# CLASS - 6

# MATHEMATICS

## SEMESTER - 1

© Government of Andhra Pradesh, Amaravati

*First Published 2026*

**DISCLAIMER**

Any form of copying of the content, information and illustrations from this textbook is a punishable offence.

AP SCERT

**All rights reserved**

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published. Without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser. The copyright holder of this book is the Commissioner of School Education, Amaravati, Andhra Pradesh.

This book has been printed on 70 GSM, SS Maplitho, Title Page 220 GSM, White Artcard.

**Published by Samagra Shiksha & SCERT - Government of Andhra Pradesh, Amaravati.**

# Vande Mataram



**Vande Mataram!**

**Sujalam, suphalam, malayaja shitalam,**

**Shasyashyamalam, Mataram!**

**Vande Mataram!**

**Shubhrajyotsna pulakitayaminim,**

**Phullakusumita drumadala shobhinim,**

**Suhasinim sumadhura bhashinim,**

**Sukhadam varadam, Mataram!**

**Vande Mataram, Vande Mataram!**

– Bankimchandra Chatterji

## వందేమాతరం

వందేమాతరం!
సుజలాం సుఫలాం మలయజ శీతలాం,
సస్యశ్యామలాం మాతరం!
వందేమాతరం!

శుభ్రజ్యోత్స్న పులకితయామినీం,
ఫుల్లకుసుమిత ద్రుమదళ శోభినీం
సుహాసినీం సుమధుర భాషిణీం,
సుఖదాం వరదాం మాతరం!
వందేమాతరం!

– బంకించంద్ర ఛటర్జీ

AP SCERT

Printed in India
at the A.P. Govt., Textbook Press,
Amaravati, Andhra Pradesh.

# Our National Anthem | జాతీయ గీతం

Jana-gana-mana-adhinayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata
Panjaba-Sindhu-Gujarata-Maratha
Dravida-Utkala-Banga
Vindhya-Himachala-Yamuna-Ganga
uchchala-jaladhi-taranga
Tava Subha name jage,
tava subha asisa mage,
gahe tava jaya-gatha.
Jana-gana-mangala-dayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Jaya he, Jaya he, Jaya he,
jaya jaya jaya jaya he.

- Rabindranath Tagore

జనగణమన అధినాయక జయహే!
భారత భాగ్యవిధాతా!
పంజాబు, సింధు, గుజరాత, మరాఠా,
ద్రావిడ, ఉత్కళ, వంగా!
వింధ్య, హిమాచల, యమునా, గంగా!
ఉచ్చల జలధి తరంగా!
తవ శుభనామే జాగే!
తవ శుభ ఆశిష మాంగే
గాహే తవ జయగాథా!
జనగణ మంగళదాయక జయహే!
భారత భాగ్య విధాతా!
జయహే! జయహే! జయహే!
జయ జయ జయ జయహే!!

– రవీంద్రనాథ్ ఠాగూర్

APSCERT

# Pledge | ప్రతిజ్ఞ

**"India is my country. All Indians are my brothers and sisters.**
**I love my country and I am proud of its rich and varied heritage.**

**I shall always strive to be worthy of it.**

**I shall give my parents, teachers and all elders respect,**
**and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.**

**To my country and my people, I pledge my devotion.**
**In their well-being and prosperity alone lies my happiness."**

**- Pydimarri Venkata Subba Rao**

"భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరూ నా సహోదరులు.
నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్నమైన, బహువిధమైన నా దేశ వారసత్వ సంపద నాకు గర్వకారణం.
దీనికి అర్హత పొందడానికై సర్వదా నేను కృషి చేస్తాను.
నా తల్లిదండ్రుల్ని, ఉపాధ్యాయుల్ని, పెద్దలందర్ని గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితోను మర్యాదగా నడుచుకొంటాను.
జంతువులపట్ల దయతో ఉంటాను.
నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవానిరతితో ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను.
వారి శ్రేయోభివృద్ధులే నా ఆనందానికి మూలం."

– పైడిమర్రి వెంకట సుబ్బారావు

AP SCERT

## National Education Policy - 2020

The National Education Policy 2020 (NEP 2020) envisions a holistic, flexible, and learner-centred education system. It emphasizes competency-based learning and experiential approaches that make education meaningful and engaging. NEP 2020 highlights the importance of 21st-century skills such as critical thinking, creativity, communication, and problem-solving. It encourages the integration of real-life learning, innovation, and technology-enabled pedagogies. Overall, the policy aims to build an inclusive and future-ready education system that empowers every learner to thrive in a rapidly changing world.

## NCF (SE) 2023 - Curricular Goals

Mathematics education in the middle stage (Grades 6–8) aims to nurture holistic development by building logical thinking, sound reasoning, and confident problem-solving skills in every learner. In alignment with NCF 2023, the focus shifts from rote memorization to deep conceptual understanding, encouraging students to explore, question, and connect mathematical ideas meaningfully. The Curriculum Goals and Competencies outlined in each chapter guide this journey by linking mathematical learning to real-world contexts, preparing students to apply their knowledge thoughtfully in everyday life.

| Curricular Goal | Description | Competencies |
|---|---|---|
| CG - 1 | Understands numbers and sets of numbers (whole numbers, fractions, integers, rational numbers, and real numbers), looks for patterns, and appreciates relationships between numbers. | C-1.1: Develops a sense for and an ability to manipulate (e.g., read, write, form, compare, estimate, and apply operations) and name (in words) large whole numbers of up to 20 digits, and expresses them in scientific notation using exponents and powers.<br>C-1.2: Discovers, identifies, and explores patterns in numbers and describes rules for their formation (e.g., multiples of 7, powers of 3, prime numbers), and explains relations between different patterns.<br>C-1.3: Learns about the inclusion of zero and negative quantities as numbers, and the arithmetic operations on them, as given by Brahmagupta.<br>C-1.4: Explores and understands sets of numbers, such as whole numbers, fractions, integers, rational numbers, and real numbers, and their properties, and visualises them on the number line.<br>C-1.5: Explores the idea of percentage and applies it to solve problems.<br>C-1.6: Explores and applies fractions (both as ratios and in decimal form) in daily-life situations. |
| CG - 2 | Understands the concepts of variable, constant, coefficient, expression, and (one-variable) equation, and uses these concepts to solve meaningful daily-life problems with procedural fluency. | C-2.1: Understands equality between numerical expressions and learns to check arithmetical equations.<br>C-2.2: Extends the representation of a number in the form of a variable or an algebraic expression using a variable.<br>C-2.3: Forms algebraic expressions using variables, coefficients, and constants and manipulates them through basic operations.<br>C-2.4: Poses and solves linear equations to find the value of an unknown, including to solve puzzles and word problems.<br>C-2.5: Develops own methods to solve puzzles and problems using algebraic thinking. |
| CG - 3 | Understands, formulates, and applies properties and theorems regarding simple geometric shapes (2D and 3D). | C-3.1: Describes, classifies, and understands relationships among different types of two- and three-dimensional shapes using their defining properties/attributes.<br>C-3.2: Outlines the properties of lines, angles, triangles, quadrilaterals, and polygons and applies them to solve related problems.<br>C-3.3: Identifies attributes of three-dimensional shapes (cubes, parallelepipeds, cylinders, cones), works hands-on with material to construct these shapes, and also uses two-dimensional representations of three-dimensional objects to visualise and solve problems.<br>C-3.4: Draws and constructs geometric shapes, such as lines, parallel lines, perpendicular lines, angles, and simple triangles, with specified properties using a compass and straightedge.<br>C-3.5: Understands congruence and similarity as it applies to geometric shapes and identifies similar and congruent triangles. |

APSCERT

| Curricular Goal | Description | Competencies |
|---|---|---|
| CG - 5 | Collects, organises, represents (graphically and in tables), and interprets data/information from daily-life experiences. | C-5.1: Collects, organises, and interprets the data using measures of central tendencies such as average/ mean, mode, and median.<br>C-5.2: Selects, creates, and uses appropriate graphical representations (e.g., pictographs, bar graphs, histograms, line graphs, and pie charts) of data to make interpretations. |
| CG - 7 | Engages with puzzles and mathematical problems and develops own creative methods and strategies to solve them. | C-7.1: Demonstrates creativity in discovering one's own solutions to puzzles and other problems, and appreciates the work of others in finding their own, possibly different, solutions.<br>C-7.2: Engages in and appreciates the artistry and aesthetics of puzzle-making and puzzle-solving. |
| CG - 8 | Develops basic skills and capacities of computational thinking, namely, decomposition, pattern recognition, data representation, generalisation, abstraction, and algorithms in order to solve problems where such techniques of computational thinking are effective. | C-8.1: Approaches problems using programmatic thinking techniques such as iteration, symbolic representation, and logical operations and reformulates problems into series of ordered steps (i.e., algorithmic thinking).<br>C-8.2: Learns systematic counting and listing, systematic reasoning about counts and iterative patterns, and multiple data representations; learns to devise and follow algorithms, with an eye towards understanding correctness, effectiveness, and efficiency of algorithms. |
| CG - 9 | Knows and appreciates the development of mathematical ideas over a period of time and the contributions of past and modern mathematicians from India and across the world. | C-9.1: Recognises how concepts (like counting numbers, whole numbers, negative numbers, rational numbers, zero, concepts of algebra, geometry) evolved over a period of time in different civilisations.<br>C-9.2: Knows and appreciates the contributions of specific Indian mathematicians (such as Baudhayana, Pingala, Aryabhata, Brahmagupta, Virahanka, Bhaskara, and Ramanujan). |
| CG - 10 | Knows about and appreciates the interaction of Mathematics with each of their other school subjects. | C-10.1: Recognizes how Mathematics interacts with Science, Social Science, Visual Arts, Music, Vocational Education, and Sports. |

AP SCERT

# CLASS - 6

# MATHEMATICS

## SEMESTER - 1

## CONTENTS


| S.No | Chapter Name | Month | Page.No |
|---|---|---|---|
| | Readiness Programme (Refer to Readiness Book)<br>సంసిద్ధత కార్యక్రమం | June-July<br>జూన్–జూలై | |
| 1 | Patterns in Mathematics<br>గణితంలో నమూనాలు | August<br>ఆగష్టు | 2 - 37 |
| 2 | Lines and Angles<br>రేఖలు మరియు కోణాలు | August-September<br>ఆగష్టు–సెప్టెంబర్ | 38 - 127 |
| 3 | Number Play<br>సంఖ్యలతో ఆట | September<br>సెప్టెంబర్ | 128 - 173 |
| 4 | Data Handling and Presentation<br>దత్తాంశ నిర్వహణ మరియు ప్రదర్శన | September-October<br>సెప్టెంబర్–అక్టోబర్ | 174 - 241 |
| 5 | Prime Time<br>ప్రధాన సంఖ్యా సమయం | October<br>అక్టోబర్ | 242 - 291 |
| | Answers | | 292 - 345 |
| | Integrated AI | October<br>అక్టోబర్ | 346 - 361 |
| | Mind Map | | 362 |


AP SCERT

**Icons**



*Math Talk - Questions for Dicussion*




*Try This - Out of box thinking*



*Concept - Clarity*

M3M5A3

Teacher Corner

D6Y5W4

Student Corner

# 1 PATTERNS IN MATHEMATICS

J3P9Y6

## Learning Outcomes:

**Learners will be able to**

- Identify, describe, and generalize patterns in numbers and shapes. (CG-1)
- Represent patterns algebraically and use them to make predictions. (CG-8)
- Apply logical reasoning to explore mathematical relationships in real-life contexts. (CG-10)
- Appreciate the beauty and structure of Mathematics through pattern recognition. (CG-9)

AP SCERT

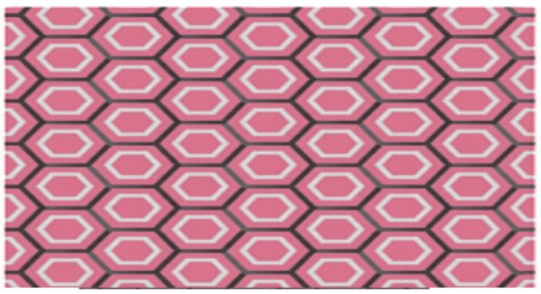
## 1.0 Introduction

"Have you ever looked at a honeycomb, the petals of a flower, or the design on your clothes?"









# 1 గణితంలో నమూనాలు

Y8A9S9

## అభ్యసన ఫలితాలు:

**అభ్యాసకులు**

- సంఖ్యలు మరియు ఆకారాలలో నమూనాలను గుర్తించడం, వివరించడం మరియు సామాన్యీకరించడం చేస్తారు. (CG-1)
- నమూనాలను బీజగణితీయంగా సూచించడం మరియు వాటిని ఉపయోగించి అంచనాలు వేయడం చేస్తారు. (CG-8)
- నిజ జీవిత సందర్భాలలో గణిత సంబంధాలను అన్వేషించడానికి, తార్కిక ఆలోచనను వర్తింపజేయడం చేస్తారు. (CG-10)
- నమూనాల ద్వారా గణితం యొక్క అందాన్ని మరియు నిర్మాణాన్ని అభినందించడం చేస్తారు. (CG-9)

AP SCERT

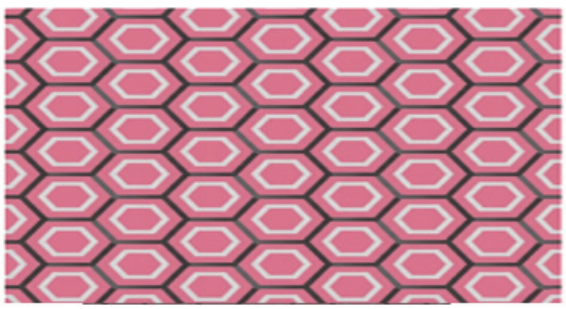
## 1.0 పరిచయం

"మీరు ఎప్పుడైనా తేనెపట్టును, పువ్వు రేకులను లేదా మీ దుస్తులపై ఉన్న డిజైన్‌ను చూశారా?"









"Do you know what's common among all of them?"

"They all follow patterns — arrangements that repeat or grow in a regular way. Just like how days follow nights, and seasons follow one another, numbers and shapes in math also follow beautiful patterns.

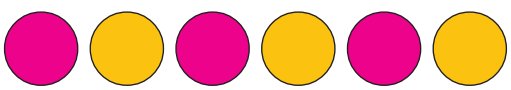
Now, we'll become pattern detectives and uncover the hidden rules behind them!"

## 1.1 What is a Pattern?

A pattern is an arrangement or sequence that repeats in a predictable way. Patterns can be found in numbers, shapes, colours, sounds, or designs. They help us recognize order, make predictions, and understand relationships in mathematics and nature.

**Let us see some examples of patterns**

1. **Number Patterns**
   - **Example 1:** 2, 4, 6, 8, 10, ...
     - ★ Each number increases by 2 (an arithmetic pattern).
   - **Example 2:** 1, 2, 4, 8, 16, ...
     - ★ Each number is multiplied by 2 (a geometric pattern).
2. **Shape Patterns**
   - Circle, Square, Circle, Square, Circle, Square, ...
     - ★ Shapes repeat in a regular alternating pattern.
3. **Colour Patterns**



   - Colours Pink and Yellow repeat alternately.
4. **Patterns in Nature**
   - The arrangement of petals in a sunflower and the spiral of a shell - both follow natural patterns like the Fibonacci sequence.

A pattern is something that repeats in a regular way and helps us predict what comes next.

AP SCERT

"వాటన్నింటిలోనూ ఉమ్మడిగా ఉన్నది ఏమిటో మీకు తెలుసా?"

"వాటన్నిటికీ నమూనాలు ఉంటాయి — అంటే క్రమ పద్ధతిలో పునరావృతమయ్యే లేదా పెరిగే అమరికలు. పగలు తర్వాత రాత్రి, మరియు ఒకదాని తర్వాత మరొకటి రుతువులు ఎలా వస్తాయో, అలాగే గణితంలోని సంఖ్యలు మరియు ఆకారాలు కూడా అందమైన నమూనాలను అనుసరిస్తాయి.

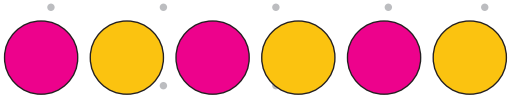
ఇప్పుడు, మనం డిటెక్టివ్‌ల మాదిరి, వీటి వెనుక దాగి ఉన్న నియమాలను బయటపెడతాము!"

## 1.1 నమూనా అంటే ఏమిటి?

నమూనా అనేది ఊహించదగిన విధంగా పునరావృతమయ్యే ఒక అమరిక లేదా క్రమం. నమూనాలను సంఖ్యలు, ఆకారాలు, రంగులు, శబ్దాలు లేదా డిజైన్లలో చూడవచ్చు. అవి క్రమాన్ని గుర్తించడంలో, అంచనాలను రూపొందించడంలో మరియు గణితం మరియు ప్రకృతిలో సంబంధాలను అర్థం చేసుకోవడంలో మనకు సహాయపడతాయి.

**నమూనాల యొక్క కొన్ని ఉదాహరణలను చూద్దాం.**

1. **సంఖ్యా నమూనాలు**
   - **ఉదాహరణ 1 :** 2, 4, 6, 8, 10, ...
     - ★ ప్రతి సంఖ్య **2** పెరుగుతుంది (ఒక అంకగణిత నమూనా).
   - **ఉదాహరణ 2 :** 1, 2, 4, 8, 16, ...
     - ★ ప్రతి సంఖ్యను **2**తో గుణించాలి (ఒక అనుపాత అమరికలు నమూనా).
2. **ఆకార నమూనాలు**
   - వృత్తం, చతురస్రం, వృత్తం, చతురస్రం, వృత్తం, చతురస్రం, ...
     - ★ ఆకారాలు సాధారణ ప్రత్యామ్నాయ నమూనాలో పునరావృతమవుతాయి.
3. **రంగుల నమూనాలు**



   - పింక్ మరియు పసుపు రంగులు ప్రత్యామ్నాయంగా పునరావృతమవుతాయి.
4. **ప్రకృతిలో నమూనాలు**
   - పొద్దుతిరుగుడు పువ్వులో రేకుల అమరిక మరియు శంఖువు యొక్క సర్పిలాకృతి – రెండూ ఫిబొనాకి శ్రేణి వంటి సహజ నమూనాలను అనుసరిస్తాయి.

| |
|---|
| ఒక నమూనా అనేది ఒక క్రమ పద్ధతిలో పునరావృతమయ్యేది మరియు తరువాత ఏమి వస్తుందో అంచనా వేయడానికి సహాయపడేది. |

AP SCERT

## 1.2 What is Mathematics?

Mathematics is, in large part, the search for patterns, and for the explanations as to why those patterns exist.

Such patterns indeed exist all around us — in nature, in our homes and schools, and in the motion of the sun, moon, and stars.
They occur in everything that we do and see, from shopping and cooking, to throwing a ball and playing games, to understand weather patterns and using technology.

The search for patterns and their explanations can be a fun and creative endeavour. It is for this reason that mathematicians think of mathematics both as an art and as a science. This year, we hope that you will get a chance to see the creativity and artistry involved in discovering and understanding mathematical patterns.

It is important to keep in mind that mathematics aims to not just find out what patterns exist, but also the explanations for why they exist. Such explanations can often then be used in applications well beyond the context in which they were discovered, which can then help to propel humanity forward.

For example, the understanding of patterns in the motion of stars, planets, and their satellites led humankind to develop the theory of gravitation, allowing us to launch our own satellites and send rockets to the Moon and to Mars; similarly, understanding patterns in genomes has helped in diagnosing and curing diseases — among thousands of other such examples.

AP SCERT



### Figure it Out - 1.1

1. Can you think of other examples where mathematics helps us in our everyday lives?
2. How has mathematics helped propel humanity forward? (You might think of examples involving: carrying out scientific experiments; running our economy and democracy; building bridges, houses or other complex structures; making TVs, mobile phones, computers, bicycles, trains, cars, planes, calendars, clocks, etc.)

**Math Talk**



## 1.2 గణితం అంటే ఏమిటి?

గణితం అంటే, ఎక్కువగా, నమూనాల కోసం అన్వేషణ మరియు ఆ నమూనాలు ఎందుకు ఉన్నాయో వివరించడం.

ఇటువంటి నమూనాలు మన చుట్టూ ఉన్నాయి – ప్రకృతిలో, మన ఇళ్లలో, పాఠశాలల్లో మరియు సూర్యుడు, చంద్రుడు మరియు నక్షత్రాల కదలికలో, షాపింగ్ మరియు వంట, బంతి విసరడం మరియు ఆటలు ఆడటం, వాతావరణ నమూనాలను అర్థం చేసుకోవడం మరియు సాంకేతికతను ఉపయోగించడం వరకు మనం చేసే మరియు చూసే ప్రతిదానిలో అవి కనిపిస్తాయి.

నమూనాలు మరియు వాటి వివరణల కోసం అన్వేషణ ఒక ఆహ్లాదకరమైన మరియు సృజనాత్మక ప్రయత్నం కావచ్చు. ఈ కారణంగానే గణిత శాస్త్రవేత్తలు గణితాన్ని ఒక కళగా మరియు శాస్త్రంగా భావిస్తారు. ఈ అధ్యాయంలో, గణిత నమూనాలను కనుగొనడంలో మరియు అర్థం చేసుకోవడంలో ఉన్న సృజనాత్మకత మరియు కళాత్మకతను చూసే అవకాశం మీకు లభిస్తుందని మేము ఆశిస్తున్నాము.

గణితశాస్త్రం కేవలం ఏ నమూనాలు ఉన్నాయో కనుగొనడమే కాకుండా, అవి ఎందుకు ఉన్నాయో వివరణలను కూడా తెలపడమే లక్ష్యంగా పెట్టుకుందని గుర్తుంచుకోవడం ముఖ్యం. ఇటువంటి వివరణలను, అవి కనుగొనబడిన సందర్భానికి అతీతంగా ఇతర అనువర్తనాల్లోనూ వినియోగించవచ్చు; తద్వారా మానవళి పురోగతికి అవి ఎంతగానో దోహదపడతాయి.

ఉదాహరణకు, నక్షత్రాలు, గ్రహాలు మరియు వాటి ఉపగ్రహాల కదలికలోని నమూనాలను అర్థం చేసుకోవడం మానవజాతి గురుత్వాకర్షణ సిద్ధాంతాన్ని అభివృద్ధి చేయడానికి దారితీసింది, ఇది మన స్వంత ఉపగ్రహాలను ప్రయోగించడానికి, చంద్రునికి మరియు అంగారక గ్రహానికి రాకెట్లను పంపడానికి వీలు కల్పించింది; అదేవిధంగా, జన్యువులలోని నమూనాలను అర్థం చేసుకోవడం వ్యాధులను నిర్ధారించడంలో మరియు నయం చేయడంలో సహాయపడింది.

APSCERT



### ఆలోచించండి-చేయండి – 1.1

1. మన దైనందిన జీవితంలో గణితం మనకు సహాయపడే ఇతర ఉదాహరణలను మీరు ఆలోచించగలరా?
2. మానవాళిని ముందుకు నడిపించడంలో గణితం ఎలా సహాయపడింది? (ఉదాహరణకు శాస్త్రీయ ప్రయోగాలు చేయడం; మన ఆర్థిక వ్యవస్థ మరియు ప్రజాస్వామ్యాన్ని నడపడం; వంతెనలు, ఇళ్ళు లేదా ఇతర సంక్లిష్ట నిర్మాణాలను నిర్మించడం; టీవీలు, మొబైల్ ఫోన్లు, కంప్యూటర్లు, సైకిళ్ళు, రైళ్లు, కార్లు, విమానాలు, క్యాలెండర్లు, గడియారాలు మొదలైనవి తయారు చేయడం)



## 1.3 Patterns in Numbers

Among the most basic patterns that occur in mathematics are patterns of numbers, particularly patterns of Counting Numbers (Natural Numbers), whole numbers:

1, 2, 3, 4, 5, ...

0, 1, 2, 3, 4, ...

The branch of Mathematics that studies patterns in whole numbers is called **number theory.**

**Number sequences** are the most basic and among the most fascinating types of patterns that mathematicians study. Table 1 shows some key number sequences that are studied in Mathematics.

**Table 1: Examples of number sequences**

| | |
|---|---|
| 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, ... | (All 1's) |
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... | (Counting numbers) |
| 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ... | (Odd numbers) |
| 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ... | (Even numbers) |
| 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ... | (Triangular numbers) |
| 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ... | (Squares) |
| 1, 8, 27, 64, 125, 216, ... | (Cubes) |
| 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... | (Virah$\bar{a}$nka*/Fibonacci numbers) |
| 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ... | (Powers of 2) |
| 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, ... | (Powers of 3) |

AP SCERT



- Virahanka (6th century CE), Hemachandra (1150 CE) basing upon Chanda Shastra of Pingala (2nd century BCE) worked on finding patterns of syllables-laghu,guru, developed a sequence of numbers which is now credited as Fibonacci (1228 CE) sequence. The sequence starts with 1, and each subsequent number is the sum of the two preceding ones ($V_n = V_{n-1} + V_{n-2}$) giving the series 1, 2, 3, 5, 8, 13, and so on.

## 1.3 సంఖ్యలలో నమూనాలు

గణితంలో సంభవించే అత్యంత ప్రాథమిక నమూనాలలో సంఖ్యల నమూనాలు, ముఖ్యంగా లెక్కింపు సంఖ్యల నమూనాలు (సహజ సంఖ్యలు), పూర్ణాంకాలు:

1, 2, 3, 4, 5, ...

0, 1, 2, 3, 4, ...

పూర్ణాంకాలలో నమూనాలను అధ్యయనం చేసే గణిత శాస్త్ర విభాగాన్ని **సంఖ్యా వాదము** అంటారు. గణిత శాస్త్రజ్ఞులు అధ్యయనం చేసే నమూనాలలో **సంఖ్యా శ్రేణులు** అత్యంత ప్రాథమికమైనవి మరియు అత్యంత ఆకర్షణీయమైన రకాల్లో ఒకటి. గణితంలో అధ్యయనం చేయబడిన కొన్ని కీలక సంఖ్యా శ్రేణులను పట్టిక 1 చూపిస్తుంది.

**పట్టిక 1: సంఖ్యా శ్రేణుల ఉదాహరణలు**

| | |
|---|---|
| 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, ... | (అన్నీ 1' లు) |
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... | (లెక్కింపు సంఖ్యలు) |
| 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ... | (బేసి సంఖ్యలు) |
| 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ... | (సరి సంఖ్యలు) |
| 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ... | (త్రిభుజాకార సంఖ్యలు) |
| 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ... | (చతురస్ర సంఖ్యలు / వర్గ సంఖ్యలు) |
| 1, 8, 27, 64, 125, 216, ... | (ఘన సంఖ్యలు) |
| 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... | (విరాహంకా*/ఫిబొనాకి సంఖ్యలు) |
| 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ... | (2 యొక్క ఘాతాలు) |
| 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, ... | (3 యొక్క ఘాతాలు) |

AP SCERT

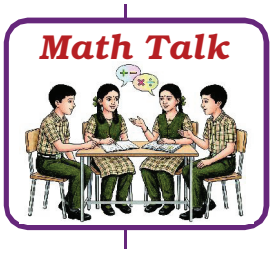


❁ పింగళ (క్రీ.శ. 2వ శతాబ్దం) యొక్క చంద శాస్త్రం ఆధారంగా విరాహంక (క్రీ.పూ. 6వ శతాబ్దం), హేమచంద్ర (క్రీ.పూ. 1150) – లఘు, గురు అనే అక్షరాల నమూనాలను కనుగొనడంలో పనిచేశారు, ఇప్పుడు ఫిబొనాకి (క్రీ.పూ. 1228) శ్రేణిగా పరిగణించబడుతున్న సంఖ్యల శ్రేణిని అభివృద్ధి చేశారు. ఈ క్రమం 1తో ప్రారంభమవుతుంది మరియు ప్రతి తదుపరి సంఖ్య మునుపటి రెండు సంఖ్యల ( $V_n = V_{n-1} + V_{n-2}$) మొత్తంగా ఉంటుంది, దీని ఫలితంగా 1, 2, 3, 5, 8, 13, మొదలైన శ్రేణి వస్తుంది.



## Figure it Out - 1.2

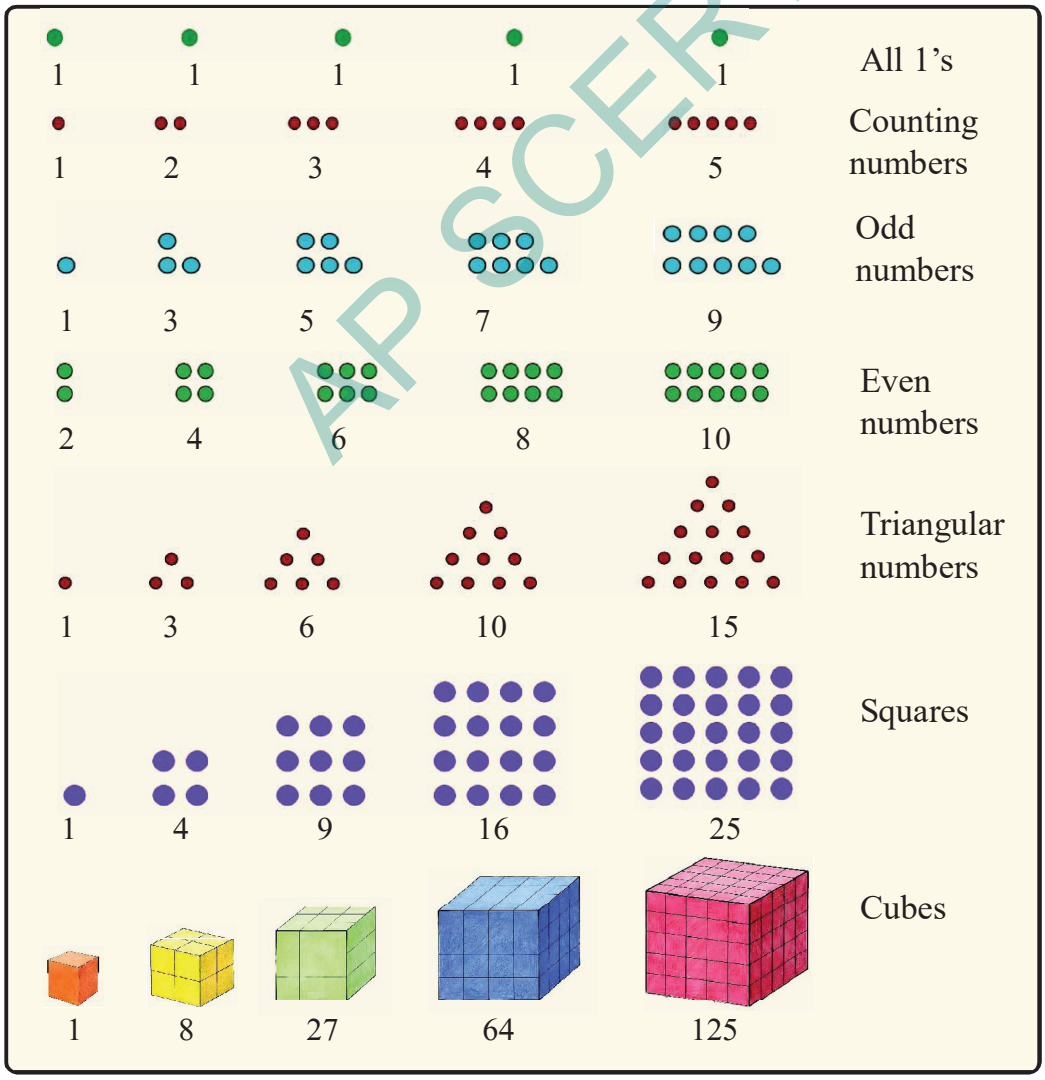
1. Can you recognise the pattern in each of the sequences in Table 1?
2. Rewrite each sequence of Table 1 in your notebook, along with the next three numbers in each sequence. After each sequence, write in your own words what is the rule for forming the numbers in the sequence.




## 1.4 Visualising Number Sequences

Many number sequences can be visualised using pictures. Visualising mathematical objects through pictures or diagrams can be a very fruitful way to understand mathematical patterns and concepts. Let us represent the first seven sequences in Table 1 using the following pictures.

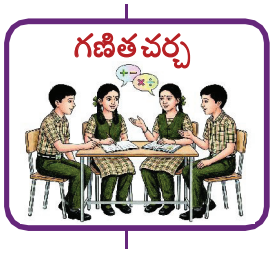
**Table 2: Pictorial representation of some number sequences**




AP SCERT



## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.2

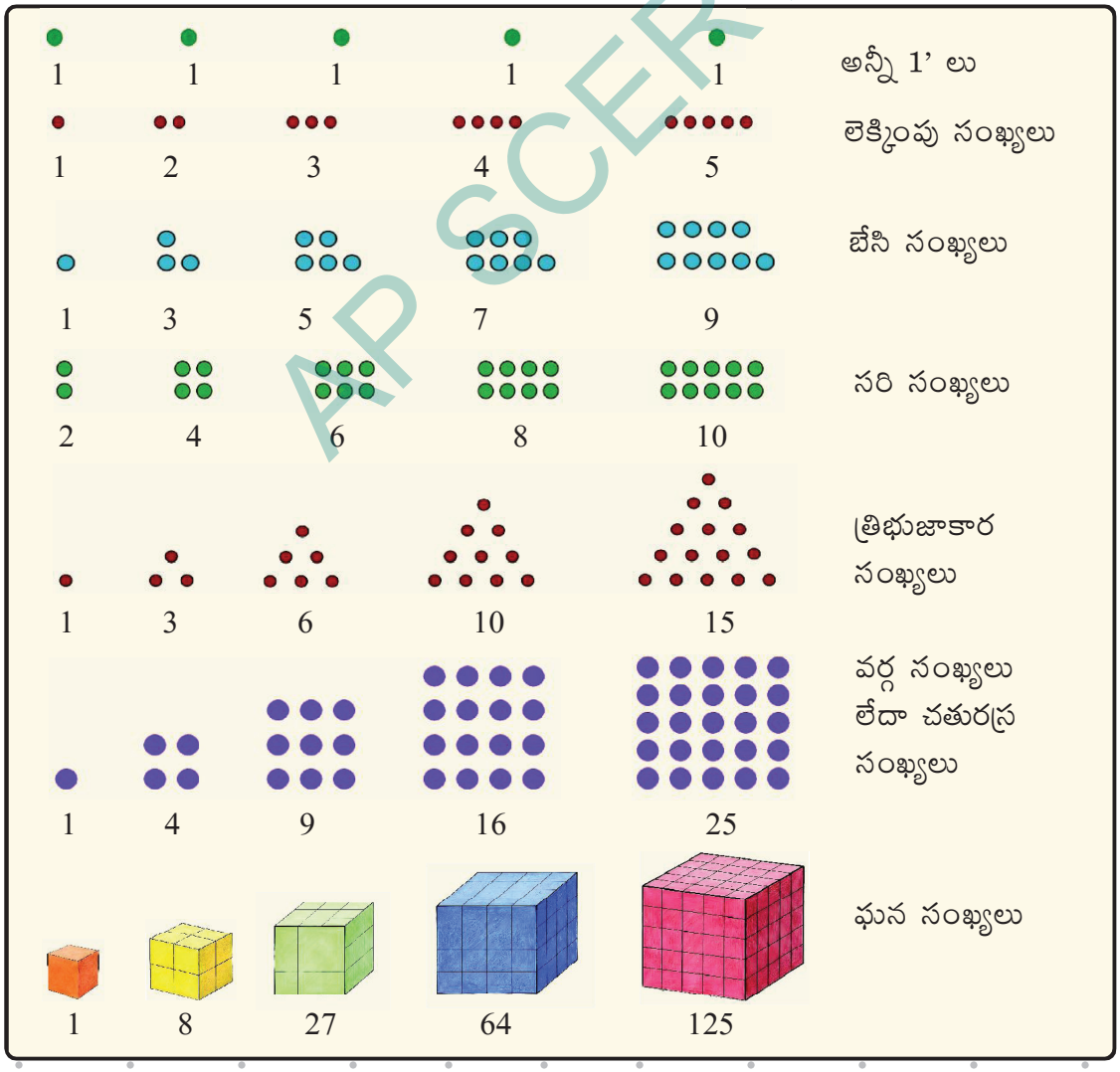



1. పట్టిక 1 లోని ప్రతి శ్రేణిలోని నమూనాను మీరు గుర్తించగలరా?
2. పట్టిక 1 లోని ప్రతి శ్రేణినిలోని తదుపరి మూడు సంఖ్యలతో పాటు ప్రతి శ్రేణిని మీ నోట్‌బుక్‌లో తిరిగి రాయండి. ప్రతి శ్రేణి తర్వాత, మీ స్వంత మాటలలో, క్రమంలో సంఖ్యలను రూపొందించడానికి నియమాన్ని రాయండి.

## 1.4 సంఖ్యా శ్రేణులను దృశ్యీకరించడం

చిత్రాలను ఉపయోగించి అనేక సంఖ్యా శ్రేణులను దృశ్యీకరణం చేయవచ్చు. గణిత నమూనాలను మరియు భావనలను అర్థం చేసుకోవడానికి చిత్రాలు లేదా రేఖాచిత్రాల ద్వారా గణిత వస్తువులను దృశ్యమానం చేయడం చాలా ఫలవంతమైన మార్గం. కింది చిత్రాలను ఉపయోగించి పట్టిక 1 లోని మొదటి ఏడు శ్రేణులను సూచిద్దాం.

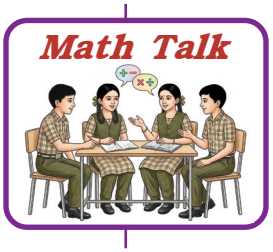
**పట్టిక 2: కొన్ని సంఖ్యా శ్రేణుల చిత్ర ప్రాతినిధ్యం**




AP SCERT

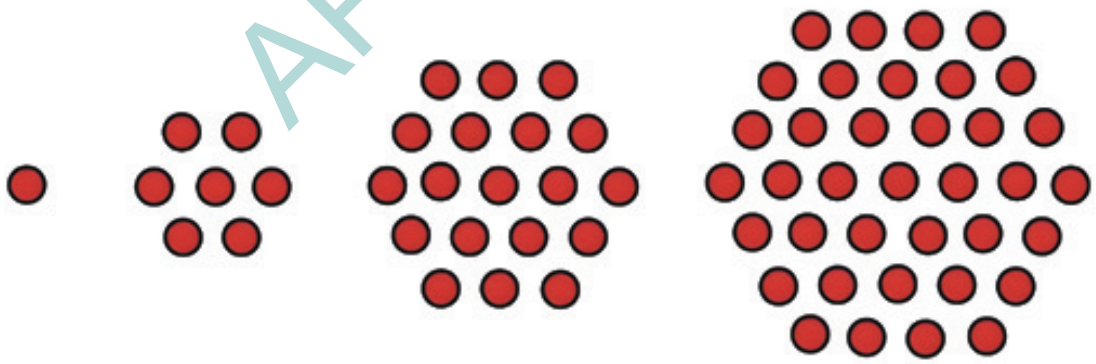


## Figure it Out - 1.3




1. Copy the pictorial representations of the number sequences in Table 2 in your notebook, and draw the next picture for each sequence!
2. Why are 1, 3, 6, 10, 15, … called **triangular numbers**? Why are 1, 4, 9, 16, 25, … called **square numbers** or squares? Why are 1, 8, 27, 64, 125, … called **cubes**?
3. You will have noticed that 36 is both a triangular number and a square number! That is, 36 dots can be arranged perfectly both in a triangle and in a square. Make pictures in your notebook illustrating this!

   This shows that the same number can be represented differently, and play different roles, depending on the context. Try representing some other numbers pictorially in different ways!
4. What would you call the following sequence of numbers?



1 7 19 37

That's right, they are called **hexagonal numbers!** Draw these in your notebook. What is the next number in the sequence?

5. Can you think of pictorial ways to visualise the sequence of Powers of 2? Powers of 3?

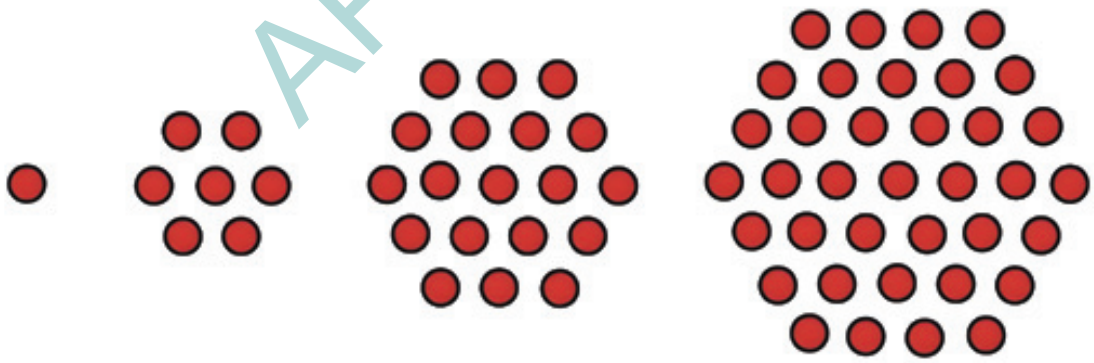
AP SCERT



## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.3




1. పట్టిక 2 లోని సంఖ్యా శ్రేణుల చిత్ర ప్రాతినిధ్యాలను మీ నోట్‌బుక్‌లో కాపీ చేసి, ప్రతి శ్రేణికి తదుపరి చిత్రాన్ని గీయండి.
2. 1, 3, 6, 10, 15, ... లను **త్రిభుజాకార సంఖ్యలు** అని ఎందుకు పిలుస్తారు? 1, 4, 9, 16, 25, ... లను **చతురస్ర సంఖ్యలు లేదా వర్గ సంఖ్యలు** అని ఎందుకు పిలుస్తారు? 1, 8, 27, 64, 125, ... లను **ఘనాలు** అని ఎందుకు పిలుస్తారు?
3. 36 అనేది త్రిభుజాకార సంఖ్య మరియు చతురస్ర/వర్గ సంఖ్య రెండూ అని మీరు గమనించారా? అంటే, త్రిభుజాకారంలో మరియు చతురస్రాకారంలో 36 చుక్కలను సంపూర్ణంగా అమర్చవచ్చు. దీన్ని వివరిస్తూ మీ నోట్‌బుక్‌లో చిత్రాలను తయారు చేయండి. ఇది ఒకే సంఖ్యను విభిన్నంగా సూచించవచ్చని మరియు సందర్భాన్ని బట్టి విభిన్న పాత్రలను పోషించవచ్చని చూపిస్తుంది. కొన్ని ఇతర సంఖ్యలను వివిధ మార్గాల్లో చిత్రపరంగా సూచించడానికి ప్రయత్నించండి.
4. కింది సంఖ్యల క్రమాన్ని మీరు ఏమని పిలుస్తారు?



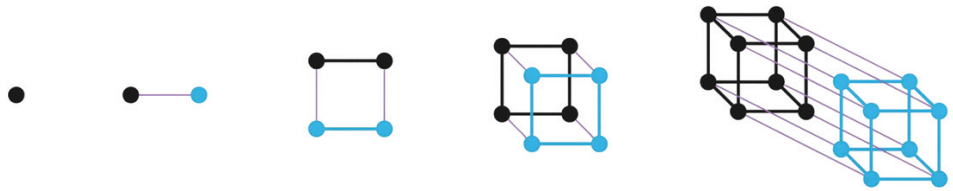
1 7 19 37

నిజమే, వాటిని **షడ్భుజ సంఖ్యలు** అంటారు! వీటిని మీ నోట్‌బుక్‌లో గీయండి. క్రమంలో తదుపరి సంఖ్య ఏమిటి?

5. 2 యొక్క ఘాతాల, 3 యొక్క ఘాతాల క్రమాన్ని దృశ్యమానం చేయడానికి మీరు చిత్రాలతో కూడిన పద్ధతి గురించి ఆలోచించగలరా?

AP SCERT

Here is one possible way of thinking about Powers of 2:



1 2 4 8 16

## 1.5 Relations among Number Sequences

Sometimes, number sequences can be related to each other in surprising ways.

**Example:** What happens when we start adding up odd numbers?

$1 = 1 = 1^2$

$1 + 3 = 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6^2 \ldots$

(We write $a \times a$ as $a^2$ and read as a square)

This is a really beautiful pattern!

- Why does this happen? Do you think it will happen forever?

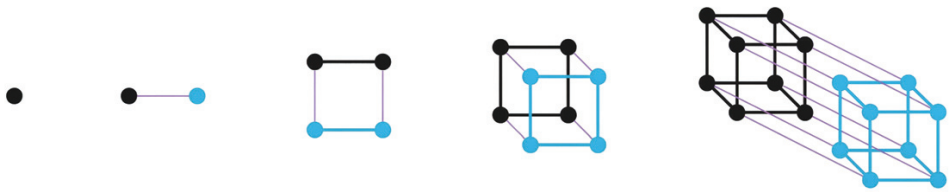
The answer is that the pattern does happen forever. But why? As mentioned earlier, the reason why the pattern happens is just as important and exciting as the pattern itself.

**A picture can explain it**

Visualising with a picture can help explain the phenomenon. Recall that square numbers are made by counting the number of dots in a square grid.

AP SCERT

2 యొక్క ఘాతాల గురించి ఆలోచించడానికి ఇక్కడ ఒక పద్ధతి ఉంది :



1 2 4 8 16

## 1.5 సంఖ్యా శ్రేణుల మధ్య సంబంధాలు

కొన్నిసార్లు, సంఖ్యా శ్రేణులు ఒకదానికొకటి ఆశ్చర్యకరమైన పద్ధతుల్లో సంబంధం కలిగి ఉండవచ్చు.

**ఉదాహరణ :** మనం బేసి సంఖ్యలను కలపడం ప్రారంభించినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది?

$1 = 1 = 1^2$

$1 + 3 = 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6^2 \ldots$

(మనం $a \times a$ ని $a^2$ గా వ్రాస్తాము మరియు చతురస్ర సంఖ్యగా చదువుతాము.)

ఇది నిజంగా అందమైన నమూనా!

❁ ఇది ఎందుకు జరుగుతుంది? ఇది ఎప్పటికీ జరుగుతుందని మీరు అనుకుంటున్నారా?

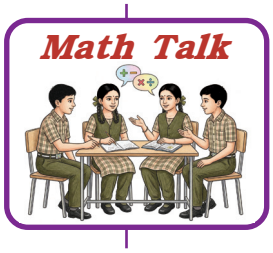
సమాధానం ఏమిటంటే నమూనా ఎప్పటికీ జరుగుతుంది. కానీ ఎందుకు? ముందు చెప్పినట్లుగా, నమూనా ఎందుకు జరుగుతుందో నమూనా వలె ముఖ్యమైనది మరియు ఉత్తేజకరమైనది.

**ఒక చిత్రం దానిని వివరించగలదు**

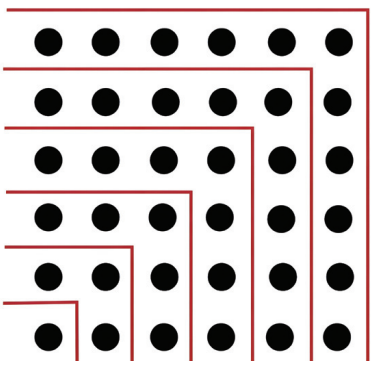
చిత్రంతో దృశ్యీకరించడం దృగ్విషయాన్ని వివరించడంలో సహాయపడుతుంది. చతురస్రపు గ్రిడ్‌లోని చుక్కల సంఖ్యను లెక్కించడం ద్వారా చతురస్రపు సంఖ్యలు తయారు చేయబడతాయని గుర్తుంచుకోండి.

AP SCERT

- How can we partition the dots in a square grid into odd numbers of dots: 1, 3, 5, 7,... ?
Think about it for a moment before reading further!




Here is how it can be done:



This picture now makes it evident that

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6 \times 6$$

Because such a picture can be made for a square of any size, this explains why adding up odd numbers gives square numbers.

- By drawing a similar picture, can you say what is the sum of the first 10 odd numbers?
- Now by imagining a similar picture, or by drawing it partially, as needed, can you say what is the sum of the first 100 odd numbers?

**Another example of such a relation between sequences:**

**Adding up and down**

Let us look at the following pattern:

$1 = 1 = 1 \times 1 = 1^2$

$1 + 2 + 1 = 4 = 2 \times 2 = 2^2$

$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9 = 3 \times 3 = 3^2$

$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16 = 4 \times 4 = 4^2$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25 = 5 \times 5 = 5^2$

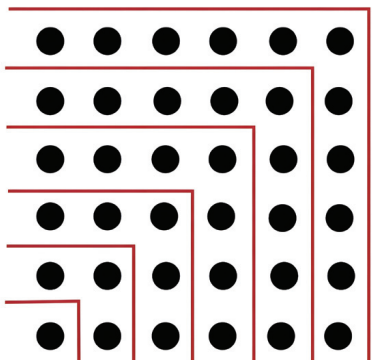
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36 = 6 \times 6 = 6^2$

This seems to be giving yet another way of getting the square numbers—by adding the counting numbers up and then down!

AP SCERT

- చతురస్రపు గ్రిడ్‌లోని చుక్కలను బేసి సంఖ్యల చుక్కలుగా ఎలా విభజించవచ్చు:
  1, 3, 5, 7, ...?
  తదుపరి చదవడానికి ముందు ఒక్క క్షణం దాని గురించి ఆలోచించండి:
  దీన్ని ఎలా చేయవచ్చో క్రింద ఇవ్వబడింది.



దానిని ఈ చిత్రం స్పష్టం చేస్తుంది.

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6 \times 6$$

ఏ పరిమాణంలోనైనా చతురస్రానికి అలాంటి చిత్రాన్ని తయారు చేయవచ్చు కాబట్టి, బేసి సంఖ్యలను కలిపితే చతురస్రపు సంఖ్యలు ఎందుకు వస్తాయో ఇది వివరిస్తుంది.

- ఇలాంటి చిత్రాన్ని గీయడం ద్వారా, మొదటి 10 బేసి సంఖ్యల మొత్తం ఎంతో చెప్పగలరా?
- ఇప్పుడు ఇలాంటి చిత్రాన్ని ఊహించుకోవడం ద్వారా లేదా అవసరమైన విధంగా పాక్షికంగా గీయడం ద్వారా, మొదటి 100 బేసి సంఖ్యల మొత్తం ఎంతో చెప్పగలరా?

**శ్రేణీల మధ్య అటువంటి సంబంధానికి మరొక ఉదాహరణ :**

**అటు, ఇటు కలపడం ద్వారా**

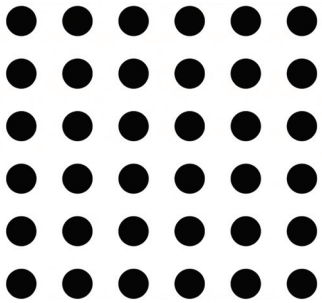
క్రింది నమూనాను చూద్దాం :

$$1 = 1 = 1 \times 1 = 1^2$$
$$1 + 2 + 1 = 4 = 2 \times 2 = 2^2$$
$$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9 = 3 \times 3 = 3^2$$
$$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16 = 4 \times 4 = 4^2$$
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25 = 5 \times 5 = 5^2$$
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36 = 6 \times 6 = 6^2$$

లెక్కింపు సంఖ్యలను అటు, ఇటు కలపడం ద్వారా – ఇది వర్గ సంఖ్యలను(చతురస్ర సంఖ్యలు) పొందడానికి మరొక మార్గాన్ని ఇస్తున్నట్లు కనిపిస్తోంది.

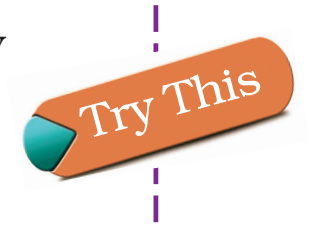
AP SCERT

- Can you find a similar pictorial explanation?





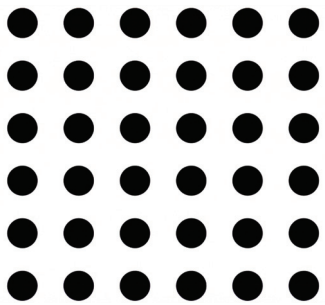
## Figure it Out - 1.4




1. Can you find a similar pictorial explanation for why adding counting numbers up and down, i.e., 1, 1 + 2 + 1, 1 + 2 + 3 + 2 + 1, ..., gives square numbers?
2. By imagining a large version of your picture, or drawing it partially, as needed, can you see what will be the value of 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100 + 99 + ... + 3 + 2 + 1?
3. Which sequence do you get when you start to add the All 1's sequence up? What sequence do you get when you add the All 1's sequence up and down?
4. Which sequence do you get when you start to add the counting numbers up? Can you give a smaller pictorial explanation?
5. What happens when you add up pairs of consecutive triangular numbers? That is, take 1 + 3, 3 + 6, 6 + 10, 10 + 15, ... Which sequence do you get? Why? Can you explain it with a picture?
6. What happens when you start to add up powers of 2 starting with 1, i.e., take 1, 1 + 2, 1 + 2 + 4, 1 + 2 + 4 + 8, ... ? Now add 1 to each of these numbers — what numbers do you get? Why does this happen?

AP SCERT

❁ మీరు ఇలాంటి చిత్ర వివరణను కనుగొనగలరా?





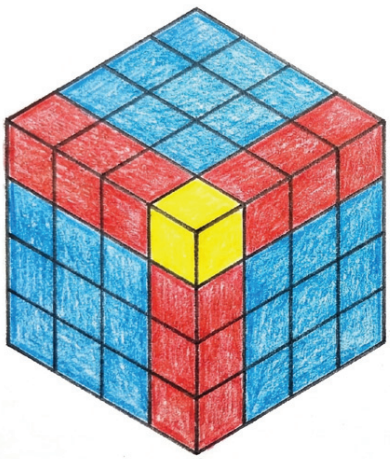
## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.4

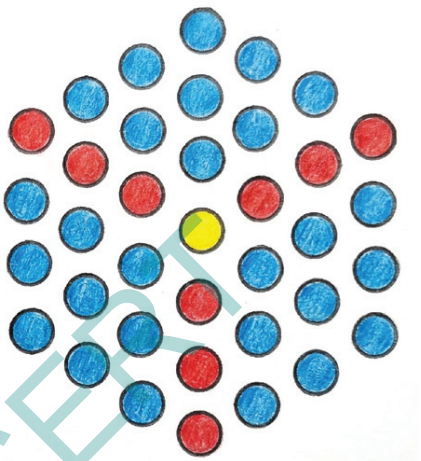
ప్రయత్నించండి

1. లెక్కింపు సంఖ్యలను అటు, ఇటు కలపడం ద్వారా చతురస్ర సంఖ్యలు ఎందుకు వస్తాయో, అంటే 1, 1 + 2 + 1, 1 + 2 + 3 + 2 + 1, ... వంటి వాటికి మీరు ఇలాంటి చిత్ర వివరణను కనుగొనగలరా?
2. చిత్రం యొక్క తదుపరి భాగాన్ని ఊహించుకోవడం ద్వారా లేదా అవసరమైన విధంగా పాక్షికంగా గీయడం ద్వారా, 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100 + 99 + ... + 3 + 2 + 1 విలువ ఎంత ఉంటుందో మీరు ఊహించగలరా?
3. మీరు అన్ని 1ల శ్రేణిని ముందుకు కలపడం ప్రారంభించినప్పుడు మీకు ఏ క్రమం వస్తుంది? మీరు అన్ని 1ల శ్రేణిని ముందుకు, వెనుకకు కలపడం వల్ల మీకు ఏ క్రమం వస్తుంది?
4. మీరు లెక్కింపు సంఖ్యలను ముందుకు కలపడం ప్రారంభించినప్పుడు మీకు ఏ క్రమం వస్తుంది? మీరు చిన్న చిత్ర వివరణ ఇవ్వగలరా?
5. మీరు వరుస త్రిభుజాకార సంఖ్యల జతలను కలిపినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది? అంటే, 1 + 3, 3 + 6, 6 + 10, 10 + 15 తీసుకుంటే, ... మీకు ఏ క్రమం వస్తుంది? ఎందుకు? మీరు దానిని చిత్రంతో వివరించగలరా?
6. మీరు 1 తో ప్రారంభమవుతూ 2 యొక్క ఘాతాలను కలపడం ప్రారంభించినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది, అంటే, 1, 1 + 2, 1 + 2 + 4, 1 + 2 + 4 + 8, ...? ఇప్పుడు ఈ సంఖ్యలలో ప్రతిదానికి 1 కలపండి - మీకు ఏ సంఖ్యలు వస్తాయి? ఇది ఎందుకు జరుగుతుంది?

AP SCERT

7. What happens when you multiply the triangular numbers by 6 and add 1? Which sequence do you get? Can you explain it with a picture?
8. What happens when you start to add up hexagonal numbers, i.e., take 1, 1 + 7, 1 + 7 + 19, 1 + 7 + 19 + 37, ... ? Which sequence do you get? Can you explain it using a picture of a cube?





9. Find your own patterns or relations in and among the sequences in Table 1. Can you explain why they happen with a picture or otherwise?

## 1.6 Patterns in Shapes

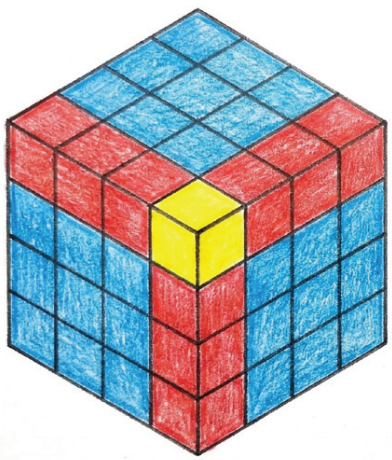
Other important and basic patterns that occur in Mathematics are patterns of shapes. These shapes may be in one, two, or three dimensions (1D, 2D, or 3D) — or in even more dimensions. The branch of Mathematics that studies patterns in shapes is called geometry.

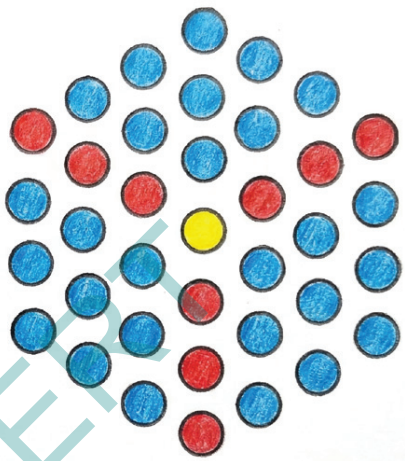
**Shape sequences** are one important type of shape pattern that mathematicians study. Table 3 shows a few key shape sequences that are studied in Mathematics.

AP SCERT

7. మీరు త్రిభుజాకార సంఖ్యలను 6 తో గుణించి 1 ని కలిపినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది? మీకు ఏ క్రమం వస్తుంది? మీరు దానిని చిత్రంతో వివరించగలరా?

8. మీరు షడ్భుజ సంఖ్యలను కలపడం ప్రారంభించినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది, అంటే, 1, 1 + 7, 1 + 7 + 19, 1 + 7 + 19 + 37, ... ? మీకు ఏ క్రమం వస్తుంది? మీరు ఒక ఘనాకార చిత్రాన్ని ఉపయోగించి దానిని వివరించగలరా?





9. పట్టిక 1 లోని శ్రేణులలో మరియు వాటి మధ్య మీ స్వంత నమూనాలు లేదా సంబంధాలను కనుగొనండి. అవి ఎందుకు జరుగుతాయో చిత్రంతో లేదా మరొక విధంగా వివరించగలరా?

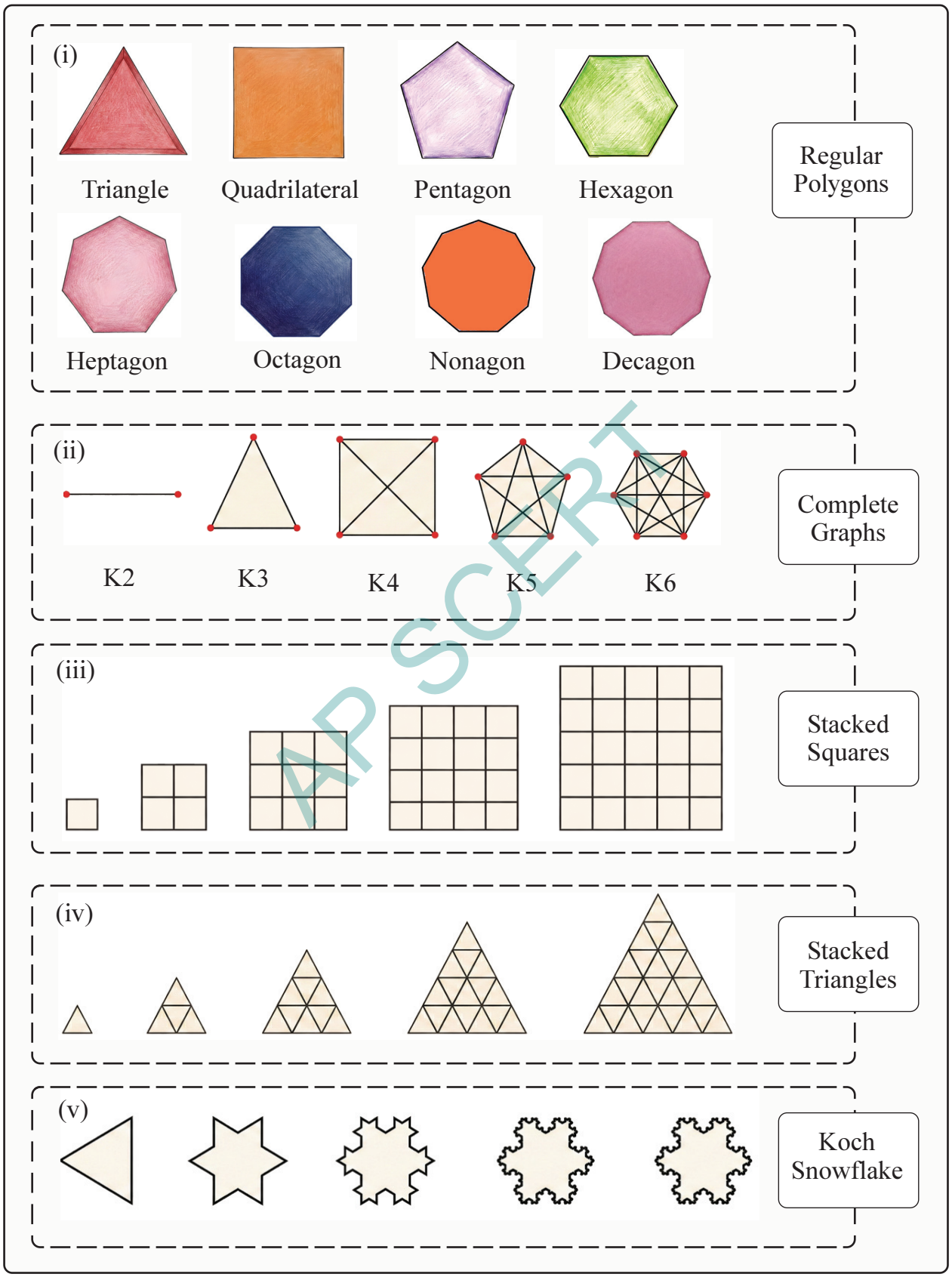
## 1.6 ఆకారాలలో నమూనాలు

గణితంలో సంభవించే ఇతర ముఖ్యమైన మరియు ప్రాథమిక నమూనాలు ఆకారాల నమూనాలు. ఈ ఆకారాలు ఒకటి, రెండు లేదా మూడు కొలతలతో (1D, 2D, లేదా 3D) - లేదా అంతకంటే ఎక్కువ కొలతలతో ఉండవచ్చు. ఆకారాలలో నమూనాలను అధ్యయనం చేసే గణిత శాస్త్ర విభాగాన్ని జ్యామితి లేదా రేఖాగణితం అంటారు.

**ఆకార శ్రేణులు** అనేవి గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు అధ్యయనం చేసే ఒక ముఖ్యమైన ఆకార నమూనా. పట్టిక 3 గణితంలో అధ్యయనం చేయబడిన కొన్ని కీలక ఆకార శ్రేణులను చూపిస్తుంది.

AP SCERT

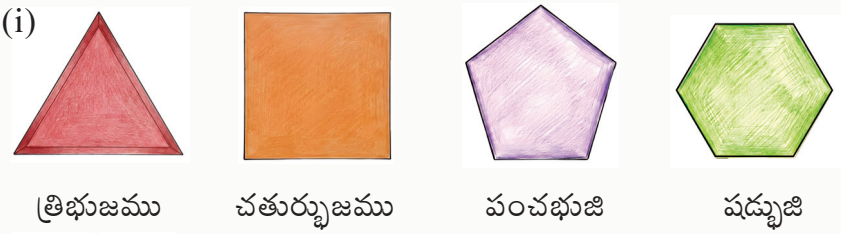
## Table 3: Examples of shape sequences



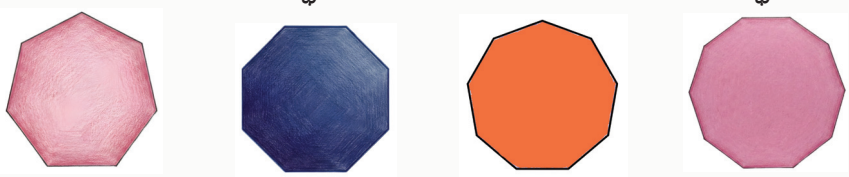

AP SCERT

## పట్టిక 3: ఆకార శ్రేణులకు ఉదాహరణ

(i)



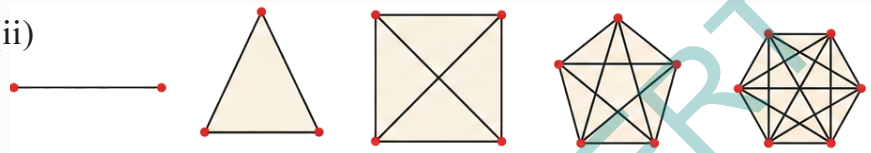
త్రిభుజము చతుర్భుజము పంచభుజి షడ్భుజి



సప్తభుజి అష్టభుజి నవభుజి దశభుజి

క్రమ బహుభుజులు

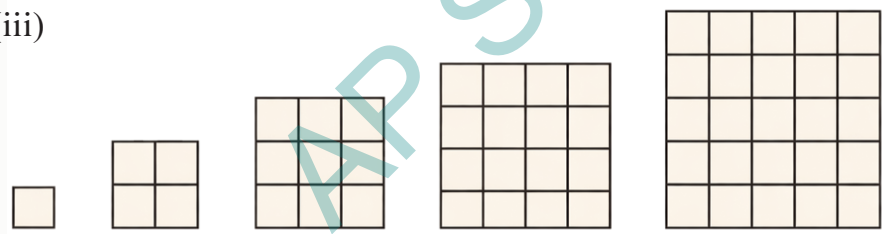
(ii)



K2 K3 K4 K5 K6

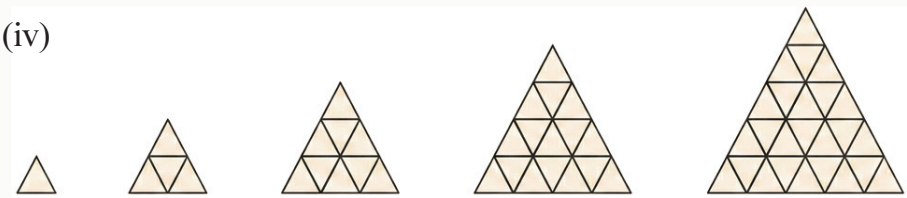
పూర్తి గ్రాఫ్‌లు

(iii)



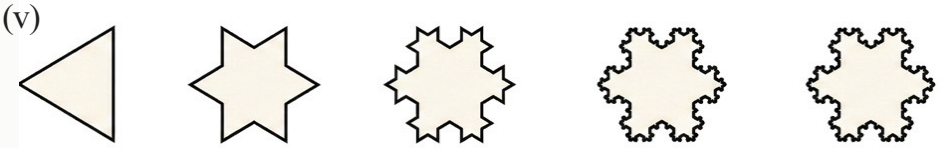
పేర్చబడిన చతురస్రాలు

(iv)



పేర్చబడిన త్రిభుజాలు

(v)



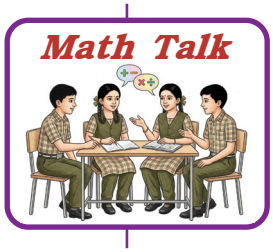
కోచ్ స్నోఫ్లేక్

AP SCERT



## Figure it Out - 1.5

1. Can you recognise the pattern in each of the sequences in Table 3?
2. Try and redraw each sequence in Table 3 in your notebook. Can you draw the next shape in each sequence? Why or why not? After each sequence, describe in your own words what is the rule or pattern for forming the shapes in the sequence.




## 1.7 Relation to Number Sequences

Often, shape sequences are related to number sequences in surprising ways. Such relationships can be helpful in studying and understanding both the shape sequence and the related number sequence.

**Example: [From table 3(i)]** The number of sides in the shape sequence of Regular Polygons is given by the counting numbers starting at 3, i.e., 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, .... That is why these shapes are called, respectively, **regular triangle, quadrilateral (i.e., square), pentagon, hexagon, heptagon, octagon, nonagon, decagon,** etc.

The word 'regular'refers to the fact that these shapes have equal-length sides and also equal 'angles' (i.e., the sides look the same and the corners also look the same). We will discuss angles in more depth in the next chapter.

The other shape sequences in Table 3 also have beautiful relationships with number sequences.



## Figure it Out - 1.6

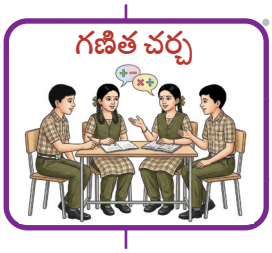



1. Count the number of sides in each shape in the sequence of Regular Polygons. Which number sequence do you get? What about the number of corners in each shape in the sequence of Regular Polygons? Do you get the same number sequence? Can you explain why this happens?
2. Count the number of lines in each shape in the sequence of Complete Graphs. **[From table 3 (ii)]** Which number sequence do you get? Can you explain why?

AP SCERT



## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.5




1. పట్టిక 3 లోని ప్రతి వరుసలోని నమూనాను మీరు గుర్తించగలరా?
2. మీ నోట్‌బుక్‌లో పట్టిక 3 లోని ప్రతి శ్రేణిని తిరిగి గీయడానికి ప్రయత్నించండి. ప్రతి శ్రేణిలో మీరు తదుపరి ఆకారాన్ని గీయగలరా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు? ప్రతి క్రమం తర్వాత, క్రమంలో ఆకారాలను రూపొందించడానికి నియమం లేదా నమూనా ఏమిటో మీ స్వంత మాటలలో వివరించండి.

## 1.7 సంఖ్యా శ్రేణులకు సంబంధం

సాధారణంగా, ఆకార శ్రేణులు సంఖ్యా శ్రేణులతో ఆశ్చర్యకరమైన మార్గాల్లో సంబంధం కలిగి ఉంటాయి. ఆకార శ్రేణి మరియు సంబంధిత సంఖ్యా శ్రేణి రెండింటినీ అధ్యయనం చేయడంలో మరియు అర్థం చేసుకోవడంలో ఇటువంటి సంబంధాలు సహాయపడతాయి.

**ఉదాహరణ :** క్రమ బహుభుజాల (పట్టిక 3(i) నుండి) ఆకార శ్రేణిలోని భుజాల సంఖ్యను 3 నుండి ప్రారంభమయ్యే లెక్కింపు సంఖ్యల ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది, అంటే, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, .... అందుకే ఈ ఆకారాలను వరుసగా, **క్రమ త్రిభుజం, చతుర్భుజం (అనగా, చతురస్రం), పంచభుజి, షడ్భుజి, సప్తభుజి, అష్టభుజి, నవభుజి, దశభుజి** మొదలైనవి అంటారు.

'క్రమబహుభుజి' అంటే ఈ ఆకారాలు సమాన-పొడవు భుజాలను మరియు సమాన 'కోణాలను' కలిగి ఉన్నాయనే వాస్తవాన్ని సూచిస్తుంది (అనగా, భుజాలు ఒకేలా కనిపిస్తాయి మరియు మూలలు కూడా ఒకేలా కనిపిస్తాయి). తదుపరి అధ్యాయంలో కోణాలను మరింత లోతుగా చర్చిస్తాము.

పట్టిక 3లోని ఇతర ఆకార శ్రేణులు కూడా సంఖ్యా శ్రేణులతో అందమైన సంబంధాలను కలిగి ఉంటాయి.



## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.6




1. క్రమ బహుభుజిల క్రమంలో ప్రతి ఆకారంలోని భుజాల సంఖ్యను లెక్కించండి. మీకు ఏ సంఖ్యా క్రమం లభిస్తుంది? క్రమ బహుభుజిల క్రమంలో ప్రతి ఆకారంలోని మూలల సంఖ్య గురించి ఏమి చెప్పగలరు? మీకు ఒకే సంఖ్యా క్రమం లభిస్తుందా? ఇది ఎందుకు జరుగుతుందో మీరు వివరించగలరా?
2. పూర్తి గ్రాఫ్‌లు **(పట్టిక 3 (ii) నుండి)** క్రమంలో ప్రతి ఆకారంలోని వరుసల సంఖ్యను లెక్కించండి. మీకు ఏ సంఖ్యా క్రమం లభిస్తుంది? ఎందుకో మీరు ఎందుకు వివరించగలరా?

AP SCERT

3. How many little squares **[From table 3 (iii)]** are there in each shape of the sequence of Stacked Squares? Which number sequence does this give? Can you explain why?
4. How many little triangles **[From table 3 (iv)]** are there in each shape of the sequence of Stacked Triangles? Which number sequence does this give? Can you explain why? (**Hint:** In each shape in the sequence, how many triangles are there in each row?)
5. To get from one shape to the next shape in the Koch Snowflake sequence, one replaces each line segment '—' by a 'speed bump'  . As one does this more and more times, the changes become tinier and tinier with very very small line segments. How many total line segments are there in each shape of the Koch Snowflake? What is the corresponding number sequence? (The answer is 3, 12, 48, ..., i.e., 3 times Powers of 4; this sequence is not shown in Table 1.)

## 1.8 Patterns in Nature

**Patterns in Nature - A Mathematical Wonder**

Nature is full of beautiful and fascinating patterns - from the smallest leaf to the vastest galaxy. These patterns are not just random; they follow mathematical principles that help us understand how nature organizes itself.

**1. Common Patterns Found in Nature**

**a) Spirals :**

Where we find Spirals in Nature?

- Found in snail shells, pinecones, sunflowers, galaxies and also in some art.
- They often follow the Fibonacci sequence, where each number is the sum of the previous two (1, 2, 3, 5, 8, 13...).

AP SCERT

3. పేర్చబడిన చతురస్రాలు **(పట్టిక 3 (iii) నుండి)** క్రమంలో ప్రతి ఆకారంలో ఎన్ని చిన్న చతురస్రాలు ఉన్నాయి? ఇది ఏ సంఖ్యా శ్రేణిని ఇస్తుంది? ఎందుకో మీరు వివరించగలరా?

4. పేర్చబడిన త్రిభుజాలు **(పట్టిక 3 (iv) నుండి)** క్రమంలో ప్రతి ఆకారంలో ఎన్ని చిన్న త్రిభుజాలు ఉన్నాయి? ఇది ఏ సంఖ్యా శ్రేణిని ఇస్తుంది? ఎందుకో మీరు వివరించగలరా? **(సూచన:** క్రమంలోని ప్రతి ఆకారంలో, ప్రతి వరుసలో ఎన్ని త్రిభుజాలు ఉన్నాయి?)

5. కోచ్ స్నోఫ్లేక్ శ్రేణి (v)లో ఒక ఆకారం నుండి తదుపరి ఆకారానికి వెళ్లడానికి, ప్రతి రేఖాఖండం '—' స్పీడ్ బంప్  ద్వారా భర్తీ చేస్తుంది. ఇలా, పదేపదే ఎక్కువసార్లు చేసే కొద్దీ, మార్పులు మరింత సూక్ష్మంగా మారుతూ, అత్యంత చిన్న రేఖా ఖండాలుగా మార్పు (లేదా) రూపాంతరం చెందుతాయి. కోచ్ స్నోఫ్లేక్ యొక్క ప్రతి ఆకారంలో మొత్తం ఎన్ని రేఖాఖండాలు ఉన్నాయి? సంబంధిత సంఖ్యా క్రమం ఏమిటి? (సమాధానం 3, 12, 48, ..., అంటే, 4 యొక్క ఘాతాలకు 3 రెట్లు; ఈ క్రమం పట్టిక 1లో చూపబడలేదు.)

## 1.8 ప్రకృతిలో నమూనాలు

**ప్రకృతిలో నమూనాలు – ఒక గణిత శాస్త్ర అద్భుతం**

అతి చిన్న ఆకు నుండి విశాలమైన గెలాక్సీ వరకు ప్రకృతి అందమైన మరియు మనోహరమైన నమూనాలతో నిండి ఉంది. ఈ నమూనాలు యాదృచ్ఛికంగా కాదు; ప్రకృతి తనను తాను ఎలా అమర్చుకుందో అర్థం చేసుకోవడానికి మనకు సహాయపడే గణిత సూత్రాలను అవి అనుసరిస్తాయి.

**1. ప్రకృతిలో కనిపించే సాధారణ నమూనాలు**

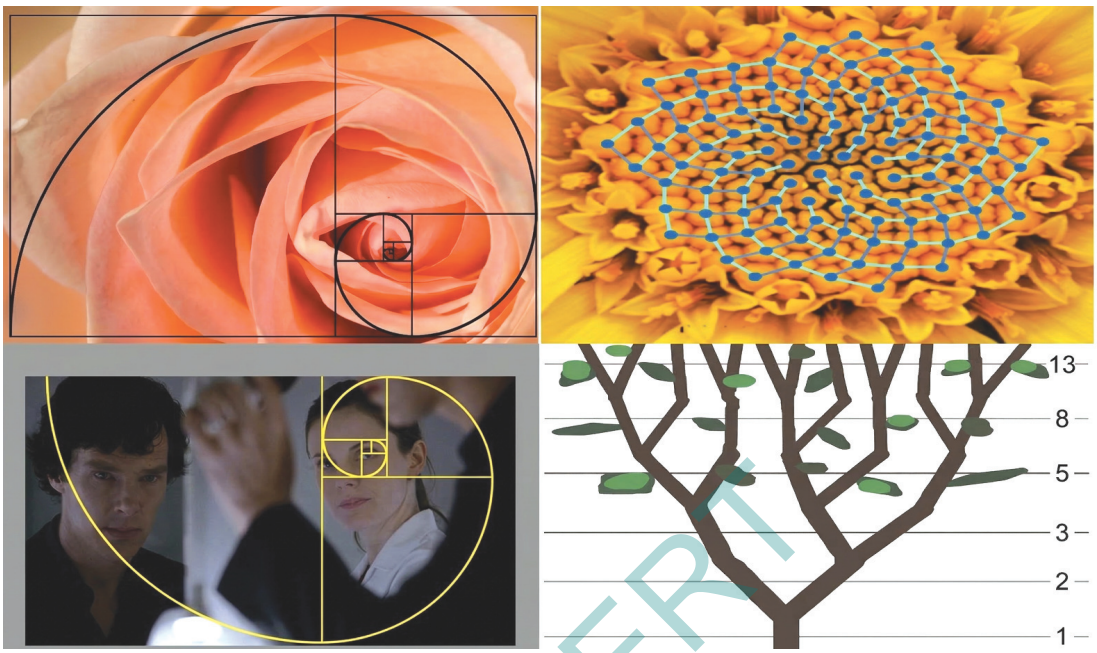
**ఎ) స్పైరల్స్(వృత్తాకార నమూనాలు) :**

ప్రకృతిలో స్పైరల్స్ ఎక్కడ కనిపిస్తాయి?

- నత్త గుల్లలు, పైన్ కోన్లు, పొద్దుతిరుగుడు పువ్వులు, గెలాక్సీలు మరియు కొన్ని కళలలో కూడా కనిపిస్తాయి.
- అవి తరచుగా ఫిబొనాకి క్రమాన్ని అనుసరిస్తాయి, ఇక్కడ ప్రతి సంఖ్య మునుపటి రెండింటి మొత్తం (1, 2, 3, 5, 8, 13...).

AP SCERT

- **Example:** The arrangement of seeds in a sunflower follows a spiral pattern for maximum packing.




**b) Symmetry**

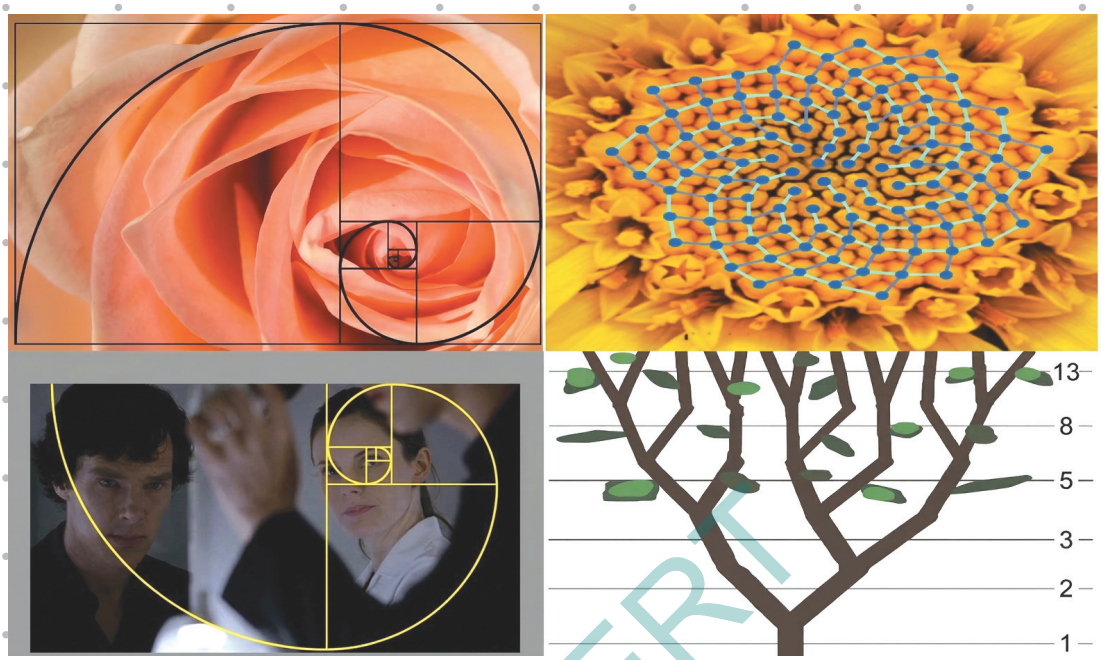
**Can you give me some examples for Symmetrical objects in the Nature?**

- Seen in butterflies, leaves, flowers, and starfish.



AP SCERT

- **ఉదాహరణ :** పొద్దుతిరుగుడు పువ్వులో విత్తనాలు గరిష్టంగా ఉండడానికి స్పైరల్స్ నమూనాను అనుసరిస్తుంది.




**బి) సౌష్టవము**

**ప్రకృతిలోని సౌష్టవ వస్తువులకు మీరు నాకు కొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వగలరా?**

- సీతాకోకచిలుకలు, ఆకులు, పువ్వులు మరియు నక్షత్ర చేపలలో కనిపిస్తుంది.



AP SCERT

- **Bilateral symmetry -** same on both sides (like a human face).
- **Radial symmetry -** arranged around a center (like a daisy or jellyfish).



Daisy



Jellyfish

AP SCERT

**c) Fractals**

**These are some examples for Fractals.**

- Patterns that repeat at different scales - "a pattern within a pattern."
- Found in snowflakes, fern leaves, lightning, and river networks.
- **Example :** The branching of trees or blood vessels.



Branching trees



Blood vessels

- **ద్వైపాక్షిక సౌష్టవము** – రెండు వైపులా ఒకేలా ఉంటుంది (మానవ ముఖం లాగా).
- **రేడియల్ సౌష్టవము** – ఒక కేంద్రం చుట్టూ అమర్చబడి ఉంటుంది (డైసీ లేదా జెల్లీ ఫిష్ లాగా).



డైసీ



జెల్లీ ఫిష్

**సి) పునరావృత నమూనాలు (లేదా స్వయం సమాన ఆకారాలు):**

**పునరావృత నమూనాలకు కొన్ని ఉదాహరణలు.**

- వివిధ ప్రమాణాల వద్ద పునరావృతమయ్యే నమూనాలు – "ఒక నమూనా లోపల ఒక నమూనా."
- స్నోఫ్లేక్స్, ఫెర్న్ ఆకులు, మెరుపులు మరియు నది వ్యవస్థలలో కనిపిస్తాయి.
- **ఉదాహరణ :** చెట్ల కొమ్మల వ్యాప్తి లేదా రక్త నాళాలు.



చెట్ల కొమ్మలు



రక్త నాళాలు

AP SCERT

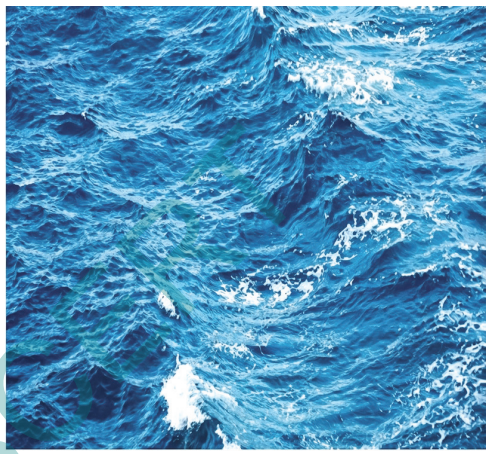
**d) Waves and Ripples**

**Where we observe Waves and Ripples in Nature?**

- Seen in sand dunes, ocean waves, and wind-blown patterns on snow or desert sand.
- These form due to the movement of air or water following physical laws.



Sand dunes



Ocean waves

AP SCERT

**2. Why Do Patterns Occur in Nature?**

- Efficiency - Nature uses minimum energy to create maximum order.
- Growth rules - Cells and organisms grow following mathematical ratios.
- Adaptation - Patterns help living things survive (e.g., camouflage patterns in animals).

**3. Connection to Mathematics**

- Geometry explains shapes and symmetry.
- Algebra describes sequences and patterns like Fibonacci.
- Trigonometry models waves and spirals.
- Fractals connect mathematics with art and computer graphics.

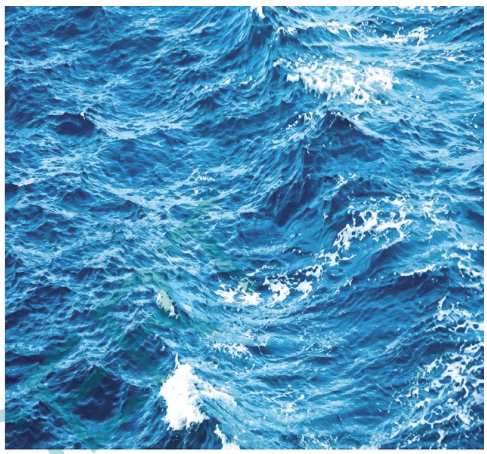
**డి) తరంగాలు మరియు అలలు**

**ప్రకృతిలో తరంగాలు మరియు అలలను మనం ఎక్కడ గమనించవచ్చు?**

- ఇసుక దిబ్బలు, సముద్రపు అలలు మరియు మంచు లేదా ఎడారి ఇసుకపై గాలి వీచడం వల్ల ఈ నమూనాలలో కనిపిస్తుంది.
- ఇవి భౌతిక నియమాలను అనుసరించి గాలి లేదా నీటి కదలిక కారణంగా ఏర్పడతాయి.



ఇసుక దిబ్బలు



సముద్ర అలలు

**2. ప్రకృతిలో నమూనాలు ఎందుకు సంభవిస్తాయి ?**

- సామర్థ్యం – గరిష్ట క్రమాన్ని సృష్టించడానికి ప్రకృతి కనీస శక్తిని ఉపయోగిస్తుంది.
- పెరుగుదల నియమాలు – కణాలు మరియు జీవులు గణిత నిష్పత్తులను అనుసరించి పెరుగుతాయి.
- అనుసరణ – నమూనాలు జీవుల మనుగడకు సహాయపడతాయి (ఉదా. జంతువులలో రంగు మార్పిడితో మభ్యపెట్టే నమూనాలు).

**3. గణితంతో సంబంధం**

- రేఖాగణితం, ఆకారాలు మరియు సౌష్టవమును వివరిస్తుంది.
- బీజగణితం, ఫిబొనాకి వంటి శ్రేణులు మరియు నమూనాలను వివరిస్తుంది.
- త్రికోణమితి తరంగాలు మరియు స్పైరల్స్ నమూనాలను వివరిస్తుంది.
- పునరావృత నమూనాలు, గణితాన్ని కళ మరియు కంప్యూటర్ గ్రాఫిక్స్‌తో అనుసంధానిస్తాయి.

AP SCERT



## Project Work

- Observe five natural objects like leaf, shell, flower, cloud, fruit, etc. Write your observations (for example kind of patterns viz. spiral, symmetry etc.). Relate them to a mathematical concept (for example, sequence, shape, ratio, etc.) in your project work. Draw neat diagrams and draw lines of symmetry for the objects.

## CHAPTER MASTERY

**1. Which of the following is Virahanka/Fibonacci sequence?**

A) 1,1,3,5,6, - - -  B) 1,2,4,8, - - -

C) 1,2,3,5, - - -  D) 1,3,9,27, - - -

**2. Match the following:**

| | |
|---|---|
| (i) square numbers | a) 1,3,6,10, - - - |
| (ii) cube numbers | b) 1,4,9,16, - - - |
| (iii) Triangular numbers | c) 1,8,27,64, - - - |

A) (i)-a, (ii)-b, (iii)-c  B) (i)-b, (ii)-c, (iii)-a

C) (i)-a, (ii)-c, (iii)-b  D) (i)-b,(ii)-a, (iii)-c

**3. What is the next number in the sequence: 1,7,19,37, - - -**

A) 61  B) 63  C) 59  D) 47

**4.** Represent the third hexagonal number (19) through a diagram.

**5.** _____ is an example for both triangular and square number.

**6. Assertion(A) :** 1,4,9,16, - - - are square numbers

**Reason(R) :** By adding the counting numbers up and down we get square numbers.

A) Both (A) and (R) are correct and (R) is the correct explanation of (A)

B) Both (A) and (R) are correct and (R) is not the correct explanation of (A)

C) (A) is correct and (R) is false.

D) (A) is false and (R) is correct.

**7.** What is a pattern?

**8.** Which mathematical sequence is often seen in natural patterns like sunflowers and pinecones?

AP SCERT



## ప్రాజెక్ట్ పని

- ప్రకృతిలోని ఆకు, శంఖం, పువ్వు, మేఘం, పండు వంటి ఏవైనా ఐదు సహజ వస్తువులను పరిశీలించండి. మీ పరిశీలనలను వ్రాయండి (ఉదాహరణకు అవి ఏ రకమైన నమూనాలను కలిగి ఉన్నాయి? – సర్పిలాకారం, సౌష్టవం మొదలైనవి). మీ ప్రాజెక్ట్ పనిలో వాటిని గణిత భావనలతో (ఉదాహరణకు క్రమం, ఆకారం, నిష్పత్తి మొదలైనవి) పోల్చుతూ వివరించండి. ఆ వస్తువుల యొక్క చక్కని చిత్రాలను గీసి, వాటి సౌష్టవ రేఖలను గుర్తించండి.

## సంగ్రహంగా!

**1. కింది వాటిలో విరాహాంక/ఫిబొనాకి క్రమం ఏది?**

ఎ) 1,1,3,5,6, - - -
బి) 1,2,4,8, - - -
సి) 1,2,3,5, - - -
డి) 1,3,9,27, - - -

**2. కింది వాటిని జతపర్చండి:**

| | |
|---|---|
| (i) వర్గ సంఖ్యలు | a) 1,3,6,10, - - - |
| (ii) ఘన సంఖ్యలు | b) 1,4,9,16, - - - |
| (iii) త్రిభుజాకార సంఖ్యలు | c) 1,8,27,64, - - - |

ఎ) (i)-a, (ii)-b, (iii)-c
బి) (i)-b, (ii)-c, (iii)-a
సి) (i)-a, (ii)-c, (iii)-b
డి) (i)-b,(ii)-a, (iii)-c

**3. 1,7,19,37, - - - క్రమంలో తదుపరి సంఖ్య ఏమిటి :**

ఎ) 61 బి) 63 సి) 59 డి) 47

**4.** మూడవ షడ్భుజ సంఖ్య (19) ను ఒక రేఖాచిత్రం ద్వారా సూచించండి.

**5.** _____ అనేది త్రిభుజాకార మరియు వర్గ సంఖ్య రెండింటికీ ఒక ఉదాహరణ.

**6.** **ప్రకటన (A) :** 1,4,9,16, - - - వర్గ సంఖ్యలు

**కారణం(R) :** లెక్కింపు సంఖ్యలను ముందుకు వెనుకకు జోడించడం ద్వారా మనకు వర్గ సంఖ్యలు లభిస్తాయి.

A) (A) మరియు (R) రెండూ సరైనవి మరియు (R) అనేది (A) యొక్క సరైన వివరణ
B) (A) మరియు (R) రెండూ సరైనవి మరియు (R) అనేది (A) యొక్క సరైన వివరణ కాదు
C) (A) సరైనది మరియు (R) అనేది తప్పు.
D) (A) తప్పు మరియు (R) అనేది సరైనది.

**7.** నమూనా అంటే ఏమిటి?

**8.** పొద్దుతిరుగుడు పువ్వులు మరియు పైన్‌కోన్‌లు వంటి సహజ నమూనాలలో తరచుగా కనిపించే గణిత క్రమం ఏది?

AP SCERT

9. How is the Fibonacci sequence connected to spirals in nature?
10. Why do honeycombs have a hexagonal pattern?
11. Explain how symmetry helps in nature.
12. Find the next three terms in the pattern: 2, 4, 8, 16, ___, ___, ___
13. The arrangement of petals in a flower follows Fibonacci numbers. If a flower has 13 petals, predict the number of petals in the next in this pattern.
14. Observe these numbers: 1, 4, 9, 16, 25...
    Identify the pattern and explain the rule.
15. Compare a fern leaf and a snowflake. What common pattern do they share?
16. Do you think patterns in nature can help in technological design? Give an example.
17. Explain the efficiency of nature of spirals in space usage?
18. Design a pattern using shapes that could represent growth in nature. Describe your rule.

## SUMMARY

- Mathematics may be viewed as the search for patterns and for the explanations as to why those patterns exist.
- Among the most basic patterns that occur in mathematics are number sequences.
- Some important examples of number sequences include the counting numbers, odd numbers, even numbers, square numbers, triangular numbers, cube numbers, Virah ā nka numbers, and powers of 2.
- Sometimes number sequences can be related to each other in beautiful and remarkable ways. For example, adding up the sequence of odd numbers starting with 1 gives square numbers.
- Visualising number sequences using pictures can help to understand sequences and the relationships between them.
- **Shape sequences** are another basic type of pattern in mathematics. Some important examples of shape sequences include regular polygons, complete graphs, stacked triangles and squares, and Koch snowflake iterations. Shape sequences also exhibit many interesting relationships with number sequences.
- In nature, patterns appear in plants, animals, shells, rivers, clouds, and even weather.

AP SCERT

**9.** ప్రకృతిలో స్పైరల్స్‌తో ఫిబొనాకి క్రమం ఎలా అనుసంధానించబడి ఉంది?

**10.** తేనెపట్టులు షడ్భుజాకార నమూనాను ఎందుకు కలిగి ఉంటాయి?

**11.** ప్రకృతిలో సౌష్టవం ఎలా సహాయపడుతుందో వివరించండి.

**12.** 2, 4, 8, 16, ___, ___, ___ నమూనాలో తదుపరి మూడు పదాలను కనుగొనండి:

**13.** ఒక పువ్వులో రేకుల అమరిక ఫిబొనాకి సంఖ్యలను అనుసరిస్తుంది. ఒక పువ్వులో 13 రేకులు ఉంటే, ఈ నమూనాలో తదుపరి రేకుల సంఖ్యను అంచనా వేయండి.

**14.** ఈ సంఖ్యలను గమనించండి: 1, 4, 9, 16, 25...
నమూనాను గుర్తించి నియమాన్ని వివరించండి.

**15.** ఫెర్న్ ఆకు మరియు స్నోఫ్లేక్‌ను పోల్చండి. అవి ఏ సాధారణ నమూనాను పంచుకుంటాయి?

**16.** ప్రకృతిలోని నమూనాలు సాంకేతిక రూపకల్పనలో సహాయపడతాయని మీరు అనుకుంటున్నారా? ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వండి.

**17.** అంతరిక్ష వినియోగంలో స్పైరల్స్ స్వభావం యొక్క సామర్థ్యాన్ని వివరించండి?

**18.** ప్రకృతిలో పెరుగుదలను సూచించే ఆకృతులను ఉపయోగించి నమూనాను రూపొందించండి. మీ నియమాన్ని వివరించండి.

## సారాంశం

- గణితాన్ని నమూనాల కోసం అన్వేషణగా మరియు ఆ నమూనాలు ఎందుకు వ్యవస్థితమవుతున్నాయో వివరించే ప్రక్రియగా చూడవచ్చు.
- గణితంలో కనిపించే అత్యంత ప్రాథమిక నమూనాలలో సంఖ్యా శ్రేణులు ఉన్నాయి.
- సంఖ్యా శ్రేణులకు కొన్ని ముఖ్యమైన ఉదాహరణలు లెక్కింపు సంఖ్యలు, బేసి సంఖ్యలు, సరి సంఖ్యలు, చతురస్రపు సంఖ్యలు, త్రిభుజాకార సంఖ్యలు, ఘన సంఖ్యలు, విరాహంక/ఫెబోనాక్సీ సంఖ్యలు మరియు 2 యొక్క ఘాతాలు.
- కొన్నిసార్లు సంఖ్యా శ్రేణులు ఒకదానికొకటి అందమైన మరియు అద్భుతమైన మార్గాల్లో సంబంధం కలిగి ఉంటాయి. ఉదాహరణకు, 1 తో ప్రారంభమయ్యే బేసి సంఖ్యల శ్రేణిని కలపడం వలన వర్గ సంఖ్యలు లభిస్తాయి.
- చిత్రాలను ఉపయోగించి సంఖ్యా శ్రేణులను దృశ్యీకరణ చేయడం వలన శ్రేణులు మరియు వాటి మధ్య సంబంధాలను అర్థం చేసుకోవచ్చు.
- **ఆకార నమూనా** శ్రేణులు గణితంలో మరొక ప్రాథమిక రకం నమూనా. ఆకార నమూనా శ్రేణుల యొక్క కొన్ని ముఖ్యమైన ఉదాహరణలలో సాధారణ బహుభుజాలు, పూర్తి గ్రాఫ్‌లు, పేర్చబడిన త్రిభుజాలు మరియు చతురస్రాలు మరియు కోచ్ స్నోఫ్లేక్ పునరావృత్తులు ఉన్నాయి. ఆకార నమూనా శ్రేణులు సంఖ్యా శ్రేణులతో అనేక ఆసక్తికరమైన సంబంధాలను కూడా ప్రదర్శిస్తాయి.
- ప్రకృతిలో, మొక్కలు, జంతువులు, నత్తగుల్లలు, నదులు, మేఘాలలో మరియు వాతావరణంలో కూడా నమూనాలు కనిపిస్తాయి.

AP SCERT

# 2 LINES AND ANGLES

S8G5U9

## Learning Outcomes:

**Learners will be able to**

- Identifies and draws points, line segments, rays, and lines; recognizes intersecting, parallel, and perpendicular lines. (CG-3)
- Classifies angles as acute, right, obtuse, straight, reflex, and complete; measures and draws angles using a protractor. (CG3)
- Identify clockwise and anticlockwise rotations and recognize different types of angles in figures and real-life situations. (CG-3)
- Distinguish between a line and a line segment and understand that exactly one line can pass through two distinct point. (CG-6)
- Verify constructed angles using measuring tools and classify angles as acute, right, obtuse, straight, or reflex based on their measures.. (CG-3)

AP SCERT

## 2.0 Introduction

In our daily life we see lines everywhere, like roads, wires, and notebook edges. A line is a straight path that goes on forever in both directions. A line segment has two fixed ends, like a ruler or pencil. A ray starts at one point and goes on in one direction, like sunlight. When two lines or rays meet at a point, they form an angle. Angles can be seen at corners of tables, doors, and walls. The hands of a clock form different angles as they move. Lines and angles are present in nature, like tree branches, in roads and crossings in daily life. These shapes help us understand direction and position. We can learn geometry by observing things around us. Drawing and exploring helps us understand better.

# 2 రేఖలు మరియు కోణాలు

H3Z6Z1

## అభ్యసన ఫలితాలు:

**అభ్యాసకులు**

- బిందువులు, రేఖాఖండాలు, కిరణాలు, రేఖలను గుర్తించి గీయగలరు; సమాంతర, ఖండన మరియు లంబ రేఖలను గుర్తించగలరు. (CG-3)
- అల్పకోణం, లంబ కోణం, అధిక కోణం, సరళకోణం, పరావర్తన కోణం మరియు సంపూర్ణ కోణాన్ని వర్గీకరిస్తారు; కోణమానిని సహాయంతో కోణాలను కొలిచి గీయగలరు. (CG-3)
- సవ్యదిశలో మరియు అపసవ్య దిశలో జరిగే భ్రమణాలను గుర్తించి, ఆకృతుల్లో మరియు దైనందిన జీవితంలో కనిపించే వివిధకోణాలను గుర్తించగలరు. (CG-3)
- రేఖ మరియు రేఖాఖండం మధ్య తేడాను గుర్తించి, రెండు భిన్నమైన బిందువుల ద్వారా కేవలం ఒకే రేఖ గీయవచ్చని అర్థం చేసుకుంటారు. (CG-6)
- నిర్మించిన కోణాలను కొలిచే పరికరాలతో ధృవీకరించి, వాటిని కొలతల ఆధారంగా అల్ప, లంబ కోణం, అధిక, సరళ మరియు పరావర్తన కోణాలుగా వర్గీకరించగలరు. (CG-3)

AP SCERT

## 2.0 పరిచయం

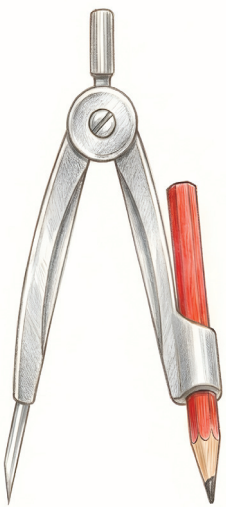
మన రోజువారీ జీవితంలో రోడ్లు, వైర్లు, నోట్‌బుక్ అంచులు వంటి వాటిలో గీతలు కనిపిస్తాయి. రెండు దిశల్లో అంతం లేకుండా సాగిపోతున్న గీతను రేఖ అంటారు. రెండు అంత్యబిందువులు ఉన్న రేఖ భాగాన్ని రేఖాఖండం అంటారు (స్కేలు, పెన్సిల్ అంచులాగా). ఒక బిందువు నుంచి ఒక దిశలో అంతం లేకుండా వెళ్లే రేఖను కిరణం అంటారు (సూర్యకిరణాల లాగా). రెండు కిరణాలు ఒకే బిందువులో కలిసినప్పుడు కోణం ఏర్పడుతుంది. టేబుల్ మూలలు, తలుపు మూలలు మరియు గోడల మూలల్లో కోణాలు కనిపిస్తాయి. గడియారం ముళ్లు కదిలేటప్పుడు కూడా కోణాలు ఏర్పడుతాయి. రేఖలు, కోణాలు వస్తువుల స్థానం మరియు ఆకారాలను అర్థం చేసుకోవడంలో సహాయపడతాయి. ఇవి చెట్లు, రోడ్లు, భవనాల్లో కూడా కనిపిస్తాయి. నిజజీవితంతో అనుసంధానం చేస్తే గణితం సులభంగా అర్థమవుతుంది. మన చుట్టూ గమనిస్తే ఎన్నో రేఖలు, కోణాలు కనిపిస్తాయి. జ్యామితి నేర్చుకోవడం అంటే గమనించడం, గీయడం, నమూనాలను అర్థం చేసుకోవడం.

In this chapter, we will explore some of the most basic ideas of geometry including points, line segments, lines, rays, and angles. These ideas form the building blocks of 'plane geometry', and will help us in understanding more advanced topics in geometry such as the construction and analysis of different shapes.

## 2.1 Point

Mark a dot on the paper with a sharp tip of a pencil. The sharper the tip, the thinner will be the dot. This tiny dot will give you an idea of a point. A point determines a precise location, but it has no length, breadth or height. Some models for a point are given below.

AP SCERT



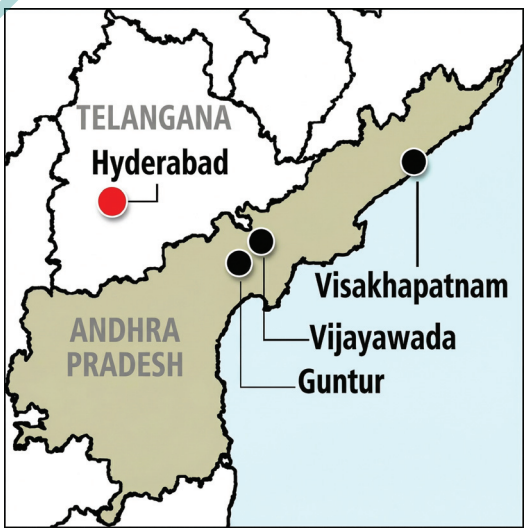
The tip of a compass



The sharpened end of a pencil

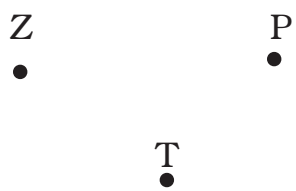


The pointed end of a needle




Main cities in Andhra Pradesh Map

If you mark three points on a piece of paper, you may be required to distinguish these three points. For this purpose, each of the three points may be denoted by a single capital letter such as



ఈ అధ్యాయంలో, బిందువులు, రేఖా ఖండాలు, రేఖలు, కిరణాలు మరియు కోణాలతో సహా జ్యామితి యొక్క కొన్ని ప్రాథమిక ఆలోచనలను మనం అన్వేషిస్తాము. ఈ ఆలోచనలు 'సమతల జ్యామితి' యొక్క నిర్మాణ విభాగాలను ఏర్పరుస్తాయి మరియు వివిధ ఆకారాల నిర్మాణం మరియు విశ్లేషణ వంటి జ్యామితిలో మరింత అధునాతన అంశాలను అర్థం చేసుకోవడానికి మనకు సహాయపడతాయి.

## 2.1 బిందువు

పెన్సిల్ యొక్క పదునైన కొనతో కాగితం మీద ఒక చుక్కను గుర్తించండి. కొన ఎంత పదునైనదో, చుక్క అంత సన్నగా ఉంటుంది. ఈ చిన్న చుక్క మీకు ఒక బిందువు గురించి ఒక ఆలోచన ఇస్తుంది. ఒక బిందువు ఖచ్చితమైన స్థానాన్ని నిర్ణయిస్తుంది, కానీ దానికి పొడవు, వెడల్పు లేదా ఎత్తు ఉండదు. ఒక బిందువు కోసం కొన్ని నమూనాలు క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి.



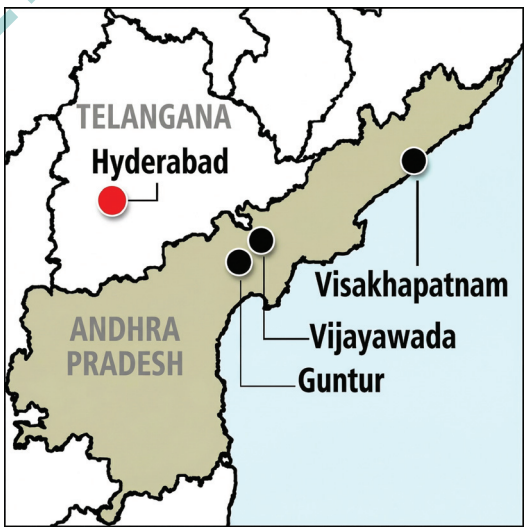
వృత్తలేఖిని యొక్క కొన



పెన్సిల్ యొక్క పదునైన కొన



సూది యొక్క గుండ్రటి కొన




ఆంధ్రప్రదేశ్ పటంలోని ముఖ్యమైన నగరాలు

AP SCERT

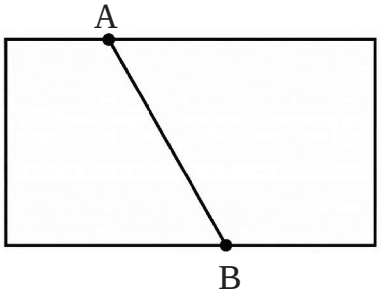
మీరు ఒక కాగితంపై మూడు బిందువులను గుర్తించినట్లయితే, ఈ మూడు బిందువులను వేరు వేరు అక్షరాలతో చూపించండి. దీని కోసం మూడు బిందువులలో ప్రతి దానిని ఒక పెద్ద అక్షరంతో సూచించవచ్చు. ఉదాహరణకు

Z P T

Z, P and T. These points are read as 'Point Z', 'Point P' and 'Point T'. Of course, the dots represent precise locations and must be imagined to be invisibly thin.

## 2.2 Line Segment

Fold a piece of paper and unfold it. Do you see a crease? This gives the idea of a line segment. It has two end points, A and B.




Mark any two points A and B on a sheet of paper. Try to connect A to B by various routes (Fig. 2.1).

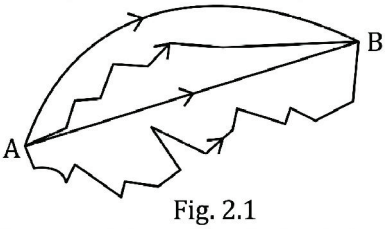


Fig. 2.1

What is the shortest route from A to B? This shortest path from point A to Point B (including A and B) as shown here is called the line segment from A to B. It is denoted by either $\overline{AB}$ or $\overline{BA}$. The points A and B are called the end points of the line segment $\overline{AB}$.

## 2.3 Line

Imagine that the line segment from A to B (i.e., $\overline{AB}$) is extended beyond A in one direction and beyond B in the other direction without any end (see Fig. 2.2). This is a model for a line. Do you think you can draw a complete picture of a line? No. Why?

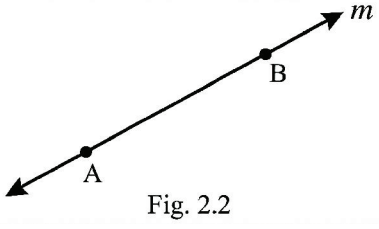


Fig. 2.2

A line through two points A and B is written as $\overleftrightarrow{AB}$. It extends forever in both directions. Sometimes a line is denoted by a letter like $l$ or $m$.

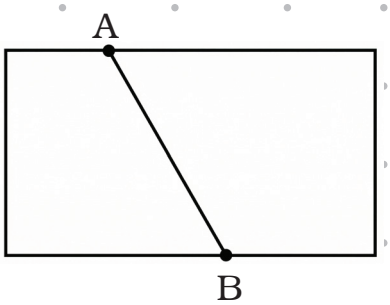
Observe (Fig. 2.1 and Fig.2.2) that any two points determine a unique line that passes through both of them.

AP SCERT

Z, P మరియు T వంటి ఒక పెద్ద అక్షరం ద్వారా సూచించవచ్చు. ఈ బిందువులను 'బిందువు Z', 'బిందువు P' మరియు 'బిందువు T' అని చదువుతారు. వాస్తవానికి, బిందువులు ఖచ్చితమైన స్థానాలను సూచిస్తాయి మరియు కంటికి కనిపించనంత సన్నగా ఉంటాయని ఊహించాలి.

