಯಾಯದ ಹೆಸರು
- ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಭಾವನೆ
- ಹಂತ ಹಂತದ ವಿವರಣೆಗಾಗಿ ವಿನಂತಿ (ಅಗತ್ಯವಾದರೆ ಮಾತ್ರ)

ಉದಾಹರಣೆ Prompt:

"ನಾನು 8ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ. ನಂಬರ್ ಪ್ಲೇ 8ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ + ಮತ್ತು − ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಸೇರಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಫಲಿತ ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಏಕೆ ಆಗುತ್ತದೆಯೋ ತೋರಿಸು. ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿ ವಿವರಿಸಿ.."

ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ Prompts ವಿಧಗಳು:

AI tool ನಿಂದ ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಮತ್ತು ಅರ್ಥವಂತವಾದ ಪ್ರತಿಸ್ಪಂದನೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು, ಕಲಿಕೆ ಪ್ರಯೋಜನೆ ಪ್ರಕಾರ **prompts** ಬರೆಯಬೇಕು.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ **prompts**ನ್ನು ಮೂರು ಮುಖ್ಯ ವಿಧಗಳಾಗಿ ರೂಪಿಸಬಹುದು :

1. **ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಕೊಡುವ ಸೂಚನೆ :** ಈ ರೀತಿಯ ಪ್ರಾಂಪ್ಟ್‌ಅನ್ನು ಸರಳ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾ : "ನಾನು 8ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ, ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ 100– ಲಾಕರ್ ಒಗಟಿನಲ್ಲಿ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮಾತ್ರ ಏಕೆ ತೆರೆದಿರುತ್ತವೆ" ಎಂಬುದನ್ನುಸರಳ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಉದಾಹರಣೆಯೊಂದಿಗೆ ವಿವರಿಸಿ.
2. **ನಿಖರವಾದ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾದ ಸೂಚನೆ :** ಎರಡು ಗಣಿತ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು ಅಥವಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಸಮರೂಪತೆಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲು ಈ ವಿಧವಾದ ಪ್ರಾಂಪ್ಟ್‌ಗಳು ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆ : "ನಾನು 8ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ. ಸೂಕ್ತ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಪವರ್‌ಪ್ಲೇ ಅಧ್ಯಾಯದಿಂದ ಲೀನಿಯರ್ ವೃದ್ಧಿ ಮತ್ತು **exponential growth** ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ದಯಮಾಡಿ ವಿವರಿಸಿ." ಅಥವಾ "ನಾನು 8ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಓದುತ್ತಿದ್ದೇನೆ. ದಯಮಾಡಿ ಆಯತ ಮತ್ತುಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಅವುಗಳ ಸಮರೂಪತೆ ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ ಹೋಲಿಸಿ." ಈ ವಿಧವಾದ ಪ್ರಾಂಪ್ಟ್ ತಾರ್ಕಿಕ ಮತ್ತು ವಿಶ್ಲೇಷಣಾತ್ಮಕ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಮಾಡುವುದರಲ್ಲಿ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ..
3. **ಅನ್ವಯಿಕೆ ಅಥವಾ ಚಟುವಟಿಕೆ ಆಧಾರಿತ ಸೂಚನೆ :** ಈ ವಿಧವಾದ ಪ್ರಾಂಪ್ಟ್ ಗಣಿತ ಪರಿಜ್ಞಾನವನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳಿಗೆ ಅಥವಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲಿ ಅನ್ವಯಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆ : "ನಾನು 8ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ. ಅಡುಗೆ ಅಥವಾ ನಕ್ಷೆ ಓದುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೋ ತೋರಿಸಲು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಜ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸುವಲ್ಲಿ ನನಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಿ. ಹಂತಗಳನ್ನುಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ವಿವರಿಸಿ " ಅಥವಾ "**We distribute, yet the things multiply** ಎಂಬ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ, **distributive property** ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗುವ ನಿಜ ಜೀವನದಲ ಪದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿ ಪರಿಹರಿಸಿ" ಈ ವಿಧವಾದ ಪ್ರಾಂಪ್ಟ್ ಆಚರಣಾತ್ಮಕ ಅನ್ವಯ ಮತ್ತು ಸೃಜನಾತ್ಮಕ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸುತ್ತದೆ.

AI ತಪ್ಪುಗಳು ಮಾಡುತ್ತದೆಯೇ?