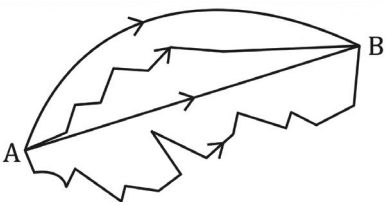
## 2.2 రేఖా ఖండము

ఒక కాగితం ముక్కను మడిచి విప్పండి. మీరు మడతను చూశారా? ఇది రేఖాఖండము యొక్క ఆలోచనను ఇస్తుంది. దీనికి A మరియు B అనే రెండు చివరి బిందువులు ఉన్నాయి.




ఒక కాగితంపై ఏవైనా రెండు బిందువులు A మరియు B లను గుర్తించండి. A మరియు B లను వివిధ మార్గాల ద్వారా కలపడానికి ప్రయత్నించండి (పటం 2.1).

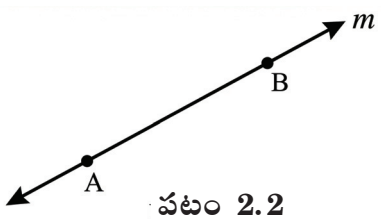
A నుంచి B కు అతి చిన్న మార్గం ఏది? A నుంచి బిందువుB కు గల ఈ చిన్న మార్గంని A నుంచి B బిందువు వరకు (A మరియు Bతో సహా) రేఖాఖండము అంటారు. దీనిని $\overline{AB}$ లేదా $\overline{BA}$ గా సూచిస్తారు. A మరియు B బిందువులను $\overline{AB}$ రేఖాఖండము యొక్క చివరి బిందువులు అంటారు.




పటం 2.1

## 2.3 సరళ రేఖ

A నుంచి B వరకు ఉన్న రేఖాఖండం (అనగా, $\overline{AB}$) ఒకదిశలో A ను దాటి మరో దిశలో B ను దాటి ఎటువంటి ముగింపు లేకుండా విస్తరించబడిందని ఊహించుకోండి (పటం 2.2 చూడండి). ఇది ఒక రేఖకు నమూనా. మీరు ఒక రేఖ యొక్క పూర్తి చిత్రాన్ని గీయగలరని మీరు అనుకుంటున్నారా? గీయలేరు. ఎందువల్ల?




పటం 2.2

రెండు బిందువులు A మరియు B ద్వారా వెళ్ళే రేఖను $\overleftrightarrow{AB}$ గా వ్రాస్తారు. ఇది రెండు దిశలలో అనంతంగా విస్తరించి ఉంటుంది. కొన్నిసార్లు ఒక రేఖను $l$ లేదా $m$ వంటి అక్షరాలతో సూచిస్తారు.

ఏవైనా రెండు బిందువులు, వాటి గుండా వెళ్ళే ఒకే ఒక ప్రత్యేక రేఖను నిర్ణయిస్తాయని గమనించండి. (పటం 2.1 మరియు పటం 2.2 లను పరిశీలించండి.)

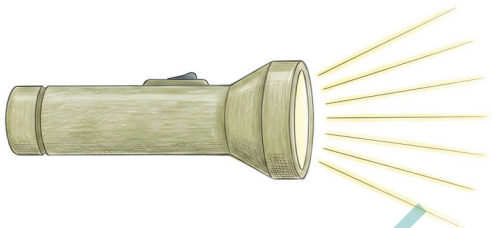
AP SCERT

## 2.4 Ray

A ray is a portion of a line that starts at one point (called the starting point or initial point of the ray) and goes on endlessly in a direction. The following are some models for a ray:



Beam of light from a lighthouse



Ray of light from a torch



Sun rays

Look at the diagram (Fig. 2.3) of a ray. Two points are marked on it. One is the starting point A and the other is a point P on the path of the ray. We then denote the ray by $\overrightarrow{AP}$.

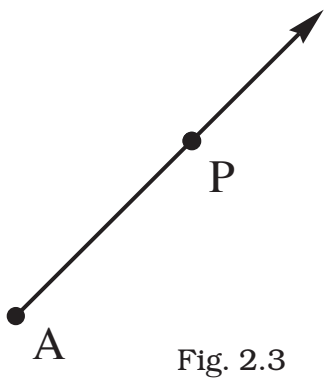



Fig. 2.3

AP SCERT



### Figure it Out - 2.1

1.

Ramu marked a point on a piece of paper. How many lines can he draw that pass through the point?

Venkat marked two points on a piece of paper. How many different lines can he draw that pass through both of the points?

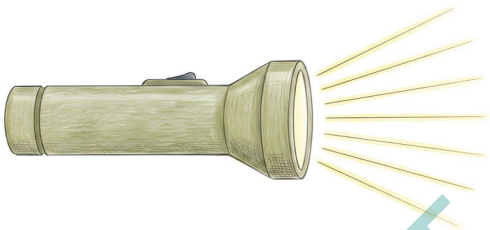
Can you help Ramu and Venkat find their answers?

## 2.4 కిరణం

కిరణం అనేది ఒక బిందువు వద్ద ప్రారంభమై (కిరణము యొక్క ఆది బిందువు లేదా ప్రారంభ బిందువు అని పిలుస్తారు.) ఒక దిశలో అనంతంగా కొనసాగే రేఖలో ఒక భాగం. కిరణానికి కొన్ని నమూనాలు ఈ క్రింది విధంగా ఉన్నాయి:



లైట్ హౌస్ నుండి కాంతి పుంజం

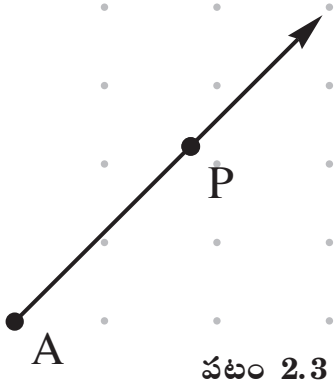


ఒక టార్చ్ నుండి కాంతి కిరణాలు



సూర్య కిరణాలు

కిరణం యొక్క రేఖాచిత్రాన్ని (పటం 2.3) చూడండి. దానిపై రెండు రెండుబిందువులు గుర్తించబడతాయి. ఒకటి ప్రారంభ బిందువు A మరియు మరొకటి కిరణ మార్గంలో ఒక బిందువు P. అప్పుడు మనం కిరణాన్ని $\overrightarrow{AP}$ ద్వారా సూచిస్తాము.




పటం 2.3



### ఆలోచించండి-చేయండి - 2.1

1.

రాము ఒక కాగితం ముక్క పై ఒక బిందువును గుర్తించాడు. ఆ బిందువు గుండా అతను ఎన్ని రేఖలను గీయగలడు?

వెంకట్ ఒక కాగితం మీద రెండు బిందువులను గుర్తించాడు. ఈ రెండు బిందువుల గుండా అతను ఎన్ని విభిన్న రేఖలను గీయగలడు?

రాము మరియు వెంకట్ వారి సమాధానాలను కనుగొనడానికి మీరు సహాయంచేయగలరా?

AP SCERT

2. Name the line segments in Fig. 2.4. Which of the five marked points are on exactly one of the line segments? Which are on two of the line segments?

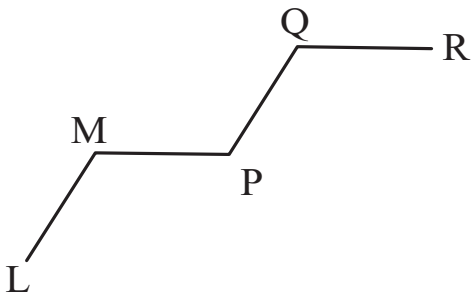



*Fig. 2.4.*

3. Name the rays shown in Fig. 2.5. Is T the starting point of each of these rays?

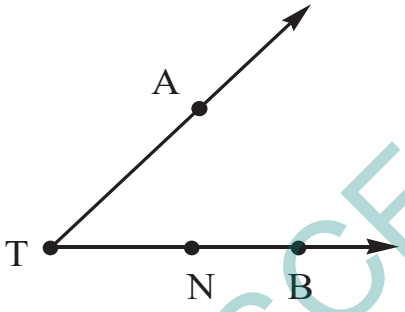



*Fig. 2.5*

4. Draw a rough figure and write labels appropriately to illustrate each of the following:

   a. $\overleftrightarrow{OP}$ and $\overleftrightarrow{OQ}$ meet at O.

   b. $\overrightarrow{XY}$ and $\overleftrightarrow{PQ}$ intersect at point M.

   c. Line *l* contains points E and F but not point D.

   d. Point P lies on AB.

5. In Fig. 2.6, name:

   a. Five points

   b. A line

   c. Four rays

   d. Five line segements

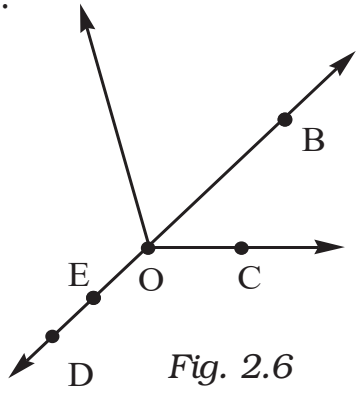
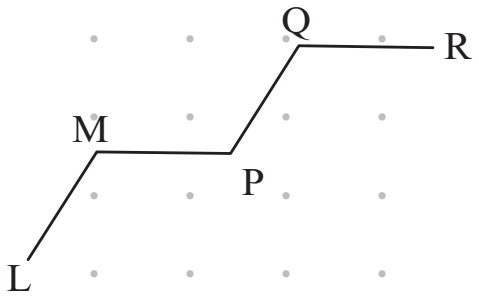



*Fig. 2.6*

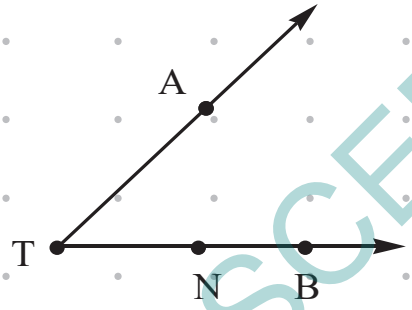
AP SCERT

2. పటం 2.4లోని రేఖాఖండాల పేర్లు తెలపండి. గుర్తించబడిన ఐదు బిందువులలో ఏవి ఖచ్చితంగా ఒకే రేఖాఖండముపై ఉన్నాయి? ఏవి రెండు రేఖాఖండములపై ఉన్నాయి?




**పటం 2.4**

3. పటం 2.5లో చూపించిన కిరణాల పేర్లు చెప్పండి. ఈ కిరణాలలో ప్రతి దానికి T ప్రారంభ బిందువా?




**పటం 2.5**

4. కింది వాటిలో ప్రతిదాన్ని వివరించడానికి ఒక చిత్తు పటాన్ని గీసి తగిన విధంగా గుర్తించండి.

ఎ. $\overleftrightarrow{OP}$ మరియు $\overleftrightarrow{OQ}$ లు O వద్ద కలుస్తాయి.

బి. $\overrightarrow{XY}$ మరియు $\overleftrightarrow{PQ}$ లు M బిందువు వద్ద కలుస్తాయి.

సి. రేఖ $l$, E మరియు F బిందువులను కలిగి ఉంటుంది. కానీ బిందువు D ని కాదు.

డి. బిందువు P అనేది AB పై ఉంటుంది.

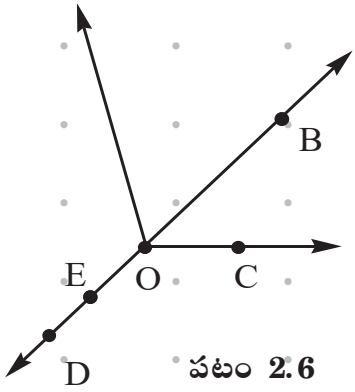
5. పటం 2.6లో, క్రింది వాటి పేర్లు తెలపండి :

ఎ. ఐదు బిందువులు.

బి. ఒక సరళరేఖ

సి. నాలుగు కిరణాలు

డి. ఐదు రేఖాఖండాలు




**పటం 2.6**

AP SCERT

6. Here is a ray $\overrightarrow{OA}$ (Fig. 2.7). It starts at O and passes through the point A. It also passes through the point B.

   a. Can you also name it as $\overrightarrow{OB}$? Why?

   b. Can we write $\overrightarrow{OA}$ as $\overrightarrow{AO}$? Why or why not?

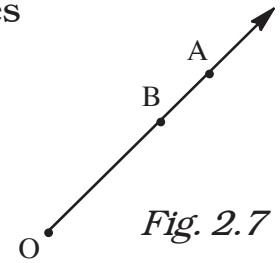


*Fig. 2.7*

## 2.5 Angle

An angle is formed by two rays having a common starting point. Here is an angle formed by rays $\overrightarrow{BD}$ and $\overrightarrow{BE}$ where B is the common starting point (Fig. 2.8).

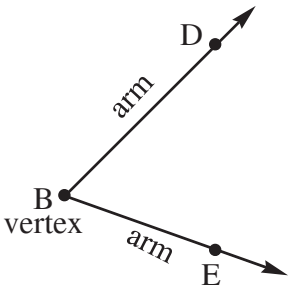


*Fig. 2.8*

The point B is called the vertex of the angle, and the rays $\overrightarrow{BD}$ and $\overrightarrow{BE}$ are called the arms of the angle. How can we name this angle? We can simply use the vertex and say that it is the Angle B. To be clearer, we use a point on each of the arms together with the vertex to name the angle. In this case, we name the angle as Angle DBE or Angle EBD. The word angle can be replaced by the symbol '∠', i.e., ∠DBE or ∠EBD. Note that in specifying the angle, the vertex is always written as the middle letter.

To indicate an angle, we use a small curve at the vertex (refer to Fig. 2.9).

The size of an angle is the amount of rotation or turn that is needed about the vertex to move the first ray to the second ray.

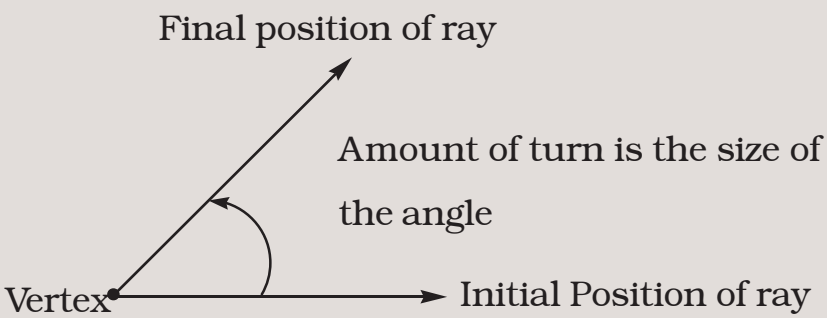
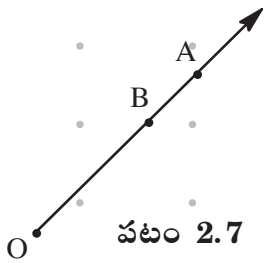


*Fig. 2.9*

AP SCERT

6. ఇక్కడ $\overrightarrow{OA}$ ఒక కిరణం. (పటం 2.7) ఉంది. ఇది O వద్ద ప్రారంభమై A బిందువు గుండా వెళుతుంది. ఇది B బిందువు గుండా కూడా వెళుతుంది.



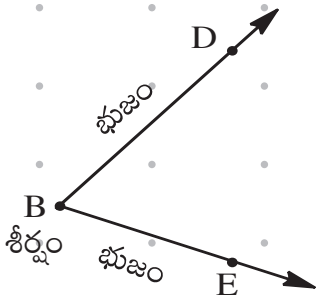
పటం 2.7

a. మీరు దీనికి $\overrightarrow{OB}$ అని కూడా పేరు పెట్టగలరా? ఎందువల్ల?

b. $\overrightarrow{OA}$ కు బదులుగా $\overrightarrow{AO}$ అని మనం రాయగలమా? ఎందుకు? లేదా ఎందుకు రాయలేరు?

## 2.5 కోణం

ఒక ఉమ్మడి ప్రారంభ బిందువును కలిగి ఉన్న రెండు కిరణాల ద్వారా ఒక కోణం ఏర్పడుతుంది. ఇక్కడ $\overrightarrow{BD}$ మరియు $\overrightarrow{BE}$ కిరణాల ద్వారా ఏర్పడిన కోణం ఉంది, ఇక్కడ B అనేది ఉమ్మడి ప్రారంభ స్థానం. (పటం. 2.8).

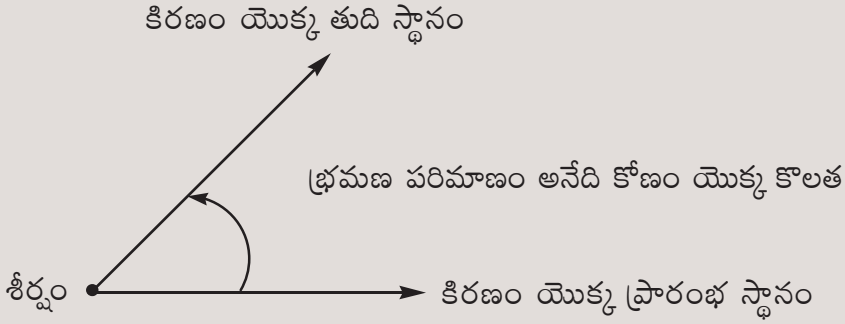


పటం 2.8

B బిందువును కోణం యొక్క శీర్షం అని, $\overrightarrow{BD}$ మరియు $\overrightarrow{BE}$ కిరణాలను కోణం యొక్క భుజాలు అని పిలుస్తారు. ఈ కోణానికి మనం ఎలా పేరు పెట్టాలి? మనం కేవలం శీర్షాన్ని ఉపయోగించవచ్చు మరియు అది కోణం B అని చెప్పవచ్చు. స్పష్టంగా చెప్పాలంటే, కోణానికి పేరు పెట్టడానికి శీర్షంతో కలిసి ప్రతి భుజాల పై ఒక బిందువును ఉపయోగిస్తాము. ఈ సందర్భంలో, మనం కోణాన్ని కోణం DBE లేదా కోణం EBD అని పిలుస్తాము. కోణము అనే పదాన్ని '$\angle$', చిహ్నంతో సూచించవచ్చు అంటే, $\angle$DBE లేదా $\angle$EBD. కోణాన్ని పేర్కొనడంలో, శీర్షం ఎల్లప్పుడూ మధ్య అక్షరంగా వ్రాయబడుతుందని గమనించండి.

ఒక కోణాన్ని సూచించడానికి, మనం శీర్షం వద్ద ఒక చిన్న వక్రతను ఉపయోగిస్తాము (పటం 2.9 చూడండి)

మొదటి కిరణాన్ని రెండవ కిరణానికి తీసుకెళ్లడానికి శీర్షం చుట్టూ అవసరమైన భ్రమణం లేదా మలుపు మొత్తాన్ని కోణం పరిమాణం అంటారు.



పటం 2.9

AP SCERT

Vidya has just opened her book. Let us observe her opening the cover of the book in different scenarios.



Case 1 Case 2 Case 3 Case 4 Case 5 Case 6

- Do you see angles being made in each of these cases? Can you mark their arms and vertex?

Which angle is greater—the angle in Case 1 or the angle in Case 2? Just as we talk about the size of a line based on its length, we also talk about the size of an angle based on its amount of rotation.

So, the angle in Case 2 is greater as in this case she needs to rotate the cover more. Similarly, the angle in Case 3 is even larger than that of Case 2, because there is even more rotation, and Cases 4, 5, and 6 are successively larger angles with more and more rotation.

Let's look at some other examples where angles arise in real life by rotation or turn:



- In a compass or divider, we turn the arms to form an angle. The vertex is the point where the two arms are joined. Identify the arms and vertex of the angle.



- A pair of scissors has two blades. When we open them (or 'turn them') to cut something, the blades form an angle. Identify the arms and the vertex of the angle.

AP SCERT

విద్య ఇప్పుడే తన పుస్తక్తాన్ని తెరిచింది. వివిధ సందర్భాల్లో ఆమె పుసక్తం ముఖచిత్రాన్ని తెరవడాన్ని మనం పరిశీలిద్దాం.



సందర్భం 1 సందర్భం 2 సందర్భం 3 సందర్భం 4 సందర్భం 5 సందర్భం 6

- ఈ సందర్భాలలో ప్రతి దానిలో కోణాలు చేయబడుతున్నాయని మీరు గమనించారా? మీరు వాటి భుజాలు మరియు శీర్షంలను గుర్తించగలరా?

ఏ కోణం ఎక్కువ 1వ సందర్భంలోని కోణమా? లేదా 2వ సందర్భంలోని కోణమా ? మనం ఒక రేఖ యొక్క పరిమాణం గురించి దాని పొడవు ఆధారంగా మాట్లాడినట్లే, దాని భ్రమణ పరిమాణం ఆధారంగా ఒక కోణం యొక్క పరిమాణం గురించి కూడా మాట్లాడతాము.

కాబట్టి 2వ సందర్భంలో కోణం ఎక్కువగా ఉంటుంది, ఎందుకంటే ఆమె ఈ సందర్భం లో కవర్ ని మరింత తిప్పాల్సి ఉంటుంది. అదేవిధంగా, 3వ సందర్భంలోని కోణం 2వ సందర్భం కంటే పెద్దది, ఎందుకంటే మరింత ఎక్కువ భ్రమణం చేయబడిఉంది, మరియు సందర్భాలు 4, 5 మరియు 6 వరుసగా ఎక్కువ భ్రమణంతో పెద్దకోణాలను సూచిస్తాయి.

నిజజీవితంలో భ్రమణం లేదా మలుపు ద్వారా కోణాలు తలెత్తే మరికొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం.



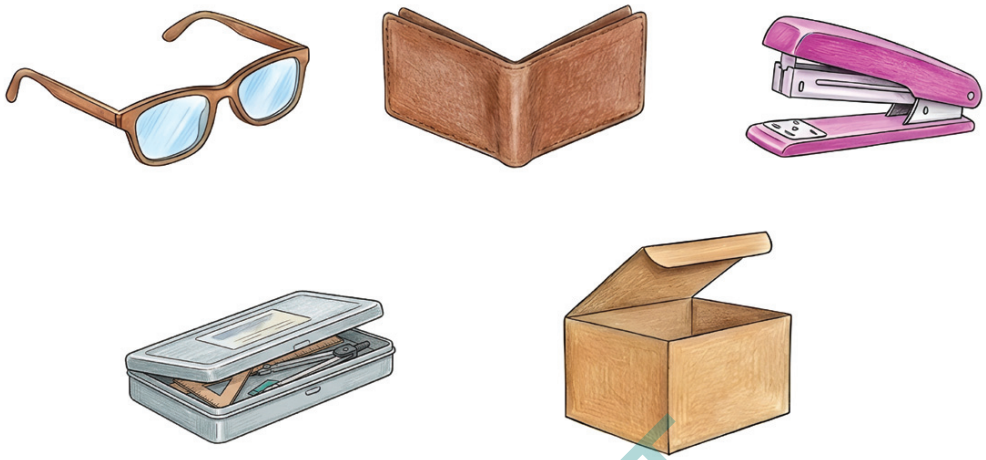
- వృత్తలేఖిని లేదా విభాగిని లో, మనం ఒక కోణాన్ని ఏర్పరచడానికి భుజాలను తిప్పుతాము. కోణం అనేది రెండు భుజాలు కలిసే బిందువు. కోణం యొక్క భుజాలు మరియు శీర్షం ను గుర్తించండి.



- ఒక కత్తెర లో రెండు బేడ్లు ఉంటాయి. ఏదైనా కత్తిరించడానికి మనం వాటిని తెరిచినప్పుడు (లేదా 'వాటిని తిప్పండి') బేడ్లు ఒక కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. కోణం యొక్క భుజాలు మరియు శీర్షం ను గుర్తించండి.

AP SCERT

- Look at the pictures of spectacles, wallet and other common objects. Identify the angles in them by marking out their arms and vertices.



Do you see how these angles are formed by turning one arm with respect to the other?

**Teacher's Note**

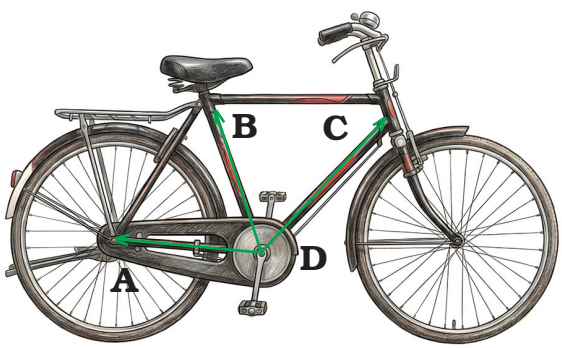
Teacher needs to organise various activities with the students to recognise the size of an angle as a measure of rotation.

AP SCERT



## Figure it Out - 2.2

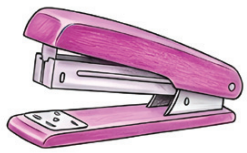
1. Can you find the angles in the given pictures? Draw the rays forming any one of the angles and name the vertex of the angle.

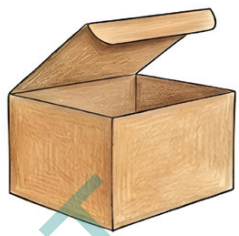





- కళ్ళజోడు, పర్సు మరియు ఇతర సాధారణ వస్తువుల చిత్రాలను చూడండి. వాటి భుజాలు మరియు శీర్షాలను మార్క్ చేయడం ద్వారా వాటిలోని కోణాలను గుర్తించండి.







ఒక భుజాన్ని ఆధారంగా మరో భుజాన్ని తిప్పడం ద్వారా ఈ కోణాలు ఎలా ఏర్పడతాయో గమనించారా?

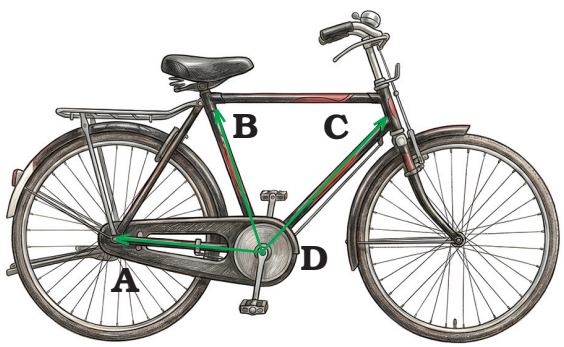
**ఉపాధ్యాయులకు గమనిక**

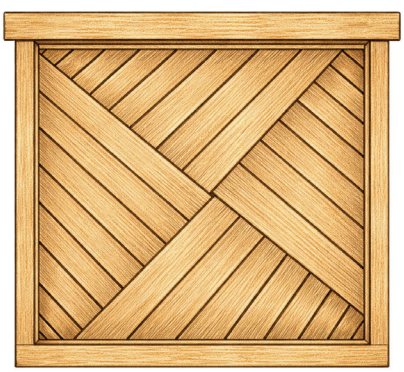
ఒక కోణం యొక్క పరిమాణాన్ని భ్రమణ కొలతగా గుర్తించడానికి ఉపాధ్యాయులు విద్యార్థులతో వివిధ కృత్యాలను నిర్వహించాలి.



## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.2

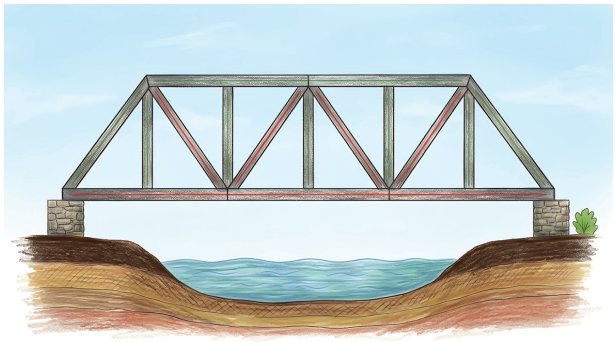
1. ఇవ్వబడ్డ చిత్రాలలోని కోణాలను మీరు కనుగొనగలరా? ఏదైనా ఒక కోణాన్ని ఏర్పరిచే కిరణాలను గీయండి మరియు కోణం యొక్క శీర్షం కు పేరుపెట్టండి.



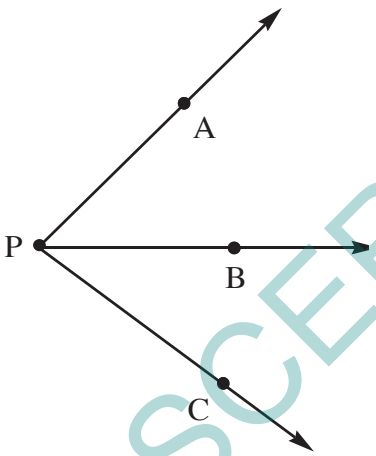
AP SCERT

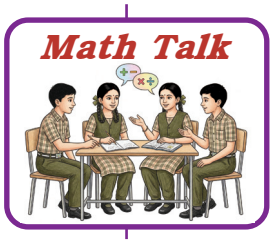




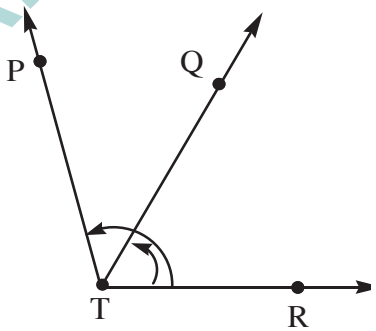
2. Draw and label an angle with arms ST and SR.

3. Explain why ∠APC cannot be labelled as ∠P?



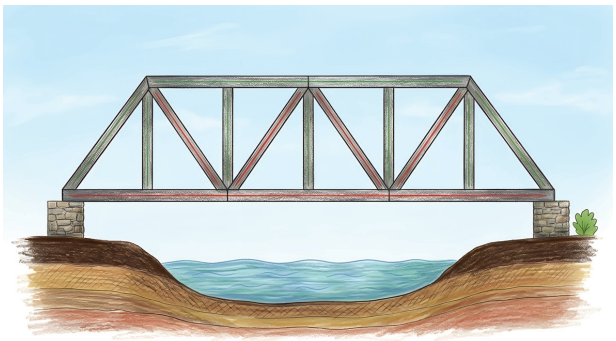

4. Name the angles marked in the given figure.




5. Mark any three points on your paper that are not on one line. Label them A, B, C. Draw all possible lines going through pairs of these points. How many lines do you get? Name them. How many angles can you name using A, B, C? Write them down, and mark each of them with a curve as in Fig. 2.9.

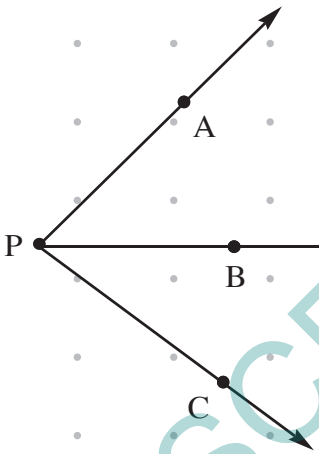
AP SCERT





2. ST మరియు SR భుజాలతో ఒక కోణాన్ని గీసి, గుర్తించండి.

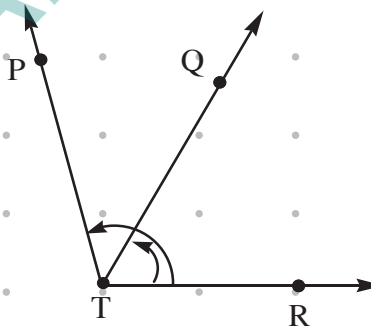
3. ∠APC, ని ∠P అని ఎందుకు గుర్తించలేదో వివరించండి?







4. ఇవ్వబడ్డ పటంలో గుర్తించిన కోణాల పేర్లను తెలపండి.



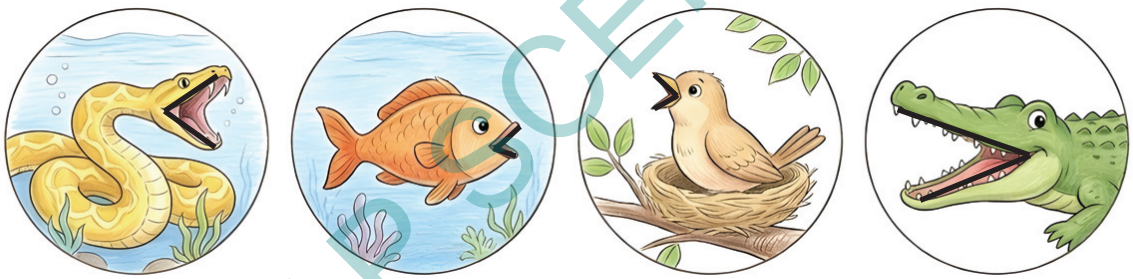

5. మీ కాగితం పై ఒక వరుసలో లేని ఏవైనా మూడు బిందువులను గుర్తించండి. వాటిని A,B,C లుగా గుర్తించండి. ఈ బిందువుల జతల గుండా వెళ్ళే అన్ని సాధ్యమైన రేఖలను గీయండి. మీకు ఎన్ని రేఖలు వస్తాయి? వాటి పేర్లు చెప్పండి. A, B, C ఉపయోగించి మీరు ఎన్నికోణాలకు పేరు పెట్టవచ్చు? వాటిని రాయండి మరియు పటం 2.9లో ఉన్న విధంగా ప్రతిదానిని వక్రంతో చూపండి.

AP SCERT

6. Now mark any four points on your paper so that no three of them are on one line. Label them A, B, C, D. Draw all possible lines going through pairs of these points. How many lines do you get? Name them. How many angles can you name using A, B, C, D? Write them all down, and mark each of them with a curve as in Fig. 2.9.

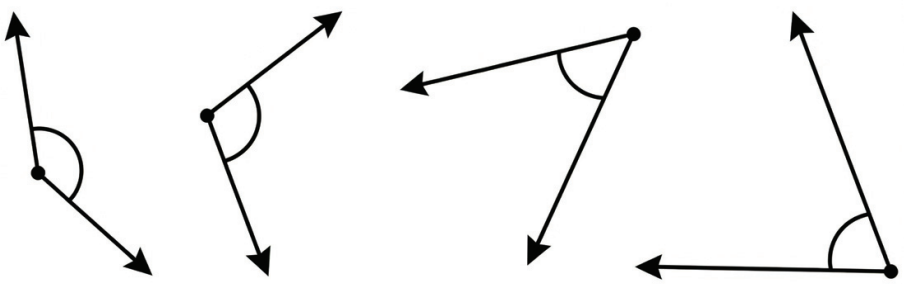
## 2.6 Comparing Angles

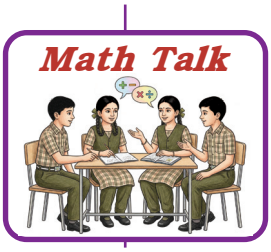
Look at these animals opening their mouths. Do you see any angles here? If yes, mark the arms and vertex of each one. Some mouths are open wider than others; the more the turning of the jaws, the larger the angle! Can you arrange the angles in this picture from smallest to largest?



© NCERT

- Is it always easy to compare two angles?






Here are some angles. Label each of the angles. How will you compare them?

Draw a few more angles; label them and compare.

6. ఇప్పుడు మీ కాగితంపై ఏవైనా నాలుగు బిందువులను, వాటిలో ఏ మూడు బిందువులు ఒకే సరళరేఖపై ఉండకుండా గుర్తించండి. వాటిని A, B, C, D అని గుర్తించండి. ఈ బిందువుల జతల గుండా వెళ్లే అన్ని సాధ్యమైన రేఖలను గీయండి. మీకు ఎన్ని రేఖలు వస్తాయి? వాటి పేరు పెట్టండి. A, B, C, D ఉపయోగించి మీరు ఎన్ని కోణాలకు పేరు పెట్టవచ్చు? వాటన్నిటినీ రాయండి, మరియు ప్రతిదానిని ఒక వక్రతతో పటం 2.9 లో చూపిన విధంగా గుర్తించండి.

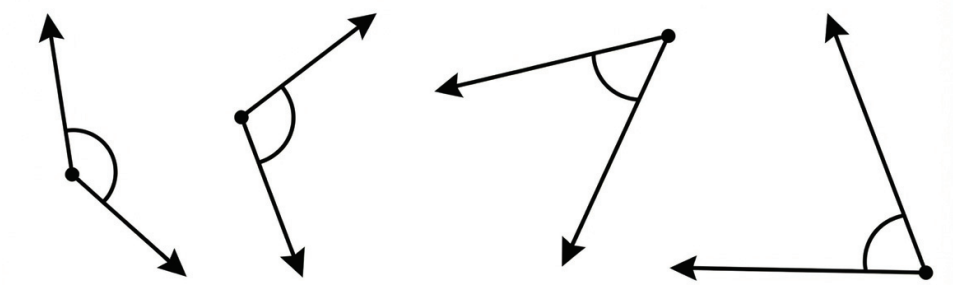
## 2.6 కోణాలను పోల్చడం

ఈ జంతువులు నోరు తెరవడం చూడండి. ఇక్కడ ఏవైనా కోణాలు కనిపిస్తున్నాయా? ఒకవేళ అవును అయితే, ప్రతి వాటి యొక్క భుజాలు మరియు కోణాన్ని గుర్తించండి. కొన్ని నోర్లు మిగిలినవాటి నోర్ల కన్నా వెడల్పుగా తెరుచుకుంటాయి. దవడలు ఎంత ఎక్కువగా తెరిస్తే కోణం అంత పెద్దది! ఈ చిత్రంలోని కోణాలను మీరు చిన్న నుండి పెద్ద వరకు అమర్చగలరా?



© NCERT

- రెండు కోణాలను పోల్చడం ఎల్లప్పుడూ సులభమేనా?

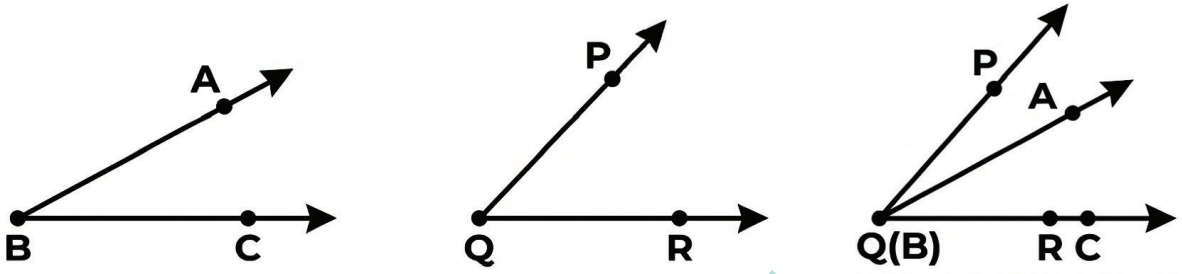





ఇక్కడ కొన్ని కోణాలు ఉన్నాయి. ప్రతి కోణాన్ని గుర్తించండి. మీరు వాటిని ఎలా పోలుస్తారు? మరికొన్ని కోణాలను గీయండి; వాటిని గుర్తించి పోల్చండి?

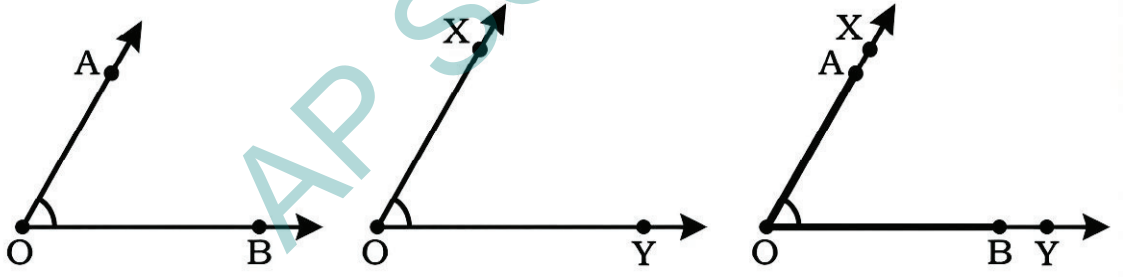
**Comparing angles by superimposition**

Any two angles can be compared by placing them one over the other, i.e., by superimposition. While superimposing, the vertices of the angles must overlap. After superimposition, it becomes clear which angle is smaller and which is larger.




The picture shows the two angles superimposed. It is now clear that ? ∠PQR is larger than ∠ABC.

**Equal angles.** Now consider ∠AOB and ∠XOY in the figure. Which is greater?




The corners of both of these angles match and the arms overlap with each other, i.e., OA ↔ OX and OB ↔ OY. So, the angles are equal in size.

The reason these angles are considered to be equal in size is because when we visualise each of these angles as being formed out of rotation, we can see that there is an equal amount of rotation needed to move $\overrightarrow{OB}$ to $\overrightarrow{OA}$ and $\overrightarrow{OY}$ to $\overrightarrow{OX}$.

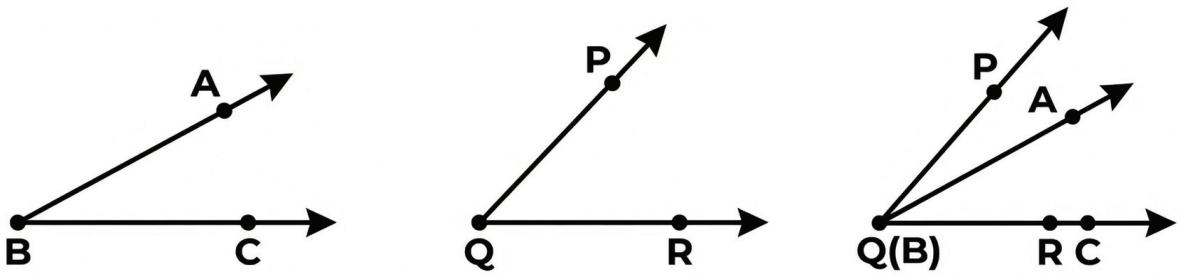
From the point of view of superimposition, when two angles are superimposed, and the common vertex and the two rays of both angles lie on top of each other, then the sizes of the angles are equal.

AP SCERT

## అధ్యారోపన ద్వారా కోణాలను పోల్చడం

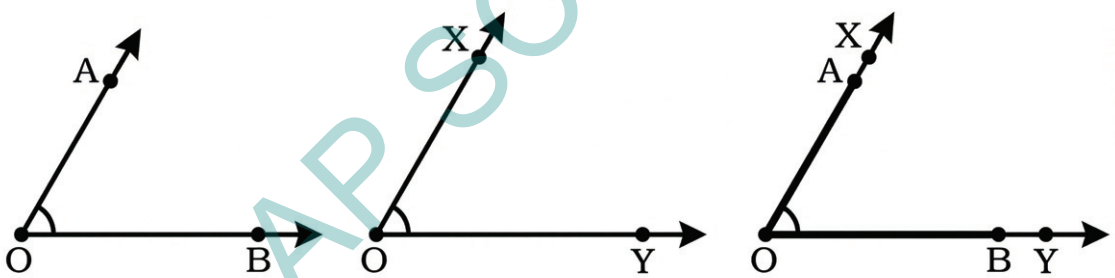
ఏవైనా రెండు కోణాలను ఒకదానిపై ఒకటి ఉంచడం ద్వారా అంటే, అధ్యారోపన ద్వారా పోల్చవచ్చు. అధ్యారోపన చేసేటప్పుడు, కోణాల శీర్షాలు అతివ్యాప్తి చెందాలి.

అధ్యారోపన తరువాత, ఏ కోణం చిన్నది? మరియు ఏది పెద్దది? అనేది స్పష్టమవుతుంది.




ఈ చిత్రంలో రెండు కోణాలను చూపించారు. $\angle PQR$ అనేది $\angle ABC$ కంటే పెద్దది అని ఇప్పుడు స్పష్టమైంది.

**సమాన కోణాలు –** ఇప్పుడు చిత్రంలో $\angle AOB$ మరియు $\angle XOY$ పరిగణించండి. ఏది ఎక్కువ ?




ఈ రెండు కోణాల మూలలు సరిపోలుతాయి మరియు భుజాలు ఒకదానితో ఒకటి అతివ్యాప్తి చెందుతాయి, అనగా, $OA \leftrightarrow OX$ మరియు $OB \leftrightarrow OY$. కాబట్టి, కోణాలు పరిమాణంలో సమానంగా ఉంటాయి.

ఈ కోణాలు పరిమాణంలో సమానంగా పరిగణించబడటానికి కారణం ఏమిటంటే, ఈ కోణాలలో ప్రతి ఒక్కటి భ్రమణం నుండి ఏర్పడినట్లు మనం దృశ్యీకరించినప్పుడు, $\overrightarrow{OB}$ ని $\overrightarrow{OA}$ కి మరియు $\overrightarrow{OY}$ ని $\overrightarrow{OX}$ కి తరలించడానికి సమానమైన భ్రమణం అవసరమని మనం చూడవచ్చు.

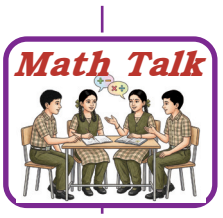
అధ్యారోపనం దృకోణం నుండి చూస్తే రెండు కోణాలు ఒకదానిపై ఒకటి అతి వ్యాప్తి చెందినప్పుడు, ఆ రెండు కోణాల ఉమ్మడి శీర్షం మరియు రెండు కిరణాలు ఒకదానిపై ఒకటి అమరినట్లయితే, ఆ కోణాల పరిమాణాలు సమానంగా ఉంటాయి.

APSCERT

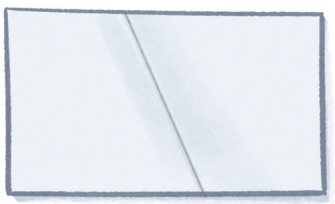
- Where else do we use superimposition to compare?



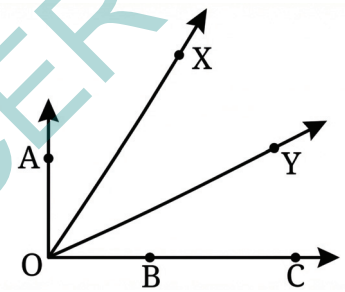
## Figure it Out - 2.3

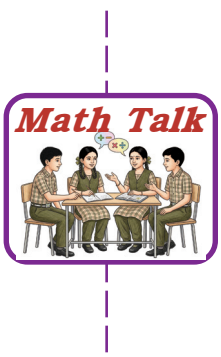



1. Fold a rectangular sheet of paper, then draw a line along the fold created. Name and compare the angles formed between the fold and the sides of the paper. Make different angles by folding a rectangular sheet of paper and compare the angles. Which is the largest and smallest angle you made?

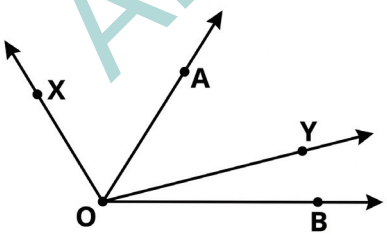


2. In each case, determine which angle is greater and why.
   a. ∠AOB or ∠XOY
   b. ∠AOB or ∠XOB
   c. ∠XOB or ∠XOC
   Discuss with your friends on how you decided which one is greater.




3. Which angle is greater: ∠XOY or ∠AOB? Give reasons.




AP SCERT

### Comparing angles without superimposition

Two cranes are arguing about who can open their mouth wider, i.e., who is making a bigger angle.

Let us first draw their angles. How do we know which one is bigger? As seen before,



*Fig. 2.10*

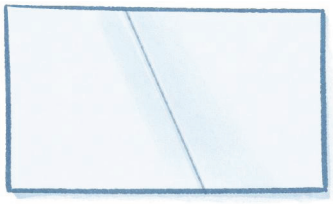
❁ పోల్చడానికి మనం ఇంకెక్కడ అధ్యారోపనం ని ఉపయోగిస్తాం?






## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.3

1. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారపు కాగితాన్ని మడతపెట్టండి, ఆపై సృష్టించబడిన మడత వెంట ఒక రేఖను గీయండి. కాగితం యొక్క మడత మరియు భుజాల మధ్య ఏర్పడిన కోణాలను పేరు పెట్టండి మరియు పోల్చండి. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితమును మడవటం ద్వారా వేర్వేరు కోణాలను తయారు చేసి, కోణాలను పోల్చండి. మీరు చేసినప్పుడు ఏర్పడిన అతి పెద్ద మరియు అతి చిన్నకోణం ఏది?



2. ప్రతి సందర్భంలో, ఏ కోణం ఎక్కువ మరియు ఎందుకు అని నిర్ణయించండి.

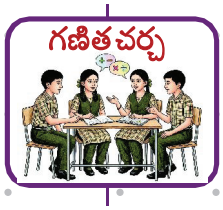
   ఎ. ∠AOB లేదా ∠XOY

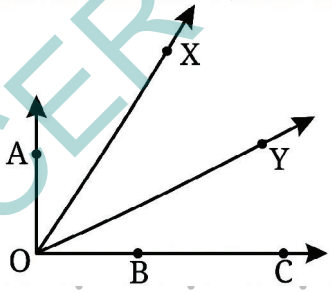
   బి. ∠AOB లేదా ∠XOB

   సి. ∠XOB లేదా ∠XOC

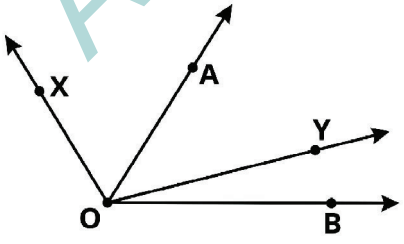
   ఏది పెద్దదో మీరు ఎలా నిర్ణయించారో?

   మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.




3. ఏ కోణం ఎక్కువ: ∠XOY లేదా ∠AOB? కారణాలు తెలియజేయండి.




### అధ్యారోపనం లేకుండా కోణాలను పోల్చడం

రెండు కొంగలు తమ నోటిని ఏది వెడల్పుగా తెరవగలవు? అంటే, ఏది పెద్ద కోణాన్ని సృష్టిస్తున్నాయి అని వాదించుకుంటున్నాయి.

ముందుగా వాటి కోణాలను గీయండి. ఏది పెద్దదో తెలుసుకోవడం ఎలా? ఇంతకు ముందు చూసినట్లుగా,



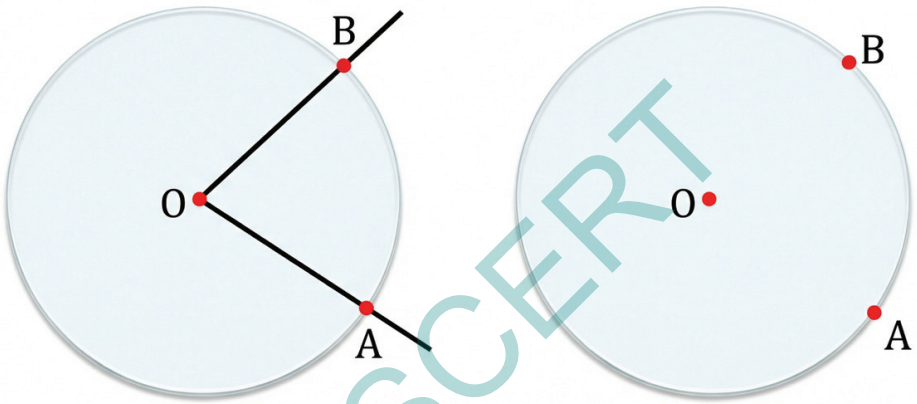
పటం 2.10

AP SCERT

one could trace these angles, superimpose them and then check. But can we do it without superimposition?

Suppose we have a transparent circle which can be moved and placed on figures. Can we use this for comparison?

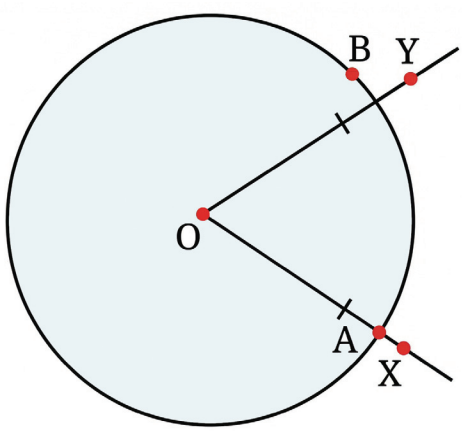
Let us place the circular paper on the angle made by the first crane. The circle is placed in such a way that its centre is on the vertex of the angle. Let us mark the points A and B on the edge circle at the points where the arms of the angle pass through the circle.




AP SCERT

Can we use this to find out if this angle is greater than, or equal to or smaller than the angle made by the second crane?

Let us place it on the angle made by the second crane so that the vertex coincides with the centre of the circle and one of the arms passes through OA.

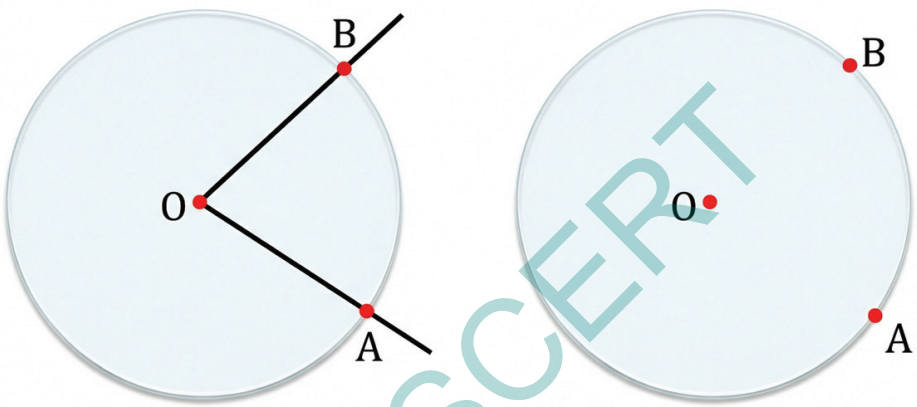



Can you now tell which angle is bigger?

ఈ కోణాలను గుర్తించవచ్చు, వాటిని అధ్యారోపణ మరియు తరువాత సరిచూడవచ్చు. కానీ అధ్యారోపణ చేయకుండా మనం చేయగలమా?

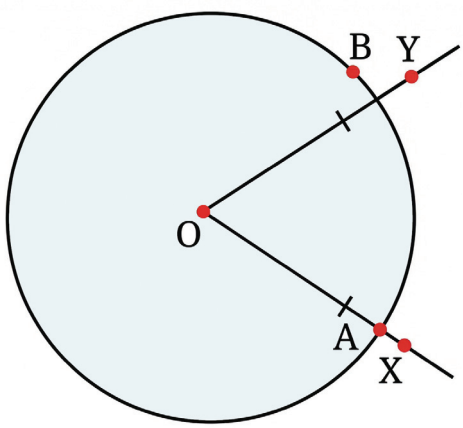
మనకు ఒక పారదర్శక వృత్తం ఉందనుకుందాం, దానిని కదిలించవచ్చు మరియు బొమ్మల పై ఉంచవచ్చు. పోలిక కోసం దీనిని ఉపయోగించవచ్చా?

మొదటి కొంగ తెరిచిన కోణంపై వృత్తాకార కాగితాన్ని ఉంచుదాం. వృతం దాని కేంద్రం కోణం యొక్క శీర్షంపై ఉండే విధంగా ఉంచబడుతుంది. కోణం యొక్క భుజాలు వృతం గుండా వెళ్ళే బిందువుల వద్ద వృత్త అంచులపై A మరియు B బిందువులను మనం గుర్తిద్దాం.




ఈ కోణం రెండవ కొంగ ద్వారా తెరువబడిన కోణం కంటే ఎక్కువ? లేదా సమానంగా? లేదా చిన్నదా? అని తెలుసుకోవడానికి మనం దీనిని ఉపయోగించవచ్చా?

రెండవ కొంగ ద్వారా తెరువబడిన కోణంపై దీనిని ఉంచుదాం, తద్వారా కోణం వృత్తం యొక్క మధ్యభాగంతో సరిపోలుతుంది మరియు ఒక భుజం OA గుండా వెళుతుంది.




ఇప్పుడు ఏ కోణం పెద్దదో చెప్పగలరా?

AP SCERT

Which crane was making the bigger angle?

If you can make a circular piece of transparent paper, try this method to compare the angles in Fig. 2.10 with each other.

**Teacher's Note**

A teacher needs to check the understanding of the students around the notion of an angle. Sometimes students might think that increasing the length of the arms of the angle increases the angle. For this, various situations should be posed to the students to check their understanding on the same.

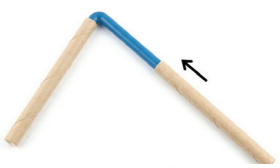
## 2.7 Making Rotating Arms

Let us make 'rotating arms' using two paper straws and a paper clip by following these steps:

1. Take two paper straws and a paper clip.



2. Insert the straws into the arms of the paper clip.



3. Your rotating arm is ready!



Make several 'rotating arms' with different angles between the arms. Arrange the angles you have made from smallest to largest by comparing and using superimposition.

**Passing through a slit:** Collect a number of rotating arms with different angles; do not rotate any of the rotating arms during this activity.

AP SCERT

ఏ కొంగ పెద్ద కోణం చేస్తోంది?

మీరు ఒక వృత్తాకార పారదర్శక కాగితాన్ని తయారు చేయగలిగితే, పటం 2.10 లోని కోణాలను ఒకదానితో ఒకటి పోల్చడానికి ఈ పద్ధతిని ప్రయత్నించండి.

**ఉపాధ్యాయులకు గమనిక**

ఒక కోణం అనే భావన చుట్టూ విద్యార్థుల అవగాహనను ఉపాధ్యాయుడు సరిచూడాలి. కొన్నిసార్లు విద్యార్థులు కోణం యొక్క భుజాల పొడవును పెంచడం వల్ల కోణం పెరుగుతుందని అనుకోవచ్చు. ఇందుకోసం విద్యార్థులకు వివిధ పరిస్థితులను కల్పించి వాటిపై వారి అవగాహనను పరీక్షించుకోవాలి.

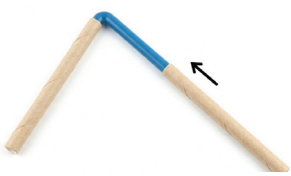
## 2.7 తిరిగే భుజాలను తయారు చేయడం

ఈ దశలను అనుసరించి రెండు పేపర్ స్ట్రాలు మరియు ఒక పేపర్ క్లిప్ ఉపయోగించి 'తిరిగే భుజాలను' తయారు చేద్దాం :

1. రెండు పేపర్ స్ట్రాలు, ఒక పేపర్ క్లిప్ తీసుకోండి.



2. పేపర్ క్లిప్ యొక్క భుజాల్లోకి స్ట్రాలను చొప్పించండి.



3. మీ దగ్గర తిరిగే భుజం సిద్ధంగా ఉంది!

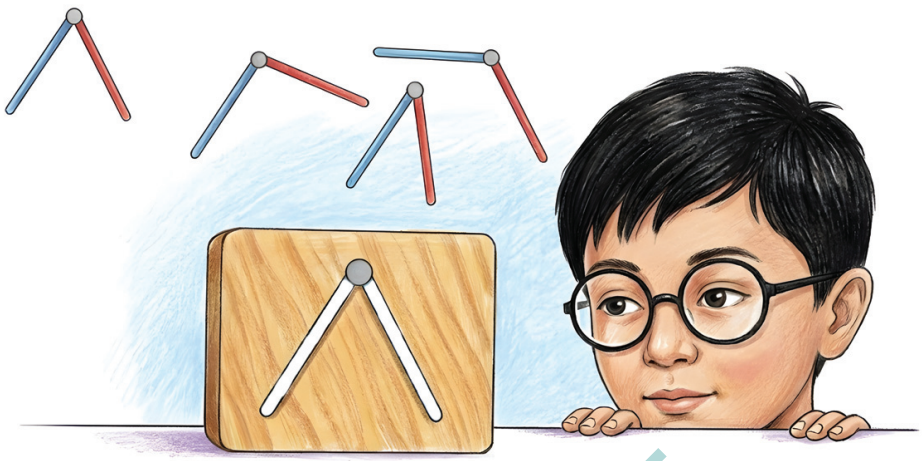


భుజాల మధ్య వివిధ కోణాలతో అనేక 'తిరిగే భుజాలను' తయారు చేయండి. మీరు చేసిన కోణాలను పోల్చడం మరియు అధ్యారోపనం చేయడం ద్వారా చిన్న కోణం నుండి పెద్ద కోణం వరకు అమర్చండి.

**చీలిక గుండా వెళ్తూ :** విభిన్న కోణాలతో తిరిగే అనేక భుజాలను సేకరించండి; ఈ కృత్యం సమయంలో తిరిగే భుజాలను తిప్పవద్దు.

AP SCERT

Take a cardboard and make an angle-shaped slit as shown below by tracing and cutting out the shape of one of the rotating arms.



Now, shuffle and mix up all the rotating arms. Can you identify which of the rotating arms will pass through the slit?

The correct one can be found by placing each of the rotating arms over the slit. Let us do this for some of the rotating arms:



Slit angle is greater than the arms' angle. The arms will not go through the slit.

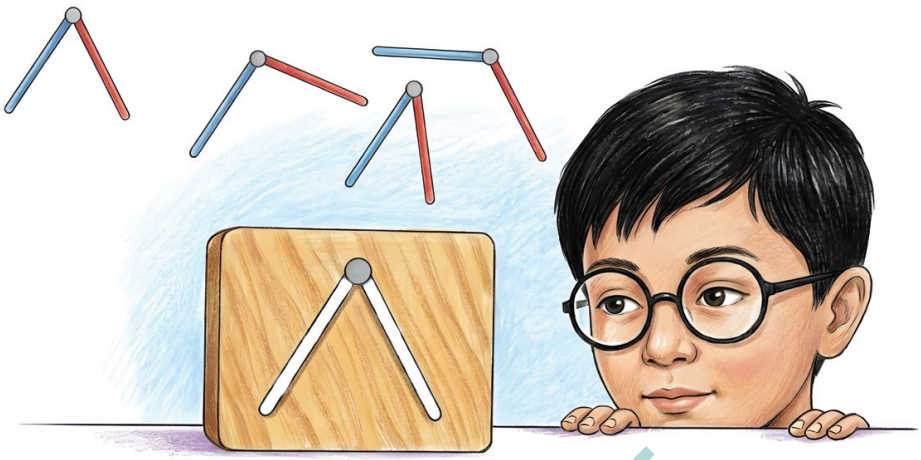
Slit angle is less than the arms' angle. The arms will not go through the slit.

Slit angle is equal to the arms' angle. The arms will go through the slit.

Only the pair of rotating arms where the angle is equal to that of the slit passes through the slit. Note that the possibility of passing through the slit depends only on the angle between the rotating arms and not on their lengths (as long as they are shorter than the length of the slit).

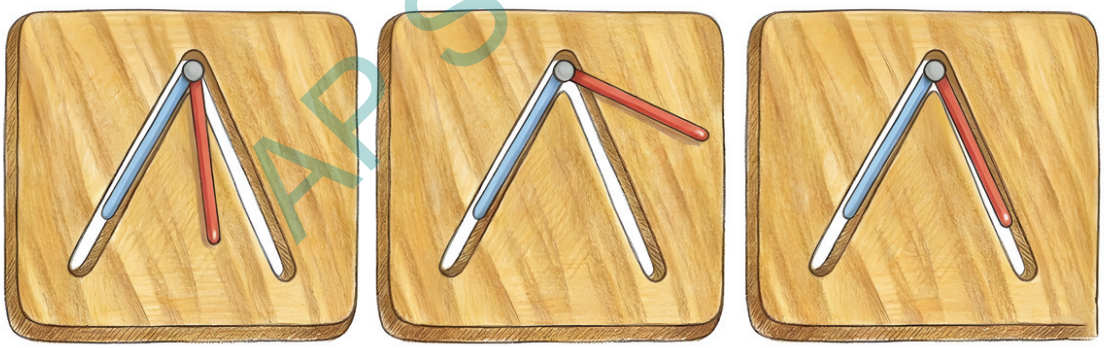
AP SCERT

ఒక కార్డ్ బోర్డ్ తీసుకొని, తిరిగే భుజాలలో ఒకదాని ఆకారాన్ని గుర్తించడం మరియు కత్తిరించడం ద్వారా క్రింద చూపించిన విధంగా కోణం ఆకారంలో చీలికను తయారు చేయండి.



ఇపుడు, తిరుగుతున్న అన్నిభుజాలను కదిలించండి మరియు కలపండి. తిరిగే భుజాలలో ఏది చీలిక గుండా వెళ్తుందో మీరు గుర్తించగలరా?

తిరుగుతున్న ప్రతి భుజాన్ని చీలికపై ఉంచడం ద్వారా సరైనదాన్ని కనుగొనవచ్చు. తిరిగే కొన్ని భుజాల కోసం ఇలా చేద్దాం:



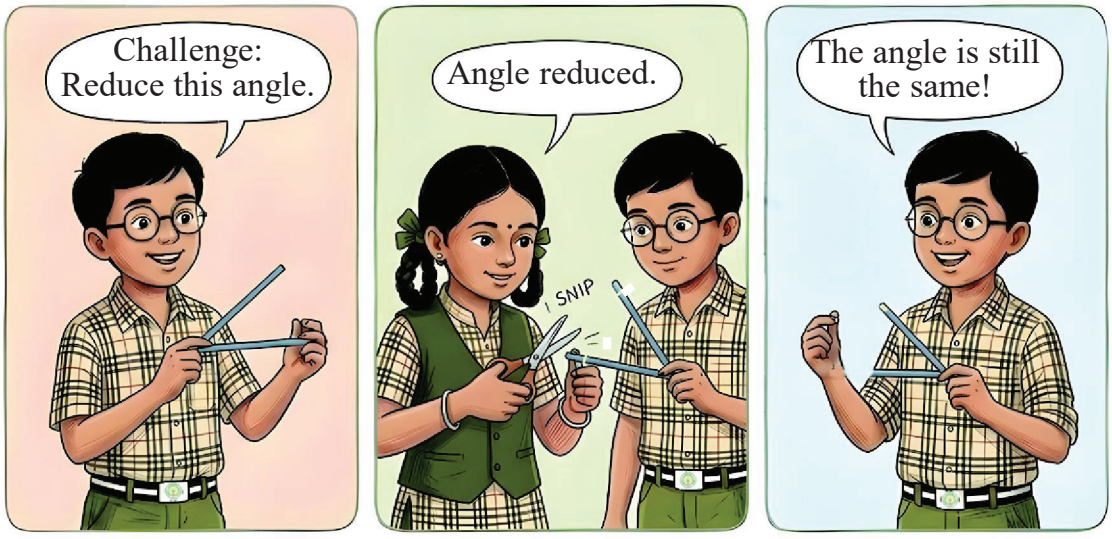
భుజాల కోణం కంటే చీలిక కోణం ఎక్కువగా ఉంటుంది. చీలిక గుండా భుజాలు వెళ్ళవు.

చీలిక కోణం భుజాల కోణం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది. చీలిక గుండా భుజాలు వెళ్ళవు

చీలిక కోణం భుజాల కోణానికి సమానం. భుజాలు చీలిక గుండా వెళతాయి.

చీలిక కోణం సమానంగా ఉన్న భ్రమణ భుజాల జత మాత్రమే చీలిక గుండా వెళుతుంది. చీలిక గుండా వెళ్లే అవకాశం భ్రమణ భుజాల మధ్య కోణం పై మాత్రమే ఆధారపడి ఉంటుంది మరియు వాటి పొడవులపై కాదు (అవి చీలిక పొడవు కంటే తక్కువగా ఉన్నంత వరకు) గమనించండి.

AP SCERT




## 2.8 Special Types of Angles

Let us go back to Vidya's notebook and observe her opening the cover of the book in different scenarios.



She makes a full turn of the cover when she has to write while holding the book in her hand.

She makes a half turn of the cover when she has to open it on her table. In this case, observe the arms of the angle formed. They lie in a straight line. Such an angle is called a straight angle.

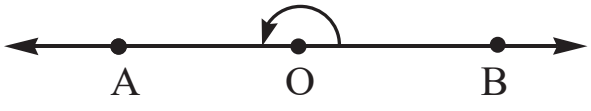
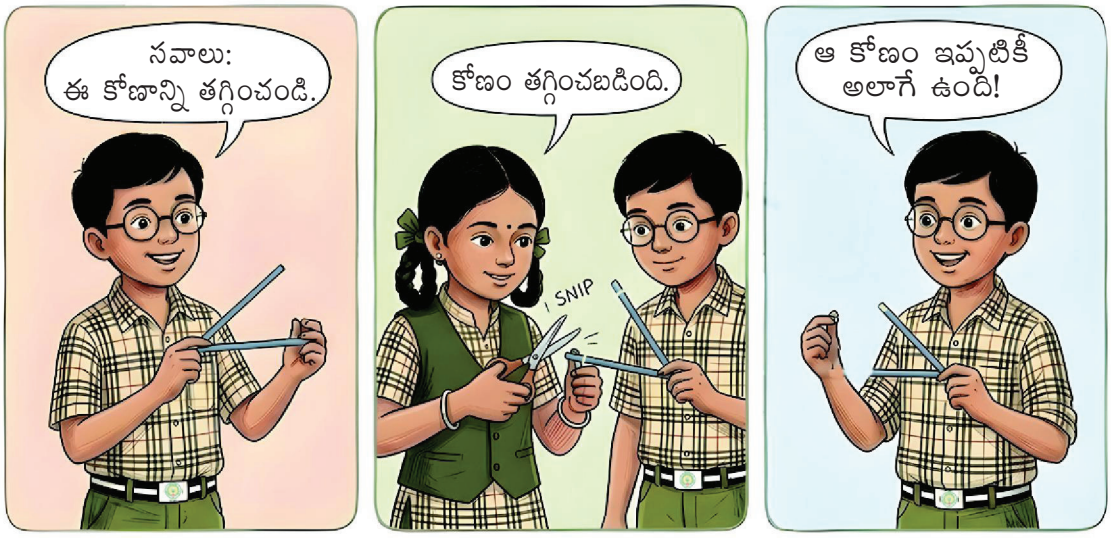



*Fig. 2.11*

Let us consider a straight angle ∠AOB. Observe that any ray $\overrightarrow{OC}$ divides it into two angles, ∠AOC and ∠COB.

AP SCERT



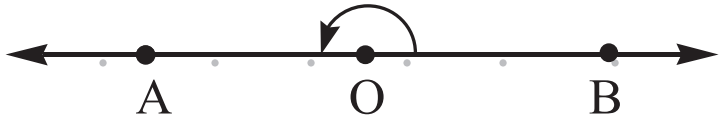

## 2.8 కోణాల ప్రత్యేక రకాలు



విద్య నోట్‌బుక్ సందర్భంలోకి వెళ్లి వివిధ సందర్భాలలో ఆమె పుస్తకం ముఖచిత్రాన్ని తెరవడాన్ని పరిశీలిద్దాం.

ఆమె తన చేతిలో పుస్తకాన్ని పట్టుకుని వ్రాయవలసి వచ్చినపుడు కవరును పూర్తిగా తిప్పుతుంది.

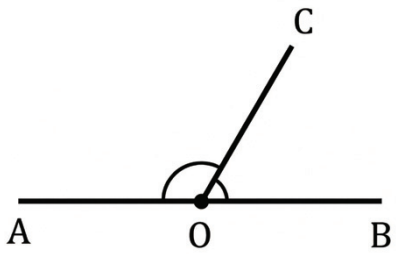
ఆమె తన టేబుల్ పై కవర్‌ను తెరవాల్సి వచ్చినప్పుడు దానిని సగం తిప్పుతుంది. ఈ సందర్భంలో, ఏర్పడిన కోణం యొక్క భుజాలను గమనించండి. అవి సరళరేఖలో ఉంటాయి. అలాంటి కోణాన్ని సరళ కోణం అంటారు.

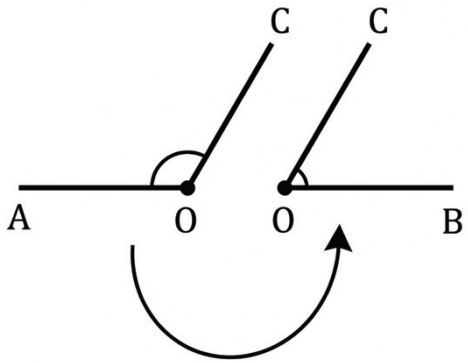


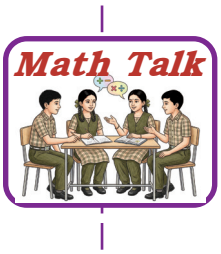

**పటం 2.11**

సరళ కోణం $\angle AOB$ ని పరిశీలిద్దాం. ఏదైనా కిరణం $\overrightarrow{OC}$ దానిని రెండు కోణాలుగా విభజిస్తుందని గమనించండి, $\angle AOC$ మరియు $\angle COB$.

AP SCERT




- Is it possible to draw $\overrightarrow{OC}$ such that the two angles are equal to each other in size?

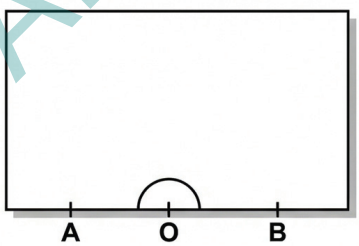


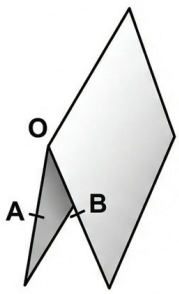
## Let's Explore

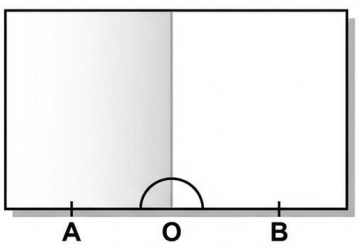
We can try to solve this problem using a piece of paper. Recall that when a fold is made, it creates a crease which is straight.

Take a rectangular piece of paper and on one of its sides, mark the straight angle AOB. By folding, try to get a line (crease) passing through O that divides ∠AOB into two equal angles.

How can it be done?

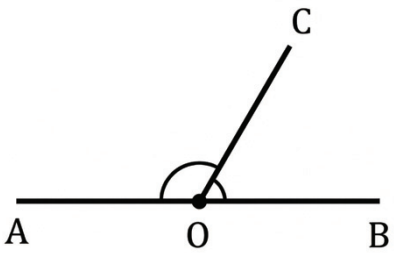


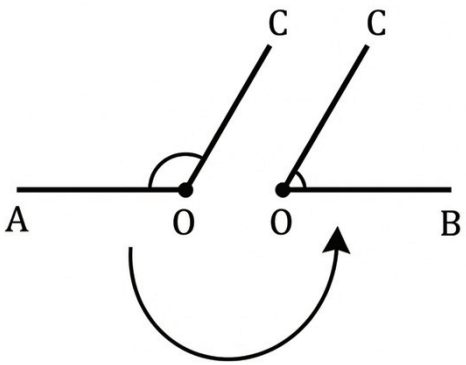




Fold the paper such that OB overlaps with OA. Observe the crease and the two angles formed.

AP SCERT







- రెండు కోణాలు ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉండే విధంగా $\overrightarrow{OC}$ గీయడం సాధ్యమేనా?

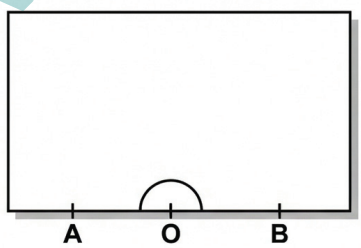


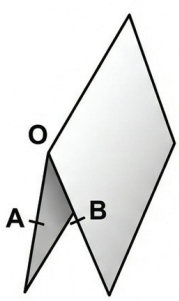
## మనం అన్వేషిద్దాం

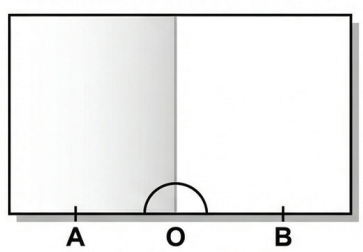
ఒక కాగితం ఉపయోగించి ఈ సమస్యను పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నించవచ్చు. మడత తయారు చేసినప్పుడు, అది నిటారుగా ఉండే మడత ను సృష్టిస్తుందని గుర్తుంచుకోండి.

ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితం ముక్కను తీసుకొని, దాని యొక్క ఒక వైపున, సరళ కోణంకు ∠AOB అని గుర్తించండి. మడత పెట్టడం ద్వారా, O గుండా విభజించే ఒక రేఖ (మడత)ను పొందడానికి ప్రయత్నించండి. ∠AOB ని రెండు సమాన కోణాలుగా విభజిస్తుంది.

అది ఎలా సాధ్యం?



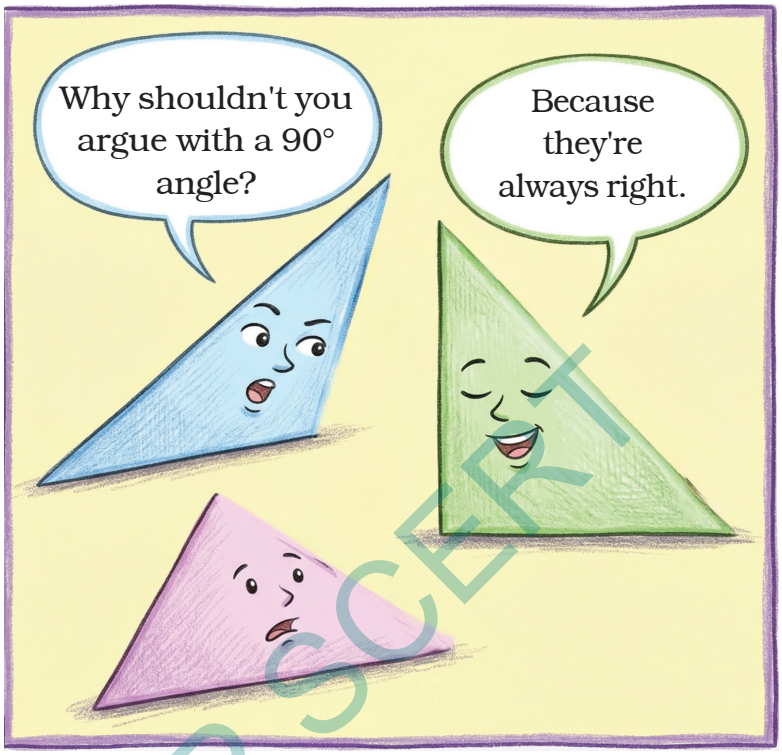




OB, OA తో అతివ్యాప్తి చెందే విధంగా కాగితాన్ని మడవండి. మడత మరియు ఏర్పడిన రెండు కోణాలను గమనించండి.

AP SCERT

Justify why the two angles are equal. Is there a way to superimpose and check? Can this superimposition be done by folding?

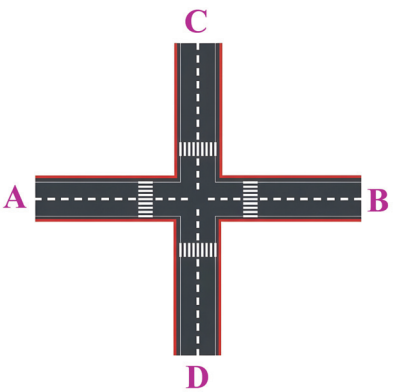
Each of these equal angles formed are called right angles. So, a straight angle contains two **right angles.**




AP SCERT

- If a straight angle is formed by half of a full turn, how much of a full turn will form a right angle?

Observe that a right angle resembles the shape of an 'L'. An angle is a right angle only if it is exactly half of a straight angle. Two lines that meet at right angles are called **perpendicular lines.** Observe in the figure, the divider lines on the cross roads are perpendicular.



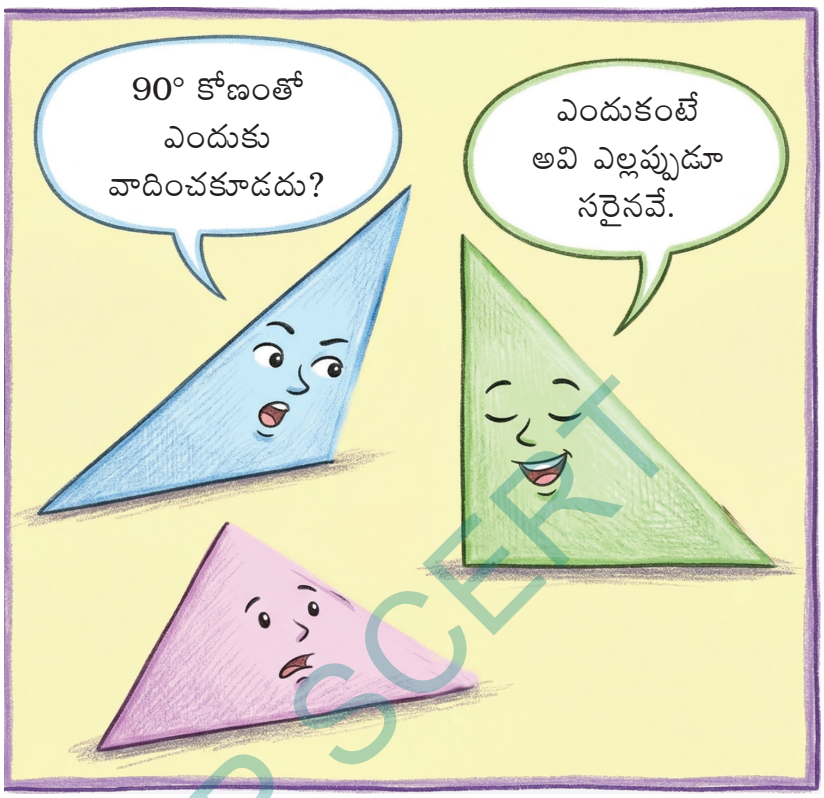



## Figure it Out - 2.4

1. How many right angles do the windows of your classroom contain? Do you see other right angles in your classroom?

రెండు కోణాలు ఎందుకు సమానమో సమర్థించండి. అధ్యారోపన మరియు తనిఖీ చేయడానికి ఏదైనా మార్గం ఉందా? మడత పెట్టడం ద్వారా ఈ అధ్యారోపన చేయవచ్చా?

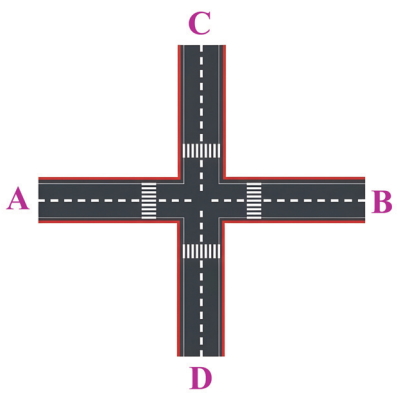
ఈ సమాన కోణాలలో ఏర్పడే ప్రతి ఒక్కటి **లంబకోణం** అంటారు. కాబట్టి, ఒక సరళ కోణం రెండు లంబ కోణాలు కలిగిఉంటుంది.




AP SCERT

- పూర్తిభ్రమణంలో సగం భాగం సరళ కోణాన్ని ఏర్పరిస్తే, పూర్తిభ్రమణంలో ఏ భాగం లంబకోణాన్ని ఏర్పరుస్తుంది?

ఒక లంబ కోణం 'L' ఆకారాన్ని పోలి ఉంటుందని గమనించండి. ఒక కోణం ఒక సరళ కోణం లో సరిగ్గా సగం ఉంటేనే అది లంబకోణంగా ఉంటుంది. లంబ కోణాల లో కలిసే రెండు రేఖలను **లంబ రేఖలు** అంటారు. క్రాస్ రోడ్లపై వున్న విభజనరేఖలు లంబంగా వుంటాయి.

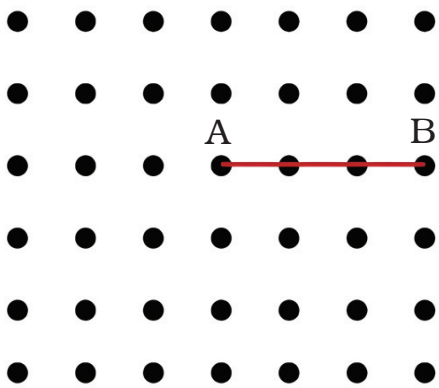


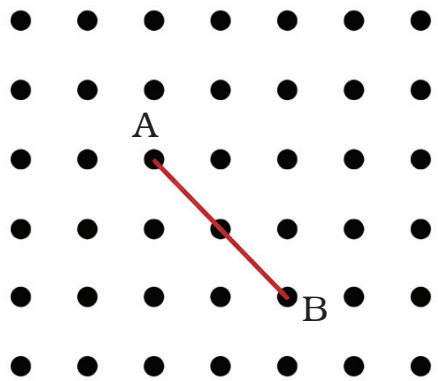



## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.4

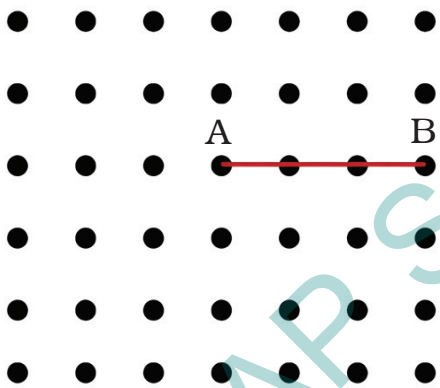
1. మీ తరగతి గది కిటికీలు ఎన్ని లంబకోణాలను కలిగి ఉంటాయి? మీ తరగతి గదిలో ఇతర లంబ కోణాలను మీరు చూస్తున్నారా?

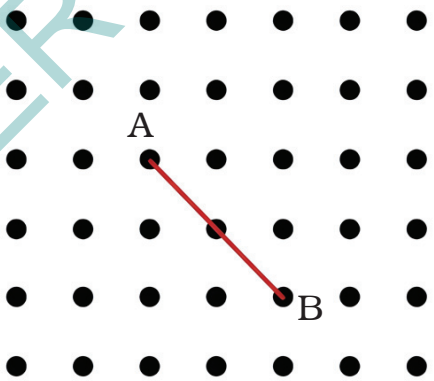
2. Join A to other grid points in the figure by a straight line to get a straight angle. What are all the different ways of doing it?



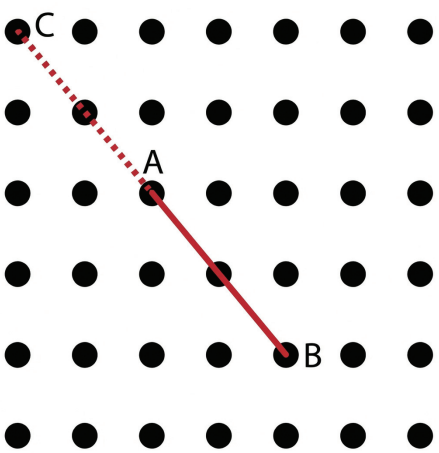

3. Now join A to other grid points in the figure by a straight line to get a right angle. What are all the different ways of doing it?



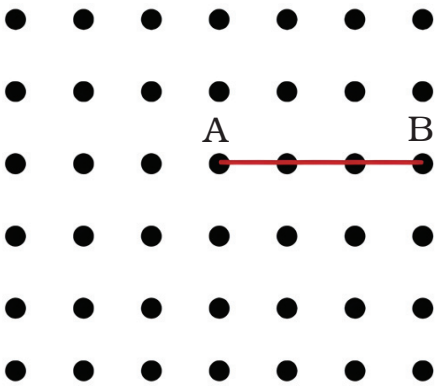



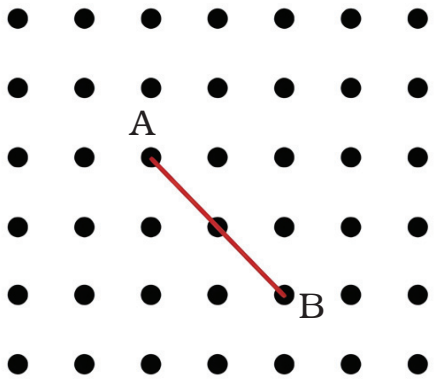

APSCERT

**Hint:** Extend the line further as shown in the figure below. To get a right angle at A, we need to draw a line through it that divides the straight angle CAB into two equal parts.

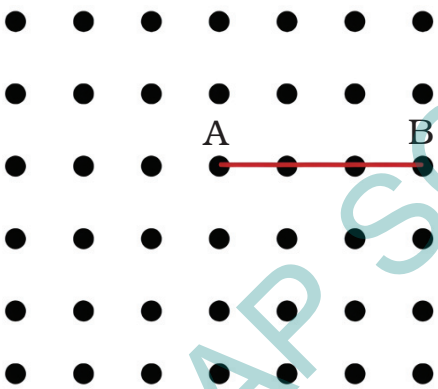


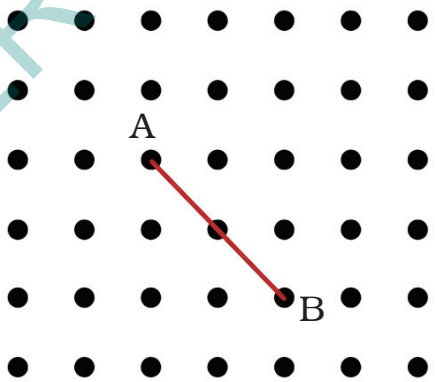
2. సరళ కోణాన్ని పొందడం కొరకు పటంలోని ఇతర గ్రిడ్ పాయింట్లకు సరళరేఖ ద్వారా A ని జోడించండి. దీన్ని చేయడానికి అన్ని విభిన్న మార్గాలు ఏమిటి?



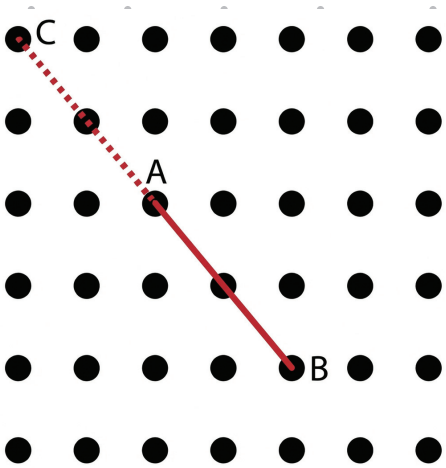




3. ఇప్పుడు లంబ కోణాన్ని పొందడం కొరకు పటంలోని ఇతర గ్రిడ్ పాయింట్ల కు సరళరేఖ ద్వారా A ని జోడించండి. దీన్ని చేయడానికి అన్ని విభిన్న మార్గాలు ఏమిటి?




**సూచన:** దిగువ పటంలో చూపించిన విధంగా రేఖను మరింత విస్తరించండి. A వద్ద లంబకోణం పొందాలంటే మనం దాని గుండా ఒక రేఖను గీయాలి, ఇది సరళ కోణం $\angle CAB$ ను రెండు సమాన భాగాలుగా విభజిస్తుంది.

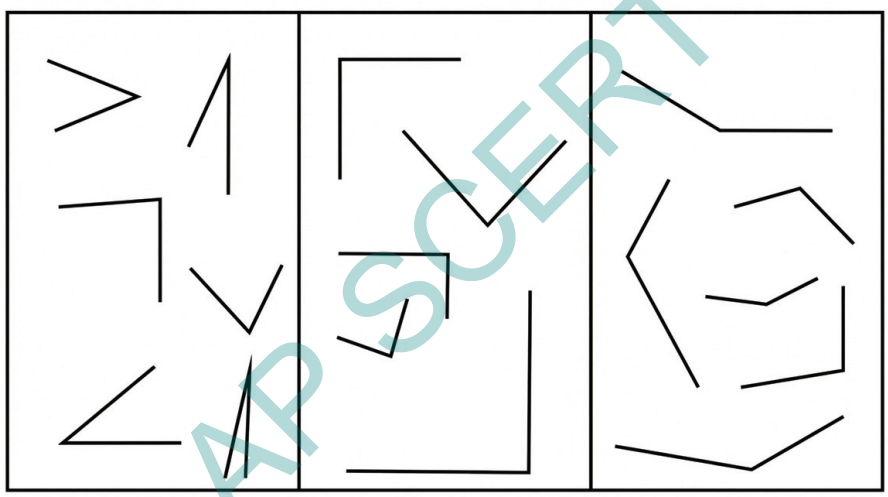



AP SCERT

4. Get a slanting crease on the paper. Now, try to get another crease that is perpendicular to the slanting crease.
   a. How many right angles do you have now? Justify why the angles are exact right angles.
   b. Describe how you folded the paper so that any other person who doesn't know the process can simply follow your description to get the right angle.

**Classifying Angles**

Angles are classified in three groups as shown below. Right angles are shown in the second group. What could be the common feature of the other two groups?



AP SCERT

In the first group, all angles are less than a right angle or in other words, less than a quarter turn. Such angles are called acute angles.

In the third group, all angles are greater than a right angle but less than a straight angle. The turning is more than a quarter turn and less than a half turn. Such angles are called obtuse angles.



## Figure it Out - 2.5

1. Identify acute, right, obtuse and straight angles in the previous figures.
2. Make a few acute angles and a few obtuse angles. Draw them in different orientations.

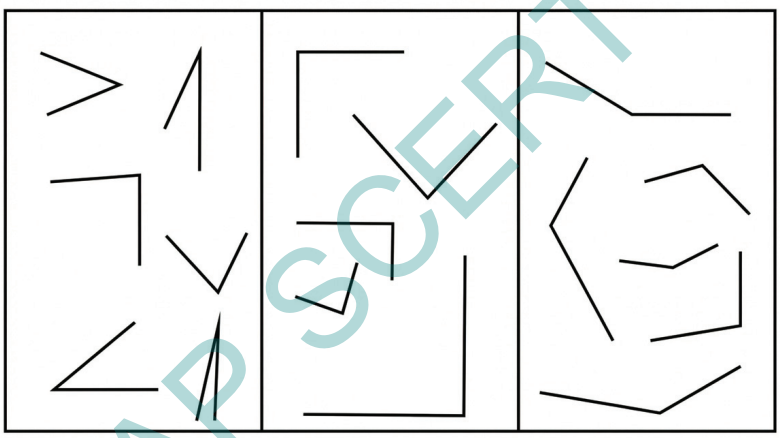
4. కాగితం మీద వాలుగా ఉండే మడత పొందండి. ఇప్పుడు, వాలుగా ఉన్న మడతకు లంబంగా ఉండే మరొక మడతని పొందడానికి ప్రయత్నించండి.

ఎ. ఇప్పుడు మీ వద్ద ఎన్ని లంబకోణాలు ఉన్నాయి? కోణాలు సరిగ్గా లంబకోణాలు ఎందుకు? సమర్థించండి.

బి. మీరు కాగితాన్ని ఎలా మడత పెట్టారో వివరించండి, తద్వారా ప్రక్రియ తెలియని ఇతర వ్యక్తులు లంబకోణాన్ని పొందడానికి మీ వివరణను అనుసరించవచ్చు.

### కోణాలను వర్గీకరించడం

క్రింద చూపిన విధంగా కోణాలను మూడు గ్రూపులుగా వర్గీకరించారు. రెండవ సమూహంలో లంబ కోణాలు చూపబడతాయి. ఇతర రెండు సమూహాల యొక్క సాధారణ లక్షణం ఏమిటి?



AP SCERT

మొదటి సమూహంలో, అన్ని కోణాలు లంబకోణం కంటే తక్కువగా ఉంటాయి లేదా మరో మాటలో చెప్పాలంటే, పావు భ్రమణం కంటే తక్కువగా ఉంటాయి. అటువంటి కోణాలను అల్ప (లఘు) కోణాలు. అని పిలుస్తారు.

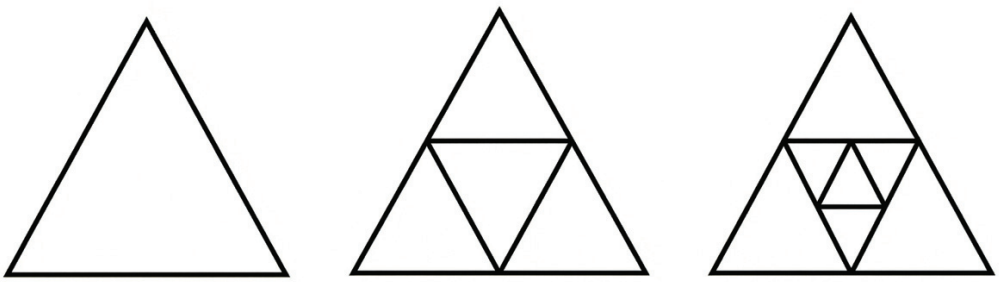
మూడవ సమూహంలో, అన్ని కోణాలు లంబకోణం కంటే పెద్దవి కాని సరళ కోణం కంటే తక్కువగా ఉంటాయి. భ్రమణం పావు వంతు కంటే ఎక్కువ మరియు సగం కంటే తక్కువ భ్రమణం. అటువంటి కోణాలను అధిక(గురు) కోణాలు అంటారు.



### ఆలోచించండి–చేయండి – 2.5

1. ముందు చిత్రంలో అల్ప, లంబ, అధిక మరియు సరళ కోణాలను గుర్తించండి.
2. కొన్ని అల్పకోణాలు మరియు కొన్ని అధిక కోణాలను రూపొందించండి. వాటిని విభిన్న దిశలలో గీయండి.

3. Do you know what the words acute and obtuse mean? Acute means sharp and obtuse means blunt. Why do you think these words have been chosen?
4. Find out the number of acute angles in each of the figures below.



(i) (ii) (iii)

What will be the next figure and how many acute angles will it have? Do you notice any pattern in the numbers?

## 2.9 Measuring Angles

We have seen how to compare two angles. But can we actually quantify how big an angle is using a number without having to compare it to another angle?

We saw how various angles can be compared using a circle. Perhaps a circle could be used to assign measures for angles?

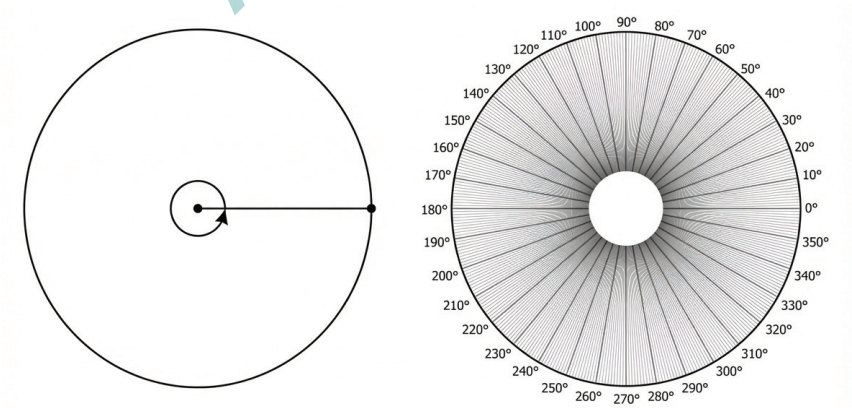


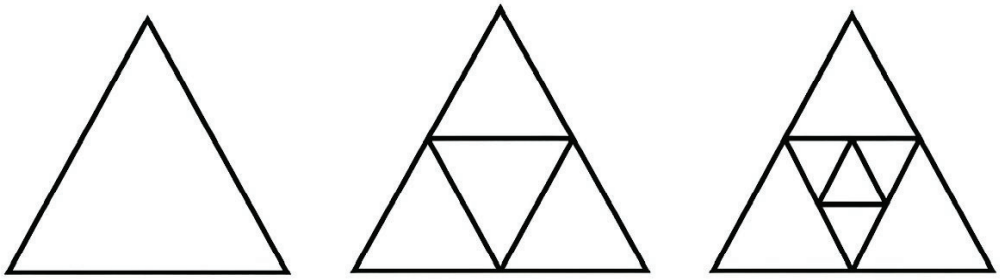

*Fig. 2.12*

To assign precise measures to angles, mathematicians came up with an idea. They divided the angle in the centre of the circle into

AP SCERT

3. అల్ప (acute) మరియు అధిక (obtuse) పదాల అర్థంమీకు తెలుసా? acute అంటే పదునైనది మరియు obtuse అంటే మొద్దుబారినది (పదునలేనిది). ఈ పదాలను ఎందుకు ఎంచుకున్నారని మీరు అనుకుంటున్నారు?

4. దిగువ ప్రతి పటంలో అల్పకోణాల సంఖ్యను కనుగొనండి.



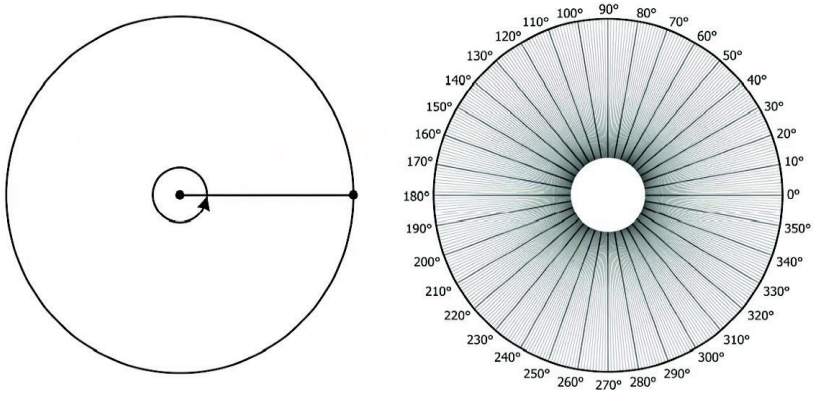
(i) (ii) (iii)

తదుపరి పటం ఏమిటి? ఆ పటానికి ఎన్ని అల్పకోణాలు ఉంటాయి? అంకెలలో ఏదైనా నమూనాను మీరు గమనించారా?

## 2.9 కోణాలను కొలవడం

రెండు కోణాలను ఎలా పోల్చుకోవాలో చూశాం. కానీ ఒక కోణం ఎంత పెద్దదో, మరో కోణంతో పోల్చాల్సిన అవసరం లేకుండా ఒక సంఖ్యను ఉపయోగించి మనం లెక్కించగలమా?

ఒక వృత్తాన్ని ఉపయోగించి వివిధ కోణాలను ఎలా పోల్చవచ్చో మనం చూశాము. కోణాలకు కొలతలను కేటాయించడానికి బహుశా వృత్తాన్ని ఉపయోగించవచ్చా?



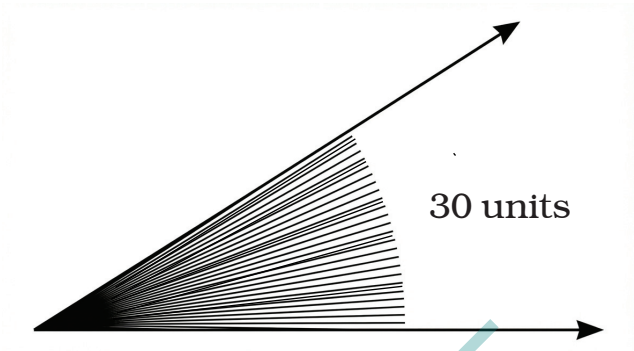

పటం 2.12

కోణాలకు ఖచ్చితమైన కొలతలను కేటాయించడానికి, గణిత శాస్త్రవేత్తలు ఒక ఆలోచనకు వచ్చారు. వారు వృత్తం మధ్యలో ఉన్న కోణాన్ని

AP SCERT

360 equal angles or parts. The angle measure of each of these unit parts is 1 degree, which is written as 1°.

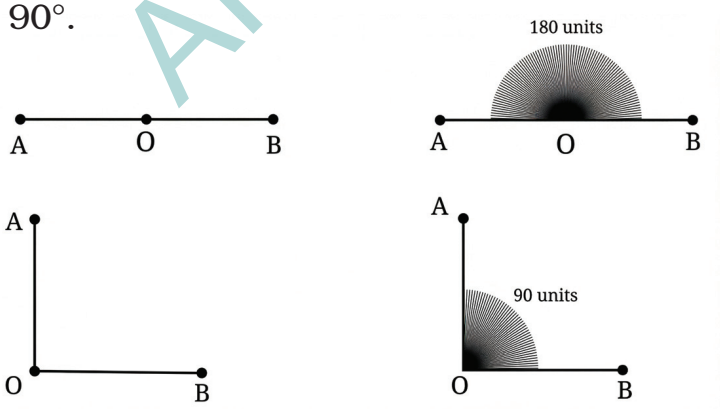
This unit part is used to assign measure to any angle: the measure of an angle is the number of 1° unit parts it contains inside it. For example, see this figure:




It contains 30 units of 1° angle and so we say that its angle measure is 30°.

**Measures of different angles:** What is the measure of a full turn in degrees? As we have taken it to contain 360 degrees, its measure is 360°.

- What is the measure of a straight angle in degrees? A straight angle is half of a full turn. As a full-turn is 360°, a half turn is 180°. What is the measure of a right angle in degrees? Two right angles together form a straight angle. As a straight angle measures 180°, a right angle measures 90°.



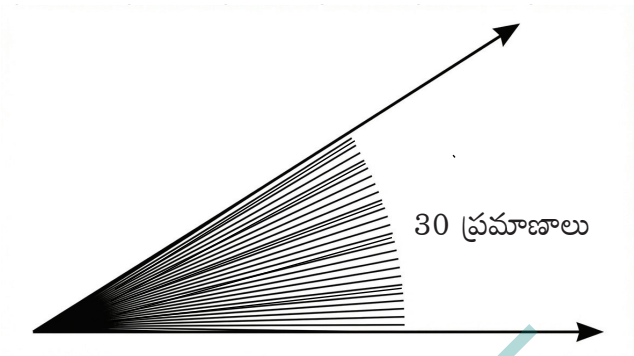

**A pinch of history**

A full turn or circle has 360 degrees. Why 360º was chosen? The Rigveda the very oldest text speeks of a wheel with 360 spokes. Ancient calendars of India, Persia, Babylonia, and Egypt had 360 days in a year.

AP SCERT

360 సమాన కోణాలు లేదా భాగాలుగా విభజించారు. ఈ యూనిట్ భాగాల యొక్క ప్రతి కోణం కొలత 1 డిగ్రీ, ఇది 1° గా వ్రాయబడుతుంది.

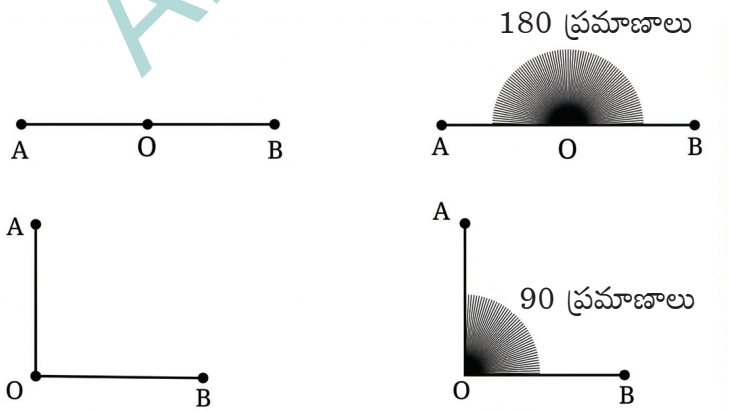
ఏదైనా కోణా నికి కొలతను కేటాయించడానికి ఈ యూనిట్ భాగాన్ని ఉపయోగిస్తారు: ఒక కోణం యొక్క కొలత అంటే దాని లోపలవున్న 1° యూనిట్ భాగాల సంఖ్య. ఉదాహరణకు, ఈ పటం చూడండి:




ఇది 1° కోణం యొక్క 30 యూనిటన్లు కలిగి ఉంది, అందువల్ల దాని కోణకొలత 30° అని మనం అంటాము.

**వివిధ కోణాల కొలతలు:** డిగ్రీలలో పూర్తి మలుపు (భ్రమణం ) యొక్క కొలత ఏమిటి? మనం దీనిని 360 డిగ్రీలుగా తీసుకున్నందున, దాని కొలత 360°.

- డిగ్రీలలో సరళ కోణం యొక్క కొలత ఎంత? సరళ కోణం అనేది సగం పూర్తి మలుపు. పూర్తి మలుపు 360°, సగం మలుపు 180°. డిగ్రీలలో లంబకోణం యొక్క కొలత ఎంత? రెండు లంబ కోణాలు కలిసి ఒక సరళ కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. ఒక సరళ కోణం 180° కొలుస్తుంది, ఒక లంబకోణం 90° కొలుస్తుంది.



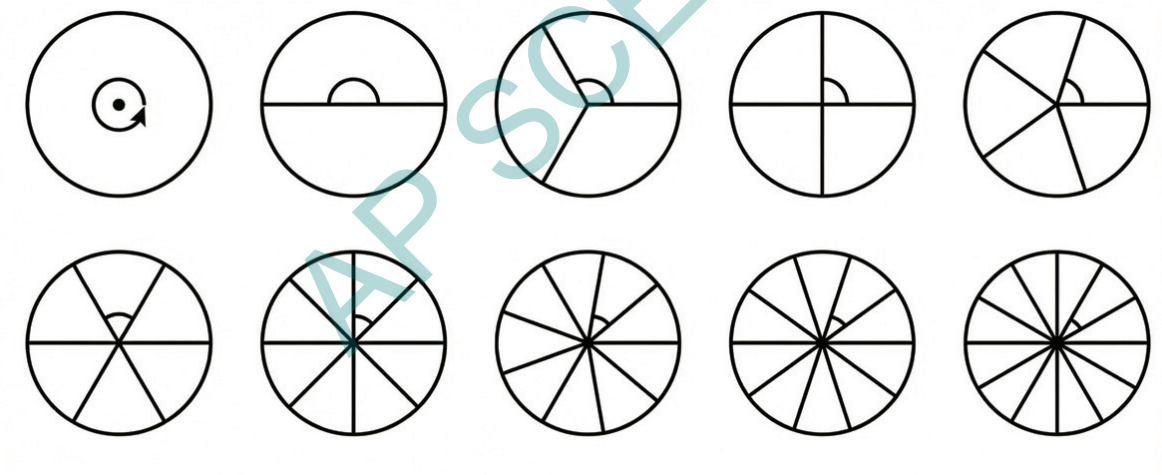

**చరిత్రలో గణితం**

ఒక పూర్తి భ్రమణం లేదా వృత్తం 360 డిగ్రీలు కలిగి ఉంటుంది. 360 ఎందుకు ఎంపిక చేయబడింది? ఋగ్వేదం 360 చువ్వలతో చక్రం గురించి అత్యంత పురాతన వచనం తెలియజేస్తుంది. భారతదేశం, పర్షియా, బాబిలోనియా మరియు ఈజిప్ట్ యొక్క పురాతన క్యాలెండర్ల సంవత్సరంలో 360 రోజులు ఉన్నాయి.

AP SCERT

Babylonians used the number 60 in their counting, and also 360. Mathematicians continued using 360 because it is the smallest number that can be evenly divided by all numbers up to 10, aside from 7. Note that 360 is also evenly divisible by 12, the number of months in a year, and by 24, the number of hours in a day. This makes it easy to divide a circle into equal parts. Each part is called a degree.

- The circle has been divided into 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 10 and 12 parts below. What are the degree measures of the resulting angles? Write the degree measures down near the indicated angles.



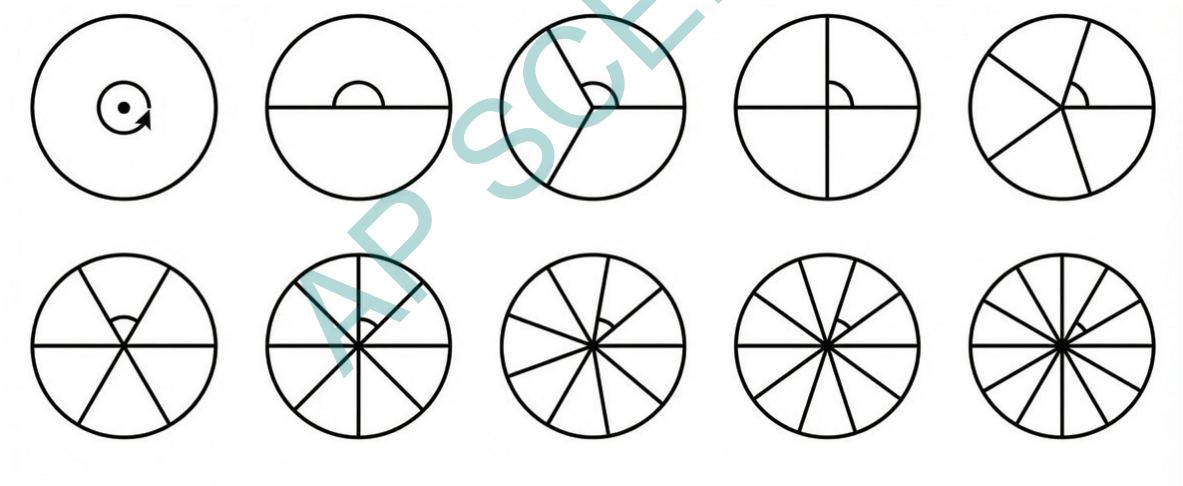
**Degree measures of different angles**

How can we measure other angles in degrees? It is for this purpose that we have a tool called a protractor that is either a circle divided into 360 equal parts as shown in Fig. 2.12 (on page 32), or a half circle divided into 180 equal parts.