ಹೌದು . **AI systems** ಅವುಗಳಿಗೆ ತರಬೇತಿ ನೀಡಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಡೇಟಾದ ಮೇಲೆ ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಆಧಾರಪಟ್ಟಿರುತ್ತವೆ. **dataset**ಅಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ **biased** ಯಾಗಿದ್ದರೆ **AI**ತಪ್ಪು ಅಥವಾ ಅಸಂಬದ್ಧವಾದ ಫಲಿತಗಳನ್ನು ನೀಡಬಹುದು. ಕೆಲವುಬಾರಿ **AI** ಕೊಡುವ ಉತ್ತರ ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಾಣಿಸಿದರೂ ಅದರಲ್ಲಿ ತಪ್ಪುಗಳು ಇರಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಎಲ್ಲಾ **AI-generated** ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ವಿಧಾನಗಳನ್ನುಬಳಸಿ ಧೃವೀಕರಿಸಬೇಕು. **AI** ಕಲಿಕೆಗೆ ಬೆಂಬಲ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಗಣಿತ ತಾರ್ಕಿಕ ಅಥವಾ ಶಿಕ್ಷಕರ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನವನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ.

AP SCERT

Myth	Truth
AI is unsafe for students.	AI is safe when used responsibly and without sharing personal information.
AI understands problems like humans.	AI recognises patterns but does not truly understand like humans.
AI decisions are always unbiased.	If the dataset has bias, AI results can also be biased.

Chapter-wise AI-Supported Exploration

Tasks for Students to Explore with AI (Mathematics – Semester 1)

Chapter	Foundational Level	Analytical Level	Creative Level
Chapter 1: A Square and a Cube	• List first 10 square numbers. • Define perfect square.	• Explain why only square numbers remain open in the locker problem.	• Compare pattern recognition in number puzzles with AI pattern detection.
Chapter 2 : Power Play	• Define exponent and base. • Calculate simple powers.	• Compare linear and exponential growth.	• Explain how exponential growth relates to data processing in AI.
Chapter 3 : A Story of Numbers	• Write numbers in expanded form. • Explain place value.	• Compare ancient and modern number systems.	• Relate number representation to digital data storage in AI systems.
Chapter 4 : Quadrilaterals	• Define rectangle and square. • List properties of diagonals.	• Prove diagonals of rectangle are equal.	• Compare shape classification in geometry with image classification in AI.
Chapter 5 : Number Play	• Identify even and odd numbers.	• Analyse parity patterns in expressions	• Explain how rule-based systems in AI follow logical patterns.
Chapter 6 : We Distribute, Yet Things Multiply	• Expand a(b+c).	• Analyse changes in product when numbers increase.	• Compare distributive property with algorithmic steps in AI.
Chapter 7 : Proportional Reasoning – 1	• Define ratio and proportion.	• Simplify ratios using HCF.	• Explain how balanced ratios relate to fairness and unbiased datasets in AI.

AP SCERT

Guidance: Before introducing AI connections, complete the related mathematical concept through textbook examples and problem-solving activities. Ensure that students clearly understand the mathematical idea before linking it to AI applications. Encourage students to explain similarities between mathematical reasoning and AI systems in their own words. Demonstrate how to frame subject-specific prompts and verify AI-generated responses using textbook methods. Monitor student interaction with AI tools carefully. Reinforce that AI should deepen conceptual clarity and not replace regular practice or logical reasoning.

Conclusion: The first seven chapters of Semester 1 develop essential mathematical skills such as pattern recognition, logical proof, proportional reasoning, algebraic expansion, and classification. These same skills form the foundation of intelligent systems. By strengthening mathematical thinking and using technology responsibly, students develop critical, ethical, and disciplined understanding of both Mathematics and Artificial Intelligence.

ತಪ್ಪು ಕಲ್ಪನೆ	ವಾಸ್ತವ
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ **AI** ಸುರಕ್ಷಿತ ಅಲ್ಲ	**AI** ವೈಯಕ್ತಿಕ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಜವಾಬ್ದಾರಿಯುತವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದಾಗ ಮಾತ್ರ **AI** ಸುರಕ್ಷಿತ
AI ಮನಷ್ಯರಂತೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ	**AI** ಪ್ಯಾಟ್ರನ್‌ಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುತ್ತದೆ ಆದರೆ ಮನಷ್ಯರಂತೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಡುವುದಿಲ್ಲ
AI ನಿರ್ಣಯಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ನಿಷ್ಪಾಕ್ಷಿತವಾದವು.	**dataset**ನಲ್ಲಿ **bias** ಇದ್ದರೆ, **AI** ಫಲಿತಗಳು ಕುಡ **bias** ನೊಂದಿಗೆ ಇರಬಹುದು.