AP SCERT

బాబిలోనియన్లు వారి లెక్కింపులో 60 మరియు 360 సంఖ్యలను ఉపయోగించారు. గణిత శాస్త్రజ్ఞులు 360 ని ఉపయోగించడం కొనసాగించారు, ఎందుకంటే ఇది 1 నుండి 10 వరకు (7 తో కాకుండా) అన్ని సంఖ్యలతో ఖచ్చితంగా విభజించబడే అతి చిన్న సంఖ్య. 360 సంఖ్య 12 తో (ఒక సంవత్సరంలో నెలల సంఖ్య) మరియు 24 తో (ఒక రోజులో గంటల సంఖ్య) కూడా ఖచ్చితంగా విభజించబడుతుందని గమనించండి. ఇది వృత్తాన్ని సమాన భాగాలుగా విభజించడాన్ని సులభం చేస్తుంది. ప్రతి భాగాన్ని డిగ్రీ అంటారు.

- ఈ వృత్తం క్రింద చూపిన విధంగా 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 10 మరియు 12 సమాన భాగాలుగా విభజించబడింది. ఫలిత కోణాల యొక్క డిగ్రీ కొలతలు ఏమిటి? సూచించిన కోణాల దగ్గర డిగ్రీ కొలతలను రాయండి.



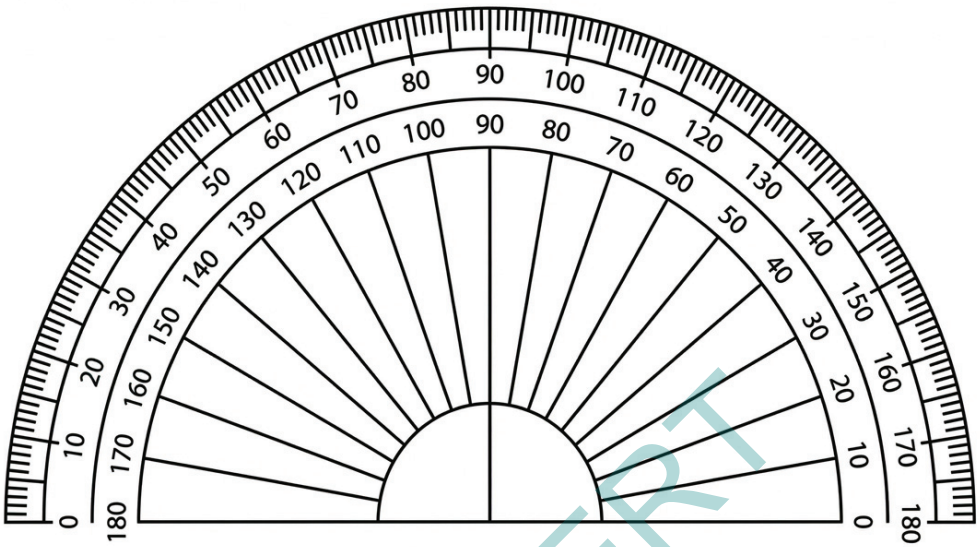
AP SCERT

**వివిధ కోణాల డిగ్రీ కొలతలు**

డిగ్రీలలో ఇతర కోణాలను ఎలా కొలవగలం? ఇందుకోసం మన దగ్గర కోణమానిని (Protractor) అనే పరికరం ఉంది. అంటే పటం 2.12 లో చూపించిన విధంగా 360 సమాన భాగాలుగా విభజించబడిన వృత్తం లేదా 180 సమాన భాగాలుగా విభజించబడిన అర్ధవృత్తం.

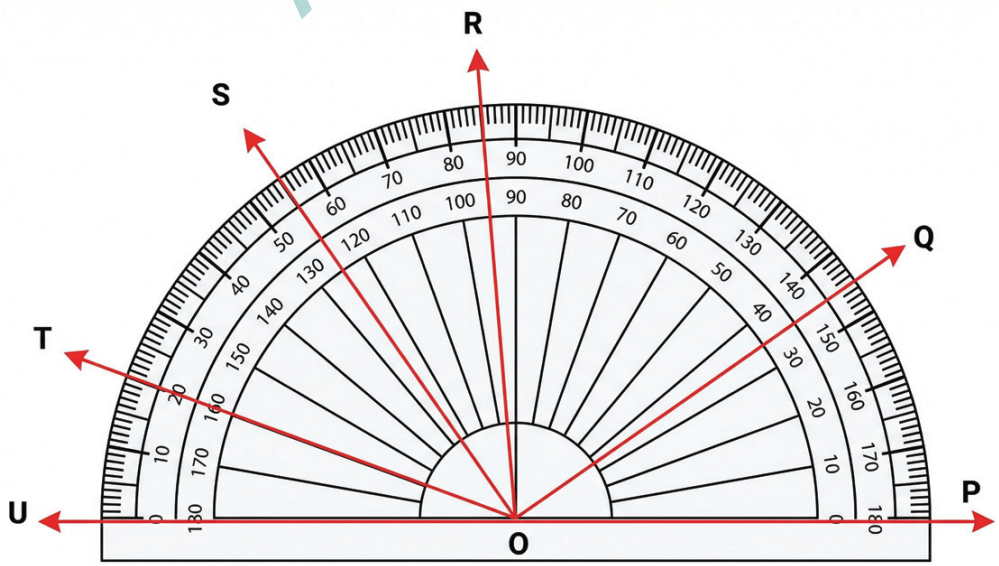
**Protractor**

This is a protractor that you find in your geometry box. It is used to measure the angles.



There are two sets of numbers on the protractor: one increasing from right to left and the other increasing from left to right. Why does it include two sets of numbers?

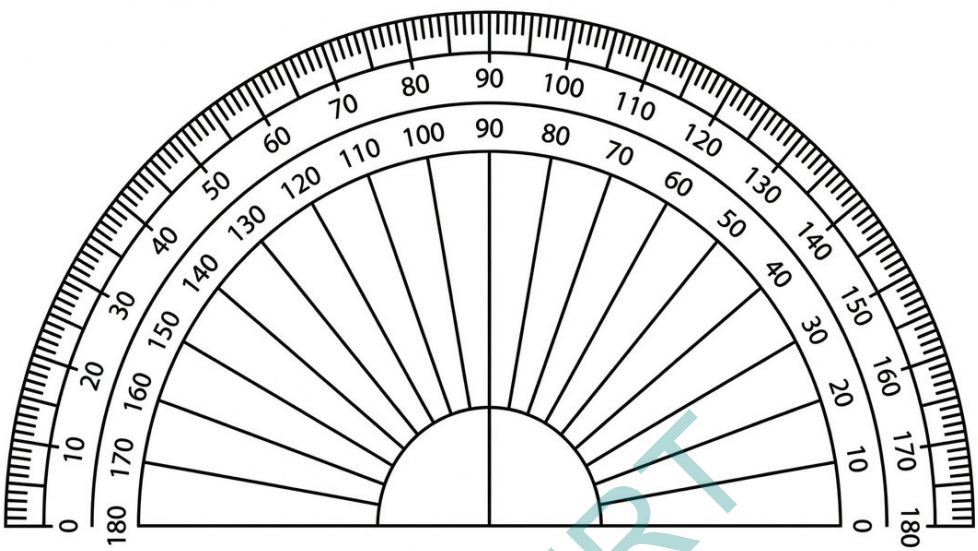
- Name the different angles in the figure and write their measures.




AP SCERT

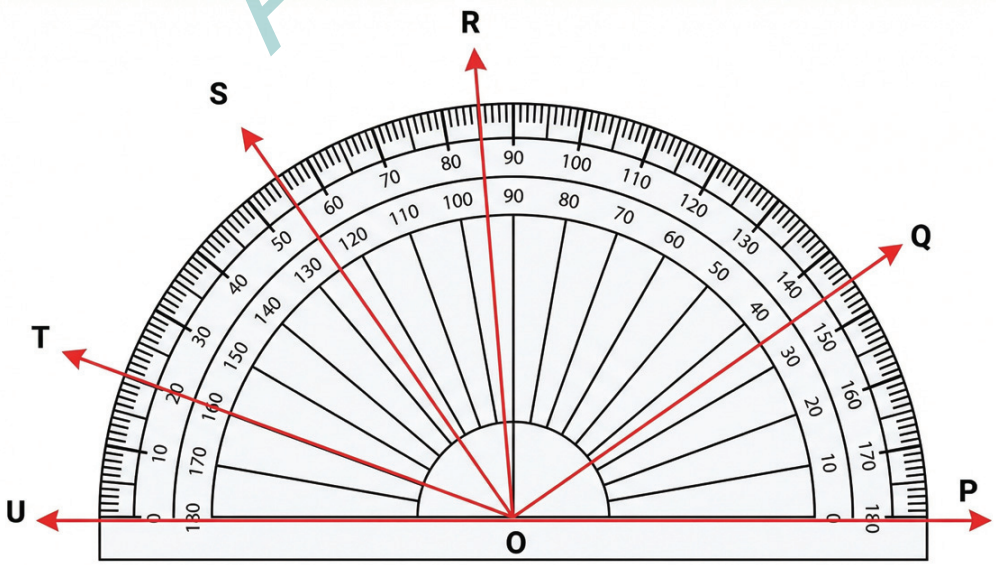
**కోణమానిని**

కోణమానిని ఇది మీ జ్యామితి పెట్టెల్లో మీరు కనుగొనే ఒక పరికరం. దీనిని కోణాల కొలతలను కొలవడానికి ఉపయోగిస్తారు.




కోణమానిని పై రెండు జతల సంఖ్యలు ఉన్నాయి: ఒకటి కుడి నుండి ఎడమకు పెరుగుతుంది మరియు మరొకటి ఎడమ నుండి కుడికి పెరుగుతుంది. ఇందులో రెండు జతల సంఖ్యలు ఎందుకు ఉంటాయి?

- పటంలోని వివిధ కోణాలను పేర్కొనండి మరియు వాటి కొలతలను రాయండి.




AP SCERT

Did you include angles such as ∠TOQ?

Which set of markings did you use — inner or outer?

What is the measure of ∠TOS?

Can you use the numbers marked to find the angle without counting the number of markings?

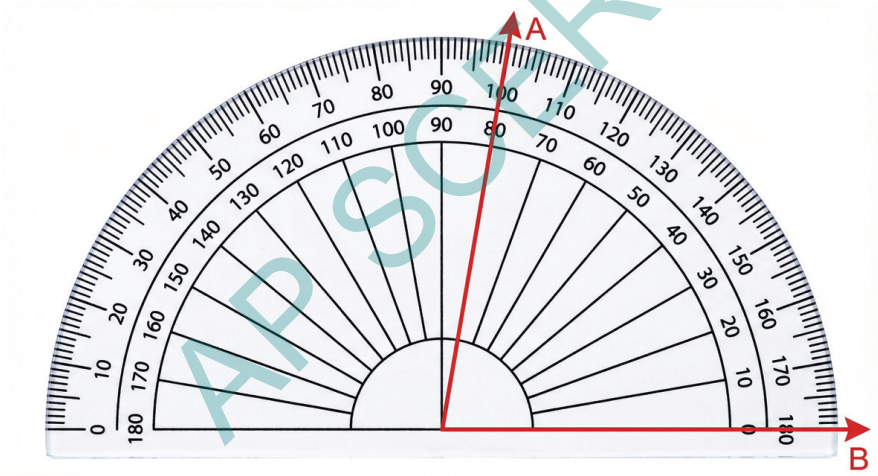
Here, OT and OS pass through the numbers 20 and 55 on the outer scale. How many units of 1 degree are contained between these two arms?

Can subtraction be used here?

**How can we measure angles directly without having to subtract?**

Place the protractor so the center is on the vertex of the angle.

Align the protractor so that one the arms passes through the 0º mark as in the picture below.




What is the degree measure of ∠AOB?

**Make your own Protractor!**

You may have wondered how the different equally spaced markings are made on a protractor. We will now see how we can make some of them!

1. Draw a circle of a convenient radius on a sheet of paper. Cut out the circle (Fig. 2.13). A circle or one full turn is 360°.
2. Fold the circle to get two equal halves and cut it through the crease to get a semicircle. Write '0°' in the bottom right corner of the semicircle.

AP SCERT

మీరు ∠TOQ వంటి కోణాలను చేర్చారా?

మీరు లోపలి లేదా బయటి గుర్తుల జతలలో ఏ జత గుర్తులను ఉపయోగించారు?

∠TOS యొక్క కొలత ఏమిటి?

గుర్తుల సంఖ్యను లెక్కించకుండా కోణాన్ని కనుగొనడానికి గుర్తుచేయబడ్డ సంఖ్యలను మీరు ఉపయోగించగలరా?

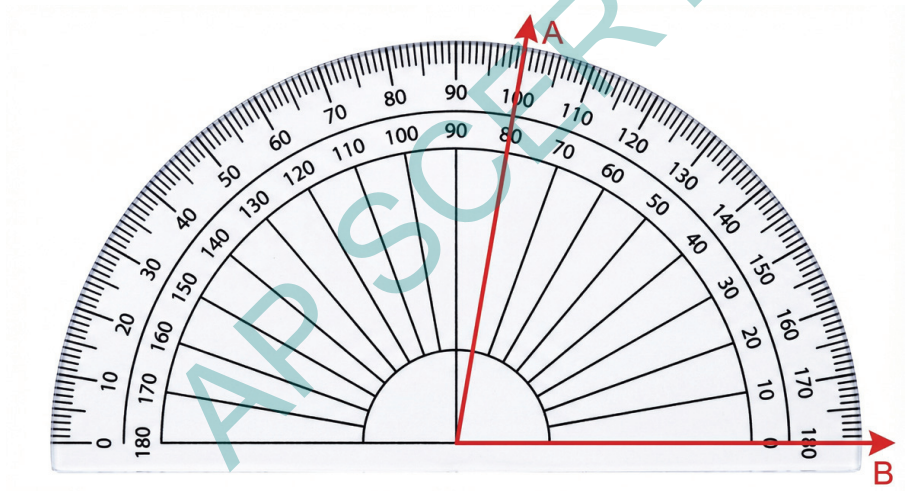
ఇక్కడ, OT మరియు OS బాహ్య స్కేలుపై 20 మరియు 55 సంఖ్యల గుండా వెళతాయి. వీటి రెండు భుజాల మధ్య 1డిగ్రీ యొక్క ఎన్ని యూనిట్లు ఉన్నాయి?

తీసివేతను ఇక్కడ ఉపయోగించవచ్చా?

**తీసివేత లేకుండా కోణాలను నేరుగా ఎలా కొలవగలం?**

కోణమానిని యొక్క కేంద్రం కోణం యొక్క శీర్షం పై ఉండేలా ఉంచండి .

ఒక భుజం $0^{o}$ ల గుండా వెళ్ళేలా కోణమానిని సమలేఖనం చేయండి. క్రింద వున్న చిత్రంలో వున్నట్లుగా గుర్తించండి.




∠AOB యొక్క డిగ్రీ కొలత ఏమిటి?

**మీ స్వంత కోణమానిని ను తయారు చేసుకోండి!**

ఒక కోణమానిని పై సమాన దూరం లో వేర్వేరు గుర్తులు ఎలా ఉంచబడ్డాయో చూసి మీరు ఆశ్చర్యపోయి ఉండవచ్చు. వాటిలో కొన్నింటిని ఎలా తయారు చేయాలో మనం ఇప్పుడు చూద్దాం!

1. ఒక కాగితంపై అనుకూల వ్యాసార్ధం గల వృత్తాన్ని గీయండి. వృత్తాన్ని కత్తిరించండి (పటం 2.13). ఒక వృత్తం లేదా ఒక పూర్తి మలుపు 360°.
2. రెండు సమాన అర్ద భాగాలను పొందడానికి వృతాన్ని మడిచి, అర్ధవృత్తం పొందడానికి మడత గుండా కత్తిరించండి. అర్ధవృత్తం యొక్క దిగువ కుడి మూలలో '0°' అని రాయండి.

AP SCERT

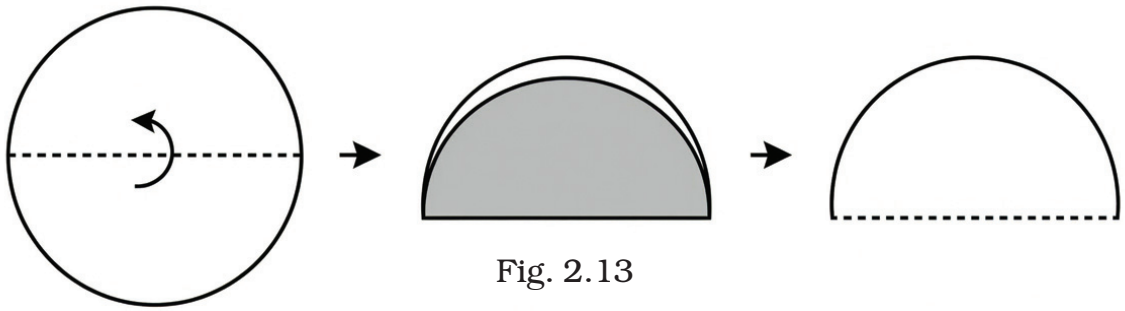


Fig. 2.13

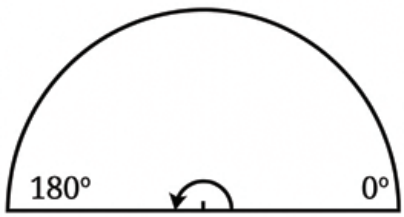
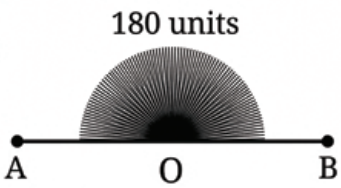



*Fig. 2.14*

The measure of half a circle is $\frac{1}{2}$ of a full turn. (Fig. 2.14)
So, the measure of half a turn = $\frac{1}{2}$ x __ = 180°.
Thus, write 180° in the left bottom corner of the semicircle.




3. Fold the semi-circular sheet in half as shown in Fig. 2.15 to form a quarter circle.

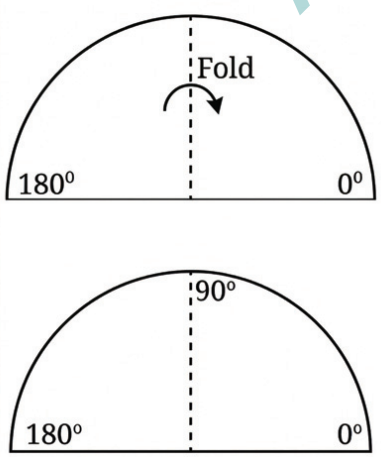
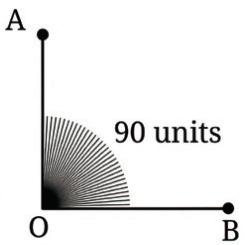



*Fig. 2.15*

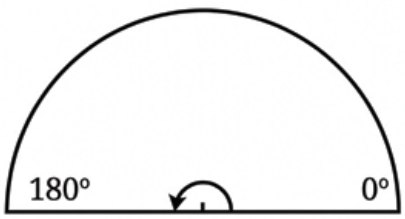
The measure of a quarter circle is $\frac{1}{4}$ of a full turn.
The measure of a $\frac{1}{4}$ turn = $\frac{1}{4}$ of 360° = _____.
Or, the measure of a $\frac{1}{4}$ turn = $\frac{1}{2}$ of a half turn = $\frac{1}{2}$ of 180° = _____.
Thus, mark 90° at the top of the semicircle.




AP SCERT

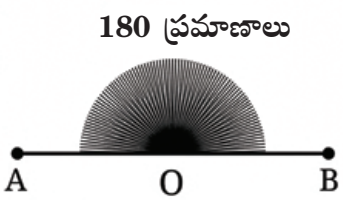


పటం 2.13

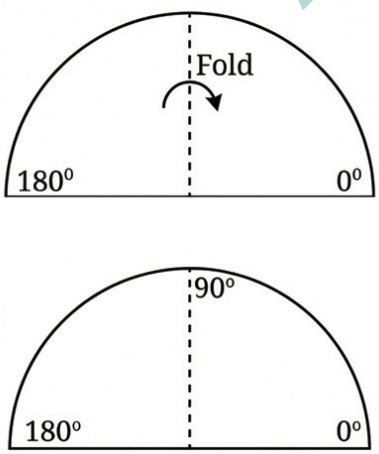



పటం 2.14

సగం వృత్తం యొక్క కొలత = పూర్తి మలుపులో $\frac{1}{2}$ వభాగం (పటం 2.14)కాబట్టి, సగం మలుపు యొక్క కొలత = $\frac{1}{2}$ × ___ =180°. కావున, అర్ధవృత్తం యొక్క ఎడమ దిగువ మూలలో 180° ప్రాయండి.




3. పటం 2.15లో చూపించిన విధంగా అర్ధ వృత్తాకార షీట్ ను సగానికి మడిచి పావు వృత్తాన్ని ఏర్పరుచుకోండి.



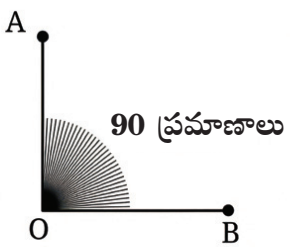

పటం 2.15

పావు వృత్తం యొక్క కొలత = పూర్తి మలుపులో $\frac{1}{4}$ వభాగం

$\frac{1}{4}$ పూర్తి మలుపు కొలత = $\frac{1}{4}$ × 360° = _____.

లేదా, $\frac{1}{4}$ × పూర్తి మలుపు కొలత = $\frac{1}{2}$ × సగం మలుపు = $\frac{1}{2}$ × 180° = _____.

అంటే 90° లను అర్ధవృత్తం పైభాగంలో గుర్తించింది.




AP SCERT

4. Fold the sheet again as shown in Figs. 2.16 and 2.17:

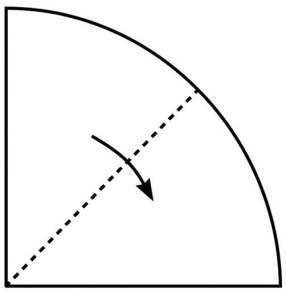


*Fig. 2.16*

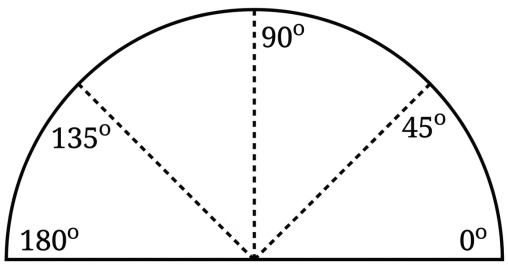



*Fig. 2.17*

When folded, this is $\frac{1}{8}$ of the circle, or $\frac{1}{8}$ of a turn, or $\frac{1}{8}$ of 360°, or $\frac{1}{4}$ of 180° or $\frac{1}{2}$ of 90° = _____.

The new creases formed give us measures of 45° and 180° – 45° = 135° as shown. Write 45° and 135° at the correct places on the new creases along the edge of the semicircle.

5. Continuing with another half fold as shown in Fig. 2.18, we get an angle of measure _____.

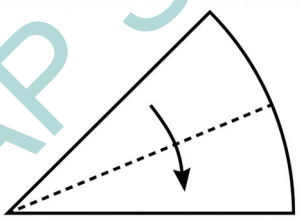


*Fig. 2.18*

6. Unfold and mark the creases as OB, OC, ..., etc., as shown in Fig. 2.19 and Fig. 2.20.

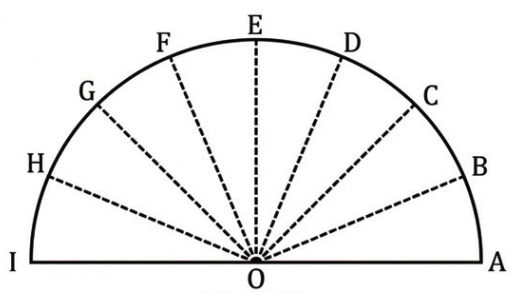



Fig. 2.19

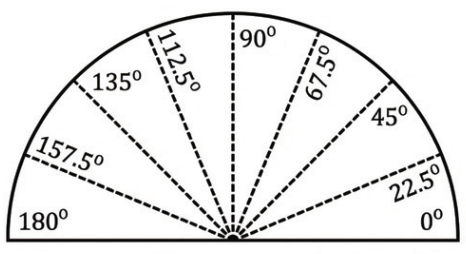
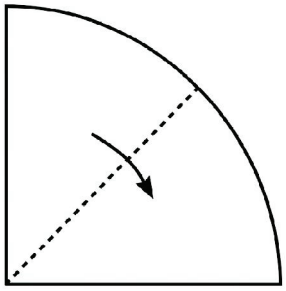


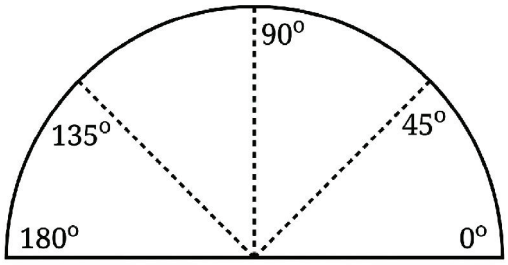

Fig. 2.20

AP SCERT

4. పటాలు 2.16 మరియు 2.17 లో చూపిన విధంగా కాగితం ను మళ్ళీ మడవండి :



పటం 2.16

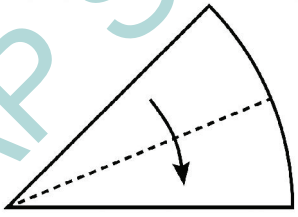



పటం 2.17

మడత పెట్టినప్పుడు, ఇది $\frac{1}{8}$ వృత్తం, లేదా $\frac{1}{8}$ ఒక పూర్తిమలుపు, లేదా $\frac{1}{8} \times 360°$ లేదా $\frac{1}{4} \times 180°$ లేదా $\frac{1}{2} \times 90° =$ _____

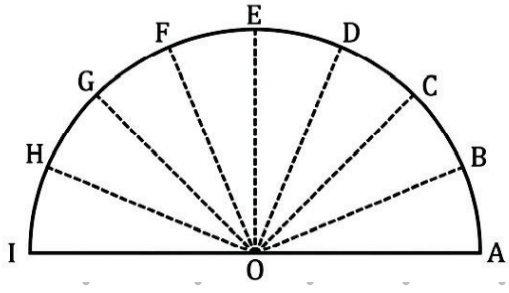
కొత్తగా ఏర్పడిన మడతలు మనకు 45° కొలతలను ఇస్తాయి మరియు 180° – 45° = 135° చూపించిన విధంగా 45° మరియు 135° అర్ధ వృత్తం అంచు వెంబడి కొత్త మడతల పై సరైన ప్రదేశాలలో రాయండి.

5. పటం 2.18 చూపిన విధంగా మరో సగం మడతలతో కొనసాగిస్తూ, _____. కొలత కోణాన్ని మనం పొందుతాము.

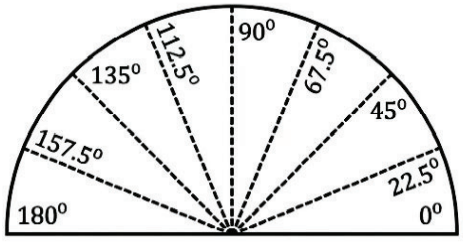


పటం 2.18

6. ఈ క్రింది విధంగా మడతలను OB, OC, ....., మొదలైనవిగా విడదీయండి మరియు పటం 2.19 మరియు పటం 2.20లో చూపించినట్లు గుర్తించండి.




పటం 2.19




పటం 2.20

AP SCERT

**Think!**

In Fig. 2.19, we have ∠AOB = ∠BOC = ∠COD = ∠DOE = ∠EOF = ∠FOG = ∠GOH = ∠HOI=_____. Why?

**Angle Bisector**

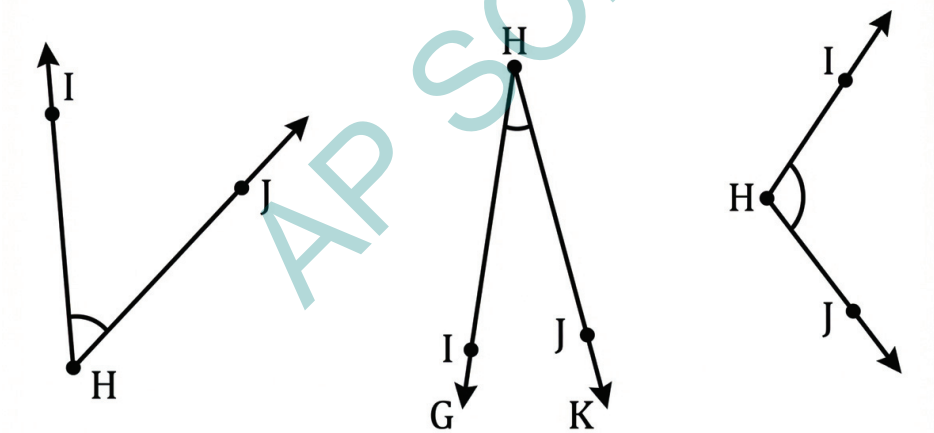
At each step, we folded in halves. This process of getting half of a given angle is called bisecting the angle. The line that bisects a given angle is called the angle bisector of the angle.

Identify the angle bisectors in your handmade protractor. Try to make different angles using the concept of angle bisector through paper folding.



## Figure it Out - 2.6

1. Find the degree measures of the following angles using your protractor.




2. Find the degree measures of different angles in your classroom using your protractor.

**Teacher's Note**

It is important that students make their own protractor and use it to measure different angles before using the standard protractor so that they know the concept behind the marking of the standard protractor.

AP SCERT

### ☸ ఆలోచించండి!

పటం 2.20లో మనకు ఇవి ఉన్నాయి. $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \angle EOF = \angle FOG = \angle GOH = \angle HOI =$_____. ఎందువల్ల?

**కోణ సమద్విఖండన రేఖ**

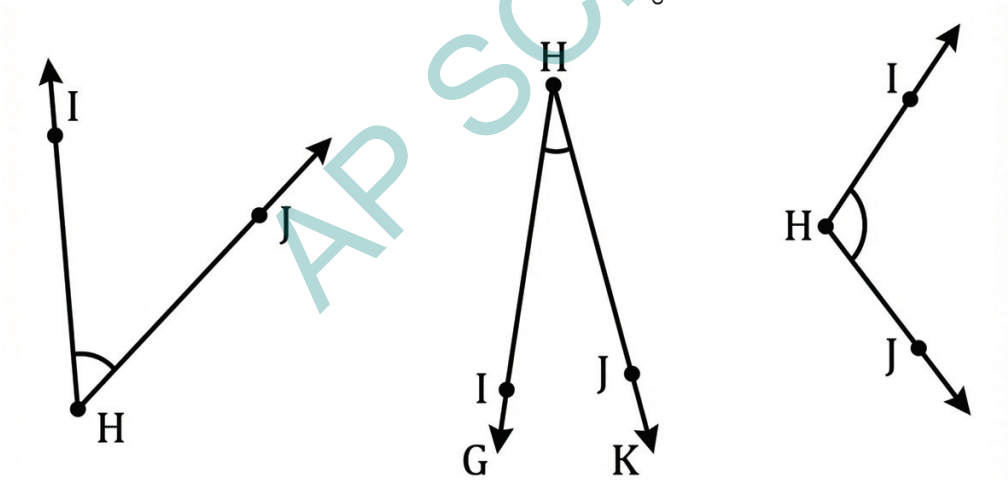
ప్రతి దశలో మనం సగానికి మడిచి ఇవ్వబడ్డ కోణం యొక్క సగభాగాన్ని పొందే ఈ ప్రక్రియను కోణ సమద్విఖండనం అంటారు ఇవ్వబడ్డ కోణాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించే రేఖను కోణ సమద్విఖండన రేఖ అంటారు.

మీ చేతితో తయారుచేసిన కోణమానిని లోని కోణ సమద్విఖండనరేఖలను గుర్తించండి. పేపర్ మడవడం ద్వారా కోణ సమద్విఖండనరేఖ అనే భావనను ఉపయోగించి విభిన్న కోణాలను రూపొందించడానికి ప్రయత్నించండి.



### ఆలోచించండి-చేయండి – 2.6

1. మీ కోణమానిని ఉపయోగించి ఈ క్రింది కోణాల యొక్క కొలతలను డిగ్రీలలో కనుగొనండి.



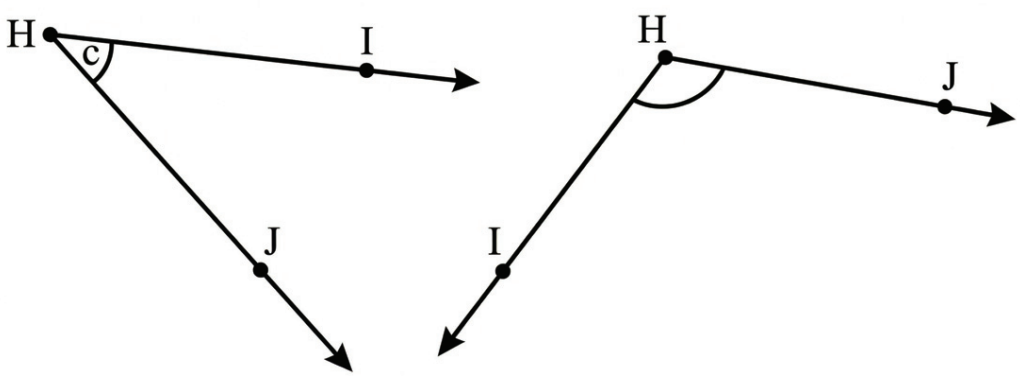

2. మీ కోణమానిని ఉపయోగించి మీ తరగతి గదిలోని వివిధ కోణాల యొక్క కొలతలను డిగ్రీలలో కనుగొనండి.

**ఉపాధ్యాయులకు గమనిక**

విద్యార్థులు తమ సొంత కోణమానిని తయారు చేసి, ప్రామాణిక కోణమానిని ని ఉపయోగించే ముందు వివిధ కోణాలను కొలవడానికి ఉపయోగించడం చాలా ముఖ్యం, తద్వారా వారు ప్రామాణిక కోణమానిని యొక్క మార్కింగ్ వెనుక ఉన్న భావనను తెలుసుకుంటారు.

AP SCERT

3. Find the degree measures for the ∠IHJ given below. Check if your paper protractor can be used here!

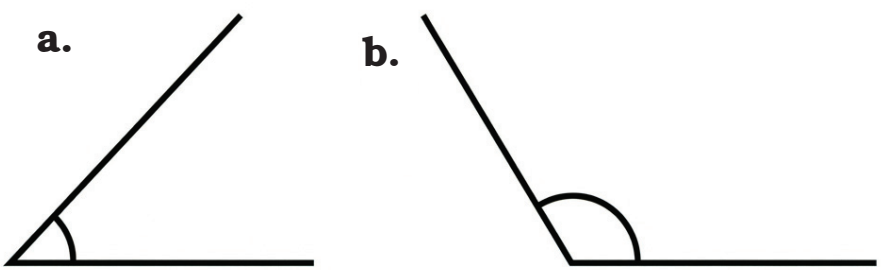



4. How can you find the degree measure of the angle given below using a protractor?

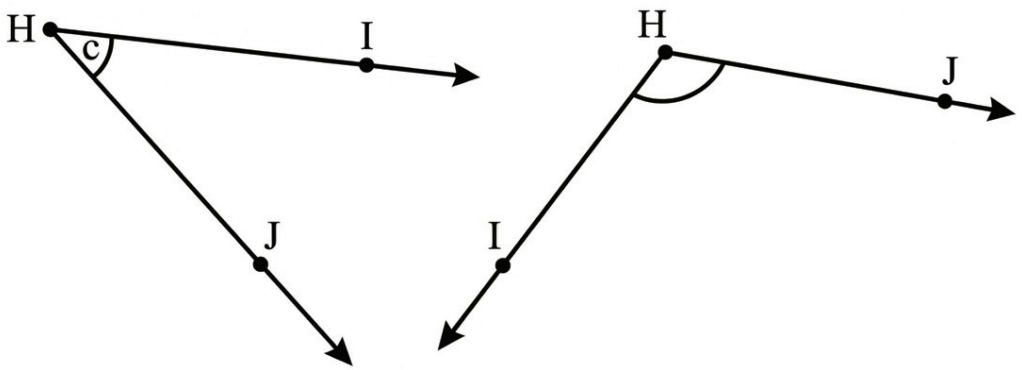


AP SCERT

5. Measure and write the degree measures for each of the following angles:



3. దిగువ ఇవ్వబడ్డ కోణాలు $\angle IHJ$ కొలతలను డిగ్రీలలో కనుగొనండి. మీ పేపర్ కోణమానిని ఇక్కడ ఉపయోగించవచ్చో లేదో తనిఖీ చేయండి!



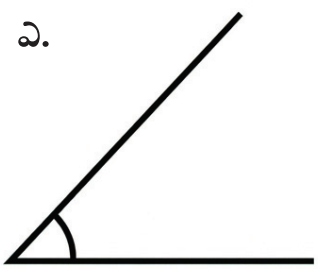

4. కోణమానిని ఉపయోగించి దిగువ ఇవ్వబడ్డ కోణం యొక్క కొలతను డిగ్రీలలో మీరు ఏవిధంగా కనుగొనవచ్చు?



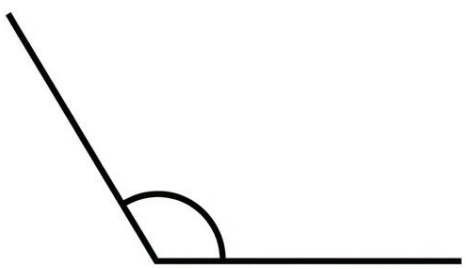
AP SCERT

5. ఈ క్రింది ప్రతి కోణం కొలతలను డిగ్రీలలో కొలవండి మరియు రాయండి:

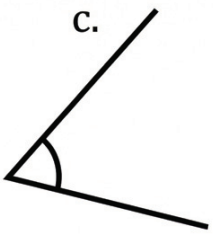
ఎ.



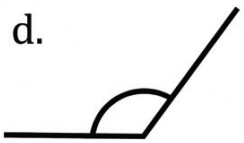
బి.



c.



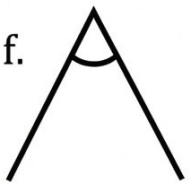
d.



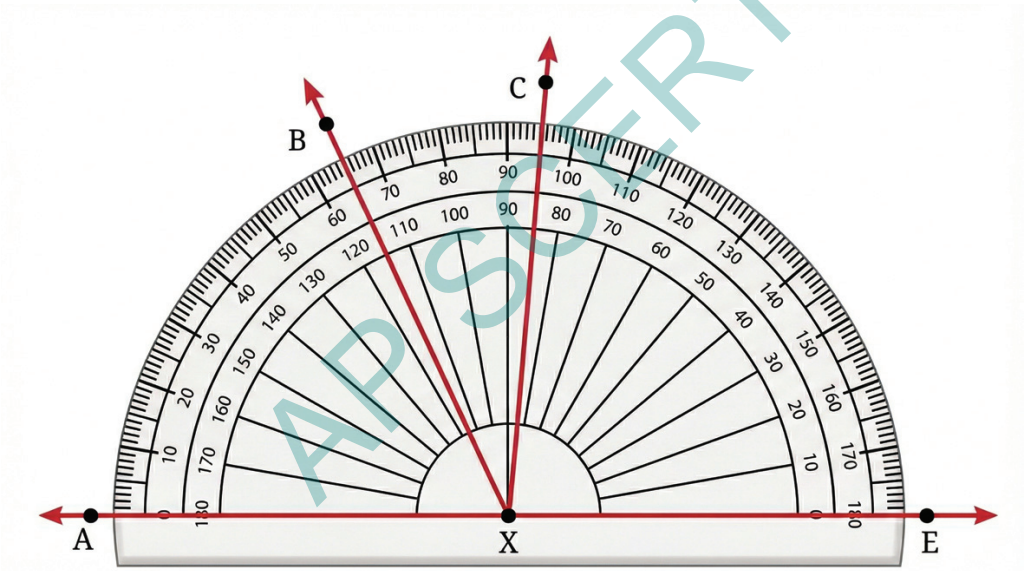
e.



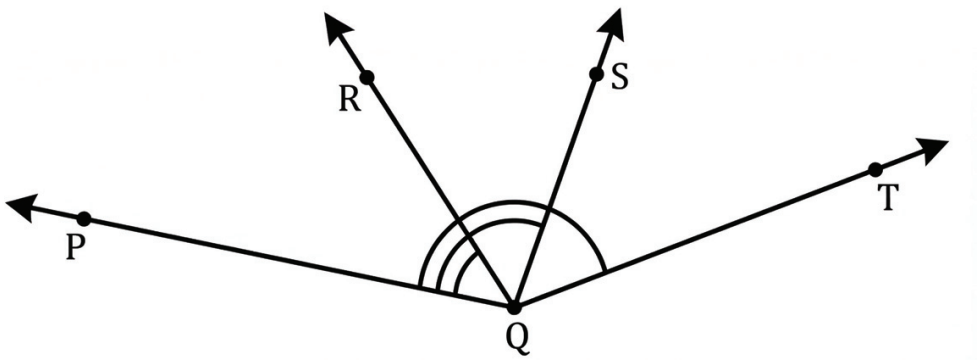
f.



6. Find the degree measures of ∠BXE, ∠CXE, ∠AXB and ∠BXC.

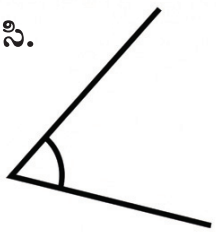



7. Find the degree measures of ∠PQR, ∠PQS and ∠PQT.

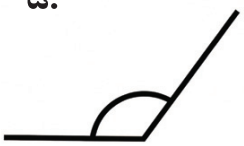



© NCERT not to be republished

సి.



డి.



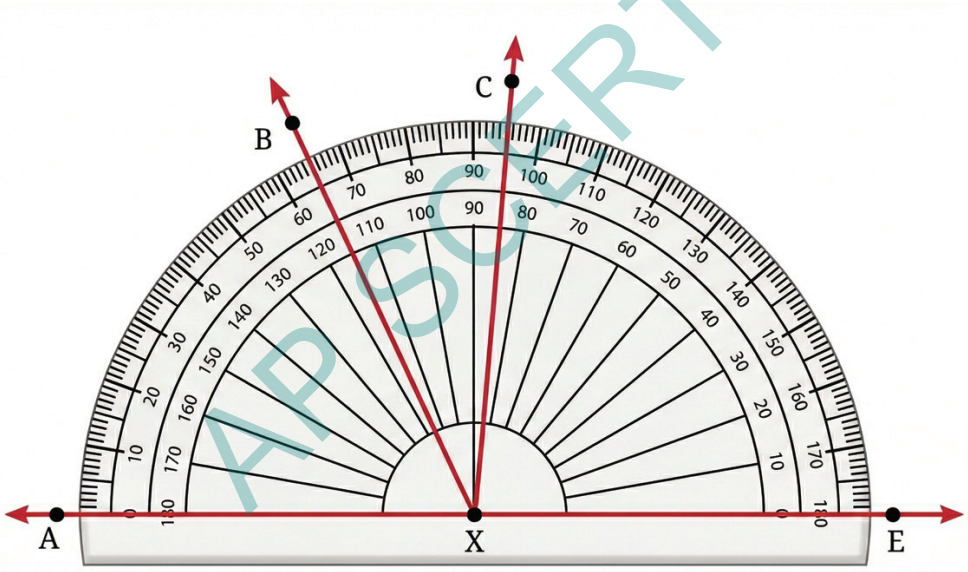
ఇ.



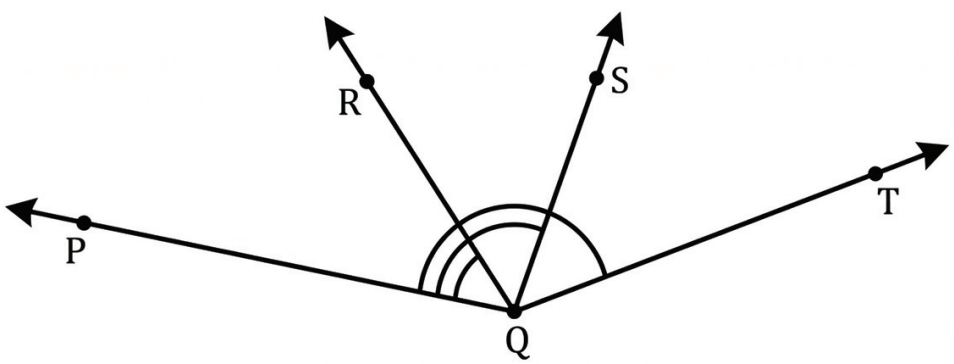
ఎఫ్.



6. $\angle BXE$, $\angle CXE$, $\angle AXB$ మరియు $\angle BXC$ యొక్క కొలతలను డిగ్రీలలో కనుగొనండి.

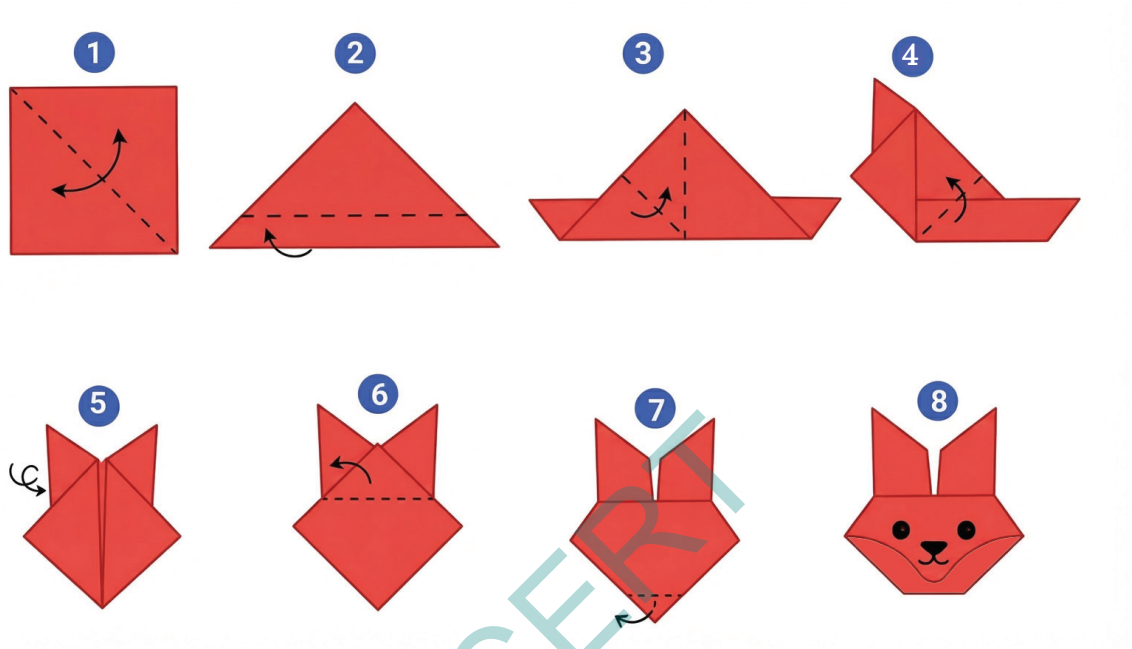



7. $\angle PQR$, $\angle PQS$ మరియు $\angle PQT$ యొక్క కొలతలను డిగ్రీలలో కనుగొనండి.




AP SCERT

8. Make the paper craft as per the given instructions. Then, unfold and open the paper fully. Draw lines on the creases made and measure the angles formed.




9. Measure all three angles of the triangle shown in Fig. 2.21 (a), and write the measures down near the respective angles. Now add up the three measures. What do you get? Do the same for the triangles in Fig. 2.21 (b) and (c). Try it for other triangles as well, and then make a conjecture for what happens in general! We will come back to why this happens in a later year.

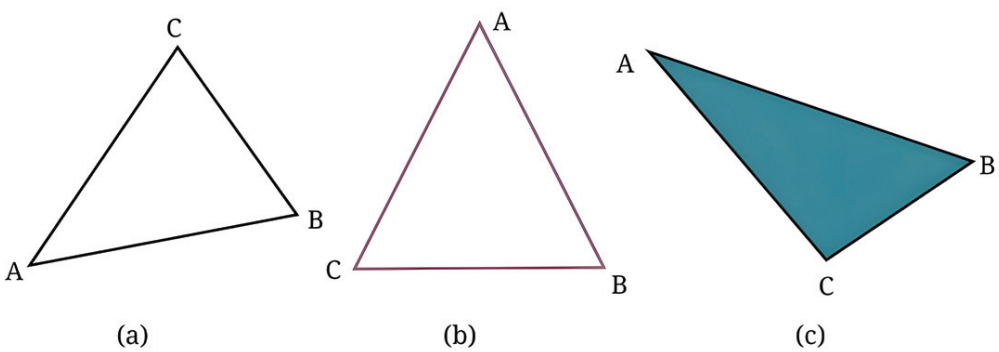
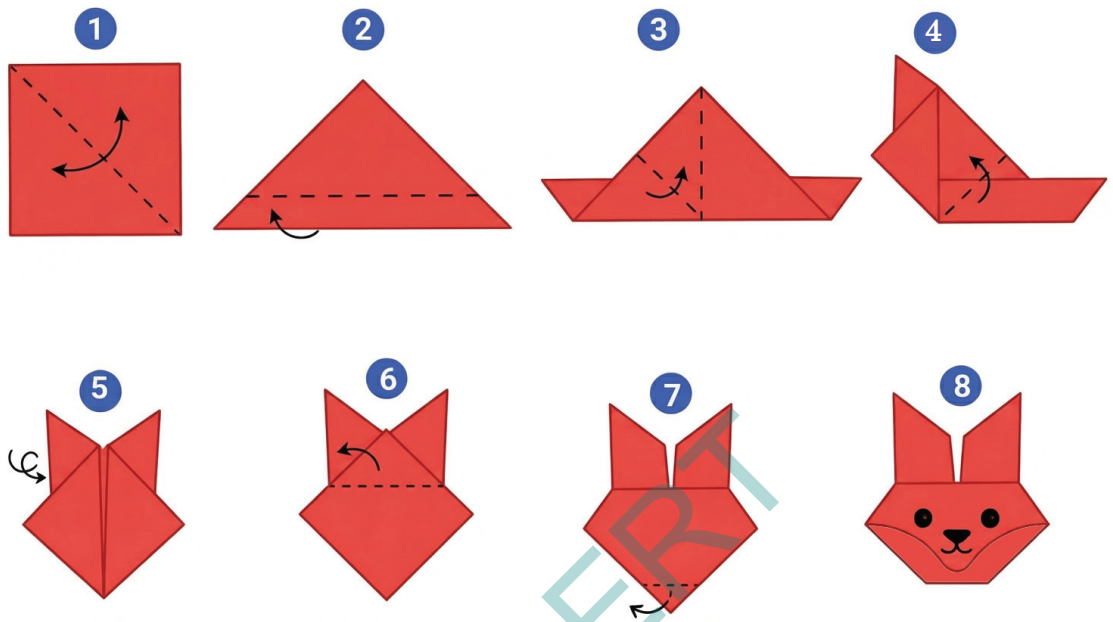


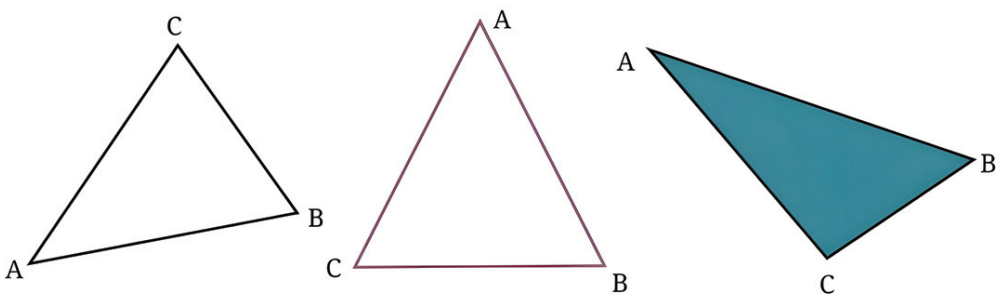

*Fig. 2.21*

AP SCERT

8. ఇవ్వబడ్డ సూచనలకు అనుగుణంగా కాగితపు బొమ్మను తయారు చేయండి. తరువాత, కాగితాన్ని పూర్తిగా తెరవండి. చేసిన మడతలపై రేఖలను గీయండి మరియు ఏర్పడిన కోణాలను కొలవండి.




9. పటం 2.21 (ఎ)లో చూపించిన త్రిభుజం యొక్క మూడు కోణాలను కొలవండి మరియు సంబంధిత కోణాల దగ్గర కొలతలను రాయండి. ఇప్పుడు మూడు కొలతలను కలపండి. మీకు ఏమి లభిస్తుంది? పటం 2.21 (బి) మరియు (సి) లోని త్రిభుజాలకు కూడా ఇదే విధంగా చేయండి. ఇతర త్రిభుజాల కోసం కూడా ప్రయతించండి, ఆ పై సాధారణంగా ఏమి జరుగుతుందో ఊహించండి! ఇది ఎందుకు జరుగుతుందో తరువాతి తరగతులలో మనం నేర్చుకుంటాము.



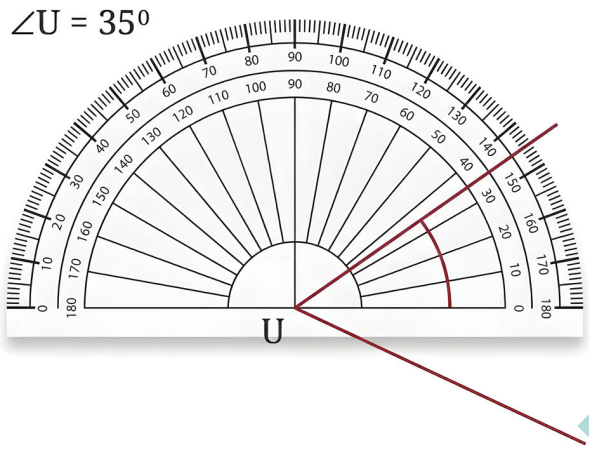

ఎ. బి. సి.

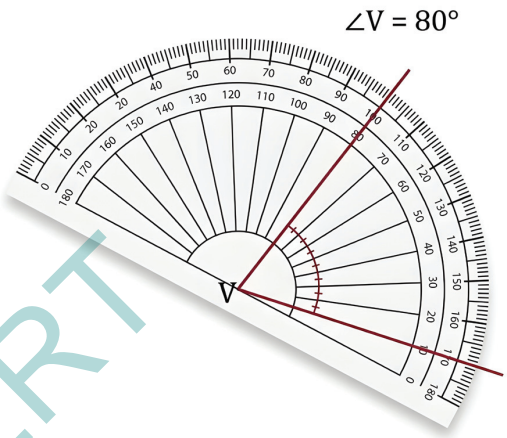
**పటం 2.21**

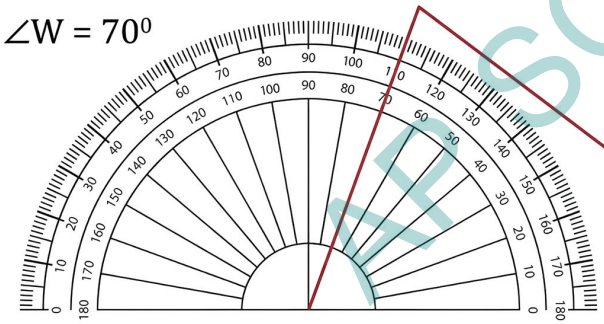
AP SCERT

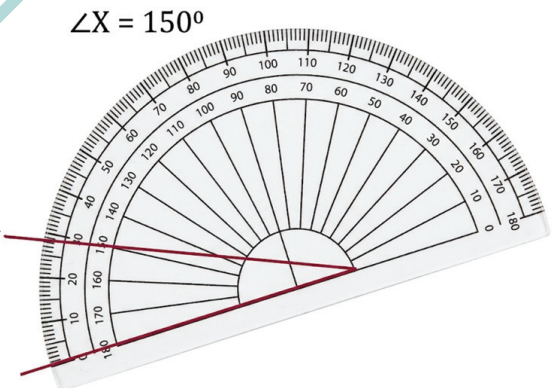
**Mind the Mistake, Mend the Mistake!**

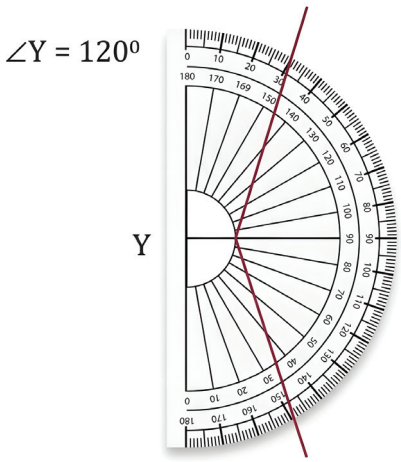
A student used a protractor to measure the angles as shown below. In each figure, identify the incorrect usage(s) of the protractor and discuss how the reading could have been made and think how it can be corrected.

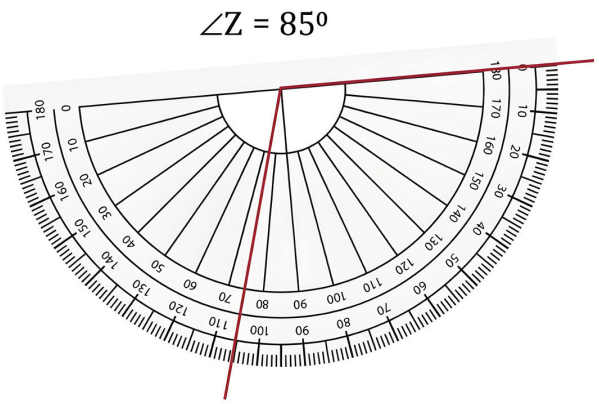


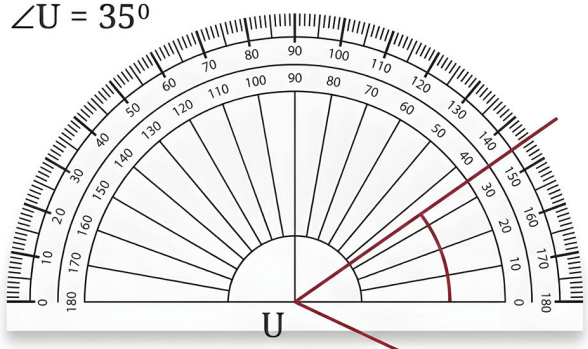




© NCERT

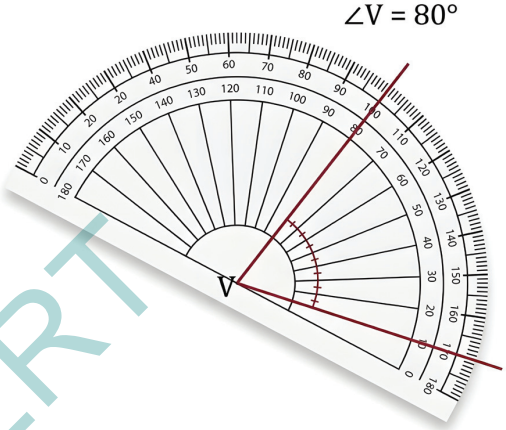
**తప్పును గమనించండి, తప్పును సరిదిద్దండి !**

క్రింద చూపిన విధంగా కోణాలను కొలవడానికి ఒక విద్యార్థి కోణమానిని ఉపయోగించాడు. ప్రతి పటంలో, కోణమానిని తప్పుగా ఉపయోగించడాన్ని గుర్తించండి మరియు కొలత ఎలా కొలవవచ్చో చర్చించండి మరియు దానిని ఎలా సరిదిద్దవచ్చో ఆలోచించండి.

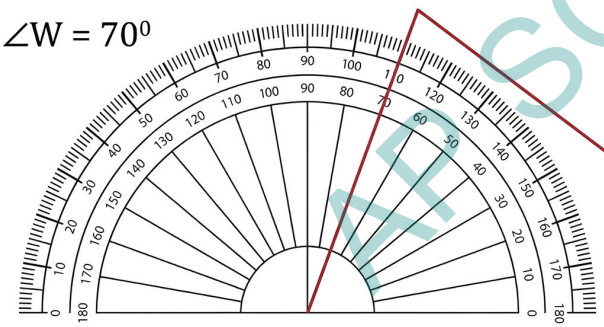
$\angle U = 35^0$



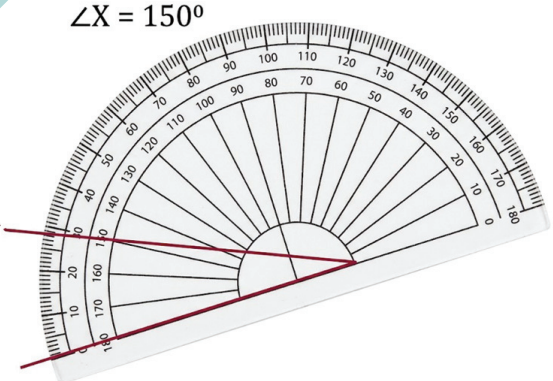

$\angle V = 80^\circ$



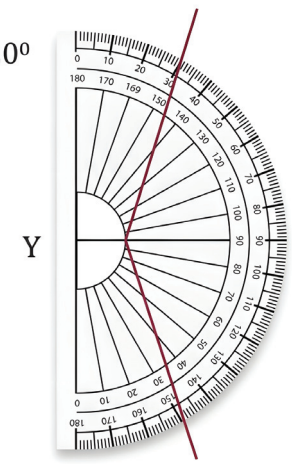

$\angle W = 70^0$



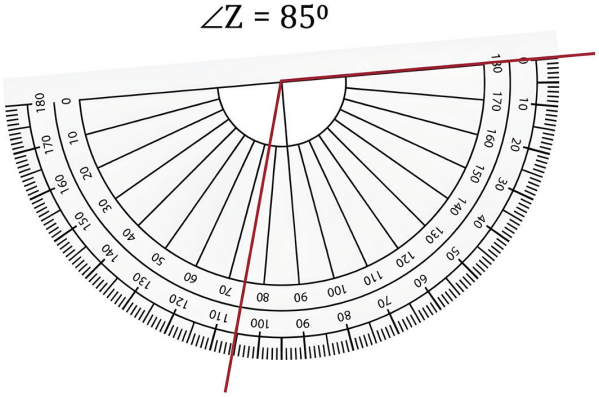
$\angle X = 150^0$



$\angle Y = 120^0$



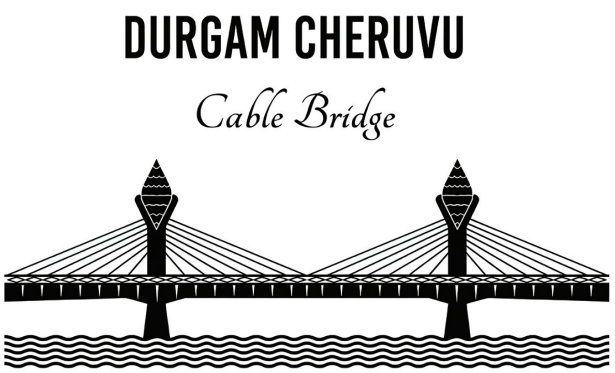

$\angle Z = 85^0$



© SCERT

## Angles in Real world

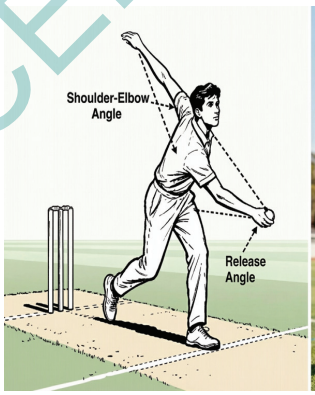
### Architecture and Construction




Angles and lines are used to design safe, functional buildings and infrastructure. Architects use precise angles for roof slopes, walls, windows, and doorways to ensure drainage, stability, and aesthetic appeal. Carpenters and engineers rely on angle measurements while planning furniture, stairs, bridges, or even basic room corners.

### Art, Design, and Sports

Artists and designers use angles to develop depth, perspective, and visual balance in their work. Angles provide the foundation for composition, leading the viewer's eye and helping shape forms in paintings, sculptures, or product design. Athletes consider angles for throws, shots, or movements to optimize performance.



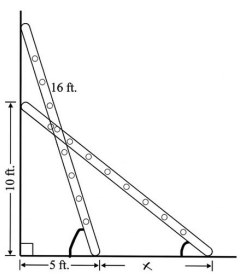



### Everyday Activities

Angles and lines can be seen in daily objects and tasks:

- The hands of a clock form angles throughout the day.
- Opening doors, books, or folding objects involves angles.
- Parking vehicles or setting ladders against walls all require angle awareness.



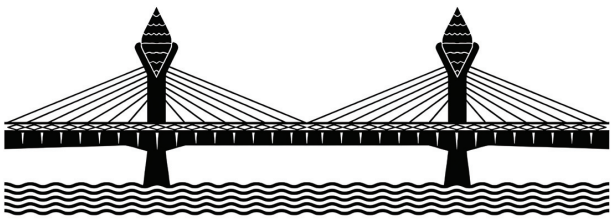




AP SCERT

## నిజ ప్రపంచంలో కోణాలు

### ఆర్కిటెక్చర్ మరియు నిర్మాణం

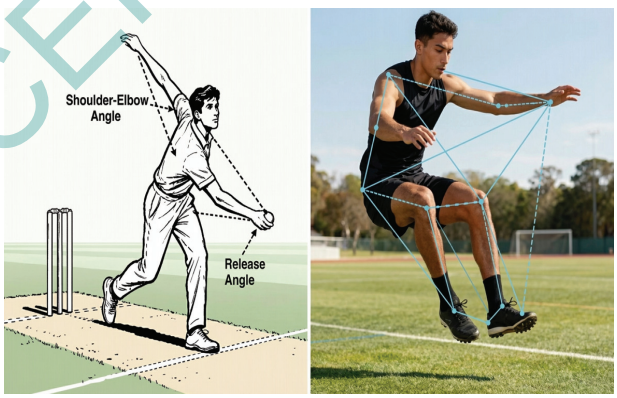
దుర్గం చెరువు
కేబుల్ బ్రిడ్జ్



సురక్షితమైన క్రియాత్మక భవనాలు మరియు మౌలిక సదుపాయాలను రూపొందించడానికి కోణాలు మరియు రేఖలు ఉపయోగించబడతాయి. పైకప్పు వాలులు, గోడలు, కిటికీలు మరియు తలుపుల కోసం వాస్తు శిల్పులు ఖచ్చితమైన కోణాలను ఉపయోగించి డ్రైనేజీ, స్థిరత్వం మరియు సౌందర్య ఆకర్షణను నిర్ధారిస్తారు. వస్తు సామగ్రి, మెట్లు, వంతెనలు లేదా ప్రాథమిక గది మూలాలను ప్రణాళిక చేసేటప్పుడు వడ్రంగులు మరియు ఇంజనీర్లు కోణ కొలతలపై ఆధారపడతారు.

### కళ, డిజైన్ మరియు క్రీడలు

కళాకారులు మరియు డిజైనర్లు తమ పనిలో లోతు, దృక్పథం మరియు దృశ్య సమతుల్యతను అభివృద్ధి చేయడానికి కోణాలను ఉపయోగిస్తారు. కోణాలు కూర్పుకు పునాదిని అందిస్తాయి. వీక్షకుడి దృష్టిని నడిపిస్తాయి. మరియు రంగులు వేయుట, శిల్పాలు లేదా ఉత్పత్తి రూపకల్పనలో, ఆకారాలను ఆకృతి చేయడంలో సహాయపడతాయి. అథ్లెట్లు పనితీరును మెరుగు పరుచుకోవడానికి, బంతి విసరడానికి, బలంగా కొట్టడానికి మరియు కదలికల కోసం కోణాలను పరిగణిస్తారు.

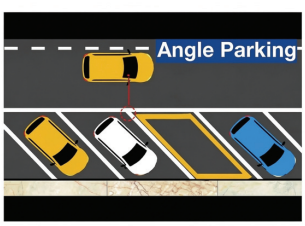


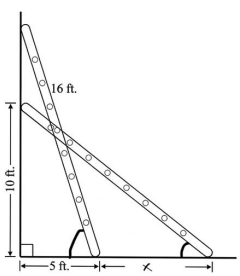

AP SCERT

### రోజువారి కార్యకలాపాలు

రోజువారి వస్తువులు మరియు పనులలో కోణాలను మరియు రేఖలను మనం చూడవచ్చు.

- గడియారంలోని ముళ్ళు రోజంతా కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి.
- తలుపులు తెరవడం,పుస్తకాలు తెరవడం లేదా మడత పెట్టే వస్తువులు కోణాలను కలిగి ఉంటాయి.
- వాహనాలను పార్కింగ్ చేయడం లేదా గోడలకు వ్యతిరేకంగా నిచ్చెనలను అమర్చడం మొదలగు వాటన్నింటికి కోణం గురించి అవగాహన అవసరం.





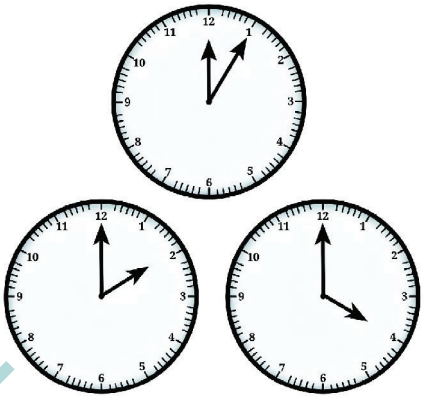
## Figure it Out - 2.7

1. Angles in a clock :

   a. The hands of a clock make different angles at different times. At 1 o'clock, the angle between the hands is 30°. Why?

   b. What will be the angle at 2 o' clock? And at 4 o' clock? 6 o' clock?

   c. Explore other angles made by the hands of a clock.



2. The angle of a door:

   Is it possible to express the amount by which a door is opened using an angle? What will be the vertex of the angle and what will be the arms of the angle?



3. Vidya is enjoying her time on the swing. She notices that the greater the angle with which she starts the swinging, the greater is the speed she achieves on her swing. But where is the angle? Are you able to see any angle?

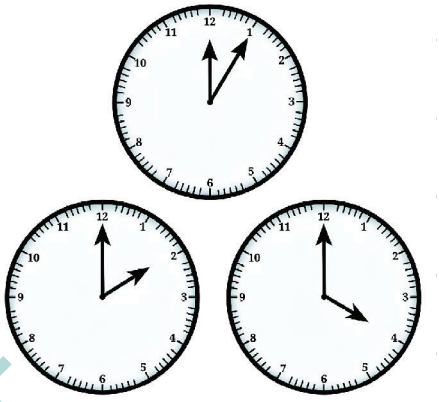


AP SCERT



## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.7

1. గడియారంలోని కోణాలు:



ఎ. గడియారం యొక్క ముల్లులు వేర్వేరు సమయాల్లో వేర్వేరు కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి. 1 గంటలకు, ముల్లుల మధ్య కోణం 30° ఉంటుంది. ఎందువల్ల?

బి. 2 గంటలకు కోణం ఎంత వుంటుంది? మరియు 4 గంటలకు? 6 గంటలకు కోణం ఎంత ఉంటుంది?

సి. గడియారం యొక్క ముల్లుల ద్వారా ఏర్పడిన ఇతర కోణాలను అన్వేషించండి.

2. ఒక తలుపు యొక్క కోణం:



ఒక కోణాన్ని ఉపయోగించి తలుపు తెరిచిన మొత్తాన్ని వ్యక్తీకరించడం సాధ్యమేనా?

కోణం యొక్క శీర్షం ఏమిటి? మరియు కోణం యొక్క భుజాలు ఏమిటి?

3. విద్య ఊయల పై తన సమయాన్ని ఆస్వాదిస్తోంది. ఆమె ఊయలను ఎంత ఎక్కువ కోణంతో ప్రారంభిస్తే, తన ఊయల పై ఆమె సాధించే వేగం అంత ఎక్కువగా ఉంటుందని ఆమె గమనించింది. అయితే ఆ కోణం ఎక్కడుంది? మీరు ఏ కోణం అయినా చూడగలుగుతున్నారా?



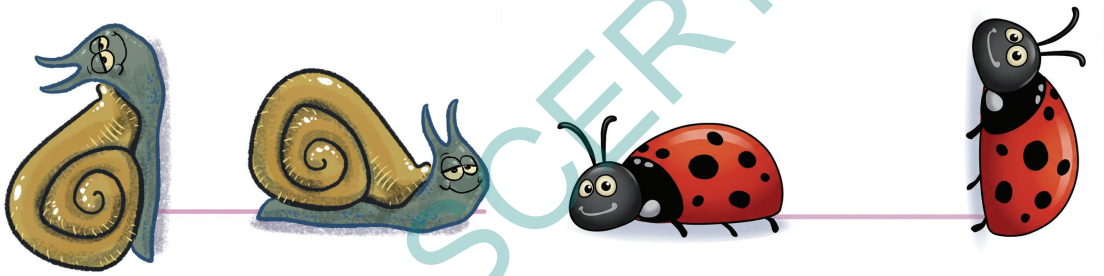
AP SCERT

4. Here is a toy with slanting slabs attached to its sides; the greater the angles or slopes of the slabs, the faster the balls roll. Can angles be used to describe the slopes of the slabs? What are the arms of each angle? Which arm is visible and which is not?



5. Observe the images below where there is an insect and its rotated version. Can angles be used to describe the amount of rotation? How? What will be the arms of the angle and the vertex?

**Hint:** Observe the horizontal line touching the insects.



APSCERT

**Teacher's Note**

It is important that students see the application of each mathematical concept in their daily lives. Teacher can organise some activities where students can appreciate the practical applications of angles in real-life situations, e.g., clocks, doors, swings, concepts of uphill and downhill, location of the sun, the giving of directions, etc.

## 2.10 Drawing Angles

Vidya wants to draw a 30° angle and name it ∠TIN using a protractor.

In ∠TIN, will be the vertex, IT and IN will be the arms of the angle. Keeping one arm, say IN, as the reference (base), the other arm IT should take a turn of 30°.

4. ఇక్కడ చివరలకు వాలుగా వుండే స్లాబులు జతచేయబడిన ఒక్క బొమ్మ ఉంది. స్లాబ్ ల యొక్క కోణాలు లేదా వాలులు ఎంత ఎక్కువగా ఉంటే, బంతులు అంత వేగంగా తిరుగుతాయి. స్లాబ్‌ల యొక్క వాలులను వివరించడానికి కోణాలను ఉపయోగించవచ్చా? ప్రతి కోణం యొక్క భుజాలు ఏమిటి? ఏ భుజం కనిపిస్తుంది? ఏది కనిపించదు?



5. ఒక కీటకం, ఉన్న చోట మరియు అది భ్రమణం చేసేటప్పుడు ఉన్న చిత్రాలను క్రింద గమనించండి. భ్రమణ పరిమాణాన్ని వివరించడానికి కోణాలను ఉపయోగించవచ్చా? ఎలా? కోణం మరియు శీర్షం యొక్క భుజాలు ఎలా ఉంటాయి?

**సూచన:** కీటకాలను తాకే సమాంతర రేఖను గమనించండి.



AP SCERT

**ఉపాధ్యాయులకు గమనిక**

విద్యార్థులు తమ దైనందిన జీవితంలో ప్రతి గణిత భావన యొక్క అనువర్తనాన్ని చూడటం చాలా ముఖ్యం. వాస్తవ జీవిత పరిస్థితులలో కోణాల యొక్క ఆచరణాత్మక అనువర్తనాలను విద్యార్థులు అభినందించగల కొన్ని కార్యకలాపాలను ఉపాధ్యాయుడు నిర్వహించవచ్చు, ఉదా: గడియారాలు, తలుపులు, ఊయలలు, పైకి మరియు క్రిందికి వెళ్ళే భావనలు, సూర్యుని స్థానం, దిశలు ఇవ్వడం మొదలైనవి.

## 2.10 కోణాలను గీయుట

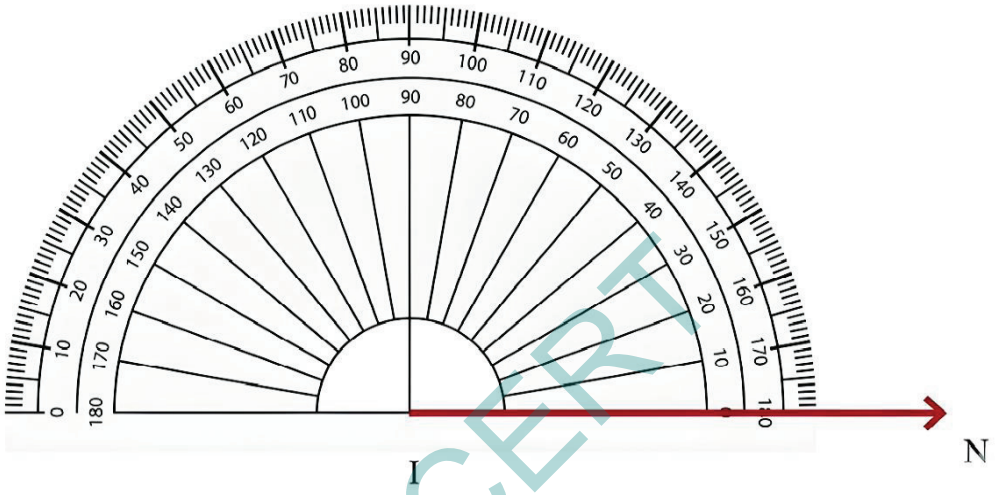
విద్య కోణమానిని ఉపయోగించి 30° కోణము గీసి దానికి ∠TIN అని పేరు పెట్టాలని అనుకుంటుంది.

∠TIN లో శీర్షంగా, IT మరియు IN లు కోణ భుజాలుగా ఉంటాయి. IN భుజాన్ని ఆధారంగా వుంచి, మరో భుజం IT ని 30° మలుపు తీసుకోవాలి.

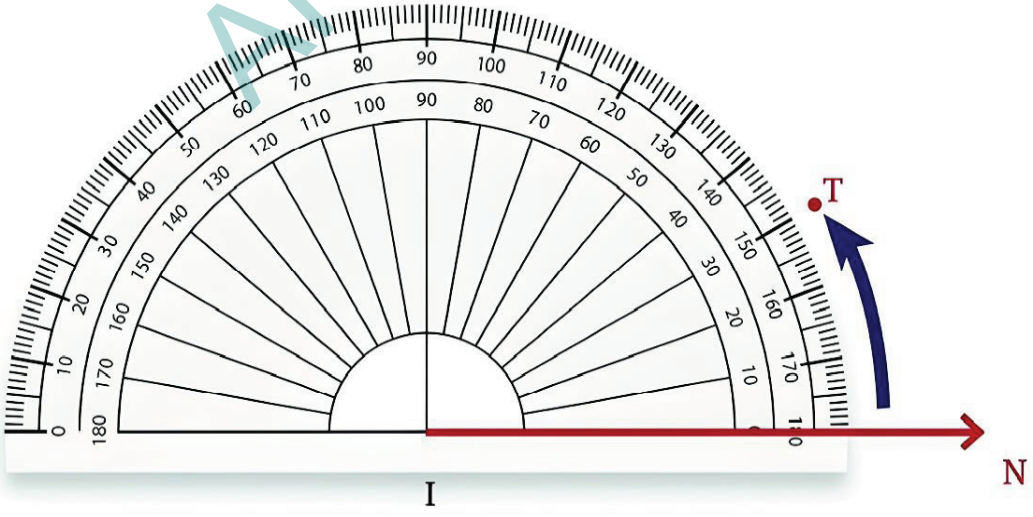
**Step 1:** We begin with the base and draw $\overrightarrow{IN}$:




**Step 2:** We will place the centre point of the protractor on I and align IN to the 0 line.




**Step 3:** Now, starting from 0, count your degrees (0, 10, 30) up to 30 on the protractor. Mark point T at the label 30°.




**Step 4:** Using a ruler join the point I and T.

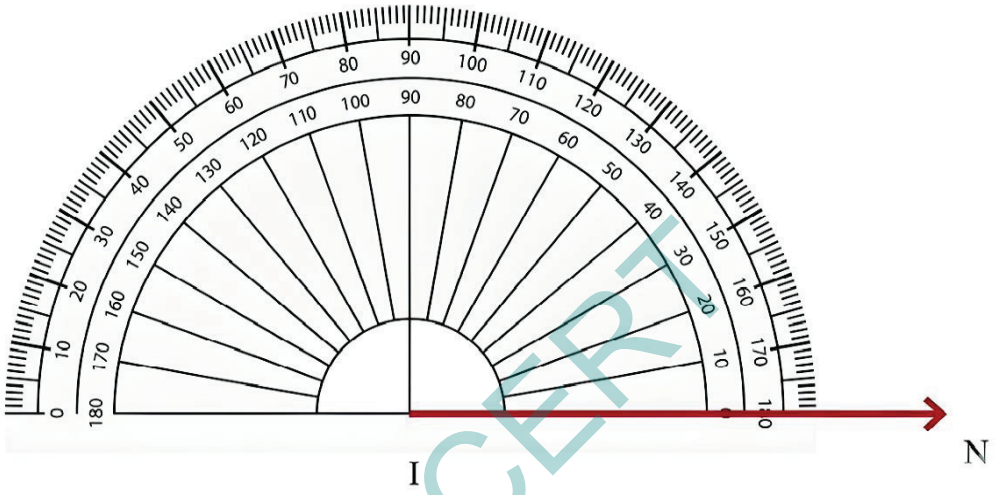
$\angle TIN = 30°$ is the required angle.

AP SCERT

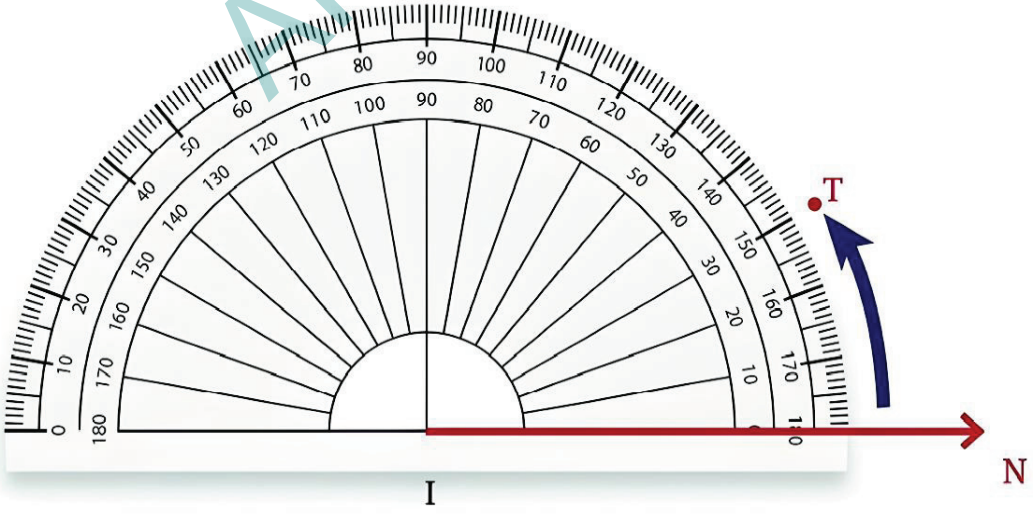
**సోపానం 1:** మనం ఆధారంతో ప్రారంభించి మరియు $\overrightarrow{IN}$ ను గీస్తాము :




**సోపానం 2:** మనము కోణమానిని యొక్క కేంద్ర బిందువును I పై ఉంచుతాము మరియు IN ని 0° రేఖకు సమలేఖనం చేస్తాము.




**సోపానం 3:** ఇప్పుడు, 0° నుండి ప్రారంభించి, మీ డిగ్రీలను (0, 10, 30) కోణమానిని పై 30° వరకు లెక్కించండి. 30° వద్ద బిందువు T ని గుర్తించండి.




**సోపానం 4:** ఒక స్కేలు ని ఉపయోగించి I మరియు T అనే బిందువులని జతచేయండి.

$\angle TIN = 30°$ అనేది కావలసిన కోణం.

AP SCERT

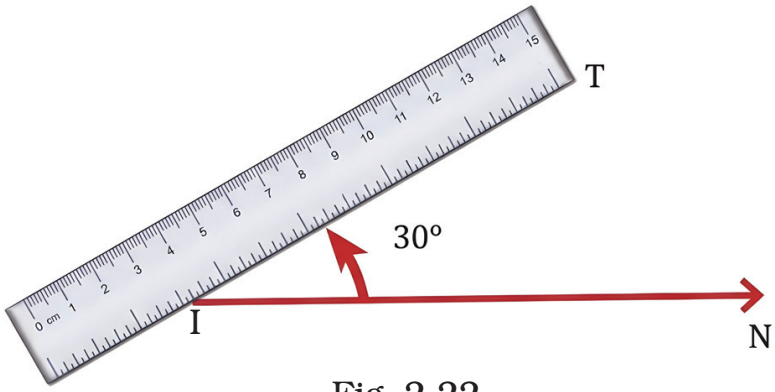



Fig. 2.22

### Let's Play a Game #1

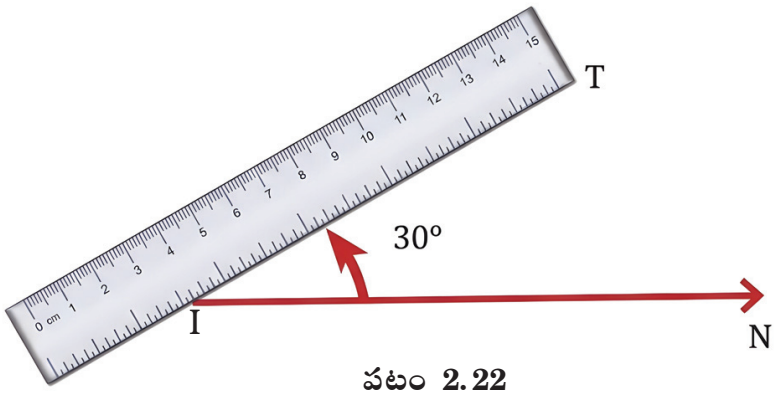
This is an angle guessing game! Play this game with your classmates by making two teams, Team 1 and Team 2. Here are the instructions and rules for the game:

- **Team 1** secretly choose an angle measure, for example, 49° and makes an angle with that measure using a protractor without Team 2 being able to see it.
- **Team 2** now gets to look at the angle. They have to quickly discuss and guess the number of degrees in the angle (without using a protractor!).
- **Team 1** now demonstrates the true measure of the angle with a protractor.
- **Team 2** scores the number of points that is the absolute difference in degrees between their guess and the correct measure. For example, if Team 2 guesses 39°, then they score 10 points (49°–39°).
- Each team gets five turns. The winner is the team with the lowest score!

### Let's Play a Game #2

We now change the rules of the game a bit. Play this game with your classmates by again making two teams, Team 1 and Team 2. Here are the instructions and rules:

AP SCERT




పటం 2.22

### ❁ మనం ఒక ఆటను ఆడదాం #1

ఇది కోణం అంచనా వేసే ఆట! 1వ జట్టు మరియు 2వ జట్టు అనే రెండు జట్లను తయారు చేయడం ద్వారా మీ సహవిద్యార్థులతో కలిసి ఈ ఆటను ఆడండి. ఆట కోసం సూచనలు మరియు నియమాలు ఇక్కడ ఉన్నాయి:

- **1వ జట్టు** ఉదాహరణకు, 49° అనే కోణ కొలతను రహస్యంగా ఎంచుకోండి మరియు జట్టు 2 దానిని చూడకుండా కోణమానిని ఉపయోగించి ఆ కొలతతో ఒక కోణాన్ని తయారు చేయండి.
- **2వ జట్టు:** ఇప్పుడు కోణం ను చూసి వారు కోణం లోని డిగ్రీల సంఖ్యను (కోణమానిని ఉపయోగించకుండా!) త్వరగా చర్చించి అంచనా వేయాలి.
- **1వ జట్టు:** ఇప్పుడు ఒక కోణమానిని తో కోణం యొక్క నిజమైన కొలతను కొలవాలి.
- **2వ జట్టు:** పాయింట్ల సంఖ్యను స్కోర్ చేస్తుంది, ఇది వారి ఊహ మరియు సరైన కొలత మధ్య డిగ్రీలలో ఖచ్చితమైన తేడాను సూచిస్తుంది. ఉదాహరణకు, 2వ జట్టు 39° ఊహించినట్లయితే, అప్పుడు వారు 10 పాయింట్లు (49°–39°) స్కోరు చేస్తారు.
- ఒక్కో జట్టుకు ఐదు అవకాశాలుంటాయి. అత్యల్ప స్కోరు సాధించిన జట్టే విజేత!

### ❁ మనం ఒక ఆటను ఆడదాం #2

ఇప్పుడు మనం కొంచెం ఆట నియమాలను మారుద్దాం. మీ తరగతి విద్యార్థులతో 1వ జట్టు మరియు 2వ జట్టు అనే రెండు జట్లను తయారు చేయడం ద్వారా ఈ ఆటను ఆడండి. సూచనలు మరియు నియమాలు ఇక్కడ ఉన్నాయి:

AP SCERT

- **Team 1** announces to all, an angle measure, e.g., 34°.
- A player from **Team 2** must draw that angle on the board without using a protractor. Other members of **Team 2** can help the player by speaking words like 'Make it bigger!' or 'Make it smaller!'.
- A player from **Team 1** measures the angle with a protractor for all to see.
- **Team 2** scores the number of points that is the absolute difference in degrees between **Team 2**'s angle size and the intended angle size. For example, if player's angle from **Team 2** is measured to be 25°, then **Team 2** scores 9 points (34°–25°).
- Each team gets five turns. The winner is again the team with the lowest score.

**Teacher's Note**

These games are important to play to build intuition about angles and their measures. Return to this game at least once or twice on different days to build practice in estimating angles. Note that these games can also be played between pairs of students.

AP SCERT



## Figure it Out - 2.8

1. In Fig. 2.23, list all the angles possible. Did you find them all? Now, guess the measures of all the angles. Then, measure the angles with a protractor. Record all your numbers in a table. See how close your guesses are to the actual measures.

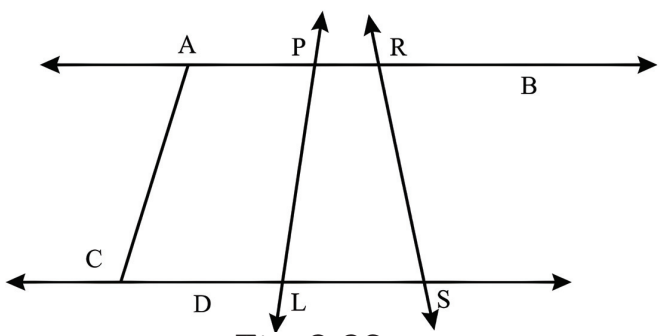



Fig. 2.23

- 1వ జట్టు అందరికీ ఒక కోణ కొలతను ప్రకటిస్తుంది, ఉదా. 34°.
- 2వ జట్టు నుండి ఒక ఆటగాడు కోణమానిని ఉపయోగించకుండా బోర్డుపై ఆ కోణాన్ని గీయాలి. 2వ జట్టు లోని ఇతర సభ్యులు 'దీన్ని పెదద్దిగా చేయండి!' లేదా 'దానిని చిన్నదిగా చేయండి!' వంటి పదాలు మాట్లాడటం ద్వారా ఆటగాడికి సహాయం చేయవచ్చు.
- 1వ జట్టు నుండి ఒక ఆటగాడు అందరూ చూసేలా కోణమానినితో కోణాన్ని కొలుస్తాడు.
- 2వ జట్టు పాయింట్ల సంఖ్యను స్కోర్ చేస్తుంది, ఇది 2వ జట్టు యొక్క కోణ పరిమాణం మరియు ఉద్దేశించబడిన కోణ పరిమాణంల మధ్య డిగ్రీలలో ఖచ్చితమైన తేడాను సూచిస్తుంది. ఉదాహరణకు 2వ జట్టు ఆటగాడి కోణం 25° గా కొలిచినట్లయితే, 2వ జట్టు 9పాయింట్లు (34°–25°) స్కోర్ చేస్తుంది.
- ఒక్కో జట్టుకు ఐదు అవకాశాలుంటాయి. మళ్లీ అత్యల్ప స్కోరు సాధించిన జట్టు విజేతగా నిలుస్తుంది.

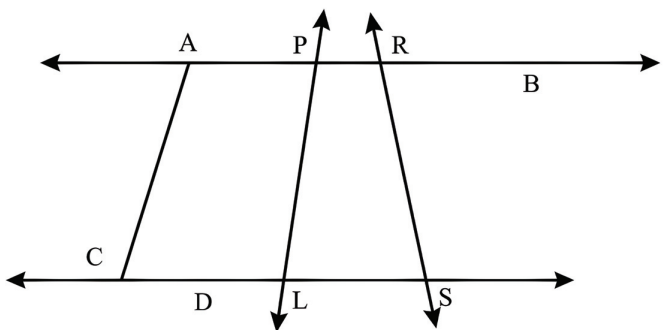
**ఉపాధ్యాయునికి గమనిక**

కోణాలు మరియు వాటి కొలతల గురించి సహజ జ్ఞానమును పెంపొందించడానికి ఈ ఆటలు ఆడటం చాలా ముఖ్యం. కోణాలను అంచనా వేయడంలో అభ్యసనాన్ని పెంపొందించడానికి వేర్వేరు రోజులలో కనీసం ఒకటి లేదా రెండు రెండుసార్లు ఈ ఆటను తిరిగి ఆడించండి. ఈ ఆటలను జతల విద్యార్థుల మధ్య కూడా ఆడించవచ్చని గమనించండి.



## ఆలోచించండి–చేయండి – 2.8

1. పటం 2.23లో, సాధ్యమయ్యే అన్ని కోణాలను జాబితా చేయండి. అవన్నీ మీరు కనుగొన్నారా? ఇప్పుడు, అన్ని కోణాల కొలతలను ఊహించండి. తరువాత, కోణమానిని తో కోణాలను కొలవండి. మీ అన్ని సంఖ్యలను ఒక పట్టిక లో నమోదు చేయండి. మీ అంచనాలు వాస్తవ కొలతలకు ఎంత దగ్గరగా ఉన్నాయో చూడండి.



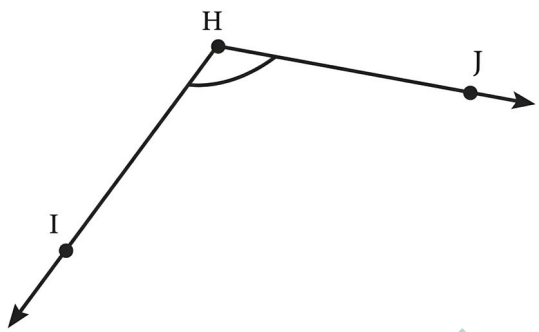

పటం 2.23

AP SCERT

2. Use a protractor to draw angles having the following degree measures:

   a. 110° b. 40° c. 75° d. 112° e. 134°

3. Draw an angle whose degree measure is the same as the angle given below:

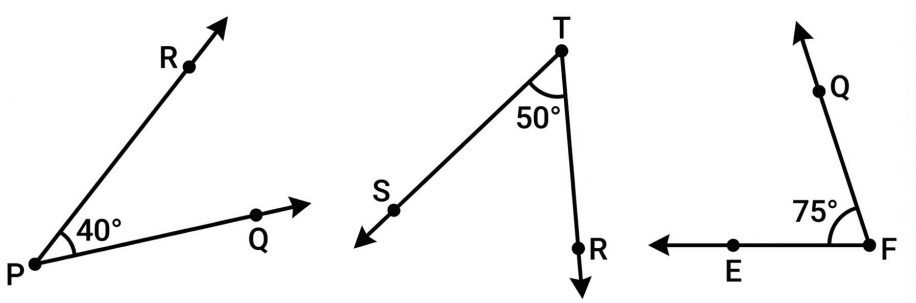



Also, write down the steps you followed to draw the angle.

## 2.11 Types of Angles and their Measures

We have read about different types of angles in this chapter. We have seen that a straight angle is 180° and a right angle is 90°. How can other types of angles — acute and obtuse — be described in terms of their degree measures?

**Acute Angle:** Angles that are smaller than the right angle, i.e., less than 90° and are greater than 0°, are called acute angles.



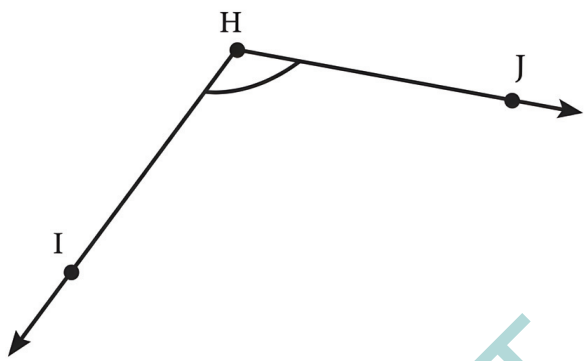

*Examples of acute angles*

AP SCERT

2. కింది డిగ్రీ కొలతలను కలిగి ఉన్న కోణాలను గీయడానికి కోణమానిని ఉపయోగించండి:

a. 110° b. 40° c. 75° d. 112° e. 134°

3. దిగువ ఇవ్వబడ్డ కోణానికి సమానమైన డిగ్రీ కొలత ఉన్న కోణాన్ని గీయండి:

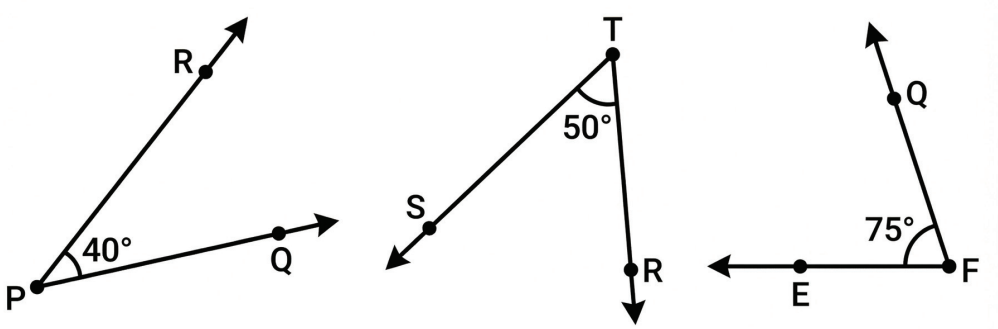



అలాగే, కోణాన్ని గీయడానికి మీరు అనుసరించిన సోపానాలను రాయండి.

## 2.11 కోణాల రకాలు మరియు వాటి కొలతలు

ఈ అధ్యాయంలో వివిధ రకాల కోణాల గురించి చదివాం. సరళ కోణం 180° మరియు లంబకోణం 90° అని మనం చూశాము. ఇతర రకాల కోణాలు అల్ప (లఘు) మరియు అధిక (గురు) కోణాలు – వాటి డిగ్రీ కొలతల పరంగా ఎలా వివరించబడతాయి?

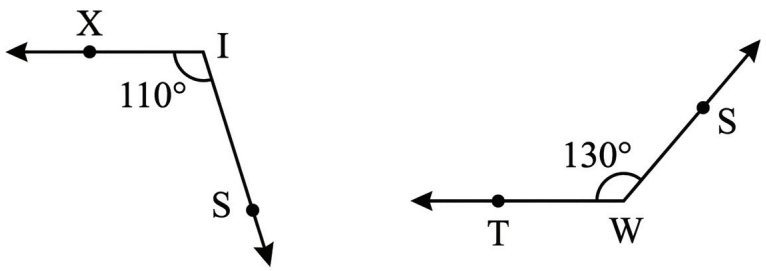
**అల్ప(లఘు) కోణం:** లంబకోణము కంటే చిన్నగా, అనగా 90° కంటే తక్కువ మరియు 0° కంటే ఎక్కువ ఉండే కోణాలను అల్ప (లఘు) కోణాలు అంటారు.




అల్ప (లఘు) కోణాలకు ఉదాహరణలు

AP SCERT

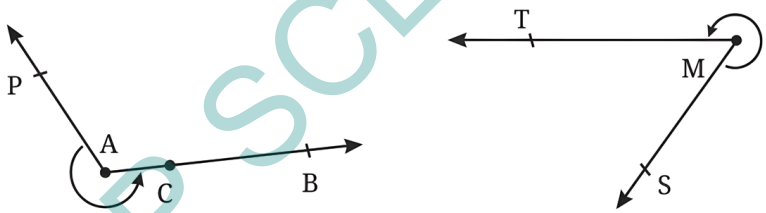
**Obtuse Angle:** Angles that are greater than the right angle and less than the straight angle, i.e., greater than 90° and less than 180°, are called **obtuse** angles.




*Examples of obtuse angles*

Have we covered all the possible measures that an angle can take? Here is another type of angle.

**Reflex angle:** Angles that are greater than the straight angle and less than the whole angle, i.e., greater than 180° and less than 360°, are called **reflex** angles.



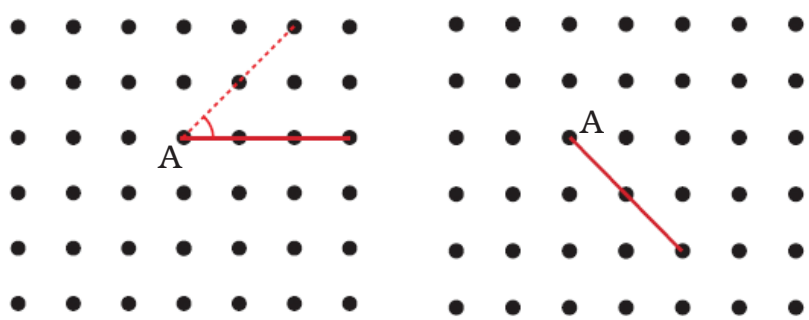

*Examples of reflex angles*

AP SCERT

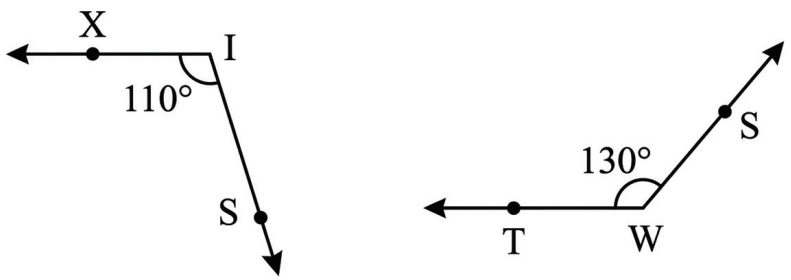


## Figure it Out - 2.9

1. In each of the below grids, join A to other grid points in the figure by a straight line to get:
   a. An acute angle



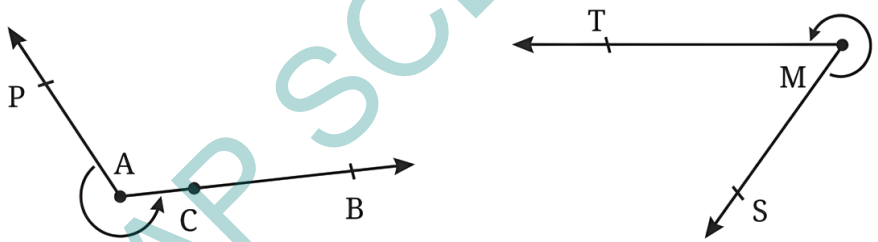
**అధిక (గురు) కోణం:** $90^\circ$ కంటే ఎక్కువగా మరియు $180^\circ$ కంటే తక్కువగా ఉన్న కోణాలను అధిక (గురు) కోణాలు అని అంటారు. ఇవి సరళ కోణం కంటే చిన్నవిగా, లంబకోణం కంటే పెద్దవిగా ఉంటాయి.




**అధిక కోణాలకు ఉదాహరణలు**

ఒక కోణం తీసుకోగల అన్ని సాధ్యమయ్యే కొలతలను మనము పరిశీలించామా ? ఇక్కడ మరో రకం కోణం ఉంది.

**పరావర్తన కోణం:** సరళ కోణం కంటే ఎక్కువ మరియు సంపూర్ణకోణం కంటే తక్కువ, అనగా, $180^\circ$ కంటే ఎక్కువ మరియు $360^\circ$ కంటే తక్కువ ఉన్న కోణాలను పరావర్తన కోణాలు అని పిలుస్తారు.



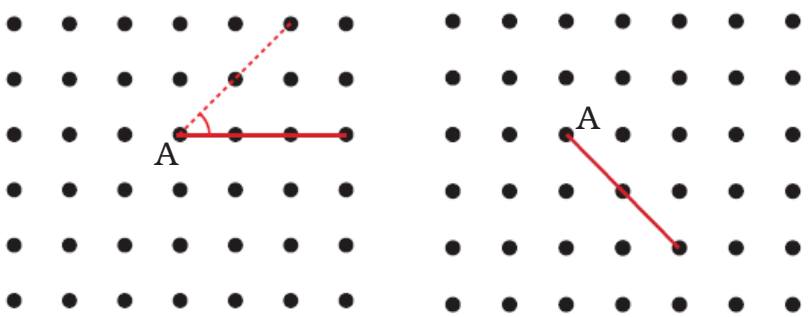

**పరావర్తన కోణాల ఉదాహరణలు**



## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.9

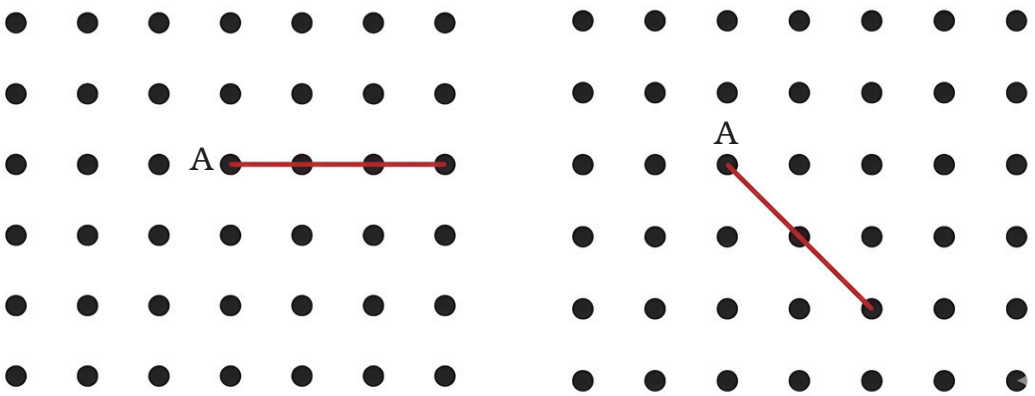
1. క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి గ్రిడ్ లో A ని సరళరేఖ ద్వారా పటంలోని ఇతర గ్రిడ్ పాయింట్లకు జతచేయండి:

   ఎ. ఒక అల్పకోణం

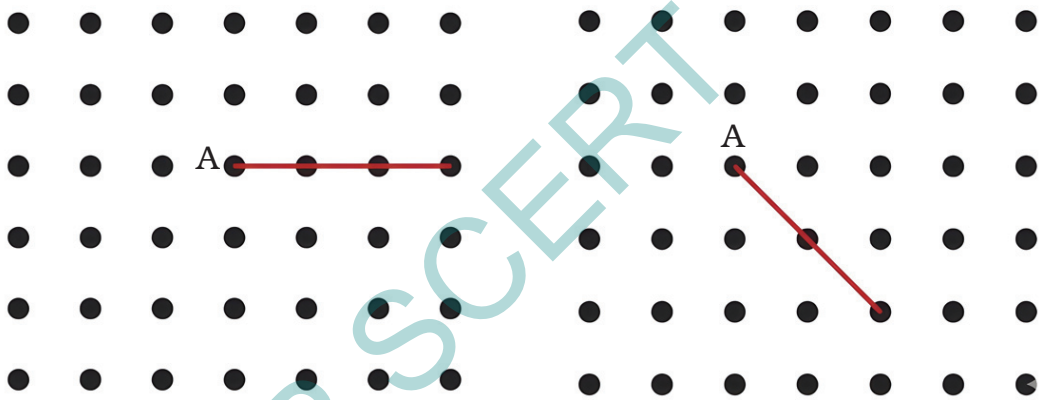



AP SCERT

b. An obtuse angle



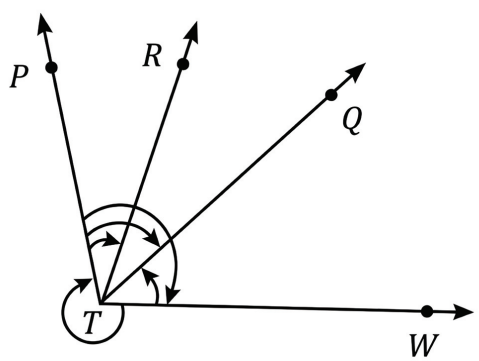

c. An reflex angle




Mark the intended angles with curves to specify the angles. One has been done for you.

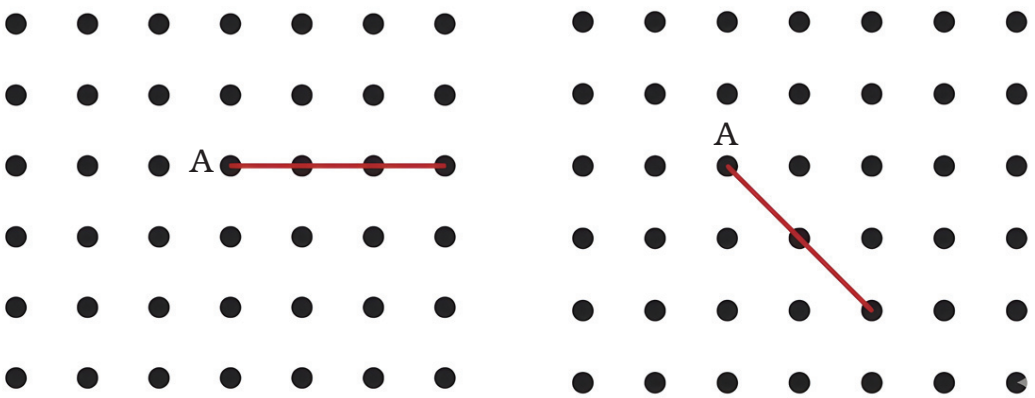
2. Use a protractor to find the measure of each angle. Then classify each angle as acute, obtuse, right, or reflex.

a. ∠PTR b. ∠PTQ c. ∠PTW d. ∠WTQ

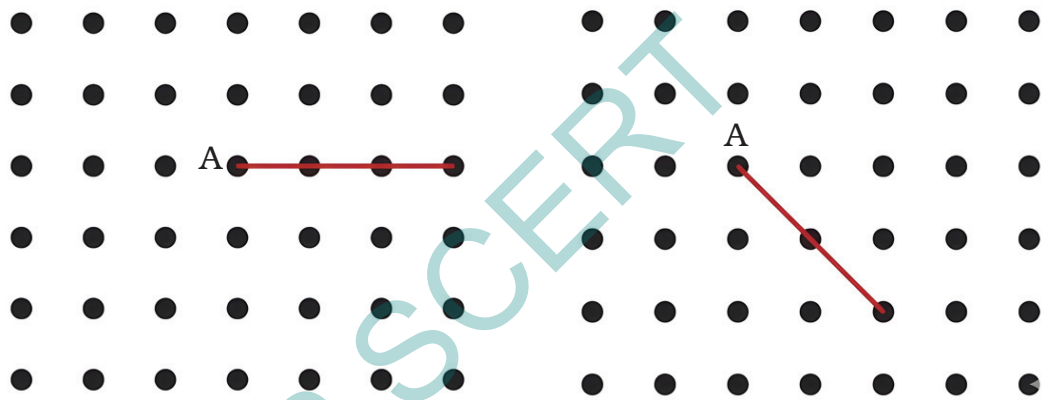



AP SCERT

బి) ఒక అధిక కోణం



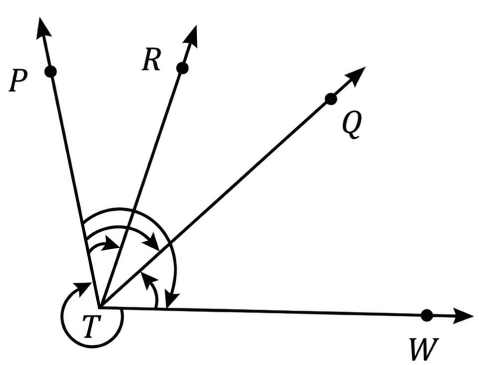

సి) ఒక పరావర్తన కోణం




కోణాలను పేర్కొనడం కొరకు ఉద్దేశించబడిన కోణాలను వక్రతలం గుర్తించండి. ఒకటి మీ కోసం చేయబడింది.