ಅಧ್ಯಾಯಗಳವಾರು AI-ಆಧಾರಿತ ಅನ್ವೇಷಣೆ

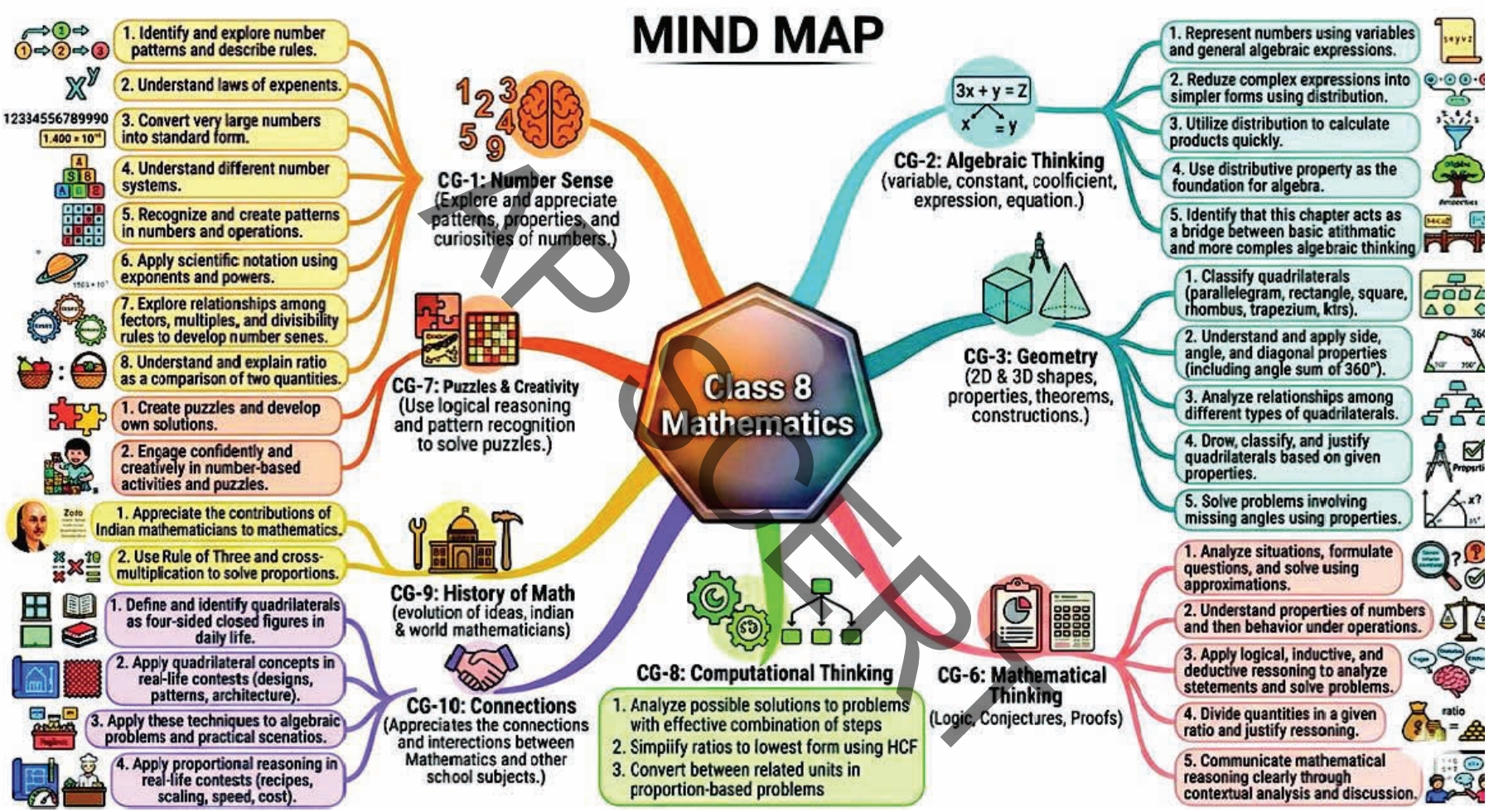
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು AI ನೊಂದಿಗೆ ಅನ್ವೇಷಿಸಬಹುದಾದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು (ಗಣಿತ - ಸೆಮಿಸ್ಟರ್ 1)