2. ప్రతి కోణం యొక్క కొలతను కనుగొనడానికి కోణమానిని ఉపయోగించండి. అప్పుడు ప్రతి కోణాన్ని లంబ కోణం, అల్పకోణం, అధిక కోణం లేదా పరావర్తన కోణాలు గా వర్గీకరించండి.

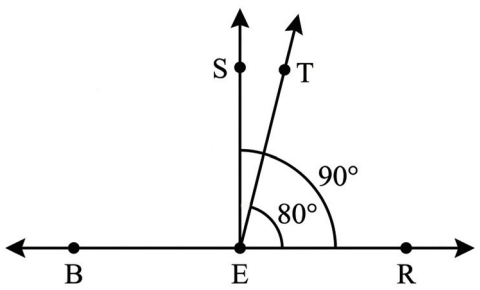
ఎ. $\angle PTR$ బి. $\angle PTQ$ సి. $\angle PTW$ డి. $\angle WTQ$




AP SCERT

## Let's Explore

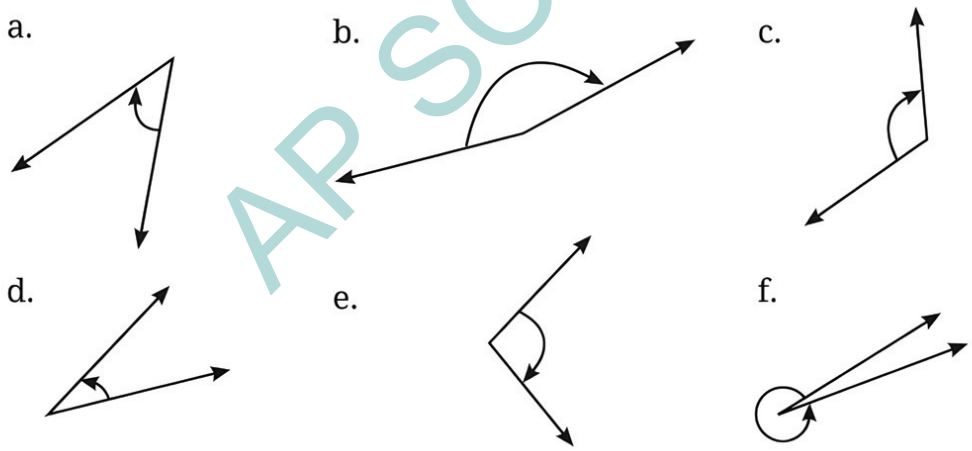
In this figure, ∠TER = 80°. What is the measure of ∠BET? What is the measure of ∠SET?




**Hint:** Observe that ∠REB is a straight angle. Hence, the degree measure of ∠REB = 180° of which 80° is covered by ∠TER. A similar argument can be applied to find the measure of ∠SET.

## Figure it Out - 2.10

1. Draw angles with the following degree measures:
   a. 140°  b. 82°  c. 195°  d. 70°  e. 35°
2. Estimate the size of each angle and then measure it with a protractor:

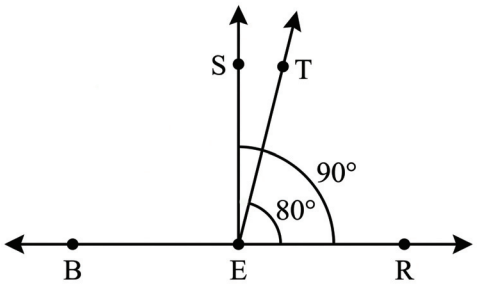



   Classify these angles as acute, right, obtuse or reflex angles.
3. Make any figure with three acute angles, one right angle and two obtuse angles.
4. Draw the letter 'M' such that the angles on the sides are 40° each and the angle in the middle is 60°.
5. Draw the letter 'Y' such that the three angles formed are 150°, 60° and 150°.

AP SCERT

## మనం అన్వేషిద్దాం

ఈ పటంలో, ∠TER = 80°. ∠BET యొక్క కొలత ఏమిటి? ∠SET యొక్క కొలత ఏమిటి?



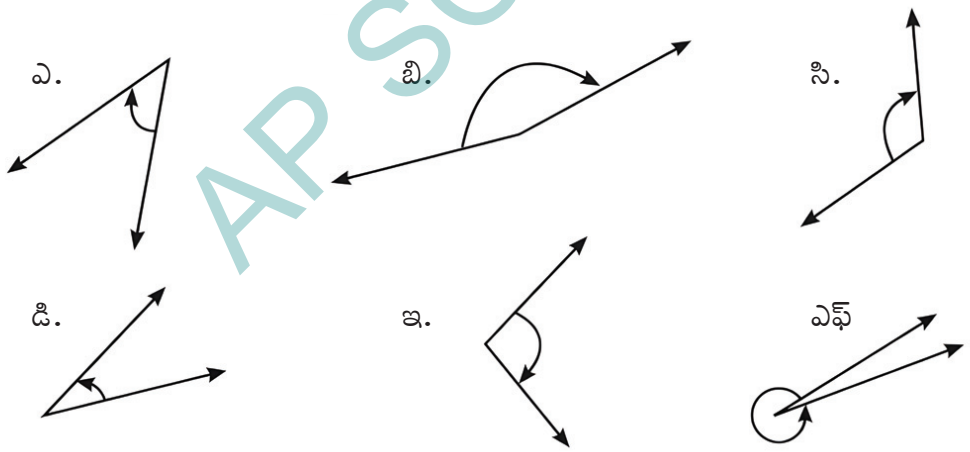

**సూచన:** ∠REB ఒక సరళ కోణం అని గమనించండి. కాబట్టి, ∠REB యొక్క డిగ్రీ కొలత 180°. ఇందులో 80° ∠TER ద్వారా గుర్తించబడి ఉంది. ∠SET యొక్క కొలతను కనుగొనడానికి ఇదే విధమైన వాదనను ఉపయోగించవచ్చు.

## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.10

1. ఈ క్రింది ఇచ్చిన డిగ్రీ కొలతలతో కోణాలను గీయండి:

   ఎ. 140°  బి. 82°  సి. 195°  డి. 70°  ఇ. 35°

2. ప్రతి కోణం యొక్క పరిమాణాన్ని అంచనా వేయండి మరియు ఆ పై దానిని ఒక కోణమాపిని తో కొలవండి:




   ఈ కోణాలను అల్ప కోణం, లంబ కోణం, అధిక కోణం లేదా పరావర్తన కోణాలుగా వర్గీకరించండి.

3. ఏదైనా బొమ్మను మూడు అల్ప కోణాలు, ఒక లంబ కోణం మరియు రెండు అధికకోణాలతో తయారు చేయండి.

4. ఇరు వైపులా ప్రతి కోణం 40° మరియు మధ్యలో ఉండే కోణం 60° ఉండేలా 'M' అక్షరాన్ని గీయండి.

5. ఏర్పడే మూడు కోణాలు 150°, 60° మరియు 150° ఉండేలా 'Y' అక్షరాన్ని గీయండి.

AP SCERT

6. The Ashoka Chakra has 24 spokes. What is the degree measure of the angle between two spokes next to each other? What is the largest acute angle formed between two spokes?



7. **Puzzle:** I am an acute angle. If you double my measure, you get an acute angle. If you triple my measure, you will get an acute angle again. If you quadruple (four times) my measure, you will get an acute angle yet again! But if you multiply my measure by 5, you will get an obtuse angle measure. What are the possibilities for my measure?



## Project Work

**Angle - Clock :** Use Clocks to visually demonstrate angles formed by the minute and hour hands at different times. Measure and discuss acute, right straight and Obtuse angles based on clock positions.

AP SCERT

## CHAPTER MASTERY

**1) How many lines can be drawn through given two points?** [ ]

(A) Only one (B) 2 (C) 4 (D) Countless

**2) Find "False" statement.** [ ]

(A) Two lines intersect in a point

(B) The line segment has two end points.

(C) The ray has one initial point.

(D) A Ray has two end points

6. అశోక చక్రలో 24 ఆకులు (స్పోక్స్) ఉన్నాయి. పక్కపక్కనే ఉన్న రెండు ఆకుల మధ్య కోణం యొక్క డిగ్రీ కొలత ఎంత? రెండు ఆకుల మధ్య ఏర్పడే అతి పెద్ద అల్ప కోణం ఏది?



7. **పజిల్:** నేను లఘుకోణాన్ని కలిగి ఉన్నాను. మీరు నా కొలతను రెట్టింపు చేస్తే మీకు లఘుకోణం వస్తుంది. మీరు నా కొలతను మూడు రెట్లు చేస్తే, మీకు మళ్లీ లఘుకోణం వస్తుంది. మీరు నా కొలతను నాలుగు రెట్లు చేస్తే మీకు మళ్ళీ లఘుకోణం వస్తుంది! కానీ మీరు నా కొలతను 5 తో గుణిస్తే, మీకు అధికకోణంలో కొలత లభిస్తుంది. నా కొలతకు ఉన్న సాధ్యాసాధ్యాలు ఏమిటి?



## ప్రాజెక్ట్ పని

**కోణము - గడియారము :** దృశ్యమానముగా గడియారాలను ఉపయోగించి వివిధ సందర్భాలలో నిమిషము మరియు గంటల ముల్లుల తో ఏర్పడిన కోణాలను ప్రదర్శించండి. గడియారంలో ముల్లుల స్థానాల ఆధారంగా అల్ప, లంబ, సరళ మరియు అధిక కోణాలను కొలవండి మరియు చర్చించండి.

## సంగ్రహంగా!

**1) ఇవ్వబడిన రెండు బిందువుల ద్వారా ఎన్ని రేఖలు గీయవచ్చు?** [ ]

(ఎ) ఒకటి మాత్రమే (బి) 2 (సి) 4 (డి) అనేకం

**2) అసత్య ప్రకటనను గుర్తించండి.** [ ]

(ఎ) రెండు రేఖలు ఒక బిందువులో కలుస్తాయి.

(బి) రేఖాఖండానికి రెండు అంత్య బిందువులు ఉంటాయి.

(సి) కిరణానికి ఒక ప్రారంభ బిందువు ఉంటుంది.

(డి) కిరణానికి రెండు అంత్య బిందువులు ఉంటాయి.

AP SCERT

**3) Match the following properties with their correct geometrical figures** [ ]

| Column A | Column B |
|---|---|
| (i) Indefinite length in both the directions | (a) Ray |
| (ii) Has no size but shows the position | (b) Line |
| (iii) Countless collection of points which is part of line with two end points | (c) Point |
| (iv) Indefinite length in one direction | (d) Line Segment |

(A) (i) → (a), (ii) → (b), (iii) → (c), (iv) → (d)
(B) (i) → (b), (ii) → (c), (iii) → (d), (iv) → (a)
(C) (i) → (a), (ii) → (c), (iii) → (d), (iv) → (b)
(D) (i) → (b), (ii) → (a), (iii) → (c), (iv) → (d)

**4) Assertion (A) : If angles a and b form a straight angle and a = 40° then b = 150°**
**Reason (R) : Sum of straight-line pair of angles is always 180°** [ ]

(A) Both A and R are true and R is the correct explanation of A
(B) Both A and R are true and R is not the correct explanation of A
(C) A is true, R is false
(D) A is False, R is true

**5) Match the following.** [ ]

| Column A | Column B |
|---|---|
| (i) Straight Angle | (a) Less than one-fourth of a revolution |
| (ii) Right Angle | (b) More than half a revolution |
| (iii) Obtuse Angle | (c) Half of a revolution |
| (iv) Reflex Angle | (d) One-fourth of a revolution |
| | (e) Between 1/4 and 1/2 of a revolution |

(A) (i) → (c), (ii) → (d), (iii) → (e), (iv) → (b)
(B) (i) → (c), (ii) → (b), (iii) → (e), (iv) → (d)
(C) (i) → (a), (ii) → (d), (iii) → (e), (iv) → (b)
(D) (i) → (d), (ii) → (b), (iii) → (e), (iv) → (c)

**6) Write two differences between line and line segment.**

AP SCERT

3) క్రింది లక్షణాలను సరైన జ్యామితీయ ఆకృతులతో జత చేయండి [ ]

| Column A | Column B |
|---|---|
| **(i)** రెండు దిశల్లో అంతం లేని పొడవు | **(a)** కిరణం |
| **(ii)** పరిమాణం లేదు కానీ స్థానాన్ని చూపుతుంది | **(b)** రేఖ |
| **(iii)** రెండు అంత్య బిందువులతో కూడిన రేఖలో భాగమైన అనేక బిందువుల సమాహారం | **(c)** బిందువు |
| **(iv)** ఒక దిశలో అంతం లేని పొడవు | **(d)** రేఖాఖండం |

(ఎ) (i) → (a), (ii) → (b), (iii) → (c), (iv) → (d)

(బి) (i) → (b), (ii) → (c), (iii) → (d), (iv) → (a)

(సి) (i) → (a), (ii) → (c), (iii) → (d), (iv) → (b)

(డి) (i) → (b), (ii) → (a), (iii) → (c), (iv) → (d)

4) వాదన **(A)** : **a** మరియు **b** కోణాలు సరళ కోణాన్ని ఏర్పరిస్తే మరియు **a = 40°** అయితే **b = 150°**

కారణం **(R)** : సరళ రేఖపై ఉన్న కోణాల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 180° అవుతుంది. [ ]

(ఎ) A మరియు R రెండూ సత్యము మరియు R అనేది A కి సరియైన వివరణ

(బి) A మరియు R రెండూ సత్యము మరియు R అనేది A కి సరియైన వివరణ కాదు.

(సి) A సత్యము, R అసత్యము.

(డి) A అసత్యము, R సత్యము.

5) జతపరచండి. [ ]

| Column A | Column B |
|---|---|
| **(i)** సరళ కోణం | **(a)** ఒక పూర్ణ భ్రమణంలో నాలుగవ వంతు కంటే తక్కువ. |
| **(ii)** లంబ కోణం | **(b)** పూర్తి భ్రమణంలో సగం కంటే ఎక్కువ. |
| **(iii)** అధిక కోణం | **(c)** పూర్తి భ్రమణంలో సగం. |
| **(iv)** పరావర్తన కోణం | **(d)** పూర్తి భ్రమణంలో నాలుగవ వంతు. |
| | **(e)** ఒక పూర్తి భ్రమణంలో 1/4 వంతు మరియు 1/2 వంతుల మధ్య |

(ఎ) (i) → (c), (ii) → (d), (iii) → (e), (iv) → (b)

(బి) (i) → (c), (ii) → (b), (iii) → (e), (iv) → (d)

(సి) (i) → (a), (ii) → (d), (iii) → (e), (iv) → (b)

(డి) (i) → (d), (ii) → (b), (iii) → (e), (iv) → (c)

6) రేఖ మరియు రేఖాఖండం మధ్య రెండు భేదాలను రాయండి.

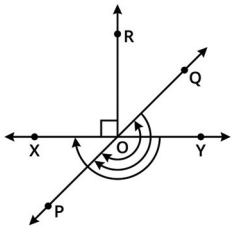
AP SCERT

7) **In the given figure, name the following angles as acute, obtuse, right, reflex or straight**

(a) ∠QOY (b) ∠YOP

(c) ∠ROX (d) ∠QOX

(e) ∠POQ




8) **What fraction of a clockwise revolution does the hour hand of a clock turn through, when it goes from**

(A) 3 to 9 (B) 4 to 7 (C) 7 to 10 (D) 12 to 9

9) **The number of right angles turned through by the hour hand of a clock when it goes from 3 to 6 in clockwise direction is _____**

10) **Draw the rough sketch of the following:**

(A) Acute angle (B) Obtuse angle

## SUMMARY

- A point determines a location. It is denoted by a capital letter. A line segment corresponds to the shortest distance between two points. The line segment joining points S and T is denoted by $\overline{ST}$.
- A line is obtained when a line segment like $\overline{ST}$ is extended on both sides indefinitely; it is denoted by $\overleftrightarrow{ST}$ or sometimes by a single small letter like m.
- A ray is a portion of a line starting at a point D and going in one direction indefinitely. It is denoted by $\overrightarrow{DP}$ where P is another point on the ray. An angle can be visualised as two rays starting from a common starting point. Two rays $\overrightarrow{OP}$ and $\overrightarrow{OM}$ form the angle ∠POM (also called ĐMOP); here, O is called the vertex of the angle, and the rays $\overrightarrow{OP}$ and $\overrightarrow{OM}$ are called the arms of the angle.
- The size of an angle is the amount of rotation or turn needed about the vertex to rotate one ray of the angle onto the other ray of the angle.
- The sizes of angles can be measured in degrees. One full rotation or turn is considered as 360 degrees and denoted as 360°.
- Degree measures of angles can be measured using a protractor.
- Angles can be straight (180°), right (90°), acute (more than 0° and less than 90°), obtuse (more than 90° and less than 180°), and reflex (more than 180° and less than 360°).

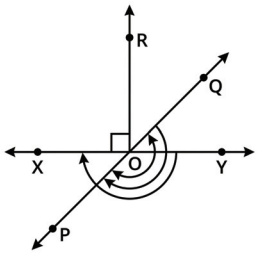
AP SCERT

7) ఇచ్చిన చిత్రంలో క్రింది కోణాలను అల్ప, అధిక, లంబ, పరావర్తన లేదా సరళ కోణాలుగా పేరు పెట్టండి.

(ఎ) ∠QOY (బి) ∠YOP

(సి) ∠ROX (డి) ∠QOX

(ఇ) ∠POQ




8) గడియారం గంటల ముళ్ళు క్రింది సమయాల మధ్య పూర్తి భ్రమణంలో ఎంత భాగం భ్రమణం చేస్తాయి?

(ఎ) 3 నుండి 9 (బి) 4 నుండి 7 (సి) 7 నుండి 10 (డి) 12 నుండి 9

9) గడియారం గంట ముళ్ళు 3 నుండి 6 వరకు సవ్యదిశలో వెళ్తే ఎన్ని లంబ కోణాలు తిరుగుతాయి?

10) క్రింది కోణాల సరళ చిత్రాలు గీయండి:

(ఎ) అల్ప కోణం (బి) అధిక కోణం

## సారాంశం

- ఒక బిందువు స్థానాన్ని నిర్ణయిస్తుంది. దీనిని పెద్ద ఆంగ్ల అక్షరంతో సూచిస్తారు. ఒక రేఖా ఖండము రెండు బిందువుల మధ్య అతి తక్కువ దూరానికి అనుగుణంగా ఉంటుంది. S మరియు T లను కలిపే రేఖాఖండాన్ని $\overline{ST}$ ద్వారా సూచిస్తారు.
- $\overline{ST}$ లాంటి రేఖా ఖండాన్ని రెండువైపులా నిరవధికంగా విస్తరించినపుడు ఒక సరళ రేఖ లభిస్తుంది. దీనిని $\overline{ST}$ లేదా కొన్నిసార్లు 'm' అనే ఒక చిన్న అక్షరం తో సూచిస్తారు.
- కిరణం అనేది రేఖలో ఒక భాగం. ఇది బిందువు D వద్ద ప్రారంభమై నిరవధికంగా ఒక దిశలో వెళుతుంది. దీనిని $\overrightarrow{DP}$ తో సూచిస్తారు. ఇక్కడ P అనేది కిరణంపై వున్న మరొక బిందువు. ఒక కోణాన్ని ఒక సాధారణ ప్రారంభ స్థానం నుండి ప్రారంభమయ్యే రెండు కిరణాలుగా దృశ్యమానం చేయవచ్చు. రెండు కిరణాలు $\overrightarrow{OP}$ మరియు $\overrightarrow{OM}$ లు ∠POM కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. (దీనిని ∠MOP అని కూడా పిలుస్తారు, O ని కోణ శీర్షం అని పిలుస్తారు మరియు కిరణాలు $\overrightarrow{OP}$ మరియు $\overrightarrow{OM}$ లను కోణ భుజాలు అని అంటారు.
- కోణం యొక్క పరిమాణం అనేది కోణం యొక్క ఒక కిరణాన్ని, కోణం యొక్క మరొక కిరణం పై తిప్పడానికి శీర్షం చుట్టూ అవసరమైన భ్రమణం లేదా మలుపు పరిమాణం.
- కోణాల పరిమాణాలను డిగ్రీలలో కొలవవచ్చు. ఒక పూర్తి భ్రమణం లేదా మలుపును 360 డిగ్రీలుగా పరిగణిస్తారు మరియు 360° గా సూచిస్తారు.
- కోణాల యొక్క డిగ్రీ కొలతలను కోణమానిని ఉపయోగించి కొలవవచ్చు..
- కోణాలు సరళ (180°), లంబ (90°), అల్ప (0° కంటే ఎక్కువ మరియు 90° కంటే తక్కువ), లేదా అధిక (90° కంటే ఎక్కువ మరియు 180° కంటే తక్కువ), మరియు పరావర్తన (180° కంటే ఎక్కువ మరియు 360° కంటే తక్కువ) కోణాలు గా వుండవచ్చు.

AP SCERT

# 3 NUMBER PLAY

B1T4L7

## Learning Outcomes:

**Learners will be able to**

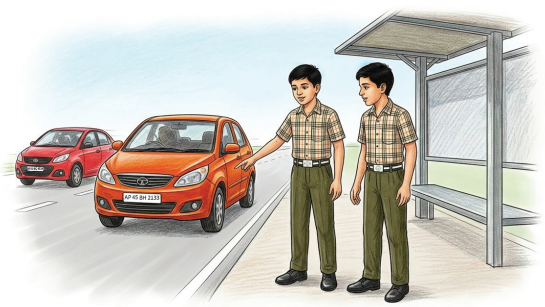
- Explore and appreciate patterns, properties, and curiosities of numbers. (CG-1)
- Use logical reasoning and pattern recognition to solve puzzles and mathematical games. (CG-7)
- Apply mental computation and estimation in daily mathematical situations. (CG-1)
- Appreciate the creative and investigative nature of Mathematics beyond routine calculation. (CG-7)

AP SCERT

## 3.0 Introduction

Welcome to one of the most exciting chapters in mathematics!

Today, we step away from routine lessons and dive into the playful world of Number Play, where every number you see is a clue in a fascinating puzzle.



Imagine two friends, Ravi and Raju, standing by a busy road.

They weren't just watching the traffic - they were playing a game with the numbers on vehicle plates!

Ravi noted the number on one vehicle : 4534.

He added all the digits: 4 + 5 + 3 + 4 = 16.

Then he added those digits again: 1 + 6 = 7.

The next vehicle passed. Raju quickly noted its number: 2133.

He added the digits: 2 + 1 + 3 + 3 = 9,

and cheered loudly, "I win!"

As they continued their game, they noticed fascinating patterns:

Some numbers were increasing (like 1234) or decreasing (like 4321).

Some had repeated digits (like 7744 or 5050).

Some were palindromic - the same when read forwards or backwards (like 1221).

# 3 సంఖ్యలతో ఆట

B4W4H5

## అభ్యసన ఫలితాలు:

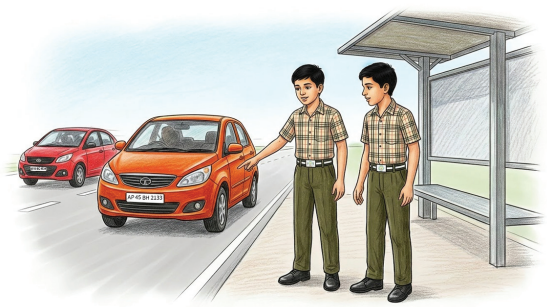
**అభ్యాసకులు**

- సంఖ్యల నమూనాలు, లక్షణాలు మరియు ఉత్సుకతలను అన్వేషించడం మరియు అభినందించడం చేస్తారు. (CG-1)
- పజిల్స్ మరియు గణిత ఆటలను పరిష్కరించడానికి అవసరమైన తార్కిక ఆలోచన, క్రమాన్ని గుర్తించుట చేస్తారు. (CG-7)
- రోజువారీ గణిత సన్నివేశాలకు మనో గణన మరియు అంచనాలను వర్తింప చేస్తారు. (CG-1)
- సాధారణ గణనతో గణితం యొక్క సృజనాత్మక మరియు పరిశోధనాత్మక స్వభావాన్ని అభినందించడం చేస్తారు. (CG-7)

AP SCERT

## 3.0 పరిచయం

గణితంలో అత్యంత ఉత్తేజకరమైన అధ్యాయాలలో ఒకదానికి స్వాగతం!



ఈ రోజు, మనం రోజువారీ పాఠాల నుండి దూరంగా జరిగి, సంఖ్యల ఆట యొక్క ఉల్లాసభరితమైన ప్రపంచంలోకి ప్రవేశిస్తాము, ఇక్కడ మీరు చూసే ప్రతి సంఖ్య ఒక మనోహరమైన పజిల్‌లో ఒక ఆధారం లాంటిది.

రవి మరియు రాజు అనే ఇద్దరు స్నేహితులు రద్దీగా ఉన్న రోడ్డు పక్కన నిలబడి ఉన్నారని ఊహించుకోండి. వారు ట్రాఫిక్‌ను చూడటం మాత్రమే కాదు. వారు వాహన ప్లేట్‌లపై సంఖ్యలతో ఆట ఆడుతున్నారు!

రవి ఒక వాహనంలోని సంఖ్యను గుర్తించాడు : 4534.
అతను అన్ని అంకెలను కూడాడు : 4 + 5 + 3 + 4 = 16,
ఆ తర్వాత ఆ అంకెలను మళ్ళీ కూడాడు : 1 + 6 = 7.
తదుపరి వాహనం దాటిపోయింది. రాజు త్వరగా దాని సంఖ్యను గుర్తించాడు: 2133.
అతను అంకెలను కూడాడు : 2 + 1 + 3 + 3 = 9,
మరియు బిగ్గరగా "నేను గెలిచాను!" అని నినాదాలు చేశాడు.

వారు తమ ఆటను కొనసాగిస్తున్నప్పుడు, వారు మనోహరమైన నమూనాలను గమనించారు:
కొన్ని సంఖ్యలు పెరుగుతూ ఉన్నాయి (1234 వంటివి) లేదా తగ్గుతూ ఉన్నాయి (4321 వంటివి).
కొన్నింటిలో పునరావృత అంకెలు ఉన్నాయి (7744 లేదా 5050 వంటి).
మరియు కొన్ని పాలిండ్రోమిక్, ముందుకు లేదా వెనుకకు చదివినప్పుడు ఒకేలా ఉన్నాయి (1221 వంటివి).

Ravi and Raju realized that number patterns are everywhere - on number plates, clocks, mobile screens, and calendars.

They aren't just figures; they are clues waiting to be observed and understood.

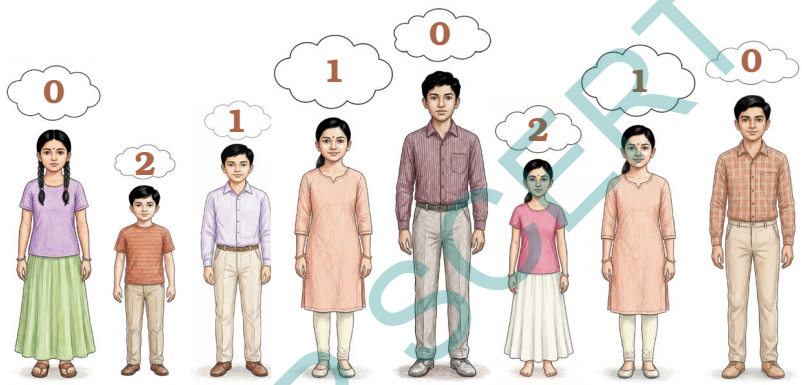
So get ready to turn everyday observations into thrilling mathematical discoveries.

Sharpen your mind, open your eyes - and let the Number Play begin!

## 3.1 Numbers can Tell us Things

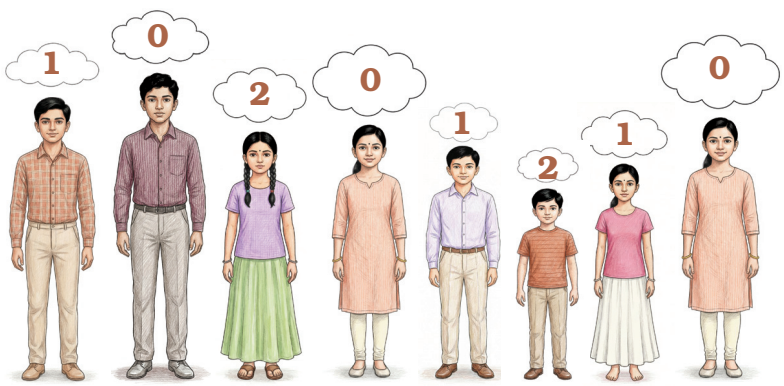
**What are these numbers telling us?**

Some children in a park are standing in a line. Each one says a number.




- What do you think these numbers mean?

The children now rearrange themselves, and again each one says a number based on the arrangement.




Did you figure out what these numbers represent?

***Hint:*** Could their heights be playing a role?

APSCERT

ప్రతిచోటా సంఖ్యల నమూనాలు నెంబర్ పేట్లు, గడియారాలు, మొబైల్ స్క్రీన్‌లు మరియు క్యాలెండర్లలో ఉన్నాయని రవి మరియు రాజు గ్రహించారు –

అవి కేవలం సంఖ్యలు కావు; అవి విషయాలను గమనించడానికి మరియు అర్థం చేసుకోవడానికి వేచి ఉన్న ఆధారాలు.

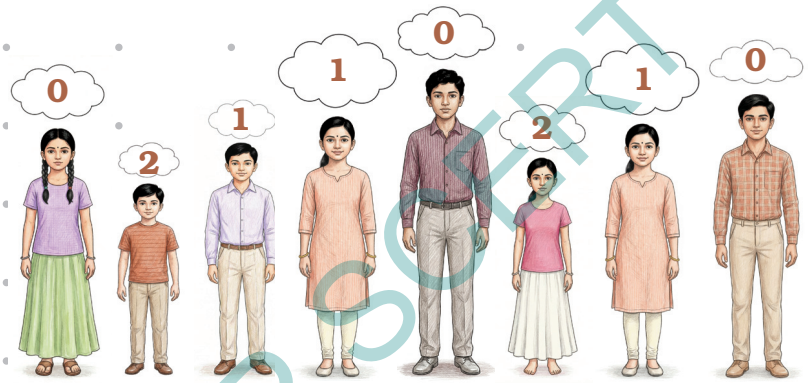
కాబట్టి రోజువారీ పరిశీలనలను ఉత్తేజకరమైన గణిత ఆవిష్కరణలుగా మార్చడానికి సిద్ధంగా ఉండండి.

మీ మెదడకు పదును పెట్టండి, మీ కళ్ళు తెరవండి – మరియు సంఖ్యలతో ఆటలు ప్రారంభిద్దాం.

## 3.1 సంఖ్యలు మనకు విషయాలను తెలియజేస్తాయి

**ఈ సంఖ్యలు మనకు ఏమి చెబుతున్నాయి?**

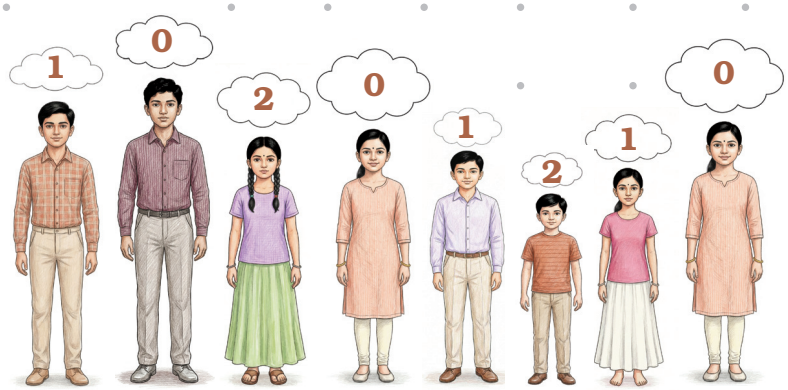
ఒక పార్కులో కొంతమంది పిల్లలు వరుసలో నిలబడి ఉన్నారు. ప్రతి ఒక్కరూ ఒక సంఖ్య చెబుతారు.




AP SCERT

- ఈ సంఖ్యల అర్థం ఏమిటని మీరు అనుకుంటున్నారు?

ఇప్పుడు పిల్లలు తమను తాము తిరిగి అమర్చుకుంటారు, మరియు మళ్ళీ ప్రతి ఒక్కరూ అమరిక ఆధారంగా ఒక సంఖ్యను చెబుతారు

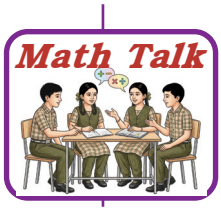



ఈ సంఖ్యలు దేనిని సూచిస్తాయో మీరు గ్రహించారా?

**సూచన:** వీరి ఎత్తులు ఒక పాత్రపోషిస్తాయా?

A child says '1' if there is only one taller child standing next to them. A child says '2' if both the children standing next to them are taller. A child says '0', if neither of the children standing next to them are taller. That is each person says the number of taller neighbours they have.

- Try answering the questions below and share your reasoning.

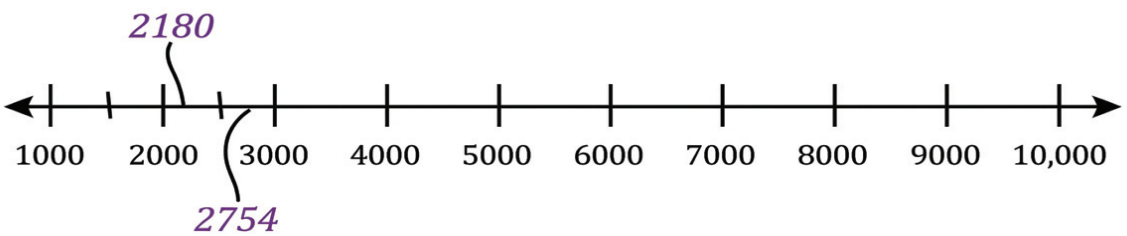



1. Can the children rearrange themselves so that the children standing at the ends say '2'?
2. Can we arrange the children in a line so that all would say only 0s?
3. Can two children standing next to each other say the same number?
4. There are 5 children in a group, all of different heights. Can they stand such that four of them say '1' and the last one says '0'? Why or why not?
5. For this group of 5 children, is the sequence 1, 1, 1, 1, 1 possible?
6. Is the sequence 0, 1, 2, 1, 0 possible? Why or why not?
7. How would you rearrange the five children so that the maximum number of children say '2'?

AP SCERT

## 3.2 Patterns of Numbers on the Number Line

- We are quite familiar with number lines now. Let's see if we can place some numbers in their appropriate positions on the number line.




Here are the numbers: 2180, 2754, 1500, 3600, 9950, 9590, 1050,3050, 5030, 5300 and 8400.

ఒక పిల్లవాడు తన పక్కన ఒకే ఒక పొడవైన పిల్లవాడు నిలబడి ఉంటే '1' అని అంటాడు. తన పక్కన నిలబడి ఉన్న ఇద్దరు పిల్లలు పొడవుగా ఉంటే '2' అని అంటాడు. తన పక్కన నిలబడి ఉన్న పిల్లలలో ఎవరూ పొడవుగా లేకుంటే '0' అని అంటాడు. అంటే ప్రతి వ్యక్తి తమకు ఎంత పొడవైన ఇరుగుపొరుగున ఎంతమంది పొడవైన వారు ఉన్నారో చెబుతారు.

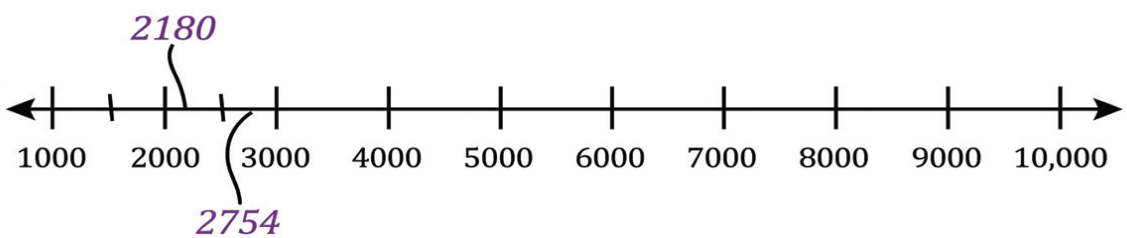
❁ కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వడానికి ప్రయత్నించండి మరియు మీ తర్కాన్ని వివరించండి.




1. చివర్లలో నిలబడి ఉన్న పిల్లలు '2' అని చెప్పేలా పిల్లలు తమను తాము సర్దుబాటు చేసుకోగలరా?
2. అందరూ '0' లు మాత్రమే చెప్పేలా పిల్లలను ఒక వరుసలో నిలబెట్టగలమా?
3. పక్కపక్కనే నిలబడి ఉన్న ఇద్దరు పిల్లలు ఒకే సంఖ్యను చెప్పగలరా?
4. ఒక గ్రూపులో 5 మంది పిల్లలు ఉన్నారు, అందరూ వేర్వేరు ఎత్తులు కలిగి ఉన్నారు. నలుగురు '1' అని మరియు చివరి వ్యక్తి '0' అని చెప్పేలా వారు నిలబడగలరా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?
5. ఈ 5 మంది పిల్లల సమూహానికి, 1, 1, 1, 1, 1, 1 సాధ్యమేనా?
6. 0, 1, 2, 1, 0 అనే క్రమం సాధ్యమేనా? ఎలా సాధ్యం లేదా ఎందుకు సాధ్యం కాదు?
7. గరిష్ట సంఖ్యలో పిల్లలు '2' అని చెప్పేలా ఐదుగురు పిల్లలను మీరు ఎలా తిరిగి నిలబెడతారు?

## 3.2 సంఖ్యా రేఖపై సంఖ్యల నమూనాలు

❁ మనకు ఇప్పుడు సంఖ్యా రేఖలతో బాగా పరిచయం ఉంది. కొన్ని సంఖ్యలను వాటి సంబంధిత స్థానాలలో ఉంచగలమో లేదో చూద్దాం.



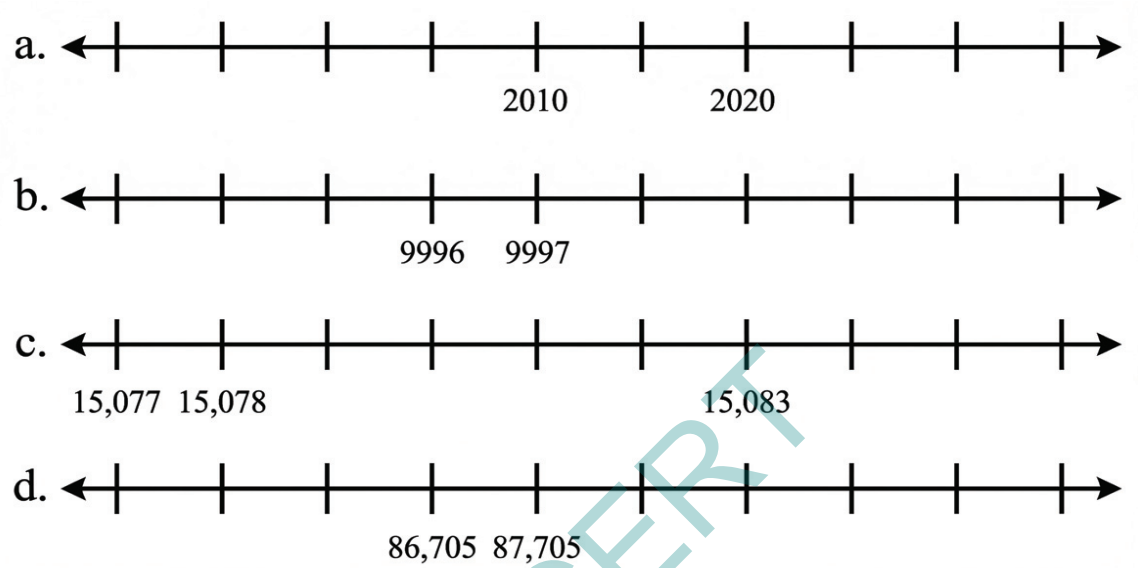

2180, 2754, 1500, 3600, 9950, 9590, 1050, 3050, 5030, 5300 మరియు 8400 అనే సంఖ్యలు ఉన్నాయి:

AP SCERT



## Figure it Out - 3.1

Identify the numbers marked on the number lines below, and label the remaining positions.




Put a circle around the smallest number and a box around the largest number in each of the sequences above.

## 3.3 Supercells

Observe the numbers written in the table below. Why are some numbers coloured? Discuss.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 43 | 79 | 75 | 63 | 10 | 29 | 28 | 34 |
| 200 | 577 | 626 | 345 | 790 | 694 | 109 | 198 |

A cell is coloured if the number in it is larger than its adjacent cells. The number 626 is coloured as it is larger than 577 and 345, whereas 200 is not coloured as it is smaller than 577. The number 198 is coloured as it has only one adjacent cell with 109 in it, and 198 is larger than 109.

AP SCERT



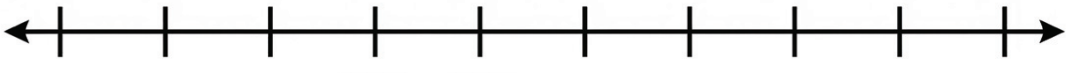
## ఆలోచించండి-చేయండి - 3.1

క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యా రేఖలపై గుర్తించబడిన సంఖ్యలను గుర్తించి, మిగిలిన స్థానాలను పూరించండి.

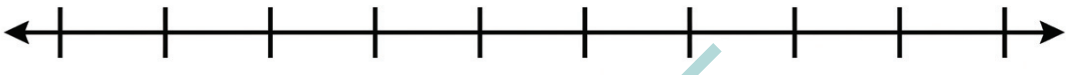
ఎ.




బి.




సి.




డి.




పైన పేర్కొన్న ప్రతి క్రమంలో అతి చిన్న సంఖ్య చుట్టూ ఒక వృత్తాన్ని, అతిపెద్ద సంఖ్య చుట్టూ ఒక పెట్టెను గీయండి.

### 3.3 సూపర్ సెల్స్

క్రింద పట్టికలో వ్రాయబడిన సంఖ్యలను గమనించండి. కొన్ని సంఖ్యలకు ఎందుకు రంగులు వేయబడ్డాయో? చర్చించండి.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 43 | 79 | 75 | 63 | 10 | 29 | 28 | 34 |
| 200 | 577 | 626 | 345 | 790 | 694 | 109 | 198 |

ఒక గడిలోని సంఖ్య దాని పొరుగు గళ్ళలోని ఉన్న సంఖ్యల కంటే పెద్దదిగా ఉంటే, దానికి రంగు వేయబడును. 626 సంఖ్య 577 మరియు 345 కంటే పెద్దదిగా ఉన్నందున రంగు వేయబడుతుంది, అయితే 577 కంటే 200 చిన్నదిగా కాబట్టి రంగు వేయబడదు. 198 సంఖ్య రంగులో ఉంది, ఎందుకంటే దానికి ప్రక్కన ఉన్న ఒకే ఒక గడిలో 109 ఉంది. మరియు 198, 109 కంటే పెద్దది.

AP SCERT



## Figure it Out - 3.2

1. Colour or mark the supercells in the table below.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6828 | 670 | 9435 | 3780 | 3708 | 7308 | 8000 | 5583 | 52 |

2. Fill the table below with only 4-digit numbers such that the supercells are exactly the coloured cells.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5346 | | | | | | | 9635 | |

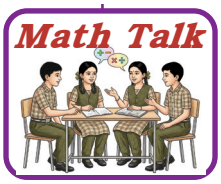
3. Fill the table below such that we get as many supercells as possible. Use numbers between 100 and 1000 without repetitions.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |

(a) Out of the 9 cells, how many supercells are there in the above table?

(b) Find out how many supercells are possible for different numbers of cells.

(c) Do you notice any pattern? What is the method to fill a given table to get the maximum number of supercells? Explore and share your strategy.




4. Can you fill a supercell table without repeating numbers such that there are no supercells? Why or why not?
5. Will the cell having the largest number in a table always be a supercell? Can the cell having the smallest number in a table be a supercell? Why or why not?
6. Fill a table such that the cell having the second largest number is not a supercell.
7. Fill a table such that the cell having the second largest number is not a supercell but the second smallest number is a supercell. Is it possible?
8. Make other variations of this puzzle and challenge your classmates.




AP SCERT



## ఆలోచించండి-చేయండి - 3.2

1. క్రింద ఇవ్వబడిన పట్టికలోని సూపర్ సెల్స్ కు రంగు వేయండి లేదా గుర్తించండి.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6828 | 670 | 9435 | 3780 | 3708 | 7308 | 8000 | 5583 | 52 |

2. రంగు వేయబడిన గడులు మాత్రమే ఖచ్చితంగా 'సూపర్ సెల్స్' అయ్యేలా, క్రింది పట్టికను కేవలం 4-అంకెల సంఖ్యలతో పూరించండి.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5346 | | | | | | | 9635 | |

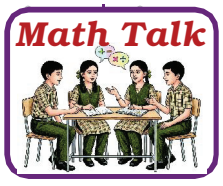
3. వీలైనన్ని ఎక్కువ సూపర్ సెల్స్ వచ్చేలా కింది పట్టికను పూరించండి. 100 మరియు 1000 మధ్య సంఖ్యలను పునరావృతం చేయకుండా ఉపయోగించండి.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |

(ఎ) పై పట్టికలోని 9 గడులలో ఎన్ని సూపర్ సెల్స్ ఉన్నాయి?

(బి) వివిధ సంఖ్యల సెల్స్‌కు ఎన్ని సూపర్ సెల్స్ సాధ్యమో తెలుసుకోండి.

(సి) మీరు ఏదైనా నమూనాను గమనించారా? గరిష్ట సంఖ్యలో సూపర్ సెల్స్‌ను పొందేలా ఇచ్చిన పట్టికను పూరించు పద్ధతి ఏమిటి? మీ వ్యూహాన్ని అన్వేషించండి మరియు పంచుకోండి.




4. సంఖ్యలను పునరావృతం చేయకుండా సూపర్ సెల్స్ లేని టేబుల్‌ను మీరు పూరించగలరా? ఎలా సాధ్యం లేదా ఎందుకు సాధ్యం కాదు?

5. పట్టికలో అతిపెద్ద సంఖ్యను కలిగి ఉన్న సెల్ ఎల్లప్పుడూ సూపర్ సెల్ అవుతుందా? పట్టికలో అతి చిన్న సంఖ్యను కలిగి ఉన్న సెల్ సూపర్ సెల్ అవుతుందా? ఎలా సాధ్యం లేదా ఎందుకు సాధ్యం కాదు?

6. రెండవ అతిపెద్ద సంఖ్య కలిగిన సెల్ ఒక 'సూపర్ సెల్' కాకుండా ఉండేలా ఒక పట్టికను పూరించండి




7. రెండవ అతిపెద్ద సంఖ్య కలిగిన గడి 'సూపర్ సెల్' కాకుండా, మరియు రెండవ అతిచిన్న సంఖ్య కలిగిన గడి 'సూపర్ సెల్' అయ్యేలా ఒక పట్టికను పూరించండి. ఇది సాధ్యమేనా?

8. ఈ పజిల్ ఆధారంగా మరి కొన్ని కొత్త ప్రశ్నలను తయారు చేసి మీ తోటి విద్యార్థులను సవాలు చేయండి.

AP SCERT

Let's do the supercells activity with more rows.

Here the neighbouring cells are those that are immediately to the left, right, top and bottom.

The rule remains the same: a cell becomes a supercell if the number in it is greater than all the numbers in its neighbouring cells. In Table 1, 8632 is greater than all its neighbours 4580, 8280, 4795 and 1944.

**Table 1**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2430 | 7500 | 7350 | 9870 |
| 3115 | 4795 | 9124 | 9230 |
| 4580 | 8632 | 8280 | 3446 |
| 5785 | 1944 | 5805 | 6034 |

- Complete Table 2 with 5-digit numbers whose digits are '1', '0', '6', '3', and '9' in some order. Only a coloured cell should have a number greater than all its neighbours.

**Table 2**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 96,301 | 36,109 | |
| | 13,609 | 60,319 | 19,306 |
| | | 60,193 | |
| | 10,963 | | |

The biggest number in the table is _____ .

The smallest even number in the table is _____.

The smallest number greater than 50,000 in the table is _____.

Once you have filled the table above, put commas appropriately after the thousands digit.

AP SCERT

## 3.4 Playing with Digits

We start writing numbers from 1, 2, 3 ... and so on. There are nine 1-digit numbers.

- Find out how many numbers have two digits, three digits, four digits, and five digits.

| 1-digit numbers From 1–9 _ _ _ _ _ | 2-digit numbers _ _ _ _ _ | 3-digit numbers _ _ _ _ _ | 4-digit numbers _ _ _ _ _ | 5-digit numbers _ _ _ _ _ |
|---|---|---|---|---|
| 9 | | | | |

సూపర్ సెల్స్ కృత్యాన్ని మరిన్ని వరుసలతో చేద్దాం. ఇక్కడ పొరుగు సెల్స్ అంటే ఎడమ, కుడి, పై మరియు దిగువన ఉన్నవి.

ఆ నియమం అలాగే ఉంటుంది: ఒక సెల్‌లోని సంఖ్య దాని పొరుగు గడులలోని అన్ని సంఖ్యల కంటే ఎక్కువగా ఉంటే అది సూపర్ సెల్ అవుతుంది. పట్టిక 1లో, 8632 దాని పొరుగున ఉన్న 4580, 8280, 4795 మరియు 1944ల కంటే ఎక్కువ.

**Table 1**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2430 | 7500 | 7350 | 9870 |
| 3115 | 4795 | 9124 | 9230 |
| 4580 | 8632 | 8280 | 3446 |
| 5785 | 1944 | 5805 | 6034 |

- '1', '0', '6', '3', మరియు '9' అంకెలతోకూడిన 5-అంకెల సంఖ్యలతో పట్టిక 2ని పూర్తి చేయండి. ఒక రంగు సెల్ మాత్రమే దాని అన్ని పొరుగు సెల్‌ల కంటే పెద్ద సంఖ్యను కలిగి ఉండాలి.

**Table 2**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 96,301 | 36,109 | |
| | 13,609 | 60,319 | 19,306 |
| | | 60,193 | |
| | 10,963 | | |

పట్టికలో అతిపెద్ద సంఖ్య _____ .

పట్టికలో అతి చిన్న సరి సంఖ్య _____ .

పట్టికలో 50,000 కంటే పెద్దదైన సంఖ్యలలో అతిచిన్న సంఖ్య _____ .

పైన ఉన్న పట్టికను పూరించిన తర్వాత, వేల స్థానంలో ఉన్న అంకె తర్వాత తగిన విధంగా కామాలు (commas) ఉంచండి.

## 3.4 అంకెలతో ఆడుకోవడం

మనం 1, 2, 3 ... మొదలైన వాటి నుండి సంఖ్యలను రాయడం ప్రారంభిస్తాము. 1-అంకె గల సంఖ్యలు తొమ్మిది ఉన్నాయి.

- రెండు అంకెలు, మూడు అంకెలు, నాలుగు అంకెలు మరియు ఐదు అంకెల సంఖ్యలు ఎన్నిఉన్నాయో కనుక్కోండి.

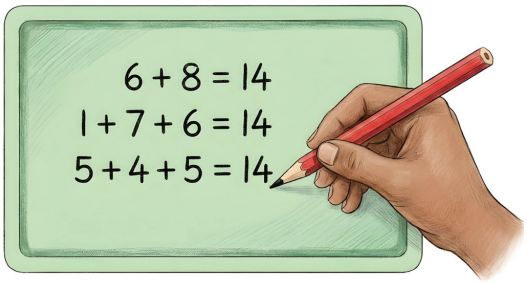
| 1-అంకె సంఖ్యలు 1-9 | 2-అంకెల సంఖ్యలు | 3-అంకెల సంఖ్యలు | 4-అంకెల సంఖ్యలు | 5-అంకెల సంఖ్యలు |
|---|---|---|---|---|
| _ _ _ _ _ _ _ _ _ | _ _ _ _ _ _ _ _ _ | _ _ _ _ _ _ _ _ _ | _ _ _ _ _ _ _ _ _ | _ _ _ _ _ _ _ _ _ |
| 9 | | | | |

AP SCERT

### Digit sums of numbers

Lasya observes that when she adds up digits of certain numbers the sum is the same.

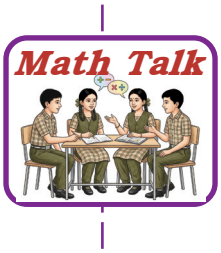
For example, adding the digits of the number 68 will be same as adding the digits of 176 or 545.






## Figure it Out - 3.3

### Digit sum 14




1. Write other numbers whose digits add up to 14.
2. What is the smallest number whose digit sum is 14?
3. What is the largest 5-digit whose digit sum is 14?
4. How big a number can you form having the digit sum of 14? Can you make an even bigger number?
5. Find out the digit sums of all the numbers from 40 to 70. Share your observations with the class.
6. Calculate the digit sums of 3-digit numbers whose digits are consecutive (for example, 345). Do you see a pattern? Will this pattern continue?

### Digit Detectives

After writing numbers from 1 to 100, Achyuth wondered how many times he would have written the digit '7'.

- Among the numbers 1–100, how many times will the digit '7' occur? Among the numbers 1–1000, how many times will the digit '7' occur?

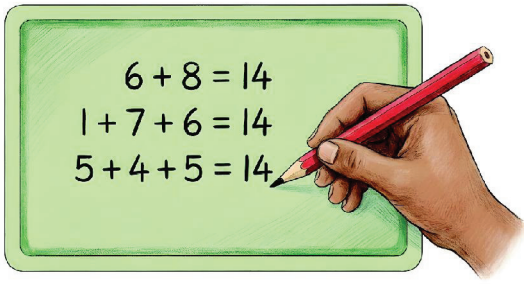



AP SCERT

### సంఖ్యల యొక్క అంకెల మొత్తం

లాస్య కొన్ని సంఖ్యల యొక్క అంకెలను కూడినప్పుడు వాటి మొత్తం సమానంగా ఉంటుందని గమనించింది.

ఉదాహరణకు, 68 సంఖ్య యొక్క అంకెల మొత్తం 176 లేదా 545 అంకెలను కూడిన వచ్చు మొత్తంకి సమానం.






## ఆలోచించండి-చేయండి - 3.3

### అంకెల మొత్తం 14




1. అంకెల మొత్తం 14 వచ్చేలా ఇతర సంఖ్యలను రాయండి.
2. అంకెల మొత్తం 14 అయిన అతి చిన్న సంఖ్య ఏది?
3. అంకెల మొత్తం 14 అయిన అతి పెద్ద 5-అంకెల సంఖ్య ఏది?
4. అంకెల మొత్తం14 వచ్చేలా మీరు ఎంత పెద్ద సంఖ్యను తయారు చేయగలరు? మీరు అంతకంటే పెద్ద సంఖ్యను తయారు చేయగలరా?
5. 40 నుండి 70 వరకు ఉన్న అన్ని సంఖ్యల 'అంకెల మొత్తాన్ని' కనుగొనండి. మీ పరిశీలనలను తరగతిలో పంచుకోండి.
6. వరుస అంకెలు గల 3-అంకెల సంఖ్యలలో అంకెల మొత్తాలను లెక్కించండి (ఉదాహరణకు 345). మీరు ఏదైనా క్రమాన్ని గమనించారా? ఇదే క్రమం కొనసాగుతుందా?

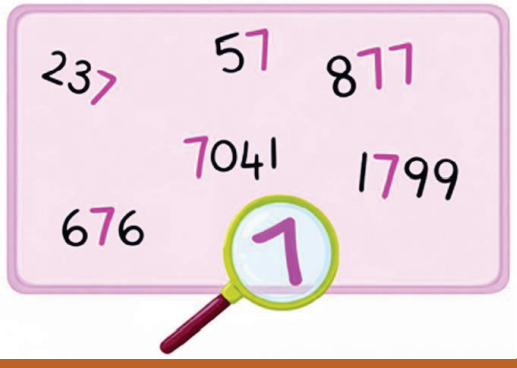
AP SCERT

### డిజిట్ డిటెక్టివ్స్

1 నుండి 100 వరకు సంఖ్యలను రాసిన తర్వాత, అచ్యుత్ '7' అనే అంకెను ఎన్నిసార్లు వ్రాసాను అని ఆలోచించాడు.

- 1-100 సంఖ్యలలో, '7' అంకె ఎన్నిసార్లు వస్తుంది?

1-1000 సంఖ్యలలో, '7' అంకె ఎన్నిసార్లు వస్తుంది?



## 3.5 Pretty Palindromic Patterns

What pattern do you see in these numbers: 66, 848, 575, 797, 1111? These numbers read the same from left to right and from right to left. Try and see. Such numbers are called **palindromes** or **palindromic numbers.**

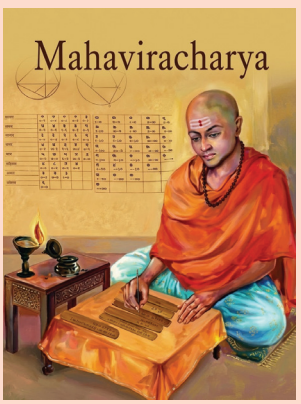
**All palindromes using 1, 2, 3**

The numbers 121, 313, 222 are some examples of palindromes using the digits '1', '2', 3'.

- Write all possible 3-digit palindromes using these digits.

**Mahaveeracharya's** "Necklaces" **(Kantabharana)**

The Indian mathematician Mahaveeracharya (9th Century CE), in his work **Ganita Sara Sangraha**, presented numbers with beautiful, rhythmic patterns, which he called Kantabharana **(Necklaces)**.




**1. Kantabharana: 12345654321**

27,994,681 × 441 = 12,345,654,321

**2. Rajakanthikabharana:12345678987654321**

**(A complete palindromic number with non-Zero digits)**

111,111,111 × 111,111,111 =12345678987654321

**3. The Repeating Pattern :**

333,333,666,667 × 33 = 11,0000,11,0000,11

These examples demonstrate that numbers possess intrinsic beauty and hidden rhythm, key aspects of Number Play.

AP SCERT

**Reverse-and-add palindromes**

Now, look at these additions. Try to figure out what is happening.

**Steps to follow:** Start with a 2-digit number. Add this number to its reverse. Stop if you get a palindrome or else repeat the steps of reversing the digits and adding.

Try the same procedure for some other numbers, and perform the same steps. Stop if you get a palindrome. There are numbers for which you have to repeat this a large number of times.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 34 | 29 | 48 | 76 |
| 43 | 92 | 84 | 67 |
| 77 | 121 | 132 | 143 |
| | | 231 | 341 |
| | | 363 | 484 |

## 3.5 అందమైన పాలిండ్రోమిక్ నమూనాలు

ఈ సంఖ్యలలో మీరు ఏ క్రమ పద్ధతిని (pattern) గమనిస్తున్నారు: 66, 848, 575, 797, 1111? ఈ సంఖ్యలను ఎడమ నుండి కుడికి చదివినా లేదా కుడి నుండి ఎడమకు చదివినా ఒకేలా ఉన్నాయి. ఒకసారి ప్రయత్నించి చూడండి. ఇటువంటి సంఖ్యలను 'పాలిండ్రోమ్స్' (palindromes) లేదా పాలిండ్రోమిక్ సంఖ్యలు అంటారు.

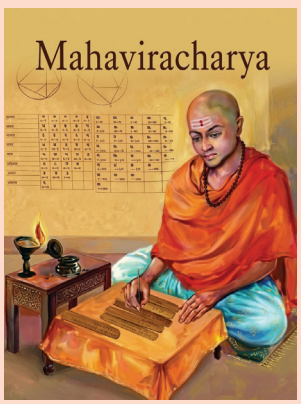
### 1, 2, 3 అంకెలను ఉపయోగించే అన్ని పాలిండ్రోమ్‌లు

121, 313, 222 సంఖ్యలు పాలిండ్రోమ్‌లకు కొన్ని ఉదాహరణలు

- 1,2,3 అంకెలను ఉపయోగించి సాధ్యమయ్యే అన్ని 3-అంకెల పాలిండ్రోమ్‌లను వ్రాయండి.

**మహావీరాచార్య "హారాలు" (కంఠాభరణం)**

భారతీయ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు మహావీరాచార్య (9వ శతాబ్దం), తన రచన గణిత సార సంగ్రహలో, అందమైన, లయబద్ధమైన నమూనాలతో సంఖ్యలను ప్రదర్శించాడు. దానిని అతను కంఠాభరణం (నెక్లస్) అని పిలిచాడు.




1. కంఠాభరణం: 12345654321
   27,994,681 × 441 = 12,345,654,321
2. రాజకాంతికాభరణం: 12345678987654321
   (సున్నా లేని అంకెలతో సంపూర్ణ పాలిండ్రోమిక్ సంఖ్య
   11,111,111 × 111,111,111 = 12345678987654321
3. పునరావృత నమూనా:
   333,333,666,667 × 33 = 11,0000,11,0000,11

ఈ ఉదాహరణలు సంఖ్యలు అంతర్గత అందం మరియు లయను కలిగి ఉండి, సంఖ్యా ఆట యొక్క కీలక అంశాలను ప్రదర్శిస్తాయి.

AP SCERT

### తిరగేసి-కూడటం ద్వారా పాలిండ్రోమ్‌లు

ఇప్పుడు, ఈ కూడికలను గమనించండి. ఏమి జరుగుతుందో తెలుసుకోవడానికి ప్రయత్నించండి.

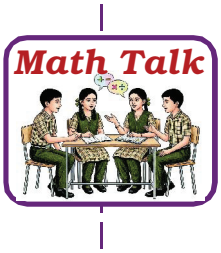
**అనుసరించాల్సిన దశలు:** 2-అంకెల సంఖ్యతో ప్రారంభించండి. ఈ సంఖ్యను దాన్ని తిరగేసిన తరువాత వచ్చు సంఖ్యని కూడండి. మీకు పాలిండ్రోమ్ వస్తే ఆపివేయండి లేదా పై దశలను పునరావృతం చేయండి.

మరికొన్ని సంఖ్యల కోసం అదే విధానాన్ని ప్రయత్నించండి మరియు అవే దశలను కొనసాగించండి. మీకు పాలిండ్రోమ్ సంఖ్య వస్తే ఆపివేయండి. ఇలా చాలాసార్లు పునరావృతం చేయాల్సిన సంఖ్యలు కూడా ఉన్నాయి.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 34 | 29 | 48 | 76 |
| 43 | 92 | 84 | 67 |
| 77 | 121 | 132 | 143 |
| | | 231 | 341 |
| | | 363 | 484 |

Are there numbers for which you do not reach a palindrome at all?

## Let's Explore




1. Will reversing and adding numbers repeatedly, starting with a 2-digit number, always give a palindrome? Explore and find out.
2. Will reversing and adding numbers repeatedly, 196, always give a palindrome?

### Puzzle time

| tth | th | h | t | u |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

Write the number in words.

I am a 5-digit palindrome.
I am an odd number.
My 'tens' digit is double of my 'unit' digit.
My 'hundreds' digit is double of my 'tens' digit.
Who am I? _____

AP SCERT

## 3.6 Clock and Calendar Numbers

On the usual 12-hour clock, there are timings with different patterns. For example, 4:44, 10:10, 12:21.

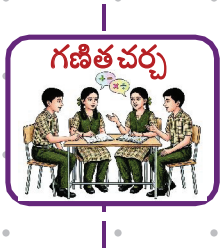
- Try and find out all possible times on a 12-hour clock of each of these types.

Araadhya has her birthday on 11/02/2011 where the digits reads (from left to right and right to left) the same forwards and backwards. It is a palindromic date. Aditya has his birthday on 20/12/2012 where the digits '2', '0', '1', and '2' repeat in that order. It is not a palindromic date.

మీరు పాలిండ్రోమ్‌ను చేరుకోలేని సంఖ్యలు ఏమైనా ఉన్నాయా?



## మనం అన్వేషిద్దాం




1. 2-అంకెల సంఖ్యతో ప్రారంభించి, పదే పదే సంఖ్యలను రివర్స్ చేయడం మరియు కలపడం వల్ల ఎల్లప్పుడూ పాలిండ్రోమ్ వస్తుందా? అన్వేషించండి మరియు కనుగొనండి.
2. సంఖ్యలను పదే పదే తిరగేసి కలపడంతో 196, ఎల్లప్పుడూ పాలిండ్రోమ్‌ను ఇస్తుందా?

❁ **పజిల్ సమయం:**

| tth | th | h | t | u |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

సంఖ్యను అక్షరాలలో రాయండి.

నేను 5 అంకెల పాలిండ్రోమ్‌ని.

నేను ఒక బేసి సంఖ్య.

నా 'పదుల స్థానంలోని' అంకె నా ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెకు రెట్టింపు.

నా 'వందల స్థానంలోని' అంకె నా పదుల స్థానంలోని అంకెకు రెట్టింపు.

నేను ఎవరు?_____

## 3.6 గడియారం మరియు క్యాలెండర్ సంఖ్యలు

సాధారణ 12-గంటల గడియారంలో, వేర్వేరు సమూనాలతో సమయాలు ఉంటాయి. ఉదాహరణకు, 4:44, 10:10, 12:21.

❁ 12 గంటల గడియారంలో సాధ్యమయ్యే ఈ రకమైన అన్ని సమయాలను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

ఆరాధ్య పుట్టినరోజు 11/02/2011 ఇక్కడ అంకెలు (ఎడమ నుండి కుడికి, కుడి నుండి ఎడమకు) ముందుకు మరియు వెనుకకు చదివితే ఒకే విధంగా ఎలా ఉందో మనం చూశాము. ఇది పాలిండ్రోమిక్ తేదీ. ఆదిత్య పుట్టినరోజు 20/12/2012న ఉంది, ఇక్కడ '2', '0', '1' మరియు '2' అంకెలు అదే క్రమంలో పునరావృతమవుతాయి. ఇది పాలిన్ డ్రోమ్‌క్ తేది కాదు.

AP SCERT

- Gopi is now looking at a calendar for the future. He imagines he is a "Time Detective" searching for special dates hidden in the future years.

**The Mystery of the Mirror Dates**

Gopi notices that palindromic dates are very rare.

He found one in the past: 02/02/2020.

He found one in the future 14/02/2041

Can you help Gopi find the next ones?

- Find all possible dates of this form from the past.

Gopi was looking at this year's calendar. He started wondering, "Why should we change the calendar every year? Can we not reuse a calendar?". What do you think?

You might have noticed that last year's calendar was different from this year's. Also, next year's calendar will also be different from the previous years.

- But, will any year's calendar repeat again after some years? Will all dates and days in a year match exactly with that of another year?



## Let's Explore

- If the date format is DD/MM/YYYY, what is the next palindromic date after 03/02/2030?

Are there any palindromic dates in the year 2031? Why or why not?

Challenge: What is the last palindromic date of the 21st Century (up to the year 2100)?

AP SCERT

- గోపి ఇప్పుడు భవిష్యత్తు కోసం ఒక క్యాలెండర్ చూస్తున్నాడు. భవిష్యత్ సంవత్సరాల్లో దాగి ఉన్న ప్రత్యేక తేదీల కోసం వెతుకుతున్న "టైమ్ డిటెక్టివ్" అని తనను తాను ఊహించుకుంటాడు.

**ది మిస్టరీ ఆఫ్ ది మిర్రర్ డేట్స్**

గోపి పాలిండ్రోమిక్ తేదీలు చాలా అరుదు అని గమనించాడు.

అతను గతంలో ఒక తేదీని కనుగొన్నాడు: 02/02/2020.

అతను భవిష్యత్తులో ఒక తేదీని కనుగొన్నాడు: 14/02/2041.

తదుపరి వాటిని కనుగొనడానికి మీరు గోపికి సహాయం చేయగలరా?

- గత సంవత్సరాల నుండి సాధ్యమయ్యే ఈ రకమైన అన్ని తేదీలను కనుగొనండి.

గోపి ఈ సంవత్సరం క్యాలెండర్ చూస్తున్నాడు. అతను "మనం ప్రతి సంవత్సరం క్యాలెండర్‌ను ఎందుకు మార్చాలి? మనం ఒకే క్యాలెండర్‌ను తిరిగి ఉపయోగించలేమా?" అని ఆలోచించడం ప్రారంభించాడు. మీరు ఏమనుకుంటున్నారు?

గత సంవత్సర క్యాలెండర్ ఈ సంవత్సరం క్యాలెండర్ కంటే భిన్నంగా ఉందని మీరు గమనించి ఉండవచ్చు. అలాగే, వచ్చే సంవత్సరం క్యాలెండర్ కూడా మునుపటి సంవత్సరాల నుండి భిన్నంగా ఉంటుంది.

- కానీ, ఏ సంవత్సరం క్యాలెండర్ అయినా కొన్ని సంవత్సరాల తర్వాత మళ్ళీ పునరావృతమవుతుందా? ఒక సంవత్సరంలోని అన్ని తేదీలు మరియు రోజులు మరొక సంవత్సరంతో సరిగ్గా సరిపోతాయా?



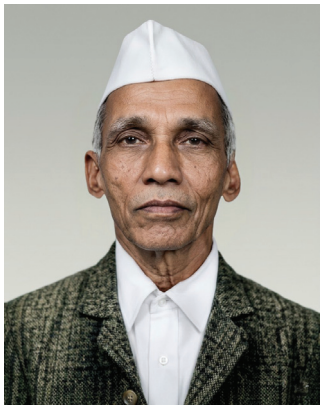
## మనం అన్వేషిద్దాం

- తేదీ ఫార్మాట్ DD/MM/YYYY అయితే, 03/02/2030 తర్వాత వచ్చే పాలిండ్రోమిక్ తేదీ ఏమిటి? 2031 సంవత్సరంలో ఏవైనా పాలిండ్రోమిక్ తేదీలు ఉన్నాయా? ఎలా సాధ్యం లేదా ఎందుకు సాధ్యం కాదు?

సవాలు: 21వ శతాబ్దపు చివరి పాలిండ్రోమిక్ తేదీ (2100 సంవత్సరం వరకు) ఏది ?

AP SCERT

## 3.7 The Magic Number of Kaprekar

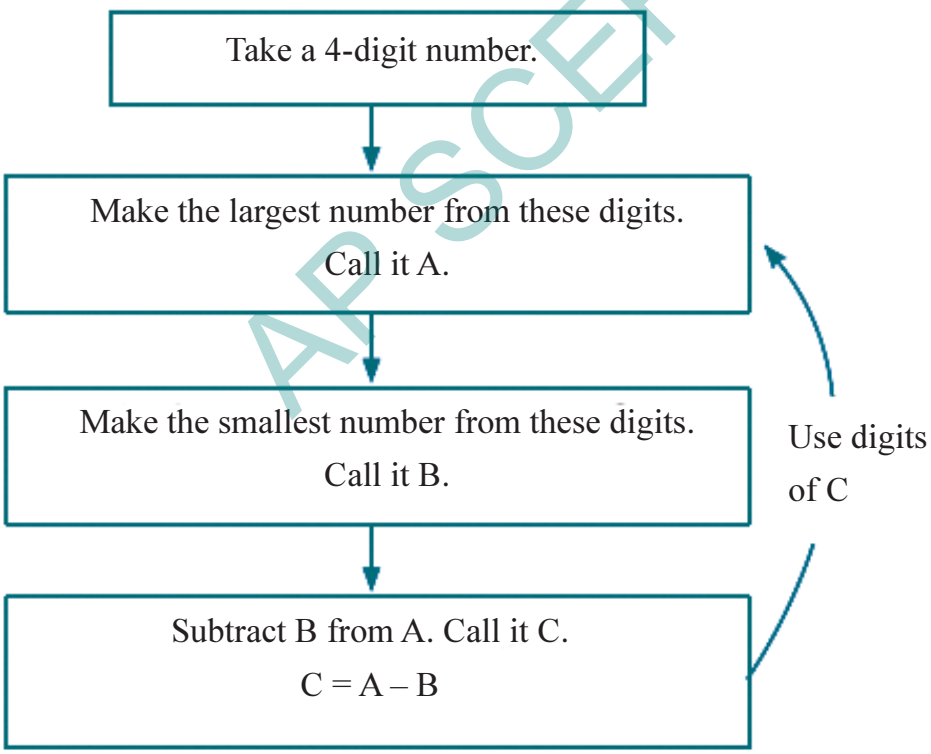


D.R. Kaprekar was a mathematics teacher in a government school in Devlali, Maharashtra. He liked playing with numbers very much and found many beautiful patterns in numbers that were previously unknown.

In 1949, he discovered a fascinating and magical phenomenon when playing with 4-digit numbers.

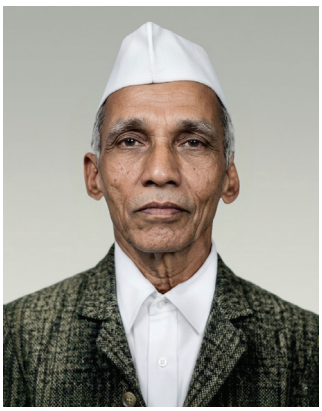
Follow these steps and experience the magic for yourselves! Pick any 4-digit number having at least two different digits, say 6382.

AP SCERT




What happens if we continue doing this?

## 3.6 కప్రేకర్ యొక్క మ్యాజిక్ సంఖ్య

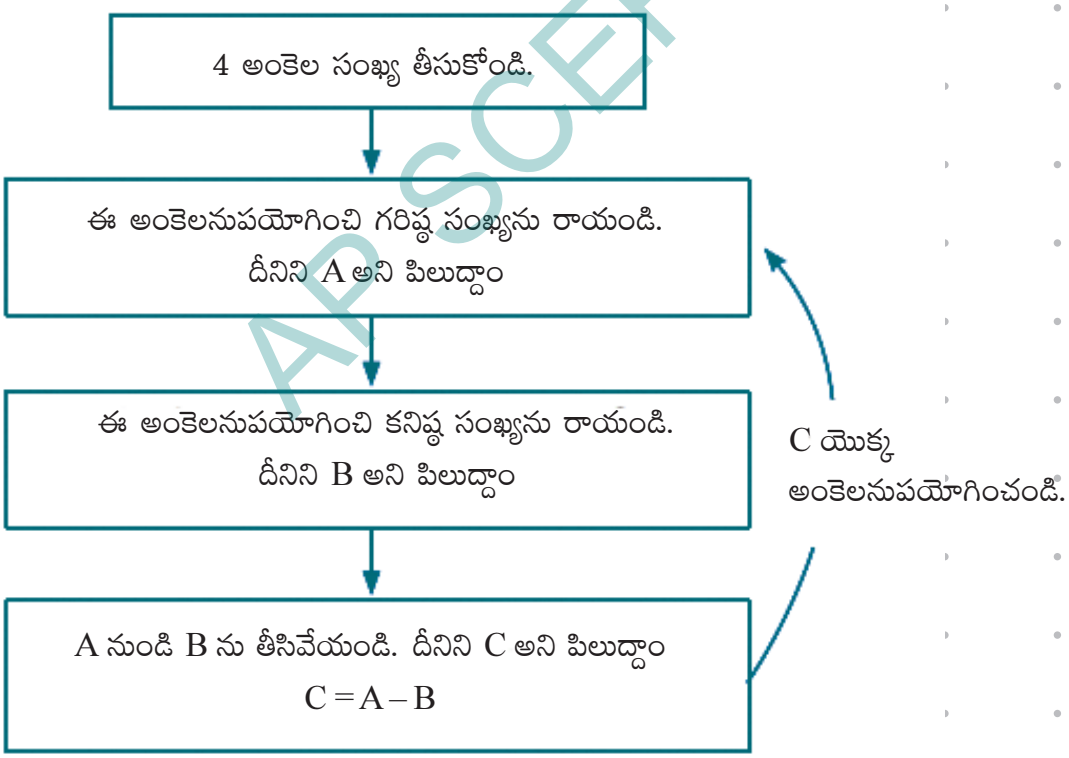


డి.ఆర్. కప్రేకర్ మహారాష్ట్రలోని దేవ్లాలీలో ఒక ప్రభుత్వ పాఠశాల గణిత ఉపాధ్యాయుడు. ఆయనకు సంఖ్యలతో ఆడుకోవడం అంటే చాలా ఇష్టం. గతంలో ఎవరికీ తెలియని ఎన్నో అందమైన సంఖ్యా నమూనాలను (patterns) ఆయన కనుగొన్నారు.

1949లో, అతను 4-అంకెల సంఖ్యలతో ఆడుకుంటున్నప్పుడు ఒక మనోహరమైన మరియు మాయాజాల దృగ్విషయాన్ని కనుగొన్నాడు.

ఈ దశలను అనుసరించి ఆ మ్యాజిక్‌ను మీరే ఆస్వాదించండి! కనీసం రెండు వేర్వేరు అంకెలు కలిగిన ఏదైనా 4-అంకెల సంఖ్యను ఎంచుకోండి, 6382 అనుకుందాం.

APSCERT




ఇలా కొనసాగిస్తూ ఉంటే ఏమి జరుగుతుంది?

A = 8632
B = 2368
C = 8632–2368
= 6264

A = 6642
B = 2466
C = 6642–2466
= 4176

A = 7641
B = 1467
C = 7641–1467
= 6174

A =
B =
C =



## Let's Explore

Take different 4-digit numbers and try carrying out these steps. Find out what happens. Check with your friends what they got.

**You will always reach the magic number '6174'! The number '6174' is now called the 'Kaprekar constant'.**

Carry out these same steps with a few 3-digit numbers. What number will start repeating?



## Figure it Out - 3.4

1. Sarala uses the digits '4', '7', '3' and '2', and makes the smallest and largest 4-digit numbers with them: 2347 and 7432. The difference between these two numbers is
   7432 - 2347 = 5085.
   The sum of these two numbers is 9779.
   Choose 4 - digits to make:
   a. The difference between the largest and smallest numbers greater than 5085.
   b. The difference between the largest and smallest numbers less than 5085.
   c. The sum of the largest and smallest numbers greater than 9779.
   d. The sum of the largest and smallest numbers less than 9779.
2. What is the sum of the smallest and largest 5-digit palindrome? What is their difference?
3. The time now is 10:01. How many minutes until the clock shows the next palindromic time? What about the one after that?
4. How many rounds does the number 5683 take to reach the Kaprekar constant?

AP SCERT

A = 8632
B = 2368
C = 8632–2368
= 6264

A = 6642
B = 2466
C = 6642–2466
= 4176

A = 7641
B = 1467
C = 7641–1467
= 6174

A =
B =
C =



## మనం అన్వేషిద్దాం

విభిన్న అంకెలు గల 4-అంకెల సంఖ్యను తీసుకొని ఈ దశలను అమలు చేయడానికి ప్రయత్నించండి. ఏమి జరుగుతుందో తెలుసుకోండి. మీ స్నేహితులు ఏమి పొందారో తనిఖీ చేయండి.

**మీరు ఎల్లప్పుడూ మ్యాజిక్ సంఖ్య '6174' కిచేరుకుంటారు! '6174' సంఖ్యను 'కప్రేకర్ స్థిరాంకం' అని పిలుస్తారు.**

కొన్ని 3-అంకెల సంఖ్యలతో ఈ దశలను అనుసరించండి. ఏ సంఖ్య పునరావృతం ప్రారంభమవుతుంది?



## ఆలోచించండి-చేయండి - 3.4

1. సరళ '4', '7', '3' మరియు '2' అంకెలను ఉపయోగిస్తుంది మరియు వాటితో అతి చిన్న మరియు అతిపెద్ద 4-అంకెల సంఖ్యలను తయారు చేసింది అవి: 2347 మరియు 7432. ఈ రెండు సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసం 7432 - 2347 = 5085. ఈ రెండు సంఖ్యల మొత్తం 9779.

   4 - అంకెలను ఎంచుకోండి:

   ఎ. 5085 కంటే పెద్ద సంఖ్యలలో గరిష్ఠ, కనిష్ఠ సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసం.

   బి. 5085 కంటే చిన్న సంఖ్యలలో గరిష్ఠ, కనిష్ఠ సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసం.

   సి. 9779 కంటే పెద్ద సంఖ్యలలో గరిష్ఠ, కనిష్ఠ సంఖ్యల మొత్తం.

   డి. 9779 కంటే చిన్న సంఖ్యలలో గరిష్ఠ, కనిష్ఠ సంఖ్యల మొత్తం.

2. 5-అంకెల పాలిండ్రోమ్ సంఖ్యలలో అతి చిన్న మరియు అతిపెద్ద సంఖ్యల మొత్తం ఎంత? వాటి వ్యత్యాసం ఎంత?

3. ఇప్పుడు సమయం 10:01. గడియారం తదుపరి పాలిండ్రోమిక్ సమయాన్ని చూపించడానికి ఎన్ని నిమిషాలు పడుతుంది? పాలిండ్రోమిక్ సమయం ఏమిటి?

4. కాప్రేకర్ స్థిరాంకాన్ని చేరుకోవడానికి 5683 సంఖ్య ఎన్ని దశలు పడుతుంది?

AP SCERT

## 3.8 Simple Estimation

At times, we may not know or need an exact count of things and an estimate is sufficient for the purpose at hand. For example, your school headmaster might know the exact number of students enrolled in your school, but you may only know an estimated count. How many students are in your school? About 150? 400? A thousand?

Lasya's class section has 32 children. The other 2 sections of her class have 29 and 35 children. So, she estimated the number of children in her class to be about 100. Along with Class 6, her school also has Classes 7–10 and each class has 3 sections each. She assumed a similar number in each class and estimated the number of students in her school to be around 500.



### Figure it Out - 3.5

We shall do some simple estimates. It is a fun exercise, and you may find it amusing to know the various numbers around us. Remember, we are not interested in the exact numbers for the following questions. Share your methods of estimation with the class.

1. Steps you would take to walk:
   a. From the place you are sitting to the classroom door
   b. Across the school ground from start to end
   c. From your classroom door to the school gate
   d. From your school to your home
2. Number of times you blink your eyes or number of breaths you take:
   a. In a minute  b. In an hour  c. In a day

AP SCERT

## 3.8 సరళమైన అంచనా

కొన్నిసార్లు, మనకు వస్తువుల యొక్క ఖచ్చితమైన గణన తెలియకపోవచ్చు లేదా అవసరం ఉండకపోవచ్చు మరియు చేతిలో ఉన్న ప్రయోజనం కోసం ఒక అంచనా సరిపోతుంది. ఉదాహరణకు, మీ పాఠశాల ప్రధానోపాధ్యాయుడికి మీ పాఠశాలలో చేరిన విద్యార్థుల సంఖ్య ఖచ్చితంగా తెలిసి ఉండవచ్చు, కానీ మీకు అంచనా వేసిన సంఖ్య మాత్రమే తెలిసి ఉండవచ్చు. మీ పాఠశాలలో ఎంత మంది విద్యార్థులు ఉన్నారు? దాదాపు 150? 400? ఒక వెయ్యి?

లాస్య తరగతి విభాగంలో 32 మంది పిల్లలు ఉన్నారు. ఆమె తరగతిలోని మిగిలిన 2 విభాగాలలో 29 మరియు 35 మంది పిల్లలు ఉన్నారు. కాబట్టి, ఆమె తరగతిలో పిల్లల సంఖ్య దాదాపు 100 ఉంటుందని ఆమె అంచనా వేసింది. 6వ తరగతితో పాటు, ఆమె పాఠశాలలో 7–10 తరగతులు కూడా ఉన్నాయి మరియు ప్రతి తరగతిలో ఒక్కొక్కటి 3 విభాగాలు ఉన్నాయి. ఆమె ప్రతి తరగతిలో ఇలాంటి సంఖ్యను ఊహించి, తన పాఠశాలలో విద్యార్థుల సంఖ్య దాదాపు 500 ఉంటుందని అంచనా వేసింది.



### Figure it Out - 3.5

మనం కొన్ని సరళమైన అంచనాలు వేస్తాము. ఇది ఒక ఆహ్లాదకరమైన వ్యాయామం, మరియు మన చుట్టూ ఉన్న వివిధ సంఖ్యలను తెలుసుకోవడం మీకు సరదాగా అనిపించవచ్చు. గుర్తుంచుకోండి, ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు ఖచ్చితమైన సంఖ్యలపై మాకు ఆసక్తి లేదు. మీ అంచనా పద్ధతులను తరగతితో పంచుకోండి.

1. మీరు నడవడానికి తీసుకోవలసిన అడుగులు:

   ఎ. మీరు కూర్చున్న ప్రదేశం నుండి తరగతి గది తలుపు వరకు

   బి. పాఠశాల మైదానం అంతటా ప్రారంభం నుండి చివరి వరకు

   సి. మీ తరగతి గది తలుపు నుండి పాఠశాల ద్వారం వరకు

   డి. మీ పాఠశాల నుండి మీ ఇంటికి

2. మీరు ఎన్నిసార్లు కళ్ళు రెప్ప వేస్తారో లేదా మీరు తీసుకునే శ్వాసల సంఖ్య:

   ఎ. ఒక నిమిషంలో  బి. ఒక గంటలో  సి. ఒక రోజులో

AP SCERT

3. Name some objects around you that are:
   a. a few thousand in number
   b. more than ten thousand in number

### Estimate the answer

Try to guess within 30 seconds. Check your guess with your friends.

4. Number of words in your maths textbook:
   a. More than 5000
   b. Less than 5000
5. Number of students in your school who travel to school by bus:
   a. More than 200
   b. Less than 200
6. Achyuth wants to buy milk and 3 types of fruit to make fruit custard for 5 people. He estimates the cost to be ₹100. Do you agree with him? Why or why not?
7. Estimate the distance between Amaravati (in Andhra Pradesh) to Hyderabad (in Telangana).
   **Hint:** Look at the map of India to locate these cities.
8. Amara is in Grade 6 and says she has spent around 13,000 hours in school till date. Do you agree with her? Why or why not?
9. Earlier, people used to walk long distances as they had no other means of transport. Suppose you walk at your normal pace. Approximately, how long would it take you to go from:
   a. Your current location to one of your favourite places nearby.
   b. Your current location to any neighbouring state's capital city.
   c. The southernmost point in India to the northernmost point in India.
10. Make some estimation questions and challenge your classmates!

AP SCERT

3. మీ చుట్టూ ఉన్న కొన్ని వస్తువులను పేర్కొనండి:

ఎ. కొన్ని వేల సంఖ్యలో

బి. పది వేల కంటే ఎక్కువ సంఖ్యలో

**సమాధానాన్ని అంచనా వేయండి**

30 సెకన్లలోపు ఊహించడానికి ప్రయత్నించండి. మీ స్నేహితులతో మీ అంచనాను తనిఖీ చేయండి.

4. మీ గణిత పాఠ్యపుస్తకంలో పదాల సంఖ్య:

ఎ. 5000 కంటే ఎక్కువ

బి. 5000 కంటే తక్కువ

5. మీ పాఠశాలలో బస్సులో పాఠశాలకు ప్రయాణించే విద్యార్థుల సంఖ్య:

ఎ. 200 కంటే ఎక్కువ

బి. 200 కంటే తక్కువ

6. అచ్యుత్ 5 మందికి ఫ్రూట్ కస్టర్డ్ తయారు చేయడానికి పాలు మరియు 3 రకాల పండ్లను కొనాలనుకుంటున్నాడు. ఖర్చు ₹ 100 ఉంటుందని అతను అంచనా వేశాడు. మీరు అతనితో ఏకీభవిస్తారా? లేదా ఎందుకు?

7. అమరావతి (ఆంధ్రప్రదేశ్), హైదరాబాద్ (తెలంగాణ) ల మధ్య దూరాన్ని అంచనా వేయండి.

**సూచన:** ఈ నగరాలను గుర్తించడానికి భారతదేశ పటాన్ని చూడండి.

8. అమర 6వ తరగతి చదువుతోంది మరియు ఆమె ఇప్పటివరకు పాఠశాలలో దాదాపు 13,000 గంటలు గడిపిందని చెప్పింది. మీరు ఆమెతో ఏకీభవిస్తున్నారా? లేదా ఎందుకు?

9. గతంలో, ప్రజలు వేరే రవాణా మార్గాలు లేకపోవడంతో చాలా దూరం నడిచేవారు. మీరు మీ సాధారణ వేగంతో నడిచారని అనుకుందాం. మీరు ఈ క్రింది వాటి నుండి వెళ్ళడానికి సుమారుగా ఎంత సమయం పడుతుంది:

ఎ. మీ ప్రస్తుత స్థానం నుండి సమీపంలోని మీకు ఇష్టమైన ప్రదేశాలలో ఒకదానికి.

బి. మీ ప్రస్తుత స్థానం నుండి ఏదైనా పొరుగు రాష్ట్ర రాజధాని నగరానికి.

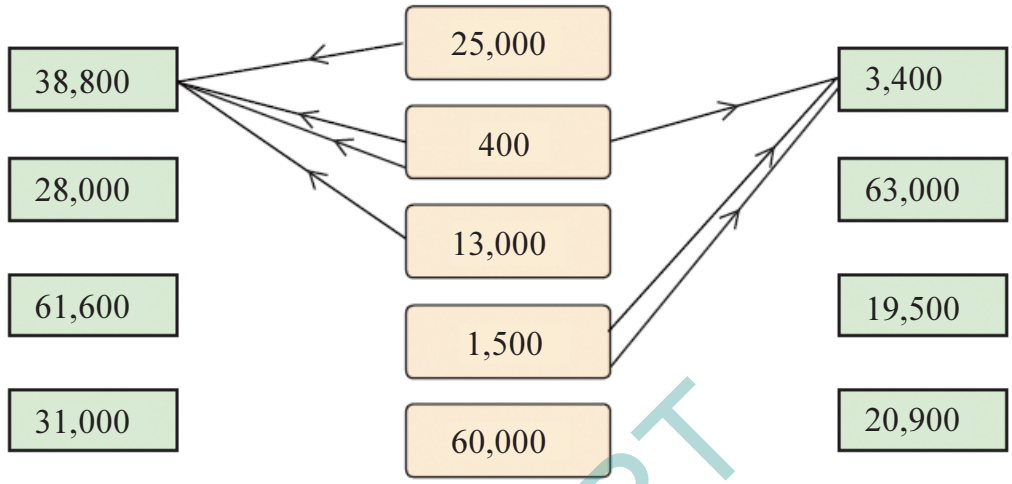
సి. భారతదేశంలో దక్షిణాగ్రం నుండి భారతదేశంలో ఉత్తరాగ్రం వైపు వరకు.

10. కొన్ని అంచనా ప్రశ్నలు వేసి మీ క్లాస్‌మేట్‌లకు సవాలు విసరండి!

AP SCERT

## 3.9 Mental Math

Observe the figure below. What can you say about the numbers and the lines drawn?



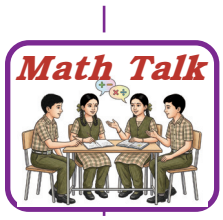

Numbers in the middle column are added in different ways to get the numbers on the sides (1500 + 1500 + 400 = 3400). The numbers in the middle can be used as many times as needed to get the desired sum. Draw arrows from the middle to the numbers on the sides to obtain the desired sums.

Two examples are given. It is simpler to do it mentally!

38,800 = 25,000 + 400 × 2 + 13,000

3400 = 1500 + 1500 + 400

- Can we make 1,000 using the numbers in the middle? Why not? What about 14,000, 15,000 and 16,000? Yes, it is possible. Explore how. What thousands cannot be made?



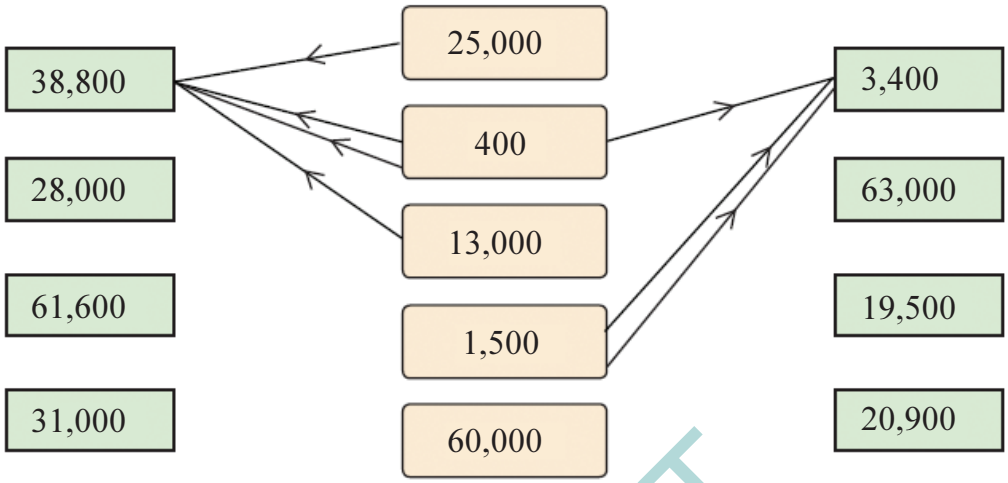

### Adding and Subtracting

Here, using the numbers in the boxes, we are allowed to use both addition and subtraction to get the required number. An example is shown.

AP SCERT

## 3.9 మనో గణితం

క్రింద ఉన్న పటాన్ని గమనించండి. సంఖ్యలు మరియు గీసిన రేఖల గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలరు?




మధ్య నిలువు వరుసలోని సంఖ్యలను వివిధ మార్గాల్లో కూడి , ఇరువైపులా ఉన్న సంఖ్యలను పొందవచ్చు (1500 + 1500 + 400 = 3400). మధ్యలో ఉన్న సంఖ్యలను అవసరమైనన్ని సార్లు ఉపయోగించి కావలసిన మొత్తాన్ని పొందవచ్చు. కావలసిన మొత్తాలను పొందడానికి మధ్య నుండి ఇరువైపులా ఉన్న సంఖ్యలకు బాణాలు గీయండి.

రెండు ఉదాహరణలు ఇవ్వబడ్డాయి. దీన్ని మానసికంగా చేయడం సులభం!

$38,800 = 25,000 + 400 \times 2 + 13,000$

$3400 = 1500 + 1500 + 400$

- మధ్యలో ఉన్న సంఖ్యలను ఉపయోగించి మనం 1,000 తయారు చేయగలమా? ఎందుకు సాధ్యం కాదు? 14,000, 15,000 మరియు 16,000 గురించి ఏమిటి? అవును, అది సాధ్యమే. ఎలాగో అన్వేషించండి. ఏఏ వేలసంఖ్యలు తయారు చేయలేము?




### కూడిక మరియు తీసివేత

ఇక్కడ, పెట్టెలలోని సంఖ్యలను ఉపయోగించి, అవసరమైన సంఖ్యను పొందడానికి కూడిక మరియు తీసివేత రెండింటినీ ఉపయోగించడానికి మనకు అనుమతి ఉంది. ఒక ఉదాహరణ చూపబడింది.

AP SCERT

| | |
|---|---|
| 40,000 | 7,000 |
| 300 | 1,500 |
| 12,000 | 800 |

39,800 = 40,000 – 800 + 300 + 300

45,000 =

5,900 =

17,500 =

21,400 =

**Digits and Operations**

An example of adding two 5-digit numbers to get another 5-digit number is 12,350 + 24,545 = 36,895.

An example of subtracting two 5-digit numbers to get another 5-digit number is 48,952 – 24,547 = 24,405.

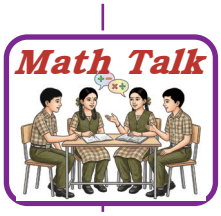


## Figure it Out - 3.6

1. Write an example for each of the below scenarios whenever possible.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5-digit + 5-digit to give a 5-digit sum more than 90,250 | 5-digit + 3-digit to give a 6-digit sum | 4-digit + 4-digit to give a 6-digit sum | 5-digit + 5-digit to give a 6-digit sum | 5-digit + 5-digit to give 18,500 |
| 5-digit – 5-digit to give a difference less than 56,503 | 5-digit – 3-digit to give a 4-digit difference | 5-digit – 4-digit to give a 4-digit difference | 5-digit – 5-digit to give a 3-digit difference | 5-digit – 5-digit to give 91,500 |

Could you find examples for all the cases? If not, think and discuss what could be the reason. Make other such questions and challenge your classmates.




2. Always, Sometimes, Never?

Below are some statements. Think, explore and find out if each of the statement is 'Always true', 'Only sometimes true' or 'Never true'. Why do you think so? Write your reasoning and discuss this with the class.

APSCERT

| | |
|---|---|
| 40,000 | 7,000 |
| 300 | 1,500 |
| 12,000 | 800 |

39,800 = 40,000 – 800 + 300 + 300

45,000 =

5,900 =

17,500 =

21,400 =

**అంకెలు మరియు కార్యకలాపాలు:**

రెండు 5-అంకెల సంఖ్యలను కూడి మరొక 5-అంకెల సంఖ్య పొందడానికి

ఉదాహరణ: 12,350 + 24,545 = 36,895.

రెండు 5-అంకెల సంఖ్యలను ఒకదాని నుండి మరొకటి తీసి 5-అంకెల సంఖ్య పొందడానికి

ఉదాహరణ 48,952 – 24,547 = 24,405.



## ఆలోచించండి-చేయండి – 3.6

1. వీలైనప్పుడల్లా క్రింద ఇచ్చిన ప్రతి సన్నివేశానికి ఒక ఉదాహరణ రాయండి.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (5-అంకెలు + 5-అంకెలు) = 90,250 కన్నా పెద్దదైన సంఖ్య | (5-అంకెలు + 3-అంకెలు) = 6 – అంకెల సంఖ్య | (4-అంకెలు + 4-అంకెలు) = 6 – అంకెల సంఖ్య | (5-అంకెలు + 5-అంకెలు) = 6 – అంకెల సంఖ్య | (5-అంకెలు + 5-అంకెలు) = 18,500 |
| (5-అంకెలు – 5-అంకెలు) = 56,503 కన్నా చిన్నదైన సంఖ్య | (5-అంకెలు – 3-అంకెలు) = 4 – అంకెల సంఖ్య | (5-అంకెలు – 4-అంకెలు) = 4 – అంకెల సంఖ్య | (5-అంకెలు 5-అంకెలు) = 3 – అంకెల సంఖ్య | (5-అంకెలు – 5-అంకెలు) = 91,500 |

అన్ని సందర్భాలకు ఉదాహరణలు కనుగొనగలరా? కాకపోతే, కారణం ఏమిటో ఆలోచించి చర్చించండి. ఇలాంటి ఇతర ప్రశ్నలు వేసి మీ సహ విద్యార్థులకు సవాలు విసరండి.




2. ఎల్లప్పుడూ, కొన్నిసార్లు, ఎప్పుడూ కాదు?

క్రింద కొన్ని ప్రకటనలు ఉన్నాయి. ప్రతి ప్రకటన 'ఎల్లప్పుడూ నిజమా', 'కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిజమా' లేదా 'ఎప్పుడూ నిజం కాదు' అనేవి ఆలోచించి, అన్వేషించి కనుగొనండి. మీరు ఎందుకు అలా అనుకుంటున్నారు? మీ కారణాన్ని వ్రాసి తరగతిలో చర్చించండి.

AP SCERT

a. 5-digit number + 5-digit number gives a 5-digit number

b. 4-digit number + 2-digit number gives a 4-digit number

c. 4-digit number + 2-digit number gives a 6-digit number

d. 5-digit number – 5-digit number gives a 5-digit number

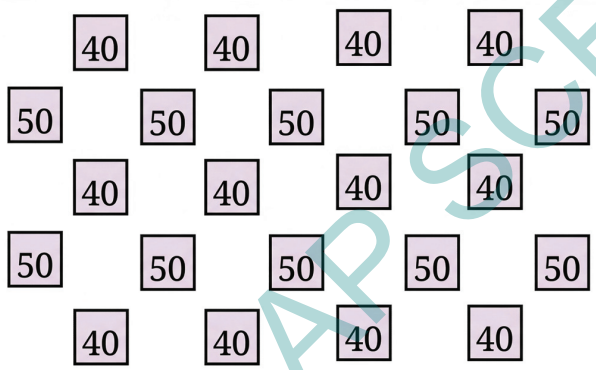
e. 5-digit number – 2-digit number gives a 3-digit number

## 3.10 Playing with Number Patterns

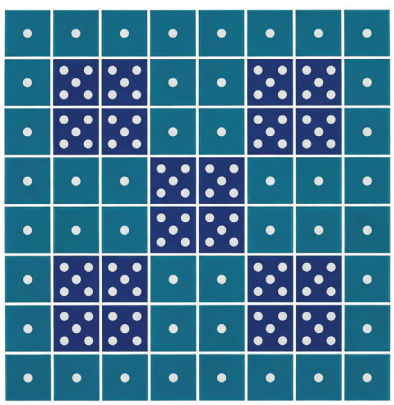
Here are some numbers arranged in some patterns. Find out the sum of the numbers in each of the below figures. Should we add them one by one or can we use a quicker way?

- Share and discuss in class the different methods each one of you used to solve these questions.

a.



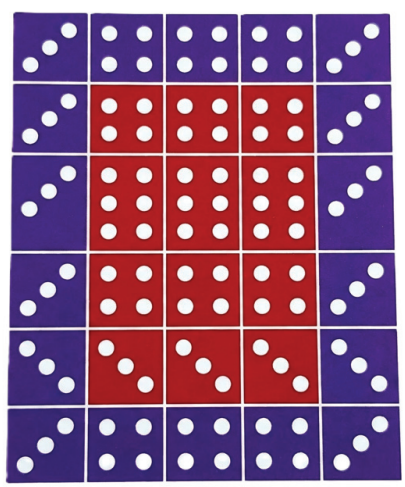

b.



c.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| 64 | 64 | 64 | | | | | | 64 | 64 |
| 64 | 64 | 64 | | | | | | 64 | 64 |
| 64 | 64 | 64 | | | | | | 64 | 64 |
| 64 | 64 | 64 | | | | | | 64 | 64 |

d.



APSCERT

ఎ. 5-అంకెల సంఖ్య + 5-అంకెల సంఖ్య, మరో 5-అంకెల సంఖ్యను ఇస్తుంది

బి. 4-అంకెల సంఖ్య + 2-అంకెల సంఖ్య, మరో 4-అంకెల సంఖ్యను ఇస్తుంది

సి. 4-అంకెల సంఖ్య + 2-అంకెల సంఖ్య, మరో 6-అంకెల సంఖ్యను ఇస్తుంది

డి. 5-అంకెల సంఖ్య - 5-అంకెల సంఖ్య, మరో 5-అంకెల సంఖ్యను ఇస్తుంది

ఇ. 5-అంకెల సంఖ్య - 2-అంకెల సంఖ్య, మరో 3-అంకెల సంఖ్యను ఇస్తుంది

## 3.10 సంఖ్యా నమూనాలతో ఆడుకోవడం

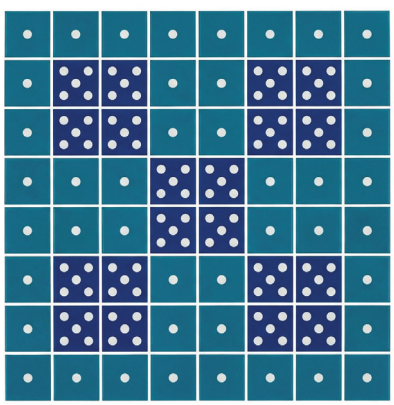
ఇక్కడ కొన్ని సంఖ్యలు కొన్ని క్రమ పద్ధతులలో అమర్చబడ్డాయి. క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి పటంలోని సంఖ్యల మొత్తాన్ని కనుగొనండి. మనం వాటిని ఒక్కొక్కటిగా కలపాలా లేదా మనం వేగవంతమైన మార్గాన్ని ఉపయోగించవచ్చా?

❁ ఈ ప్రశ్నలను పరిష్కరించడానికి మీలో ప్రతి ఒక్కరూ ఉపయోగించిన వివిధ పద్ధతులను తరగతిలో పంచుకోండి మరియు చర్చించండి.

ఎ.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 40 | | 40 | | 40 | | 40 | | |
| 50 | | 50 | | 50 | | 50 | | 50 | |
| | 40 | | 40 | | 40 | | 40 | | |
| 50 | | 50 | | 50 | | 50 | | 50 | |
| | 40 | | 40 | | 40 | | 40 | | |

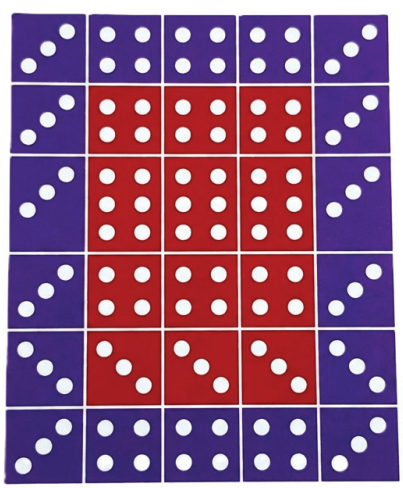
బి.



సి.

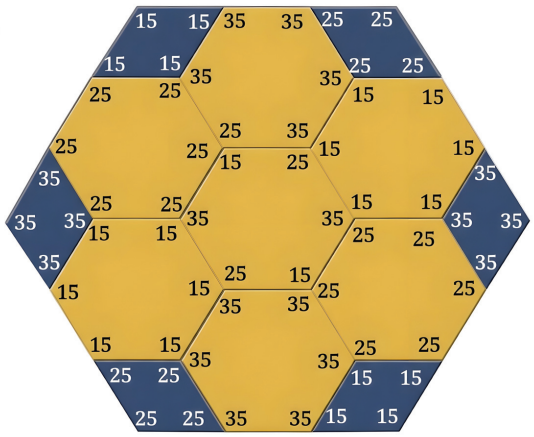
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| 64 | 64 | 64 | | | | | | 64 | 64 |
| 64 | 64 | 64 | | | | | | 64 | 64 |
| 64 | 64 | 64 | | | | | | 64 | 64 |
| 64 | 64 | 64 | | | | | | 64 | 64 |

డి.

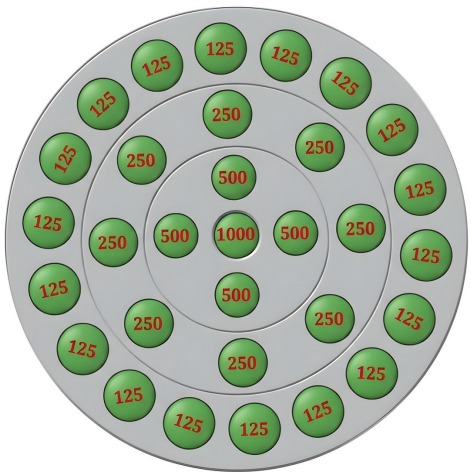


APSCERT

e.




f.




## 3.11 An Unsolved Mystery — the Collatz Conjecture!

Look at the sequences below—the same rule is applied in all the sequences:

a. 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

b. 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

c. 21, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1

d. 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

Do you see how these sequences were formed?

The rule is: one starts with any number; if the number is even, take half of it; if the number is odd, multiply it by 3 and add 1; repeat.

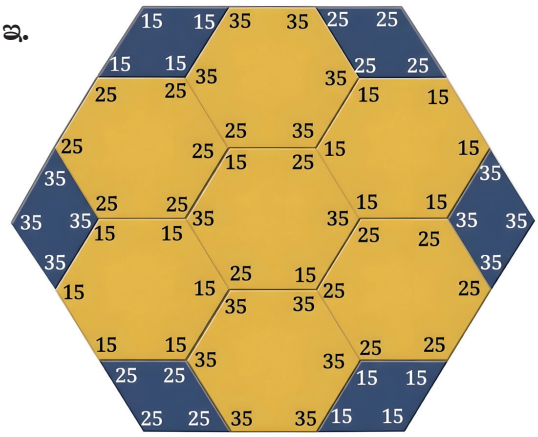
Notice that all four sequences above eventually reached the number 1. In 1937, the German mathematician, Lothar Collatz conjectured that the sequence will always reach 1, regardless of the whole number you start with. Even today — despite many mathematicians working on it — it remains an unsolved problem as to whether Collatz's conjecture is true! Collatz's conjecture is one of the most famous unsolved problems in mathematics.

- Make some more Collatz sequences like those above, starting with your favourite whole numbers.

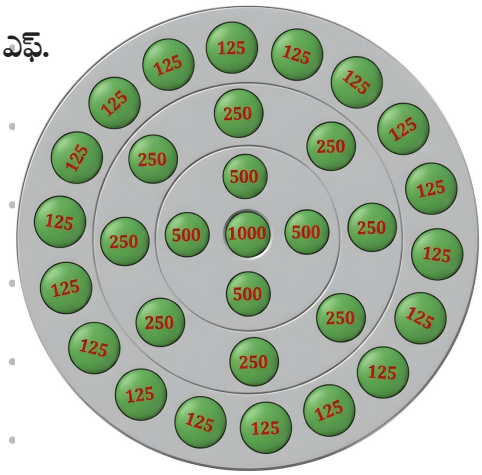
Do you always reach 1? Do you believe the conjecture of Collatz that all such sequences will eventually reach 1? Why or why not?

AP SCERT

ఇ.




ఎఫ్.




## 3.11 అపరిష్కృత రహస్యం – కొల్లాట్జ్ ఊహాగానం!

క్రింద ఉన్న శ్రేణులను చూడండి–అన్ని శ్రేణులలో ఒకే నియమం వర్తించబడుతుంది:

ఎ. 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

బి. 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

సి. 21, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1

డి. 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

ఈ శ్రేణులు ఎలా ఏర్పడ్డాయో చూశారా?

నియమం ఏమిటంటే: ఒకటి, ఏదైనా సంఖ్యతో ప్రారంభమవుతుంది; సంఖ్య సరిసంఖ్య అయితే, దానిలో సగం తీసుకోండి; సంఖ్య బేసి సంఖ్య అయితే, దానిని 3తో గుణించి 1ని కలపండి; పునరావృతం చేయండి.

పైన పేర్కొన్న నాలుగు శ్రేణులు చివరికి సంఖ్య 1కి చేరుకున్నాయని గమనించండి. 1937లో, జర్మన్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు లోథర్ కొల్లాట్జ్ మీరు ప్రారంభించే పూర్ణ సంఖ్యతో సంబంధం లేకుండా, క్రమం ఎల్లప్పుడూ 1కి చేరుకుంటుందని ఊహించాడు. నేటికీ – చాలా మంది గణిత శాస్త్రవేత్తలు దానిపై పనిచేసినప్పటికీ – కొల్లాట్జ్ అంచనా నిజమా కాదా అనేది పరిష్కారం కాని సమస్యగా మిగిలిపోయింది! కొల్లాట్జ్ అంచనా గణితంలో అత్యంత ప్రసిద్ధ పరిష్కారం కాని సమస్యలలో ఒకటి.

- పైన పేర్కొన్న వాటిలాగే మీకు ఇష్టమైన పూర్ణ సంఖ్యలతో ప్రారంభించి మరికొన్ని కొల్లాట్జ్ సీక్వెన్స్‌లను తయారు చేయండి. మీరు ఎల్లప్పుడూ 1 కి చేరుకుంటారా?

అటువంటి సీక్వెన్స్‌లన్నీ చివరికి 1 కి చేరుకుంటాయనే కొల్లాట్జ్ ఊహను మీరు నమ్ముతున్నారా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?

AP SCERT

## 3.12 Games and Winning Strategies

Numbers can also be used to play games and develop winning strategies.

Here is a famous game called 50. Play it with a classmate. Then try it at home with your family!

- **Game #1:** Half-Century Chase - Who will reach 50 first?

**Rules of the Game:**

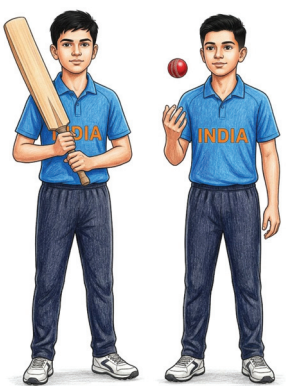
Two players are batting partners - let's call them Player A and Player B.

The score board starts at 0.

Player A begins the innings and can score 1, 2, 3, or 4 runs on the first ball.

Then, the players take turns adding 1, 2, 3, or 4 runs to the previous total on the scoreboard.

The first player to make the scoreboard reach exactly 50 runs is the Half-Century Hero.




**Example:**

A says 3

B adds 2 and says 5

A adds 4 and says 9

B adds 1and says 10

... and the match continues until one reach 50.

Which player can always win if they play correctly?

What is the pattern of numbers that the winning player should say?

There are many variations of this game. Here is another common variation:

- **Game #2 :** Century Clash - Who Will Make the 100 First?

**Rules of the Game:**

Two players are now star batsmen - Player A and Player B.

The scoreboard starts at 0.

Player A starts the innings and can score any number of runs from 1 to 10.

Then the two players take turns adding 1 to 10 runs to the previous total.

The first player to make the total exactly 100 becomes the Century Hero

AP SCERT

## 3.12 ఆటలు మరియు గెలుపు వ్యూహాలు

ఆటలు ఆడటానికి మరియు గెలుపు వ్యూహాలను అభివృద్ధి చేయడానికి కూడా సంఖ్యలను ఉపయోగించవచ్చు.

50 అనే ప్రసిద్ధ ఆట ఇక్కడ ఉంది. దీన్ని సహ విద్యార్థులతో ఆడండి. తర్వాత మీ కుటుంబంతో కలిసి ఇంట్లో ప్రయత్నించండి!

❁ **గేమ్ #1:** హాఫ్-సెంచరీ చేజ్ – ఎవరు ముందుగా 50 పరుగులు చేస్తారు?

**ఆట నియమాలు**

ఇద్దరు ఆటగాళ్ళు బ్యాటింగ్ భాగస్వాములు – వారిని ప్లేయర్ A మరియు ప్లేయర్ B అని పిలుద్దాం.

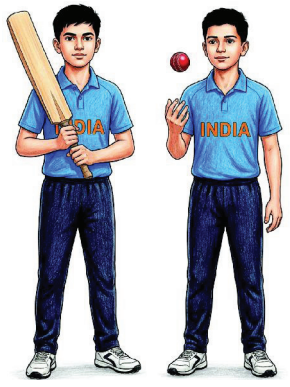
స్కోర్‌బోర్డ్ 0 వద్ద ప్రారంభమవుతుంది.

ఆటగాడు A ఇన్నింగ్స్ ప్రారంభిస్తాడు మరియు మొదటి బంతికి 1, 2, 3, లేదా 4 పరుగులు చేయగలడు.

అప్పుడు, ఆటగాళ్ళు స్కోరుబోర్డులోని మునుపటి మొత్తానికి 1, 2, 3, లేదా 4 పరుగులు కలుపుతారు.

స్కోర్‌బోర్డ్ సరిగ్గా 50 పరుగులు చేరుకునేలా చేసిన మొదటి ఆటగాడు హాఫ్-సెంచరీ హీరో.

**ఉదాహరణ:**




A 3 అని చెప్తాడు.

B 2 ను కలిపి 5 అని చెప్తాడు.

A 4 ను కలిపి 9 అని చెప్తాడు.

B 1 ను కలిపి 10 అని చెప్తాడు.

... మరియు ఒకరు 50 చేరే వరకు ఆట కొనసాగుతుంది.

సరిగ్గా ఆడితే ఏ ఆటగాడు ఎల్లప్పుడూ గెలవగలడు?

గెలిచిన ఆటగాడు చెప్పాల్సిన సంఖ్యల నమూనా ఏమిటి?

ఈ ఆట యొక్క అనేక వైవిధ్యాలు ఉన్నాయి. ఇక్కడ మరొక సాధారణ వైవిధ్యం ఉంది:

❁ **గేమ్ #2:** సెంచరీ క్లాష్ – మొదటి 100 ఎవరు చేస్తారు?

**ఆట నియమాలు**

ఇద్దరు ఆటగాళ్ళు ఇప్పుడు స్టార్ బ్యాట్స్‌మెన్‌లు – ప్లేయర్ A మరియు ప్లేయర్ B.

స్కోరుబోర్డు 0 నుండి ప్రారంభమవుతుంది.

ప్లేయర్ A ఇన్నింగ్స్‌ను ప్రారంభిస్తాడు మరియు 1 నుండి 10 వరకు ఎన్ని పరుగులు అయినా చేయగలడు.

అప్పుడు ఇద్దరు ఆటగాళ్ళు మునుపటి మొత్తానికి 1 నుండి 10 పరుగులు కలుపుతారు.

సరిగ్గా మొత్తం 100 సాధించిన మొదటి ఆటగాడు సెంచరీ హీరో అవుతాడు

AP SCERT

**Example:**

A says 8

B adds 7 and says 15

A adds 9 and says 24

B adds 8 and says 32

…and the match continues until someone reaches 100

Play this game several times with your classmate. See if you can figure out the corresponding winning strategy in this case! Which player can always win? What is the pattern of numbers that the winning player should say this time?

Make your own variations of this game - decide how much one can add at each turn, and what number is the winning number. Then play your game several times, and figure out the winning strategy and which player can always win.

- **Game #3 :** The Decrementer

**Rules of the Game:**

The scoreboard starts at 40 runs.

Two players (Player A and Player B) take turns.

On your turn, you can subtract either 1 run, 3 runs, or 5 runs from the current score.

The player who brings the total down to exactly 0 wins the match!

(That player "takes the final wicket" )

**Example:**

Scoreboard: 40

A subtracts 3 → score = 37

B subtracts 5 → score = 32

A subtracts 1 → score = 31

… continue till one player says "0" - that player wins!

AP SCERT

**ఉదాహరణ:**

A 8 అని చెప్తాడు.

B 7 కలిపి 15 అని చెప్తాడు.

A 9 కలిపి 24 అని చెప్తాడు.

B 8 కలిపి 32 అని చెప్తాడు.

మరియు ఎవరైనా 100 చేరే వరకు మ్యాచ్ కొనసాగుతుంది

మీ క్లాస్‌మేట్‌తో ఈ ఆటను చాలాసార్లు ఆడండి. ఈ సందర్భంలో మీరు సంబంధిత గెలుపు వ్యూహాన్ని గుర్తించగలరో లేదో చూడండి! ఏ ఆటగాడు ఎల్లప్పుడూ గెలవగలడు? ఈసారి గెలిచిన ఆటగాడు చెప్పాల్సిన సంఖ్యల నమూనా ఏమిటి?

ఈ ఆటలో మీ స్వంత వైవిధ్యాలను తయారు చేసుకోండి – ప్రతి మలుపులో ఎంత జోడించవచ్చో మరియు గెలిచిన సంఖ్య ఎంత అనేది నిర్ణయించుకోండి. తర్వాత మీ ఆటను చాలాసార్లు ఆడి, గెలిచే వ్యూహాన్ని మరియు ఏ ఆటగాడు ఎల్లప్పుడూ గెలవగలడో గుర్తించండి.

❁ **గేమ్ #3:** ది డిక్రిమెంటర్ (తగ్గించే వ్యవస్థ)

**ఆట నియమాలు:**

స్కోర్‌బోర్డ్ 40 పరుగుల వద్ద ప్రారంభమవుతుంది.

ఇద్దరు ఆటగాళ్ళు (ప్లేయర్ A మరియు ప్లేయర్ B) వంతులవారీగా ఆడతారు.

మీ వంతున, మీరు ప్రస్తుత స్కోరు నుండి 1 పరుగు, 3 పరుగులు లేదా 5 పరుగులను మాత్రమే తీసివేయవచ్చు.

మొత్తాన్ని సరిగ్గా 0 కి తగ్గించే ఆటగాడు మ్యాచ్ గెలుస్తాడు!

(ఆటగాడు "చివరి వికెట్ తీసుకుంటాడు")

**ఉదాహరణ:**

స్కోర్‌బోర్డ్: 40

A 3 తీసివేస్తుంది → స్కోరు = 37

B 5 తీసివేస్తుంది → స్కోరు = 32

A 1 తీసివేస్తుంది → స్కోరు = 31

... ఒక ఆటగాడు "0" అని చెప్పే వరకు కొనసాగించండి – ఆ ఆటగాడు గెలుస్తాడు!

AP SCERT



## Figure it Out - 3.7

Try This

1. There is only one supercell (number greater than all its neighbours) in this grid. If you exchange two digits of one of the numbers, there will be 4 supercells. Figure out which digits to swap.

| | | |
|---|---|---|
| 16,200 | 39,344 | 29,765 |
| 23,609 | 62,871 | 45,306 |
| 19,381 | 50,319 | 38,408 |

2. How many rounds does your year of birth take to reach the Kaprekar constant?
3. We are the group of 5-digit numbers between 35,000 and 75,000 such that all of our digits are odd. Who is the largest number in our group? Who is the smallest number in our group? Who among us is the closest to 50,000?
4. Estimate the number of holidays you get in a year including weekends, festivals and vacation. Then, try to get an exact number and see how close your estimate is.
5. Estimate the number of liters a mug, a bucket and an overhead tank can hold.
6. Write one 5-digit number and two 3-digit numbers such that their sum is 18,670.
7. Choose a number between 210 and 390. Create a number pattern similar to those shown in Section 3.10 that will sum up to this number.
8. Recall the sequence of Powers of 2 from Chapter 1, Table 1. Why is the Collatz conjecture correct for all the starting numbers in this sequence?
9. Check if the Collatz Conjecture holds for the starting number 100.
10. Starting with 0, players alternate adding numbers between 1 and 3. The first person to reach 22 wins. What is the winning strategy now?

AP SCERT



## ఆలోచించండి-చేయండి - 3.7

1. ఈ గ్రిడ్‌లో ఒకే ఒక సూపర్ సెల్ (దాని పొరుగున ఉన్న అన్ని సంఖ్యల కంటే పెద్ద సంఖ్య) ఉంది. మీరు సంఖ్యలలో ఒకదాని నుండి రెండు అంకెలను మార్పిడి చేస్తే, 4 సూపర్ సెల్‌లు ఉంటాయి. ఏ అంకెలను మార్చుకోవాలో గుర్తించండి.

| | | |
|---|---|---|
| 16,200 | 39,344 | 29,765 |
| 23,609 | 62,871 | 45,306 |
| 19,381 | 50,319 | 38,408 |

ప్రయత్నించండి

2. మీ పుట్టిన సంవత్సరం నుండి కప్రేకర్ స్థిరాంకాన్ని చేరుకోవడానికి ఎన్ని రౌండ్లు (దశలు) పడుతుంది?
3. మేము 35,000 మరియు 75,000 మధ్య ఉన్న 5-అంకెల సంఖ్యల సమూహం, మా అంకెలు అన్నీ బేసి సంఖ్యలు. మా సమూహంలో అతిపెద్ద సంఖ్య ఎవరు? మా సమూహంలో అతి చిన్న సంఖ్య ఎవరు? మాలో ఎవరు 50,000కి దగ్గరగా ఉంటారు?
4. వారాంతాలు, పండుగలు మరియు సెలవులతో సహా సంవత్సరంలో మీకు లభించే సెలవుల సంఖ్యను అంచనా వేయండి. తర్వాత, ఖచ్చితమైన సంఖ్యను పొందడానికి ప్రయత్నించండి మరియు మీ అంచనా ఎంత దగ్గరగా ఉందో చూడండి.
5. ఒక మగ్, ఒక బకెట్ మరియు ఒక ఓవర్ హెడ్ ట్యాంక్ నింపుటకు ఎన్ని లీటర్ల నీళ్ళు పడతాయో అంచనా వేయండి.
6. ఒక 5-అంకెల సంఖ్య మరియు రెండు 3-అంకెల సంఖ్యలను వాటి మొత్తం 18,670 ఉండేలా వ్రాయండి.
7. 210 మరియు 390 మధ్య ఒక సంఖ్యను ఎంచుకోండి. సెక్షన్ 3.10లో చూపిన వాటికి సమానమైన సంఖ్య నమూనాను సృష్టించండి. దాని మొత్తం ఈ సంఖ్యకు సమానం కావాలి.
8. అధ్యాయం 1, పట్టిక 1 నుండి 2 యొక్క ఘాతాల క్రమాన్ని గుర్తుచేసుకోండి. ఈ క్రమంలోని అన్ని ప్రారంభ సంఖ్యలకు కొల్లాట్జ్ అంచనా ఎందుకు సరైనది?
9. కొల్లాట్జ్ అంచనా ప్రారంభ సంఖ్య 100 కు సరిపోతుందో లేదో తనిఖీ చేయండి.
10. 0 తో ప్రారంభించి, ఆటగాళ్ళు 1 మరియు 3 మధ్య సంఖ్యలను ప్రత్యామ్నాయంగా జోడిస్తారు. 22 కి చేరుకున్న మొదటి వ్యక్తి గెలుస్తాడు. ఇప్పుడు గెలిచే వ్యూహం ఏమిటి?

AP SCERT

# CHAPTER MASTERY

## A. True / False

1. 575 is a palindromic number. (True / False)
2. 6174 is called the Kaprekar constant for 4-digit numbers. (True / False)
3. In a supercell table, the smallest number can be a supercell. (True / False)
4. Every Collatz sequence eventually reaches 1. (True / False)

## B. Multiple Choice Questions

5. What is a palindromic number? ( )

   a) A number divisible by 10

   b) A number read the same forwards and backwards

   c) A number with repeated digits

   d) A prime number

6. The final digit sum of 1729 is: ( )

   a) 19 b) 10 c) 1 d) 7

7. The 3-digit Kaprekar constant is: ( )

   a) 495 b) 999 c) 174 d) 100

## C. Fill in the Blanks

8. In the Collatz rule, if the number is even, we divide it by _____.

## D. Assertion-Reason

9. Assertion (A): 1221 is a palindromic number.

   Reason (R): It reads the same from left to right and right to left.

   Choose the correct option:

   a) Both A and R are true and R is the correct explanation of A

   b) Both A and R are true but R is not the correct explanation of A

   c) A is true but R is false

   d) A is false but R is true

AP SCERT

# సంగ్రహంగా!

## A. సత్యం / అసత్యం.

1. 575 అనేది ఒక పాలిండ్రోమ్ సంఖ్య. (సత్యం / అసత్యం)
2. 4-అంకెల సంఖ్యలకు 6174ను 'కప్రేకర్ స్థిరాంకం' అంటారు. (సత్యం /అసత్యం)
3. ఒక సూపర్ సెల్ పట్టికలో, అతిచిన్న సంఖ్య కూడా సూపర్ సెల్ కావచ్చు. (సత్యం / అసత్యం)
4. ప్రతి 'కొలాట్జ్ వరుస క్రమం' చివరికి 1ని చేరుకుంటుంది. (సత్యం / అసత్యం)

## B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు.

5. **పాలిండ్రోమ్ సంఖ్య అంటే ఏమిటి?** ( )

   ఎ) 10తో భాగించబడే సంఖ్య

   బి) ఎటువైపు నుండి చదివినా (ముందు నుండి లేదా వెనుక నుండి) ఒకేలా ఉండే సంఖ్య

   సి) అంకెలు పునరావృతమయ్యే సంఖ్య

   డి) ఒక ప్రధాన సంఖ్య

6. **1729 సంఖ్య యొక్క (final digit sum) ఒక అంకె వచ్చే వరకు అంకెల మొత్తం :** ( )

   ఎ) 19 బి) 10 సి) 1 డి) 7

7. **3-అంకెల కప్రేకర్ స్థిరాంకం (Kaprekar constant) ఏది?** ( )

   ఎ) 495 బి) 999 సి) 174 డి) 100

## C. ఖాళీలను పూరించండి.

8. కొలాట్జ్ నియమంలో (Collatz rule), సంఖ్య 'సరి సంఖ్య' అయితే దానిని _____ తో భాగించాలి.

## D. Assertion-Reason

9. **నిశ్చితం (A) : 1221 ఒక పాలిండ్రోమ్ సంఖ్య.**

   **కారణం (R) : ఇది ఎడమ నుండి కుడికి మరియు కుడి నుండి ఎడమకు చదివినప్పుడు ఒకేలా ఉంటుంది.**

   **సరైన ఎంపికను ఎంచుకోండి:**

   ఎ) A మరియు R రెండూ సరైనవి, R అనేది A కి సరైన వివరణ.

   బి) A మరియు R రెండూ సరైనవి, కానీ R అనేది Aకి సరైన వివరణ కాదు.

   సి) A సరైనది కానీ R తప్పు.

   డి) A తప్పు కానీ R సరైనది.

AP SCERT

10. In the "Supercells" activity, what specific condition must a number meet to be considered a Supercell? (understand)

11. Explain the two rules used to generate a sequence in the Collatz Conjecture. (understand)

12. Write an example for the following statement.

(4-digit number) – (4-digit number) = 3-digit number.

13. Compare the "Half-Century Chase" (reaching 50) and the "Century Clash" (reaching 100). Identify the inning strategy for the first player in the "Half-Century Chase" if they can add 1, 2, 3, or 4 runs each turn. (Analysis)

AP SCERT

## SUMMARY

- Numbers can be used for many different purposes including, to convey information, make and discover patterns, estimate magnitudes, pose and solve puzzles, and play and win games.
- Thinking about and formulating set procedures to use numbers for these purposes is a useful skill and capacity (called 'computational thinking').
- Many problems about numbers can be very easy to pose, but very difficult to solve. Indeed, numerous such problems are still unsolved (for example, Collatz's Conjecture).

10. "సూపర్ సెల్స్" కృత్యంలో, ఒక సంఖ్యను సూపర్ సెల్‌గా పరిగణించాలంటే దానికి ఉండవలసిన ప్రత్యేక నిబంధన ఏమిటి?

11. కొలాట్జ్ కన్జెక్చర్ లో వరుస క్రమాన్ని రూపొందించడానికి ఉపయోగించే రెండు నియమాలను వివరించండి.

12. కింద ఇవ్వబడిన వాక్యానికి ఒక ఉదాహరణ రాయండి.

(4-అంకెల సంఖ్య) - (4-అంకెల సంఖ్య) = 3-అంకెల సంఖ్య.

13. "హాఫ్-సెంచరీ ఛేజ్" (50 పరుగుల లక్ష్యం) మరియు "సెంచరీ క్లాష్" (100 పరుగుల లక్ష్యం)లను పోల్చండి. ప్రతి మలుపులో 1, 2, 3 లేదా 4 పరుగులు కలిపితే, మొదటి ఆటగాడి గెలుపు వ్యూహం ఏమిటో గుర్తించండి.

## సారాంశం

- సమాచారాన్ని తెలియజేయడానికి, సమూనాలను తయారు చేయడానికి మరియు కనుగొనడానికి, పరిమాణాలను అంచనా వేయడానికి, పజిల్‌లను పరిష్కరించడానికి మరియు ఆటలను ఆడటానికి మరియు గెలవడానికి అనేక విభిన్న ప్రయోజనాల కోసం సంఖ్యలను ఉపయోగించవచ్చు.
- ఈ ప్రయోజనాల కోసం సంఖ్యలను ఉపయోగించడానికి సమితి విధానాల గురించి ఆలోచించడం మరియు రూపొందించడం ఉపయోగకరమైన నైపుణ్యం మరియు సామర్థ్యం ('గణనాత్మక ఆలోచన' అని పిలుస్తారు).
- సంఖ్యల గురించి చాలా సమస్యలను అడగడం చాలా సులభం, కానీ పరిష్కరించడం చాలా కష్టం. నిజానికి, ఇటువంటి అనేక సమస్యలు ఇప్పటికీ పరిష్కరించబడలేదు (ఉదాహరణకు, కొల్లాట్జ్ అంచనా).

AP SCERT

# 4 DATA HANDLING AND PRESENTATION

F9R8R7

## Learning Outcomes:

**Learners will be able to**

- Collect and organize the data from the surroundings (CG-5)
- Organizes the recorded data in a convenient way for tabulation and represents the tabular data in to vernal form (CG-5)
- Compare different types of interpretation of data (CG-5)
- Select appropriate scale, draw and create new problems using the concept of representation of data (CG-5)
- Recognize interaction of mathematics with multiple subjects across science, social sciences, sports (CG-10)

AP SCERT

## 4.0 Introduction

If you ask your classmates about their favourite colours, you will get a list of colours. This list is an example of data. Similarly, if you measure the weight of each student in your class, you would get a collection of measures of weight–again data.

Any collection of facts, numbers, measures, observations or other descriptions of things that convey *information* about those things is called **data**.

We live in an age of information. We constantly see large amounts of data presented to us in new and interesting ways. In this chapter, we will explore some of the ways that data is presented, and how we can use some of those ways to correctly display, interpret and make inferences from such data!

# 4 దత్తాంశ నిర్వహణ మరియు ప్రదర్శన

W5H6X6

## అభ్యసన ఫలితాలు:

**అభ్యాసకులు**

- పరిసరాల నుండి సమాచారం(డేటా)ను సేకరించి నిర్వహించగలరు. (CG-5)
- నమోదు చేయబడిన డేటాను పట్టిక కోసం అనుకూలమైన రీతిలో ప్రదర్శించి డేటాను అనుకూల రూపంలోకి సూచించగలరు. (CG-5)
- దత్తాంశం(డేటా) యొక్క వివిధ రకాల వివరణలను పోల్చగలరు. (CG-5)
- తగిన స్కేల్‌ను ఎంచుకుని, డేటా ప్రాతినిధ్య భావనను ఉపయోగించి, చిత్రాలు గీస్తారు మరియు కొత్త సమస్యలను సృష్టిస్తారు. (CG-5)
- సైన్స్, సామాజిక శాస్త్రాలు, క్రీడల వంటి బహుళ విషయాలతో గణితం యొక్క పరస్పర చర్యను గుర్తించగలుగుతారు. (CG-10)

AP SCERT

## 4.0 పరిచయం

మీ సహవిద్యార్థులను వారికి ఇష్టమైన రంగుల గురించి అడిగితే, మీకు ఆ రంగుల జాబితా లభిస్తుంది. ఈ జాబితా దత్తాంశం(డేటా)కు ఒక ఉదాహరణ. అదేవిధంగా, మీరు మీ తరగతిలోని ప్రతి విద్యార్థి బరువును కొలిస్తే, మీకు బరువు సంబంధిత కొలతల సేకరణ లభిస్తుంది – ఇది కూడా ఒక దత్తాంశం.

ఏ విషయాల గురించి అయినా సమాచారాన్ని తెలియజేసే వాస్తవాలు, సంఖ్యలు, కొలతలు, పరిశీలనలు లేదా ఇతర విషయాల *వివరణల సేకరణను* **దత్తాంశం** అంటారు.

మనం సమాచార యుగంలో జీవిస్తున్నాము. కొత్త మరియు ఆసక్తికరమైన మార్గాల్లో మనకు అందించబడిన పెద్ద మొత్తంలో దత్తాంశంను మనం నిరంతరం చూస్తాము. ఈ అధ్యాయంలో, దత్తాంశంను ప్రదర్శించే కొన్ని మార్గాలను మరియు అటువంటి దత్తాంశం నుండి సరిగ్గా ప్రదర్శించడానికి, అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు అంచనాలను రూపొందించడానికి ఆ మార్గాలలో కొన్నింటిని ఎలా ఉపయోగించవచ్చో అన్వేషిస్తాము!

## 4.1 Collecting and Organising Data

Navya and Naresh are discussing their favourite games.



Cricket is my favourite game!

I play cricket sometimes but hockey is the game I like the most.





I think cricket is the most popular game in our class.

I am not sure. How can we find the most popular game in our class?





To figure out the most popular game in their class, what should Navya and Naresh do? Can you help them?

- Naresh and Navya decided to go to each student in the class and ask what their favourite game is. Then they prepared a list.
  Navya is showing the list in **Table.1**



| | | |
|---|---|---|
| Karthik – Kabaddi | Pushkar - Football | Ananya - Kabaddi |
| Aadya – Hockey | Densy - Badminton | Kushal - Badminton |
| Simran – Kabaddi | Janvi - Football | Rajesh - Football |
| Nandu – Badminton | Leela - Hockey | Thara - Football |
| Ankita – Kabaddi | Afshan - Hockey | Yadaiah - Cricket |
| Yasodha – Hockey | Sankar - Cricket | Sanvi - Hockey |
| Neeraja – Cricket | Gurpreet - Hockey | Johnpal- Badminton |
| Rehana – Hockey | Teja - Kabaddi | Yuvraj - Football |
| Bhaskar– Badminton | Bhavya - Cricket | Harsha - Hockey |
| Monika – Football | Mohan - Kabaddi | Jyothi - Cricket |
| Tahira – Cricket | | |

**Table 1**

AP SCERT

## 4.1 డేటాను సేకరించడం మరియు నిర్వహించడం

నవ్య మరియు నరేష్ వారికి ఇష్టమైన ఆటల గురించి చర్చిస్తున్నారు.



క్రికెట్ నాకు ఇష్టమైన ఆట!

నేను అప్పుడప్పుడు క్రికెట్ ఆడుతాను కానీ నాకు హాకీ అంటే చాలా ఇష్టం.





మన తరగతిలో క్రికెట్ అత్యంత ప్రజాదరణ పొందిన ఆట అని నా అభిప్రాయం.

నాకు ఖచ్చితంగా తెలియదు. మన తరగతిలో అత్యంత ప్రజాదరణ పొందిన ఆటను ఎలా కనుగొనాలి ?





నవ్య, నరేష్ తమ తరగతిలో అత్యంత ప్రజాదరణ పొందిన ఆటను గుర్తించటానికి ఏమి చేయాలి? మీరు వారికి సహాయం చేయగలరా ?

- నరేష్ మరియు నవ్య తరగతిలోని ప్రతి విద్యార్థి దగ్గరికి వెళ్లి వారికి ఇష్టమైన ఆట ఏది అని అడగాలని నిర్ణయించుకున్నారు. తరువాత వారు ఒక జాబితాను తయారు చేశారు. నవ్య **పట్టిక 1**లో జాబితాను చూపుతోంది.



| | | |
|---|---|---|
| కార్తీక్ – కబడ్డీ | పుష్కర్ – ఫుట్‌బాల్ | అనన్య – కబడ్డీ |
| ఆద్య – హాకీ | డెన్సి – బ్యాడ్మింటన్ | కుశాల్ – బ్యాడ్మింటన్ |
| సిమ్రాన్ – కబడ్డీ | జాన్వీ – ఫుట్‌బాల్ | రాజేష్ – ఫుట్‌బాల్ |
| నందు – బ్యాడ్మింటన్ | లీలా – హాకీ | తారా – ఫుట్‌బాల్ |
| అంకిత – కబడ్డీ | అఫ్షాన్ – హాకీ | యాదయ్య – క్రికెట్ |
| యశోద – హాకీ | శంకర్ – క్రికెట్ | సాన్వి – హాకీ |
| నీరజ – క్రికెట్ | గురుప్రీత్ – హాకీ | జాన్‌పాల్ – బ్యాడ్మింటన్ |
| రెహానా – హాకీ | తేజ – కబడ్డీ | యువరాజ్ – ఫుట్‌బాల్ |
| భాస్కర్ – బ్యాడ్మింటన్ | భవ్య – క్రికెట్ | హర్ష – హాకీ |
| మోనిక – ఫుట్‌బాల్ | మోహన్ – కబడ్డీ | జ్యోతి – క్రికెట్ |
| తాహిరా – క్రికెట్ | | |

**పట్టిక-1**

AP SCERT

Navya says (happily), “I have collected the data. I can figure out the most popular game now!”.

A few other children are looking at the list and wondering, “We can’t yet see the most popular game. How can we get it from this list?”.

❁ **Answer the following from Table.1**

1. What would you do to find the most popular game among Naresh’s and Navya’s classmates?
2. What is the most popular game in their class?
3. Try to find out the most popular game among your classmates.
4. Haritha wants to respond to the questions given below. Put a tick (✓) for the questions where she needs to carry out data collection and put a cross (×) for the questions where she doesn't need to collect data. Discuss your answers in the classroom.
   a. What is the most popular TV show among her classmates? ☐
   b. When did India get independence? ☐
   c. How much water is getting wasted in her locality? ☐
   d. What is the capital of India? ☐

❁ Nilesh sir is a teacher. He decided to bring sweets to the class to celebrate the new year. The sweets shop nearby has jilebi, gulab jamun, laddu, barfi, and rasagulla. He wanted to know the choices of the children. He wrote the names of the sweets on the board and asked each child to tell him their preference. He put a tally mark '|' for each student and when the count reached 5, he put a line through the previous four and marked it as 𝍸 in **Table 2.**

AP SCERT

"నేను దత్తాంశం సేకరించాను. ఇప్పుడు నేను అత్యంత ప్రజాదరణ పొందిన ఆటను గుర్తించగలను!" అని నవ్య (సంతోషంగా) చెప్పింది.

మరికొందరు పిల్లలు జాబితాను చూస్తూ, "మనం ఇంకా అత్యంత ప్రజాదరణ పొందిన ఆటను స్పష్టంగా కనిపెట్టలేకపోయాము. ఈ జాబితా నుండి దాన్ని ఎలా పొందగలం?" అని ఆలోచిస్తున్నారు.

❁ **పట్టిక 1 నుండి కింది వాటికి సమాధానం ఇవ్వండి.**

1. నరేష్ మరియు నవ్య క్లాస్‌మేట్స్‌లో అత్యంత ప్రాచుర్యం పొందిన గేమ్ (ఆట)ను కనుగొనడానికి మీరు ఏమి చేస్తారు?
2. వారి తరగతిలో అత్యంత ప్రాచుర్యం పొందిన గేమ్ ఏది?
3. మీ క్లాస్‌మేట్స్‌లో అత్యంత ప్రాచుర్యం పొందిన గేమ్‌ను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.
4. హరిత క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వాలనుకుంటుంది. దత్తాంశం సేకరణను నిర్వహించాల్సిన ప్రశ్నలకు (✓) టిక్ చేయండి మరియు ఆమె దత్తాంశమును సేకరించాల్సిన అవసరం లేని ప్రశ్నలకు ఒక క్రాస్ (X) వేయండి. మీ సమాధానాలను తరగతిగదిలో చర్చించండి.

ఎ. ఆమె క్లాస్‌మేట్స్‌లో అత్యంత ప్రజాదరణ పొందిన టీవీ షో ఏది? ☐

బి. భారతదేశానికి ఎప్పుడు స్వాతంత్ర్యం వచ్చింది? ☐

సి. ఆమె ప్రాంతంలో ఎంత నీరు వృధా అవుతోంది? ☐

డి. భారతదేశ రాజధాని ఏది? ☐

❁ నీలేష్ సార్ ఒక టీచర్. కొత్త సంవత్సరం జరుపుకోవడానికి తరగతికి స్వీట్లు తీసుకురావాలని నిర్ణయించుకున్నాడు. దగ్గర్లోని స్వీట్స్ షాపులో జిలేబీ, గులాబ్ జాము, లడ్డూ, బర్ఫీ మరియు రసగుల్లాలు ఉన్నాయి. అతను పిల్లల ఇష్టం తెలుసుకోవాలనుకున్నాడు. బోర్డు మీద స్వీట్ల పేర్లు రాసి, ప్రతి పిల్లవాడిని వారి ఇష్టాన్ని చెప్పమని అడిగాడు. ప్రతి విద్యార్థిని '|' అనే గణన చిహ్నంతో సూచిస్తూ, లెక్కింపు 5కి చేరుకున్నప్పుడు, మునుపటి నాలుగు చిహ్నాలపై ఒక అడ్డుగీత వేసి, **టేబుల్ 2**లో ఉన్నట్లుగా 𝍸 గుర్తు పెట్టాడు.

AP SCERT

**Table 2**

| Sweets | Tally Marks | No. of Students |
|---|---|---|
| Jilebi | 𝍸 I | 6 |
| Gulab jamun | 𝍸 IIII | 9 |
| Laddu | 𝍸 𝍸 III | |
| Barfi | III | |
| Rasgulla | 𝍸 II | |

## Answer the following from Table.2

1. Complete the table to help Nilesh sir to purchase the correct numbers of sweets:

   a. How many students chose jilebi? ____

   b. Barfi was chosen by ____ students.

   c. How many students chose Laddu? ____

   d. Rasgulla was chosen by ____ students.

   e. How many students chose gulab jamun? ____

   Nilesh Sir requested one of the staff members to bring the sweets as given in the table. The above table helped him to purchase the correct numbers of sweets.

2. Is the above table sufficient to distribute each type of sweet to the correct student? Explain. If it is not sufficient, what is the alternative?

*Frequency is the number of times a specific value or item appears in a data set. The numbers 6,9 etc., are the frequencies* of the sweet preferences for jilebi, gulab jamun... respectively and the table prepared by Nilesh sir is called **Frequency distribution table.**

AP SCERT

**టేబుల్ 2**

| స్వీట్స్ | గణన చిహ్నాలు(టాలి మార్కులు) | విద్యార్థుల సంఖ్య |
|---|---|---|
| జిలేబి | ||||/ | 6 |
| గులాబ్ జామూన్ | ||||/|||| | 9 |
| లడ్డు | ||||/||||/||| | |
| బర్ఫీ | ||| | |
| రసగుల్లా | ||||/|| | |

❁ **పట్టిక 2 నుండి కింది వాటికి సమాధానం ఇవ్వండి.**

1. నీలేష్ సర్ సరైన సంఖ్యలో స్వీట్లు కొనుటకు సహాయపడటానికి పై పట్టికను పూర్తి చేయండి:

   ఎ. ఎంత మంది విద్యార్థులు జిలేబీని ఎంచుకున్నారు? ☐

   బి. బర్ఫీని ☐ విద్యార్థులు ఎంచుకున్నారు.

   సి. ఎంత మంది విద్యార్థులు లడ్డును ఎంచుకున్నారు? ☐

   డి. రసగుల్లాను ☐ విద్యార్థులు ఎంచుకున్నారు.

   ఇ. ఎంత మంది విద్యార్థులు గులాబ్ జామును ఎంచుకున్నారు? ☐

   నీలేష్ సర్ సిబ్బందిలో ఒకరిని పట్టికలో ఇచ్చిన విధంగా స్వీట్లు తీసుకురావాలని కోరారు. పై పట్టిక సరైన సంఖ్యలో స్వీట్లు కొనడానికి అతనికి సహాయపడింది.

2. పై పట్టిక ప్రతి రకమైన మిఠాయిని సరైన విద్యార్థికి పంపిణీ చేయడానికి సరిపోతుందా? వివరించండి. అది సరిపోకపోతే, ప్రత్యామ్నాయం ఏమిటి?

*దత్తాంశ సమూహంలో ఒక నిర్దిష్ట విలువ లేదా అంశం ఎన్నిసార్లు కనిపిస్తుందో ఆ సంఖ్యను పౌనఃపున్యం(ఫ్రీక్వెన్సీ) అంటారు.* 6, 9,.... మొదలైన సంఖ్యలు వరుసగా జిలేబీ, గులాబ్ జాము...ల *పౌనఃపున్యాలు* మరియు నీలేష్ సర్ తయారుచేసిన పట్టికను **పౌనఃపున్య విభాజన పట్టిక** అంటారు.

AP SCERT

❁ Sandhya madam asked her students about the sizes of the shoes they wear. She noted the data on the board.

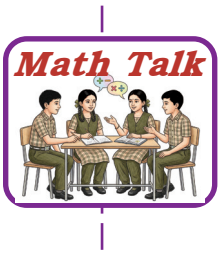
| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 3 | 4 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 |
| 5 | 5 | 4 | 5 | 6 | 4 | 3 | 5 | 6 |
| 4 | 6 | 4 | 5 | 7 | 5 | 6 | 4 | 5 |

She then arranged the shoe sizes of the students in ascending order —

3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7

❁ **Answer the following from the above ascending order:**

1. Help her to figure out the following:
   a. The largest shoe size in the class is _____.
   b. The smallest shoe size in the class is _____.
   c. There are _____ students who wear shoe size 5.
   d. There are _____ students who wear shoe sizes larger than 4.
2. How did arranging the data in ascending order help to answer these questions?
3. Are there other ways to arrange the data?






## Project Work-1

Collect and write the names of a few flowers you see around. You record the data and fill in the following table:

| Flower | No. of Flowers |
|---|---|
| Rose | |
| Jasmin | |
| … | |
| …. | |

a. Which type of flower was found in the greatest number?
b. Which type of flower was found in the smallest number?
c. Were there any two types of flowers found in the same numbers?

AP SCERT

❁ సంధ్య మేడమ్ తన విద్యార్థులను వారు ధరించే బూట్ల సైజుల గురించి అడిగారు. ఆమె దత్తాంశమును బోర్డుపై నమోదు చేశారు.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 3 | 4 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 |
| 5 | 5 | 4 | 5 | 6 | 4 | 3 | 5 | 6 |
| 4 | 6 | 4 | 5 | 7 | 5 | 6 | 4 | 5 |

తరువాత ఆమె విద్యార్థుల బూట్ల కొలతలను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చారు –

3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7

❁ **పైన పేర్కొన్న ఆరోహణ క్రమం నుంచి కింది వాటికి సమాధానం ఇవ్వండి:**

1. ఆమెకు ఈ క్రింది వాటిని గుర్తించడంలో సహాయపడండి:
   ఎ. తరగతిలో అతిపెద్ద బూటు కొలత _____.
   బి. తరగతిలో అతి చిన్న బూటు కొలత _____.
   సి. 5 కొలత గల బూటు ధరించే విద్యార్థులు _____ మంది ఉన్నారు.
   డి. 4 కంటే ఎక్కువ కొలతలు గల బూటు ధరించే విద్యార్థులు _____ మంది ఉన్నారు.
2. దత్తాంశమును ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చడం వల్ల ఈ ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వడానికి ఎలా సహాయపడింది?
3. దత్తాంశము(డేటా)ను అమర్చడానికి ఏవైనా ఇతర మార్గాలు ఉన్నాయా?






## ప్రాజెక్ట్ పని-1

మీ చుట్టూ మీరు చూసే కొన్ని పువ్వులు సేకరించి వాటి పేర్లు రాయండి. దత్తాంశమును నమోదు చేసి కింది పట్టికను పూరించండి:

| పువ్వులు | పువ్వుల సంఖ్య |
|---|---|
| రోజా | |
| మల్లె | |
| ... | |
| .... | |

ఎ. అత్యధిక సంఖ్యలో ఏ రకమైన పువ్వు కనుగొనబడింది?
బి. అతి తక్కువ సంఖ్యలో ఏ రకమైన పువ్వు కనుగొనబడింది?
సి. ఒకే సంఖ్యలో ఏవైనా రెండు రకాల పువ్వులు కనిపించాయా?

AP SCERT



# Project Work-2

Take a blank piece of paper and paste any small news item from a newspaper. Each student may use a different article. Now, prepare a table on the piece of paper as given below. Count the number of each of the letters 'c', 'e', 'i', 'r' and 'x' in the words of the news article, and fill in the table.

| Letter | c | e | i | r | x | Any other letter of your choice |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Number of times found in the news item | | | | | | |

a. The letter found the most number of times is _____.

b. The letter found the least number of times is _____.

c. List the five letters 'c', 'e', 'i', 'r', 'x' in ascending order of frequency. Now, compare the order of your list with that of your classmates. Is your order the same or nearly the same as theirs? (Almost everyone is likely to get the order 'x, c, r, i, e'.) Why do you think this is the case?

❁ **Example :** Anjali collected some data on the ways of transport used by students to go to school: walk, bus, auto, walk, auto, bus, walk, bicycle,walk, auto, bus, walk, bicycle, walk, walk, bicycle, bus, walk, bus, bus, walk, bicycle, walk, walk, tricycle, auto, bus, walk, auto, walk Prepare frequency distribution table for this data.

**Solution :** The frequency distribution table with tally marks for the above data:



| Transport | Tally Marks | Frequency |
|---|---|---|
| Walk | 𝍸 𝍸 \| \| \| | 13 |
| Bus | 𝍸 \| \| | 7 |
| Bicycle | \| \| \| \| | 4 |
| Auto | 𝍸 \| | 5 |
| Tricycle | \| | 1 |

AP SCERT



# ప్రాజెక్ట్ పని-2

ఒక ఖాళి కాగితం తీసుకుని వార్తాపత్రిక నుండి ఏదైనా చిన్న వార్తను అతికించండి. ప్రతి విద్యార్థి వేర్వేరు వార్తా కథనాల్ని ఉపయోగించవచ్చు. ఇప్పుడు, క్రింద ఇవ్వబడిన విధంగా కాగితంపై ఒక పట్టికను సిద్ధం చేయండి. వార్తా కథనంలోని పదాలలో 'c', 'e', 'i', 'r' మరియు 'x' అక్షరాల సంఖ్యను లెక్కించి, పట్టికను పూరించండి.

| అక్షరాలు | c | e | i | r | x | మీకు నచ్చిన ఏదైనా ఇతర అక్షరం |
|---|---|---|---|---|---|---|
| వార్తలలో ఎన్నిసార్లు కనుగొనబడ్డాయి | | | | | | |

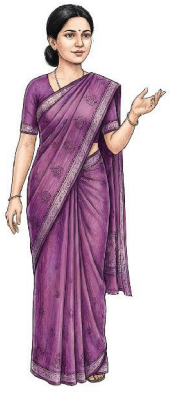
ఎ. అత్యధిక సార్లు కనుగొనబడిన అక్షరం _____.

బి. అతి తక్కువ సార్లు కనుగొనబడిన అక్షరం _____.

సి. 'c', 'e', 'i', 'r', 'x' అనే ఐదు అక్షరాలను వాటి పౌనఃపున్యాల ఆరోహణ క్రమంలో జాబితా(లిస్టు) చేయండి. ఇప్పుడు, మీ జాబితా క్రమాన్ని మీ క్లాస్‌మేట్స్ జాబితా క్రమంతో పోల్చండి. మీరు రాసిన క్రమం వారి క్రమం లాగానే ఉందా లేదా దాదాపుగా ఒకేలా ఉందా? (దాదాపు అందరికీ 'x, c, r, i, e' అనే క్రమం వచ్చే అవకాశం ఉంది.) ఇలా ఎందుకు అని మీరు అనుకుంటున్నారు?

❁ **ఉదాహరణ :** పాఠశాలకు చేరుకోవడానికి విద్యార్థులు ఉపయోగించే రవాణా మార్గాలపై అంజలి కొంత దత్తాంశమును సేకరించింది : నడక, బస్సు, ఆటో, నడక, ఆటో, బస్సు, నడక, సైకిల్, నడక, ఆటో, బస్సు, నడక, సైకిల్, నడక, నడక, సైకిల్, బస్సు, నడక, బస్సు, బస్సు, నడక, సైకిల్, నడక, నడక, ట్రైసైకిల్, ఆటో, బస్సు, నడక, ఆటో, నడక. ఈ దత్తాంశం కోసం పౌనఃపున్య విభజన పట్టికను సిద్ధం చేయండి.

**సమాధానం :** పైన పేర్కొన్న దత్తాంశమును గణన చిహ్నాల(టాలీ మార్కుల)తో పౌనఃపున్య విభజన పట్టికగా



| రవాణా మార్గాలు | గణన చిహ్నాలు | పౌనఃపున్యం |
|---|---|---|
| నడక | 𝍸 𝍸 \| \| \| | 13 |
| బస్సు | 𝍸 \| \| | 7 |
| సైకిలు | \| \| \| \| | 4 |
| ఆటో | 𝍸 | 5 |
| మూడు చక్రాల సైకిలు | \| | 1 |

AP SCERT



## Figure it Out - 4.1

1. Chinnu listed the various means of transport that passed across the road in front of his house from 9 a.m. to 10 a.m on a holiday:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| bike | car | bike | bus | bike | bike |
| bike | auto | bicycle | tricycle | bicycle | auto |
| car | scooter | car | auto | bicycle | bike |
| car | auto | bike | scooter | bike | car |
| bicycle | scooter | bicycle | scooter | bike | bus |
| auto | auto | bike | bicycle | bus | bike |
| bicycle | scooter | bus | scooter | auto | bike |
| scooter | bicycle | bike | tricycle | auto | scooter |
| car | scooter | | | | |

   a. Prepare a frequency distribution table for the data.
   b. Which means of transport was used the most?
   c. If you were there to collect this data, how could you do it? Write the steps or process.

2. Roll a die 15 times and record the number you obtain each time. Prepare a frequency distribution table using tally marks. Find the number that appeared:
   a. The minimum number of times.
   b. The maximum number of times.
   c. Find numbers that appeared an equal number of times.



3. Swapna prepared a frequency distribution table of data on the number of wickets taken by Jaspreet Bumrah in his last 30 matches.

| Wickets Taken | Number of Matches |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 1 | 4 |
| 2 | 6 |
| 3 | 8 |
| 4 | 3 |
| 5 | 5 |
| 6 | 1 |
| 7 | 1 |




AP SCERT



## ఆలోచించండి-చేయండి - 4.1

1. ఒక సెలవు రోజు చిన్ను ఉదయం 9 గంటల నుండి 10 గంటల వరకు తన ఇంటి ముందు రోడ్డు మీదుగా వెళ్ళే వివిధ రవాణా సాధనాలను జాబితా తయారుచేశాడు:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| బైక్ | కారు | బైక్ | బస్సు | బైక్ | బైక్ |
| బైక్ | ఆటో | సైకిల్ | త్రిచక్ర వాహనం | సైకిల్ | ఆటో |
| కారు | స్కూటర్ | కారు | ఆటో | సైకిల్ | బైక్ |
| కారు | ఆటో | బైక్ | స్కూటర్ | బైక్ | కారు |
| సైకిల్ | స్కూటర్ | సైకిల్ | స్కూటర్ | బైక్ | బస్సు |
| ఆటో | ఆటో | బైక్ | సైకిల్ | బస్సు | బైక్ |
| సైకిల్ | స్కూటర్ | బస్సు | స్కూటర్ | ఆటో | బైక్ |
| స్కూటర్ | సైకిల్ | బైక్ | త్రిచక్ర వాహనం | ఆటో | స్కూటర్ |
| కారు | స్కూటర్ | | | | |

ఎ. పై దత్తాంశముకి పౌనఃపున్య విభజన పట్టికను సిద్ధం చేయండి.

బి. ఏ రవాణా సాధనాన్ని ఎక్కువగా ఉపయోగించారు?

సి. ఈ దత్తాంశమును సేకరించడానికి మీరు అక్కడ ఉంటే, మీరు దానిని ఎలా చేయగలరు? సోపానక్రమం లేదా ప్రక్రియను వ్రాయండి.

2. ఒక పాచికను 15 సార్లు వేసి, ప్రతిసారీ మీరు పొందిన సంఖ్యను నమోదు చేయండి. టాలీ మార్కులను ఉపయోగించి పౌనఃపున్య విభజన పట్టికను సిద్ధం చేయండి. కనిపించిన సంఖ్యను కనుగొనండి.



ఎ. కనిష్టంగా

బి. గరిష్టంగా

సి. సమాన సంఖ్యలలో కనిపించిన సంఖ్యలను కనుగొనండి.

3. జస్‌ప్రీత్ బుమ్రా తన గత 30 మ్యాచ్‌లలో ఎన్ని వికెట్లు తీసుకున్నాడనే దత్తాంశముతో కూడిన పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికను స్వప్న ఇలా తయారు చేసింది:

| తీసుకున్న వికెట్లు | మ్యాచ్‌ల సంఖ్య |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 1 | 4 |
| 2 | 6 |
| 3 | 8 |
| 4 | 3 |
| 5 | 5 |
| 6 | 1 |
| 7 | 1 |




AP SCERT

a. What information is this table giving?
b. What may be the title of this table?
c. What caught your attention in this table?
d. In how many matches has Bumrah taken 4 wickets?
e. Siva says, "If we want to know the total number of wickets he has taken in his last 30 matches, we have to add the numbers 0, 1, 2, 3 …, up to 7."
Can Siva get the total number of wickets taken in this way? Give Reason.
f. How would you correctly figure out the total number of wickets taken by Bumrah in his last 30 matches, using this table?

**Note to Teacher**

Provide more opportunities to collect and organise data. Ask students to guess what is the most popular colour, game, toy, school subject, etc., amongst the students in their classroom and then collect the data for it. It can be a fun activity in which they also learn about their classmates. Discuss how they can organise the data in different ways, each way having its own advantages and limitations. For all these tasks and the tasks under 'Figure it Out', discuss the tasks with the children and let them understand the tasks, and then let them plan and present their research processes and conclusions in the class.

AP SCERT

## 4.2 Pictographs

Pictographs are one visual and suggestive way to represent data without writing any numbers. Look at this picture — you may be familiar with it from previous classes.

| Modes of Travelling | Number of Students (1 Student = ☺) |
|---|---|
| Private Car | ☺ ☺ ☺ ☺ |
| Public Bus | ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ |
| School Bus | ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ |
| Cycle | ☺ ☺ ☺ |
| Walking | ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ |

This picture helps you understand at a glance the different modes of travel used by students. Based on this picture, answer the following questions:

ఎ. ఈ పట్టిక ఏ సమాచారాన్ని అందిస్తుంది?

బి. ఈ పట్టిక యొక్క శీర్షిక ఏమిటి?

సి. ఈ పట్టికలో మీ దృష్టిని ఆకర్షించినది ఏమిటి?

డి. బుమ్రా ఎన్ని మ్యాచ్‌లలో 4 వికెట్లు తీసుకున్నాడు?

ఇ. శివ ఇలా అన్నాడు, "అతను తన చివరి 30 మ్యాచ్‌లలో తీసిన మొత్తం వికెట్ల సంఖ్యను తెలుసుకోవాలంటే, మనం 0, 1, 2, 3 ... 7 సంఖ్యలను కూడాలి. ఈ విధంగా శివ, బుమ్రా తీసుకున్న మొత్తం వికెట్ల సంఖ్యను పొందగలడా? కారణం తెలపండి.

ఎఫ్. ఈ పట్టికను ఉపయోగించి బుమ్రా తన చివరి 30 మ్యాచ్‌లలో తీసుకున్న మొత్తం వికెట్ల సంఖ్యను మీరు ఎలా సరిగ్గా కనుగొంటారు?

**ఉపాధ్యాయులకు గమనిక**

దత్తాంశమును సేకరించడానికి మరియు నిర్వహించడానికి మరిన్ని అవకాశాలను కల్పించండి. విద్యార్థులను వారి తరగతి గదిలోని అత్యధిక విద్యార్థులు ఇష్టపడే రంగు, ఆట, బొమ్మ, పాఠశాల సబ్జెక్టు మొదలైనవాటిని ఊహించమని అడగండి మరియు దాని కోసం దత్తాంశమును సేకరించమనండి. ఇది ఒక ఆహ్లాదకరమైన కార్యకలాపం కావచ్చు, దీనిలో వారు తమ సహవిద్యార్థుల గురించి కూడా నేర్చుకుంటారు.

వారు దత్తాంశమును వివిధ మార్గాల్లో ఎలా నిర్వహించవచ్చో చర్చిస్తారు, ప్రతి దత్తాంశ నిర్వహణకు దాని స్వంత ప్రయోజనాలు మరియు పరిమితులు ఉన్నాయి. ఈ నిర్వహణలలో గల క్లిష్టతలపై విద్యార్థులతో చర్చించి వాటి పరిష్కారాలను కనుగొననివ్వండి. తరగతిలో వారి పరిశోధన ప్రక్రియలు మరియు తీర్మానాలను ప్లాన్ చేసి ప్రదర్శించనివ్వండి.

## 4.2. పటచిత్రాలు

పటచిత్రాలు (పిక్టోగ్రాఫ్‌లు) అనేవి ఎటువంటి సంఖ్యలను వ్రాయకుండా దత్తాంశమును సూచించడానికి ఉపయోగించే ఒక దృశ్యమాన మరియు సూచనాత్మక మార్గం. ఈ చిత్రాన్ని చూడండి — మీరు క్రింది తరగతులలో దీని పరిచయం కలిగి ఉండవచ్చు.

| ప్రయాణ సాధనాలు | విద్యార్థులసంఖ్య | 1 విద్యార్థి = ☺ |
|---|---|---|
| ప్రైవేటుకారు | ☺ ☺ ☺ ☺ | |
| పబ్లిక్ బస్సు | ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ | |
| స్కూల్ బస్సు | ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ | |
| సైకిలు | ☺ ☺ ☺ | |
| నడక | ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ | |

విద్యార్థులు ఉపయోగించే వివిధ ప్రయాణ విధానాలను ఒక్క సారి చూసి అర్థం చేసుకోవడానికి ఈ చిత్రం మీకు సహాయపడుతుంది. ఈ చిత్రం ఆధారంగా, ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:

AP SCERT

- Which mode of travel is used by the most number of students?
- Which mode of travel is used by the least number of students?

*A pictograph represents data through pictures of objects. It helps answer questions about data with just a quick glance.*

In the above pictograph, one unit or symbol (☺) is used to represent one student. There are also other pictographs where one unit or symbol stands for many people or objects.

❁ **Example :** Nanda Kishore collected responses from the children of his school regarding how often they slept at least 9 hours during the night. He prepared a pictograph from the data:

| Response | Number of Children ( ▲ = 10 Children) |
|---|---|
| Always | ▲▲▲▲▲ |
| Sometimes | ▲▲◢ |
| Never | ▲▲▲▲ |

AP SCERT

**Answer the following questions using the pictograph.**

1. What is the number of children who always slept at least 9 hours at night?
2. How many children sometimes slept at least 9 hours at night?
3. How many children always slept less than 9 hours each night? Explain how you got your answer.

**Solutions:**

1. In the table, there are 5 pictures ▲ for 'Always'. Each picture ▲ represents 10 children. Therefore, 5 pictures indicate 5 × 10 = 50 children.
2. There are 2 complete pictures ▲ (2 × 10 = 20) and a half picture ◢ (half of 10 = 5). Therefore, the number of children who sleep at least 9 hours only sometimes is 20 + 5 = 25.

- ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు ఏ ప్రయాణ విధానాన్ని ఉపయోగిస్తారు?
- తక్కువ మంది విద్యార్థులు ఏ ప్రయాణ విధానాన్ని ఉపయోగిస్తారు?

*పటచిత్రం వస్తువుల చిత్రాల ద్వారా దత్తాంశమును సూచిస్తుంది. ఇది దత్తాంశం గురించిన ప్రశ్నలకు త్వరగా చూసి సమాధానం ఇవ్వడానికి సహాయపడుతుంది.*

పైన పేర్కొన్న పటచిత్రంలో, ఒక విద్యార్థిని సూచించడానికి ఒక యూనిట్ లేదా చిహ్నం ఉపయోగించబడుతుంది. ఒక యూనిట్ లేదా చిహ్నం అనేక మంది వ్యక్తులు లేదా వస్తువులను సూచించే ఇతర పటచిత్రాలు కూడా ఉన్నాయి.

❁ **ఉదాహరణ :** నంద కిషోర్ "తన పాఠశాల విద్యార్థులు ఎంత తరచుగా రాత్రిపూట కనీసం 9 గంటలు నిద్రపోయారనే దాని గురించి" వారి ప్రతిస్పందనలను సేకరించాడు. అతను ఆ దత్తాంశం నుండి ఒక పటచిత్రాన్ని సిద్ధం చేశాడు:

| ప్రతిస్పందన | విద్యార్థుల సంఖ్య ( = 10 మంది విద్యార్థులు) |
|---|---|
| ఎల్లప్పుడూ | |
| కొన్నిసార్లు | |
| ఎప్పుడూ లేదు | |

AP SCERT

**పటచిత్రాన్ని ఉపయోగించి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి.**

1. ఎల్లప్పుడూ, రాత్రిపూట కనీసం 9 గంటలు నిద్రపోయే పిల్లల సంఖ్య ఎంత?
2. కనీసం 9 గంటలు కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిద్రపోయే పిల్లల సంఖ్య ఎంత?
3. ప్రతి రోజు ఎంత మంది పిల్లలు 9 గంటల కంటే తక్కువ నిద్రపోయేవారున్నారు? మీరు మీ సమాధానం ఎలా పొందారో వివరించండి.

**సమాధానాలు:**

1. పట్టికలో, 'ఎల్లప్పుడూ' కోసం 5 చిత్రాలు ఉన్నాయి. ప్రతి చిత్రం 10 మంది పిల్లలను సూచిస్తుంది. అందువల్ల, 5 చిత్రాలు 5 × 10 = 50 మంది పిల్లలను సూచిస్తాయి.
2. రెండు పూర్తి చిత్రాలు (2 × 10 = 20) మరియు సగం చిత్రం (10 లో సగం = 5) ఉన్నాయి. అందువల్ల,కనీసం 9 గంటలు మాత్రమే కొన్నిసార్లు నిద్రపోయే పిల్లల సంఖ్య 20 + 5 = 25.

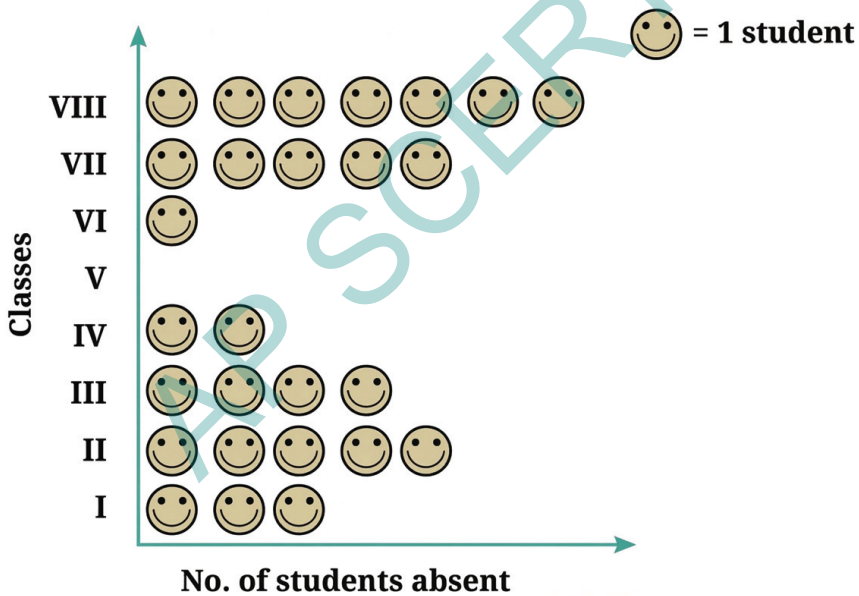
3. There are 4 complete pictures for 'Never'. Hence, 4 × 10 = 40 children never sleep at least 9 hours in a night, i.e., they always sleep less than 9 hours.

## 4.2.1. Drawing a Pictograph

One day, Vijay collected data on how many students were absent in each class:

| Class | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| No. of students | 3 | 5 | 4 | 2 | 0 | 1 | 5 | 7 |

He created a pictograph to present this data and decided to show 1 student as ☺ in the pictograph.




**Pictograph-1**

Meanwhile, his friends Fhiredouse and Sangita collected data on how many students were present in each class:

| Class | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| No. of students | 30 | 35 | 20 | 25 | 30 | 25 | 30 | 20 |

© SCERT

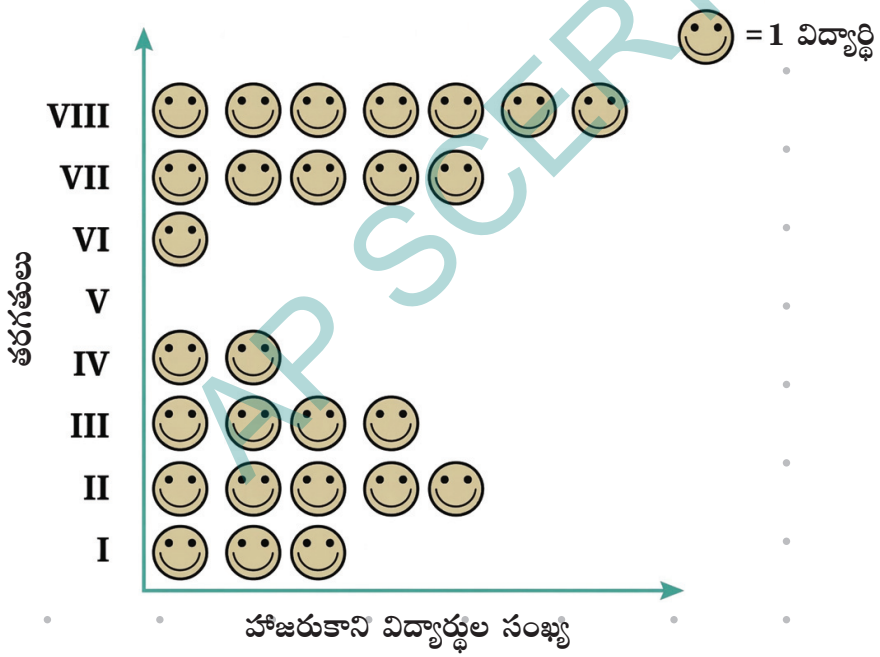
3. 'ఎప్పుడూలేదు' కోసం 4 పూర్తి చిత్రాలు ఉన్నాయి. అందువల్ల, 4 × 10 = 40 మంది పిల్లలు రాత్రిపూట కనీసం 9 గంటలు నిద్రపోరు, అంటే, వారు ఎల్లప్పుడూ 9 గంటల కంటే తక్కువ నిద్రపోతారు.

### 4.2.1. పటచిత్రం గీయడం

ఒక రోజు, విజయ్ ప్రతి తరగతిలో ఎంత మంది విద్యార్థులు గైర్హాజరయ్యారో దత్తాంశమును సేకరించాడు:

| తరగతి | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| విద్యార్థుల సంఖ్య | 3 | 5 | 4 | 2 | 0 | 1 | 5 | 7 |

ఈ దత్తాంశమును సూచించడానికి అతను పటచిత్రం.1 ను రూపొందించాడు మరియు పటచిత్రంలో ఉన్నట్లుగా 1 విద్యార్థిని ☺ గా చూపించాలని నిర్ణయించుకున్నాడు.



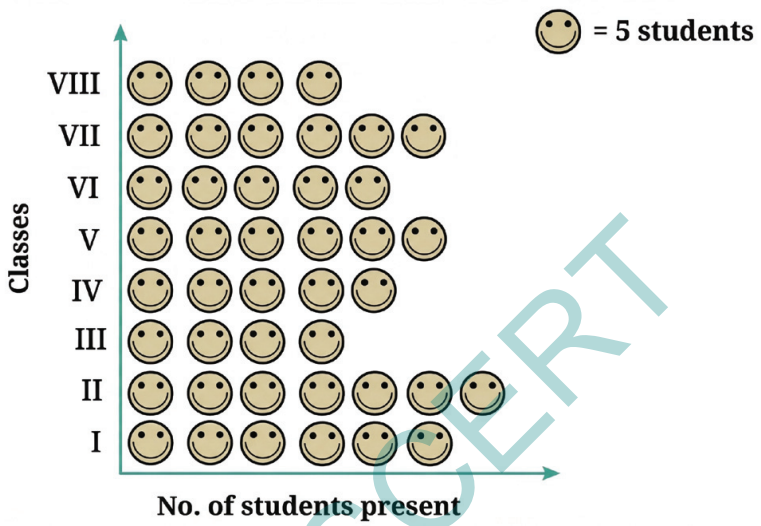

పటచిత్రం-1

ఇంతలో, అతని స్నేహితులు ఫిర్దౌస్ మరియు సంగీత ప్రతి తరగతిలో ఎంత మంది విద్యార్థులు హాజరైనారనే దానిపై దత్తాంశమును సేకరించారు:

| తరగతి | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| విద్యార్థుల సంఖ్య | 30 | 35 | 20 | 25 | 30 | 25 | 30 | 20 |

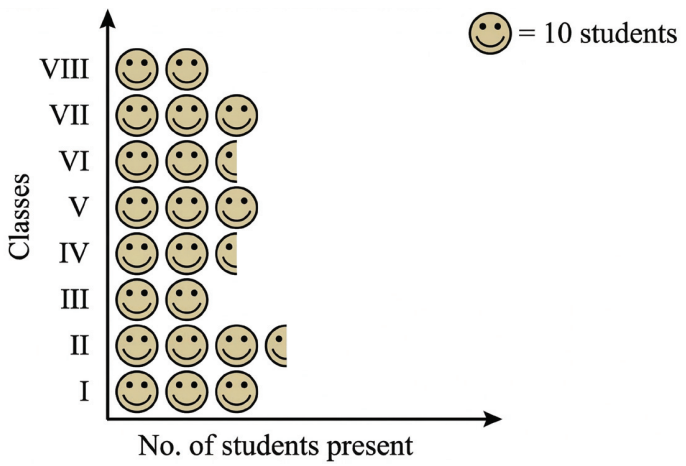
AP SCERT

- If they want to show their data through a pictograph, where they also use one symbol for each student, as Vijay did, what are the challenges they might face? Fhirdhouse made a plan to address this - since there were many students, she decided to use to represent 5 students. She figured students, she decided to use that would save time and space too. Her pictograph.2 is as follows:




**Pictograph-2**

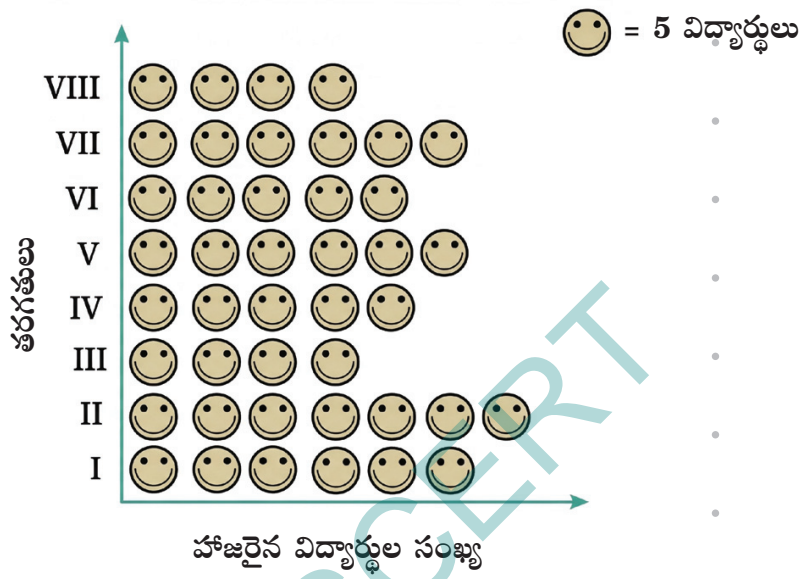
Sangita decided to use one to represent 10 students instead. Since she used one to show 10 students, she had a problem in showing 25 students and 35 students in the pictograph. Then, she realised she could use to show 5 students. and her pictograph. 3 is as follows:




**Pictograph-3**

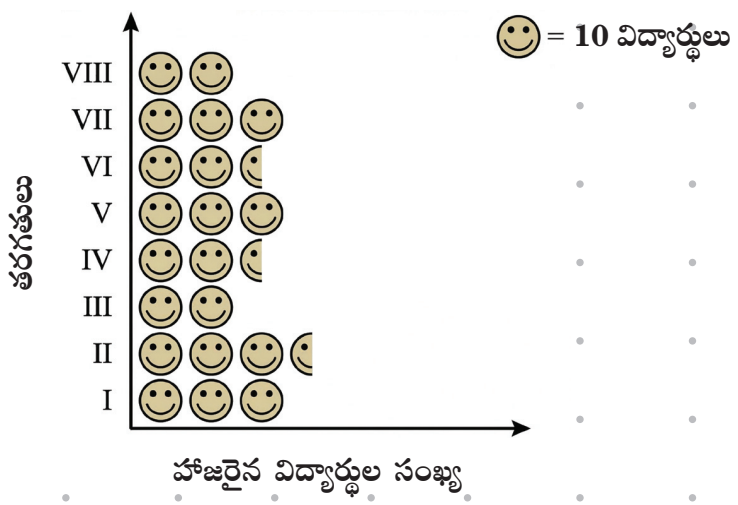
AP SCERT

❁ వారు తమ దత్తాంశమును పిక్టోగ్రాఫ్ (పటచిత్రము) ద్వారా చూపించాలనుకుంటే, విజయ్ చేసినట్లుగా ప్రతి విద్యార్థికి ఒక ☺ చిహ్నాన్ని కూడా ఉపయోగిస్తారు, అయితే వారు ఎదుర్కొనే సవాళ్లు ఏమిటి? ఫిర్దౌస్ దీనిని పరిష్కరించడానికి ఒక ప్రణాళిక వేసింది – చాలా మంది విద్యార్థులు ఉన్నందున, ఆమె 5 మంది విద్యార్థులను సూచించడానికి ☺ చిహ్నాన్ని ఉపయోగించాలని నిర్ణయించుకుంది. అది సమయం మరియు స్థలాన్ని కూడా ఆదా చేస్తుందని ఆమె భావించింది. ఆమె పట చిత్రం.2 ని దిగువన ఇవ్వబడింది.




పటచిత్రం-2

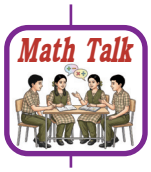
సంగీత ఒక 🙂 గుర్తును 10 మంది విద్యార్థులను సూచించడానికి నిర్ణయించింది. ఒక 🙂 గుర్తు 10 మందిని చూపించడానికి ఉపయోగించినందున, 25 మంది మరియు 35 మంది విద్యార్థులను పటచిత్రం.3లో చూపడంలో ఆమెకు సమస్య ఎదురైంది. ఆ తర్వాత, ఆమె 🙂 గుర్తును 5 మందిని చూపించడానికి ఉపయోగించవచ్చని గ్రహించింది.




పటచిత్రం-3

AP SCERT

- What could be the problems faced in preparing such a pictograph, if the total number of students present in a class is 33 or 27?




**Pictographs** are a nice visual and suggestive way to represent data. They represent data through pictures of objects.

- Pictographs can help in answering the questions and make inferences about data with just a quick glance (in the examples above— about favourite games, favourite colours, most common modes of conveyance, number of students absent, etc.).
- By reading a pictograph, we can quickly understand the frequencies of the different categories (for example, cricket, hockey, etc.) and the comparisons of these frequencies.
- In a pictograph, the categories can be arranged horizontlly or vertically. For each category, simple pictures and symbols are then drawn in the designated columns or rows according to the frequency of that category.
- A scale or key (for example, 🙂: 1 student or 🙂: 5 students) is added to show what each symbol or picture represents. Each symbol or picture can represent one unit or multiple units.
- It can be more challenging to prepare a pictograph when the amount of data is large or when the frequencies are not exact multiples of the scale or key.

AP SCERT



## Figure it Out - 4.2

1. The following pictograph shows the number of books borrowed by students, in a week, from the library of a high School,

| Day | Number of Books Borrowed ( 📖 = 1 Book) |
|---|---|
| Monday | 📖 📖 📖 📖 📖 |
| Tuesday | 📖 📖 📖 📖 |
| Wednesday | 📖 📖 |
| Thursday | |
| Friday | 📖 📖 📖 📖 📖 |
| Saturday | 📖 📖 📖 📖 📖 📖 📖 📖 |

❁ ఒక తరగతిలో హాజరైన మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య 33 లేదా 27 అయితే, అటువంటి పటచిత్రాన్ని తయారు చేయడంలో ఎదుర్కొనే సమస్యలు ఏమిటి?




పటచిత్రాలు దత్తాంశమును సూచించడానికి ఒక చక్కని దృశ్యమాన మరియు సూచనాత్మక మార్గం. అవి వస్తువుల చిత్రాల ద్వారా దత్తాంశమును సూచిస్తాయి.

- పటచిత్రాలు ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వడానికి మరియు దత్తాంశం గురించి తర్వగా అంచనా వేయడానికి సహాయపడతాయి (పై ఉదాహరణలలో – ఇష్టమైన ఆటలు, ఇష్టమైన రంగులు, రవాణా యొక్క అత్యంత సాధారణ పద్ధతులు, హాజరుకాని విద్యార్థుల సంఖ్య మొదలైనవి).
- పటచిత్రాలు చదవడం ద్వారా, వివిధ అంశాల (ఉదాహరణకు, క్రికెట్, హాకీ, మొదలైనవి) పౌనఃపున్యాలను మరియు ఈ పౌనఃపున్యాల పోలికలను మనం త్వరగా అర్థం చేసుకోవచ్చు.
- పటచిత్రాలలో, అంశాలను క్షితిజ సమాంతరంగా లేదా నిలువుగా అమర్చవచ్చు. ప్రతి అంశానికి, ఆ అంశం యొక్క పౌనఃపున్య ప్రకారం నియమించబడిన నిలువు వరుసలు లేదా అడ్డు వరుసలలో సాధారణ చిత్రాలు మరియు చిహ్నాలు గీస్తారు.
- ప్రతి చిహ్నం లేదా చిత్రం దేనిని సూచిస్తుందో చూపించడానికి ఒక స్కేల్ లేదా సూచిక (ఉదాహరణకు, 🙂 : 1 విద్యార్థి లేదా 🙂 : 5 విద్యార్థులు) జోడించబడుతుంది. ప్రతి చిహ్నం లేదా చిత్రం ఒక యూనిట్ లేదా బహుళ యూనిట్లను సూచించవచ్చు.
- దత్తాంశం మొత్తం పెద్దగా ఉన్నప్పుడు లేదా పౌనఃపున్యాలు స్కేల్ లేదా సూచిక యొక్క ఖచ్చితమైన గుణిజాలు కానప్పుడు పటచిత్రాలను సిద్ధం చేయడం మరింత సవాలుగా ఉంటుంది.



## ఆలోచించండి–చేయండి – 4.2

1. కింది పట్టిక ఒక ఉన్నత పాఠశాల గ్రంథాలయం నుండి ఒక వారంలో విద్యార్థులు ఎన్ని పుస్తకాలు అరువు తెచ్చుకున్నారో చూపిస్తుంది

| రోజు | తెచ్చుకున్న పుస్తకాల సంఖ్య (📖 = 1 పుస్తకం) |
|---|---|
| సోమవారం | 📖📖📖📖📖 |
| మంగళవారం | 📖📖📖📖 |
| బుధవారం | 📖📖 |
| గురువారం | |
| శుక్రవారం | 📖📖📖📖📖 |
| శనివారం | 📖📖📖📖📖📖📖📖 |

AP SCERT

a. On which day were the minimum number of books borrowed?

b. What was the total number of books borrowed during the week?

c. On which day were the maximum number of books borrowed? What may be the possible reason?

2. Anil sells kites in Gandhi street. Six shopkeepers from nearby villages come to purchase kites from him. The number of kites he sold to these six shopkeepers are given below -

| Shopkeeper | Number of Kites Sold |
|---|---|
| Chandu | 250 |
| Rani | 300 |
| Rukhsana | 100 |
| Arjun | 450 |
| Mary | 250 |
| Poonam | 700 |



AP SCERT

Prepare a pictograph using the symbol  to represent 100 kites.

Answer the following questions:

a. How many symbols represent the kites that Rani purchased?

b. Who purchased the maximum number of kites?

c. Who purchased more kites, Arjun or Chandu?

d. Rukhsana says Poonam purchased more than double the number of kites that Rani purchased. Is she correct? Why?

ఎ. ఏ రోజున తక్కువ పుస్తకాలు తీసుకున్నారు?

బి. వారంలో తీసుకున్న మొత్తం పుస్తకాల సంఖ్య ఎంత?

సి. ఏ రోజున గరిష్టంగా పుస్తకాలు తీసుకున్నారు? కారణం ఏమిటి?

2. అనిల్, గాంధీ వీధిలో గాలిపటాలు అమ్ముతాడు. సమీప గ్రామాల నుండి ఆరుగురు దుకాణదారులు అతని నుండి గాలిపటాలు కొనడానికి వస్తారు. ఈ ఆరుగురు దుకాణదారులకు అతను విక్రయించిన గాలిపటాల సంఖ్య క్రింద ఇవ్వబడింది –

| దుకాణదారులు | విక్రయించిన గాలిపటాల సంఖ్య |
|---|---|
| చందు | 250 |
| రాణి | 300 |
| రుక్సానా | 100 |
| అర్జున్ | 450 |
| మేరీ | 250 |
| పూనమ్ | 700 |



100 గాలిపటాలను సూచించడానికి  చిహ్నాన్ని ఉపయోగించి పటచిత్రాన్ని సిద్ధం చేయండి. ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:

ఎ. రాణి కొనుగోలు చేసిన గాలిపటాలను ఎన్ని చిహ్నాలు సూచిస్తాయి?

బి. గరిష్ట సంఖ్యలో గాలిపటాలను ఎవరు కొనుగోలు చేశారు?

సి. అర్జున్ లేదా చందులలో ఎవరు ఎక్కువ గాలిపటాలను కొనుగోలు చేశారు?

డి. రాణి కొనుగోలు చేసిన గాలిపటాల కంటే పూనమ్ రెండింతలు ఎక్కువ కొనుగోలు చేసిందని రుక్సానా చెప్పింది. ఆమె చెప్పింది సరైనదేనా? ఎందుకు?

AP SCERT

3. The following pictograph shows the number of tractors in the five different villages:

| Villages | Number of Tractors ( = 1 Tractor ) |
|---|---|
| Village A | |
| Village B | |
| Village C | |
| Village D | |
| Village E | |

Observe the pictograph and answer the following questions—

a. Which village has the least number of tractors?

b. Which village has the most number of tractors?

c. How many more tractors does Village C have than Village B?

d. Kamala says, "Village D has half the number of tractors as Village E." Is she right?

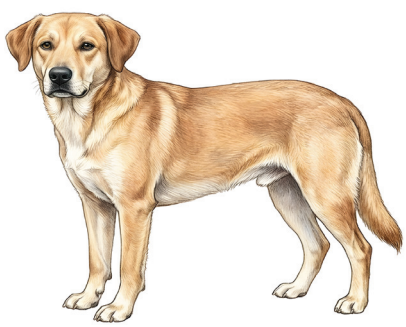
4. Indian Pariah dogs (a type of breed of Indian dogs) are largely found in Tirupati district. The government took an initiative to protect this breed by providing support to those who adopted these dogs. Due to this initiative, the number of these dogs increased. The number of dogs in six villages of the district are as follows -

Village A : 18, Village B : 36, Village C : 12, Village D : 48, Village E : 18, Village F : 24

Prepare a pictograph and answer the following questions:

a. What will be a useful scale or key to draw this pictograph?

b. How many symbols will you use to represent the dogs in Village B?



AP SCERT

3. కింది పటచిత్రం ఐదు వేర్వేరు గ్రామాలలోని ట్రాక్టర్ల సంఖ్యను చూపిస్తుంది:

| గ్రామాలు | ట్రాక్టర్ల సంఖ్య ( = 1 ట్రాక్టర్) |
|---|---|
| గ్రామం A | |
| గ్రామం B | |
| గ్రామం C | |
| గ్రామం D | |
| గ్రామం E | |

పటచిత్రం గమనించి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి–

ఎ. ఏ గ్రామంలో అతి తక్కువ సంఖ్యలో ట్రాక్టర్లు ఉన్నాయి?

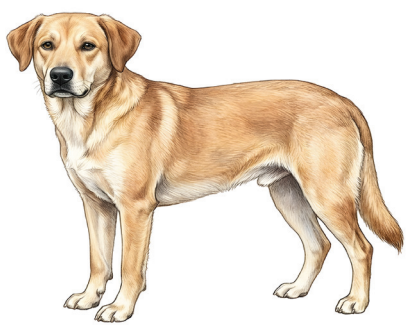
బి. ఏ గ్రామంలో ఎక్కువ ట్రాక్టర్లు ఉన్నాయి?

సి. గ్రామం B కంటే గ్రామం C లో ఎన్ని ఎక్కువ ట్రాక్టర్లు ఉన్నాయి?

డి. కమల, "గ్రామం D లో, గ్రామం E లో ఉన్న ట్రాక్టర్లలో సగం ఉన్నాయి" అని చెప్పింది. ఆమె చెప్పింది నిజమేనా?

4. ఇండియన్ పరియా కుక్కలు (భారతీయ కుక్కల జాతి రకం) తిరుపతి జిల్లాలో ఎక్కువగా కనిపిస్తాయి. ఈ కుక్కలను దత్తత తీసుకున్న వారికి మద్దతు ఇవ్వడం ద్వారా ప్రభుత్వం ఈ జాతిని రక్షించడానికి చొరవ తీసుకుంది. ఈ చొరవ కారణంగా, ఈ కుక్కల సంఖ్య పెరిగింది. జిల్లాలోని ఆరు గ్రామాలలో కుక్కల సంఖ్య ఈ క్రింది విధంగా ఉంది –

గ్రామం A : 18, గ్రామం B : 36, గ్రామం C : 12, గ్రామం D : 48,
గ్రామం E : 18, గ్రామం F : 24



పటచిత్రం తయారు చేసి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:

ఎ. ఈ పటచిత్రం గీయడానికి ఉపయోగకరమైన స్కేల్ లేదా సూచిక ఏమిటి?

బి. గ్రామం B లోని కుక్కలను సూచించడానికి మీరు ఎన్ని చిహ్నాలను ఉపయోగిస్తారు?

AP SCERT

c. Harika said that the number of these dogs in Village B and Village D together will be more than the number of these dogs in the other 4 villages. Is she right? Give reasons for your response.

5. The number of girl students in each class of a school is depicted by the pictograph:

| Classes | Number of Girl Students ( icon = 4 Girls ) |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |
| 7 | |
| 8 | |

AP SCERT

Observe this pictograph and answer the following questions:

a. Which class has the least number of girl students?

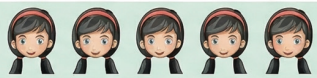
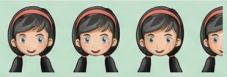
b. What is the difference between the number of girls in Classs 5 and 6?

c. If two more girls were admitted in Class 2, how would the graph change?

d. How many girls are there in Class 7?

సి. గ్రామం B మరియు గ్రామం D లోని ఈ కుక్కల సంఖ్య మిగిలిన 4 గ్రామాలలోని ఈ కుక్కల సంఖ్య కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందని హరిక చెప్పింది. ఆమె చెప్పింది సరైనదేనా? మీ ప్రతిస్పందనకు కారణాలు తెలియజేయండి.

5. ఒక పాఠశాలలోని ప్రతి తరగతిలోని బాలికల సంఖ్య పటచిత్రం ద్వారా చూపబడింది:

| తరగతి | బాలికల సంఖ్య (  = 4 బాలికలు ) |
|---|---|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |

AP SCERT

ఈ పటచిత్రాన్ని గమనించి ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:

ఎ. ఏ తరగతిలో అతి తక్కువ మంది బాలికలు ఉన్నారు?

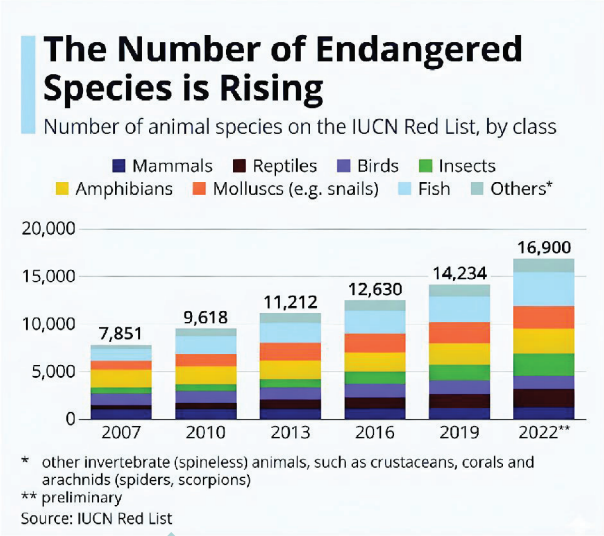
బి. 5 మరియు 6 తరగతులలో బాలికల సంఖ్య మధ్య తేడా ఏమిటి?

సి. 2వ తరగతిలో మరో ఇద్దరు బాలికలను చేర్చుకుంటే, గ్రాఫ్ ఎలా మారుతుంది?

డి. 7వ తరగతిలో ఎంత మంది బాలికలు ఉన్నారు?

## 4.3 Bar Graphs

Have you seen graphs like this on TV or in a newspaper?

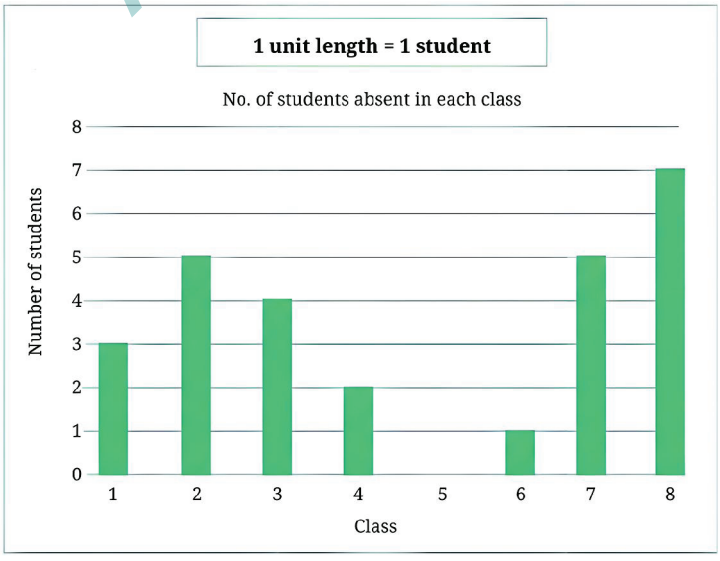



Like pictographs, such bar graphs can help us to quickly understand and interpret information, such as the highest value, the comparison of values of different categories, etc. However, when the amount of data is large, presenting it by a pictograph is not only time consuming but at times difficult too. Let us see how data can be presented instead using a bar graph.

Let's take the data collected by Vijay earlier, regarding the number of students absent on one day in each class:

| Class | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| No. of students | 3 | 5 | 4 | 2 | 0 | 1 | 5 | 7 |

He presented the same data using a bar graph-1



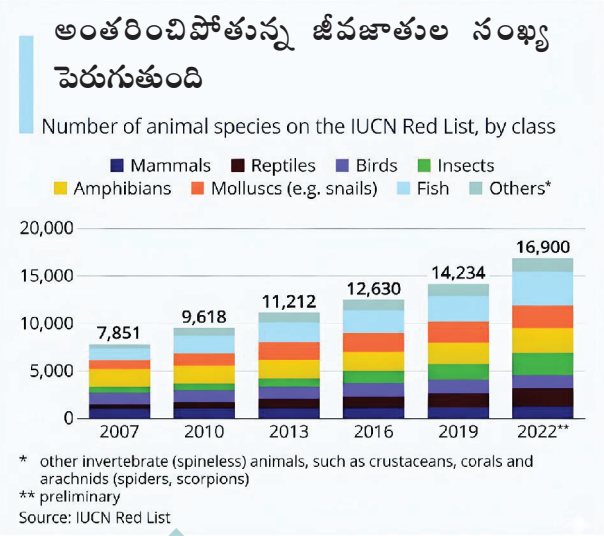

**Bar Graph-1**

AP SCERT

## 4.3 బార్ గ్రాఫ్‌లు (కమ్మీరేఖా చిత్రాలు)

మీరు టీవీలో లేదా వార్తాపత్రికలో ఇలాంటి రేఖాచిత్రాలను చూశారా?

పటచిత్రాల మాదిరిగానే, ఇటువంటి బార్ గ్రాఫ్‌లు అత్యధిక విలువ, వివిధ అంశాల విలువల పోలిక మొదలైన సమాచారాన్ని త్వరగా అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు వివరణ ఇవ్వడానికి మనకు సహాయపడతాయి. అయితే, దత్తాంశం మొత్తం పెద్దగా ఉన్నప్పుడు, దానిని పటచిత్రం ద్వారా ప్రదర్శించడం ఎక్కువ సమయం తీసుకోవడం మాత్రమే కాకుండా కొన్నిసార్లు గీయడం కూడా కష్టం.

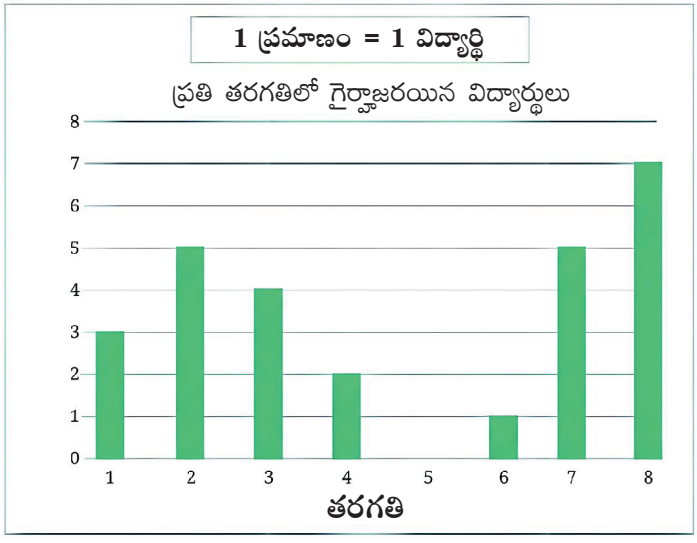



కమ్మీరేఖా చిత్రాలు ఉపయోగించి దత్తాంశమును ఎలా ప్రదర్శించవచ్చో చూద్దాం.

ప్రతి తరగతిలో ఒక రోజు గైర్హాజరైన విద్యార్థుల సంఖ్యకు సంబంధించి విజయ్ ముందుగా సేకరించిన దత్తాంశమును తీసుకుందాం:

| తరగతి | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| విద్యార్థుల సంఖ్య | 3 | 5 | 4 | 2 | 0 | 1 | 5 | 7 |

అతను అదే దత్తాంశమును బార్ గ్రాఫ్-1 ఉపయోగించి ప్రదర్శించాడు.




బార్ గ్రాఫ్-1

AP SCERT

**Note to Teachers**

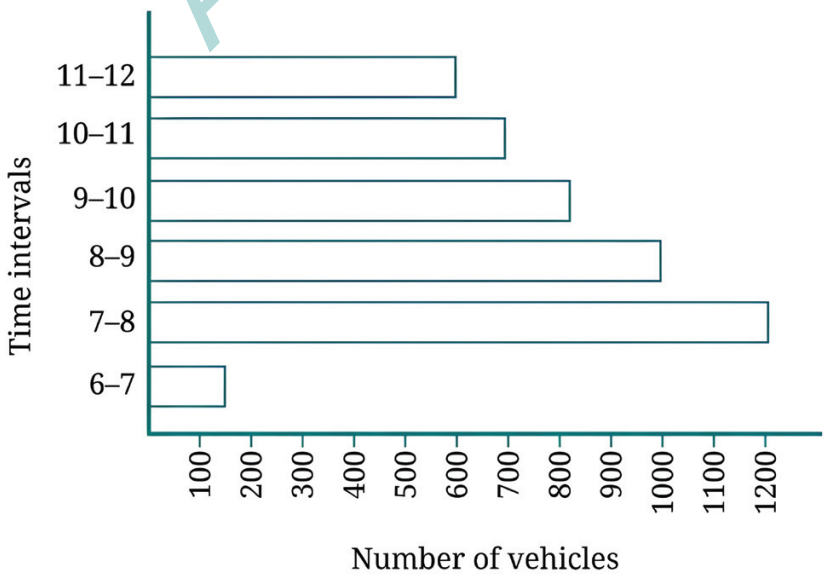
If the students have not noticed, please point out the equally spaced horizontal lines. Explain that this means each pair of consecutive numbers on the left has the same gap.

- Answer the following questions using the bar graph :

  1. In Class 2, _____ students were absent that day.
  2. In which class were the maximum number of students absent?
  3. Which class had full attendance that day?

- When making bar graphs, bars of uniform width can be drawn horizontally or vertically with equal spacing between them; then the length or height of each bar represents the given number. As we saw in pictographs, we can use a scale or key when the frequencies are larger.

  Let us look at an example of vehicular traffic at a busy road crossing in Amaravathi, which was studied by the traffic police on a particular day. The number of vehicles passing through the crossing each hour from 6 a.m. to 12:00 noon is shown in the bar graph.2. One unit of length stands for 100 vehicles.




**Bar Graph-2**

AP SCERT

**ఉపాధ్యాయులకు గమనిక**

విద్యార్థులు గమనించకపోతే, దయచేసి సమాన దూరంలో ఉన్న క్షితిజ సమాంతర రేఖలను చూడమని చెప్పండి. దీని అర్థం ప్రక్కప్రక్కనే ఉన్న రెండు వరుస సంఖ్యల జతకు ఒకే అంతరం ఉంటుందని వివరించండి.

- కమ్మీ రేఖాచిత్రం-1ని ఉపయోగించి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి.

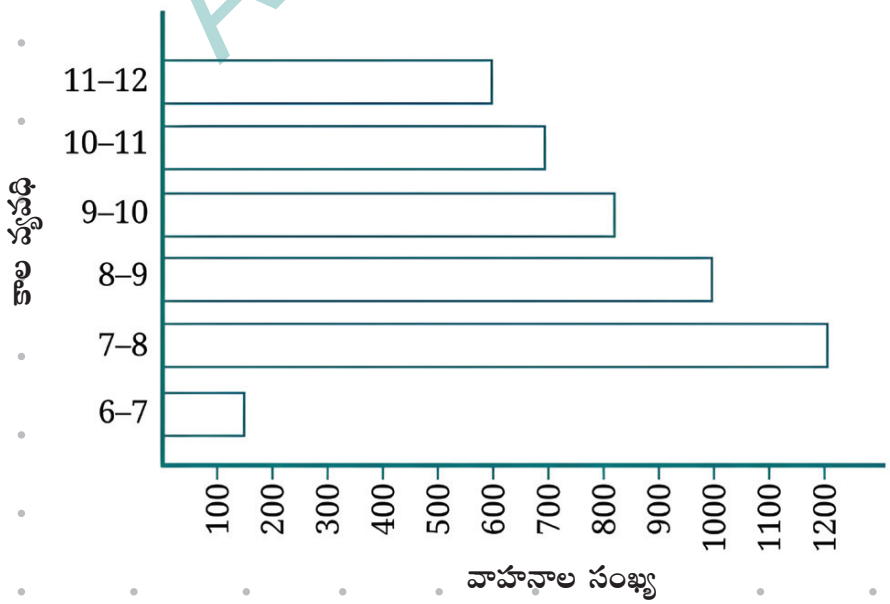
  1. తరగతి 2లో, ఆ రోజు _____ మంది విద్యార్థులు గైర్హాజరయ్యారు.

  2. ఏ తరగతిలో గరిష్ట సంఖ్యలో విద్యార్థులు గైర్హాజరయ్యారు?

  3. ఆ రోజు ఏ తరగతికి పూర్తి హాజరు ఉంది?

- కమ్మీ రేఖాచిత్రాలను తయారుచేసేటప్పుడు, ఏకరీతి వెడల్పు గల బార్‌లను అడ్డంగా లేదా నిలువుగా గీయవచ్చు; వాటి మధ్య సమాన అంతరం ఉంటుంది; అప్పుడు ప్రతి బార్ యొక్క పొడవు లేదా ఎత్తు ఇచ్చిన సంఖ్యను సూచిస్తుంది. మనం పిక్టోగ్రాఫ్‌లలో చూసినట్లుగా, పౌనఃపున్యాలు(ఫ్రీక్వెన్సీలు) పెద్దగా ఉన్నప్పుడు మనం స్కేల్ లేదా సూచిక ని ఉపయోగించవచ్చు.

అమరావతిలోని రద్దీగా ఉండే రోడ్డు దాటే స్థలం వద్ద వాహనాల రాకపోకల ఉదాహరణను చూద్దాం, దీనిని ఒక నిర్దిష్ట రోజున ట్రాఫిక్ పోలీసులు అధ్యయనం చేశారు. ఉదయం 6 గంటల నుండి మధ్యాహ్నం 12:00 గంటల వరకు ప్రతి గంటకు రోడ్డు దాటే స్థలం (క్రాసింగ్) గుండా ప్రయాణించే వాహనాల సంఖ్య కమ్మీ రేఖాచిత్రం-2లో చూపబడింది. ఒక యూనిట్ పొడవు అంటే 100 వాహనాలు.




బార్ గ్రాఫ్-2

AP SCERT

## Observe that

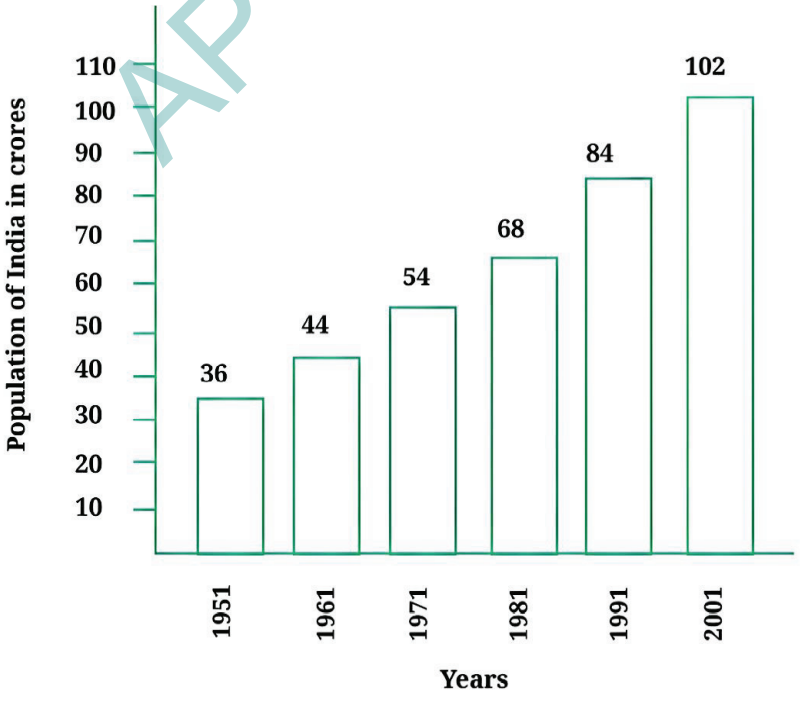
- The maximum traffic at the crossing is shown by the longest bar, i.e., for the time interval 7-8 a.m. During that time, 1200 vehicles passed through the crossing.
- The second longest bar is for 8-9 a.m. (1000 vehicles)
- Similarly, the minimum traffic is shown by the smallest bar, i.e., the bar for the time interval 6-7 a.m.(150 Vehicles)
- The second smallest bar is that for the 11 a.m.-12 noon, (600 vehicles).

The total number of cars passing through the crossing during the two-hour interval 8.00-10.00 a.m. as shown by the bar graph is about 1000 + 800 = 1800 vehicles.

## Answer the following from bar graph.2

1. How many total cars passed through the crossing between 6 a.m. and 12 noon?
2. Why do you think so little traffic occurred during the hour of 6-7 a.m., as compared to the other hours from 7 a.m. to 12 noon?
3. Why do you think the traffic was the heaviest between 7-8 a.m.?
4. Why do you think the traffic was lesser and lesser each hour after 8 a.m. all the way until 12 noon?

## Example :




**Bar Graph-3**

AP SCERT

### ❁ గమనించండి

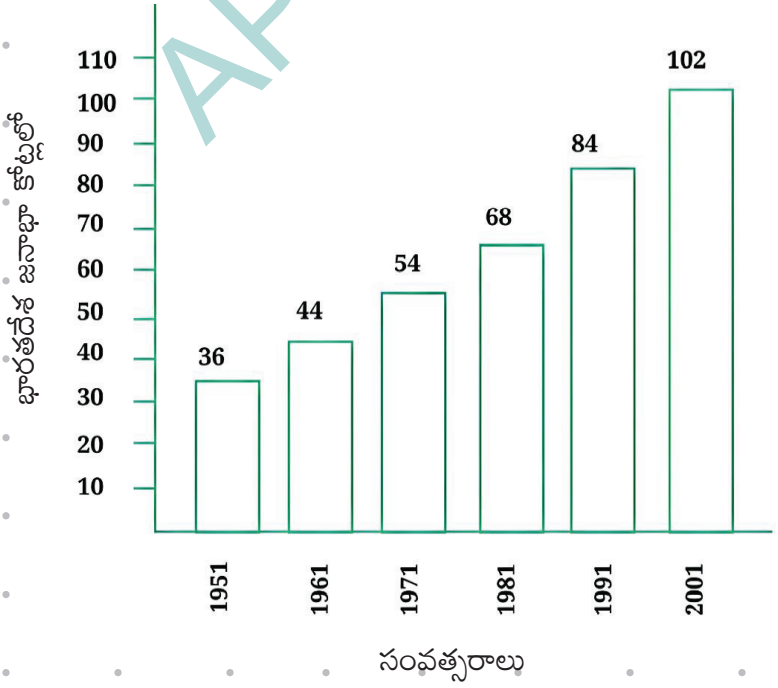
- క్రాసింగ్ (రోడ్డు దాటే స్థలం) వద్ద గరిష్ట ట్రాఫిక్‌ను పొడవైన కమ్మీ ద్వారా చూపబడుతుంది, అంటే, ఉదయం 7-8 గంటల సమయ వ్యవధిలో, 1200 వాహనాలు క్రాసింగ్ గుండా వెళ్ళాయి.
- రెండవ పొడవైన కమ్మీ ఉదయం 8-9 గంటల వరకు ఉంటుంది (1000 వాహనాలు)
- అదేవిధంగా, కనీస ట్రాఫిక్‌ను చిన్న కమ్మీ ద్వారా చూపబడుతుంది, అంటే, ఉదయం 6-7 గంటల సమయ వ్యవధికి (150 వాహనాలు)
- రెండవ అతి చిన్న కమ్మీ ఉదయం 11 నుండి మధ్యాహ్నం 12 గంటల వరకు (600 వాహనాలు).

కమ్మీ రేఖాచిత్రం చూపిన విధంగా ఉదయం 8.00 నుండి 10.00 గంటల వరకు రెండు గంటల వ్యవధిలో దాటే స్థలం గుండా ప్రయాణించే మొత్తం కార్ల సంఖ్య సుమారు 1000 + 800 = 1800 వాహనాలు.

### ❁ బార్ గ్రాఫ్.2 నుండి కింది వాటికి సమాధానం ఇవ్వండి.

1. ఉదయం 6 నుండి మధ్యాహ్నం 12 మధ్య క్రాసింగ్ గుండా మొత్తం ఎన్ని కార్లు వెళ్ళాయి?
2. ఉదయం 7 నుండి మధ్యాహ్నం 12 వరకు ఉన్న ఇతర గంటలతో పోలిస్తే ఉదయం 6 నుండి 7 గంటల సమయంలో ట్రాఫిక్ ఎందుకు తక్కువగా ఉందని మీరు అనుకుంటున్నారు?
3. ఉదయం 7 నుండి 8 గంటల మధ్య ట్రాఫిక్ ఎందుకు ఎక్కువగా ఉందని మీరు అనుకుంటున్నారు?
4. ఉదయం 8 నుండి మధ్యాహ్నం 12 వరకు ట్రాఫిక్ ప్రతి గంటకు తగ్గుతూ ఉందని మీరు ఎందుకు అనుకుంటున్నారు?

### ❁ ఉదాహరణ :




బార్ గ్రాఫ్-3

AP SCERT

This bar graph.3 shows the population of India in each decade over a period of 50 years. The numbers are expressed in crores. If you were to take 1 unit length to represent one person, drawing the bars will be difficult! Therefore, we choose the scale so that 1 unit represents 10 crores. The bar graph for this choice is shown in the figure. So a bar of length 5 units represents 50 crores and of 8 units represents 80 crores.

- On the basis of this bar graph.3, what may be a few questions you may ask your friends?
- How much did the population of India increase over 50 years? How much did the population increase in each decade?

### 4.3.1 Drawing a Bar Graph

In a previous example, Nilesh Sir prepared a frequency table.2 representing the sweet preferences of the students in his class. Let's try to prepare a bar graph to present his data —

| Sweet | No. of Students |
|---|---|
| Jilebi | 6 |
| Gulab jamun | 9 |
| Laddu | 13 |
| Barfi | 3 |
| Rasgulla | 7 |

1. First, we draw a horizontal line and a vertical line. On the horizontal line, we will write the name of each of the sweets, equally spaced, from which the bars will rise in accordance with their frequencies; and on the vertical line we will write the frequencies representing the number of students.
2. We must choose a scale. That means we must decide how many students will be represented by a unit length of a bar so that it fits nicely on our paper. Here, we will take 1 unit length to represent 1 student.
3. For jilebi, we therefore need to draw a bar having a height of 6 units (which is the frequency of the sweet jilebi), and similarly for the other sweets we have to draw bars as high as their frequencies.

AP SCERT

3వ కమ్మీ రేఖాచిత్రం, 50 సంవత్సరాల కాలంలో ప్రతి దశాబ్దంలో భారతదేశ జనాభాను సూచిస్తుంది. జనాభా కోట్లలో వ్యక్తీకరించబడింది. ఒక వ్యక్తిని సూచించడానికి మీరు 1 యూనిట్ పొడవు తీసుకుంటే, కమ్మీలను గీయడం కష్టం అవుతుంది! అందువల్ల, 1 యూనిట్10 కోట్లను సూచించే స్కేల్‌ను మనము ఎంచుకుంటాము. ఈ ఎంపిక కమ్మీ రేఖాచిత్రంలో చూపబడింది. కాబట్టి 5 యూనిట్ల పొడవు గల కమ్మీ 50 కోట్లను సూచిస్తుంది మరియు8 యూనిట్ల పొడవు గల కమ్మీ 80 కోట్లను సూచిస్తుంది.

- ఈ కమ్మీ రేఖాచిత్రం-3 ఆధారంగా, మీరు మీ స్నేహితులను అడగగల కొన్ని ప్రశ్నలు ఏమిటి?
- 50 సంవత్సరాలలో భారతదేశ జనాభా ఎంత పెరిగింది? ప్రతి దశాబ్దంలో జనాభా ఎంత పెరిగింది?

### 4.3.1. బార్ గ్రాఫ్ గీయడం

మునుపటి ఉదాహరణలో, నీలేష్ సర్ తన తరగతిలోని విద్యార్థులు ఇష్టపడే మిఠాయిలు సూచించే పౌనఃపున్య పట్టిక 2ను సిద్ధం చేశాడు. ఆ దత్తాంశము ప్రదర్శించే కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని సిద్ధం చేయడానికి ప్రయత్నిద్దాం –

| స్వీట్స్ | విద్యార్థుల సంఖ్య |
|---|---|
| జిలేబీ | 6 |
| గులాబ్ జామ్ | 9 |
| లడ్డు | 13 |
| బర్ఫీ | 3 |
| రసగుల్ల | 7 |

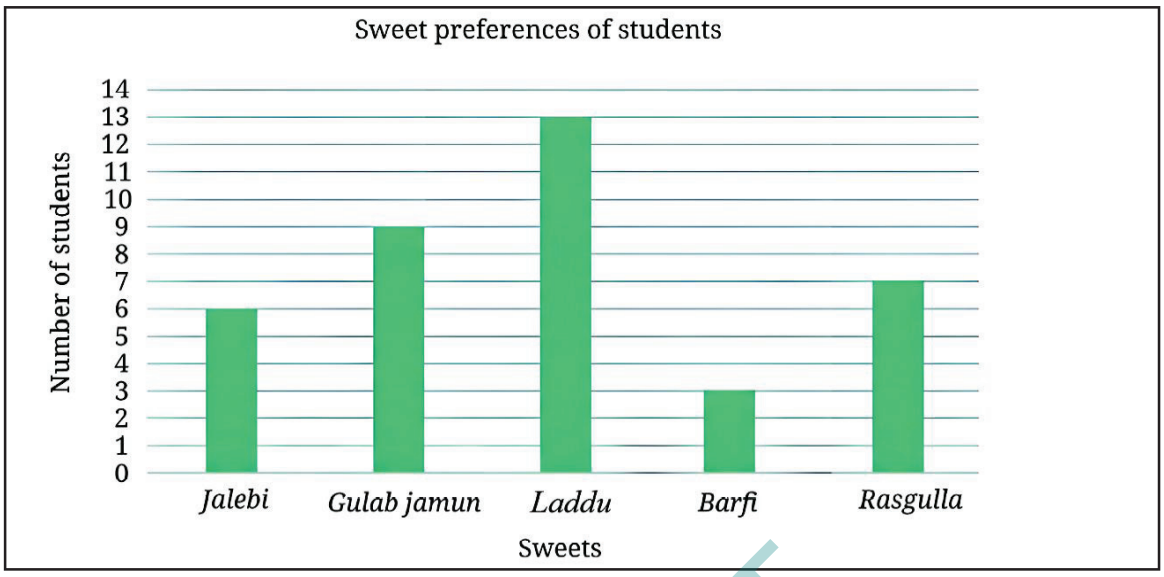
1. ముందుగా, మనం ఒక క్షితిజ సమాంతర రేఖను మరియు నిలువు రేఖను గీస్తాము.

   క్షితిజ సమాంతర రేఖపై, ప్రతి మిఠాయి (స్వీటు) పేరును సమాన దూరంలో వ్రాస్తాము, దాని నుండి కమ్మీలు వాటి పౌనఃపున్యాలకు అనుగుణంగా పెరుగుతాయి; మరియు నిలువు రేఖపై విద్యార్థుల సంఖ్యను సూచించే పౌనఃపున్యాలను వ్రాస్తాము.

2. మనం ఒక స్కేల్‌ను ఎంచుకోవాలి. అంటే కమ్మీ యొక్క యూనిట్ పొడవు ద్వారా ఎంత మంది విద్యార్థులు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తారో మనం నిర్ణయించుకోవాలి, తద్వారా అది మన కాగితంపై చక్కగా సరిపోతుంది. ఇక్కడ, 1 విద్యార్థిని సూచించడానికి మనం 1 యూనిట్ పొడవును తీసుకుంటాము.
3. జిలేబీ కోసం, మనం 6 యూనిట్ల ఎత్తు కలిగిన కమ్మీను గీయాలి (ఇది జిలేబీ యొక్క పౌనఃపున్యం) మరియు అదేవిధంగా ఇతర మిఠాయిల కోసం మనం వాటి పౌనఃపున్యాలకు అనుగుణంగా కమ్మీలను గీయాలి.

AP SCERT

4. We, therefore, get a bar graph.4 as shown below —




**Bar Graph-4**

When the frequencies are larger and we cannot use the scale of 1 unit length = 1 number (frequency), we need to choose a different scale like we did in the case of pictographs.