ಅಧ್ಯಾಯ	ಬುನಾದಿ ಮಟ್ಟ (Foundational)	ವಿಶ್ಲೇಷಣಾತ್ಮಕ ಮಟ್ಟ (Analytical)	ಸೃಜನಾತ್ಮಕ ಮಟ್ಟ (Creative)
ಅಧ್ಯಾಯ 1: ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ	• ಮೊದಲ10 ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ. • ಖಚಿತವಾದ ವರ್ಗವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ	• ಲಾಕರ್ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮಾತ್ರವೆ ತೆರೆದಿರುತ್ತವೆ	• ನಂಬರ್ ಒಗಟುಗಳಲ್ಲಿ pattern recognition ಮತ್ತುAI pattern ಗುರ್ತಿಸುವಿಕೆ ಹೋಲಿಸಿ
ಅಧ್ಯಾಯ 2 : ಘಾತಾಂಕಗಳ ಆಟ	• exponent ಮತ್ತು baseನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ. • ಸಾಮಾನ್ಯ ಪವರ್ಸ್ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ	• ಲೀನಿಯರ್ ಮತ್ತು exponential growth ನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ	• AIನಲ್ಲಿ ಡೇಟಾ ಪ್ರೊಸೆಸಿಂಗ್‌ಗೆ exponential growth ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿದೆಯೋ ವಿವರಿಸಿ.
ಅಧ್ಯಾಯ 3 : ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕಥೆ	• ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಣಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. • ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.	• ಪುರಾತನ ಮತ್ತು ಆಧುನಿಕ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು . ಹೋಲಿಸಿ	• AI ಸಿಸ್ಟಮ್‌ನಲ್ಲಿ digital data ಸಂಗ್ರಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯವನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸಿ
ಅಧ್ಯಾಯ 4 : ಚತುರ್ಭುಜಗಳು	• ಆಯತ ಮತ್ತು ಚೌಕವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ. • ಕರ್ಣಗಳ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ.	• ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮ ಎಂದು ನಿರೂಪಿಸಿ.	• ಜ್ಯಾಮಿತಿಯಲ್ಲಿನ ಆಕೃತಿಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣವನ್ನು AI ನಲ್ಲಿ image classification ನೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ
ಅಧ್ಯಾಯ 5 : ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಆಟ	• ಸರಿ ಮತ್ತು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.	• ವ್ಯಕ್ತೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ parity, patternಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ.	• AIನಲ್ಲಿ rule-based systems ತಾರ್ಕಿಕ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆಯೋ ವಿವರಿಸಿ
ಅಧ್ಯಾಯ 6 : ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ- ಅಂಶಗಳ ಗುಣಾಕಾರ	• a(b+c) ನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿರಿ..	• ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೆಳೆದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ.	• AIನಲ್ಲಿನ ಅಲ್ಗಾರಿಥಮ್ ಹಂತಗಳನ್ನು distributive property ಗೆಹೋಲಿಸಿ
ಅಧ್ಯಾಯ 7 : ಸಮಾನುಪಾತ ತಾರ್ಕಿಕತೆ - 1	• ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನುಪಾತವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿರಿ.	• ಮ.ಸಾ.ಅ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸಿ	• AI ನಲ್ಲಿ ಫೆಯಿರ್‌ನೆಸ್ ಮತ್ತು unbiased datasets ಜೊತೆ ಸಮತೋಲನ ಅನುಪಾತಗಳು ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿವೆ ವಿವರಿಸಿ.

AP SCERT

ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ : **AI** ಕನೆಕ್ಷನ್‌ಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯ ಮಾಡುವು ಮುನ್ನ,ಪಠ್ಯಪುಸ್ತ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯಾಪರಿಹಾರ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ಗಣಿತ ಸಂಬಂಧಿತ ಭಾವನೆಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿಮಾಡಿರಿ. **AI applications** ಗೆ ಲಿಂಕ್ ಮಾಡುವ ಮೊದಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲಿ. ಗಣಿತ ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು **AI systems** ನಡುವೆ ಇರುವ ಸಮರೂಪತೆಗಳನ್ನು ಅವರ ಸ್ವಂತ ಮಾತುಗಳಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ. ವಿಷಯ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪ್ರಾಂಪ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ರೂಪಿಸಬೇಕೋ ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ **AI-generated** ಪ್ರತಿಸ್ಪಂದನೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಧೃವೀಕರಿಸಬೇಕೆಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿರಿ. **AI tools** ನೊಂದಿಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಮೇಲ್ವಿಚಾರಣೆ ಮಾಡಿ. **AI** ಸಂಭಾವಿತ ಸ್ಪಷ್ಟತೆಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಆಳವಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕೆಂದು ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಕಲಿಕೆ ಅಥವಾ ತಾರ್ಕಿಕ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಬಾರದು ಎಂದು ಬಲಪಡಿಸಿ.