**Example :** The number of runs scored by Smruti in each of the 8 matches are given in the table below:

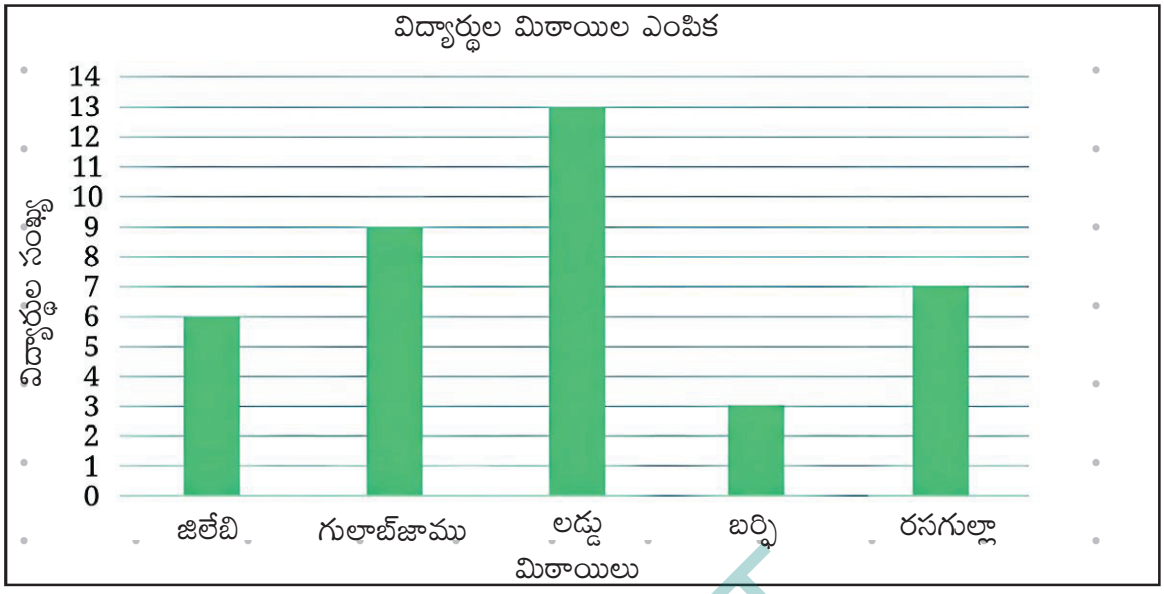
| Match | Match 1 | Match 2 | Match 3 | Match 4 | Match 5 | Match 6 | Match 7 | Match 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Runs | 80 | 50 | 10 | 100 | 90 | 0 | 90 | 50 |

In this example, the minimum score is 0 and the maximum score is 100. Using a scale of 1 unit length = l run would mean that we have to go all the way from 0 to 100 runs in steps of l. This would be unnecessarily tedious. Instead, let us use a scale where 1 unit length = 10 runs. We mark this scale on the vertical line and draw the bars according to the scores in each match. We get the bar graph.5 representing the above data.




AP SCERT

4. కాబట్టి, మనకు క్రింద చూపిన విధంగా బార్ గ్రాఫ్ 4 వస్తుంది –




**బార్ గ్రాఫ్-4**

పౌనఃపున్యాలు పెద్దగా ఉన్నప్పుడు మరియు మనం 1 యూనిట్ పొడవు = 1 సంఖ్య (పౌనఃపున్యం) స్కేల్‌ను ఉపయోగించలేనప్పుడు, పటచిత్రాల విషయంలో చేసినట్లుగా మనం వేరే స్కేల్‌ను ఎంచుకోవాలి.

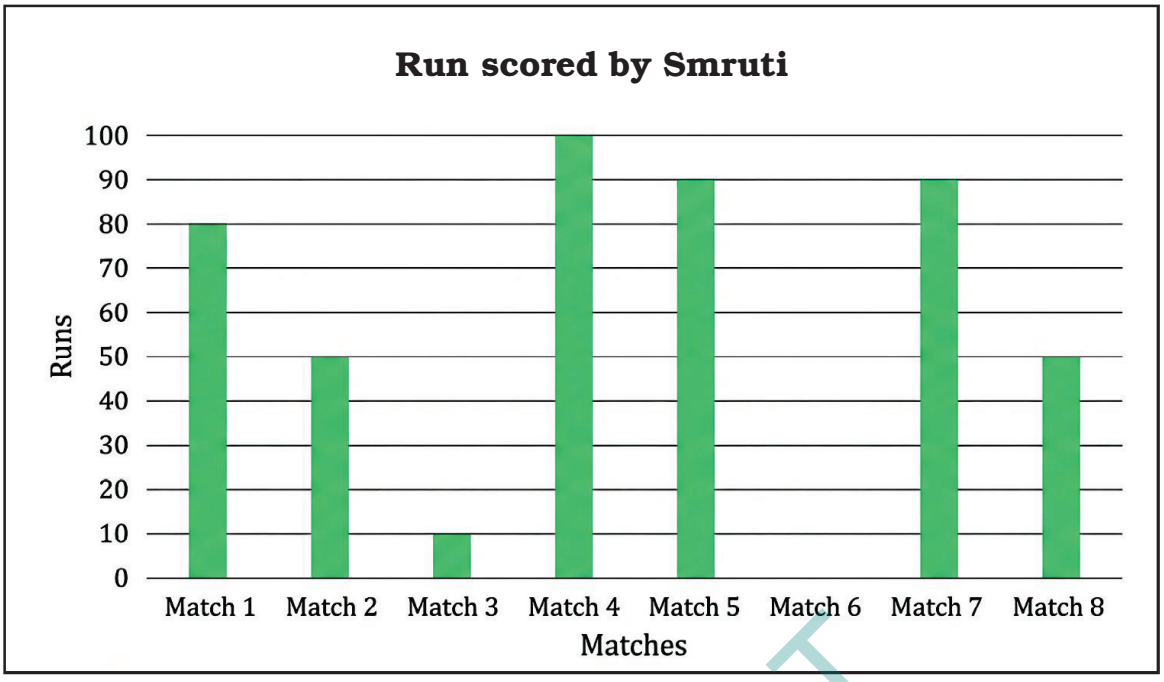
**ఉదాహరణ :** 8 మ్యాచ్‌లలో ప్రతిదానిలోనూ స్మృతి చేసిన పరుగుల సంఖ్య క్రింది పట్టికలో ఇవ్వబడింది:

| మ్యాచ్ | మ్యాచ్ 1 | మ్యాచ్ 2 | మ్యాచ్ 3 | మ్యాచ్ 4 | మ్యాచ్ 5 | మ్యాచ్ 6 | మ్యాచ్ 7 | మ్యాచ్ 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| పరుగులు | 80 | 50 | 10 | 100 | 90 | 0 | 90 | 50 |

ఈ ఉదాహరణలో, కనీస పరుగులు 0 మరియు గరిష్ట పరుగులు 100. 1 యూనిట్ పొడవు = 1 పరుగు అనే స్కేల్ ఉపయోగించి అంటే మనం 0 నుండి 100 పరుగుల వరకు 1 దశల్లో వెళ్ళాలి. ఇది అనవసరంగా శ్రమతో కూడుకున్నది. బదులుగా, 1 యూనిట్ పొడవు = 10 పరుగులు అనే స్కేల్‌ను ఉపయోగిద్దాం. మనం ఈ స్కేల్‌ను నిలువు రేఖపై గుర్తించి, ప్రతి మ్యాచ్‌లోని పరుగుల ప్రకారం కమ్మీలను గీస్తాము. పైన పేర్కొన్న దత్తాంశమును సూచించే కమ్మీ రేఖాచిత్రం-5 మనకు లభిస్తుంది.




AP SCERT



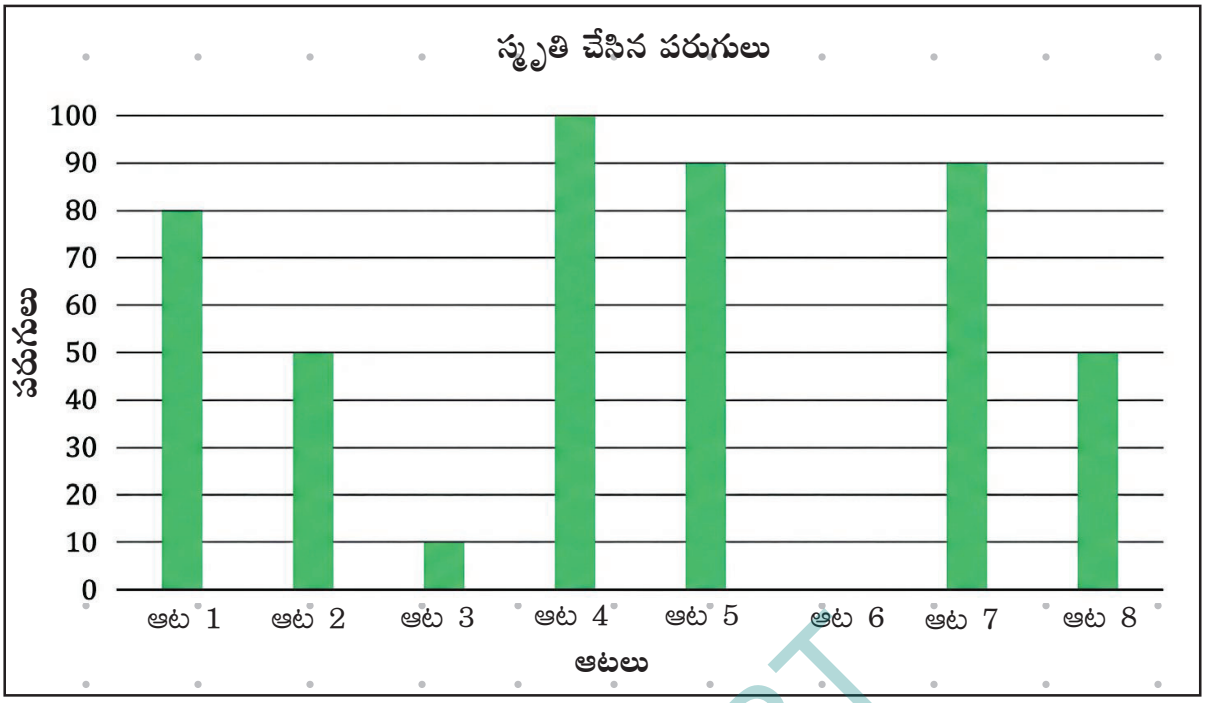

**Example :** The following table shows the monthly expenditure of Imran's family on various items:

| Items | Expenditure (in ₹) |
|---|---|
| House rent | 3000 |
| Food | 3400 |
| Education | 800 |
| Electricity | 400 |
| Transport | 600 |
| Miscellaneous | 1200 |

To represent this data in the form of a bar graph, here are the steps —

- Draw two perpendicular lines, one horizontal and one vertical.
- Along the horizontal line, mark the 'items' with equal spacing between them and mark the corresponding expenditures along the vertical line.

AP SCERT




బార్ గ్రాఫ్-5

**ఉదాహరణ :** కింది పట్టిక ఇమ్రాన్ కుటుంబం వివిధ వస్తువులపై నెలవారీ ఖర్చును చూపిస్తుంది:

| వస్తువులు | ఖర్చు (₹) |
|---|---|
| ఇంటి అద్దె | 3000 |
| ఆహారం | 3400 |
| విద్య | 800 |
| కరెంట్ బిల్లు | 400 |
| ప్రయాణం | 600 |
| మిగిలినవి | 1200 |

ఈ దత్తాంశమును కమ్మీ రేఖాచిత్ర రూపంలో సూచించడానికి, ఇక్కడ దశలు ఉన్నాయి-

- ఒకటి క్షితిజ సమాంతరంగాను మరియు మరొకటి నిలువుగాను, రెండు లంబ రేఖలను గీయండి.
- క్షితిజ సమాంతర రేఖ వెంట, సమాన అంతరంతో 'వస్తువులను' గుర్తించండి మరియు నిలువు రేఖ వెంట సంబంధిత వ్యయాలను గుర్తించండి.

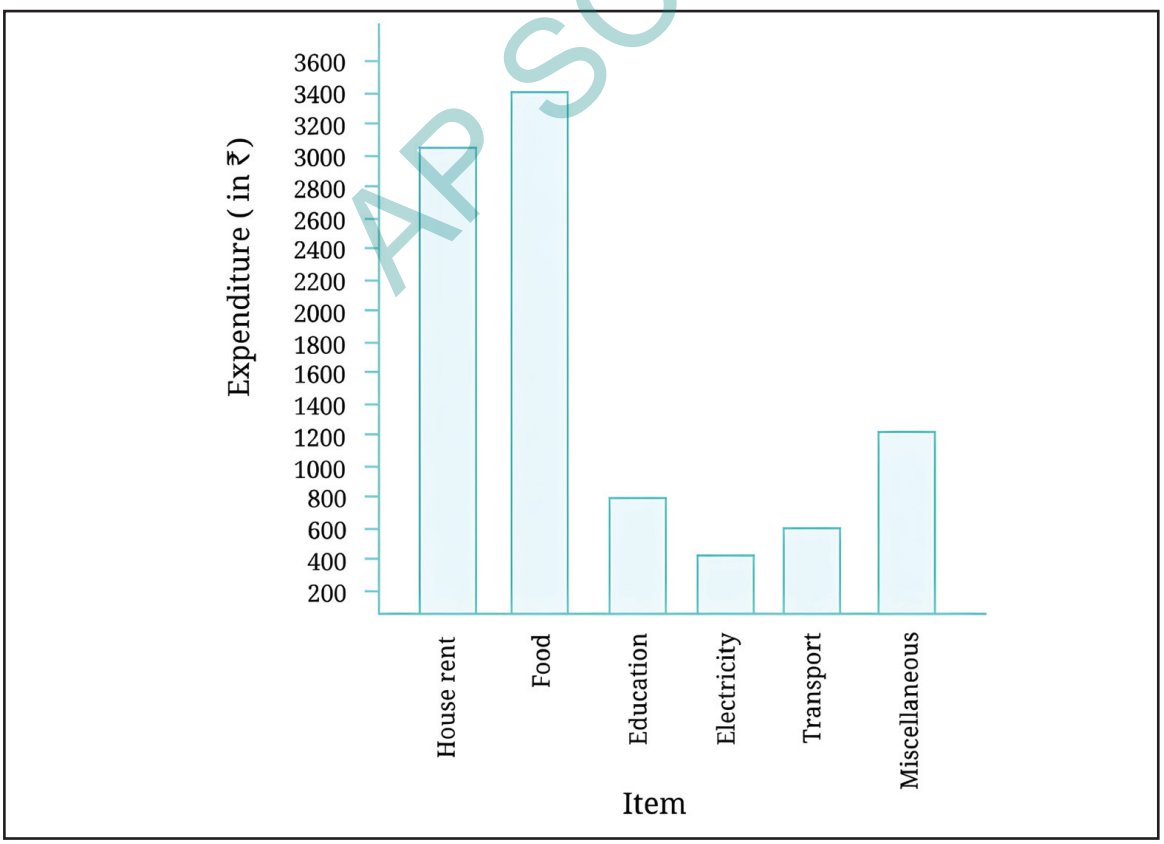
AP SCERT

- Take bars of the same width, keeping a uniform gap between them.
- Choose a suitable scale along the vertical line. Let, 1 unit length = ₹ 200, and then mark and write the corresponding values (₹ 200, ₹ 400, etc.) representing each unit length.

  Finally, calculate the heights of the bars for various items as shown below —

| | | |
|---|---|---|
| House rent | 3000 ÷ 200 | 15 units |
| Food | 3400 ÷ 200 | 17 units |
| Education | 800 ÷ 200 | 4 units |
| Electricity | 400 ÷ 200 | 2 units |
| Transport | 600 ÷ 200 | 3 units |
| Miscellaneous | 1200 ÷ 200 | 6 units |

Here is the bar graph.6 that we obtain based on the above steps:



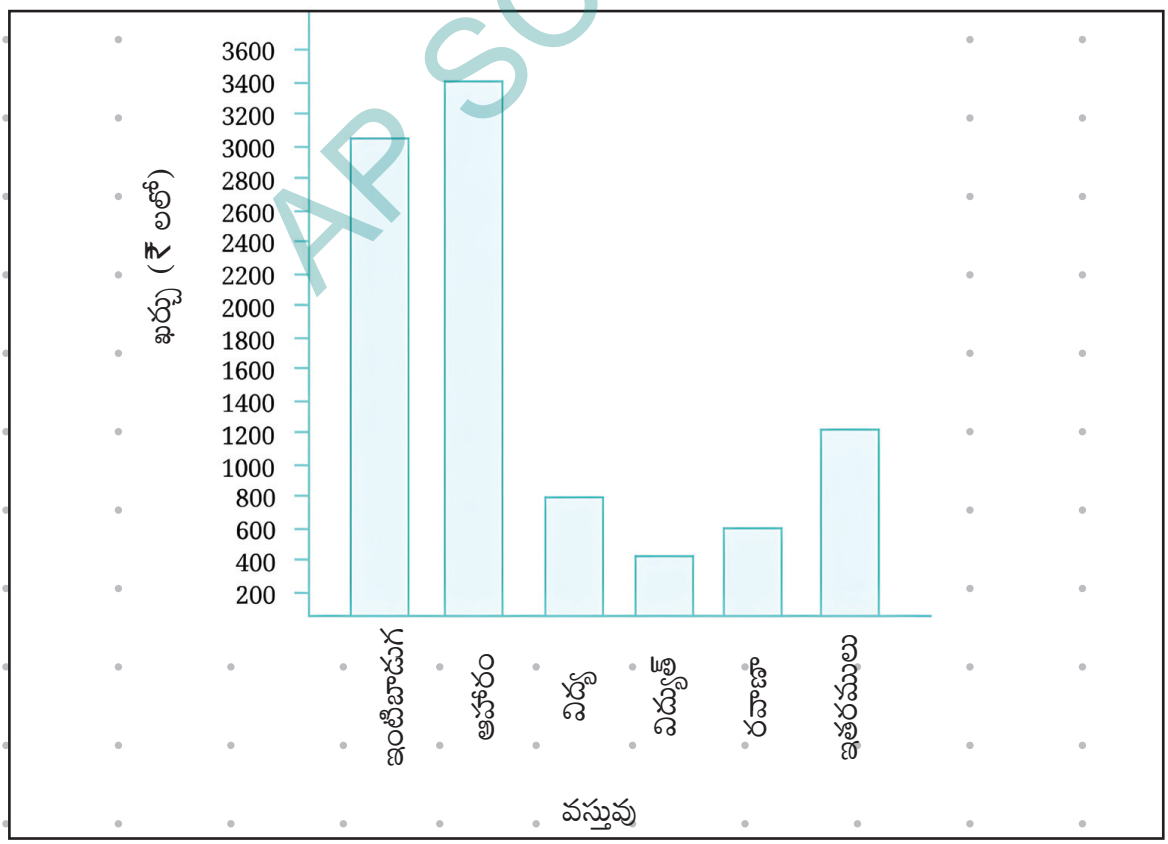

**Bar Graph-6**

AP SCERT

- వాటి మధ్య ఏకరీతి అంతరాన్ని ఉంచుతూ, ఒకే వెడల్పు గల కమ్మీలను తీసుకోండి.
- నిలువు రేఖ వెంట తగిన స్కేల్‌ను ఎంచుకోండి. 1 యూనిట్ పొడవు = ₹ 200 అని భావించి, ఆపై ప్రతి యూనిట్ పొడవును సూచించే సంబంధిత విలువలను (₹ 200, ₹ 400, మొదలైనవి) గుర్తించి వ్రాయండి. చివరగా, వివిధ అంశాల కోసం కమ్మీల ఎత్తులను లెక్కించండి

| | | |
|---|---|---|
| ఇంటి అద్దె | 3000 ÷ 200 | 15 యూనిట్స్ |
| ఆహారం | 3400 ÷ 200 | 17 యూనిట్స్ |
| విద్య | 800 ÷ 200 | 4 యూనిట్స్ |
| కరెంట్ బిల్లు | 400 ÷ 200 | 2 యూనిట్స్ |
| ప్రయాణం | 600 ÷ 200 | 3 యూనిట్స్ |
| ఇతరములు | 1200 ÷ 200 | 6 యూనిట్స్ |

పై దశల ఆధారంగా మనం పొందిన కమ్మీ రేఖాచిత్రం ఇక్కడ ఉంది:




బార్ గ్రాఫ్-6

AP SCERT

- Use the bar graph-6 to answer the following questions:

1. On which item does Imran's family spend the most and the second most?
2. Is the cost of electricity about one-half the cost of education?
3. Is the cost of education less than one-fourth the cost of food?

- Like pictographs, bar graphs give a nice visual way to represent data. They represent data through equally-spaced bars, each of equal width, where the lengths or heights give frequencies of the different categories.
- Each category is represented by a bar where the length or height depicts the corresponding frequency or quantity (for example, cost runs).
- The bars have uniform spaces between them to indicate that they are free standing and represent different categories.
- The bars help in interpreting data much faster than a frequency table. By reading a bar graph, we can compare frequencies of different categories at a glance.
- We must decide the scale (for example, 1 unit length = 1 student or 1 unit length = ₹ 200) for a bar graph on the basis of the data including the minimum and maximum frequencies, so that the resulting bar graph fits nicely and looks visually appealing on the paper or poster we are preparing. The markings of the unit lengths as per the scale must start from zero.

AP SCERT

**Note to Teacher**

The main focus of this chapter is to learn how to handle data to find answers to specific questions or inquiries, to test hypotheses or to take specific decisions. This should be kept in mind when providing practice opportunities to collect, organise and analyse data.

❁ కమ్మీ రేఖాచిత్రం-6 ను ఉపయోగించి ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి.:

1. ఇమ్రాన్ కుటుంబం ఏ వస్తువుపై ఎక్కువగా ఖర్చు చేస్తుంది? మరియు దీని తర్వాత ఎక్కువగా ఖర్చు చేస్తున్న అంశం ఏది?
2. విద్యుత్ పై ఖర్చు, విద్యపై ఖర్చులో సగం ఉందా?
3. విద్యపై ఖర్చు ఆహార ఖర్చులో నాలుగో వంతు కంటే తక్కువగా ఉందా?

- పటచిత్రాల మాదిరిగానే, కమ్మీ రేఖాచిత్రాలు దత్తాంశమును సూచించడానికి చక్కని దృశ్యమాన మార్గాన్ని అందిస్తాయి. అవి సమాన-ఖాళీ కమ్మీల ద్వారా దత్తాంశమును సూచిస్తాయి, ప్రతి ఒక్కటి సమాన వెడల్పు కలిగి ఉంటాయి, ఇక్కడ పొడవులు లేదా ఎత్తులు వేర్వేరు వర్గాల పౌనఃపున్యాలను ఇస్తాయి.
- ప్రతి అంశాన్ని ఒక కమ్మీ ద్వారా సూచిస్తారు, ఇక్కడ పొడవు లేదా ఎత్తు సంబంధిత పౌనఃపున్యాన్ని లేదా పరిమాణాన్ని (ఉదాహరణకు ఖర్చు, పరుగులు) వర్ణిస్తుంది.
- కమ్మీలు వాటి మధ్య ఏకరీతి ఖాళీలను కలిగి ఉంటాయి, అవి స్వేచ్ఛగా నిలబడి ఉండి అంశాల స్వతంత్రత, విభిన్నాలను సూచిస్తాయి.
- కమ్మీలు, పౌనఃపున్య విభాజన పట్టిక కంటే చాలా వేగంగా దత్తాంశమును అర్థం చేసుకోవడంలో సహాయపడతాయి. కమ్మీ రేఖాచిత్రం చదవడం ద్వారా, మనం వివిధ అంశాల పౌనఃపున్యాలను త్వరగా పోల్చవచ్చు.
- దత్తాంశం నుండి కనిష్ట మరియు గరిష్ట పౌనఃపున్యాలు ఆధారంగా చేసుకొని కమ్మీ రేఖాచిత్రం కోసం స్కేల్‌ను (ఉదాహరణకు, 1 యూనిట్ పొడవు = 1 విద్యార్థి లేదా 1 యూనిట్ పొడవు = ₹ 200) మనం నిర్ణయించుకోవాలి, తద్వారా ఫలిత కమ్మీ రేఖాచిత్రం చక్కగా సరిపోతుంది మరియు మనము సిద్ధం చేస్తున్న కాగితం లేదా పోస్టర్ (ప్రకటన / గోడపత్రిక) పై దృశ్యమానంగా ఆకర్షణీయంగా కనిపిస్తుంది. స్కేల్ ప్రకారం యూనిట్ పొడవుల గుర్తులు సున్నా నుండి ప్రారంభం కావాలి.

**ఉపాధ్యాయులకు గమనిక**

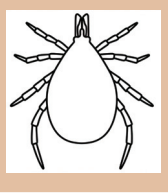
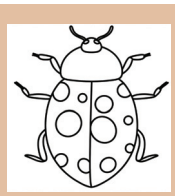
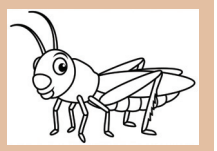
ఈ అధ్యాయం దత్తాంశమును ఎలా నిర్వహించాలో నిర్దిష్ట ప్రశ్నలకు లేదా విచారణలకు సమాధానాలను కనుగొనడం, పరికల్పనలను పరీక్షించడం లేదా నిర్దిష్ట నిర్ణయాలు తీసుకోవడం. అనే అంశాలపై ప్రధాన దృష్టి పెట్టింది.

AP SCERT



## Figure it Out - 4.3

1. Samantha visited a tea garden, and collected data of the insects and critters she saw there. Here is the data she collected:

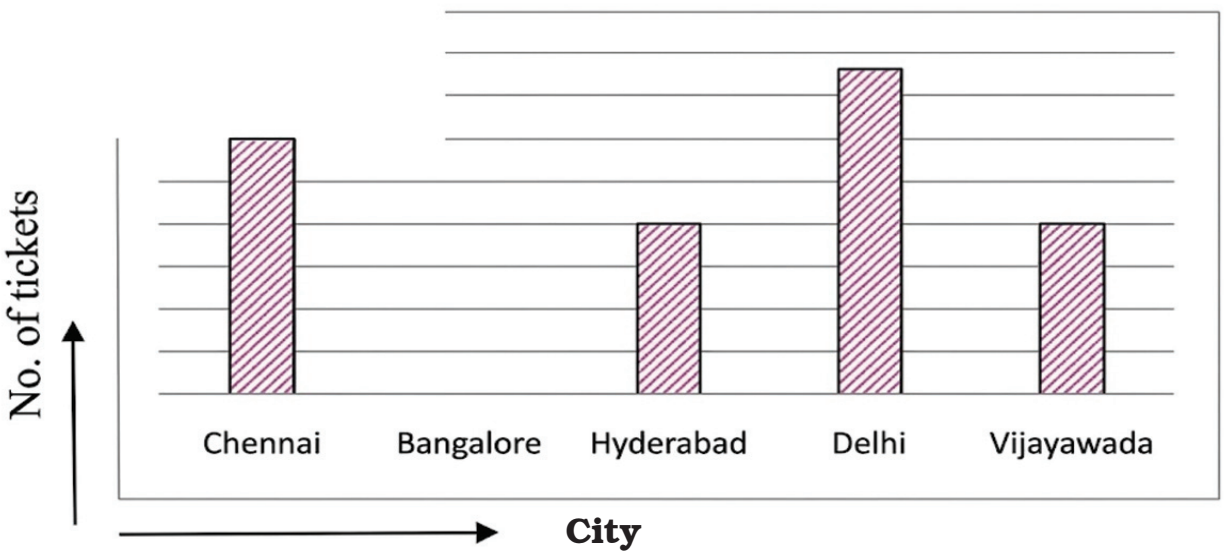
|  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|
| Mites | Caterpillars | Beetles | Butterflies | Grasshoppers |
| 6 | 10 | 5 | 3 | 2 |

Help her in preparing a bar graph to represent this data.

2. Pooja collected data on the number of tickets sold at the Tirupati railway station for a few different cities of India over a period of two hours.

| City | Chennai | Bangalore | Hyderabad | Delhi | Vijayawada |
|---|---|---|---|---|---|
| Number of tickets | 24 | 20 | 16 | 28 | 16 |

She used this data and prepared a bar graph on the board to discuss the data with her students, but someone erased a portion of the graph.

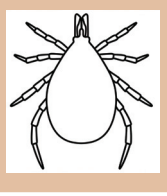
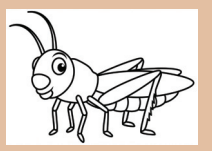



AP SCERT



## ఆలోచించండి–చేయండి – 4.3

1. సమంత ఒక టీ తోటను సందర్శించి, అక్కడ చూసిన కీటకాలు మరియు చిన్న జీవులు (పురుగులు) డేటాను సేకరించింది. ఆమె సేకరించిన డేటా ఇలా ఉంది:

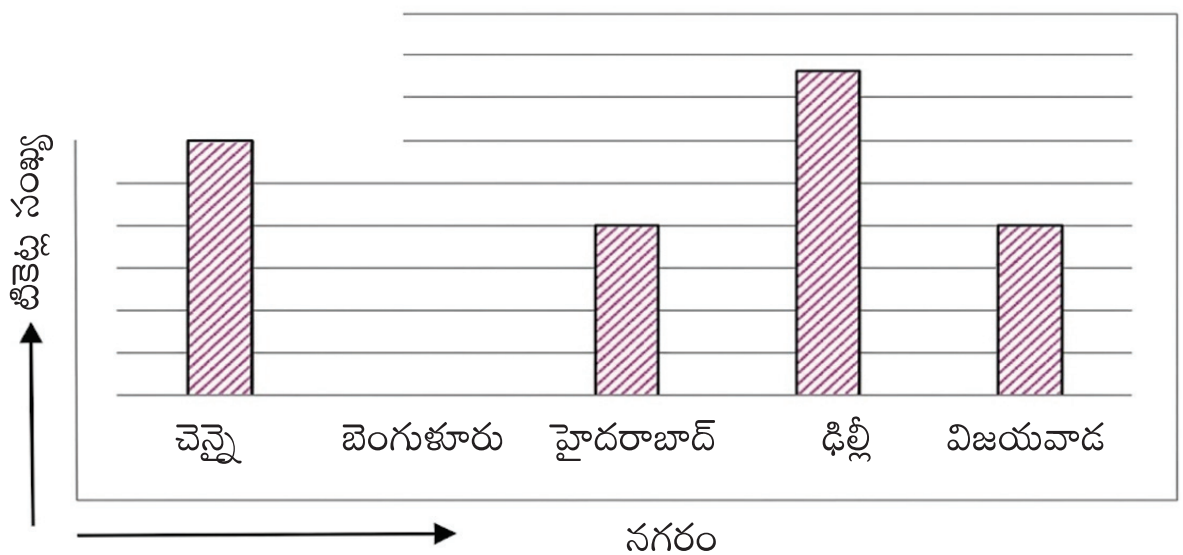
|  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|
| చెదలు | గొంగళిపురుగులు | పేడపురుగులు | సీతాకోకచిలుకలు | మిడతలు |
| 6 | 10 | 5 | 3 | 2 |

ఈ దత్తాంశమును సూచించే కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని సిద్ధం చేయడంలో ఆమెకు సహాయం చేయండి.

2. పూజ భారతదేశంలోని కొన్ని వేర్వేరు నగరాలకు తిరుపతి రైల్వే స్టేషన్‌లో అమ్ముడైన టిక్కెట్ల సంఖ్యపై రెండు గంటల వ్యవధిలో దత్తాంశమును సేకరించింది.

| నగరం | చెన్నై | బెంగుళూర్ | హైదరాబాద్ | ఢిల్లీ | విజయవాడ |
|---|---|---|---|---|---|
| టికెట్ల సంఖ్య | 24 | 20 | 16 | 28 | 16 |

ఆమె ఈ డేటాను ఉపయోగించి, తన విద్యార్థులతో దత్తాంశమును చర్చించడానికి బోర్డుపై కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని సిద్ధం చేసింది, కానీ ఎవరో గ్రాఫ్‌లోని కొంత భాగాన్ని చెరిపేశారు.




AP SCERT

a. Write the number of tickets sold for Chennai above the bar.

b. Write the number of tickets sold for Delhi above the bar.

c. The bar for Chennai is 6 unit lengths and the bar for Hyderabad is 4 unit lengths. What is the scale for this graph?

d. Draw the correct bar for Bangalore.

e. Add the scale of the bar graph by placing the correct numbers on the vertical axis.

f. Are the bars for Chennai and Delhi correct in this graph? If not, draw the correct bar(s).

3. A survey of 120 school students was conducted to find out which activity they preferred to do in their free time:

| Preferred Activity | Number of Students |
|---|---|
| Playing | 45 |
| Reading story books | 30 |
| Watching TV | 20 |
| Listening to music | 10 |
| Painting | 15 |

Draw a bar graph to illustrate the above data taking the scale of 1 unit length = 5 students. Which activity is preferred by most students other than playing?

4. Students and teachers of a primary school decided to plant tree saplings in the school campus and in the surrounding village during the first week of July. Details of the saplings they planted are as follows —

AP SCERT

(ఎ) చెన్నైని సూచించే కమ్మీపై, అమ్ముడైన టికెట్ల సంఖ్యను వ్రాయండి.

(బి) ఢిల్లీని సూచించే కమ్మీపై, అమ్ముడైన టిక్కెట్ల సంఖ్యను వ్రాయండి.

(సి) చెన్నై కమ్మీ 6 యూనిట్ల పొడవు మరియు హైదరాబాద్ కమ్మీ 4 యూనిట్ల పొడవు అయిన రేఖాచిత్రం యొక్క స్కేల్ ఏమిటి?

(డి) బెంగళూరు కోసం సరైన కమ్మీను గీయండి

(ఇ) నిలువుఅక్షంపై సరైన సంఖ్యలను ఉంచడం ద్వారా కమ్మీ రేఖాచిత్రం యొక్క స్కేల్‌ను రాయండి.

(ఎఫ్) ఈ రేఖాచిత్రంలో చెన్నై మరియు ఢిల్లీ కమ్మీలు సరైనవేనా? కాకపోతే, సరైన కమ్మీ (లు) గీయండి.

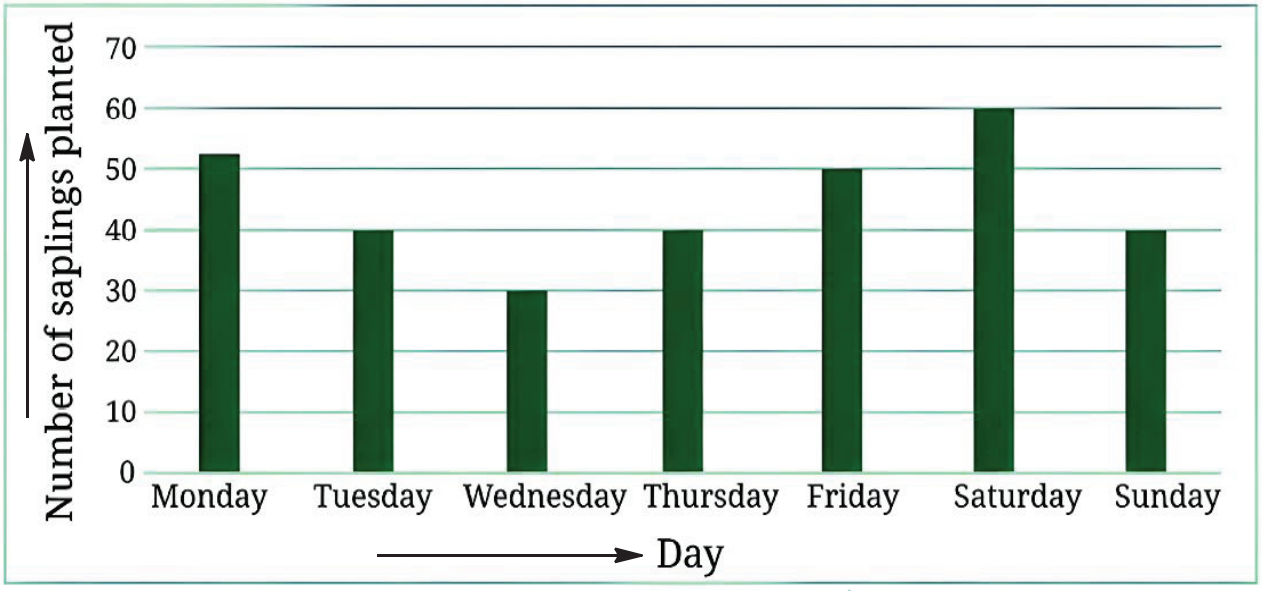
3. 120 మంది విద్యార్థులతో, వారు తమ ఖాళీ సమయంలో ఏ కార్యాచరణను చేయడానికి ఇష్టపడతారో తెలుసుకోవడానికి ఒక సర్వే నిర్వహించబడింది.

| ఇష్టపడే కార్యాచరణ | విద్యార్థుల సంఖ్య |
|---|---|
| ఆటలు | 45 |
| కథల పుస్తకాలు చదువుట | 30 |
| టివి చూడటం | 20 |
| పాటలు వినడం | 10 |
| డ్రాయింగ్ | 15 |

1 యూనిట్ పొడవు = 5 మంది విద్యార్థుల ఉండేలా స్కేల్‌ను తీసుకొని పైన పేర్కొన్న దత్తాంశమును వివరించడానికి కమ్మీ రేఖాచిత్రాలను గీయండి. ఆటలు కాక ఏ కార్యకలాపాన్ని ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు ఇష్టపడుతున్నారు.

4. ఒక ప్రాథమిక పాఠశాల విద్యార్థులు మరియు ఉపాధ్యాయులు జూలై మొదటి వారంలో పాఠశాల ఆవరణలో మరియు చుట్టుపక్కల గ్రామాలలో మొక్కలను నాటాలని నిర్ణయించుకున్నారు. వారు నాటిన మొక్కల వివరాలు ఈ విధంగా ఉన్నాయి –

AP SCERT




a. The total number of saplings planted on Wednesday and Thursday is _____.

b. The total number of saplings planted during the whole week is _____.

c. The greatest number of saplings were planted on _____ and the least number of saplings were planted on _____.

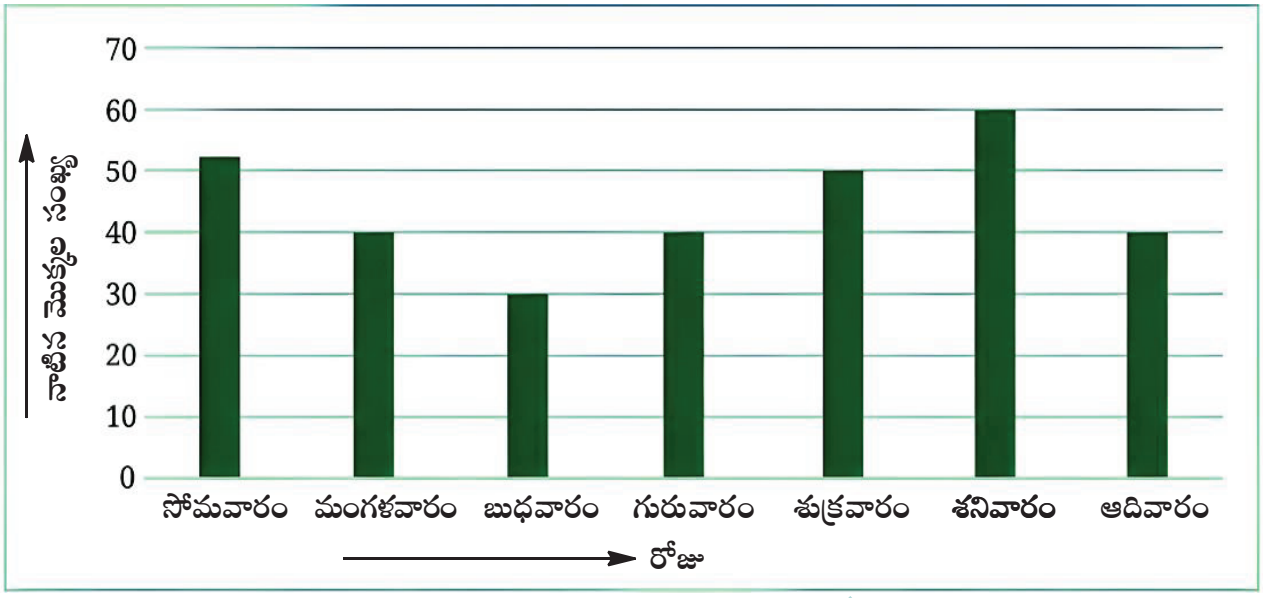


Why do you think that is the case? Why were more saplings planted on certain days of the week and less on others? Can you think of possible explanations or reasons? How could you try and figure out whether your explanations are correct?

5. India launched a Project Tiger in 1973 to track and protect the tigers. The data is from 2006 and 2022 in four- year intervals. Murthy and Divya looked up information and prepared a frequency table for this data along with a bar graph. But there are a few mistakes in the graph. Can you find those mistakes and fix them?



AP SCERT




ఎ. బుధవారం మరియు గురువారం నాటిన మొత్తం మొక్కల సంఖ్య _____.

బి. వారం మొత్తం మీద నాటిన మొత్తం మొక్కల సంఖ్య _____.

సి. అత్యధిక సంఖ్యలో మొక్కలు _____ రోజున నాటబడ్డాయి మరియు అతి తక్కువ సంఖ్యలో మొక్కలు _____ రోజున నాటబడ్డాయి.



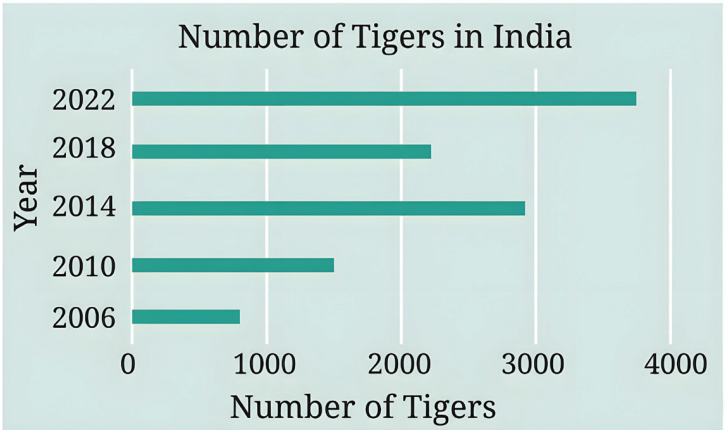
అలా ఎందుకు జరిగిందని మీరు అనుకుంటున్నారు? వారంలోని కొన్ని రోజులలో ఎక్కువ మొక్కలు నాటబడ్డాయి మరియు మరికొన్ని రోజులలో తక్కువగా ఎందుకు నాటబడ్డాయి? మీరు సాధ్యమైన వివరణలు లేదా కారణాల గురించి ఆలోచించగలరా? మీ వివరణలు సరైనవో కాదో మీరు ఎలా కనుగొనగలరు?

5. పులులను జాడ తెలుసుకోవడానికై మరియు రక్షించడానికై భారతదేశం 1973 లో ప్రాజెక్ట్ టైగర్‌ను ప్రారంభించింది. ఈ దత్తాంశం 2006 నుండి 2022 వరకు ప్రతి నాలుగు సంవత్సరాల కాల వ్యవధిలో తీసుకోబడింది. మూర్తి మరియు దివ్య ఈ సమాచారాన్ని ఉపయోగించి పౌనఃపున్య పట్టిక తయారీతోపాటు కమ్మీరేఖాచిత్రం రూపొందించారు. కానీ రేఖాచిత్రంలో కొన్ని తప్పులు ఉన్నాయి. మీరు ఆ తప్పులను కనుగొని వాటిని సరిచేయగలరా?



AP SCERT

| Year | Number of Tigers (approx.) |
|---|---|
| 2006 | 1400 |
| 2010 | 1700 |
| 2014 | 2200 |
| 2018 | 3000 |
| 2022 | 3700 |




## 4.4 Artistic and Aesthetic Considerations

In addition to the steps described in previous sections, there are also some artistic and aesthetic aspects one can consider when preparing visual presentations of data to make them more interesting and effective. while making a visual presentation of data such as a pictograph or bar graph, it is important to make it fit in the intended space by choosing the scale appropriately. It is also desirable to make the data presentation visually appealing and easy-to-understand and appreciate.

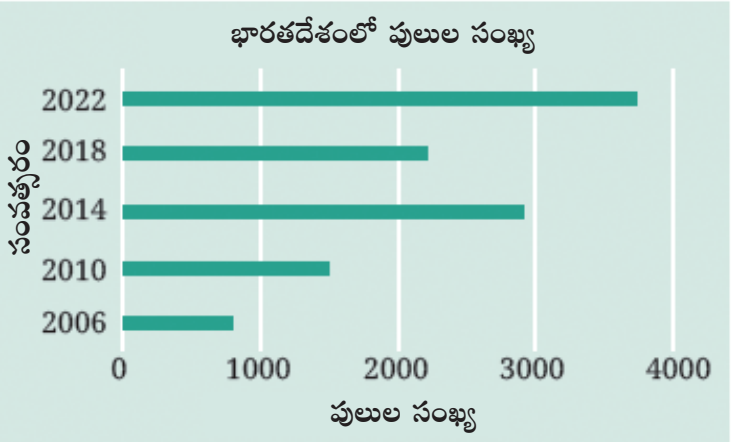
Here is an example naming the tallest mountain on each continent, along with the height of each mountain in meters.

| Continent | Asia | South America | North America | Africa | Europe | Antarctica | Australia |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tallest Mountain | Everest | Aconcagua | Denali | Kiliman-jaro | Elbrus | Vinson Massif | Koscuiszko |
| Height | 8848m | 6962m | 6194m | 5895m | 5642m | 4892m | 2228m |

How much taller is Mount Everest than Mount Koscuiszko? Are Mount Denali and Mount Kilimanjaro very different in height? This is not so easy to quickly discern from a large table of numbers.

AP SCERT

| సంవత్సరం | పులుల సంఖ్య |
|---|---|
| 2006 | 1400 |
| 2010 | 1700 |
| 2014 | 2200 |
| 2018 | 3000 |
| 2022 | 3700 |




## 4.4 కళాత్మక మరియు సౌందర్యపరమైన పరిగణనలు

క్రింది విభాగాలలో వివరించిన దశలతో పాటు, దత్తాంశమును మరింత ఆసక్తికరంగా మరియు ప్రభావవంతంగా చేయడానికి దృశ్యమాన ప్రదర్శనలను సిద్ధం చేసేటప్పుడు పరిగణించగల కొన్ని కళాత్మక మరియు సౌందర్యపరమైన అంశాలు కూడా ఉన్నాయి. పటచిత్రం లేదా కమ్మీ రేఖాచిత్రం వంటి దత్తాంశం యొక్క దృశ్యమాన ప్రదర్శనను చేస్తున్నప్పుడు, స్కేల్‌ను సముచితంగా ఎంచుకోవడం ద్వారా ఉద్దేశించిన స్థలంలో సరిపోయేలా చేయడం ముఖ్యం. దత్తాంశం ప్రదర్శనను దృశ్యమానంగా ఆకర్షణీయంగా మరియు అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు అభినందించడానికి సులభంగా ఉండేలా చేయడం కూడా మంచిది.

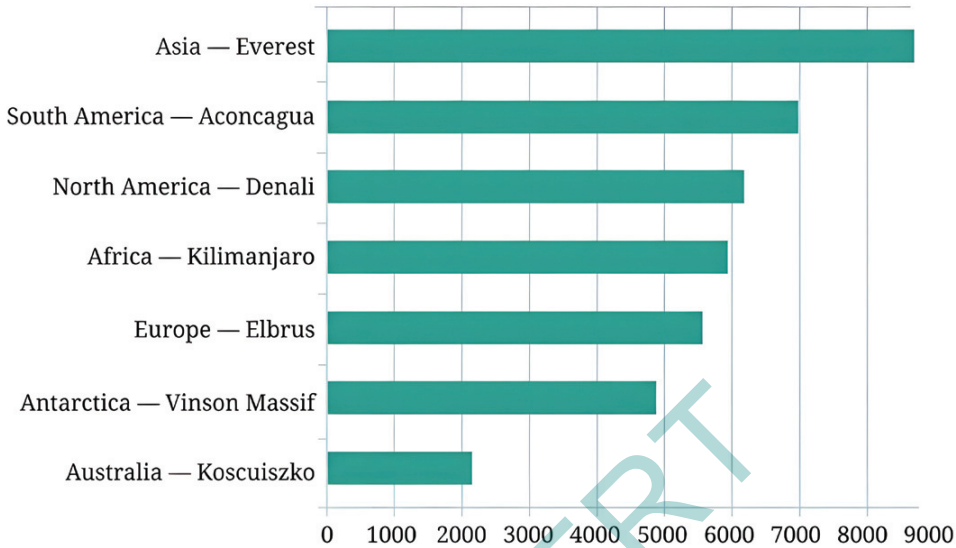
ప్రతి ఖండంలోని ఎత్తైన పర్వతాన్ని పేర్కొనడంతో పాటు, వాటి ఎత్తులు మీటర్లలో తెల్పుతూ ఒక ఉదాహరణ తీసుకుందాం.

| ఖండం | ఆసియా | దక్షిణా అమెరికా | ఉత్తర అమెరికా | ఆఫ్రికా | యూరప్ | అంటార్కిటికా | ఆస్ట్రేలియా |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ఎత్తైన పర్వతం | ఎవరెస్ట్ | అకాన్ కాగోవా | డెనాలి | కిలి మంజారో | ఎల్బ్రస్ | విన్సన్ మసిఫ్ | కోషియాస్కో |
| ఎత్తు | 8848మీ. | 6962మీ. | 6194మీ. | 5895మీ. | 5642మీ. | 4892మీ. | 2228మీ. |

ఎవరెస్ట్ పర్వతం కోషియాస్కో పర్వతం కంటే ఎంత ఎక్కువ ఎత్తులో ఉంది? డెనాలి మరియు కిలిమంజారో పర్వతాల ఎత్తుల మధ్య భేదం ఉందా? చాలా భిన్నంగా ఉన్నాయా? పెద్ద సంఖ్యల పట్టిక నుండి దీన్ని త్వరగా గుర్తించడం అంత సులభం కాదు.

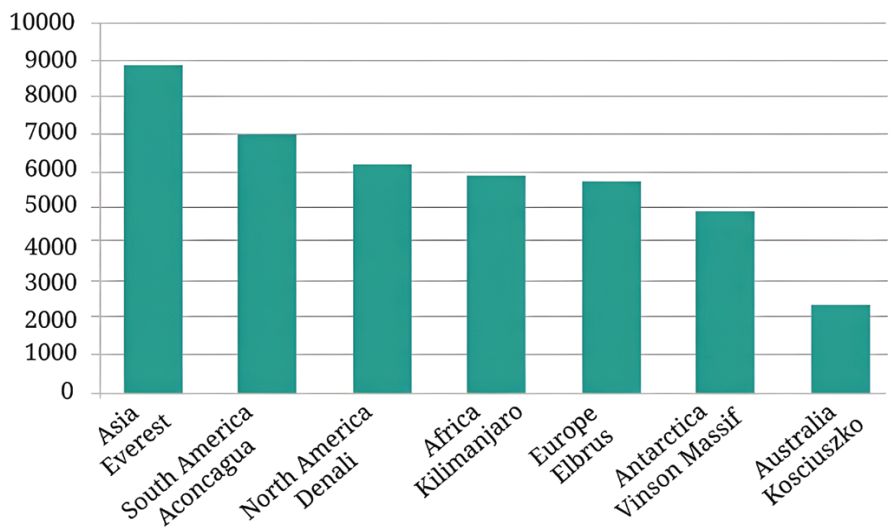
AP SCERT

Now, we can convert the table of numbers into a bar graph, as shown. Here, each value is drawn as a horizontal box. These are longer or shorter depending on the number they represent. This makes it easier to compare the heights of all these mountains at a glance.



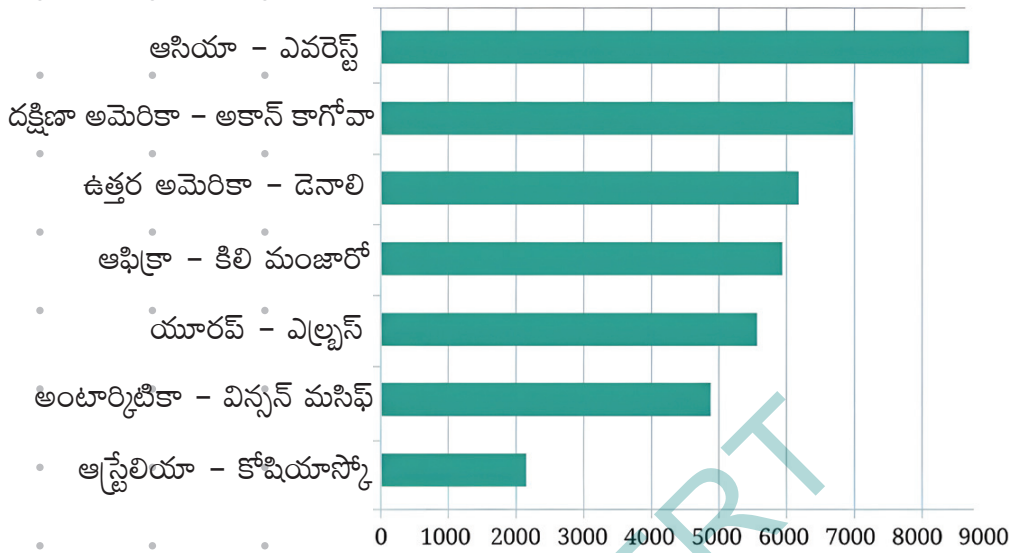

However, since the boxes represent heights, it is better and more visually appealing to rotate the picture, so that the boxes grow upward, vertically from the ground like mountains. A bar graph with vertical bars is also called a column graph. Columns are the pillars you find in a building that hold up the roof.

Below is a column graph for our table of tallest mountains. From this column graph, it becomes easier to compare and visualise the heights of the mountains.



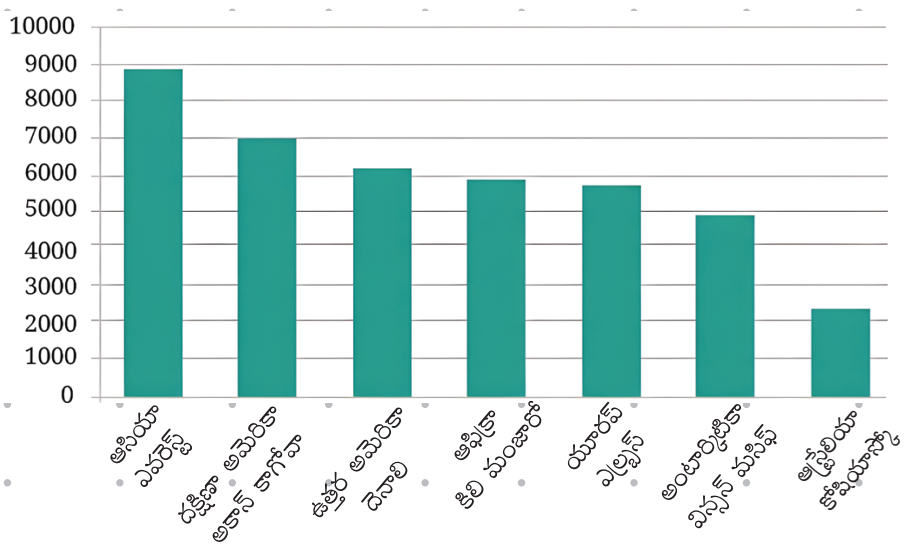

AP SCERT

ఇప్పుడు, మనం సంఖ్యల పట్టికను బార్ గ్రాఫ్‌గా మార్చవచ్చు, ఇక్కడ చూపిన విధంగా. ప్రతి విలువను క్షితిజ సమాంతర పెట్టెగా గీస్తారు. అవి సూచించే సంఖ్యను బట్టి ఇవి పొడవుగా లేదా పొట్టిగా ఉంటాయి. దీనివలన ఈ పర్వతాలన్నింటి ఎత్తులను ఒకేసారి పోల్చడం సులభం చేస్తుంది.




అయితే, కమ్మీలు ఎత్తులను సూచిస్తాయి కాబట్టి, చిత్రాన్ని తిప్పడం మంచిది మరియు దృశ్యపరంగా ఆకర్షణీయంగా ఉంటుంది, తద్వారా కమ్మీలు పర్వతాల మాదిరిగా నేల నుండి నిలువుగా పైకి పెరుగుతాయి. నిలువు కమ్మీలతో కూడిన బార్ గ్రాఫ్‌ను నిలువు రేఖాచిత్రం(కాలమ్ గ్రాఫ్) అని కూడా అంటారు. కాలమ్స్ అనగా భవన నిర్మాణంలో పైకప్పుకు ఆధారంగా ఉంచే స్తంభాలు.

ఎత్తైన పర్వతాల పట్టిక కోసం కాలమ్ గ్రాఫ్ క్రింద ఉంది. ఈ కాలమ్ గ్రాఫ్ నుండి, పర్వతాల ఎత్తులను పోల్చడం మరియు దృశ్యమానం చేయడం సులభం అవుతుంది.




AP SCERT

In general, it is more intuitive, suggestive and visually appealing to represent heights, that are measured upwards from the ground, using bar graphs that have vertical bars or columns. Similarly, lengths that are parallel to the ground (for example, distances between location on Earth) are usually best represented using bar graphs with horizontal arcs.



## Let's Explore

1. If you wanted to visually represent the data of the heights of the tallest persons in each class in your school, would you use a graph with vertical bars or horizontal bars? Why?
2. If you were making a table of the longest rivers on each continent and their lengths, would you prefer to use a bar graph with vertical bars or with horizontal bars? Why? Try finding out this information, and then make the corresponding table and bar graph! Which continents have the longest rivers?

## Infographics

- Data visualisations such as bar graphs are further beautified with more extensive artistic and visual imagery, they are called information graphics or infographics in short. The aim of infographics is to make use of attention-attracting and engaging visuals to communicate information even more clearly and quickly, in a visually pleasing way.
- As an example of how infographics can be used to communicate data even more suggestively, let us go back to the table above listing the tallest mountain on each continent. We drew a bar graph with vertical bars (columns) rather than horizontal bars, to be more indicative of mountains. But instead of rectangles, we could use triangles, which look a bit more like mountains. And, we can add a splash of colour as well. Here is the result.

AP SCERT

సాధారణంగా, నిలువు కమ్మీలు లేదా నిలువు రేఖాచిత్రం కలిగి ఉన్న కమ్మీ రేఖాచిత్రాలను, భూమి నుండి పైకి కొలిచిన ఎత్తులను సూచించే సందర్భాలకు మరింత సహజమైనది, సూచనాత్మకమైనది మరియు దృశ్యమానంగా ఆకర్షణీయంగా ఉంటుంది. అదేవిధంగా, భూమికి సమాంతరంగా ఉన్న పొడవులను (ఉదాహరణకు, భూమిపై ఉన్న ప్రదేశాల మధ్య దూరాలు) సూచించే సందర్భంలో సాధారణంగా క్షితిజ సమాంతర కమ్మీలు బార్ గ్రాఫ్‌లలో ఉపయోగిస్తారు.



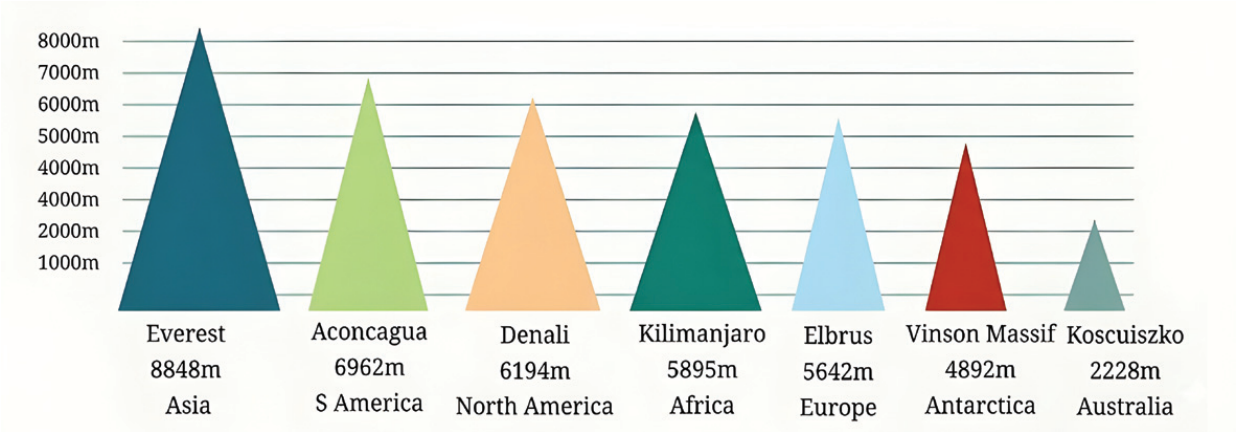
## మనం అన్వేషిద్దాం

1. మీ పాఠశాలలోని ప్రతి తరగతిలోని వ్యక్తుల యొక్క ఎత్తుల దత్తాంశమును దృశ్యమానంగా సూచించాలనుకుంటే, మీరు నిలువు కమ్మీలు లేదా క్షితిజ సమాంతర కమ్మీలలో వేటిని బార్‌గ్రాఫ్‌లో ఉపయోగిస్తారు. రేఖాచిత్రాలను ఉపయోగిస్తారా? ఎందుకు?
2. ప్రతి ఖండంలోని పొడవైన నదులు మరియు వాటి పొడవుల పట్టికకు బార్‌గ్రాఫ్ తయారు చేయడంలో, మీరు నిలువు కమ్మీలు లేదా క్షితిజ సమాంతర కమ్మీలలో వేటిని ఉపయోగించాలనుకుంటున్నారు? ఎందుకు? ఈ సమాచారాన్ని కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి, ఆపై ఏ ఖండాలలో పొడవైన నదులు కలవు. సంబంధిత పట్టిక మరియు దానికి కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని తయారు చేయండి.

### సమాచార చిత్రం (ఇన్ఫోగ్రాఫిక్స్)

- కమ్మీ రేఖాచిత్రాల వంటి డేటా దృశ్యీకరణను మరింత విస్తృతమైన కళాత్మక మరియు దృశ్య చిత్రాలతో మరింత అందంగా తీర్చిదిద్దవచ్చు, వాటిని సంక్షిప్తంగా సమాచార చిత్రం లేదా దృశ్య సమాచార చిత్రం అంటారు. దృష్టిని ఆకర్షించే మరియు ఆకర్షణీయంగా ఉండే దృశ్యాలను ఉపయోగించి సమాచారాన్ని మరింత స్పష్టంగా మరియు త్వరగా, దృశ్యపరంగా ఆహ్లాదకరంగా కమ్యూనికేట్ చేయడమే సమాచార చిత్రాల లక్ష్యం.
- సమాచార చిత్రాల దత్తాంశమును మరింత సూచనాత్మకంగా ఎలా కమ్యూనికేట్ చేయవచ్చో చూద్దాం. ఉదాహరణకు, ప్రతి ఖండంలోని ఎత్తైన పర్వతాల జాబితా గల ఉన్న పట్టికకు తిరిగి వెళ్దాం. పర్వతాలను మరింత అర్థవంతంగా సూచించడానికి, క్షితిజ సమాంతర బార్‌లతో కాకుండా నిలువు కమ్మీలతో (స్తంభాలు) కమ్మీ రేఖాచిత్రాలను గీసాము. ఇదే సందర్భంలో దీర్ఘచతురస్రాలకు బదులుగా, మనం త్రిభుజాలను ఉపయోగించవచ్చు, అవి పర్వతాల మాదిరిగా కొంచెం కనిపిస్తాయి. మరియు, మనం రంగును కూడా జోడించవచ్చు. ఫలితం కింద ఇవ్వబడింది.

AP SCERT




The infographic looks more appealing and suggestive at first glance, yet, it has some issues. The goal of our bar graph earlier was to represent the heights of various mountains - using bars of the appropriate heights but the same widths. The purpose of using the same widths was to make it clear that we are only comparing heights.

However, in this infographic, the taller triangles are also wider! Are taller mountains always wider? The infographic is implying additional information that may be misleading and may or may not be correct. Sometimes going for more appealing pictures can also accidentally mislead.

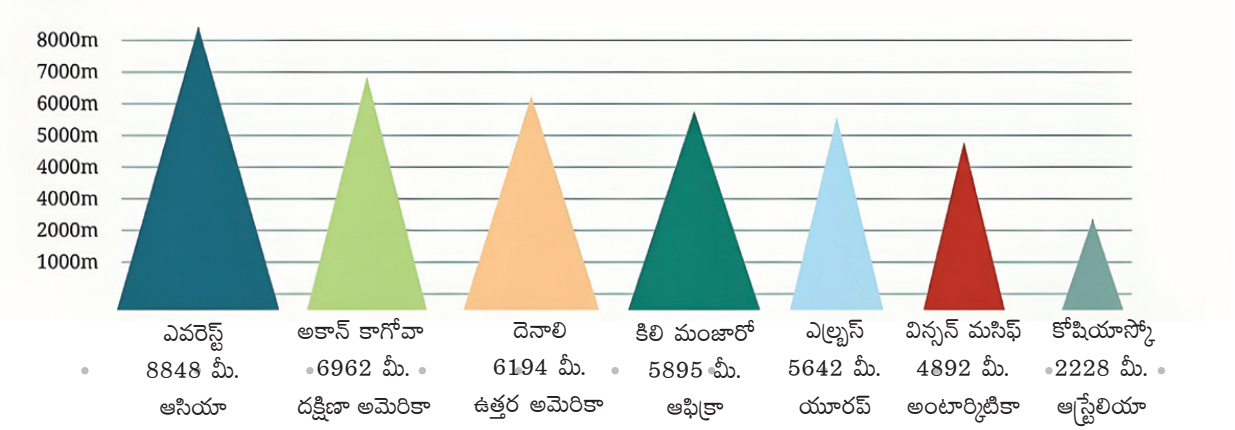
Taking this idea further, and to make the picture even more visually stimulating and suggestive, we can further change the shapes of the mountains to make them look even more like mountains, and add other details, while attempting to preserve the heights.

For example, we can create an imaginary mountain range that contains all these mountains.

Is the infographic below better than the column graph with rectangular columns of equal width? The mountains look more realistic, but is the picture accurate?

For example, Everest appears to be twice as tall as Elbrus.

AP SCERT




ఈ సమాచార చిత్రం మొదటిసారి చూసినపుడు మరింత ఆకర్షణీయంగా మరియు సూచనాత్మకంగా కనిపిస్తుంది, అయినప్పటికీ, దీనికి కొన్ని సమస్యలు ఉన్నాయి. గతంలో కమ్మీ రేఖాచిత్రం యొక్క లక్ష్యం వివిధ పర్వతాల ఎత్తులను సూచించడం – తగిన ఎత్తులు కానీ ఒకే వెడల్పులు ఉన్న కమ్మీలను ఉపయోగించడం. ఒకే వెడల్పులను ఉపయోగించడం యొక్క ఉద్దేశ్యం ఏమిటంటే, మనం ఎత్తులను మాత్రమే పోల్చుతున్నామని స్పష్టం చేయడం.

అయితే, ఈ సమాచార చిత్రంలో, ఎత్తైన త్రిభుజాలు, ఎక్కువ వెడల్పుగా ఉంటాయి! ఎత్తైన పర్వతాలు ఎల్లప్పుడూ ఎక్కువ వెడల్పుగా ఉంటాయా? సమాచార చిత్రం సూచించే అదనపు సమాచారం తప్పుదారి పట్టించేది లేదా సరైనది కాకపోవచ్చు. కొన్నిసార్లు మరింత ఆకర్షణీయమైన చిత్రాల కోసం ప్రయత్నించడం కూడా అనుకోకుండా తప్పుదారి పట్టించవచ్చు.

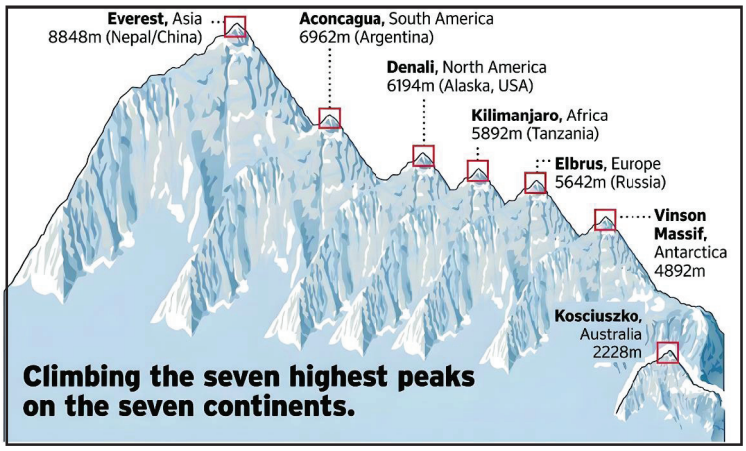
ఈ ఆలోచనను మరింత ముందుకు తీసుకెళ్లి, చిత్రాన్ని మరింత దృశ్యమానంగా ఉత్తేజపరిచే మరియు సూచనాత్మకమైనదిగా చేయడానికి, పర్వతాల ఆకారాలను మరింతగా పర్వతాల వలె కనిపించేలా మార్చవచ్చు మరియు ఎత్తులను సంరక్షించడానికి ప్రయత్నించేటప్పుడు ఇతర వివరాలను జోడించవచ్చు.

ఉదాహరణకు, ఈ పర్వతాలన్నింటినీ కలిగి ఉన్న ఒక ఊహాత్మక పర్వత శ్రేణిని మనం సృష్టించవచ్చు.

సమాన వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్రాకార స్తంభాలతో ఉన్న నిలువు రేఖాచిత్రం కంటే ఉన్న సమాచార చిత్రం మంచిదేనా? పర్వతాలు మరింత వాస్తవికంగా కనిపిస్తాయి, కానీ చిత్రం ఖచ్చితమైనదా?

ఉదాహరణకు, ఎవరెస్ట్ ఎల్బ్రుస్ కంటే రెండు రెట్లు ఎత్తుగా కనిపిస్తుంది.

AP SCERT




What is 5642 × 2?

While preparing visually-appealing presentations of data, we also need to be careful that the pictures we draw do not mislead us about the facts. In general, it is important to be careful when making or reading infographics.

## CHAPTER MASTERY

AP SCERT

### I. Answer the following questions :

1. Using tally marks which one of the following represents the number 7

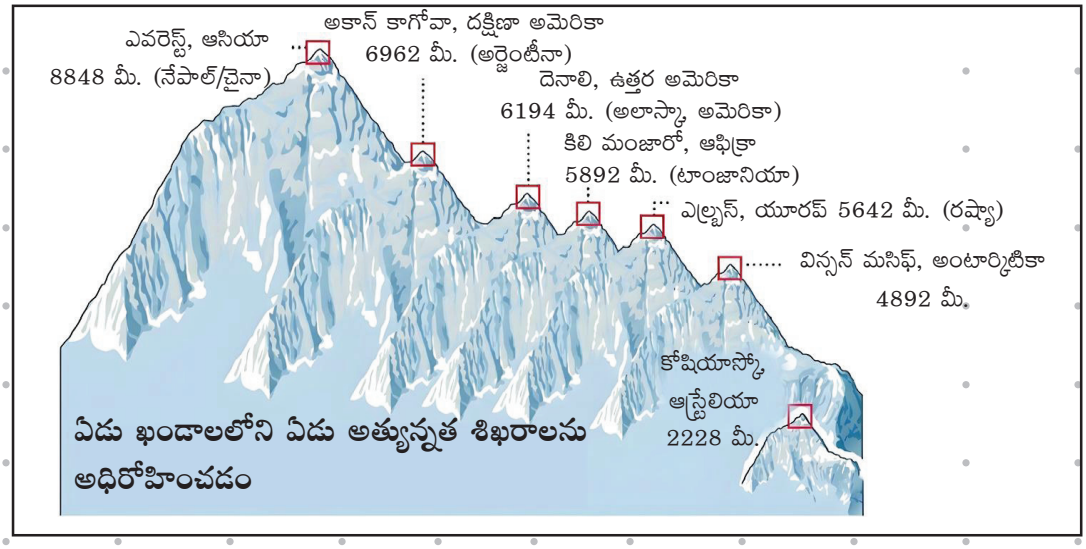
   a) 𝍸 b) 𝍸 | | c) 𝍸 | | d) 𝍸 | |

2. The marks (out of 10) obtained by 15 students in a mathematics test are listed as below: 8, 0, 5, 8, 3, 0, 8, 10,10, 3, 4, 8, 7, 8, 9 The number of students who obtained marks more than or equal to 8 is

   a) 5 b) 8 c) 6 d) 7

3. Fill the following table which represents shirt size of 40 students in a school

| Shirt size | Tally Marks | Number of students |
|---|---|---|
| 30 | \| \| \| | 3 |
| 32 | 𝍸 | — |
| 34 | — | 8 |
| 36 | 𝍸 \| \| | — |
| 38 | 𝍸 \| — | 10 |
| 40 | — | 7 |




ఏది $5642 \times 2$?

దృశ్యపరంగా ఆకర్షణీయంగా ఉండే దత్తాంశ ప్రదర్శనలను సిద్ధం చేస్తున్నప్పుడు, మనం గీసే చిత్రాలు వాస్తవాల గురించి మనల్ని తప్పుదారి పట్టించకుండా జాగ్రత్త వహించాలి. సాధారణంగా, ఇన్ఫోగ్రాఫిక్స్ తయారుచేసేటప్పుడు లేదా చదివేటప్పుడు జాగ్రత్తగా ఉండటం ముఖ్యం.

## సంగ్రహంగా!

**I. కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి :**

1. గణన చిహ్నాల(టాలీ మార్కుల)ను ఉపయోగించి కింది వాటిలో ఏది 7 సంఖ్యను సూచిస్తుంది

ఎ) 𝍸 బి) 𝍸 సి) 𝍸 || డి) 𝍸 ||

2. గణిత పరీక్షలో 15 మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు (గరిష్ఠంగా 10 కి) క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి: 8, 0, 5, 8, 3, 0, 8, 10, 10, 3, 4, 8, 7, 8, 9. ఇందులో 8 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానమైన మార్కులు పొందిన విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

ఎ) 5 బి) 8 సి) 6 డి) 7

3. పాఠశాలలో 40 మంది విద్యార్థుల చొక్కా సైజును సూచించే కింది పట్టికను పూరించండి.

| చొక్కా సైజు | గణన చిహ్నాలు | విద్యార్థులసంఖ్య |
|---|---|---|
| 30 | \|\|\| | 3 |
| 32 | 𝍸 | — |
| 34 | — | 8 |
| 36 | 𝍸 \|\| | — |
| 38 | 𝍸 — | 10 |
| 40 | — | 7 |

AP SCERT

## II. True or Flase :

4. In a pictograph, if a symbol  represents 20 flowers in a basket then  stands for 30 flowers.
5. In a bar graph, the width of bars may be unequal
6. In a bar graph, the gap between two consecutive bars may not be the same.

## III. Solve the following :

7. In an examination, the grades achieved by 30 students of a class are given below. Arrange these grades in a table using tally marks: B, C, C, E, A, C, B, B, D, D, D, D, B, C, C, C, A, C, B, E, A, D, C, B, E, C, B, E, C, D
8. A survey was carried out in a certain school to find out the popular school subjects among students of Classes VI to VIII. The data in this regard is displayed as pictograph given below:

| **Subject** | **Number of Students**  **= 50 students** |
|---|---|
| Hindi |  |
| English |  |
| Mathematics |  |
| Science |  |
| Social Studies |  |

a) Which subject is most popular among the students?

b) How many students like Mathematics?

c) Find the number of students who like subjects other than Mathematics and Science.

APSCERT

## II. సత్యం లేదా అసత్యం :

4. ఒక పటచిత్రాలో, ఒక  చిహ్నం ఒక బుట్టలో 20 పువ్వులను సూచిస్తే,  30 పువ్వులను సూచిస్తుంది.
5. కమ్మీ రేఖాచిత్రాలలో, కమ్మీల వెడల్పు అనమానంగా ఉండవచ్చు
6. కమ్మీ రేఖాచిత్రాలలో, వరుసగా రెండు కమ్మీల మధ్య అంతరం ఒకేలా ఉండకపోవచ్చు.

## III. కింది వాటిని పరిష్కరించండి :

7. ఒక పరీక్షలో, ఒక తరగతిలోని 30 మంది విద్యార్థులు సాధించిన గ్రేడ్‌లు క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి. ఈ గ్రేడ్‌లను టాలీ మార్కులను ఉపయోగించి పట్టికలో అమర్చండి : B, C, C, E, A, C, B, B, D, D, D, D, B, C, C, C, A, C, B, E, A, D, C, B, E, C, B, E, C, D
8. VI నుండి VIII తరగతుల విద్యార్థులలో ఇష్టమైన సబ్జెక్టును తెలుసుకోవడానికి ఒక నిర్దిష్ట పాఠశాలలో ఒక సర్వే నిర్వహించబడింది. దీనికి సంబంధించిన డేటా క్రింద ఇవ్వబడిన పటచిత్రంగా ప్రదర్శించబడింది:

| సబ్జెక్టు | విద్యార్థుల సంఖ్య  = 50 విద్యార్థులు |
|---|---|
| హిందీ |  |
| ఇంగ్లీషు |  |
| గణితం |  |
| సైన్స్ |  |
| సోషల్ స్టడీస్ |  |

ఎ) విద్యార్థులలో ఏ సబ్జెక్టు అత్యంత ప్రాచుర్యం పొందింది?

బి) ఎంత మంది విద్యార్థులు గణితాన్ని ఇష్టపడతారు?

సి) గణితం మరియు సైన్స్ కాకుండా ఇతర సబ్జెక్టులను ఇష్టపడే విద్యార్థుల సంఖ్యను కనుగొనండి.

AP SCERT

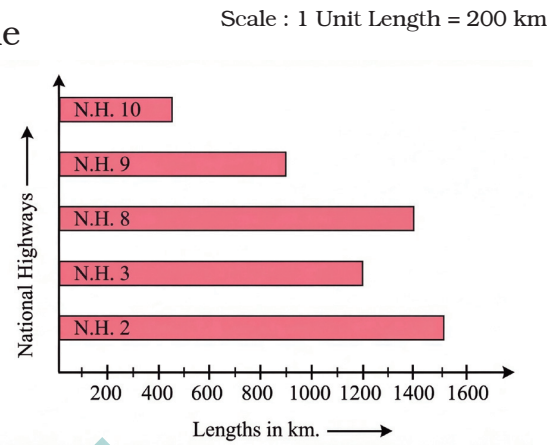
9. The bar graph given below represents approximate length (in kilometres) of some National Highways in India. Study the bar graph and answer the following questions

(a) Which National Highway (N.H.) is the longest among the above?

(b) Which National Highway is the shortest among the above?

(c) What is the length of National Highway 9?

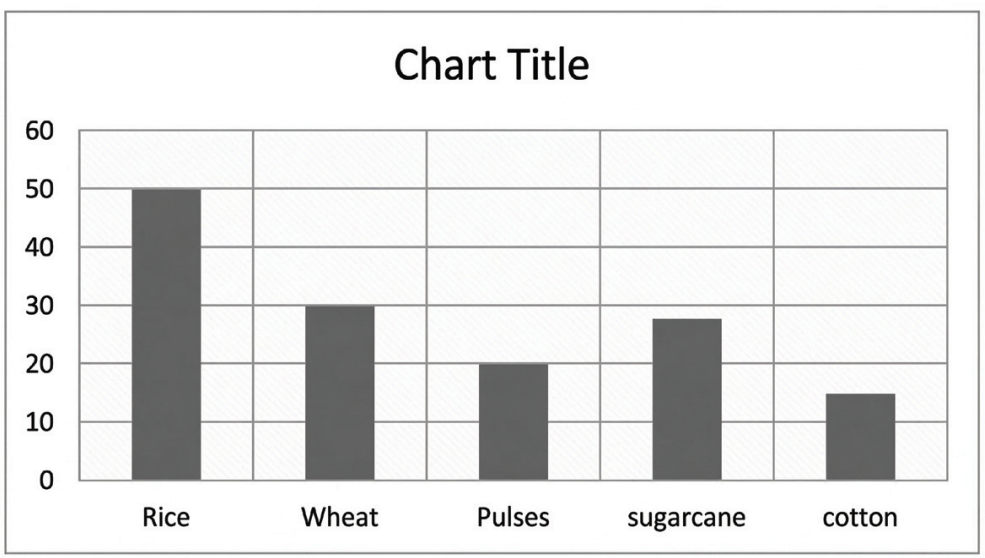
(d) Length of which National Highway is about three times the National Highway10?




10. The following table shows the area of the land on which different crops were grown

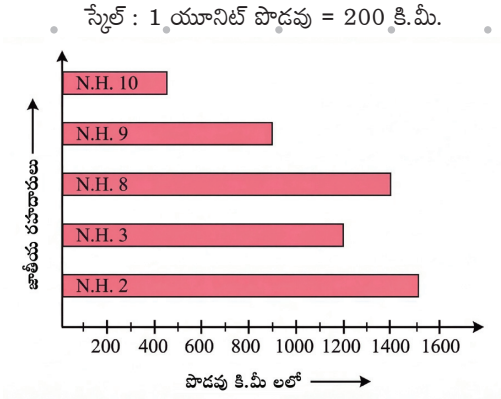
| Type of crop | Rice | Wheat | Pulses | Sugarcane | Cotton |
|---|---|---|---|---|---|
| Area of land (sq.u) | 50 | 30 | 20 | 25 | 10 |

Babji draw the bar graph for this information as given below. Tulasi checked it andtold that something is wrong. Can you find what is wrong and correct it?




AP SCERT

9. క్రింద ఇవ్వబడిన కమ్మీ రేఖాచిత్రం భారతదేశంలోని కొన్ని జాతీయ రహదారుల పొడవును (కిలోమీటర్లలో) సూచిస్తుంది. కమ్మీ రేఖాచిత్రాను అధ్యయనం చేసి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి.




(ఎ) ఏ జాతీయ రహదారి (N.H.) పొడవైనది?

(బి) ఇచ్చిన వాటిలో ఏ జాతీయ రహదారి చిన్నది?

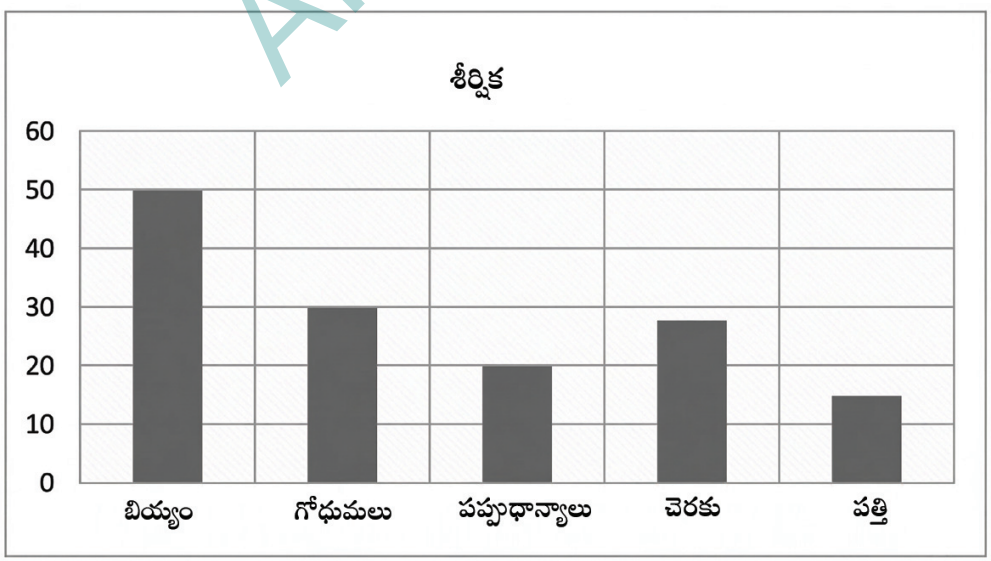
(సి) జాతీయ రహదారి 9 పొడవు ఎంత?

(డి) ఏ జాతీయ రహదారి పొడవు జాతీయ రహదారి 10 కంటే దాదాపు మూడు రెట్లు ఎక్కువ కలదు?

10. కింది పట్టిక వివిధ పంటలు పండించే భూ వైశాల్యాలను చూపిస్తుంది.

| పంట రకం | బియ్యం | గోధుమలు | పప్పుధాన్యాలు | చెరకు | పత్తి |
|---|---|---|---|---|---|
| భూ వైశాల్యం (చ॥ప్ర) | 50 | 30 | 20 | 25 | 10 |

బాబ్జీ ఈ సమాచారం కోసం క్రింద ఇవ్వబడిన బార్ గ్రాఫ్‌ను గీసాడు. తులసి దానిని తనిఖీ చేసి ఏదో తప్పు జరిగిందని చెప్పింది. ఆ తప్పును కనుగొని సరిదిద్దగలరా?




AP SCERT

11. The number of ATMs of different banks in a city is shown below:

| Bank | Number of ATMs |
|---|---|
| HDFC Bank | 5 |
| Union Bank | 15 |
| Indian Bank | 20 |
| State Bank of India | 25 |
| Canara Bank | 10 |

Draw a bar graph to represent the above information by choosing the scale of your choice.

## SUMMARY

- Data can be organised in a tabular form using tally marks for easy analysis and interpretation.
- Frequencies are the counts of the occurrences of values, measures or observations.
- Pictographs represent data in the form of pictures, or objects or parts of objects. Each picture represents a frequency which can be 1 or more than 1 — this is called the scale and it must be specified.
- Bar graphs have bars of uniform width; the length or height that indicates the total frequency of occurrence. The scale that is used to convert length or height to frequency again, must be specified.
- Choosing the appropriate scale for a pictograph or bar graph is important to accurately and effectively convey the desired information or data and to also make it visually appealing.
- Other aspects of a graph also contribute to its effectiveness and visual appeal such as how colours are used, what accompanying pictures are drawn, and whether the bars are horizontal or vertical. These aspects correspond to the artistic and aesthetic side of data handling and presentation.

AP SCERT

11. ఒక నగరంలోని వివిధ బ్యాంకుల ATMల సంఖ్య క్రింద చూపబడింది:

| బ్యాంకు | ATM ల సంఖ్య |
|---|---|
| హెచ్.డి.ఎఫ్.సి బ్యాంకు | 5 |
| యూనియన్ బ్యాంకు | 15 |
| ఇండియన్ బ్యాంకు | 20 |
| స్టేట్ బ్యాంకు | 25 |
| కెనరా బ్యాంకు | 10 |

మీకు నచ్చిన స్కేల్‌ను ఎంచుకోవడం ద్వారా పై సమాచారాన్ని సూచించడానికి బార్ గ్రాఫ్‌ను గీయండి.

## సారాంశం

- విశ్లేషణ మరియు వివరణను సులభతరం చేయడానికి దత్తాంశమును గణన చిహ్నాలు ఉపయోగించి పట్టిక రూపంలో నిర్వహించవచ్చు.
- పౌనఃపున్యాలు అంటే విలువలు, కొలతలు లేదా పరిశీలనలో సంభవించే గణనలు.
- పటచిత్రాలు దత్తాంశమును వస్తువులు లేదా వస్తువుల భాగాల రూపంలో సూచిస్తాయి. ప్రతి చిత్రం 1 లేదా 1 కంటే ఎక్కువ ఉండే ఫ్రీక్వెన్సీని(పౌనఃపున్యం) సూచిస్తుంది – దీనిని స్కేల్ అంటారు మరియు దానిని పేర్కొనాలి.
- కమ్మీ రేఖాచిత్రాలు ఏకరీతి వెడల్పు గల కమ్మీలను కలిగి ఉంటాయి; కమ్మీ పొడవు లేదా ఎత్తు దాని మొత్తం పౌనఃపున్యాన్ని సూచిస్తుంది. పొడవు లేదా ఎత్తును పౌనఃపున్యాలుగా మార్చడానికి ఉపయోగించే స్కేల్‌ను పేర్కొనాలి.
- కావలసిన సమాచారం లేదా దత్తాంశమును ఖచ్చితంగా మరియు సమర్థవంతంగా తెలియజేయడానికి మరియు దానిని దృశ్యమానంగా ఆకర్షణీయంగా చేయడానికి పటచిత్రం లేదా కమ్మీ రేఖాచిత్రం కోసం తగిన స్కేల్‌ను ఎంచుకోవడం ముఖ్యం.
- రేఖాచిత్రం యొక్క ఇతర అంశాలు కూడా దాని ప్రభావం మరియు దృశ్య ఆకర్షణకు దోహదం చేస్తాయి, అంటే రంగులు ఎలా ఉపయోగించబడతాయి, దానితో పాటు వచ్చే చిత్రాలు ఏవి గీశారు మరియు కమ్మీలు క్షితిజ సమాంతరంగా లేదా నిలువుగా ఉన్నాయా లాంటి అంశాలు దత్తాంశ నిర్వహణ మరియు ప్రదర్శన యొక్క కళాత్మక మరియు సౌందర్యోపాసన విలువల వైపుకు అనుగుణంగా ఉంటాయి.

AP SCERT

# 5 PRIME TIME

S6D3G3

## Learning Outcomes:

**Learners will be able to**

- Define and list the factors and multiples of given numbers. (CG-1)
- Find common factors and common multiples of two or more numbers. (CG-1)
- Identify prime and composite numbers up to 100. (CG-1)
- Use prime factorization to represent numbers and solve the related problems. (CG-2)
- Use divisibility rules to check quickly. (CG-8)
- Participate in activities like factor and multiple games to build number sense. (CG-7)

AP SCERT

## 5.0 Introduction

This chapter introduces the idea of factors and multiples through fun games like the idli-vada game, helping students notice patterns in numbers. By observing when numbers repeat in different lists, children learn what common multiples, common factors, prime numbers, composite numbers, and co-prime numbers are. The chapter also shows how every number (except 1) can be broken down into prime factors, and how this helps in checking divisibility and understanding the structure of numbers. Through puzzles, diagrams, and activities, students build a strong foundation for number sense in an enjoyable and intuitive way.

# 5 ప్రధాన సంఖ్యా సమయం

S9G3C1

## అభ్యసన ఫలితాలు:

**అభ్యాసకులు**

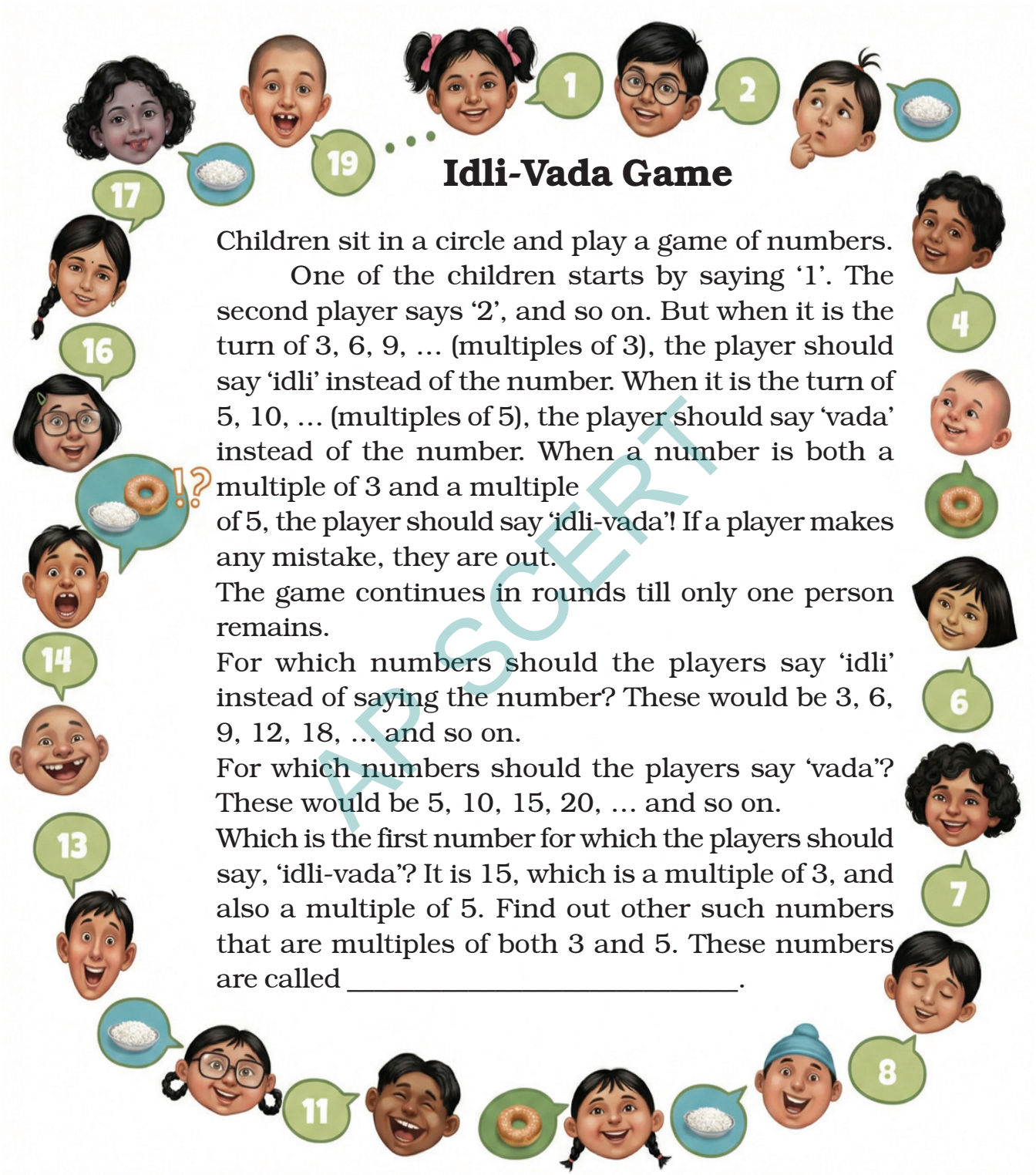
- ఇచ్చిన సంఖ్యల కారణాంకాలను మరియు గుణిజాలను నిర్వచించగలరు మరియు వాటిజాబితా రాయగలరు. (CG-1)
- రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల మధ్య ఉన్న ఉమ్మడి కారణాంకాలను మరియు ఉమ్మడి గుణిజాలను కనుగొనగలరు. (CG-1)
- 100 వరకు గల ప్రధాన సంఖ్యలను మరియు సంయుక్త సంఖ్యలను గుర్తించగలరు. (CG-1)
- సంఖ్యలను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయగలరు మరియు వాటికి సంబంధించిన సమస్యలను సాధించగలరు. (CG-2)
- భాజనీయతాసూత్రాలను ఉపయోగించి, ఒక సంఖ్య దేనితోభాగించబడుతుందో త్వరగా గుర్తించగలరు. (CG-8)
- కారణాంకాలు మరియు గుణిజాలకు సంబంధించిన ఆటలలో పాల్గొనడం ద్వారా సంఖ్యలపై అవగాహన పెంపొందించుకుంటారు. (CG-7)

AP SCERT

## 5.0 పరిచయం

ఈ అధ్యాయం ఇడ్లీ-వడ ఆట వంటి సరదా కార్యకలాపాల ద్వారా కారణాంకాలు మరియు గుణిజాల భావాన్ని విద్యార్థులకు పరిచయం చేస్తూ, ఇది విద్యార్థులు సంఖ్యలలోని వివిధ వరుసలను గుర్తించడంలో సహాయపడుతుంది. వివిధ జాబితాలలో సంఖ్యలు ఎప్పుడు పునరావృత మవుతున్నాయో గమనించడం ద్వారా, పిల్లలు ఉమ్మడి గుణిజాలు, ఉమ్మడి కారణాంకాలు, ప్రధాన సంఖ్యలు, సంయుక్త సంఖ్యలు మరియు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అంటే ఏమిటో నేర్చుకుంటారు. ప్రతి సంఖ్యను (1 తప్ప) ఎలా ప్రధాన కారణాంకాలుగా విడగొట్టవచ్చో, భాజనీయత సూత్రాలను ఎలా ఉపయోగించాలో, సంఖ్యల నిర్మాణాన్ని ఎలా అర్థం చేసుకోవాలో ఈ అధ్యాయం చూపిస్తుంది. పజిల్స్, రేఖాచిత్రాలు మరియు వివిధ కృత్యాల ద్వారా విద్యార్థులు సంఖ్యల ప్రపంచాన్ని ఆనందంగా, సునాయాసంగా అన్వేషిస్తూ, సంఖ్యా జ్ఞానానికి అవసరం అగు ఒక బలమైన పునాదిని నిర్మించుకుంటారు.

## 5.1 Common Multiples and Common Factors




### Idli-Vada Game

Children sit in a circle and play a game of numbers.

One of the children starts by saying '1'. The second player says '2', and so on. But when it is the turn of 3, 6, 9, ... (multiples of 3), the player should say 'idli' instead of the number. When it is the turn of 5, 10, ... (multiples of 5), the player should say 'vada' instead of the number. When a number is both a multiple of 3 and a multiple of 5, the player should say 'idli-vada'! If a player makes any mistake, they are out.

The game continues in rounds till only one person remains.

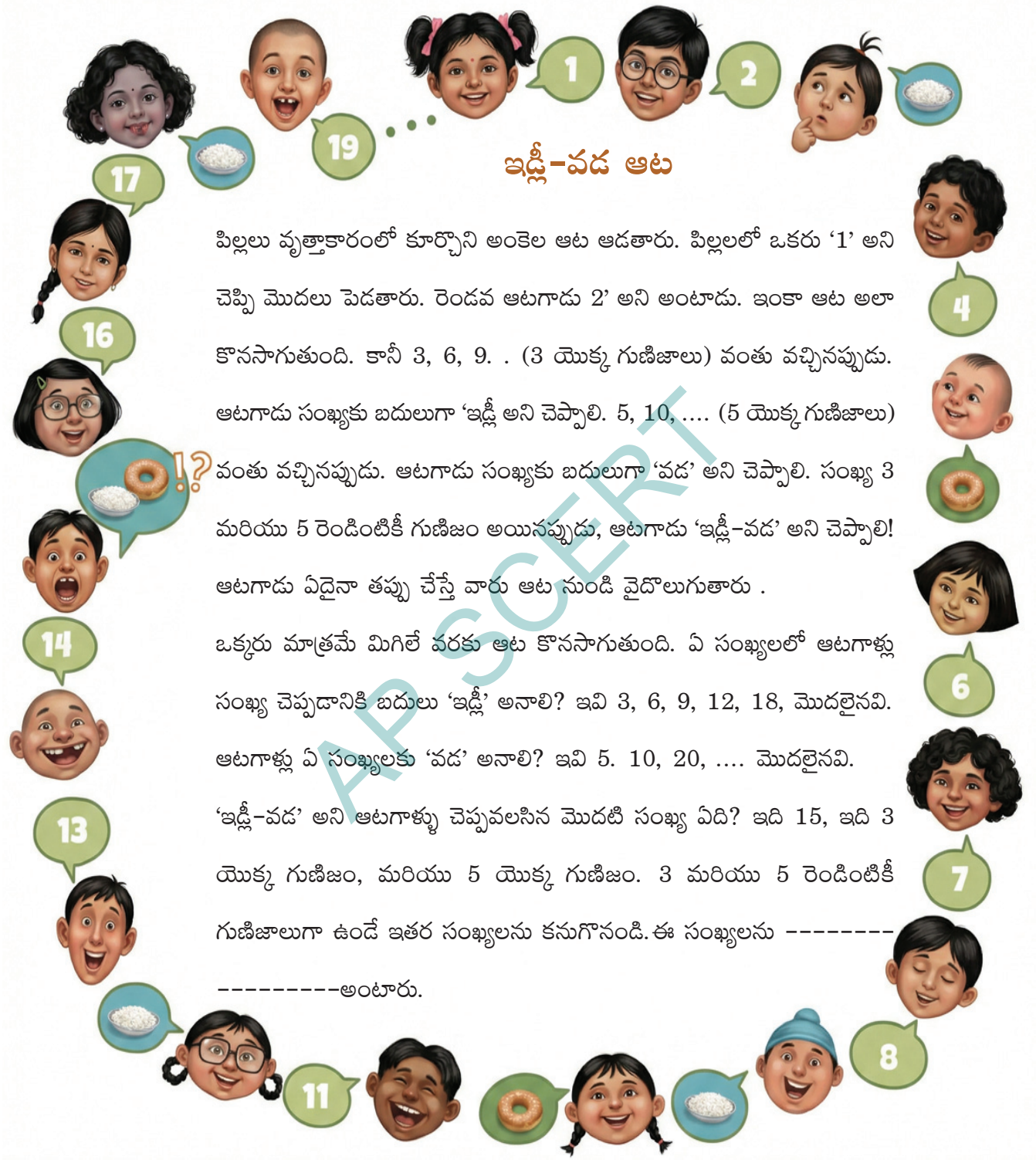
For which numbers should the players say 'idli' instead of saying the number? These would be 3, 6, 9, 12, 18, ... and so on.

For which numbers should the players say 'vada'? These would be 5, 10, 15, 20, ... and so on.

Which is the first number for which the players should say, 'idli-vada'? It is 15, which is a multiple of 3, and also a multiple of 5. Find out other such numbers that are multiples of both 3 and 5. These numbers are called _____.

APSCERT

## 5.1 ఉమ్మడి గుణిజాలు మరియు ఉమ్మడి కారణాంకాలు




### ఇడ్లీ-వడ ఆట

పిల్లలు వృత్తాకారంలో కూర్చొని అంకెల ఆట ఆడతారు. పిల్లలలో ఒకరు '1' అని చెప్పి మొదలు పెడతారు. రెండవ ఆటగాడు 2' అని అంటాడు. ఇంకా ఆట అలా కొనసాగుతుంది. కానీ 3, 6, 9. . (3 యొక్క గుణిజాలు) వంతు వచ్చినప్పుడు. ఆటగాడు సంఖ్యకు బదులుగా 'ఇడ్లీ అని చెప్పాలి. 5, 10, .... (5 యొక్క గుణిజాలు) వంతు వచ్చినప్పుడు. ఆటగాడు సంఖ్యకు బదులుగా 'వడ' అని చెప్పాలి. సంఖ్య 3 మరియు 5 రెండింటికీ గుణిజం అయినప్పుడు, ఆటగాడు 'ఇడ్లీ-వడ' అని చెప్పాలి! ఆటగాడు ఏదైనా తప్పు చేస్తే వారు ఆట నుండి వైదొలుగుతారు .

ఒక్కరు మాత్రమే మిగిలే వరకు ఆట కొనసాగుతుంది. ఏ సంఖ్యలలో ఆటగాళ్లు సంఖ్య చెప్పడానికి బదులు 'ఇడ్లీ' అనాలి? ఇవి 3, 6, 9, 12, 18, మొదలైనవి. ఆటగాళ్లు ఏ సంఖ్యలకు 'వడ' అనాలి? ఇవి 5. 10, 20, .... మొదలైనవి. 'ఇడ్లీ-వడ' అని ఆటగాళ్ళు చెప్పవలసిన మొదటి సంఖ్య ఏది? ఇది 15, ఇది 3 యొక్క గుణిజం, మరియు 5 యొక్క గుణిజం. 3 మరియు 5 రెండింటికీ గుణిజాలుగా ఉండే ఇతర సంఖ్యలను కనుగొనండి. ఈ సంఖ్యలను ---------

---------అంటారు.

AP SCERT



## Figure it Out - 5.1

1. At what number is 'idli-vada' said for the 10th time?
2. If the game is played for the numbers 1 to 90, find out:
   a. How many times would the children say 'idli' (including the times they say 'idli-vada')?
   b. How many times would the children say 'vada' (including the times they say 'idli-vada')?
   c. How many times would the children say 'idli-vada'?
3. What if the game was played till 900? How would your answers change?
4. Is this figure somehow related to the 'idli-vada' game?
   **Hint:** Imagine playing the game till 30. Draw the figure if the game is played till 60.

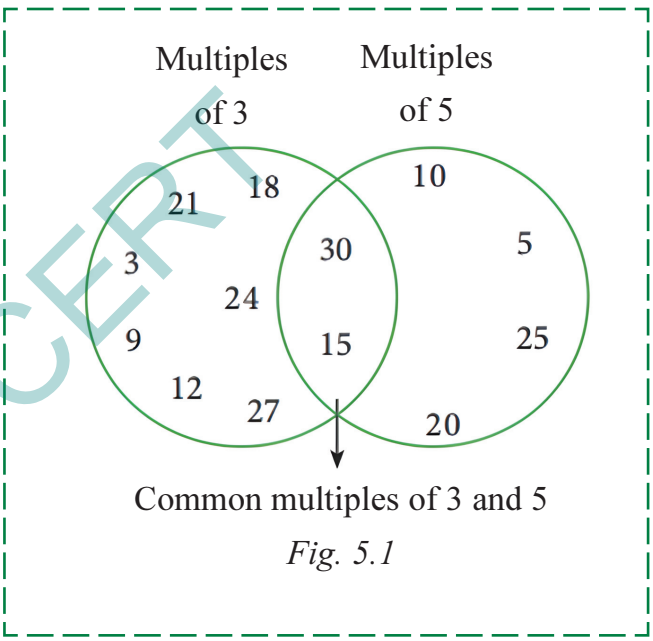
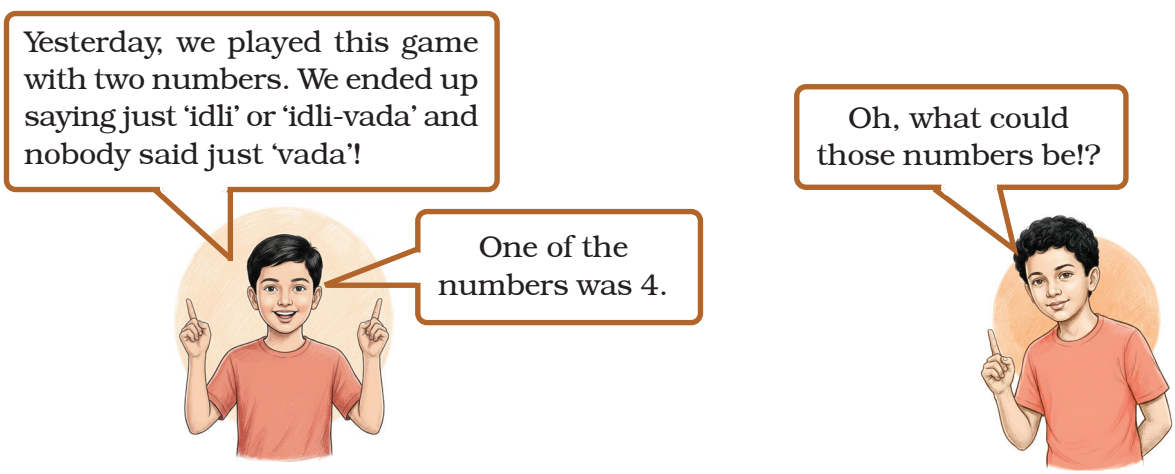


*Fig. 5.1*

- Let us now play the 'idli-vada' game with different pairs of numbers:
  a. 2 and 5,
  b. 3 and 7,
  c. 4 and 6.

We will say 'idli' for multiples of the smaller number, 'vada' for multiples of the larger number and 'idli-vada' for common multiples.
Draw a figure similar to Fig. 5.1 if the game is played up to 60.



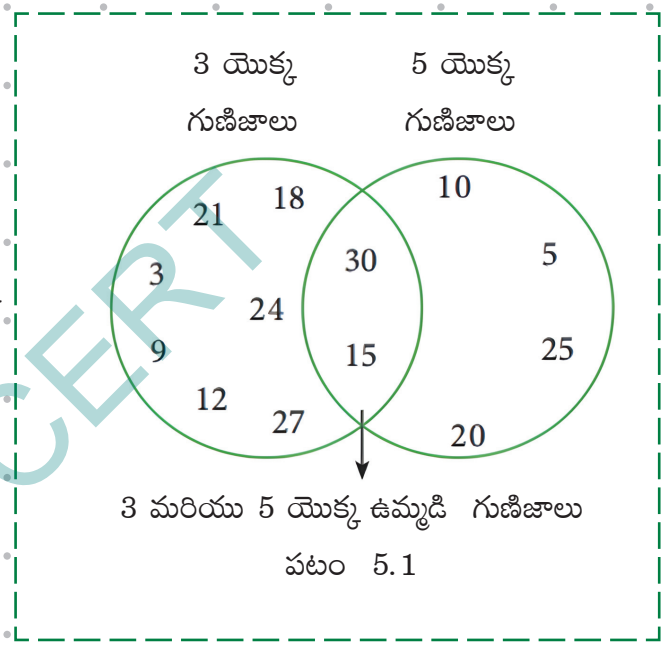

AP SCERT



## ఆలోచించండి-చేయండి - 5.1

1. 10వ సారి 'ఇడ్లీ వడ' అని ఏ సంఖ్య వద్ద చెబుతారు?
2. ఆట 1 నుండి 90 సంఖ్యల వరకు ఆడితే, క్రింది వాటిని కనుగొనండి:
   ఎ. పిల్లలు 'ఇడ్లీ' అని ఎన్నిసార్లు అంటారు (వారు 'ఇడ్లీ-వడ' అని చెప్పే సమయాలతో సహా)?
   బి. పిల్లలు 'వడ' అని ఎన్నిసార్లు అంటారు (వారు 'ఇడ్లీ- వడ' అని చెప్పే సమయాలతో సహా)?
   సి. పిల్లలు 'ఇడ్లీ వడ' అని ఎన్నిసార్లు అంటారు?
3. 900 వరకు ఆట ఆడితే ఎలా ఉంటుంది? మీ సమాధానాలు ఎలా మారుతాయి?
4. ప్రక్క పటానికి 'ఇడ్లీ వడ' ఆటకు సంబంధం ఉందా?

**సూచన:** 30 వచ్చు వరకు ఆట ఆడటాన్ని ఊహించుకోండి. ఆటను 60 వరకు ఆడినట్లయితే బొమ్మను గీయండి.



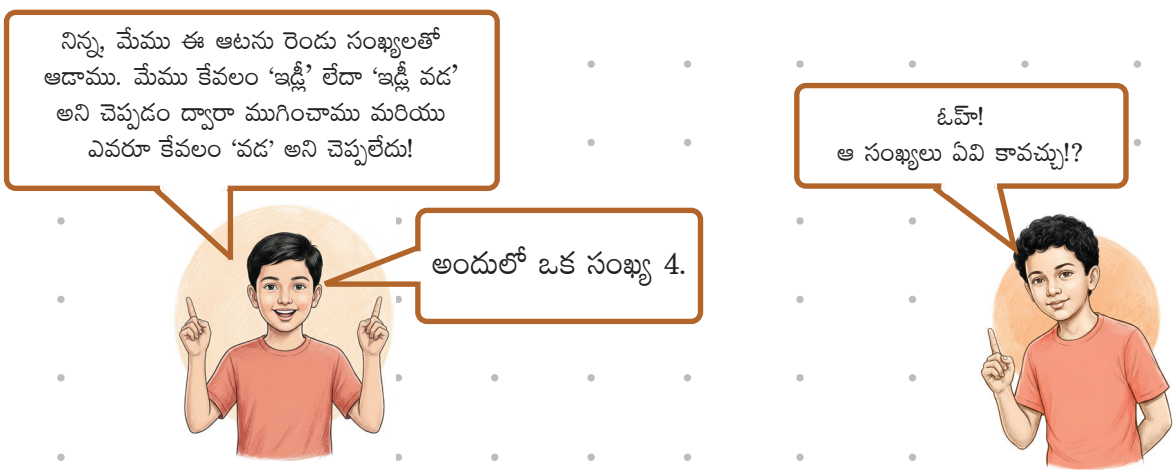
3 మరియు 5 యొక్క ఉమ్మడి గుణిజాలు

పటం 5.1

- ఇప్పుడు మనం వివిధ జతల సంఖ్యలతో 'ఇడ్లీ-వడ' ఆటను ఆడుకుందాం:
  ఎ. 2 మరియు 5,
  బి. 3 మరియు 7,
  సి. 4 మరియు 6.

చిన్న సంఖ్య యొక్క గుణిజాలకు 'ఇడ్లీ', పెద్ద సంఖ్య యొక్క గుణిజాలకు 'వడ' మరియు ఉమ్మడి గుణిజాలకు 'ఇడ్లీ-వడ' అని అంటాము.

ఒకవేళ ఆటను 60 వరకు ఆడినట్లయితే పటం 5.1ను పోలిన బొమ్మను గీయండి.




AP SCERT

❁ Which of the following could be the other number:
2, 3, 5, 8, 10?

**Jump Jackpot**

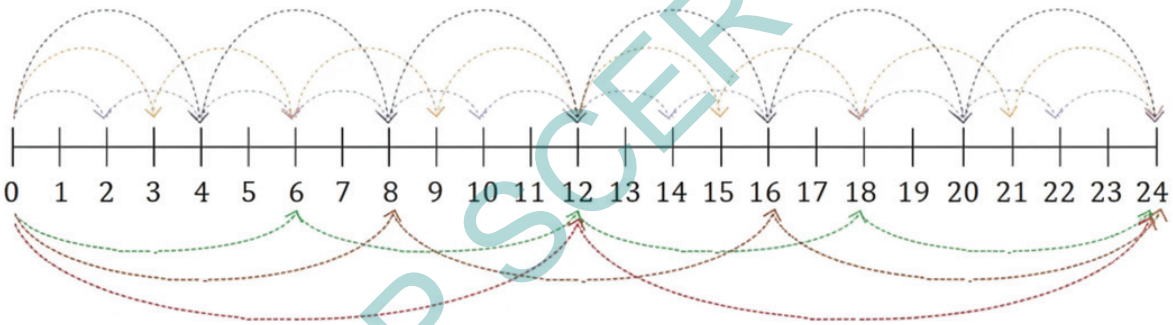
Jumpy and Grumpy play a game.

- Grumpy places a treasure on some number. For example, he may place it on 24.
- Jumpy chooses a jump size. If he chooses 4, then he has to jump only on multiples of 4, starting at 0.
- Jumpy gets the treasure if he lands on the number where Grumpy placed it.

Which jump sizes will get Jumpy to land on 24?

If he chooses 4: Jumpy lands on $4 \rightarrow 8 \rightarrow 12 \rightarrow 16 \rightarrow 20 \rightarrow 24 \rightarrow 28 \rightarrow \ldots$

Other successful jump sizes are 2, 3, 6, 8 and 12.




AP SCERT

What about the jump of sizes 1 and 24? Yes, they also will land on 24. The numbers 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 all divide 24 exactly. Recall that such numbers are called **factors or divisors** of 24.

Grumpy increases the level of the game. Two treasures are kept on two different numbers. Jumpy has to choose a jump size and stick to it. Jumpy gets the treasures only if he lands on both the numbers with the chosen jump size. As before, Jumpy starts at 0.

Grumpy has kept the treasures on 14 and 36. And, Jumpy chooses a jump size of 7.

Will Jumpy land on both the treasures? Starting from 0, he jumps to $7 \rightarrow 14 \rightarrow 21 \rightarrow 28 \rightarrow 35 \rightarrow 42 \ldots$ We see that he landed on 14 but did not land on 36.

ఈ క్రింది వాటిలో ఏది ఇతర సంఖ్య కావచ్చు:

2, 3, 5, 8, 10?

**జంప్ జాక్ పాట్**

జంపీ మరియు గ్రంపీ ఒక ఆట ఆడతారు.

- గ్రంపీ ఒక సంఖ్య వద్ద నిధిని ఉంచుతాడు. ఉదాహరణకు, అతను దానిని 24 లో పెట్టవచ్చు.
- జంపీ గెంతే పరిమాణమును ఎంచుకుంటాడు. ఒకవేళ అతడు 4ను ఎంచుకున్నట్లయితే, అతడు 0 నుంచి ప్రారంభమయ్యే 4 యొక్క గుణిజాల పై మాత్రమే దూకాలి.
- గ్రంపీ ఉంచిన సంఖ్యపై జంపీ గెంత గలిగితే ఆ నిధి లభిస్తుంది.

జంపీ ఏ గెంతే పరిమాణమును ఎంచుకుంటే 24 మీదకు గెంతుగలడు.

అతను 4ను ఎంచుకుంటే: జంపీ 4 → 8 → 12 →16 → 20 → 24 → 28 → ...

మీద దిగుతాడు. ఇతర విజయవంతమైన దుమికే పరిమాణాలు 2, 3, 6, 8 మరియు 12.




AP SCERT

గెంతే పరిమాణాలు 1 మరియు 24 అయితే అపుడు ఏమవుతుంది? అవును, అవి కూడా 24 మీద దిగుతాయి. సంఖ్యలు 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 అన్నీ 24ని ఖచ్చితంగా భాగిస్తాయి. ఇలాంటి సంఖ్యలను 24 యొక్క **కారణాంకాలు లేదా విభాజకాలు** అని గుర్తుంచుకోండి.

గ్రంపీ ఆట స్థాయిని పెంచుతాడు. రెండు వేర్వేరు సంఖ్యల వద్ద రెండు నిధులు పెట్టాడు. జంపీ ఒక గెంతే పరిమాణాన్ని ఎంచుకుని, అదే దానికి కట్టుబడి ఉండాలి. ఎంచుకున్న గెంతే పరిమాణము తో రెండు అంకెలపై గెంతితేనే జంపీకి సంపదలు లభిస్తాయి. మునుపటిలాగే, జంపీ 0 వద్ద ప్రారంభమవుతాడు.

గ్రంపీ ఈ నిధి ని 14 మరియు 36 సంఖ్యల వద్ద భద్రపరిచాడు. మరియు, జంపీ గెంతే పరిమాణమును 7 గా ఎంచుకుంటాడు.

ఈ రెండు నిధులపైకి జంపీ గెంతగలడా? జంపీ 0 నుంచి 7 చొప్పున దూకితే,

7 → 14 → 21 → 28 → 35 → 42 ..... అతను 14 మీద దిగుతాడు కానీ, 36 మీద దిగడు.

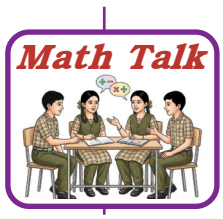
so he does not get the treasure. What jump size should he have chosen?
The factors of 14 are: 1, 2, 7, 14. So, these jump sizes will land on 14.
The factors of 36 are: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 and 36. These jump sizes will land on 36.
So, the jump sizes of 1 or 2 will land on both 14 and 36. Notice that 1 and 2 are the common factors of 14 and 36.
The jump sizes using which both the treasures can be reached are the **common factors** of the two numbers where the treasures are placed.

- What jump size can reach both 15 and 30? There are multiple jump sizes possible. Try to find them all.
- Look at the table below. What do you notice?

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 31 | (32) | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | (40) |
| 41 | 42 | 43 | (44) | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | (52) | 53 | 54 | 55 | (56) | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | (64) | 65 | 66 | 67 | (68) | 69 | 70 |

In the table,

1. Is there anything common among the shaded numbers?
2. Is there anything common among the circled numbers?
3. Which numbers are both shaded and circled? What are these numbers called?






## Figure it Out - 5.2

1. Find all multiples of 40 that lie between 310 and 410.

APSCERT

అతనికి నిధి లభించలేదు. అతను ఏ గెంతే పరిమాణం ను ఎంచుకోవాలి?

14 యొక్క కారణాంకాలు: 1, 2, 7, 14. అందువల్ల, ఈ గెంతే పరిమాణాలు 14 వద్దకు చేరి 14 పై దిగడం (ల్యాండ్ అవ్వడం) జరుగుతుంది.

36 యొక్క కారణాంకాలు : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.అందువల్ల, ఈ గెంతే పరిమాణాలు 36 పై దిగడం (ల్యాండ్ అవ్వడం) జరుగుతుంది.

కాబట్టి, 1 లేదా 2 యొక్క గెంతే పరిమాణాలు 14 మరియు 36 రెండింటిలోనూ ల్యాండ్ (అనగా దిగడం) జరుగుతుంది. 1 మరియు 2 అనేవి 14 మరియు 36 యొక్క ఉమ్మడి కారణంకాలు.

రెండు నిధులను చేరుకునేందుకు ఉపయోగించే గెంతే పరిమాణాలు అవి ఉంచిన సంఖ్యల **ఉమ్మడి కారణంకాలు** అని గమనించండి.

- రెండు నిధులను చేరుకోగల గెంతే పరిమాణాలు నిధిని ఉంచిన రెండు సంఖ్యల యొక్క ఉమ్మడి కారణంకాలు అవుతాయి.

15 మరియు 30 రెండింటినీ ఏ గెంతే పరిమాణం చేరుకోగలదు? ఇక్కడ చాలా గెంతే పరిమాణాలు సాధ్యము. వాటన్నిటినీ వెతికే ప్రయత్నం చేయండి.

- కింది పట్టిక చూడండి. మీరు ఏమి గమనించారు?

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 31 | (32) | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | (40) |
| 41 | 42 | 43 | (44) | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | (52) | 53 | 54 | 55 | (56) | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | (64) | 65 | 66 | 67 | (68) | 69 | 70 |

పట్టికలో,

1. షేడెడ్ చేయబడిన సంఖ్యల మధ్య ఏదైనా సారూప్యత ఉందా?
2. వృత్తం లో ఉంచబడిన సంఖ్యల మధ్య ఏదైనా సారూప్యత ఉందా?
3. ఏ సంఖ్యలు షేడెడ్ మరియు వృత్తం లో ఉంచబడతాయి? ఈ సంఖ్యలను ఏమని పిలుస్తారు?



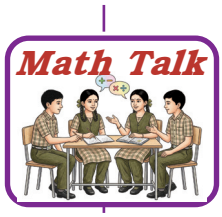



## ఆలోచించండి-చేయండి - 5.2

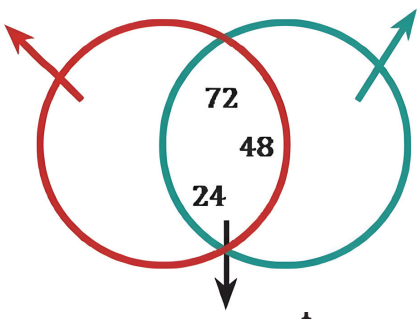
1. 310 మరియు 410 మధ్య ఉన్న 40 యొక్క అన్ని గుణిజాలు కనుగొనండి.

AP SCERT

2. Who am I?
   a. I am a number less than 40. One of my factors is 7. The sum of my digits is 8.
   b. I am a number less than 100. Two of my factors are 3 and 5. One of my digits is 1 more than the other.
3. A number for which the sum of all its factors is equal to twice the number is called a **perfect number**. The number 28 is a perfect number. Its factors are 1, 2, 4, 7, 14 and 28. Their sum is 56 which is twice 28. Find a perfect number between 1 and 10.
4. Find the common factors of:
   a. 20 and 28 b. 35 and 50
   c. 4, 8 and 12 d. 5, 15 and 25
5. Find any three numbers that are multiples of 25 but not multiples of 50.
6. Anshu and his friends play the 'idli-vada' game with two numbers, which are both smaller than 10. The first time anybody says 'idli- vada' is after the number 50. What could the two numbers be which are assigned 'idli' and 'vada'?
7. In the treasure hunting game, Grumpy has kept treasures on 28 and 70. What jump sizes will land on both the numbers?
8. In the diagram below, Rishi has erased all the numbers except the common multiples. Find out what those numbers could be and fill in the missing numbers in the empty regions.




Multiples of ____ Multiples of ____




9. Find the smallest number that is a multiple of all the numbers from 1 to 10, except for 7.
10. Find the smallest number that is a multiple of all the numbers from 1 to 10.




APSCERT

2. నేను ఎవరు?

ఎ. నేను 40 కన్నా చిన్న ఒక సంఖ్యను నా కారణాంకాలలో ఒకటి 7. నా అంకెల మొత్తం 8.

బి. నేను 100 కన్నా చిన్న ఒక సంఖ్యను నా రెండు కారణాంకాలు 3 మరియు 5. నా సంఖ్య లోని ఒక అంకె మరొక అంకె కన్నా 1 ఎక్కువ.

3. ఒక సంఖ్య యొక్క అన్ని కారణాంకాల మొత్తం ఆ సంఖ్య రెట్టింపు విలువకు సమానంగా ఉన్న సంఖ్యను **పరిపూర్ణ సంఖ్య** అని అంటారు. 28 అనే సంఖ్య పరిపూర్ణ సంఖ్య. దీని కారణాంకాలు 1, 2, 4, 7, 14 మరియు 28. వాటి మొత్తం 56, ఇది ఆ సంఖ్యా 28 కి రెట్టింపు. 1 మరియు 10 మధ్య గల పరిపూర్ణ సంఖ్యను కనుగొనండి.

4. క్రింది వాని యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలను (సామాన్య కారణాంకాలు) కనుగొనండి

ఎ. 20 మరియు 28 బి. 35 మరియు 50

సి. 4,8 మరియు 12 డి. 5,15 మరియు 25

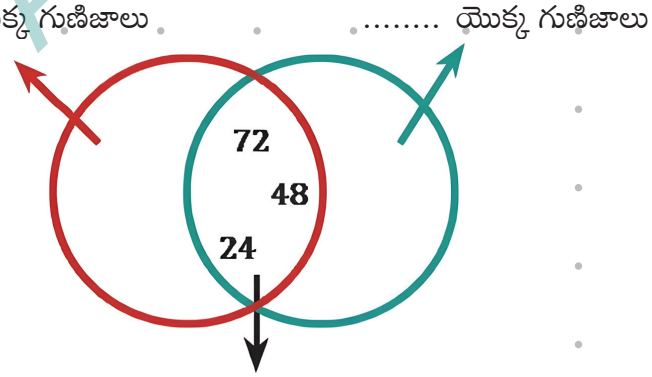
5. 25 యొక్క గుణిజం అవుతూ, 50 కు గుణిజం కానటువంటి ఏ మూడు సంఖ్యలనైనా కనుగొనండి.

6. అన్ను మరియు అతని స్నేహితులు 10 కంటే రెండు చిన్న సంఖ్యలతో 'ఇడ్లీ-వడ' ఆట ఆడుతున్నారు 50. సంఖ్య వచ్చిన తర్వాత ఎవరైనా 'ఇడ్లీ-వడ' అని చెబితే, ఆ 'ఇడ్లీ' మరియు 'వడ' అనే రెండు సంఖ్యలు ఏవై ఉండవచ్చు?

7. నిధి వేట ఆటలో, గ్రంపీ 28 మరియు 70 లలో నిధిని ఉంచాడు. ఈ రెండు సంఖ్యలపై దిగే (ల్యాండ్ అయ్యే) గెంతే పరిమాణం ఎంత ఉండాలి?




8. క్రింది చిత్రంలో, రిషి ఉమ్మడి గుణిజాలను తప్ప మిగతా అన్ని సంఖ్యలను తీసివేశాడు. ఆ సంఖ్యలు ఏమై ఉండవచ్చో కనుగొని, ఖాళీ ప్రాంతాలను ఆ తీసివేసిన సంఖ్యలతో పూరించండి.




9. 1 నుండి 10 వరకు ఉన్న సంఖ్యల్లో 7 తప్ప మిగతా అన్ని సంఖ్యలకు గుణిజమయ్యే అతి చిన్న సంఖ్యను కనుగొనండి.

10. 1 నుండి 10 వరకు ఉన్న అన్ని సంఖ్యలకు గుణిజమయ్యే అతి చిన్న సంఖ్యను కనుగొనండి.




AP SCERT

## 5.2 Prime Numbers

Rishi and Anusha want to pack Mangoes (anjeer) that grow in their farm. Rishi wants to put 12 Mangoes in each box and Anusha wants to put 7 Mangoes in each box.

How many arrangements are possible?

Think and find out the different ways how —

1. Rishi can arrange 12 Mangoes in a rectangular manner.
2. Anusha can arrange 7 Mangoes in a rectangular manner.

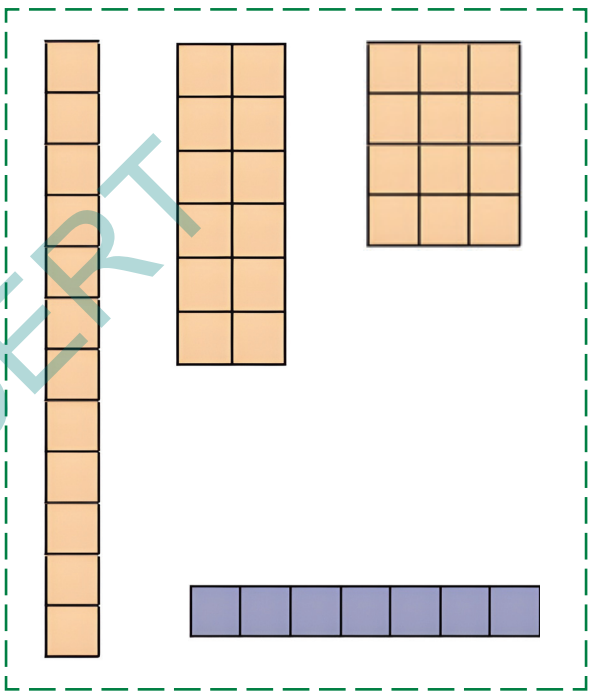
Rishi has listed out these possibilities.

Observe the number of rows and columns in each of the arrangements. How are they related to 12?

In the second arrangement, for example, 12 Mangoes are arranged in two columns of 6 each or $12 = 2 \times 6$.

Anusha could make only one arrangement: $7 \times 1$ or $1 \times 7$. There are no other rectangular arrangements possible.

In each of Rishi 's arrangements, multiplying the number of rows by the number of columns gives the number 12. So, the number of rows or columns are factors of 12.



APSCERT

We saw that the number 12 can be arranged in a rectangle in more than one way as 12 has more than two factors. The number 7 can be arranged in only one way, as it has only two factors — 1 and 7. Numbers that have only two factors are called prime numbers or primes.

Numbers that have only two factors are called prime numbers or primes. Here are the first few primes — 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. Notice that the factors of a prime number are 1 and the number itself.

What about numbers that have more than two factors? They are called composite numbers. The first few composite numbers are — 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20.

What about 1, which has only one factor? The number 1 is neither a prime nor a composite number.

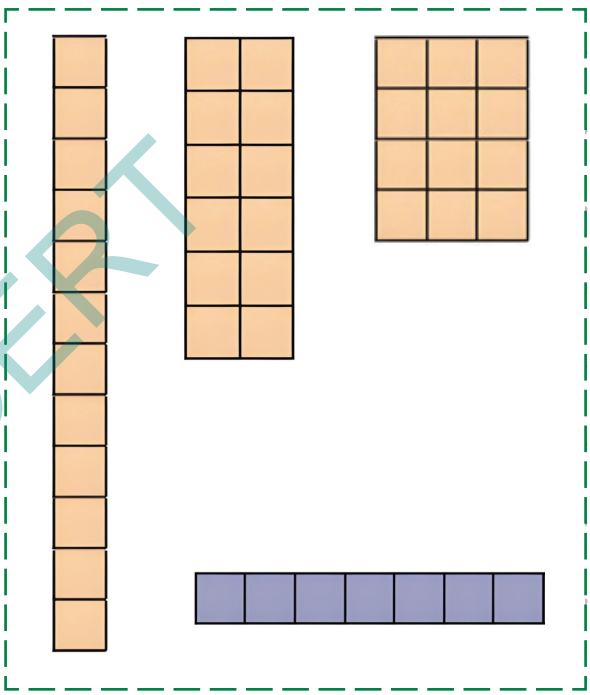
## 5.2 ప్రధాన సంఖ్యలు

రిషి మరియు అనూష తమ పొలంలో పండించిన మామిడి పండ్లను ప్యాక్ చేయాలనుకుంటున్నారు. రిషి ప్రతి పెట్టెలో 12 మామిడి పండ్లను ప్యాక్ చేయాలనుకుంటాడు. మరియు అనూష ప్రతి పెట్టెలో 7 మామిడి పండ్లను ప్యాక్ చేయాలనుకుంటున్నాడు. ఎన్ని అమరికలు సాధ్యమవుతాయి?

ఆలోచించండి మరియు వివిధ మార్గాలను కనుగొనండి.

1. రిషి 12 మామిడి పండ్లను దీర్ఘచతురస్రాకార పద్ధతిలో అమర్చగలడు.
2. అనూష దీర్ఘచతురస్రాకార పద్ధతిలో 7 మామిడి పండ్లను అమర్చగలదు.

రిషి ఈ అవకాశాలను జాబితాగా చేసాడు.



ప్రతి అమరికలో ఉన్న అడ్డు వరుసల సంఖ్యను మరియు నిలువు వరుసల సంఖ్యను గమనించండి. ఆ సంఖ్యలు 12తో ఎలా సంబంధం కలిగి ఉన్నాయి?

ఉదాహరణకు, రెండవ అమరికలో 12 మామిడి పండ్లు 2 నిలువు వరుసల్లో, ఒక్కో వరుసలో 6 చొప్పున అమర్చబడ్డాయి, అంటే $12 = 2 \times 6$.

అనూష మాత్రం ఒకే ఒక్క అమరిక చేయగలిగింది : $7 \times 1$ లేదా $1 \times 7$. ఇవి తప్ప మరే ఇతర దీర్ఘచతురస్రాకార అమరికలు సాధ్యం కావు. రిషి చేసిన ప్రతి అమరికలో, అడ్డు వరుసల సంఖ్యను నిలువు వరుసల సంఖ్యతో గుణిస్తే 12 వస్తోంది. అందువల్ల, ఆ అడ్డు వరుసలు లేదా నిలువు వరుసల సంఖ్యలు 12 యొక్క కారణంకాలు అవుతాయి.

12 అనే సంఖ్యను ఒక కంటే ఎక్కువ విధాలుగా దీర్ఘచతురస్రాకారంగా అమర్చవచ్చు, ఎందుకంటే 12కి రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు ఉన్నాయి. కానీ 7 అనే సంఖ్యను మాత్రం ఒకే విధంగా అమర్చవచ్చు, ఎందుకంటే దానికి రెండు కారణాంకాలు మాత్రమే, అవి 1 మరియు 7.

రెండు కారణాంకాలు మాత్రమే ఉన్న సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

కొన్నిమొదటి ప్రధాన సంఖ్యలు – 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

ఒక ప్రధాన సంఖ్యకు ఉన్న కారణాంకాలు 1 మరియు ఆ సంఖ్య మాత్రమే అని గమనించండి.

రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు ఉన్న సంఖ్యలు ఏమని పిలుస్తారు? వాటిని సంయుక్త సంఖ్యలు అని పిలుస్తారు. మొదటి కొన్ని సంయుక్త సంఖ్యలు – 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20.

మరి 1 సంగతి ఏమిటి? 1కు ఒకే ఒక కారణాంకం ఉంటుంది. అందువల్ల 1 అనేది ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కూడా కాదు.

AP SCERT

- How many prime numbers are there from 21 to 30? How many composite numbers are there from 21 to 30?

**Can we list all the prime numbers from 1 to 100?**

Here is an interesting way to find prime numbers. Just follow the steps given below and see what happens.

**Step 1:** Cross out 1 because it is neither prime nor composite.

**Step 2:** Circle 2, and then cross out all multiples of 2 after that, i.e., 4, 6, 8, and so on.

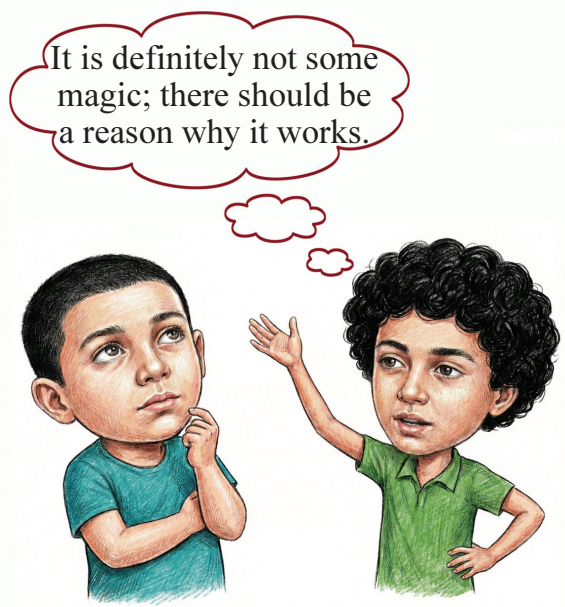
**Step 3:** You will find that the next uncrossed number is 3. Circle 3 and then cross out all the multiples of 3 after that, i.e., 6, 9, 12, and so on.

**Step 4:** The next uncrossed number is 5. Circle 5 and then cross out all the multiples of 5 after that, i.e., 10, 15, 20, and so on.

**Step 5:** Continue this process till all the numbers in the list are either circled or crossed out.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

**Table 1**




All the circled numbers are prime numbers. All the crossed out numbers, other than 1, are composite numbers. This method is called the Sieve of Eratosthenes.

This procedure can be carried on for numbers greater than 100 also. **Eratosthenes** was a Greek mathematician who lived around 2200 years ago and developed this method of listing primes.

Rishi and Anusha started wondering how this simple method is able to find prime numbers! Think how this method works. Read the steps given above again and see what happens after each step is carried out.

AP SCERT

- 21 నుండి 30 వరకు ఎన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు ఉన్నాయి? 21 నుండి 30 వరకు ఎన్ని సంయుక్త సంఖ్యలు ఉన్నాయి?

**1 నుండి 100 వరకు ఉన్న అన్ని ప్రధాన సంఖ్యల జాబితా చేయగలమా?**

ఇక్కడ ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనే ఒక ఆసక్తికరమైన పద్ధతి ఉంది. క్రింద చెప్పిన సోపానాలను అనుసరించండి, ఏమి జరుగుతుందో గమనించండి.

**సోపానం 1:** సంఖ్య 1ని కొట్టివేయండి. ఎందుకంటే అది ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కూడా కాదు.

**సోపానం 2:** సంఖ్య 2 ను వృత్తం పెట్టండి. దాని తరువాత వచ్చే 2 యొక్క గుణిజాలు అయిన 4, 6, 8 మొదలైన సంఖ్యలను కొట్టి వేయండి.

**సోపానం 3:** తర్వాత గీత వేయకుండా మిగిలి ఉన్న సంఖ్య 3. సంఖ్య 3 కు వృత్తం పెట్టండి. దాని తరువాత వచ్చే 3 యొక్క గుణిజాలు అయిన 6, 9, 12 మొదలైన సంఖ్యలను కొట్టి వేయండి.

**సోపానం 4:** తర్వాత గీత వేయకుండా మిగిలి ఉండే సంఖ్య 5. సంఖ్య 5 కు వృత్తం పెట్టండి. దాని తరువాత వచ్చే 5 యొక్క గుణిజాలు అయిన 10, 15, 20 మొదలైన సంఖ్యలను కొట్టి వేయండి.

**సోపానం 5:** ఈ ప్రక్రియను జాబితాలో ఉన్న అన్ని సంఖ్యలు వృత్తం పెట్టబడే వరకు లేదా కొట్టివేసే వరకు కొనసాగించండి.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

**పట్టిక 1**




వృత్తం పెట్టిన అన్ని సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు. గీత వేసి తొలగించిన సంఖ్యలు, 1 తప్ప మిగిలినవి సంయుక్త సంఖ్యలు. ఈ పద్ధతిని ఎరటోస్తనీస్ వడపోత లేదా జల్లెడ పద్ధతి అని అంటారు. ఈ విధానాన్ని 100 కన్నా ఎక్కువ సంఖ్యలకూ కొనసాగించవచ్చు.

**ఎరటోస్తనీస్** అనే గ్రీకు గణిత శాస్త్రవేత్త సుమారు 2200 సంవత్సరాల క్రితం జీవించాడు.ప్రధాన సంఖ్యల జాబితా చేయడానికి ఈ పద్ధతిని ఆయనే అభివృద్ధి చేశాడు.

రిషి మరియు అనూష ఈ సాధారణ విధానం ఎలా ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనగలుగుతోంది అని ఆశ్చర్యపడ్డారు! ఈ పద్ధతి ఎలా పనిచేస్తుందో ఆలోచించండి. పై ఇచ్చిన దశలను మళ్లీ చదవండి మరియు ప్రతి దశ పూర్తయ్యాక ఏమి జరుగుతుందో గమనించండి.

AP SCERT



## Figure it Out - 5.3

1. We see that 2 is a prime and also an even number. Is there any other even prime?
2. Look at the list of primes till 100. What is the smallest difference between two successive primes? What is the largest difference?
3. Are there an equal number of primes occurring in every row in the **table 1** on the previous page? Which decades have the least number of primes? Which have the most number of primes?

**Primes through the Ages**

Prime numbers are the building blocks of all whole numbers. Starting from the time of the Greek civilisation (more than 2000 years ago) to this day, mathematicians are still struggling to uncover their secrets!

**Food for thought:** is there a largest prime number? Or does the list of prime numbers go on without an end? A mathematician named Euclid found the answer and so will you in a later class!

**Fun fact:** The largest prime number that anyone has 'written down' is so large that it would take around 6500 pages to write it! So they could only write it on a computer!

AP SCERT

4. Which of the following numbers are prime: 23, 51, 37, 26?
5. Write three pairs of prime numbers less than 20 whose sum is a multiple of 5.
6. The numbers 13 and 31 are prime numbers. Both these numbers have same digits 1 and 3. Find such pairs of prime numbers up to 100.
7. Find seven consecutive composite numbers between 1 and 100.
8. **Twin primes** are pairs of primes having a difference of 2. For example, 3 and 5 are twin primes. So are 17 and 19. Find the other twin primes between 1 and 100.



## ఆలోచించండి-చేయండి - 5.3

1. మనకు 2 ఒక ప్రధాన సంఖ్య మరియు ఒక సరి సంఖ్య అని తెలుస్తుంది. మరొక ఇతర సరి ప్రధాన సంఖ్య ఉందా?
2. 100 వరకు ఉన్న ప్రధాన సంఖ్యల జాబితాను చూడండి. వరుసగా వచ్చే రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మధ్య ఉన్న అత్యల్ప తేడా ఎంత? అత్యధిక తేడా ఎంత?
3. అంతక ముందు పేజీలోని పట్టిక 1లో ప్రతి వరుసలో ప్రధాన సంఖ్యలు సమానంగా ఉన్నాయా?
   ఏ దశకంలో ప్రధాన సంఖ్యలు అతి తక్కువగా ఉన్నాయి?
   ఏ దశకంలో ప్రధాన సంఖ్యలు అతి ఎక్కువగా ఉన్నాయి?

### కాల ప్రవాహంలో ప్రధాన సంఖ్యలు

ప్రధాన సంఖ్యలు పూర్ణసంఖ్యలకి పునాది రాళ్ళ వంటివి. గ్రీకు నాగరిక సమయం నుండి (సుమారు 2000 సంవత్సరాల క్రితం) ప్రారంభించి, నేటి వరకు గణిత శాస్త్రవేత్తలు ఇంకా వీటి రహస్యాలను తెలుసుకోవడానికి ప్రయత్నిస్తూనే ఉన్నారు!

**మెదడుకు మేత :** అతి పెద్ద ప్రధాన సంఖ్య ఏదైనా ఉందా? లేక ప్రధాన సంఖ్యల జాబితాకు అంతం లేదా? యూక్లిడ్ అనే గణిత శాస్త్రవేత్త దీనికి సమాధానం కనుగొన్నారు. మీరు కూడా అది పై తరగతుల్లో తెలుసుకుంటారు!

**సరదా నిజం :** మానవుడు ఇప్పటివరకు "రాయగలిగిన" అత్యంత పెద్ద ప్రధాన సంఖ్య చాలా పెద్దది కాబట్టి, దాన్ని వ్రాయడానికి సుమారు 6500 పేజీలు అవసరం అవుతుంది!

అందుకే వారు దాన్ని కంప్యూటర్‌లో మాత్రమే వ్రాయగలిగారు!

AP SCERT

4. ఈ సంఖ్యలలో ఏవి ప్రధాన సంఖ్యలు? 23, 51, 37, 26
5. 20 లోపు వుండే ప్రధాన సంఖ్యలతో మొత్తం వాటి 5 యొక్క గుణిజం అయ్యే మూడు జతల ప్రధాన సంఖ్యలు రాయండి.
6. సంఖ్యలు 13 మరియు 31 ప్రధాన సంఖ్యలు. ఇవి రెండూ అదే అంకెలైన 1 మరియు 3 కలిగి ఉన్నాయి. 1 నుండి 100 వరకు గల అలాంటి ప్రధాన సంఖ్యల జతలు కనుగొనండి.
7. 1 మరియు 100 మధ్య వరుసగా వచ్చే ఏడు సంయుక్త సంఖ్యలను కనుగొనండి.
8. **కవల ప్రధాన సంఖ్యలు** అంటే రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మధ్య తేడా 2 ఉండటం. ఉదాహరణకి 3 మరియు 5, అలాగే 17 మరియు 19 కవల ప్రధాన సంఖ్యలు. 1 మరియు 100 మధ్య ఉన్న మిగిలిన కవల ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనండి.

9. Identify whether each statement is true or false. Explain.
   a. There is no prime number whose units digit is 4.
   b. A product of primes can also be prime.
   c. Prime numbers do not have any factors.
   d. All even numbers are composite numbers.
   e. 2 is a prime and so is the next number, 3. For every other prime, the next number is composite.
10. Which of the following numbers is the product of exactly three distinct prime numbers: 45, 60, 91, 105, 330?
11. How many three-digit prime numbers can you make using each of 2, 4 and 5 once?
12. Observe that 3 is a prime number, and $2 \times 3 + 1 = 7$ is also a prime. Are there other primes for which doubling and adding 1 gives another prime? Find at least five such examples.

## 5.3 Co-prime numbers for safe keeping treasures

**Which pairs are safe?**

Let us go back to the treasure finding game. This time, treasures are kept on two numbers. Jumpy gets the treasures only if he is able to reach both the numbers with the same jump size. There is also a new rule a jump size of 1 is not allowed.

- Where should Grumpy place the treasures so that Jumpy cannot reach both the treasures?

Will placing the treasure on 12 and 26 work? No! If the jump size is chosen to be 2, then Jumpy will reach both 12 and 26.

What about 4 and 9? Jumpy cannot reach both using any jump size other than 1. So, Grumpy knows that the pair 4 and 9 is safe.

Check if these pairs are safe.

a. 15 and 39
b. 4 and 15
c. 18 and 29
d. 20 and 55

AP SCERT

9. క్రింద గల ప్రవచనాలు సత్యమా! లేదా అసత్యమా! అని గుర్తించి, వివరణ ఇవ్వండి.

ఎ. ఒకట్ల స్థానంలో 4 ఉన్న ప్రధాన సంఖ్య ఏదీ లేదు.

బి. ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధం కూడా ప్రధాన సంఖ్య కావచ్చు.

సి. ప్రధాన సంఖ్యలకు ఏ విధమైన కారణాంకాలు ఉండవు.

డి. సరి సంఖ్యలు అన్నీ సంయుక్త సంఖ్యలు అవుతాయి.

ఇ. 2 ఒక ప్రధాన సంఖ్య, అలాగే దాని తర్వాతి సంఖ్య 3 కూడా ప్రధాన సంఖ్య. ఇతర అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలలో, తరువాతి సంఖ్య సంయుక్త సంఖ్యే అవుతుంది.

10. క్రింది సంఖ్యలలో ఏది ఖచ్చితంగా మూడు వేర్వేరు ప్రధాన సంఖ్యలను గుణించగా వచ్చే లబ్ధము అవుతుంది?
45, 60, 91, 105, 330

11. 2, 4 మరియు 5 అనే అంకెలను ఒక్కసారి మాత్రమే ఉపయోగించి, ఎన్ని మూడు అంకెల ప్రధాన సంఖ్యలను రూపొందించవచ్చు?

12. 3 ఒక ప్రధాన సంఖ్య మరియు $2 \times 3 + 1 = 7$ కూడా ఒక ప్రధాన సంఖ్య అని గమనించండి. ఇదే విధముగా, ఒక ప్రధాన సంఖ్యను రెండింతలు చేసి 1 కలిపితే మరో ప్రధాన సంఖ్య వచ్చే ఉదాహరణలు ఇంకా ఉన్నాయా? అటువంటి కనీసం అయిదు ఉదాహరణలను కనుగొనండి.

## 5.3 నిధులు భద్రపరిచేందుకు సహాయపడే పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు :

### సురక్షితమైన సంఖ్యల జతలు ఏవి?

మనం మళ్లీ నిధి వెతకే ఆటకు వెళదాము. ఈసారి నిధులను రెండు సంఖ్యలపై ఉంచారు. జంపీ రెండూ సంఖ్యలనూ చేరగలిగితేనే నిధులను పొందగలడు, అదే గెంతె పరిమాణం ఉపయోగించి. కానీ ఒక కొత్త నియమం ఉంది గెంతె పరిమాణం 1 అనుమతించబడదు.

☸ అయితే గ్రంపీ నిధులను ఎక్కడ ఉంచితే జంపీ రెండు సంఖ్యలను చేరలేడు?

నిధిని 12 మరియు 26 పై ఉంచితే సరియైనదేనా? కాదు!

జంప్ పరిమాణాన్ని 2గా ఎంచుకుంటే, జంపీ 12కూ, 26కూ రెండింటికీ చేరగలడు.

4 మరియు 9 జత ఎలా ఉంటుంది. జంపీ 1 తప్ప ఎలాంటి గెంతె పరిమాణంతోనూ 4 మరియు 9 రెండింటినీ చేరలేడు. అందువల్ల 4 మరియు 9 జత సురక్షితం అని గ్రంపీకి తెలుసు.

ఇప్పుడు ఈ జతలు సురక్షితమా చూడండి.

ఎ. 15 మరియు 39 బి. 4 మరియు 15

సి. 18 మరియు 29 డి. 20 మరియు 55

AP SCERT

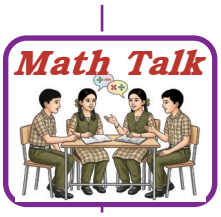
What is special about safe pairs? They don't have any common factor other than 1. Two numbers are said to be co-prime to each other if they have no common factor other than 1.

**Example:** As 15 and 39 have 3 as a common factor, they are not co-prime. But 4 and 9 are co-prime.

- Which of the following pairs of numbers are co-prime?

  a. 18 and 35 b. 15 and 37 c. 30 and 415

  d. 17 and 69 e. 81 and 18

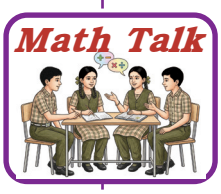



- While playing the 'idli-vada' game with different number pairs, Anusha observed something interesting!

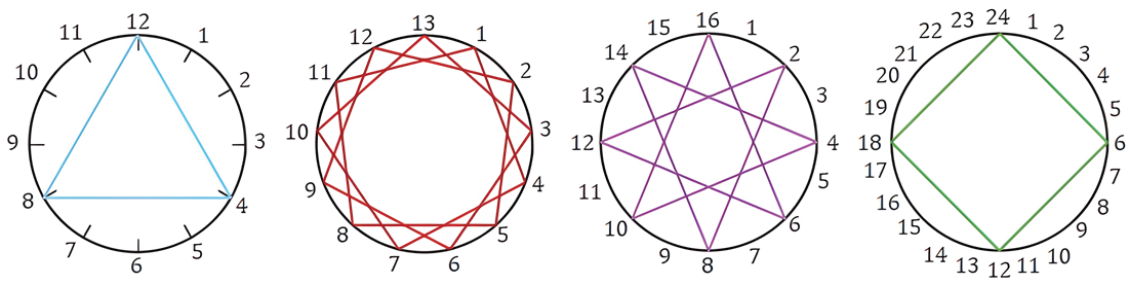
  1. Sometimes the first common multiple was the same as the product of the two numbers.
  2. At other times the first common multiple was less than the product of the two numbers.

Find examples for each of the above. How is it related to the number pair being co-prime?

## Co-prime art




- Observe the following thread art. The first diagram has 12 pegs and the thread is tied to every fourth peg (we say that the thread-gap is 4). The second diagram has 13 pegs and the thread-gap is 3. What about the other diagrams? Observe these pictures, share and discuss your findings in class.



In some diagrams, the thread is tied to every peg. In some, it is not. Is it related to the two numbers (the number of pegs and the thread-gap) being co-prime?

AP SCERT

సురక్షిత జతలలో ప్రత్యేకత ఏమిటి? సురక్షితమైన జతలకు 1 తప్ప మరే ఉమ్మడి కారణాంకం ఉండదు.

పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అంటే రెండు సంఖ్యలకు 1 తప్ప మరే ఇతర ఉమ్మడి కారణాంకం లేనప్పుడు వాటిని పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

**ఉదాహరణ:** 15 మరియు 39 కి 3 అనే ఉమ్మడి కారణాంకం ఉంది. కాబట్టి అవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావు. కానీ 4 మరియు 9 లు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అవుతాయి.

❁ క్రింది సంఖ్యల జతల్లో ఏవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు?

ఎ. 18 మరియు 35 బి. 15 మరియు 37 సి. 30 మరియు 415

డి. 17 మరియు 69 ఇ. 81 మరియు 18

❁ 'ఇడ్లీ-వడ' ఆటలో వేర్వేరు అనేక సంఖ్యల జతలతో ఆడుతూ, అనూష గమనించిన ఆసక్తికర విషయాలు:

1. కొన్నిసార్లు రెండు సంఖ్యల లబ్ధం వాటి మొదటి సామాన్య గుణిజాన్ని ఇస్తుంది.
2. మరికొన్ని సందర్భాల్లో ఆ రెండు సంఖ్యల లబ్ధం కంటే మొదటి సామాన్య గుణిజం తక్కువగా ఉంటుంది.

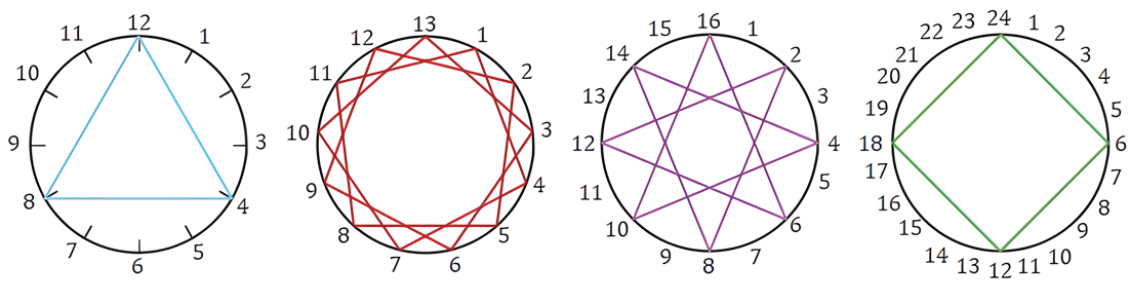



పై వాటికి ప్రతి సందర్భానికి ఉదాహరణలు కనుగొనండి. సంఖ్యల జత పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావడానికి దీనికి ఎటువంటి సంబంధం ఉంది?

## పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యల కళ




❁ క్రింది దారపు కళా చిత్రాలను గమనించండి. మొదటి చిత్రంలో 12 మేకులు ఉన్నాయి. దారాన్ని ప్రతి నాలుగో మేకుకి చుట్టారు (దీనిని దారపు-అంతరం 4 అంటాము). రెండవ చిత్రంలో 13 మేకులు ఉన్నాయి. ఇందులో దారపు-అంతరం 3. మరి మిగతా చిత్రాల విషయం ఏమిటి? ఈ చిత్రాలను జాగ్రత్తగా గమనించి, మీకు కనిపించిన విషయాలను మీ తోటి విద్యార్థులతో తరగతిలో చర్చించండి.




దారపు కళా చిత్రాలు కొన్ని చిత్రాలలో దారమును ప్రతి మేకుకి చుట్టారు. మరికొన్ని చిత్రాలలో అలా ప్రతి మేకుకి చుట్టలేదు. ఇది ఆ రెండు సంఖ్యలకు (మేకుల సంఖ్యకు మరియు దారపు-అంతరానికి) పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలకు సంబంధం ఉందా?

AP SCERT

When making thread art, you choose a thread gap - how many pegs you jump each time you wrap the thread.
If the number of pegs and the thread gap only have 1 as a common factor, the thread will touch every peg and make one big, beautiful pattern.
If they have another common factor, the thread will not touch all pegs, will make small repeating loops instead of one big design.



## Project Work

**Make Thread-art pictures for the following:**

a. 15 pegs, thread-gap of 10
b. 10 pegs, thread-gap of 7
c. 14 pegs, thread-gap of 6
d. 8 pegs, thread-gap of 3

## 5.4 Prime Factorisation

**Checking if two numbers are co-prime**

Teacher : Are 56 and 63 co-prime?
Anusha and Rishi : If they have a common factor other than 1, then they are not co-prime. Let us check.
Anusha : I can write 56 = 14 × 4 and 63 = 21 × 3. So, 14 and 4 are factors, of 56. Further, 21 and 3 are factors of 63. So, there are no common factors. The numbers are co-prime.
Rishi : Hold on. I can also write 56 = 7 × 8 and 63 = 9 × 7. We see that 7 is a factor of both numbers, so, they are not co-prime.

Clearly Rishi is right, as 7 is a common factor.

- **But where did Anusha go wrong?**

Writing 56 = 14 × 4 tells us that 14 and 4 are both factors of 56, but it does not tell all the factors of 56. The same holds for the factors of 63.

Try another example: 80 and 63. There are many ways to factorise both numbers.

80 = 40 × 2 = 20 × 4 = 10 × 8 = 16 × 5 = ???
63 = 9 × 7 = 3 × 21 = ???

We have written '???' to say that there may be more ways to factorise these numbers. But if we take any of the given factorisations, for example, 80 = 16 × 5 and 63 = 9 × 7, then there are no common factors. Can we conclude that 80 and 63 are coprime? As Anusha's mistake above shows, we cannot conclude that as there may be other ways to factorise the numbers.

What this means is that we need a more systematic approach to check if two numbers are co-prime.

AP SCERT

దారపు కళా చిత్రాన్ని తయారు చేస్తున్నప్పుడు, మీరు ఒక దారపు-అంతరంను అంటే ప్రతి సారి దారాన్ని చుట్టేటప్పుడు ఎన్ని మేకులను దాటాలి అనేది ఎంచుకుంటారు.

మేకుల సంఖ్యకు మరియు దారపు-అంతరానికి ఉమ్మడి గుణకంగా 1 మాత్రమే ఉంటే (అవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలైతే), దారం ప్రతి మేకును తాకుతుంది మరియు ఒక పెద్ద, అందమైన ఆకృతిని ఏర్పరుస్తుంది. అదే వాటికి 1 కాకుండా మరొక ఉమ్మడి గుణకం ఉంటే, దారం అన్ని మేకులను తాకదు, ఒక పెద్ద ఆకృతి బదులు చిన్నచిన్న పునరావృత వలయాలను మాత్రమే ఏర్పరుస్తుంది.



## ప్రాజెక్ట్ పని

**క్రింద ఇచ్చిన వాటికి దారపు కళా చిత్రాలను తయారు చేయండి:**

ఎ. 15 మేకులు, దారపు-అంతరం 10
బి. 10 మేకులు, దారపు-అంతరం 7
సి. 14 మేకులు, దారపు-అంతరం 6
డి. 8 మేకులు, దారపు-అంతరం 3

## 5.4 ప్రధాన కారణాంక విభజన

**రెండు సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలా కాదా అనేది సరిచూడటం.**

ఉపాధ్యాయుడు : 56 మరియు 63 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలేనా?

అనూష మరియు రిషి : వీటికి 1 తప్ప మరేదైనా ఉమ్మడి కారణాంకం ఉంటే, అవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావు. ఇప్పుడు సరిచూద్దాం.

అనూష : నేను $56 = 14 \times 4$ గా, $63 = 21 \times 3$ గా వ్రాయగలను. అందువలన 14 మరియు 4 అనేవి 56 కి కారణాంకాలు. అలాగే 21 మరియు 3 అనేవి 63 కి కారణాంకాలు. కాబట్టి ఇందులో ఉమ్మడి కారణాంకాలు లేవు. అందుచేత ఈ సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.

రిషి : అవును. నేను కూడా $56 = 7 \times 8$ గా, $63 = 9 \times 7$ గా వ్రాయగలను. ఇక్కడ 7 అనే సంఖ్య రెండింటికీ కారణాంకమే. కాబట్టి ఇవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావు.

స్పష్టంగా, 7 ఉమ్మడి కారణాంకము కావడం వల్ల రిషి మాటే సరైనది.

**అయితే అనూష ఎక్కడ పొరపాటు చేసింది?**

$56 = 14 \times 4$ అని వ్రాయడం వల్ల 14 మరియు 4 రెండూ 56 కు కారణాంకాలు అని తెలుస్తుంది. కానీ ఇది 56 కు ఉన్న అన్ని కారణాంకాలను తెలియజేయదు. అదే విషయం 63 యొక్క కారణాంకాల విషయంలో కూడా వర్తిస్తుంది.

ఇంకొక ఉదాహరణ చూద్దాం: 80 మరియు 63. ఈ రెండు సంఖ్యలను కారణాంకాలుగా విడగొట్టడానికి చాలా విధానాలు ఉన్నాయి.

$80 = 40 \times 2 = 20 \times 4 = 10 \times 8 = 16 \times 5 = ???$

$63 = 9 \times 7 = 3 \times 21 = ???$

ఇక్కడ '???' అని వ్రాయడం వల్ల, ఈ సంఖ్యలను ఇంకా ఎన్నో విధాలుగా కారణాంకాలుగా విడగొట్టవచ్చని అర్థం. ఇప్పుడు, ఇవ్వబడిన కారణాంక విభజనలో ఒకదాన్ని తీసుకుందాం. ఉదాహరణకు,

$80 = 16 \times 5$ $63 = 9 \times 7$. ఇవీ రెండింటిలో ఉమ్మడి కారణాంకాలు లేవు. అయితే, 80 మరియు 63 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలని తేల్చేయగలమా? అనూష చేసిన పొరపాటు చూస్తే, అలా నిర్ధారించకూడదు అని మనకు అర్థమవుతుంది,

ఎందుకంటే అదే సంఖ్యలను ఇంకొక విధంగా కారణాంకాలుగా విడగొడితే ఉమ్మడి కారణాంకం రావచ్చు. అందుకే,

రెండు సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలా! కాదా! అనేది తెలుసుకోవాలంటే మనకు ఒక క్రమబద్ధమైన (సిస్టమేటిక్) విధానం అవసరం.

AP SCERT

## Prime factorisation

Take a number such as 56. It is composite, as we saw that it can be written as **56 = 4 × 14**. So, both 4 and 14 are factors of 56. Now take one of these, say 14. It is also composite and can be written as $14 = 2 \times 7$.

Therefore, **56 = 4 × 2 × 7**. Now, 4 is composite and can be written as $4 = 2 \times 2$. Therefore, **56 = 2 × 2 × 2 × 7**. All the factors appearing here, 2 and 7, are prime numbers. So, we cannot divide them further.

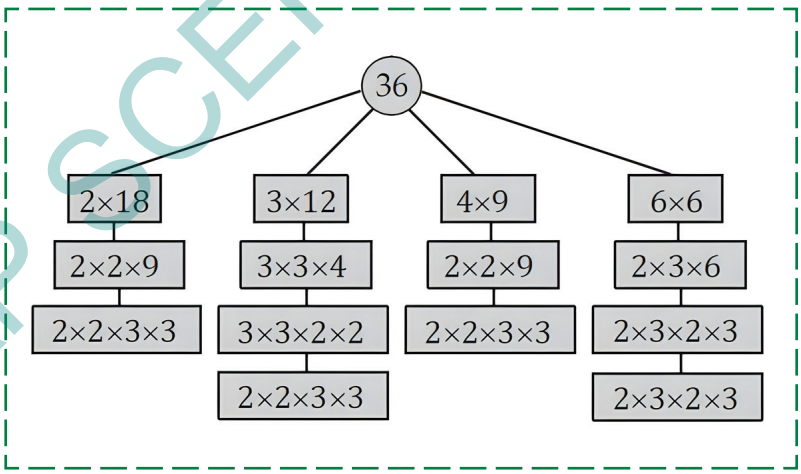
In conclusion, we have written 56 as a product of prime numbers. This is called **prime factorisation** of 56. The individual factors are called prime factors. For example, the prime factors of 56 are 2 and 7.

Every number greater than 1 has a prime factorisation. The idea is the same: keep breaking the composite numbers into factors till only primes are left.

The number1 does not have any prime factorisation. It is not divisible by any prime number.

What is the prime factorisation of a prime number like 7? It is just 7 (we cannot break it down any further).

Let us see a few more examples.




By going through different ways of breaking down the number, we wrote 63 as $3 \times 3 \times 7$ and as $3 \times 7 \times 3$. Are they different? Not really! The same prime numbers 3 and 7 occur in both cases. Further, 3 appears two times in both and 7 appears once.

Here, you see four different ways to get prime factorisation of 36. Observe that in all four cases, we get two 2s and two 3s.

Multiply back to see that you get 36 in all four cases.

For any number, it is a remarkable fact that there is only one prime factorisation, except that the prime factors may come in different orders. As we explain below, the order is not important. However, as we saw in these examples, there are many ways to arrive at the prime factorisation!

AP SCERT

## ప్రధాన కారణాంక విభజన

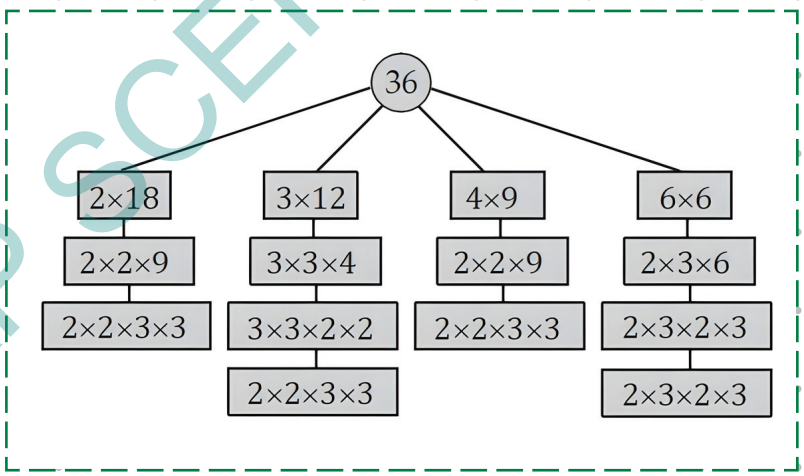
56 వంటి ఒక సంఖ్యను తీసుకుందాం. **56 = 4 × 14** అని వ్రాయవచ్చు కాబట్టి, 56 ఒక సంయుక్త సంఖ్య. అందువల్ల 4 మరియు 14 రెండూ 56 కు కారణాంకాలు. ఇప్పుడు వాటిలో ఒకటైన 14 ను తీసుకుందాం. 14 కూడా ఒక సంయుక్త సంఖ్య.దాన్ని 14 = 2 × 7 గా వ్రాయవచ్చు.

కాబట్టి, **56 = 4 × 2 × 7**. ఇప్పుడు 4 కూడా సంయుక్త సంఖ్యే. దాన్ని 4 = 2 × 2 గా వ్రాయవచ్చు. అందువల్ల, **56 = 2 × 2 × 2 × 7**. ఇందులో కనిపిస్తున్న కారణాంకాలు 2 మరియు 7 ఇవి రెండూ ప్రధాన సంఖ్యలు కాబట్టి వీటిని ఇకపై మరింతగా విభజించలేము. అందువల్ల, 56 ను ప్రధాన సంఖ్యల కారణాంకాల లబ్ధంగా రాశాము. దీనినే 56 యొక్క **"ప్రధాన కారణాంక విభజన"** అంటారు.

ఇందులో ఉన్న విడివిడి కారణాంకాలను ప్రధాన కారణాంకాలు అంటారు. ఉదాహరణకు, 56 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు 2 మరియు 7. ముఖ్యమైన విషయాలు : 1 కంటే పెద్ద ప్రతి సంఖ్యకు ప్రధాన కారణాంక విభజన ఉంటుంది. దీని వెనుక ఉన్న ఆలోచన – సంయుక్త సంఖ్యలను కారణాంకాలుగా విడగొడుతూ చివరికి ప్రధాన సంఖ్యలు మాత్రమే మిగిలే వరకు విభజిస్తూ పోవాలి.

1కు మాత్రం ప్రధాన కారణాంక విభజన ఉండదు, ఎందుకంటే అది ఏ ప్రధాన సంఖ్యతోనూ భాగించబడదు.

అయితే, 7 వంటి ఒక ప్రధాన సంఖ్యకు ప్రధాన కారణాంక విభజన ఏమిటి? అది కేవలం 7 మాత్రమే – ఎందుకంటే దాన్ని ఇకపై మరింతగా విభజించలేం.




మరిన్ని ఉదాహరణలు:

63 ను భిన్న విధాలుగా విభజిస్తే,

63 = 3 × 3 × 7

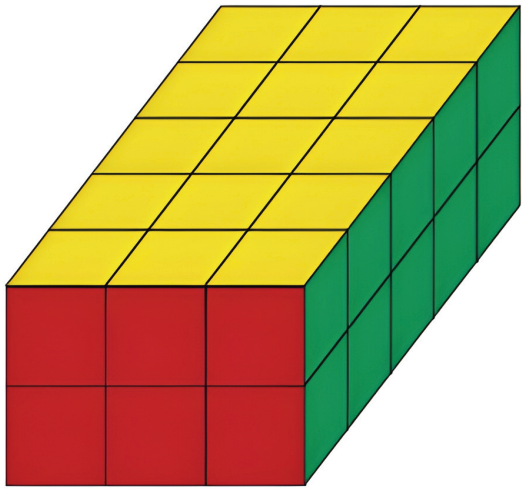
లేదా 63 = 3 × 7 × 3 అని వ్రాయవచ్చు. ఇవి రెండూ వేర్వేరు విభజనలు అయినా, ఇందులో వచ్చే ప్రధాన సంఖ్యలు మాత్రం ఒకే విధంగా 3 మరియు 7. అంతేకాదు, 3 అనేది రెండుసార్లు వస్తుంది, 7 అనేది ఒక్కసారి వస్తుంది.

ఇక్కడ మీరు 36 కు సంబంధించిన నాలుగు వేర్వేరు ప్రధాన కారణాంక విభజనను చూడవచ్చు. అన్ని సందర్భాల్లోనూ, రెండు సార్లు 2లు మరియు రెండు సార్లు 3లు వస్తున్నాయని గమనించండి. నాలుగు సందర్భాల్లోనూ తిరిగి గుణిస్తే, ప్రతి సందర్భంలోనూ ఫలితంగా 36 వస్తుందని మీరు గమనించవచ్చు.

ఏదైనా ఒక సంఖ్యకు సంబంధించి ఒక ముఖ్యమైన విషయమేమిటంటే, ప్రధాన కారణాంక విభజన ఒక్కటే ఉంటుంది, కానీ అందులో వచ్చే ప్రధాన కారణాంకాలు వేర్వేరు క్రమాల్లో ఉండవచ్చు. మనం కింది భాగంలో వివరించినట్లుగా, ఆ క్రమం అనేది ముఖ్యమైనది కాదు. అయితే, ఈ ఉదాహరణల్లో మనం చూసినట్లుగా, ప్రధాన కారణాంక విభజనకు చేసే పద్ధతులు అనేకం ఉండవచ్చు.

AP SCERT

## Does the order matter?



Using this diagram,

can you explain why **30 = 2 × 3 × 5**, no matter which way you multiply 2, 3, and 5?

When multiplying numbers, we can do so in any order. The end result is the same. That is why, when two 2s and two 3s are multiplied in any order, we get 36. In a later class, we shall study this under the names of **commutativity and associativity of multiplication.**

Thus, the order does not matter. Usually we write the prime numbers in increasing order. For example, 225 = 3 × 3 × 5 × 5 or 30 = 2 × 3 × 5.

AP SCERT

## Prime factorisation of a product of two numbers

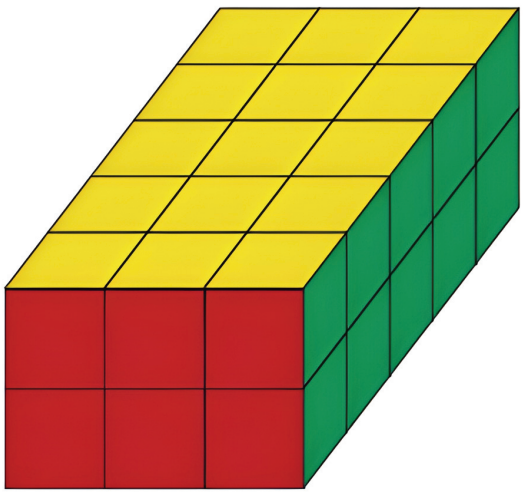
When we find the prime factorisation of a number, we first write it as a product of two factors. For example, 72 = 12 × 6. Then, we find the prime factorisation of each of the factors. In the above example,

12 = 2 × 2 × 3 and 6 = 2 × 3. Now, can you say what the prime factorisation of 72 is?

The prime factorisation of the original number is obtained by putting these together.

$$72 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

## క్రమం ముఖ్యమా ?



ఈ చిత్రాన్ని ఉపయోగించి,

మీరు **30 = 2 × 3 × 5** అని 2, 3, 5లను ఏ క్రమంలో గుణించినా అదే ఫలితం ఎందుకు వస్తుందో వివరించగలరా?

సంఖ్యలను గుణించేటప్పుడు, మనం వాటిని ఏ క్రమంలో గుణించినా ఫలితం ఒకటే ఉంటుంది. అందువల్లనే, రెండు సార్లు 2 లు మరియు రెండు సార్లు 3 లను ఏ క్రమంలో గుణించినా ఫలితం 36నే వస్తుంది. ఇదే విషయాన్ని మనం తరువాతి తరగతుల్లో గుణకారానికి సంబంధించిన **"స్థిత్యంతర ధర్మం" మరియు "సహచర ధర్మం" అనే పేర్లతో చదువుకుంటాం.**

అందువల్ల, క్రమం ముఖ్యమైనది కాదు. సాధారణంగా మనం ప్రధాన సంఖ్యలను పెరిగే క్రమంలో (ఆరోహణ క్రమంలో) వ్రాస్తాం. ఉదాహరణకు, $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$ లేదా $30 = 2 \times 3 \times 5$

## రెండు సంఖ్యల లబ్ధం యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన

ఏదైనా ఒక సంఖ్యకు ప్రధాన కారణాంక విభజన కనుగొనేటప్పుడు, ముందుగా దాన్ని రెండు కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాస్తాం. ఉదాహరణకు, $72 = 12 \times 6$ తర్వాత ఆ కారణాంకాలైన 12 మరియు 6లకు విడివిడిగా ప్రధాన కారణాంక విభజన చేస్తాం. ఇక్కడ, $12 = 2 \times 2 \times 3$ మరియు $6 = 2 \times 3$ ఇప్పుడు చెప్పండి, 72 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన ఏమౌతుందో మీరు చెప్పగలరా?

అసలు సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనను పైన వచ్చిన కారణాంకాలన్నింటిని కలిపి వ్రాయడం ద్వారా పొందుతాం.

అందువల్ల.

$$72 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

AP SCERT

We can also write this as 2 × 2 × 2 × 3 × 3. Multiply and check that you get 72 back!

Observe how many times each prime factor occurs in the factorisation of 72.

Compare it with how many times it occurs in the factorisations of 12 and 6 put together.



## Figure it Out - 5.4

1. Find the prime factorisations of the following numbers:
   64, 104, 105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331, 1000.
2. The prime factorisation of a number has one 2, two 3s, and one 11. What is the number?
3. Find three prime numbers, all less than 30, whose product is 1955.
4. Find the prime factorisation of these numbers without multiplying first
   a. 56 × 25 b. 108 × 75 c. 1000 × 81
5. What is the smallest number whose prime factorisation has.
   a. three different prime numbers?
   b. four different prime numbers?

Prime factorisation is of fundamental importance in the study of numbers. Let us discuss two ways in which it can be useful.

AP SCERT

## Using prime factorisation to check if two numbers are co-prime

Let us again take the numbers 56 and 63. How can we check if they are co-prime? We can use the prime factorisation of both numbers

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \text{ and } 63 = 3 \times 3 \times 7$$

Now, we see that 7 is a prime factor of 56 as well as 63. Therefore, 56 and 63 are not co-prime.

What about 80 and 63. Their prime factorisations are as follows

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \text{ and } 63 = 3 \times 3 \times 7$$

There are no common prime factors. Can we conclude that they are co-prime? Suppose they have a common factor that is composite. Would the prime factors of this composite common factor appear in the prime factorisation of 80 and 63.

దీన్ని మనం 2 × 2 × 2 × 3 × 3 గా కూడా వ్రాయవచ్చు. ఇవన్నీ గుణించి చూస్తే, మళ్లీ 72నే వస్తుందని మీరు గమనించండి.

72 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో ప్రతి ప్రధాన కారణాంకం ఎన్నిసార్లు వచ్చిందో గమనించండి.

ఆ విషయాన్ని, 12 మరియు 6 ల ప్రధాన కారణాంక విభజనలను కలిపి చూసినప్పుడు అవి ఎన్ని సార్లు వచ్చాయో పోల్చి చూడండి.



## ఆలోచించండి-చేయండి - 5.4

1. క్రింది సంఖ్యలకు ప్రధాన కారణాంక విభజనలను కనుగొనండి :
   64, 104, 105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331, 1000.
2. ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో 2 ఒకసారి, 3 రెండుసార్లు, మరియు 11 ఒకసారి ఉన్నాయి. ఆ సంఖ్య ఏది?
3. లబ్ధం 1955 అయ్యేటట్లు 30 కంటే చిన్నవైన మూడు ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనండి,
4. ముందుగా గుణించకుండా, ఈ సంఖ్యలకు ప్రధాన కారణాంక విభజనను కనుగొనండి:
   ఎ) 56 × 25 బి) 108 × 75 సి) 1000 × 81
5. ప్రధాన కారణాంక విభజనలో, ఈ క్రింది విధంగా ఉండే అతి చిన్న సంఖ్య ఏది?
   ఎ) మూడు వేర్వేరు ప్రధాన సంఖ్యలు
   బి) నాలుగు వేర్వేరు ప్రధాన సంఖ్యలు

సంఖ్యల అధ్యయనంలో ప్రధాన కారణాంక విభజనకు అత్యంత ప్రాధాన్యత ఉంది. ఇది ఏ విధాలుగా ఉపయోగపడుతుందో ఇప్పుడు ఆ రెండు విధాల గురించి చర్చిద్దాం.

### రెండు సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలా కాదా అని తెలుసుకోవడానికి ప్రధాన కారణాంక విభజనను ఉపయోగించడం.

ముందుగా 56 మరియు 63 అనే సంఖ్యలను తీసుకుందాం. వాటి ప్రధాన కారణాంక విభజన ఇలా ఉంటుంది:

$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ $63 = 3 \times 3 \times 7$

ఇక్కడ 7 అనే సంఖ్య 56 మరియు 63 లకు ఉమ్మడి ప్రధాన కారణాంకంగా ఉంది. కాబట్టి 56 మరియు 63 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావు. ఇప్పుడు 80 మరియు 63 లను పరిశీలిద్దాం. వాటి ప్రధాన కారణాంక విభజన ఇలా ఉంటుంది.

$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$, $63 = 3 \times 3 \times 7$

ఇక్కడ ఈ రెండు సంఖ్యలకు ఏ ఉమ్మడి ప్రధాన కారణాంకం లేదు. అయితే, మనం వీటిని పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అని నిర్ధారించవచ్చా? వాటికి ఒక సంయుక్త సంఖ్య ఉమ్మడిగా ఉందనుకొందాం. ఆ ఉమ్మడి సంయుక్త సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు తప్పకుండా 80 మరియు 63ల ప్రధాన కారణాంక విభజనలో కూడా కనిపిస్తాయి కదా! కానీ ఇక్కడ అలా ఏ ఉమ్మడి ప్రధాన కారణాంకం లేదు.

AP SCERT

Therefore, we can say that if there are no common prime factors, then the two numbers are co-prime.

Let us see some examples.

**Example :** Consider 40 and 231. Their prime factorisations are as follows:

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$ and $231 = 3 \times 7 \times 11$

We see that there are no common primes that divide both 40 and 231. Indeed, the prime factors of 40 are 2 and 5 while, the prime factors of 231 are 3, 7, and 11. Therefore, 40 and 231 are co-prime!

**Example :** Consider 242 and 195. Their prime factorisations are as follows:

$242 = 2 \times 11 \times 11$ and $195 = 3 \times 5 \times 13$

The prime factors of 242 are 2 and 11. The prime factors of 195 are 3, 5, and 13. There are no common prime factors. Therefore, 242 and 195 are co-prime.

## Using prime factorisation to check if one number is divisible by another

We can say that if one number is divisible by another, the prime factorisation of the second number is included in the prime factorisation of the first number.

We say that 48 is divisible by 12 because when we divide 48 by 12, the remainder is zero. How can we check if one number is divisible by another without carrying out long division?

**Example :** Is 168 divisible by 12? Find the prime factorisations of both:

$168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$ and $12 = 2 \times 2 \times 3$

Since we can multiply in any order, now it is clear that,

$$168 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7 = 12 \times 14$$

Therefore, 168 is divisible by 12.

**Example :** Is 75 divisible by 21? Find the prime factorisations of both:

$$75 = 3 \times 5 \times 5 \text{ and } 21 = 3 \times 7$$

AP SCERT

కాబట్టి, రెండు సంఖ్యలకు ఉమ్మడి (సామాన్య) ప్రధాన కారణాంకాలు లేకపోతే, ఆ రెండు సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అని చెప్పవచ్చు. ఇప్పుడు కొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం.

**ఉదాహరణ :** 40 మరియు 231లను పరిశీలిద్దాం. వాటి ప్రధాన కారణాంక విభజన ఇలా ఉంటుంది:

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$, $231 = 3 \times 7 \times 11$

ఇక్కడ 40ని భాగించే ప్రధాన కారణాంకాలు 2 మరియు 5. 231ని భాగించే ప్రధాన కారణాంకాలు 3, 7 మరియు 11. ఈ రెండింటికీ (40 మరియు 231) ఉమ్మడి ప్రధాన కారణాంకం ఏదీ లేదు. కాబట్టి 40 మరియు 231 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.

**ఉదాహరణ :** 242 మరియు 195లను పరిశీలిద్దాం. వాటి ప్రధాన కారణాంక విభజన ఇలా ఉంటుంది.

$242 = 2 \times 11 \times 11$, $195 = 3 \times 5 \times 13$

242 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు 2 మరియు 11.

195 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు 3, 5 మరియు 13. వీటిన్నింటిలో ఏ ఉమ్మడి ప్రధాన కారణాంకం లేదు. అందువల్ల 242 మరియు 195 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.

## ఒక సంఖ్య మరో సంఖ్యతో భాగించబడుతుందో లేదో సరిచూడటానికి ప్రధాన కారణాంక విభజనను ఉపయోగించడం

ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యతో భాగించబడితే, రెండో సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనం మొత్తం మొదటి సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో అంతర భాగమై ఉండాలి.

ఉదాహరణగా, 48ను 12తో భాగిస్తే శేషం 0 వస్తుంది కాబట్టి 48 అనేది 12తో భాగించబడుతుంది అని మనం చెబుతాము. అయితే భాగహారం చేయకుండా, ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యతో భాగించబడుతుందా లేదా అని ఎలా సరిచూడగలం? దీనికి ప్రధాన కారణాంక విభజననే ఉపయోగిస్తాం.

**ఉదాహరణ :** 168 సంఖ్య 12తో భాగించబడుతుందా? రెండింటికి ప్రధాన కారణాంక విభజనను కనుగొనండి.

$168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$, $12 = 2 \times 2 \times 3$

మనం సంఖ్యలను ఏ క్రమంలోనైనా గుణించవచ్చు. కాబట్టి ఇప్పుడు ఇది స్పష్టంగా అర్థమౌతుంది.

$168 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7 = 12 \times 14$

కాబట్టి, 168 సంఖ్య 12తో భాగించబడుతుంది.

**ఉదాహరణ :** 75 అనేది 21తో భాగించబడుతుందా? రెండింటికి ప్రధాన కారణాంక విభజనను కనుగొనండి.

$75 = 3 \times 5 \times 5$ $21 = 3 \times 7$

AP SCERT

As we saw in the discussion above, if 75 was a multiple of 21, then all prime factors of 21 would also be prime factors of 75. However, 7 is a prime factor of 21 but not a prime factor of 75. Therefore, 75 is not divisible by 21.

**Example:** Is 42 divisible by 12? Find the prime factorisations of both:

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \text{ and } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

All prime factors of 12 are also prime factors of 42. But the prime factorisation of 12 is not included in the prime factorisation of 42. This is because 2 occurs twice in the prime factorisation of 12 but only once in the prime factorisation of 42. This means that 42 is not divisible by 12.

We can say that if one number is divisible by another, then the prime factorisation of the second number is included in the prime factorisation of the first number.



### Figure it Out - 5.5

1. Are the following pairs of numbers co-prime? Guess first and then use prime factorisation to verify your answer.
   a. 30 and 45 b. 57 and 85
   c. 121 and 1331 d. 343 and 216
2. Is the first number divisible by the second? Use prime factorisation.
   a. 225 and 27 b. 96 and 24
   c. 343 and 17 d. 999 and 99
3. The first number has prime factorisation $2 \times 3 \times 7$ and the second number has prime factorisation $3 \times 7 \times 11$. Are they co-prime? Does one of them divide the other?
4. Rishi says, "Any two prime numbers are co-prime?". Is he right?

## 5.5 Divisibility Tests

So far, we have been finding factors of numbers in different contexts, including to determine if a number is prime or not, or if a given pair of numbers is co-prime or not.

AP SCERT

పైన చర్చించినట్లుగా, 75 అనేది 21 యొక్క గుణిజం అయితే, 21 యొక్క అన్ని ప్రధాన కారణాంకాలు 75 లో కూడా ఉండాలి. 7 అనేది 21 యొక్క ప్రధాన కారణాంకం కానీ, 75 కి ప్రధాన కారణాంకం కాదు. కాబట్టి 75 అనేది 21 తో భాగించబడదు.

**ఉదాహరణ:** 42 అనేది 12 తో భాగించబడుతుందా? రెండింటికి ప్రధాన కారణాంక విభజనను కనుగొనండి.

$42 = 2 \times 3 \times 7$, $12 = 2 \times 2 \times 3$

12 యొక్క అన్ని ప్రధాన కారణాంకాలు 42 లో కూడా ఉన్నాయి. కానీ 12 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన మొత్తం 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో అంతరభాగం కాలేదు. ఎందుకంటే 12 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో 2 అనేది రెండు సార్లు ఉంటుంది కానీ 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో 2 అనేది ఒక్కసారి మాత్రమే ఉంటుంది. అందువల్ల 42 అనేది 12 తో భాగించబడదు.

కాబట్టి, ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యతో భాగించబడాలంటే, రెండవ సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన మొత్తం మొదటి సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో అంతర భాగమై ఉండాలి.



### ఆలోచించండి-చేయండి – 5.5

1. క్రింది జత సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలేనా? ముందుగా అంచనా వేయండి (ఊహించండి), తరువాత ప్రధాన కారణాంక విభజనను ఉపయోగించి మీ జవాబును సరి చూడండి.

   ఎ. 30 మరియు 45  బి. 57 మరియు 85  సి. 121 మరియు 1331  డి. 343 మరియు 216

2. క్రింది వాటిలో మొదటి సంఖ్య రెండవ సంఖ్యతో భాగించబడుతుందా? ప్రధాన కారణాంక విభజనను ఉపయోగించండి.

   ఎ. 225 మరియు 27  బి. 96 మరియు 24  సి. 343 మరియు 17  డి. 999 మరియు 99

3. మొదటి సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన = $2 \times 3 \times 7$ రెండవ సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన = $3 \times 7 \times 11$ అవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలా? వీటిలో ఒక సంఖ్య రెండో దాన్ని భాగిస్తుందా?

4. రిషి ఇలా అన్నాడు: ఏ రెండు ప్రధాన సంఖ్యలైనా పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలే. అతను చెప్పింది సరైనదేనా?

## 5.5 భాజనీయతా నియమాలు

ఇప్పటివరకు మనం సంఖ్యల కారణాంకాలు వివిధ సందర్భాలలో కనుగొంటూ వచ్చాము. ఉదాహరణకు, ఒక సంఖ్య ప్రధాన సంఖ్యా! కాదా! అని నిర్ధారించడం, లేదా ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యల జంట పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలా! కాదా అని నిర్ధారించడానికి కారణాంకాలను ఉపయోగించాము.

AP SCERT

It is easy to find factors of small numbers. How do we find factors of a large number?

Let us take 8560. Does it have any factors from 2 to 10 (2, 3, 4, 5, ..., 9, 10)?

It is easy to check if some of these numbers are factors or not without doing long division. Can you find them?

## Divisibility by 10

Let us take 10. Is 8560 divisible by 10? This is another way of asking if 10 is a factor of 8560.

For this, we can look at the pattern in the multiples of 10.

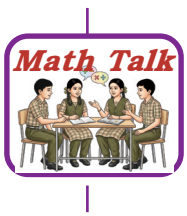
The first few multiples of 10 are: 10, 20, 30, 40, ... Continue this sequence and observe the pattern.

Is 125 a multiple of 10? Will this number appear in the previous sequence? Why or why not?

Can you now answer if 8560 is divisible by 10?

- **Consider this statement:**

Numbers that are divisible by 10 are those that end with '0'. Do you agree?




## Divisibility by 5

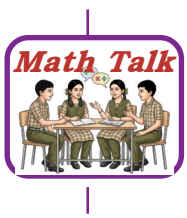
The number 5 is another number whose divisibility can easily be checked. How do we do it?

Explore by listing down the multiples: 5, 10, 15, 20, 25, ... What do you observe about these numbers? Do you see a pattern in the last digit?

What is the largest number less than 399 that is divisible by 5? Is 8560 divisible by 5?

- **Consider this statement:**

Numbers that are divisible by 5 are those that end with either a '0' or a '5'. Do you agree?




## Divisibility by 2

The first few multiples of 2 are 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...

What do you observe? Do you see a pattern in the last digit?

AP SCERT

చిన్న సంఖ్యలకు కారణాంకాలను కనుగొనడం సులభమే. అయితే పెద్ద సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలను ఎలా కనుగొంటాం?

8560 అనే సంఖ్యను తీసుకుందాం. దీనికి 2 నుండి 10 వరకు (2, 3, 4, 5, ..., 9, 10) ఏవైనా కారణాంకాలు ఉన్నాయా?

పెద్ద భాగహారాలు చేయకుండానే, ఈ సంఖ్యల్లో కొన్ని, కారణాంకాలా కాదా అని సరి చూడటం సులభమే. మీరు వాటిని కనుగొనగలరా?

## 10 యొక్క భాజనీయత నియమం

10 అనే సంఖ్యను తీసుకుందాం. 8560 అనేది 10 తో భాగింపబడుతుందా? అంటే మరో విధంగా చెప్పాలంటే, 10 అనేది 8560 యొక్క ఒక కారణాంకమా అని అడగడానికి ఇది మరొక మార్గం.

దీనిని తెలుసుకోవడానికి, 10 యొక్క గుణిజములో ఉన్న నమూనాను పరిశీలించవచ్చు. 10 యొక్క మొదటి కొన్ని గుణిజాలు ఇలా ఉన్నాయి: 10, 20, 30, 40, ... ఈ శ్రేణిని కొనసాగిస్తూ నమూనా లేదా క్రమాన్ని గమనించండి. 125 అనేది 10 యొక్క గుణిజమా? ఈ సంఖ్య పై శ్రేణిలో వస్తుందా? ఎందుకు వస్తుంది? లేదా ఎందుకు రాదు? ఇప్పుడు 8560 అనేది 10 తో భాగింపబడుతుందో లేదో అని మీరు చెప్పగలరా?

❁ **ఈ వాక్యాన్ని గమనించండి:**

10 తో భాగింపబడే అన్ని సంఖ్యల చివరి అంకె '0' గా ఉంటుంది. మీరు దీనితో ఏకీభవిస్తారా?




## 5 యొక్క భాజనీయత నియమం

5 అనేది మరొక సంఖ్య, దీని భాజనీయతను మనం సులభంగా సరిచూడవచ్చు. అది మనం ఎలా చేస్తాం?

5 యొక్క గుణిజములను రాయడం ద్వారా పరిశీలించండి: 5, 10, 15, 20, 25, ... ఈ సంఖ్యలన్నింటిలో మీరు ఏమి గమనిస్తున్నారు? వీటి చివరి అంకెలలో ఏదైనా ఒక ప్రత్యేకమైన క్రమం కనిపిస్తుందా?

399 కంటే తక్కువగా ఉండే, 5 తో భాజనీయమైన అతి పెద్ద సంఖ్య ఏది? 8560 సంఖ్య 5 తో భాజనీయమా?

❁ **ఈ వాక్యాన్ని గమనించండి:**

5 తో భాగింపబడు సంఖ్యల చివరి అంకె '0' లేదా '5' గా ఉంటుంది. మీరు దీనితో ఏకీభవిస్తారా?




## 2 యొక్క భాజనీయత నియమం

2 యొక్క మొదటి కొన్ని గుణిజములు ఇవి: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ... మీరు ఏమి గమనించారు? చివరి అంకెలలో ఏదైనా ఒక ప్రత్యేకమైన క్రమం కనిపిస్తుందా?

AP SCERT

Is 682 divisible by 2? Can we answer this without doing the long division?

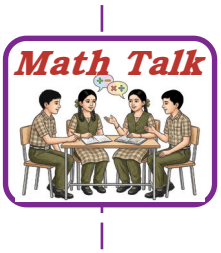
Is 8560 divisible by 2? Why or why not?

- **Consider this statement:**

Numbers that are divisible by 2 are those that end with '0', '2', '4, '6' or '8'.

Do you agree?

What are all the multiples of 2 between 399 and 411?




## Divisibility by 4

Checking if a number is divisible by 4 can also be done easily!

Look at its multiples: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ...

Are you able to observe any patterns that can be used? The multiples of 10, 5 and 2 have a pattern in their last digits which we are able to use to check for divisibility. Similarly, can we check if a number is divisible by 4 by looking at the last digit?

It does not work! Look at 12 and 22. They have the same last digit, but 12 is a multiple of 4 while 22 is not. Similarly 14 and 24 have the same last digit, but 14 is not a multiple of 4 while 24 is. Similarly, 16 and 26 or 18 and 28. What this means is that by looking at the last digit, we cannot tell whether a number is a multiple of 4.

Can we answer the question by looking at more digits? Make a list of multiples of 4 between 1 and 200 and search for a pattern.

- Find numbers between 330 and 340 that are divisible by 4. Also, find numbers between 1730 and 1740, and 2030 and 2040, that are divisible by 4. What do you observe?
- Is 8536 divisible by 4?
- **Consider these statements:**

1. Only the last two digits matter when deciding if a given number is divisible by 4.
2. If the number formed by the last two digits is divisible by 4, then the original number is divisible by 4.
3. If the original number is divisible by 4, then the number formed by the last two digits is divisible by 4.

Do you agree? Why or why not?

AP SCERT

682 సంఖ్య 2 తో భాజనీయమా? భాగహారం చేయకుండానే దీనికి సమాధానం చెప్పగలమా?

8560 సంఖ్య 2 తో భాజనీయమా? ఎందుకు భాజనీయమో! లేదా ఎందుకు భాజనీయము కాదో చెప్పండి?

☸ **ఈ వాక్యాన్ని గమనించండి:**

2 తో భాజనీయమైన సంఖ్యల చివరి అంకె '0', '2', '4', '6' లేదా '8' గా ఉంటుంది.




మీరు దీనితో ఏకీభవిస్తారా?

399 మరియు 411 మధ్య ఉన్న 2 యొక్క అన్ని గుణిజములు ఏవి?

## 4 యొక్క భాజనీయత నియమం

ఒక సంఖ్య 4 తో భాజనీయమా లేదా అనే విషయాన్ని కూడా సులభంగా పరీక్షించవచ్చు!

ముందుగా 4 యొక్క గుణిజములను పరిశీలిద్దాం: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ... వీటిని గమనిస్తే, ఉపయోగపడే ఏదైనా ప్రత్యేకమైన క్రమం మీకు కనిపిస్తుందా?

10, 5 మరియు 2 యొక్క గుణిజములో చివరి అంకెల ఆధారంగా భాజనీయతను పరీక్షించగలిగాము. అలాగే, 4 తో భాజనీయతను కూడా చివరి అంకెను మాత్రమే చూసి తెలుసుకోవచ్చా?

అలా చేయడం సాధ్యం కాదు. ఉదాహరణకు 12 మరియు 22 సంఖ్యలను చూడండి. వీటి చివరి అంకె ఒకటే అయినప్పటికీ, 12 అనేది 4 యొక్క గుణిజము కానీ 22 కాదు. అలాగే 14 మరియు 24లలో చివరి అంకె ఒకటే ఉన్న 14 అనేది 4 యొక్క గుణిజము కాదు కానీ 24 అనేది గుణిజము అవుతుంది. అలాగే 16 మరియు 26 లేదా 18 మరియు 28లను కూడా పరిశీలించవచ్చు. దీని అర్థం ఏమిటంటే, కేవలం చివరి అంకెను చూసి ఒక సంఖ్య 4 తో భాజనీయమో కాదో నిర్ణయించలేము.

అయితే మరిన్ని అంకెలను చూడటం ద్వారా ఈ ప్రశ్నకు సమాధానం చెప్పగలమా? 1 నుండి 200 మధ్యలో ఉన్న 4 యొక్క అన్ని గుణిజముల జాబితాను తయారు చేసి, అందులో నమూనాను లేదా క్రమాన్ని పరిశీలించండి.

☸ 330 మరియు 340 మధ్యలో 4 తో భాజనీయమయ్యే సంఖ్యలను కనుగొనండి. అలాగే 1730 మరియు 1740 మధ్యలో, 2030 మరియు 2040 మధ్యలో 4 తో భాజనీయమయ్యే సంఖ్యలను కూడా కనుగొనండి. మీరు ఏమి గమనించారు?

☸ 8536 అనేది 4 తో భాజనీయమా?

☸ **ఈ క్రింది వాక్యాలను గమనించండి:**

1. ఒక సంఖ్య 4 తో భాజనీయమా! కాదా! నిర్ణయించడానికి చివరి రెండు అంకెలు మాత్రమే ముఖ్యం.
2. చివరి రెండు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 4 తో భాజనీయమైతే, అసలు సంఖ్య కూడా 4 తో భాజనీయమవుతుంది.
3. అసలు సంఖ్య 4 తో భాజనీయమైతే, చివరి రెండు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య కూడా 4 తో భాజనీయమవుతుంది.

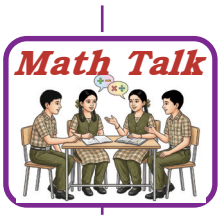
మీరు వీటితో ఏకీభవిస్తారా? ఎందుకు కాదు?

AP SCERT

## Divisibility by 8

Interestingly, even checking for divisibility by 8 can be simplified. Can the last two digits be used for this?

- Find numbers between 120 and 140 that are divisible by 8. Also find numbers between 1120 and 1140, and 3120 and 3140, that are divisible by 8. What do you observe?
- Change the last two digits of 8560 so that the resulting number is a multiple of 8.
- Consider these statements:




1. Only the last three digits matter when deciding if a given number is divisible by 8.
2. If the number formed by the last three digits is divisible by 8, then the original number is divisible by 8.
3. If the original number is divisible by 8, then the number formed by the last three digits is divisible by 8.

Do you agree? Why or why not?

We have seen that long division is not always needed to check if a number is a factor or not. We have made use of certain observations to come up with simple methods for 10, 5, 2, 4, 8. Do we have such simple methods for other numbers as well? We will discuss simple methods to test divisibility by 3, 6, 7, and 9 in later classes.

AP SCERT



### Figure it Out - 5.6

1. 2024 is a leap year (as February has 29 days). Leap years occur in the years that are multiples of 4, except for those years that are evenly divisible by 100 but not 400.
   a. From the year you were born till now, which years were leap years?
   b. From the year 2024 till 2099, how many leap years are there?
2. Find the largest and smallest 4-digit numbers that are divisible by 4 and are also palindromes.
3. Explore and find out if each statement is always true, sometimes true or never true. You can give examples to support your reasoning.

## 8 యొక్క భాజనీయత నియమం

ఆసక్తికరంగా, 8 యొక్క భాజనీయతను పరీక్షించడం కూడా సులభంగా చేయవచ్చు. దీనికి చివరి రెండు అంకెలను ఉపయోగించవచ్చా?

- 120 మరియు 140 మధ్యలో 8 తో భాగింపబడే సంఖ్యలను కనుగొనండి. అలాగే 1120 మరియు 1140 మధ్యలో, 3120 మరియు 3140 మధ్యలో 8 తో భాగింపబడే సంఖ్యలను కూడా కనుగొనండి. మీరు ఏమి గమనించారు?
- 8560 యొక్క చివరి రెండు అంకెలను మార్చి, తద్వారా వచ్చే కొత్త సంఖ్య 8 యొక్క గుణిజము అయ్యేలా చేయండి.
- ఈ క్రింది వాక్యాలను గమనించండి:




1. ఒక సంఖ్య 8 తో భాగింపబడుతుందా లేదా నిర్ణయించడానికి చివరి మూడు అంకెలు మాత్రమే ముఖ్యం.
2. చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8 తో భాగింపబడితే, అసలు సంఖ్య కూడా 8 తో భాగింపబడుతుంది.
3. అసలు సంఖ్య 8 తో భాగింపబడితే, చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య కూడా 8 తో భాగింపబడుతుంది.

మీరు వీటితో ఏకీభవిస్తారా? ఎందుకు? లేదా ఎందుకు కాదు?

ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యతో భాగించబడుతుందా లేదా అనే విషయాన్ని తెలుసుకోవడానికి ప్రతి సందర్భంలోనూ పెద్ద భాగహారం అవసరం లేదు అనే విషయం మనం చూశాం. 10, 5, 2, 4, 8 సంఖ్యల కోసం మనం కొన్ని గమనికల ఆధారంగా సులభమైన పద్ధతులను ఉపయోగించాము. ఇలాగే మిగతా సంఖ్యలకు కూడా ఇలాంటి సులభమైన పద్ధతులు ఉన్నాయా? 3, 6, 7 మరియు 9 తో భాజనీయతను పరీక్షించే సులభమైన పద్ధతులను పై తరగతుల్లో తెలుసుకుందాం.



### ఆలోచించండి–చేయండి – 5.6

1. 2024 సంవత్సరం లీపు ఇయర్ (ఎందుకంటే ఫిబ్రవరి నెలలో 29 రోజులు ఉన్నాయి). 4 యొక్క గుణిజములైన సంవత్సరాలు లీపు సంవత్సరాలు అవుతాయి. అయితే 100 తో పూర్తిగా భాగించబడి 400 తో భాగించబడని లీపు సంవత్సరాలు కావు.

   ఎ. మీరు పుట్టిన సంవత్సరం నుండి ఇప్పటి వరకు ఏఏ సంవత్సరాలు లీపు సంవత్సరాలు అవుతాయి?

   బి. 2024 సంవత్సరం నుండి 2099 సంవత్సరం వరకు ఎన్ని లీపు సంవత్సరాలు ఉన్నాయి?
2. 4 తో భాగింపబడే, అలాగే పాలిండ్రోమ్ అయ్యే 4 అంకెల అతి పెద్ద మరియు అతి చిన్న సంఖ్యలను కనుగొనండి.
3. క్రింది ప్రతి వాక్యం ఎల్లప్పుడూ నిజమా, కొన్నిసార్లే నిజమా, ఎప్పటికీ నిజం కాదా అనేది పరిశీలించి కనుగొనండి. మీ వాదనకు మద్దతుగా చూపడానికి ఉదాహరణలు ఇవ్వవచ్చు.

AP SCERT

a. Sum of two even numbers gives a multiple of 4.
b. Sum of two odd numbers gives a multiple of 4.

4. Find the remainders obtained when each of the following numbers are divided by (a) 10, (b) 5, (c) 2.

   78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345

5. The teacher asked if 14560 is divisible by all of 2, 4, 5, 8 and 10. Guna checked for divisibility of 14560 by only two of these numbers and then declared that it was also divisible by all of them. What could those two numbers be?
6. Which of the following numbers are divisible by all of 2, 4, 5, 8 and 10: 572, 2352, 5600, 6000, 77622160.
7. Write two numbers whose product is 10000. The two numbers should not have 0 as the units digit.

## 5.6 Fun with numbers

### Special numbers

There are four numbers in this box. Which number looks special to you? Why do you say so?

| | |
|---|---|
| 9 | 16 |
| 25 | 43 |

Look at the what Rishi's classmates have to share:

- Janaki says: "9 is special because it is a single-digit number whereas all the other numbers are 2-digit numbers".
- Charish says: "9 is special because it is the only number that is a multiple of 3".
- Murugan says: "16 is special because it is the only even number and also the only multiple of 4".
- Gopika says: "25 is special as it is the only multiple of 5".
- Yamuna says: "43 is special because it is the only prime number".
- Radha says: "43 is special because it is the only number that is not a square".

AP SCERT

ఎ. రెండు సరి  సంఖ్యల మొత్తం 4 యొక్క గుణిజమవుతుంది.

బి. రెండు బేసి సంఖ్యల మొత్తం 4 యొక్క గుణిజమవుతుంది.

4. క్రింది ప్రతి సంఖ్యను (ఎ) 10 తో, (బి) 5 తో, (సి) 2 తో భాగించినప్పుడు వచ్చే శేషాలను కనుగొనండి:
78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345

5. 14560 సంఖ్య 2, 4, 5, 8 మరియు 10 ఈ అన్ని సంఖ్యలతో భాగింపబడుతుందా అని ఉపాధ్యాయుడు అడిగారు. గుణ మాత్రం వీటిలో కేవలం రెండు సంఖ్యలతో మాత్రమే భాజనీయతను పరీక్షించి, అది అన్ని సంఖ్యలతో కూడా భాగింపబడుతుందని ప్రకటించాడు. ఆ రెండు సంఖ్యలు ఏమై ఉంటాయి?

6. క్రింది సంఖ్యలలో ఏవి 2, 4, 5, 8 మరియు 10 లన్నింటితో కూడా భాగింపబడతాయి.
572, 2352, 5600, 6000, 77622160

7. లబ్ధం 10000 వచ్చేలా రెండు సంఖ్యలను రాయండి. ఆ రెండు సంఖ్యల యొక్క ఒక్కట్ల స్థానంలో '0' ఉండకూడదు.

## 5.6 సంఖ్యలతో సరదా

### ప్రత్యేక సంఖ్యలు

ఈ పెట్టెలో నాలుగు సంఖ్యలు ఉన్నాయి. ఈ సంఖ్యల్లో ఏ సంఖ్య మీకు ప్రత్యేకంగా కనిపిస్తోంది? అలా ఎందుకు అనుకుంటున్నారు?

| | |
|---|---|
| 9 | 16 |
| 25 | 43 |

రిషి తరగతి స్నేహితులు ఏమంటున్నారో చూడండి:

- 9 అనేది ఒక అంకె సంఖ్య. మిగతా అన్ని సంఖ్యలు రెండు అంకెల సంఖ్యలు. కాబట్టి 9 ప్రత్యేకం అని జానకి అన్నది.
- 3 యొక్క గుణిజముగా ఉన్న ఏకైక సంఖ్య 9 మాత్రమే. అందుకే 9 ప్రత్యేకం అని చరీష్ అన్నాడు.
- 16 అనేది ఏకైక సరి సంఖ్య. అంతేకాక 4 యొక్క గుణిజముగా ఉన్న ఏకైక సంఖ్య కూడా అదే. కాబట్టి 16 ప్రత్యేకం అని మురుగన్ అన్నాడు.
- 5 యొక్క గుణిజముగా ఉన్న ఏకైక సంఖ్య 25 మాత్రమే. కాబట్టి 25 ప్రత్యేకం అని గోపిక అన్నది.
- 43 అనేది ఏకైక ప్రధాన సంఖ్య. అందుకే అది ప్రత్యేకం అని యమున అన్నది.
- 43 అనేది వర్గ సంఖ్య కానటువంటి ఏకైక సంఖ్య. అందుకే అది ప్రత్యేకం అని రాధ అన్నది.

APSCERT

- Below are some boxes with four numbers in each box. Within each box try to say how each number is special compared to the rest. Share with your classmates and find out who else gave the same reasons as you did. Did anyone give different reasons that may not have occurred to you?!




| | |
|---|---|
| 5 | 7 |
| 12 | 35 |

| | |
|---|---|
| 3 | 8 |
| 11 | 24 |

| | |
|---|---|
| 27 | 3 |
| 123 | 31 |

| | |
|---|---|
| 17 | 27 |
| 44 | 65 |

## A prime puzzle




The figure on the left shows the puzzle. The figure on the right shows the solution of the puzzle. Think what the rules can be to solve the puzzle.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 75 |
| | | | 42 |
| | | | 102 |
| 170 | 30 | 63 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 | 5 | 3 | 75 |
| 2 | 3 | 7 | 42 |
| 17 | 2 | 3 | 102 |
| 170 | 30 | 63 | |

AP SCERT

## Rules

(i) Fill the grid with prime numbers only.

(ii) The product of each row is the number to the right of the row.

(iii) The product of each column is number at the bottom of the column.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 105 |
| | | | 20 |
| | | | 30 |
| 28 | 125 | 18 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 8 |
| | | | 105 |
| | | | 70 |
| 30 | 70 | 28 | |

గణిత చర్చ



క్రింద కొన్ని పెట్టెల్లో ఒక్కో పెట్టెలో నాలుగు సంఖ్యలు ఉన్నాయి. ప్రతి పెట్టెలో ఉన్న ప్రతి సంఖ్య మిగతావాటితో పోలిస్తే ఎలా ప్రత్యేకమో చెప్పడానికి ప్రయత్నించండి. మీ ఆలోచనలను మీ తరగతి స్నేహితులతో పంచుకోండి. మీరు చెప్పిన కారణాలే ఇంకెవరికైనా వచ్చాయా అని తెలుసుకోండి. మీకు ఆలోచనకు రాని వేరే కారణాలను ఎవరైనా చెప్పారా?

| | |
|---|---|
| 5 | 7 |
| 12 | 35 |

| | |
|---|---|
| 3 | 8 |
| 11 | 24 |

| | |
|---|---|
| 27 | 3 |
| 123 | 31 |

| | |
|---|---|
| 17 | 27 |
| 44 | 65 |

## ప్రధాన సంఖ్యల పజిల్

గణిత చర్చ



ఎడమవైపు ఉన్న బొమ్మలో పజిల్ ఉంది. కుడివైపు ఉన్న బొమ్మలో ఆ పజిల్‌కు పరిష్కారం చూపించారు. ఈ పజిల్‌ను పరిష్కరించడానికి ఎలాంటి నియమాలు ఉండవచ్చు అని ఆలోచించండి.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 75 |
| | | | 42 |
| | | | 102 |
| 170 | 30 | 63 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 | 5 | 3 | 75 |
| 2 | 3 | 7 | 42 |
| 17 | 2 | 3 | 102 |
| 170 | 30 | 63 | |

## నియమాలు

(i) గ్రిడ్‌లోని ఖాళీలను కేవలం ప్రధాన సంఖ్యలతో మాత్రమే పూరించాలి.

(ii) ప్రతి వరుసలోని సంఖ్యల లబ్ధం, ఆ వరుసకు కుడివైపు ఇచ్చిన సంఖ్యకు సమానం కావాలి

(iii) అలాగే, ప్రతి నిలువు వరుసలోని సంఖ్యల లబ్ధం, ఆ నిలువు వరుస కింద ఇచ్చిన సంఖ్యకు సమానం కావాలి.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 105 |
| | | | 20 |
| | | | 30 |
| 28 | 125 | 18 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 8 |
| | | | 105 |
| | | | 70 |
| 30 | 70 | 28 | |

AP SCERT

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 63 |
| | | | 27 |
| | | | 190 |
| 45 | 42 | 171 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 343 |
| | | | 66 |
| | | | 44 |
| 28 | 154 | 231 | |

**Insights from the Puzzle:**

- Prime numbers are used to form given products in rows and columns.
- Logical reasoning and factorization can be applied using only prime numbers.
- Different combinations of prime numbers can produce the same multiplication results.
- The product of two or more prime numbers always results in a composite number.

## CHAPTER MASTERY

### MCQ's

1. Which pair is NOT co-prime? [ ]
   A) 11, 14 B) 15, 28 C) 8, 9 D) 6, 10
2. The common factors of 4, 8, and 12 are: [ ]
   A) 1,2 and 6 B) 1, 2 and 4 C) 2, 4 and 8 D) 4, 8 and 12

### True / False

3. Sum of two prime numbers is always even (True / False)

### Yes / No

4. Using divisibility tests determine which of the following numbers are divisible by 2, 4, 5, 8, 10 (say, Yes or No)

| Number | 2 | 4 | 5 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| 128 | Yes | Yes | No | Yes | No |
| 990 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 8536 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 275 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 8416 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 639210 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 429714 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 2856 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 3060 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 406839 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

AP SCERT

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 63 |
| | | | 27 |
| | | | 190 |
| 45 | 42 | 171 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 343 |
| | | | 66 |
| | | | 44 |
| 28 | 154 | 231 | |

**పజిల్ ద్వారా లభించిన అవగాహనలు :**

- అడ్డు వరుసలు మరియు నిలువు వరుసలలో ఇచ్చిన లబ్ధాలను ఏర్పరచడానికి ప్రధాన సంఖ్యలను ఉపయోగించారు.
- కేవలం ప్రధాన సంఖ్యలనే ఉపయోగిస్తూ, తార్కిక ఆలోచన మరియు కారణాంక విభజన ద్వారా పద్ధతులను అన్వయించవచ్చు.
- ప్రధాన సంఖ్యల యొక్క విభిన్న కలయికలు ఒకే రకమైన గుణకార ఫలితాలు ఇవ్వగలవు.
- రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధం ఎల్లప్పుడూ సంయుక్త సంఖ్య అవుతుంది.

## సంగ్రహంగా!

**బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు**

1. క్రింది జతలలో ఏది పరస్పర ప్రధాన సంఖ్య జత కాదు? [ ]
   ఎ) 11, 14 బి) 15, 28 సి) 8, 9 డి) 6, 10
2. 4, 8 మరియు 12లకు ఉమ్మడి కారణాంకం ఏమిటి? [ ]
   ఎ) 1, 2 మరియు 6 బి) 1, 2 మరియు 4 సి) 2, 4 మరియు 8 డి) 4, 8 మరియు 12

**సత్యం / అసత్యం**

3. రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ సరి సంఖ్యే అవుతుంది. (సత్యం / అసత్యం)

**అవును / కాదు**

4. భాజనీయత నియమాలను ఉపయోగించి, క్రింది సంఖ్యలు 2, 4, 5, 8, 10 లతో భాగించబడతాయో లేదో నిర్ణయించండి (అవును లేదా కాదు అని చెప్పండి).

| సంఖ్య | 2 | 4 | 5 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| 128 | అవును | అవును | కాదు | అవును | కాదు |
| 990 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 8536 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 275 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 8416 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 639210 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 429714 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 2856 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 3060 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 406839 | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

AP SCERT

## Fill in the Blanks

5. First three common multiples of 6 and 8 are _____
6. A number is divisible by 8 if the last _____ digits form a number divisible by 8

## Match the Following

7. Match the items in column 1 with the items in column 2.

| Column 1 | Column 2 |
|---|---|
| (i) 35 | (a) Multiple of 8 |
| (ii) 15 | (b) Multiple of 7 |
| (iii) 16 | (c) Factor of 30 |
| (iv) 20 | (d) Factor of 50 |
| (v) 25 | (e) Factor of 20 |

## Assertion & Reason Type

8. Assertion (A): 16420 is divisible by 8 and 10.
Reason (R):A number is divisible by 8 if its last three digits form a number divisible by 8, and it is divisible by 10 if it ends in 0. [ ]
(A) Both A and R are true and R is the correct explanation of A
(B) Both A and R are true but R is not the correct explanation of A
(C) A is true but R is false
(D) A is false but R is true

## Statement Type

9. Statements
(i) : 21 and 22 are co-prime numbers.
(ii) : Two numbers are co-prime if both numbers are prime. [ ]
A: Only (i) is correct B: Only (ii) is correct
C: Both are correct D: Both are incorrect

## Short Answer Type

10. Express the following as the sum of two odd primes.
(a) 44 (b) 36 (c) 24 (d) 18
11. Write five pairs of prime numbers less than 20 whose sum is divisible by 5.
(Hint: 3 + 7 = 10)
12. Write the smallest 5-digit number and express it in the form of product of prime factors.
13. Define prime number?
14. Define the divisibility rule for 5.

AP SCERT

## ఖాళీలను పూరించండి

5. 6 మరియు 8ల యొక్క మొదటి మూడు ఉమ్మడి గుణిజాలు _____

6. ఒక సంఖ్య 8తో భాగించవలెనన్న ఆ సంఖ్య చివరి _____ అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8తో భాగించబడాలి.

## జతపరచండి

7. కాలమ్-1 లోని అంశాలను కాలమ్-2 లోని అంశాలతో సరైన జతగా కలపండి.

| కాలమ్ 1 | కాలమ్ 2 |
|---|---|
| (i) 35 | (ఎ) 8 యొక్క గుణిజం |
| (ii) 15 | (బి) 7 యొక్క గుణిజం |
| (iii) 16 | (సి) 30 యొక్క కారణాంకం |
| (iii) 20 | (డి) 50 యొక్క కారణాంకం |
| (v) 25 | (ఇ) 20 యొక్క కారణాంకం |

## వాదన - కారణం రకం

8. వాదన (A): 16420 సంఖ్య 8 మరియు 10లతో భాగించబడుతుంది.

కారణం (R): ఒక సంఖ్య చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8తో భాగించబడితే అది 8తో భాగించబడుతుంది, మరియు చివరి అంకె '0'తో అయితే 10 తో భాగించబడుతుంది.

(ఎ) (A) మరియు (R) రెండూ సత్యం మరియు (R), A కి సరైన వివరణ

(బి) (A) మరియు (R) రెండూ సత్యం కానీ (R), A కి సరైన వివరణ కాదు

(సి) (A) సత్యం కానీ (R) అసత్యం

(డి) (A) అసత్యం కానీ (R) సత్యం

## వాక్యాల రకం ప్రశ్నలు

9. వాక్యాలు

(i) : 21 మరియు 22 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.

(ii): రెండు సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలైతేనే అవి పరస్పర-ప్రధాన సంఖ్యలు అవుతాయి.

ఎ: (i) మాత్రమే సరైనది  బి: (ii) మాత్రమే సరైనది

సి: రెండూ సరైనవి  డి: రెండూ సరైనవి కావు

## లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు

10. క్రింది సంఖ్యలను రెండు బేసి ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా వ్యక్తపరచండి.

(ఎ) 44  (బి) 36  (సి) 24  (డి) 18

11. 20 కంటే తక్కువైన ప్రధాన సంఖ్యలలో, వాటి మొత్తం 5తో భాగించబడే విధంగా ఐదు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి. (సూచన: 3 + 7 = 10)

12. అతి చిన్న 5 అంకెల సంఖ్యను రాసి, దాన్ని ప్రధాన కారణంకాల లబ్ధ రూపంలో వ్యక్తపరచండి.

13. ప్రధాన సంఖ్యను నిర్వచించండి.

14. 5 యొక్క భాజనీయతా నియమాన్ని నిర్వచించండి.

AP SCERT

# SUMMARY

- If a number is divisible by another, the second number is called a factor of the first. For example, 4 is a factor of 12 because 12 is divisible by 4 ($12 \div 4 = 3$).
- Prime numbers are numbers like 2, 3, 5, 7, 11, ... that have only two factors, namely 1 and themselves.
- Composite numbers are numbers like 4, 6, 8, 9, ... that have more than 2 factors, i.e., at least one factor other than 1 and themselves. For example, 8 has the factor 4 and 9 has the factor 3, so 8 and 9 are both composite.
- Every number greater than 1 can be written as a product of prime numbers. This is called the number's prime factorisation. For example, $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$.
- There is only one way to factorise a number into primes, except for the ordering of the factors.
- Two numbers that do not have a common factor other than 1 are said to be co-prime.
- To check if two numbers are co-prime, we can first find their prime factorisations and check if there is a common prime factor. If there is no common prime factor, they are co-prime, and otherwise they are not.
- A number is a factor of another number if the prime factorisation of the first number is included in the prime factorisation of the second number.

AP SCERT

# సారాంశం

- ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యతో పూర్తిగా భాగించబడితే, ఆ రెండవ సంఖ్యను మొదటి సంఖ్యకు కారణాంకం అంటారు. ఉదాహరణకు, 12 ని 4తో భాగించవచ్చు కాబట్టి 4 అనేది 12 యొక్క కారణాంకం (12÷4 = 3).
- ప్రధాన సంఖ్యలు అంటే 2, 3, 5, 7, 11 ... వంటి సంఖ్యలు. వీటికి కేవలం రెండు కారణాంకాలే ఉంటాయి అవి 1 మరియు ఆ సంఖ్య మాత్రమే.
- సంయుక్త సంఖ్యలు అంటే 4, 6, 8, 9 ... వంటి సంఖ్యలు. వీటికి 1 మరియు ఆ సంఖ్యతో పాటు కనీసం ఇంకొక కారణాంకం ఉంటుంది. ఉదాహరణకు, 8కి 4 అనే కారణాంకం ఉంది, 9కి 3 అనే కారణాంకం ఉంది. కాబట్టి 8 మరియు 9 సంయుక్త సంఖ్యలు.
- 1 కంటే పెద్ద ప్రతి సంఖ్యను ప్రధాన సంఖ్యల గుణితఫలంగా వ్రాయవచ్చు. దీనినే ఆ సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన అంటారు. ఉదాహరణకు, $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$.
- ఒక సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకాలుగా విడగొట్టడానికి ఒకే ఒక సరైన విధానం మాత్రమే ఉంటుంది (కారణాంకాల క్రమం మారవచ్చు కానీ కారణాంకాలు మారవు).
- రెండు సంఖ్యలకు 1 తప్ప ఇంకే సాధారణ కారణాంకం లేకపోతే, ఆ రెండు సంఖ్యలను సహ-ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.
- రెండు సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలేమో తెలుసుకోవాలంటే, ముందు వాటి ప్రధాన కారణాంక విభజనలను కనుగొని, అందులో ఉమ్మడి కారణాంకం ఉందో లేదో పరిశీలించాలి. ఉమ్మడి కారణాంకం లేకపోతే అవి పరస్పర -ప్రధాన సంఖ్యలు; ఉంటే అవి పరస్పర - ప్రధాన సంఖ్యలు కావు.
- ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలన్నీ మరో సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలలో భాగంగా ఉంటే, ఆ మొదటి సంఖ్య రెండవ సంఖ్యకు కారణాంకం అవుతుంది.

AP SCERT

# ANSWERS

## Figure it out - 1.1

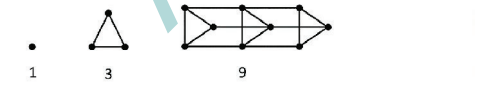
1. Some examples are paying for fruits, vegetables, groceries etc. calculation of speed of vehicles, designs or patterns in different buildings, finding area of any plot or own home. There could be many more such contexts in our everyday lives. Discuss for other examples also.
2. Teacher student discussion is required.

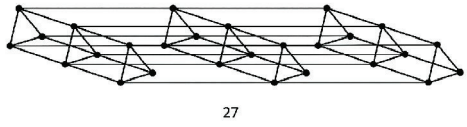
## Figure it out - 1.2

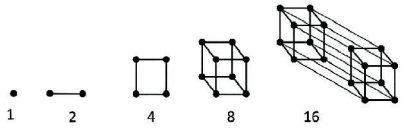
1. Yes, There is a pattern in each case.
   Virahanka numbers 1, 2, 3, 5 = 2 + 3, 8 = 3 + 5,13 = 5 + 8, .... Rest of the patterns have been shown in Table 2.
   Powers of 2 are 1, 2, 4 = 2 × 2, 8 = 2 × 2 × 2,16 = 2 × 2 × 2 × 2 × 2...
   Powers of 3 are 1, 3, 9 = 3× 3 = 27 = 3 × 3 × 3, ...