ತೀರ್ಮಾನ: ಮೊದಲನೇ ಸೆಮಿಸ್ಟರ್‌ನ ಮೊದಲ ಏಳು ಅಧ್ಯಾಯಗಳು ವಿನ್ಯಾಸ ಗುರ್ತಿಸುವಿಕೆ, ತಾರ್ಕಿಕ ಪುರಾವೆ, ಅನುಪಾತದ ತಾರ್ಕಿಕತೆ, ಬೀಜಗಣಿತ ವಿಸ್ತರಣೆ ಮತ್ತು ವರ್ಗೀಕರಣದಂತಹ ಅಗತ್ಯ ಗಣಿತ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುತ್ತವೆ. ಇದೇ ಕೌಶಲ್ಯಗಳು **intelligent systems** ಅಡಿಪಾಯವನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತವೆ. ಗಣಿತದ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಬಲಪಡಿಸುವ ಮೂಲಕ ಮತ್ತು ತಂತ್ರಜ್ಞಾನವನ್ನು ಜವಾಬ್ದಾರಿಯುತವಾಗಿ ಬಳಸುವ ಮೂಲಕ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ಮತ್ತು **Artificial Intelligence** ಎರಡರ ಬಗ್ಗೆ ವಿಮರ್ಶಾತ್ಮಕ, ನೈತಿಕ ಮತ್ತು ಶಿಸ್ತಿನ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುತ್ತಾರೆ.


MIND MAP
Class 8 Mathematics
CG-1: Number Sense
(Explore and appreciate patterns, properties, and curiosities of numbers.)
1. Identify and explore number patterns and describe rules.
2. Understand laws of expenents.
3. Convert very large numbers into standard form.
4. Understand different number systems.
5. Recognize and create patterns in numbers and operations.
6. Apply scientific notation using exponents and powers.
7. Explore relationships among fectors, multiples, and divisibility rules to develop number senes.
8. Understand and explain ratio as a comparison of two quantities.
CG-7: Puzzles & Creativity
(Use logical reasoning and pattern recognition to solve puzzles.)
1. Create puzzles and develop own solutions.
2. Engage confidently and creatively in number-based activities and puzzles.
CG-9: History of Math
(evolution of ideas, indian & world mathematicians)
1. Appreciate the contributions of Indian mathematicians to mathematics.
2. Use Rule of Three and cross-multiplication to solve proportions.
CG-10: Connections
(Appreciates the connections and interections between Mathematics and other school subjects.)
1. Define and identify quadrilaterals as four-sided closed figures in daily life.
2. Apply quadrilateral concepts in real-life contests (designs, patterns, architecture).
3. Apply these techniques to algebraic problems and practical scenatios.
4. Apply proportional reasoning in real-life contests (recipes, scaling, speed, cost).
CG-2: Algebraic Thinking
(variable, constant, coolficient, expression, equation.)
1. Represent numbers using variables and general algebraic expressions.
2. Reduze complex expressions into simpler forms using distribution.
3. Utilize distribution to calculate products quickly.
4. Use distributive property as the foundation for algebra.
5. Identify that this chapter acts as a bridge between basic atithmatic and more comples algebraic thinking
CG-3: Geometry
(2D & 3D shapes, properties, theorems, constructions.)
1. Classify quadrilaterals (parallelegram, rectangle, square, rhombus, trapezium, ktrs).
2. Understand and apply side, angle, and diagonal properties (including angle sum of 360°).
3. Analyze relationships among different types of quadrilaterals.
4. Drow, classify, and justify quadrilaterals based on given properties.
5. Solve problems involving missing angles using properties.
CG-8: Computational Thinking
1. Analyze possible solutions to problems with effective combination of steps
2. Simpiify ratios to lowest form using HCF
3. Convert between related units in proportion-based problems
CG-6: Mathematical Thinking
(Logic, Conjectures, Proofs)
1. Analyze situations, formulate questions, and solve using approximations.
2. Understand properties of numbers and then behavior under operations.
3. Apply logical, inductive, and deductive ressoning to analyze stetements and solve problems.
4. Divide quantities in a given ratio and justify ressoning.
5. Communicate mathematical reasoning clearly through contextual analysis and discussion.

© NCERT