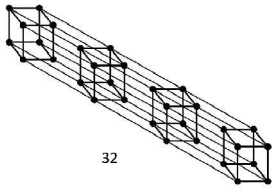
## Figure it out - 1.3

2. Refer Table 2, and check for yourself.
3. Refer Table 2, page 4, and draw.
4. 61
5. Sequence of powers of 2-given as example.
   Sequence of powers of 3-One of the ways could be -




AP SCERT

# జవాబులు

## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.1

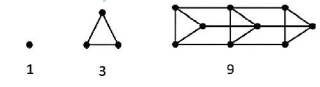
1. కొన్ని ఉదాహరణలు పండ్లు, కూరగాయలు, కిరాణా సామాగ్రి మొదలైన వాటికిసొమ్ము చెల్లించడం. వాహనాల వేగం లెక్కించడం, వివిధ భవనాలలో డిజైన్లు లేదా నమూనాలను గుర్తించడం, ఏదైనా ప్లాట్ లేదా సొంత ఇంటిని యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనడం. మన దైనందిన జీవితంలో ఇలాంటి సందర్భాలు ఇంకా చాలా ఉండవచ్చు. ఇతర ఉదాహరణల కోసం కూడా చర్చించండి.
2. ఉపాధ్యాయ, విద్యార్థి చర్చ అవసరం.

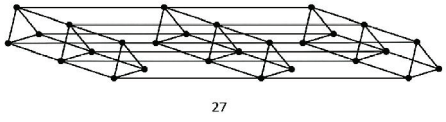
## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.2

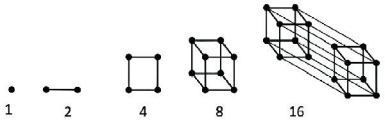
1. అవును, ప్రతి సందర్భంలోనూ ఒక నమూనా ఉంటుంది.
   విరాహంక సంఖ్యలు 1 : 2, 3, 5 = 2 + 3, 8 = 3 + 5,13 = 5 + 8, .... మిగిలిన నమూనాలు పట్టిక 2లో చూపబడ్డాయి.
   2 యొక్క ఘాతాలు 2 : 1, 2, 4 = 2 × 2, 8 = 2 × 2 × 2,16 = 2 × 2 × 2 × 2 × 2...
   3 యొక్క ఘాతాలు 3 : 1, 3, 9 = 3× 3 = 27 = 3 × 3 × 3, ...

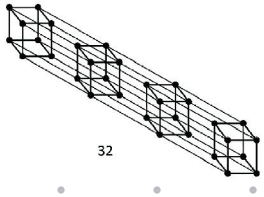
## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.3

2. పట్టిక 2 చూడండి మరియు మీరే స్వయంగా కనుగొనండి.
3. పట్టిక 2 చూడండి మరియు గీయండి.
4. 61
5. 2 యొక్క ఘాతాల క్రమం-ఉదాహరణగా ఇవ్వబడింది.
   3 యొక్క ఘాతాల క్రమం-ఒక పద్ధతి కావచ్చు -



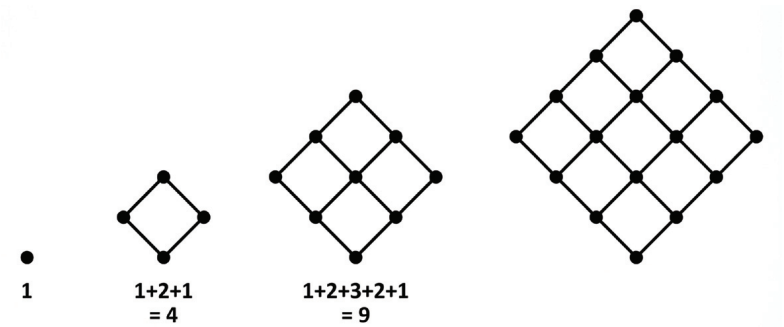




AP SCERT

## Figure it out - 1.4

1. One of the ways is-




   1, 1+2+1, 1+2+3+2+1, ...,

2. 10,000

3. 1+(1 +1) +(1+1+1)+(1 +1+1+1) ...

   1,1+(1+1) +1,1+(1+1) +(1+1+1)+(1+1) +1,1+(1+1)+(1+1+1)+(1+1+1+1) +

   (1+1+1)+(1+1)+1,.....

4. 1, 1+2,1+2+3, 1+2+3+4,.....

   Which is triangular number sequence. For pictorial representation refer Table 2.

   (Try it for isosceles right triangle also.)

5. We get: 4, 9,16, 25, ..... (Square numbers).

   For the pictorial representation refer Table 2 on page 4

6. We get, 1, 3,7, 15, 31,.....

   After adding 1 to each number, we get : 2,4,8,16,32,..... Refer the picture on page 14.

7. (1×6) +1, (3×6) +1, (6×6) +1, (10×6) +1, (15×6) +1, ...

   = 7, 19, 37, 61, 91, ....

   For picture refer picture in question number 4 of page 12.

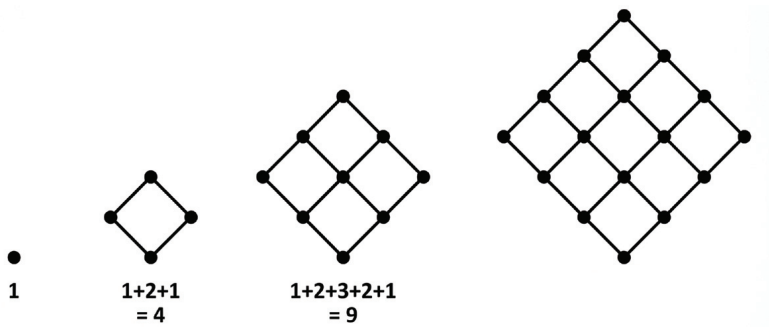
8. 1, 8, 27, 64, .....We get cube numbers.

   For picture, refer Table 2, page 10.

AP SCERT

## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.4

1. ఒక పద్ధతి :




1, 1+2+1, 1+2+3+2+1, ...,

2. 10,000

3. 1+(1 +1) +(1+1+1)+(1 +1+1+1) ...

1,1+(1+1) +1,1+(1+1) +(1+1+1)+(1+1) +1,1+(1+1)+(1+1+1)+(1+1+1+1) +

(1+1+1)+(1+1)+1,.....

4. 1, 1+2,1+2+3, 1+2+3+4,.....

ఇది త్రిభుజాకార సంఖ్యా శ్రేణి. చిత్ర ప్రాతినిధ్యం కోసం పట్టిక 2 చూడండి.

(సమద్విబాహు లంబకోణ త్రిభుజం కోసం కూడా దీన్ని ప్రయత్నించండి.)

5. 4, 9,16, 25, ..... (చదరపు సంఖ్యలు).

చిత్ర ప్రాతినిధ్యం కోసం పట్టిక 2ని చూడండి.

6. మనకు 1, 3, 7, 15, 31, .....

ప్రతి సంఖ్యకు 1 కలిపితే, మనకు ఇవి వస్తాయి: 2, 4, 8, 16, 32, ..... 6వ పేజీలోని చిత్రాన్ని చూడండి.

7. (1×6) +1, (3×6) +1, (6×6) +1, (10×6) +1, (15×6) +1, ...

= 7, 19, 37, 61, 91, ....

చిత్రం కోసం 13వ పేజీలోని 4వ ప్రశ్న చిత్రాన్ని చూడండి.

8. 1, 8, 27, 64, ..... మనకు ఘనపు సంఖ్యలు లభిస్తాయి.

చిత్రం కోసం 12 పేజీలోని పట్టిక 2లో ఉదాహరణ చిత్రాన్ని చూడండి.

AP SCERT

## Figure it out - 1.5

1. Yes.
   - 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

     One of the ways to interpret this is that we get a sequence of number of sides of the pictures of the shapes
   - 1, 3, 6, 10, 15
   - 1, 4, 9, 16, 25
   - 1, 4, 9, 16, 25
   - 3, 3×4, 3×4×4, 3×4×4×4, 3×4×4×4×4

## Figure it out - 1.6

1. Number of sides = 3,4,5,6,7,8,9,10… We get counting number sequence, starting with 3.
   - Number of Corners = 3,4,5,6,7,8,9,10… Yes, we get the same number sequence
   - in any closed figure, number of sides = number of corners (vertices).
2. 1, 3, 6, 10, 15. This is a Triangle number sequence
3. • 1, 4, 9, 16, 25. This is a Square number sequence.
   - Squares can be drawn using these number of dots.
4. 1, 4, 9, 16, 25

   = 1, 1+2+1, 1+2+3+2+1, …….

   Square number sequence (As adding up and down) gives us square number sequence.
5. • Total line segments in each shape: 3, 12, 48, 192, 768
   - Corresponding sequence: 3, 3×4, 3×4×4, 3×4×4×4×, 3×4×4×4×4, …

AP SCERT

## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.5

1. అవును.

   - 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

     దీనిని అర్థం చేసుకోవడానికి ఒక పద్ధతి ఏమిటంటే, ఆకారాల చిత్రాల భుజాల సంఖ్య యొక్క క్రమాల శ్రేణిని పొందుపరచాలి.

   - 1, 3, 6, 10, 15
   - 1, 4, 9, 16, 25
   - 1, 4, 9, 16, 25
   - 3, 3×4, 3×4×4, 3×4×4×4, 3×4×4×4×4

## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.6

1. మనకు 3 తో ప్రారంభమయ్యే లెక్కింపు సంఖ్య క్రమం = 3,4,5,6,7,8,9,10...భుజాల సంఖ్య గావస్తుంది.
   - మూలల సంఖ్య = 3,4,5,6,7,8,9,10...మనకు అదే సంఖ్య క్రమం వస్తుంది
   - ఏదైనాసంవృతపటంలో, భుజాల సంఖ్య = మూలల సంఖ్య (శీర్షాలు).
2. 1, 3, 6, 10, 15. ఇది ఒక త్రిభుజ సంఖ్యా క్రమం
3. • 1, 4, 9, 16, 25. ఇది ఒక చతురస్ర సంఖ్య క్రమం.
   - ఈ చుక్కల సంఖ్యను ఉపయోగించి చతురస్రాలను గీయవచ్చు.
4. 1, 4, 9, 16, 25

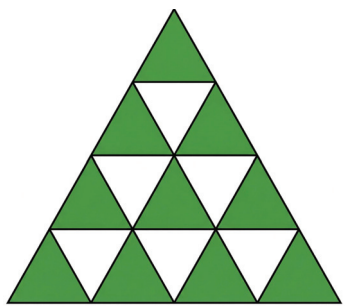
   = 1, 1+2+1, 1+2+3+2+1, .....

   వర్గ సంఖ్య శ్రేణి (ముందుకు మరియు వెనుకకు కూడిగా) మనకు వర్గ సంఖ్య శ్రేణిని వస్తుంది.
5. • ప్రతి ఆకారంలో మొత్తం రేఖ విభాగాలు: 3, 12, 48, 192, 768
   - సంబంధిత క్రమం: 3, 3×4, 3×4×4, 3×4×4×4×, 3×4×4×4×4, ...

AP SCERT

## CHAPTER MASTERY

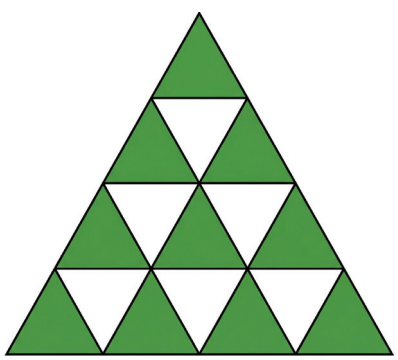
1. C
2. B
3. A
4. 
5. 36
6. A
7. A pattern is a repeated or regular arrangement of numbers, shapes, or objects that follows a specific rule.
8. The Fibonacci sequence.
9. Many natural spirals, like those in shells or flowers, follow the Fibonacci sequence in the number of spirals turning clockwise and anticlockwise.
10. The hexagon shape covers space without leaving gaps and uses the least amount of wax — an efficient structure in nature.
11. Symmetry helps in balance, movement, and beauty — for example, animals with bilateral symmetry move efficiently.
12. 32, 64, 128 (Rule: Multiply by 2 each time)
13. 21 petals (since 13 and 21 are consecutive Fibonacci numbers)
14. These are perfect squares of natural numbers ($1^2$, $2^2$, $3^2$, $4^2$, $5^2$...).
15. Both show fractal patterns — self-similar structures that repeat at smaller scales.
16. Yes. Engineers use honeycomb structures in aircraft and architecture for strength with less material — inspired by bees.
17. Tessellation, because it fills space completely without gaps (e.g., honeycomb).
18. **Example:** A pattern of triangles where each new row has one more triangle than the previous — representing plant growth.



AP SCERT

## సంగ్రహంగా !

1. సి
2. బి
3. ఎ
4. 
5. 36
6. ఎ
7. ఒక నిర్దిష్ట నియమాన్ని అనుసరించే సంఖ్యలు, ఆకారాలు లేదా వస్తువుల పునరావృత లేదా క్రమమైన అమరికను నమూనా అంటారు.
8. ఫిబొనాకిశ్రేణి.
9. నత్తగుల్లలు లేదా పువ్వులలో ఉన్నటువంటి అనేక సహజ వలయాలు, సవ్యదిశలో మరియు అపసవ్యదిశలో తిరిగే వలయాల సంఖ్యలో ఫిబొనాకిశ్రేణిని అనుసరిస్తాయి.
10. షడ్భుజి ఆకారం ఖాళీలను వదలకుండా స్థలాన్ని కవర్ చేస్తుంది మరియు తక్కువ మొత్తంలో మైనముఉ పయోగించబడుతుంది - ప్రకృతిలో సమర్థవంతమైన నిర్మాణం.
11. సౌష్టవం సమతుల్యత, కదలిక మరియు అందానికి సహాయపడుతుంది - ఉదాహరణకు, ద్వైపాక్షిక సమరూపత కలిగిన జంతువులు సమర్థవంతంగా కదులుతాయి.
12. 32, 64, 128 (నియమం: ప్రతిసారీ 2 చేగుణించండి.)
13. 21 రేకులు (13 మరియు 21 వరుస ఫిబొనాకి సంఖ్యలు కాబట్టి)
14. ఇవి సహజ సంఖ్యల ($1^2$, $2^2$, $3^2$, $4^2$, $5^2$...) పరిపూర్ణ చతురస్రాలు.
15. రెండూ ఫ్రాక్టల్ నమూనాలను చూపుతాయి - చిన్న ప్రమాణాల (స్కేలు) వద్ద పునరావృతమయ్యే స్వీయ-సారూప్య నిర్మాణాలు.
16. అవును. ఇంజనీర్లు తేనెటీగలచే ప్రేరణ పొందడంవలన తక్కువ మెటీరియల్తో బలమైనవిమానాల నిర్మాణంలోమరియు తేనెపట్టు నిర్మాణాలను ఉపయోగిస్తారు.
17. టెస్సెలేషన్, ఎందుకంటే ఇది ఖాళీలు లేకుండా స్థలాన్ని పూర్తిగా నింపుతుంది (ఉదా., తేనెపట్టు).
18. ఉదాహరణ: ప్రతి కొత్త వరుస మునుపటి కంటే ఒక త్రిభుజం ఎక్కువగా ఉండే త్రిభుజాల నమూనా - మొక్కల పెరుగుదలను సూచిస్తుంది.



AP SCERT

## Figure it out - 2.1

1. Ramu can draw many/uncountable number of lines through the given point.

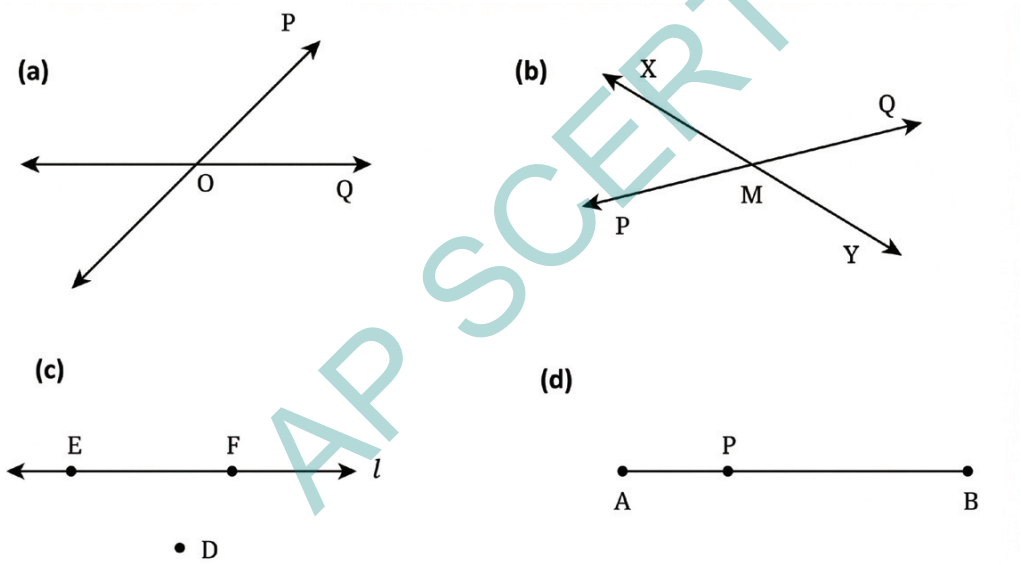
   Venkat can draw only one line through the two given points.

2. $\overline{LM}$, $\overline{MP}$, $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$

   Points L and R are exactly on one line segment. Points M, P and Q are on two line segments.

3. $\overrightarrow{TA}$, $\overrightarrow{TB}$, $\overrightarrow{TN}$ and $\overrightarrow{NB}$

   No, T is the starting point of $\overrightarrow{TB}$, $\overrightarrow{TN}$ and $\overrightarrow{TA}$ but not of $\overrightarrow{NB}$.

4. 


5. a) D, E, O, B and C

   b) $\overleftrightarrow{DE}$ or $\overleftrightarrow{DO}$ or $\overleftrightarrow{DB}$ or $\overleftrightarrow{EC}$

   c) $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{OD}$ (Try for other rays)

   d) $\overline{DE}$, $\overline{DO}$, $\overline{DB}$, $\overline{EO}$, $\overline{EB}$, ($\overline{OB}$; $\overline{OC}$ are also possible)

6. a) Yes, O is the starting point and point B lies on the rays that goes endlessly in the direction of A. $\overrightarrow{OA}$ is the extension of $\overrightarrow{OB}$.

   b) No, OA is a ray with starting point O whereas AO is a ray with starting point A.

AP SCERT

## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.1

1. రాము ఇచ్చిన బిందువు గుండా లెక్కలేనన్ని రేఖలను గీయగలడు..

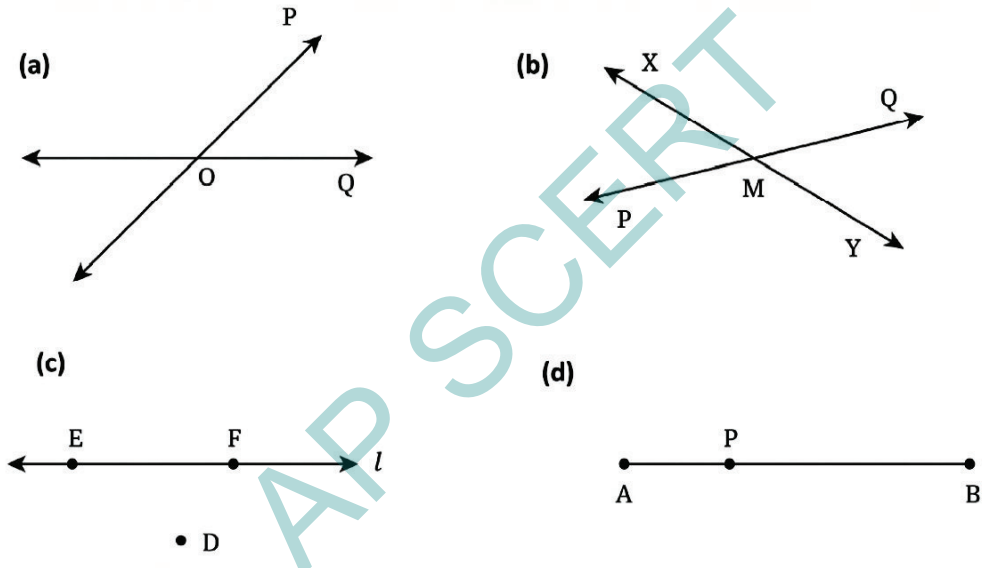
   వెంకట్ ఇచ్చిన రెండు బిందువుల గుండా ఒకే ఒక రేఖను గీయగలడు.

2. $\overline{LM}$, $\overline{MP}$, $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$

   బిందువులు L మరియు = ఖచ్చితంగా ఒకే రేఖాఖండంపై ఉన్నాయి. బిందువులు M, P మరియు Q రెండురేఖాఖండాలపైఉన్నాయి.

3. $\overrightarrow{TA}$, $\overrightarrow{TB}$, $\overrightarrow{TN}$ మరియు $\overrightarrow{NB}$

   కాదు, T అనేది $\overrightarrow{TB}$, $\overrightarrow{TN}$ మరియు $\overrightarrow{TA}$ లకు ప్రారంభ బిందువు, కానీ $\overrightarrow{NB}$ కి కాదు.

4. 


5. ఎ) D, E, O, B మరియు C.

   బి) $\overrightarrow{DE}$ లేదా $\overrightarrow{DO}$ లేదా $\overrightarrow{DB}$ లేదా $\overrightarrow{EO}$ లేదా $\overrightarrow{EB}$ లేదా $\overrightarrow{OB}$

   సి) $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{OD}$ (ఇతర కిరణాల కోసం ప్రయత్నించండి)

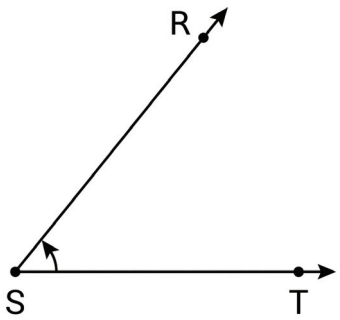
   డి) $\overline{DE}$, $\overline{DO}$, $\overline{DB}$, $\overline{EO}$, $\overline{EB}$, ($\overline{OB}$; $\overline{OC}$ కూడా సాధ్యమే)

6. ఎ) అవును, 0 అనేది ప్రారంభ బిందువు మరియు B బిందువు A కి వెళ్ళే దిశలో అనంతంగా కిరణాలపై ఉంటుంది. $\overrightarrow{OA}$ అనే $\overrightarrow{OB}$ యొక్క పొడిగింపు.

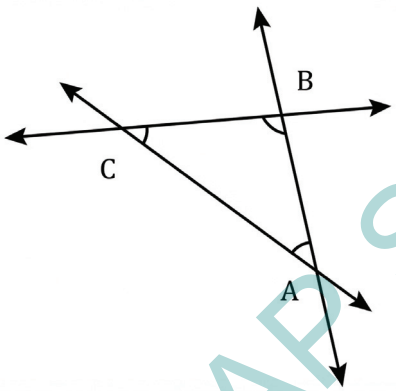
   బి) కాదు, OA అనేది ప్రారంభ బిందువు గల కిరణం కాగా, AO అనేది ా ప్రారంభ బిందువు గల కిరణం.

AP SCERT

## Figure it out - 2.2

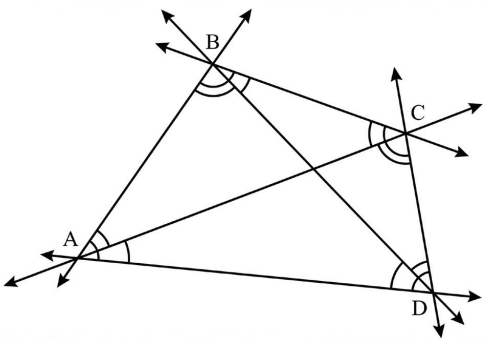
1. Yes, one of the angles is ∠BDC. It's vertex is D. One ray is $\overrightarrow{DC}$ and the other ray is $\overrightarrow{DB}$.
   Try for other pictures.
2. 


4. ∠RTQ, ∠RTP
5. We get three lines $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$




Using A, B and C we can name three angles: ∠ABC or ∠CBA, ∠BCA or ∠ACB & ∠CAB or ∠BAC.

6. We get six lines $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AC}$ &

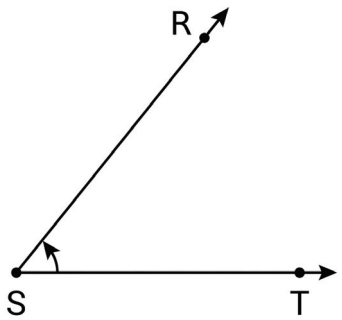



Using A, B, C & D we can name the following angles ∠BAC, ∠CAD, ∠BAD, ∠ADB, ∠BDC, ∠ADC, ∠DCA, ∠ACB, ∠DCB, ∠CBD, ∠DBA & ∠CBA

AP SCERT

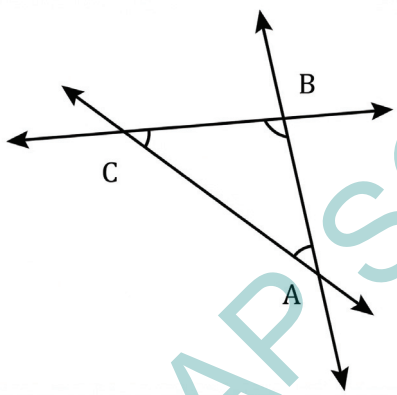
## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.2

1. అవును, కోణాలలో ఒకటి ∠BDC. దాని శీర్షం D. ఒక కిరణం $\overrightarrow{DC}$ మరియు మిగిలిన కిరణాలు $\overrightarrow{DB}$. ఇతర చిత్రాలలో ప్రయత్నించండి.

2. 

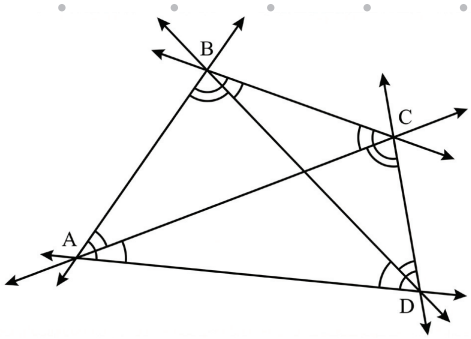

4. ∠RTQ, ∠RTP

5. మనకు $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ అనే మూడు రేఖలు లభిస్తాయి.




A, B & C లను ఉపయోగించి మనం మూడు కోణాలను గుర్తించవచ్చు: ∠ABC లేదా ∠CBA, ∠BCA లేదా ∠ACB & ∠CAB లేదా ∠BAC

6. మనకు $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AC}$ & అనే ఆరు రేఖలు లభిస్తాయి

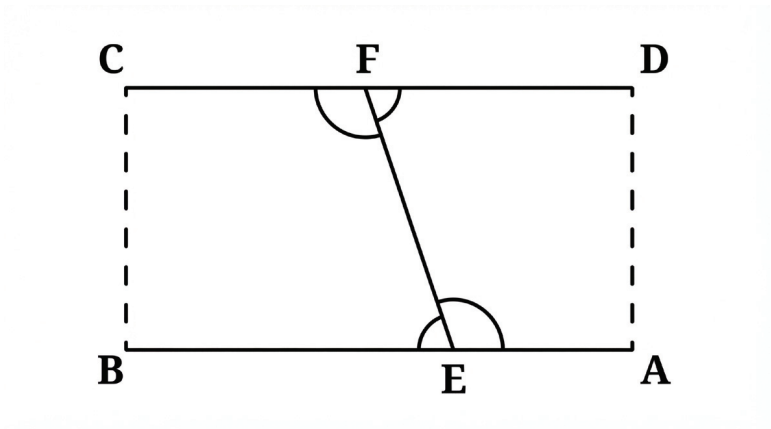



A, B, C & D లను ఉపయోగించి మనం ఈ కోణాలను ∠BAC, ∠CAD, ∠BAD, ∠ADB, ∠BDC, ∠ADC, ∠DCA, ∠ACB, ∠DCB, ∠CBD, ∠DBA & ∠CBA అని పిలవవచ్చు.

APSCERT

## Figure it out - 2.3

1.




Angles Formed: ∠AEF, ∠BEF, ∠DFE, ∠CFE

Here ∠AEF & ∠CFE are larger than ∠BEF & ∠DFE

Try more cases by folding rectangular sheets in different ways.

2. (a) ∠AOB; ∠XOY is an acute angle and ∠AOB = ∠AOX + ∠XOY + ∠YOB

(b) ∠AOB

(c) None. ∠XOB = ∠XOC

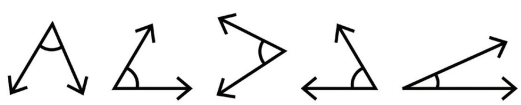
3. By looking at the figure we cannot say. Superimposition or measurement is necessary here.

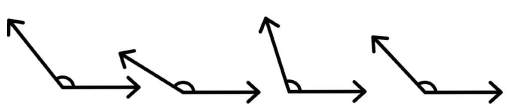
## Figure it out - 2.4

4. a. Four right angle. Each angle is $\frac{1}{4}$ the of the complete angle.

b. Explore different ways of doing it.

## Figure it out - 2.5

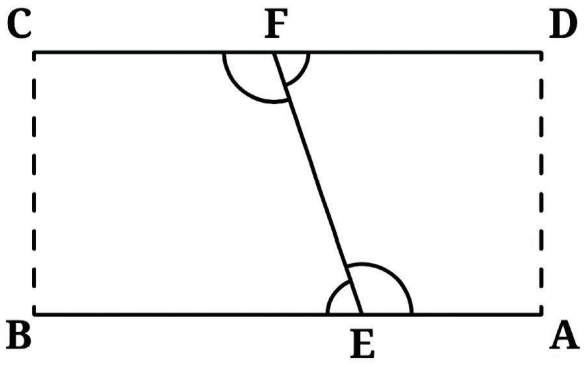
2. Acute angle 

Obtuse angle 

3. In acute angles the opening of the edges is lesser than the obtuse angle which have larger openings.

AP SCERT

## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.3

1. 


ఏర్పడిన కోణాలు: ∠AEF, ∠BEF, ∠DFE, ∠CFE

ఇక్కడ ∠AEF & ∠CFE అనేవి ∠BEF & ∠DFE కన్నా పెద్దవి.

దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితాలను వివిధ మార్గాల్లో మడతపెట్టి మరిన్ని సందర్భాలను ప్రయత్నించండి.

2. (ఎ) ∠AOB; ∠XOY అనేది అల్ప కోణము మరియు ∠AOB = ∠AOX + ∠XOY + ∠YOB

(బి) ∠AOB

(సి) ఏదీకాదు. ∠XOB = ∠XOC

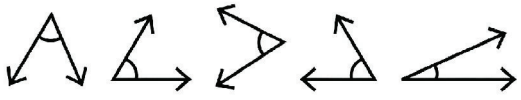
3. పటాన్ని చూసి మనం చెప్పలేము. ఇక్కడ అధ్యారోపణం లేదా కొలత అవసరం.

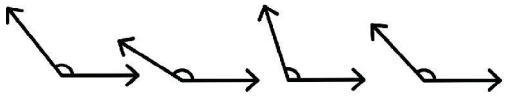
## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.4

4. ఎ. నాలుగు లంబ కోణాలు. ప్రతి కోణం సంపూర్ణ కోణంలో $\frac{1}{4}$ వంతు ఉంటుంది.

బి. దానిని చేయడానికి వివిధ మార్గాలను అన్వేషించండి.

## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.5

2. అల్పకోణము 

అధిక కోణము 

3. అధిక కోణాల కంటే అల్ప కోణాలలో అంచుల వెడల్పు తక్కువగా ఉంటుంది, అధిక కోణాలలో అంచులు పెద్దగా ఉంటాయి.

AP SCERT

4. (i) three

   (ii) Twelve

   (iii) Twenty-one

   The next figure will have thirty acute angles.

   Yes, the pattern is $3 \times 0 + 1$, $3 \times 1 + 1$, $3 \times 2 + 1$, $3 \times 3 + 1$,...

   The number 0,1,2,3,4,..... are number of inner triangles.

## Figure it out - 2.6

1. $\angle IHJ = \angle JHI = 47^\circ$

   $\angle GHK = \angle IHJ = 23^\circ$

   $\angle IHJ = \angle JHI = 108^\circ$

3. $\angle IHJ = 42^\circ$, $\angle IHJ = 116^\circ$

   No, paper protractor cannot work here.

4. Measure of marked angle = $360^\circ$ – Measure of unmarked angle

   $= 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$

   Try other ways to find the marked angle

5. a. $80^\circ$

   b. $120^\circ$

   c. $60^\circ$

   d. $130^\circ$

   e. $130^\circ$

   f. $60^\circ$

6. $\angle BXE = 115^\circ$, $\angle CXE = 85^\circ$, $\angle AXB = 65^\circ$ $\angle BXC = 30^\circ$

7. $\angle PQR = 45^\circ$ $\angle PQS = 100^\circ$ $\angle PQT = 150^\circ$.

AP SCERT

4. (i) మూడు

(ii) పన్నెండు

(iii) ఇరవై ఒకటి

తర్వాతి చిత్రంలో ముప్పై అల్పకోణాలు ఉంటాయి.

అవును, క్రమం $3 \times 0 + 1$, $3 \times 1 + 1$, $3 \times 2 + 1$, $3 \times 3 + 1$,... 0,1,2,3,4,..... అనేవి లోపలి త్రిభుజాల సంఖ్యలు.

## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.6

1. $\angle IHJ = \angle JHI = 47^\circ$

$\angle GHK = \angle IHJ = 23^\circ$

$\angle IHJ = \angle JHI = 108^\circ$

2. $\angle IHJ = 42^\circ$, $\angle IHJ = 116^\circ$

లేదు, కాగితపు కోణమానిని ఇక్కడ పనిచేయదు.

4. గుర్తించబడిన కోణం యొక్క కొలత = $360^\circ$ – గుర్తించబడని కోణం యొక్క కొలత

$= 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$

గుర్తించబడిన కోణాన్ని కనుగొనడానికి ఇతర మార్గాలను ప్రయత్నించండి

5. ఎ. $80^\circ$

బి. $120^\circ$

సి. $60^\circ$

డి. $130^\circ$

ఇ. $130^\circ$

ఎఫ్. $60^\circ$

6. $\angle BXE = 115^\circ$, $\angle CXE = 85^\circ$, $\angle AXB = 65^\circ$ $\angle BXC = 30^\circ$

7. $\angle PQR = 45^\circ$ $\angle PQS = 100^\circ$ $\angle PQT = 150^\circ$.

AP SCERT

## Figure it out - 2.7

1. (a) The angles at the centre of the clock is 360º which is divided into 12 equal parts. So. The angle between two successive numbers = $\frac{360}{12} = 30º$

   (b) At 2'O clock = 60º = 2×30º

   At 4'O clock = 120º = 4×30º

   At 6'O clock = 180º = 6×30º

   (c) At 3'O clock = 90º

   At 9'O clock = 270º

   Try for other angles made by the hands of a clock.

2. Yes, the vertex of the angle will be the point where door meets the wall. The arms will be the edges of the door and the wall.

3. Student may not see the angle, but when the starting arm is fixed as the position where she starts swinging. The angle can be thought to be between positions where she starts the swinging (the initial position) and the position where she attains the greatest position of the swing at any one side.

4. Yes, angles can be used directly to describe slopes of the slab, larger the angle, greater the slope of the slab. For each angle, one arm is a side and one arm is the slope.

   The vertical arm is not visible, whereas the other arm is visible. Here in this toy, edges of the slabs are the arms of the angles. Top horizontal ray is not visible, other arms in the form of edges of the slab are visible.

AP SCERT

## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.7

1. (a) గడియారం మధ్యలో ఉన్న కోణం $360^{\circ}$, ఇది 12 సమాన భాగాలుగా విభజించబడింది. కాబట్టి. రెండు వరుస సంఖ్యల మధ్య కోణం = $\frac{360}{12} = 30^{\circ}$

(b) 2 గంటలకు = $60^{\circ} = 2\times30^{\circ}$

4 గంటలకు = $120^{\circ} = 4\times30^{\circ}$

6 గంటలకు = $180^{\circ} = 6\times30^{\circ}$

(c) 3 గంటలకు = $90^{\circ}$

9 గంటలకు = $270^{\circ}$

గడియారం ముళ్ళు ఏర్పరిచే ఇతర కోణాల కోసం ప్రయత్నించండి.

2. అవును, తలుపు గోడను కలిసే చోట కోణం యొక్క శీర్షం ఉంటుంది. తలుపు మరియు గోడ అంచులుగా భుజాలు అవుతాయి.

3. విద్యార్థికి కోణం కనిపించకపోవచ్చు, కానీ ఆమె ఊగడం ప్రారంభించే స్థానం వద్ద భుజాన్ని స్థిరంగా ఉంచినప్పుడు, ఆ కోణాన్ని ఆమె ఊగడం ప్రారంభించే స్థానానికి (ప్రారంభ స్థానం) మరియు ఊపులో ఏ వైపునైనా గరిష్ట స్థానానికి చేరుకునే స్థానానికి మధ్య ఉన్నట్లుగా భావించవచ్చు.

4. అవును, స్లాబ్ యొక్క వాలును వివరించడానికి కోణాలను నేరుగా ఉపయోగించవచ్చు; కోణం ఎంత పెద్దదైతే, స్లాబ్ వాలు అంత ఎక్కువగా ఉంటుంది. ప్రతి కోణానికి, ఒక భుజం, భుజం గాను, మరొక భుజం వాలుగాను ఉంటుంది. నిలువు భుజం కనిపించదు, అయితే మరొక భుజం కనిపిస్తుంది.

ఇక్కడ ఈ బొమ్మలో, పలకల అంచులు కోణాల భుజాలుగా ఉన్నాయి. పై క్షితిజ సమాంతర కిరణం కనిపించడం లేదు, పలక అంచుల రూపంలో ఉన్న ఇతర భుజాలు కనిపిస్తున్నాయి.

ఇతర సాధ్యమైన సమాధానాలను కనుగొనేలా ఉపాధ్యాయులు విద్యార్థులను ప్రోత్సహించాలి.

AP SCERT

## Figure it out - 2.8

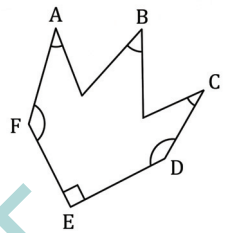
1. ∠CAP, ∠ACD, ∠APL, ∠DLP, ∠RPL, ∠SLP, ∠PRS, ∠LSR, ∠BRS, ∠CLP Try more!

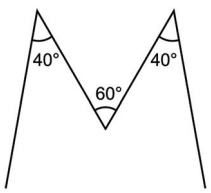
## Figure it out - 2.9

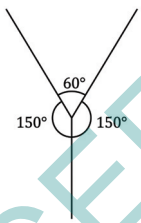
2. a. ∠PTR = 30º (Acute angle) b. ∠PTQ = 60º (Acute angle)
   c. ∠PTW = 102º (Obtuse angle) d. ∠WTP = 258º (Reflex angle)

## Figure it out - 2.10

3. ∠A, ∠B & ∠C are three acute angles
   ∠D, ∠F are obtuse angle
   ∠E is right angle




4. 


5. 


6. The angle between two spokes next to each other is 15º. Largest acute angle between spokes is 75º.
7. The acute angle can be 19º, 20º, 21º & 22º.

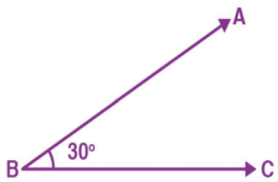
## CHAPTER MASTERY

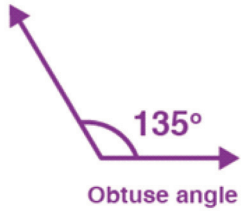
1) A 2) D 3) B 4) D 5) A

6) i) A line segment has definite length but a line has indefinite length.
   ii) A line segment has two end points but a line has no end points.

7) a) ∠QOY - an acute angle b) ∠YOP - an obtuse angle
   c) ∠ROX - a right angle d) ∠QOX - a reflex angle
   e) ∠POQ - a straight angle

8) a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{4}$ 9) 1 Right angle

10) a) 


b) 


AP SCERT

## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.8

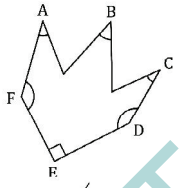
1. ∠CAP, ∠ACD, ∠APL, ∠DLP, ∠RPL, ∠SLP, ∠PRS, ∠LSR, ∠BRS, ∠CLP మీరు మరిన్ని ప్రయత్నించండి!

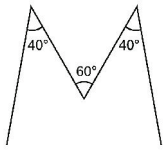
## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.9

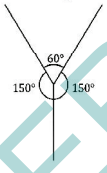
2. ఎ. ∠PTR = 30° (అల్ప కోణం) బి. ∠PTQ = 60° (అల్ప కోణం)
   సి. ∠PTW = 102° (అధిక కోణం) డి. ∠WTP = 258° (పరావర్తన కోణం)

## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.10

3. ∠A, ∠B & ∠C అనేవి మూడు అల్పకోణాలు.
   ∠D, ∠F అనేవి అధికకోణాలు.
   ∠E అనేది లంబ కోణము.




4. 


5. 


6. పక్కపక్కనే ఉన్న రెండు స్పోక్ల మధ్య కోణం 15°. స్పోక్ ల మధ్య అతిపెద్ద అల్పకోణం 75°.

7. అల్పకోణం 19°, 20°, 21° మరియు 22° గా ఉండవచ్చు.

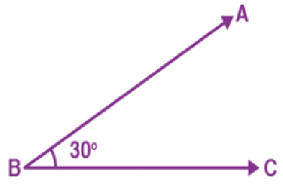
## సంగ్రహంగా !

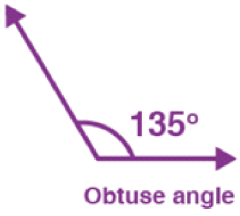
1) ఎ 2) డి 3) బి 4) డి 5) ఎ

6) i) ఒక రేఖాఖండమునిర్దిష్టమైనపొడవును కలిగి వుంటుంది కానీ ఒక సరళరేఖ కు నిర్దిష్టమైన పొడవువుండదు.
   ii) ఒక రేఖాఖండమునకు రెండు అంత్య బిందువులు ఉంటాయి. కానీ సరళరేఖ కు అంత్య బిందువులు వుండవు.

7) ఎ) ∠QOY - ఒక అల్ప కోణము బి) ∠YOP - ఒక అధిక కోణము
   సి) ∠ROX - ఒక లంబ కోణము డి) ∠QOX - ఒక పరావర్తన కోణము
   ఇ) ∠POQ - ఒక సరళ కోణము

8) ఎ) $\frac{1}{2}$ బి) $\frac{1}{4}$ సి) $\frac{1}{4}$ డి) $\frac{3}{4}$ 9) 1 లంబకోణము

10) ఎ) 


బి) 


AP SCERT

## Figure it out - 3.1

1. (a).



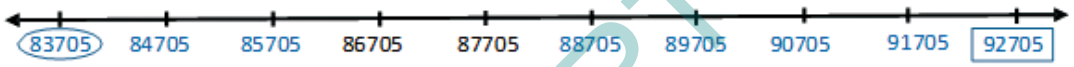

(b).




(c).




(d).




Put a circle around the smallest number and a box around the largest number in each of thesequences above.

## Figure it out - 3.2

1.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6828 | 670 | 9435 | 3780 | 3708 | 7308 | 8000 | 5583 | 52 |

2. One of the ways could be-5346; 9636. Try more

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5346 | 5347 | 1000 | 1258 | 1100 | 1200 | 1300 | 9635 | 9636 |

3.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 110 | 100 | 150 | 130 | 280 | 200 | 230 | 210 | 270 |

a. 5

b. For even number of cells say,2,4,6,... the number of supercells would be respectively, 2/2 =1,4/2 =2,6/2=3,...

For odd number of cells , say 1,3,5,7,... the number of supercells would be respectively (1+1)/2= 1, (3+1)/2 = 2, (5+1)/2= 3,(7+1)/2 = 4,...

c. To get the maximum number of supercells, we have to start by filling the first cell as super cell & then fill alternately.

AP SCERT

## ఆలోచించండి-చేయండి - 3.1

1. ఎ.



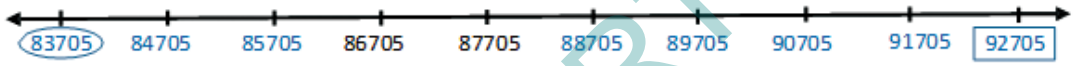

బి.




సి.




డి.




అన్నింటికంటే చిన్న సంఖ్యకు సున్నా ◯ చుట్టండి. అన్నింటికంటే పెద్ద సంఖ్యకు ఒక బాక్స్ ☐ గీయండి.

## ఆలోచించండి-చేయండి - 3.2

1.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **6828** | 670 | **9435** | 3780 | 3708 | 7308 | **8000** | 5583 | 52 |

2. ఒక పద్ధతి ప్రకారం: 5346; 9636. మీరు మరిన్ని ఇతర సంఖ్యలతో కూడా ప్రయత్నించవచ్చు.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **5346** | **5347** | 1000 | **1258** | 1100 | 1200 | 1300 | 9635 | **9636** |

3.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **110** | 100 | **150** | 130 | **280** | 200 | **230** | 210 | **270** |

ఎ. 5

బి. సరి సంఖ్యలో సెల్స్ ఉంటే (2, 4, 6...): సూపర్ సెల్స్ సంఖ్య వరుసగా 1, 2, 3... అంటే (సెల్స్ సంఖ్య/ 2).

బేసి సంఖ్యలో సెల్స్ ఉంటే (1, 3, 5...): సూపర్ సెల్స్ సంఖ్య వరుసగా 1, 2, 3... అంటే (సెల్స్ సంఖ్య + 1) / 2.

సి. గరిష్టంగా సూపర్ సెల్స్ రావాలంటే, మొదటి సెల్‌ను సూపర్ సెల్‌గా నింపి, ఆ తర్వాత ఒకటి విడిచి ఒకటి నింపుకుంటూ వెళ్ళాలి.

AP SCERT

4. No; the cell which is filled by the greatest number among the given numbers chosen, will become super cell irrespective of its position in the table.
5. Yes, the largest number in a table will always be a supercell.

   No, the smallest number in a table can never be a supercell as the number in all the adjacent cells will be greater than it.
6. One of the ways could be-

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 8 |

7. One of the ways is-

   Second smallest number a super cell

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 8 |

   Second largest number 8 is not a supercell.
8. Some of these could be-

   Can you fill the table with 9 cells such that there are more than 5 super cells? Can you fill the table with 9 cells such that there are exactly 4 super cells?

AP SCERT

## Figure it out - 3.3

1. Some such numbers are:

   248, 653, 356, 815, 833, 12335, 23351.

2. 59

3. 95000

4. 95, 9005, 900005, 90000005, 9000000005, 900000000000005 ...

4. లేదు; ఎందుకంటే మనం తీసుకున్న సంఖ్యలలో అన్నింటికంటే పెద్ద సంఖ్య పట్టికలో ఎక్కడ ఉన్నా సరే, అది ఖచ్చితంగా సూపర్ సెల్ అవుతుంది. కాబట్టి కనీసం ఒక సూపర్ సెల్ అయినా ఉంటుంది.

5. పట్టికలో ఉన్న అతిపెద్ద సంఖ్య ఎప్పుడూ సూపర్ సెల్ అవుతుంది.

అతిచిన్న సంఖ్య ఎన్నడూ సూపర్ సెల్ అవ్వదు. ఎందుకంటే దాని పక్కన ఉన్న సెల్స్‌లోని సంఖ్యలు ఎప్పుడూ దానికంటే పెద్దవిగానే ఉంటాయి.

6. దీనికి ఒక మార్గం–

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 8 |

7. అవును, ఇది సాధ్యమే. ఒక మార్గం–

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 8 |

ఇక్కడ 2 (రెండవ అతిచిన్న సంఖ్య) తన పక్కన ఉన్న 1 కంటే పెద్దది, కాబట్టి అది సూపర్ సెల్.

8. కొన్ని ఉదాహరణలు–

9 సెల్స్ ఉన్న పట్టికలో 5 కంటే ఎక్కువ సూపర్ సెల్స్ ఉండేలా నింపగలరా?

9 సెల్స్ ఉన్న పట్టికలో ఖచ్చితంగా 4 సూపర్ సెల్స్ మాత్రమే ఉండేలా నింపగలరా?

## ఆలోచించండి–చేయండి – 3.3

1. అటువంటి కొన్ని సంఖ్యలు:

248, 653, 356, 815, 833, 12335, 23351.

2. 59

3. 95000

4. 95, 9005, 900005, 90000005, 9000000005, 90000000000005 ...

AP SCERT

5.

| Number | Digit sum | Number | Digit sum | Number | Digit sum | Number | Digit sum |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 40 | 4 (4+0) | 50 | 5 (5+0) | 60 | 6 (6+0) | 70 | 7 (7+0) |
| 41 | 5 | 51 | 6 | 61 | 7 | | |
| 42 | 6 | 52 | 7 | 62 | 8 | | |
| 43 | 7 | 53 | 8 | 63 | 9 | | |
| 44 | 8 | 54 | 9 | 64 | 10 | | |
| 45 | 9 | 55 | 10 | 65 | 11 | | |
| 46 | 10 | 56 | 11 | 66 | 12 | | |
| 47 | 11 | 57 | 12 | 67 | 13 | | |
| 48 | 12 | 58 | 13 | 68 | 14 | | |
| 49 | 13 | 59 | 14 | 69 | 15 | | |

6. $123 \rightarrow 1+2+3 = 6$

$234 \rightarrow 2+3+4 = 9$

$345 \rightarrow 3+4+5 = 12$

$456 \rightarrow 4+5+6 = 15$

$567 \rightarrow 5+6+7 = 18$

$678 \rightarrow 6+7+8 = 21$

$789 \rightarrow 7+8+9 = 24$

- Yes, there is a pattern, all the sums are multiples of 3.
- No.

## Figure it out - 3.4

1. Some of the possibilities are–

a. 7431 – 1347 = 6084

b. 7433 – 3347 = 4086

c. 7433 + 3347 = 10780

d. 7431 + 1347 = 8778

AP SCERT

5.

| సంఖ్య | అంకెల మొత్తం | సంఖ్య | అంకెల మొత్తం | సంఖ్య | అంకెల మొత్తం | సంఖ్య | అంకెల మొత్తం |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 40 | 4 (4+0) | 50 | 5 (5+0) | 60 | 6 (6+0) | 70 | 7 (7+0) |
| 41 | 5 | 51 | 6 | 61 | 7 | | |
| 42 | 6 | 52 | 7 | 62 | 8 | | |
| 43 | 7 | 53 | 8 | 63 | 9 | | |
| 44 | 8 | 54 | 9 | 64 | 10 | | |
| 45 | 9 | 55 | 10 | 65 | 11 | | |
| 46 | 10 | 56 | 11 | 66 | 12 | | |
| 47 | 11 | 57 | 12 | 67 | 13 | | |
| 48 | 12 | 58 | 13 | 68 | 14 | | |
| 49 | 13 | 59 | 14 | 69 | 15 | | |

6. $123 \rightarrow 1+2+3 = 6$

$234 \rightarrow 2+3+4 = 9$

$345 \rightarrow 3+4+5 = 12$

$456 \rightarrow 4+5+6 = 15$

$567 \rightarrow 5+6+7 = 18$

$678 \rightarrow 6+7+8 = 21$

$789 \rightarrow 7+8+9 = 24$

- అవును, ఇక్కడ ఒక నమూనా ఉంది, ఈ మొత్తాలన్నీ 3 యొక్క గుణిజాలు.
- లేదు, ఈ నమూనా ఇలాగే కొనసాగదు.

## ఆలోచించండి-చేయండి - 3.4

1. కొన్ని సాధ్యమయ్యే సమాధానాలు-

ఎ. $7431 - 1347 = 6084$

బి. $7433 - 3347 = 4086$

సి. $7433 + 3347 = 10780$

డి. $7431 + 1347 = 8778$

AP SCERT

2. Smallest 5 digit palindrome = 10001

   largest 5 digit palindrome = 99999

   Sum = 10001 + 99999 = 110,000

   Difference = 99999 – 10001 = 89,998

3. Next palindrome time ? 11:11

   After 1 hr. 10 min = 70 min the clock will show next palindrome time.

   Next palindrome time = 12:21 which will occur after 2 hr. 20 min = 140 min from 10:01.

4. 5683

| 8653 | 8550 | 9432 | 8730 | 6552 | 9963 | 6642 | 7641 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -3568 | -5058 | -2349 | -3078 | -2556 | -3699 | -2466 | -1467 |
| 5085 | 3492 | 7083 | 5652 | 3996 | 6264 | 4176 | 6174 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

It will take 8 rounds to reach the Kaprekar constant.

## Figure it out - 3.5

3. A few thousands: car numbers, 4 digit pin

   More than ten thousands: Salary, Mobile numbers.

6. Yes, it is possible with less quantity of serving and with purchase of 1-1-1 fruit of each type.

   However, it is not possible with costly fruits and more quantity of serving.

7. 300 kilometers

8. No, I do not agree with her.

   There are 6 school hours in a day and around 200 working days in a year.

   $\frac{13,000}{6 \times 200}$ = 10.8 years

   (Nursery, KG, 1,2,3,4,5,6) 8 years

   She is in school for 8 years, 13,000 hours is way too high.

10. Some such are

    - How many students are there in your school?
    - How many hours does a person sleep in his lifetime on an average?

    (More such questions can be made)

AP SCERT

2. అతిచిన్న 5-అంకెల పాలిండ్రోమ్ = 10001
అతిపెద్ద 5-అంకెల పాలిండ్రోమ్ = 99999
మొత్తం : 10001 + 99999 = 110,000
వ్యత్యాసం : 99999 – 10001 = 89,998

3. తదుపరి పాలిండ్రోమ్ సమయం 11:11
ఇది 1 గంట 10 నిమిషాల తర్వాత అంటే 70 నిమిషాలతర్వాత వస్తుంది.
దాని తర్వాత వచ్చే పాలిండ్రోమ్ సమయం12:21
ఇది 10:01 నుండి 2 గంటల 20 నిమిషాల తర్వాత అంటే140 నిమిషాలతర్వాత వస్తుంది.

4. 5683

| 8653 | 8550 | 9432 | 8730 | 6552 | 9963 | 6642 | 7641 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -3568 | -5058 | -2349 | -3078 | -2556 | -3699 | -2466 | -1467 |
| 5085 | 3492 | 7083 | 5652 | 3996 | 6264 | 4176 | 6174 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

ఇచ్చిన సాధన ప్రకారం:ఇది8 రౌండ్లుపడుతుంది.

## ఆలోచించండి-చేయండి – 3.5

3. కొన్ని వేల సంఖ్యలో ఉన్నవి:కార్ల నంబర్లు, 4-అంకెల పిన్ కోడ్స్.

పది వేల కంటే ఎక్కువ సంఖ్యలో ఉన్నవి:జీతాలు, మొబైల్ నంబర్లు.

6. అవును, ఒకవేళ పండ్లు తక్కువ పరిమాణంలో కొంటే (ఒక్కో రకం నుండి ఒక్కొక్కటి) ₹ 100లో సాధ్యం కావచ్చు. కానీ పండ్లు ఖరీదైనవి అయితే లేదా ఎక్కువ మందికి ఇవాల్సి వస్తే ₹ 100 సరిపోకపోవచ్చు.

7. దాదాపు 300 కిలోమీటర్లు.

8. లేదు, నేను ఏకీభవించను.లెక్క:రోజుకు 6 పాఠశాల గంటలు మరియు సంవత్సరానికి సుమారు 200 పనిదినాలు అనుకుంటే:

$$\frac{13,000}{6 \times 200} = 10.8 \text{ సంవత్సరాలు}$$

అమర నర్సరీ నుండి 6వ తరగతి వరకు అంటే కేవలం 8 సంవత్సరాలు మాత్రమే పాఠశాలకు వెళ్ళింది. కాబట్టి 13,000 గంటలు అనేది చాలా ఎక్కువ.

10. మీ పాఠశాలలో మొత్తం ఎంతమంది విద్యార్థులు ఉన్నారు?

ఒక వ్యక్తి తన జీవితకాలంలో సగటున ఎన్ని గంటలు నిద్రపోతాడు?

AP SCERT

## Figure it out - 3.6

1. 5 digit + 5 digit > 90,250

   45,000 + 45,400 = 90,400 > 90,250

   - 5 digit + 3 digit = 6 digit sum

     99,999 + 999 = 1,00,99

   - 4 digit + 4 digit = 6 digit sum

     Not possible.and largest 4- digit number is 99999

     Then the sum is 9999 + 9999 = 19,998 which is 5-digit number

   - 5 digit + 5 digit = 6 digit sum

     60,000 + 40,000 = 1,00,000

   - 5 digit + 5 digit = 18,500

     Not possible as smallest 5-digit number is 10,000.

     If both the numbers are 10,000 then the sum is 20,000, which is more than 18,500.

   - 5 digit – 5 digit < 56,503

     80,000 – 50,000 = 30,000 < 56,503

   - 5 digit – 3 digit = 4 digit difference 10,000 – 999 = 9001
   - 5 digit – 4 digit = 4 digit difference 12,000 – 2,500 = 9,500
   - 5 digit – 5 digit = 3 digit difference 50,999 – 50,000 = 999
   - 5 digit – 5 digit = 91,500

   Not possible as the difference of the greatest and the smallest 5 digit numbers, the maximum difference, can be 99,999 – 10,000 = 89,999

2. a. Only sometimes true.

   20,000 + 80,000 = 1,00,000 not a 5 digit number

   b. Only sometimes true

   9,999 + 99 = 10,098 not a 4 digit number

   c. Never true

   9,999 + 99 = 10,098

   On adding the greatest 4 digit and the greatest 2 digit numbers, we can reach only 5 digit number 10,098. So there is no possibility of getting a 6 digit number.

AP SCERT

## ఆలోచించండి-చేయండి - 3.6

1. 5 అంకెలు + 5 అంకెలు > 90,250

   45,000 + 45,400 = 90,400 > 90,250

   - 5 అంకెలు + 3 అంకెలు = 6 అంకెల మొత్తం

     99,999 + 999 = 1,00,99

   - 4 అంకెలు + 4 అంకెలు = 6 అంకెల మొత్తం

     సాధ్యం కాదు. ఎందుకంటే అతిపెద్ద 4 అంకెల సంఖ్యల మొత్తం కూడా (9999 + 9999 = 19,998) కేవలం 5 అంకెలే అవుతుంది.

   - 5 అంకెలు + 5 అంకెలు = 6 అంకెల మొత్తం

     60,000 + 40,000 = 1,00,000

   - 5 అంకెలు + 5 అంకెలు = 18,500

     సాధ్యం కాదు. ఎందుకంటే అతిచిన్న 5 అంకెల సంఖ్య 10,000. రెండింటినీ కలిపితే కనీసం 20,000 రావాలి.

   - 5 అంకెలు - 5 అంకెలుద 56,503

     80,000 - 50,000 = 30,000 (ఇది 56,503 కంటే తక్కువ).

   - 5 అంకెలు - 3 అంకెలు = 4 అంకెల వ్యత్యాసం

     10,000 - 999 = 9,001

   - 5 అంకెలు - 4 అంకెలు = 4 అంకెల వ్యత్యాసం

     12,000 - 2,500 = 9,500

   - 5 అంకెలు - 5 అంకెలు = 3 అంకెల వ్యత్యాసం

     50,999 - 50,000 = 999

   - 5 అంకెలు - 5 అంకెలు = 91,500

     సాధ్యం కాదు. ఎందుకంటే గరిష్ట వ్యత్యాసం 99,999 - 10,000 = 89,999 మాత్రమే.

2. ఎ. కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిజం.

   20,000 - 80,000 = 1,00,000 (ఇది 6-అంకెల సంఖ్య, 5-అంకెల సంఖ్య కాదు).

   బి. కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిజం.

   9,999 - 99 = 10,098 (ఇది 5-అంకెల సంఖ్య, 4-అంకెల సంఖ్య కాదు).

   సి. ఎప్పుడూ నిజం కాదు.

   9,999 - 99 = 10,098

   కారణం: అతిపెద్ద 4-అంకెల సంఖ్య (9999) మరియు అతిపెద్ద 2-అంకెల సంఖ్య (99) కలిపినా కేవలం 10,098 మాత్రమే వస్తుంది. కాబట్టి 6-అంకెల సంఖ్య వచ్చే అవకాశం లేదు.

AP SCERT

d. Only sometimes true

Ex. 12,000 – 10,000 = 2,000

e. Never true

Ex. 10,000 – 99 = 9901

Even if the greatest 2 digit numbers is subtracted from the smallest 5 digit number, 4 digit number will be obtained.

## Figure it out - 3.7

1. If I exchange the digits 1 and 6 in the number 62,871 then there will be 4 Super cells.

| | | |
|---|---|---|
| 16,200 | 39,344 | 29,765 |
| 23,609 | 62,871 | 45,306 |
| 19,381 | 50,319 | 38,408 |

2. Suppose the birth year is 1980, then, -

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 9810 | 8721 | 7443 | 9963 | 6642 | 7641 |
| -1089 | -1278 | -3447 | -3699 | -2466 | -1467 |
| 8721 | 7443 | 3996 | 6264 | 4176 | 6174 |

It takes 6 rounds. (Try now for your year of birth.)

3.

| | With repeating digit | With non repeating digit |
|---|---|---|
| Largest number → | 73,999 | 73,951 |
| Smallest number → | 35,111 | 35,179 |
| Closest to 50000 → | 51,111 | 51,379 |

6. 18000 + 300 + 370 = 18670. Try for more.

AP SCERT

డి. కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిజం.

కారణం: ఉదాహరణకు 12,000 – 10,000 = 2,000 (ఇది 4–అంకెల సంఖ్య).

ఇ. ఎప్పుడూ నిజం కాదు.

కారణం: అతిచిన్న 5–అంకెల సంఖ్య (10,000) నుండి అతిపెద్ద 2–అంకెల సంఖ్య (99) తీసివేసినా 9,901 వస్తుంది, ఇది 4–అంకెల సంఖ్య. కాబట్టి 3–అంకెల సంఖ్య రాదు.

## ఆలోచించండి–చేయండి – 3.7

1. 62,871అనే సంఖ్యలో1మరియు6అంకెలను పరస్పరం మారిస్తే (12,876అవుతుంది), అప్పుడు గ్రిడ్‌లో 4 సూపర్ సెల్స్ ఏర్పడతాయి.

| | | |
|---|---|---|
| 16,200 | 39,344 | 29,765 |
| 23,609 | 62,871 | 45,306 |
| 19,381 | 50,319 | 38,408 |

2. ఉదాహరణకు పుట్టిన సంవత్సరం 1980 అయితే, అది 6174 చేరుకోవడానికి 6 రౌండ్లు పడుతుంది.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 9810 | 8721 | 7443 | 9963 | 6642 | 7641 |
| -1089 | -1278 | -3447 | -3699 | -2466 | -1467 |
| 8721 | 7443 | 3996 | 6264 | 4176 | 6174 |

3.

| వివరాలు | అంకెలు పునరావృతమైతే | అంకెలు పునరావృతం కాకపోతే |
|---|---|---|
| అతిపెద్ద సంఖ్య → | 73,999 | 73,951 |
| అతిచిన్న సంఖ్య → | 35,111 | 35,179 |
| 50,000కు సమీపం | 51,111 | 51,379 |

6. 18000 + 300 + 370 = 18670.

AP SCERT

7. Number Chosen: 250

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |

8. when we divide 28 = 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 by 2 it become 27 and every time you divide by 2 the same will continue happening, until you are left with 2 which when divided by 2 will leave 1.
9. 100, 50, 25, 76, 38, 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.
10. Winning strategy is to be the first player.

## CHAPTER MASTERY

1. True 2. True 3. False 4. True
5. b) A number that reads the same forward and backward.
6. c) 1 7. a) 495
8. 2
9. a) Both A and R are true, and R is the correct explanation of A.

   E. Always / Sometimes / Never
10. Super-Cell Rule: In a table or a row, if a number is greater than both its immediate neighbors (left and right), it is called a Super-Cell.
11. Collatz Rules:

    If the number (n) is even: Divide by 2 (n / 2).

    - If the number (n) is odd: Multiply by 3 and add 1 (3n + 1).
12. One example : 1912 – 1678 = 234
13. Half-Century Chase (Strategy to reach 50):
    - To win, you must force your opponent to land on multiples of 5 (45, 40, 35...). Since 50 is a multiple of 5, the second player has a higher chance of winning.

AP SCERT

7. ఎంచుకున్న సంఖ్య: 250. (పైన ఇచ్చిన పట్టికలో లాగా 10లు లేదా 25లతో నింపవచ్చు).

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |

8. మనం $28 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ (అంటే 256) ను 2 తో భాగించినప్పుడు, అది 27(అంటే 128) అవుతుంది.ప్రతిసారీ మీరు 2 తో భాగిస్తున్నప్పుడు ఇదే జరుగుతూ ఉంటుంది. చివరికి మీకు 2 మిగిలే వరకు ఇది కొనసాగుతుంది, ఆ 2 ను మళ్ళీ 2 తో భాగించినప్పుడు ఫలితం 1 వస్తుంది.

9. 100, 50, 25, 76, 38, 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

10. మొదట ఆటను ప్రారంభించే ఆటగాడే గెలిచే అవకాశం ఉంది.

## సంగ్రహంగా !

1. సత్యం. 2. సత్యం. 3. అసత్యం. 4. సత్యం.

5. బి) ఎటు నుండి చదివినా ఒకేలా ఉండే సంఖ్య.

6. సి) 1

7. ఎ) 495

8. 2

9. ఎ) A మరియు = రెండూ నిజం, మరియు A కి = సరైన వివరణ.

E. ఎల్లప్పుడూ / కొన్నిసార్లు / ఎన్నడూ

10. జవాబు: ఒక వరుసలో లేదా పట్టికలో ఒక సంఖ్య తన పక్కన ఉన్న (ఎడమ మరియు కుడి వైపున ఉన్న) రెండు సంఖ్యల కంటే పెద్దదిగా ఉంటే, దానిని సూపర్ సెల్ అంటారు.

11. కొలాట్జ్ నియమాలు:

సంఖ్య సరి సంఖ్య అయితే: 2తో భాగించాలి $(n / 2)$

సంఖ్య బేసి సంఖ్య అయితే: 3తో గుణించి 1 కలపాలి $(3n + 1)$.

12. ఒక ఉదాహరణ: 1912 – 1678 = 234

13. హాఫ్–సెంచరీ చేజ్ (50 చేరుకోవడం) వ్యూహం:గెలవాలంటే ప్రత్యర్థిని5 యొక్క గుణిజాలవద్ద (45, 40, 35...) నిలబెట్టాలి. 50 అనేది 5 యొక్క గుణిజం కాబట్టి, రెండో ఆటగాడికి గెలిచే అవకాశం ఎక్కువ ఉంటుంది.

AP SCERT

## Figure it out - 4.1

**1.** a.

| Means of Transport | Number |
|---|---|
| Bike | 13 |
| Car | 6 |
| Bicycle | 8 |
| Auto Rickshaw | 8 |
| Scooter | 9 |
| Bus | 4 |
| Bullock Cart | 2 |

b. Bike

c. To collect the data of various means of transport, one of the ways could be -

(i) Prepare a table with 2 columns. First for means of transport and second for its frequency.

(ii) List the various means of transport as they pass across the road.

(iii) Frequency should be presented using tally marks.

**3.** a. This table is giving the information about different number of wickets taken by Jaspreet Bumrah in different number of matches.

b. The title of this table may be: Wickets Taken by Jaspreet Bumrah in Last 30 Matches.(think of more!)

c. In this table, attention seeking point is that in 1 match 7 wickets were taken by Jaspreet Bumrah only.(think of more!)

d. In 3 matches Bumrah has taken 4 wickets.

e. No, Siva can't get the total number of wickets taken in this way. For example, 3 wickets per match were taken in 8 matches, which means total 24 wickets were taken.

f. To know the total number of wickets, prepare a next column of total wickets .It will have products of corresponding numbers of the two given columns. Then the sum of the numbers in the 3rd column, will be the total number of wickets. Total number of wickets =90

AP SCERT

## ఆలోచించండి-చేయండి - 4.1

**1.** ఎ.

| రవాణా సాధనాలు | సంఖ్య |
|---|---|
| బైక్ | 13 |
| కారు | 6 |
| సైకిలు | 8 |
| ఆటో | 8 |
| స్కూటరు | 9 |
| బస్సు | 4 |
| మూడు చక్రాల సైకిలు | 2 |

బి. బైక్

సి. వివిధ రవాణా సాధనాల డేటాను సేకరించడానికి, ఒక మార్గం --

(i) 2 నిలువు వరుసలతో పట్టికను సిద్ధం చేయండి. మొదటిది రవాణా సాధనాల కోసం మరియు రెండవది దాని ఫ్రీక్వెన్సీ కోసం.

(ii) రోడ్డు దాటుతున్నప్పుడు వివిధ రవాణా మార్గాలను జాబితా చేయండి.

(iii) ట్యాలీ మార్కులను ఉపయోగించి ఫ్రీక్వెన్సీని ప్రదర్శించాలి.

**3.** ఎ. ఈ పట్టిక జస్ప్రీత్ బుమ్రా వేర్వేరు మ్యాచ్‌లలో తీసుకున్న వికెట్ల సంఖ్య గురించి సమాచారాన్ని ఇస్తుంది.

బి. ఈ పట్టిక యొక్క శీర్షిక ఇలా ఉండవచ్చు: జస్ప్రీత్ బుమ్రా గత 30 మ్యాచ్‌లలో తీసుకున్న వికెట్లు మ్యాచ్‌లు. (మరిన్ని ఆలోచించండి!)

సి. ఈ పట్టికలో, శ్రద్ధ కోరుకునే అంశం ఏమిటంటే 1 మ్యాచ్‌లో 7 వికెట్లు జస్ప్రీత్ బుమ్రా మాత్రమే తీసుకున్నాడు. (మరిన్ని ఆలోచించండి!)

డి. 3 మ్యాచ్‌లలో బుమ్రా 4 వికెట్లు తీసుకున్నాడు.

ఇ. లేదు, శివ ఈ విధంగా తీసుకున్న మొత్తం వికెట్ల సంఖ్యను పొందలేడు. ఉదాహరణకు, 8 మ్యాచ్‌లలో ఒక మ్యాచ్‌కు 3 వికెట్లు తీయబడ్డాయి, అంటే మొత్తం 24 వికెట్లు తీశారు.

ఎఫ్. మొత్తం వికెట్ల సంఖ్యను తెలుసుకోవడానికి, మొత్తం వికెట్ల యొక్క తదుపరి కాలమ్‌ను సిద్ధం చేయండి. ఇది ఇచ్చిన రెండు కాలమ్‌ల సంబంధిత సంఖ్యల ఉత్పత్తులను కలిగి ఉంటుంది. అప్పుడు 3వ కాలమ్‌లోని సంఖ్యల మొత్తం మొత్తం వికెట్ల సంఖ్య అవుతుంది. మొత్తం వికెట్ల సంఖ్య = 90

AP SCERT

## Figure it out - 4.2

1. a. Thursday

   b. 24

   c. Saturday. One of the reasons could be that Sunday being a holiday students can read the borrowed books on Sunday.

2. a. 3 symbols b. Poonam c. Arjun d. Yes. Number. of kites purchased by Rani = 300 Number. of kites purchased by Poonam = 700 = 2 × 300 +100

3. a. Village D. b. Village C. c. 3. d. Yes

4. a. Class 8. b. 6

   c. If 2 more girls were admitted in class 2, the last half symbol will be converted into full symbol.

   d. 12.

5.

| Village | Number of Indian Pariah dogs ( = 6 dogs) |
|---|---|
| Village A | |
| Village B | |
| Village C | |
| Village D | |
| Village E | |
| Village F | |

   a. Scale is = 6 dogs, as numbers of dogs are multiples of 6.

   b. 6 symbols.

   c. Yes, Harika is right, the number of dogs in village B and village D together is 84 which is more than the number of dogs in the other 4 villages (72).

AP SCERT

## ఆలోచించండి-చేయండి - 4.2

1. ఎ. గురువారం

   బి. 24

   సి. శనివారం. ఆదివారం సెలవు దినం కావడంతో విద్యార్థులు ఆదివారం అరువు తెచ్చుకున్న పుస్తకాలను చదవగలరు.

2. ఎ. 3 చిహ్నాలు  బి. పూనమ్  సి. అర్జున్  డి. అవును. రాణి కొనుగోలు చేసిన గాలిపటాల సంఖ్య = 300

   పూనమ్ కొనుగోలు చేసిన గాలిపటాల సంఖ్య = 700 = 2 × 300 + 100

3. ఎ. గ్రామం డి.  బి. గ్రామం సి.  సి. 3.  డి. అవును

4. ఎ. తరగతి 8.  బి. 6.

   సి. 2వ తరగతిలో మరో ఇద్దరు బాలికలను చేర్చుకుంటే, చివరి సగం గుర్తు పూర్తి చిహ్నంగా మారుతుంది.

   డి. 12.

5.

| గ్రామం | ఇండియన్ పరియా కుక్కల సంఖ్య ( = 6 |
|---|---|
| గ్రామం A | |
| గ్రామం B | |
| గ్రామం C | |
| గ్రామం D | |
| గ్రామం E | |
| గ్రామం F | |

   ఎ. స్కేల్ = 6 కుక్కలు, ఎందుకంటే కుక్కల సంఖ్య 6 యొక్క గుణిజాలు.

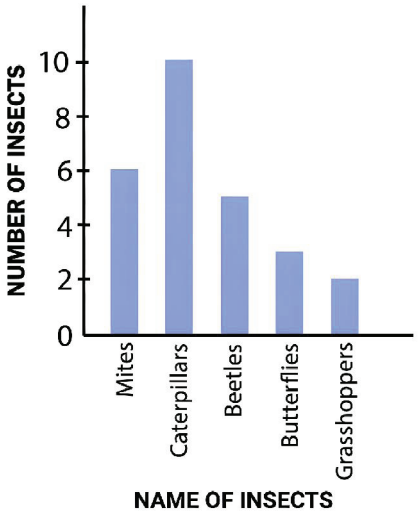
   బి. 6 చిహ్నాలు.

   సి. అవును, హారిక చెప్పింది నిజమే, గ్రామం B మరియు గ్రామం D లోని కుక్కల సంఖ్య కలిపి 84, ఇది ఇతర 4 గ్రామాలలోని కుక్కల సంఖ్య కంటే ఎక్కువ (72).

AP SCERT

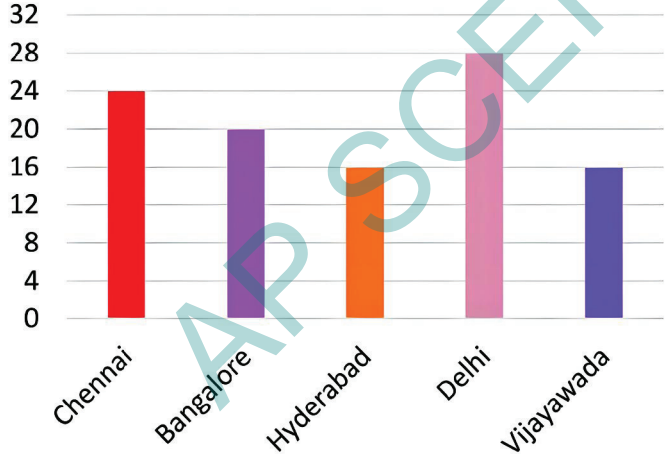
## Figure it out - 4.3

1.

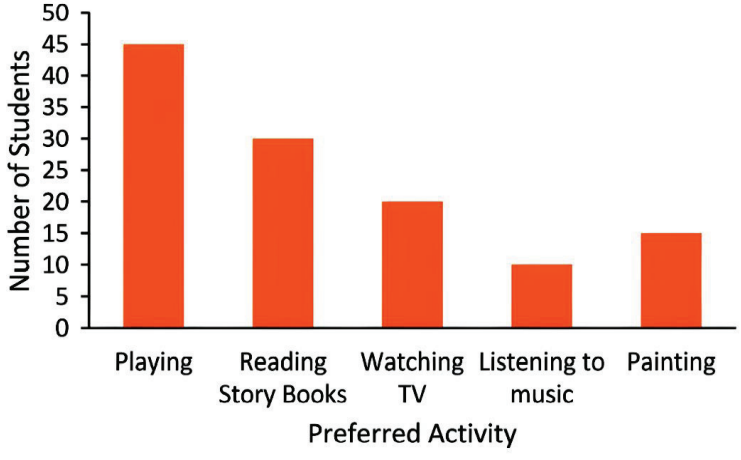



2. a. 24 b. 28 c. 1unit length = 4 tickets.

correct bar graph:




3.

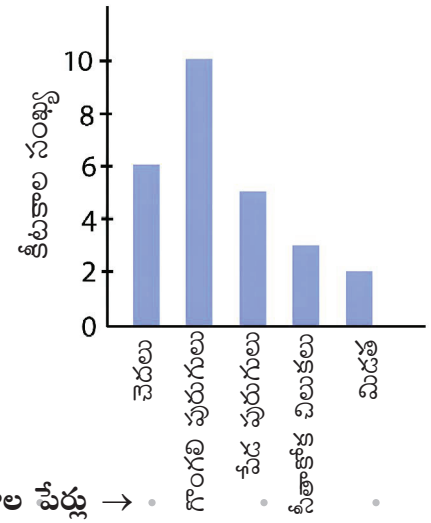



Other than playing, reading story books is preferred by most students.

AP SCERT

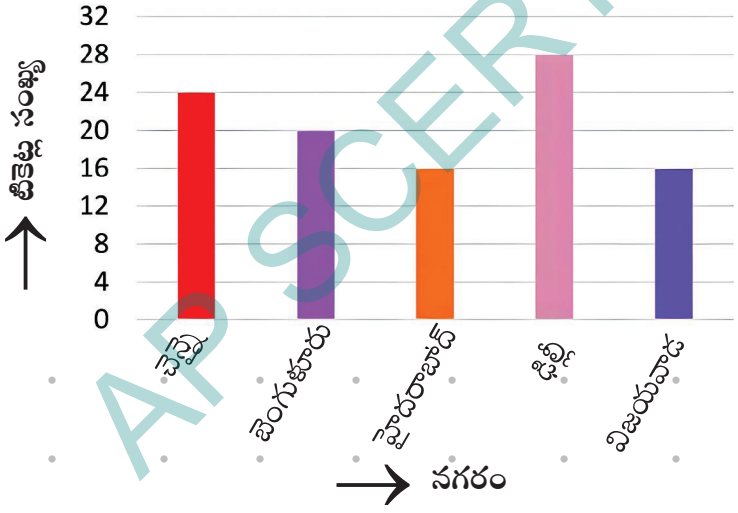
## ఆలోచించండి-చేయండి - 4.3

1.

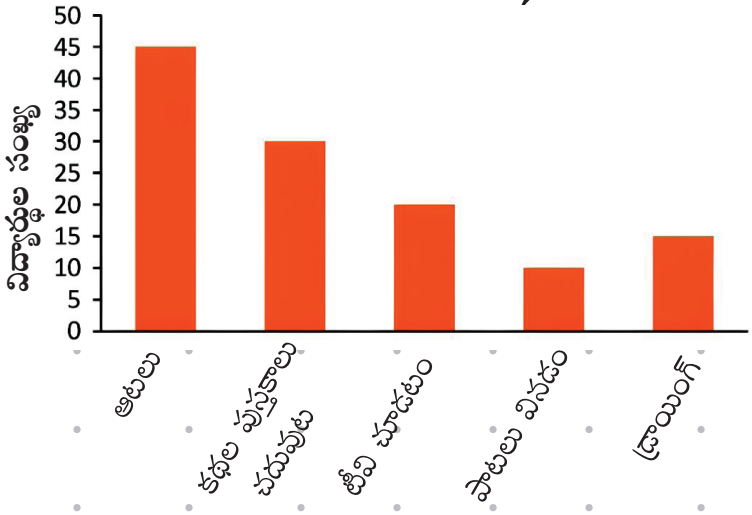



2. ఎ. 24 బి. 28 సి. 1యూనిట్ పొడవు = 4 టిక్కెట్లు

సరైన బార్ గ్రాఫ్:




3.




చాలా మంది విద్యార్థులు ఆడటం కాకుండా, కథల పుస్తకాలు చదవడానికి ఇష్టపడతారు.

AP SCERT

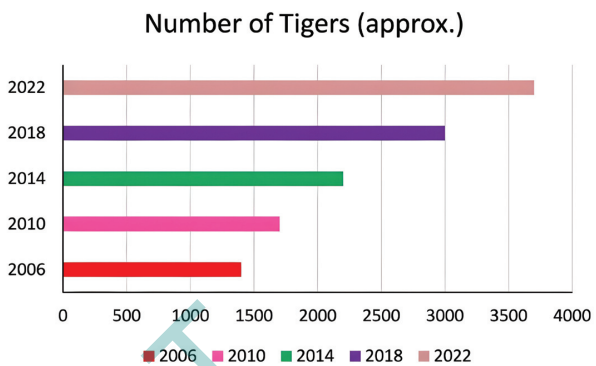
4. a. 70 b. 310

c. Saturday, Wednesday

The variation in the number of saplings planted on different days may be because of rainy season or different number of students present on different days. (Discuss for other reasons.)

5. There are mistakes in the bars of 2006, 2010, 2014, 2018.

The correct graph:




## Chapter Mastery

I. 1) d 2) a

3)

| Shirt size | Tally Marks | Number of students |
|---|---|---|
| 30 | 𝍸 | 3 |
| 32 | 𝍸 | 5 |
| 34 | 𝍸 III | 8 |
| 36 | 𝍸 II | 7 |
| 38 | 𝍸 𝍸 | 10 |
| 40 | 𝍸 II | 7 |

II. True/False: 4. F 5. F 6. T

III. 7

| Grade | Tally marks | frequency |
|---|---|---|
| A | III | 3 |
| B | 𝍸 II | 7 |
| C | 𝍸 𝍸 | 10 |
| D | 𝍸 I | 6 |
| E | IIII | 4 |

AP SCERT

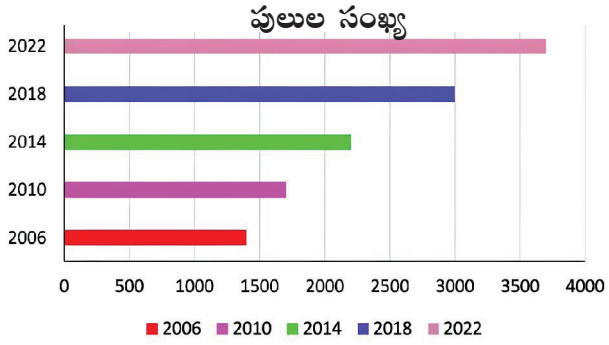
4. ఎ. 70 బి. 310

సి. శనివారం, బుధవారం

వర్షాకాలం లేదా వేర్వేరు రోజులలో హాజరైన విద్యార్థుల సంఖ్య భిన్నంగా ఉండటం వలన వేర్వేరు రోజులలో నాటిన మొక్కల సంఖ్యలో వ్యత్యాసం వుంది. (ఇతర కారణాల వల్ల చర్చించండి.)

5. 2006, 2010, 2014, 2018 నాటి బార్‌లలో తప్పులు ఉన్నాయి.

సరైన గ్రాఫ్:




## సంగ్రహంగా !

I. 1) డి 2) ఎ

3)

| చొక్కా సైజు | గణన చిహ్నాలు | విద్యార్థుల సంఖ్య |
|---|---|---|
| 30 | \|\|\| | 3 |
| 32 | 𝍸 | 5 |
| 34 | 𝍸\|\|\| | 8 |
| 36 | 𝍸\|\| | 7 |
| 38 | 𝍸 𝍸 | 10 |
| 40 | 𝍸\|\| | 7 |

II. సత్యము/అసత్యము: 4. అసత్యము 5. అసత్యము 6. సత్యము

III. 7

| గ్రేడ్ | గణన చిహ్నాలు | పౌనఃపున్యం |
|---|---|---|
| A | \|\|\| | 3 |
| B | 𝍸\|\| | 7 |
| C | 𝍸 𝍸 | 10 |
| D | 𝍸\| | 6 |
| E | \|\|\|\| | 4 |

APSCERT

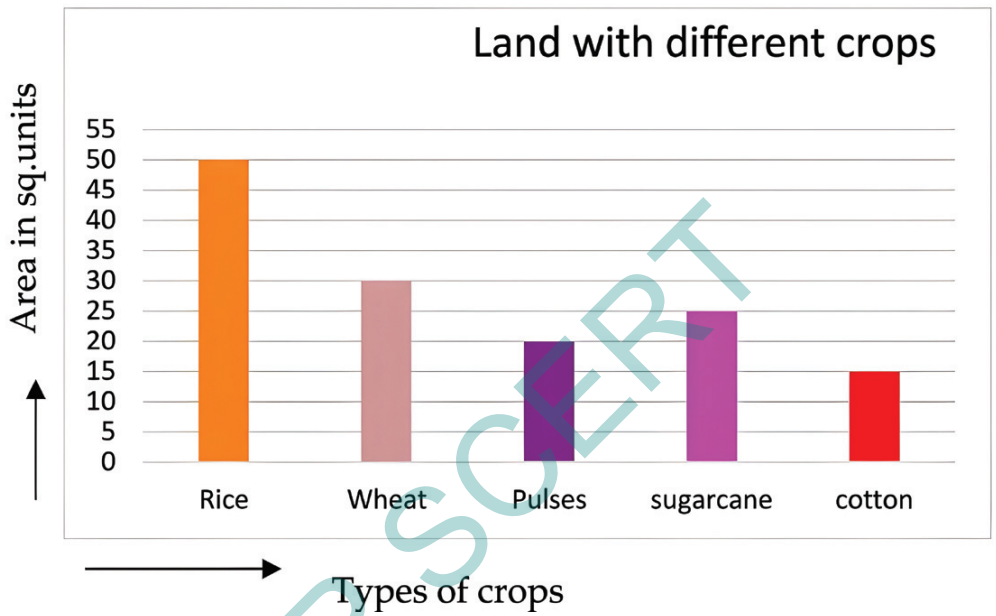
8. a) Hindi b) 175

c) Hindi + English + Social studies = 200 + 150 + 75 = 425

9. a) N.H.2 b) N. H. 10 c) 900

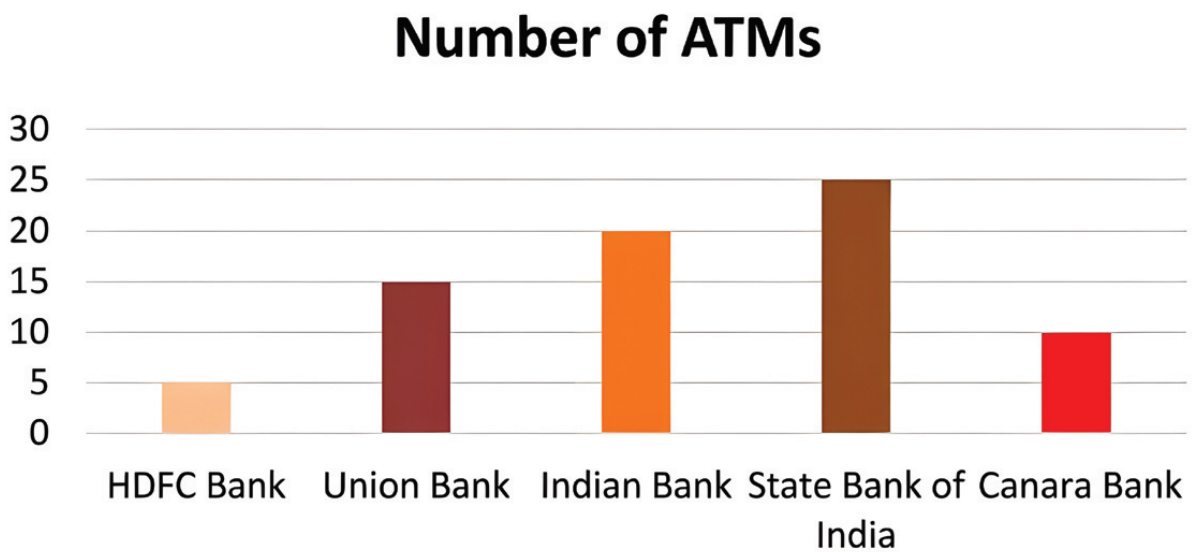
d) Length of N.H.2 is three times length N.H.10 (1500 = 3 × 500)

10. The bar representing cotton is wrong. Tulasi corrected the bar graph as follows:




By changing the scale , the mistake can be easily identified and solved.

11. scale : 1 unit = 5 ATMs




AP SCERT

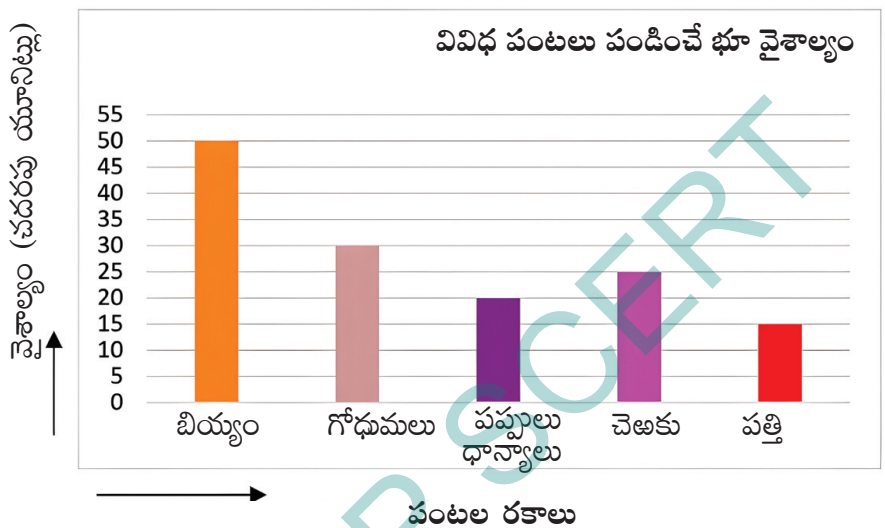
8. ఎ) హిందీ  బి) 175

సి) హిందీ + ఇంగ్లీష్ + సోషల్ స్టడీస్ = 200 + 150 + 75 = 425

9. ఎ) ఎన్. హెచ్. 2  బి) ఎన్. హెచ్. 10  సి) 900

డి) ఎన్. హెచ్. 2 పొడవు ఎన్. హెచ్. 10 పొడవుకు మూడు రెట్లు (1500 = 3 × 500)

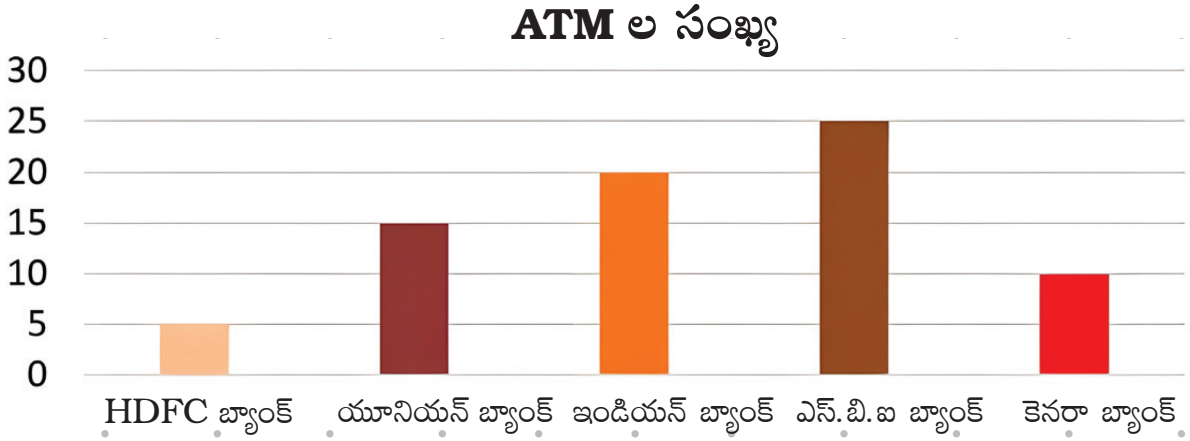
10. పత్తిని సూచించే బార్ తప్పు. తులసి బార్ గ్రాఫ్‌ను ఈ క్రింది విధంగా సరిదిద్దారు:




AP SCERT

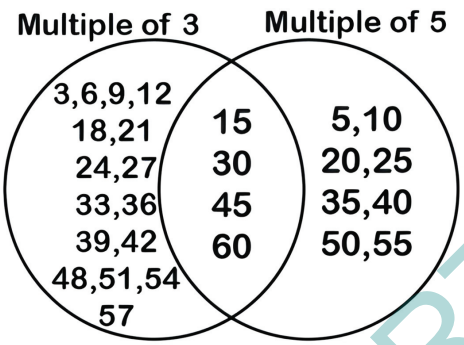
స్కేల్ మార్చడం ద్వారా, తప్పును సులభంగా గుర్తించి పరిష్కరించవచ్చు.

11. స్కేల్: 1 యూనిట్ = 5 ATMలు



## Figure it out - 5.1

1. 150.
2. a. 30 times. b. 18 times. c. 6 times.
3. If the game was played till 900, idli-vada would be said 60 times by the children. 'Vada' will be said 180 time and 'idli' will be said 300 times.
4. Yes, the common numbers represent the numbers when to say 'idli-vada'.




## Figure it out - 5.2

1. Multiples of 40 that lie between 310 and 410 are: 320, 360, 400.
2. a. 35 b. 45
3. 6
4. a. Common factors of 20 and 28 = 1, 2, 4.
   b. Common factors of 35 and 50 = 1, 5.
   c. Common factors of 4, 8 and 12 = 1, 2, 4.
   d. Common factors of 5, 15 and 25 = 1, 5
5. Some such numbers are: 25, 75, 125, 175.
6. 7 and 8 (or) 8 and 9

**(Try for other possibility)**

7. The jump sizes are 1, 2, 7 or 14
8. Multiples, of 3 Multiples of 4

   Think of some more.
9. 360
10. 2520

AP SCERT

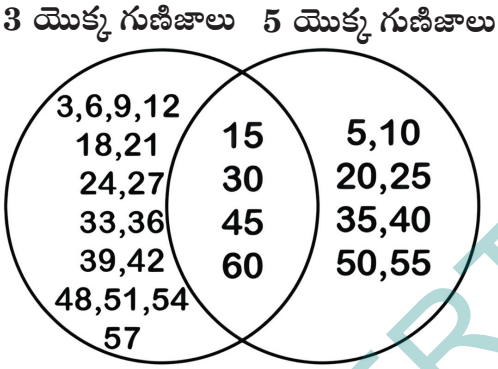
## ఆలోచించండి-చేయండి - 5.1

1. 150

2: ఎ) 30 సార్లు  బి) 18 సార్లు  సి) 6 సార్లు

3: ఈ ఆటను 900 వరకు ఆడితే పిల్లలు 'ఇడ్లీ-వడ'ను 60 సార్లు చెబుతారు.'వడ'ను 180 సార్లు, 'ఇడ్లీ'ను 300 సార్లు చెబుతారు.

4: అవును, ఉమ్మడి సంఖ్యలు 'ఇడ్లీ-వడ' చెప్పే సంఖ్యలను సూచిస్తున్నాయి.




## ఆలోచించండి-చేయండి - 5.2

1: 310 మరియు 410 మధ్య ఉన్న 40 యొక్క గుణితాలు 320, 360, 400.

2: ఎ. 35  బి. 45

3. 6

4. ఎ) 20 మరియు 28 యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలు = 1, 2, 4

బి) 35 మరియు 50 యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలు = 1, 5

సి) 4, 8 మరియు 12 యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలు = 1, 2, 4

డి) 5, 15 మరియు 25 యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలు = 1, 5

5. 25, 75, 125, 175

6. 7 మరియు 8 (లేదా) 8 మరియు 9

(ఇంకా ఇతర అవకాశాలు కూడా ఉన్నాయి)

7 1, 2, 7 లేదా 14

8 3 యొక్క గుణితాలు, 4 యొక్క గుణితాలు, ఇంకా మరికొన్ని కూడా ఊహించండి

9 360

10 2520

AP SCERT

## Figure it out - 5.3

1. No.
2. The smallest difference between two successive primes is one (3-2=1) the largest difference is 8 (97-89=8).
3. No. The least number of primes occur in the decades 91 to 100 and most number of primes and occur in the decades 1 to 10, 11 to 20.
4. 23 and 37.
5. Pairs of prime numbers less than 20 whose sum is a multiple of 5 are (2,3), (3,7), (2,13)

   (Try for other possibilities).
6. 17 and 71, 37 and 73, 79 and 97.
7. 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96.
8. 3 and 5, 5 and 7, 11 and 13, 17 and 19, 29 and 31, 41 and 43, 59 and 61, 71 and 73.
9. a. True, unit digit 4 means even number. We know that 2 is the only even prime number.

   b. False, product of primes becomes a composite number.

   c. False, prime numbers have exactly two factors: 1 and the number itself.

   d. False, all even numbers except 2 are composite numbers

   e. True, as every pair, other than (2, 3), contains an even number which is a composite number.
10. $105 = 3 \times 5 \times 7$ is the only number which is the product of three distinct prime numbers.
11. None
12. Yes, $11 = 2 \times 5 + 1$, $47 = 2 \times 23 + 1$, $83 = 2 \times 41 + 1$

    $23 = 2 \times 11 + 1$, $59 = 2 \times 29 + 1$

    (Try other possibilities.)

AP SCERT

## ఆలోచించండి-చేయండి - 5.3

1 లేదు.

2. పక్కపక్కన ఉన్న రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మధ్య కనీస వ్యత్యాసం 1 (3 - 2 = 1)

గరిష్ట వ్యత్యాసం 8 (97 - 89 = 8)

3. లేదు.

అతి తక్కువ ప్రధాన సంఖ్యలు 91 నుండి 100 మధ్య ఉన్నాయి.

అతి ఎక్కువ ప్రధాన సంఖ్యలు 1 నుండి 10, 11 నుండి 20 మధ్య ఉన్నాయి.

4. 23 మరియు 37

5. (2, 3), (3, 7), (2, 13)

(ఇంకా ఇతర జంటలను కూడా ప్రయత్నించండి)

6. 17 మరియు 71, 37 మరియు 73, 79 మరియు 97

7. 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96

8. 3 మరియు 5, 5 మరియు 7, 11 మరియు 13, 17 మరియు 19, 29 మరియు 31

41 మరియు 43, 59 మరియు 61, 71 మరియు 73

9. ఎ) సత్యం. ఒకట్ల స్థానం లోని అంకె 4 అంటే అది సరిసంఖ్య. 2 మాత్రమే ఉంటే సరిసంఖ్య అయిన ప్రధాన సంఖ్య.

బి) అసత్యం. ప్రధాన సంఖ్యల గుణలబ్ధం ఎప్పుడూ సంయుక్త సంఖ్య అవుతుంది.

సి) అసత్యం. ప్రధాన సంఖ్యలకు కచ్చితంగా రెండు కారణాంకాలు ఉంటాయి. అవి 1 మరియు ఆ సంఖ్య.

డి) అసత్యం. 2 తప్ప మిగతా అన్ని సరిసంఖ్యలూ సంయుక్త సంఖ్యలే.

ఇ) సత్యం. (2, 3) జంట తప్ప మిగతా ప్రతి జంటలో ఒక సరిసంఖ్య ఉండి అది సంయుక్త సంఖ్య అవుతుంది.

10. $105 = 3 \times 5 \times 7$

మూడు వేర్వేరు ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధంగా ఉన్న ఏకైక సంఖ్య 105.

11. ఏదీ లేదు.

12. అవును. $11 = 2 \times 5 + 1$, $47 = 2 \times 23 + 1$,

$83 = 2 \times 41 + 1$, $23 = 2 \times 11 + 1$, $59 = 2 \times 29 + 1$

AP SCERT

## Figure it out - 5.4

1. $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

   $104 = 2 \times 2 \times 2 \times 13$

   $105 = 3 \times 5 \times 7$

   $243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

   $320 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$

   $141 = 3 \times 47$

   $1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

   $729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

   $1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

   $1331 = 11 \times 11 \times 11$

   $1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$

2. 198 ($198 = 2 \times 3 \times 3 \times 11$)

3. 5, 17, 23 ($1955 = 5 \times 17 \times 23$)

4. a. $56 \times 25 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 5 \times 5$

   b. $108 \times 75 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

   c. $1000 \times 81 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

5. a. $2 \times 3 \times 5 = 30$

   b. $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

## Figure it out - 5.5

1. a. No

   $30 = 2 \times 3 \times 5$

   $45 = 3 \times 3 \times 5$

   b. Yes

   $57 = 19 \times 3$

   $85 = 17 \times 5$

AP SCERT

## ఆలోచించండి-చేయండి - 5.4

1. $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$104 = 2 \times 2 \times 2 \times 13$

$105 = 3 \times 5 \times 7$

$243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$320 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$141 = 3 \times 47$

$1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$1331 = 11 \times 11 \times 11$

$1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$

2. 198 ($198 = 2 \times 3 \times 3 \times 11$)

3. 5, 17, 23 ($1955 = 5 \times 17 \times 23$)

4. ఎ) $56 \times 25 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 5 \times 5$

బి) $108 \times 75 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

సి) $1000 \times 81 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

5. ఎ) $2 \times 3 \times 5 = 30$

బి) $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

## ఆలోచించండి-చేయండి - 5.5

1. ఎ) కాదు

$30 = 2 \times 3 \times 5$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

బి) అవును

$57 = 19 \times 3$

$85 = 17 \times 5$

AP SCERT

c. No

$121 = 11 \times 11$

$1331 = 11 \times 11 \times 11$

d. Yes

$343 = 7 \times 7 \times 7$

$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$.

2. a. No $\left(\frac{3 \times 3 \times 5 \times 5}{3 \times 3 \times 3}\right)$

b. Yes $(\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 3})$

c. No $(\frac{7 \times 7 \times 7}{17})$

d. No $(\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 37}{3 \times 3 \times 11})$

3. No, they are not co-prime.

No, one of them is not dividing the other.

4. Yes, for example 2, 3; 3, 11 (Try other examples)

## Figure it out - 5.6

1. b. From the year 2024 till 2099, the number of leap years is 19

2. The largest 4-digit number divisible by 4 and also a palindrome: 8888.

The smallest 4-digit number divisible by 4 and also a palindrome: 2112.

3. a. Sometimes true

Example 2+6 = 8, a multiple of 4.

but 2+4 = 6, not a multiple of 4.

b. Sometimes true

Example 1+3 = 4, a multiple of 4.

but 1+5 = 6, not a multiple of 4. Note: Think of more such examples.

AP SCERT

సి) కాదు

$121 = 11 \times 11$

$1331 = 11 \times 11 \times 11$

డి) అవును

$343 = 7 \times 7 \times 7$

$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3.$

2. ఎ) కాదు $\left(\frac{3\times3\times5\times5}{3\times3\times3}\right)$

బి) అవును $(\frac{2\times2\times2\times2\times2\times3}{2\times2\times2\times3})$

సి) కాదు $(\frac{7\times7\times7}{17})$

డి) కాదు $(\frac{3\times3\times3\times3\times37}{3\times3\times11})$

3 కాదు, ఇవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావు.
కాదు, వాటిలో ఒకటి మరొకటితో భాగించబడదు.

4 అవును, సరి. ఉదాహరణకు 2, 3; 3, 11
(ఇంకా ఇతర ఉదాహరణలను కూడా ప్రయత్నించండి)

## ఆలోచించండి-చేయండి - 5.6

1 బి) 2024 నుండి 2099 వరకు అధిక సంవత్సరాల సంఖ్య = 19

2 4 తో భాగించగలిగే మరియు పాలిండ్రోమ్ సంఖ్య అయిన అతి పెద్ద 4 అంకెల సంఖ్య = 8888 అతి చిన్న 4 అంకెల సంఖ్య = 2112

3 ఎ) కొన్నిసార్లు సత్యం
ఉదాహరణ: $2+6 = 8$, ఇది 4 యొక్క గుణితం.
కాని $2+4 = 6$, ఇది 4 యొక్క గుణితం కాదు.

బి) కొన్నిసార్లు సత్యం
ఉదాహరణ: $1+3 = 4$, ఇది 4 యొక్క గుణితం.
కాని $1+5 = 6$, ఇది 4 యొక్క గుణితం కాదు.
గమనిక ఇలాంటి మరికొన్ని ఉదాహరణలను కూడా ఆలోచించండి.

AP SCERT

4.

| Numbers | a) Remainder when divided by 10 | b) Remainder when divided by 5 | c) Remainder when divided by 2 |
|---|---|---|---|
| 78 | 8 | 3 | 0 |
| 99 | 9 | 4 | 1 |
| 173 | 3 | 3 | 1 |
| 572 | 2 | 2 | 0 |
| 980 | 0 | 0 | 0 |
| 1111 | 1 | 1 | 1 |
| 2345 | 5 | 0 | 1 |

5. The two numbers that are sufficient to declare the divisibility of 14560 by 2, 4, 5, 8 and 10 are 5 and 8.

6. The numbers divisible by 2, 4, 5, 8 and 10 are: 5600, 6000 and 77622160.

7. $10000 = 16 \times 625$.

## CHAPTER MASTERY

1. D) 6, 10 2. B) 1, 2, and 4 3. False

4. Divisibility Table

| Number | 2 | 4 | 5 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| 128 | Yes | Yes | No | Yes | No |
| 990 | Yes | No | Yes | No | Yes |
| 8536 | Yes | Yes | No | Yes | No |
| 275 | No | No | Yes | No | No |
| 8416 | Yes | Yes | No | Yes | No |
| 639210 | Yes | No | Yes | No | Yes |
| 429714 | Yes | No | No | No | No |
| 2856 | Yes | Yes | No | Yes | No |
| 3060 | Yes | Yes | Yes | No | Yes |
| 406839 | No | No | No | No | No |

5. 24, 48, 72

6. Three

7. (i)-(b), (ii)-(d), (iii)-(a), (iv)-(f), (v)-(e)

8. (C) A is true but R is false

9. A) Only (i) is correct

10. (a) 41+3 (b) 31+5 (c) 19+5 (d) 13+5

11. (3,7), (7,13), (2,3), (11,19), (13,17)

12. $10000 = 2^4 \times 5^4$

13. A number having only two factors, 1 and itself.

14. A number is divisible by 5 if its last digit is 0 or 5.

AP SCERT

4

| సంఖ్యలు | ఎ) 10చే భాగించగా వచ్చు శేషం | బి) 5చే భాగించగా వచ్చు శేషం | సి) 2చే భాగించగా వచ్చు శేషం |
|---|---|---|---|
| 78 | 8 | 3 | 0 |
| 99 | 9 | 4 | 1 |
| 173 | 3 | 3 | 1 |
| 572 | 2 | 2 | 0 |
| 980 | 0 | 0 | 0 |
| 1111 | 1 | 1 | 1 |
| 2345 | 5 | 0 | 1 |

5 14560 సంఖ్య 2, 4, 5, 8 మరియు 10 లతో అన్నింటితో భాగించగలమని చెప్పడానికి సరిపడే రెండు సంఖ్యలు 5 మరియు 8

6 2, 4, 5, 8 మరియు 10 లతో అన్నింటితో భాగించగల సంఖ్యలు 5600, 6000 మరియు 77622160

7 $10000 = 16 \times 625$

## సంగ్రహంగా !

1. డి) 6, 10 2. బి) 1, 2, మరియు 4 3. అసత్యం

4. భాజనీయతా పట్టిక

| సంఖ్య | 2 | 4 | 5 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| 128 | అవును | అవును | కాదు | అవును | కాదు |
| 990 | అవును | కాదు | అవును | కాదు | అవును |
| 8536 | అవును | అవును | కాదు | అవును | కాదు |
| 275 | కాదు | కాదు | అవును | కాదు | కాదు |
| 8416 | అవును | అవును | కాదు | అవును | కాదు |
| 639210 | అవును | కాదు | అవును | కాదు | అవును |
| 429714 | అవును | కాదు | కాదు | కాదు | కాదు |
| 2856 | అవును | అవును | కాదు | అవును | కాదు |
| 3060 | అవును | అవును | అవును | కాదు | అవును |
| 406839 | కాదు | కాదు | కాదు | కాదు | కాదు |

5. 24, 48, 72
6. మూడు
7. (i)-(b), (ii)-(d), (iii)-(a), (iv)-(f), (v)-(e)
8. (సి) ప్రకటన సత్యం, కానీ కారణం అసత్యం.
9. (ఎ) (i) మాత్రమే సరైనది.
10. (ఎ) 41+3 (బి) 31+5 (సి)19+5 (డి)13+5
11. (3,7), (7,13), (2,3), (11,19), (13,17)
12. $10000 = 2^4 \times 5^4$
13. కేవలం రెండు కారణాంకాలు మాత్రమే ఉన్న సంఖ్య – అవి 1 మరియు ఆ సంఖ్య.
14. ఒక సంఖ్య చివరి అంకె 0 లేదా 5 అయితే, ఆ సంఖ్య 5 తో భాగించగలము.

AP SCERT



# INTEGRATING ARTIFICIAL INTELLIGENCE (AI)




G3H1Z9

The learners will be able to:

1. **Explain** the idea of Data → Pattern → Output using mathematical examples.
2. **Identify** patterns in numbers and relate them to how AI recognises patterns in data.
3. **Understand** how datasets are organised and how mean and median summarise data.
4. **Compare step-by-step** mathematical rules with algorithms used in AI systems.

## Introduction :

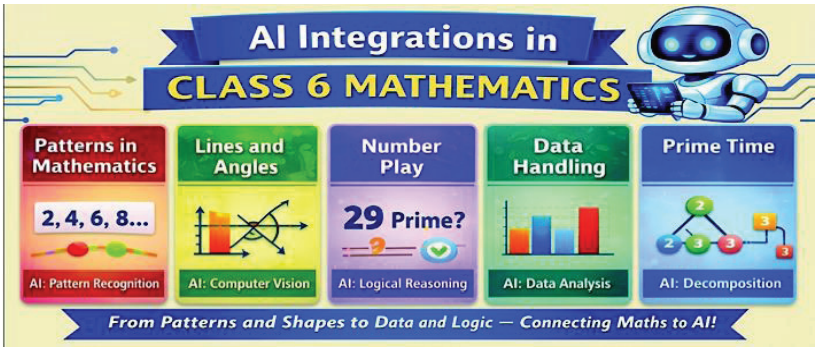
Children We often notice how our calculator gives quick answers, how a digital clock shows time accurately, or how apps help us measure distance and area. These are not magic. They are examples of mathematics working with technology.

You may feel that mathematics is only about numbers, but you already use mathematical thinking in your daily life. When you compare prices, measure length, count objects, or recognise patterns, you are thinking mathematically.




In a similar way, Artificial Intelligence (AI) also works using mathematical ideas. It collects data, looks for patterns, measures values, compares results, and gives correct outputs. Mathematics is the foundation that helps AI systems think logically.

Let us begin our journey of exploring Mathematics with intelligent thinking!




## Foundations of AI in Mathematics Learning

The chapters of this semester develop important mathematical skills such as pattern identification, logical reasoning, comparison, **measurement**, **classification**, and data analysis. These skills are also applied in **Artificial Intelligence (AI).**

**Disclaimer : "The use of AI tools by students must be strictly under the direct guidance and supervision of teachers and parents / guardians".**

AP SCERT



# కృత్రిమ మేధతో అనుసంధానం




G3H1Z9

అభ్యాసకులు :

1. గణిత ఉదాహరణలను ఉపయోగించి దత్తాంశం → నమూనా → ఫలితం అనే ఆలోచనను వివరించడం.
2. సంఖ్యలలోని నమూనాలను గుర్తించడం మరియు డేటాలోని నమూనాలను AI ఎలా గుర్తిస్తుందో వాటితో పోల్చగలరు.
3. డేటాసెట్‌లు ఎలా నిర్వహించబడతాయో మరియు దత్తాంశంను సగటు మరియు మధ్యగతం ఎలా క్లుప్తపరుస్తాయో అర్థం చేసుకోగలరు.
4. దశల వారీ గణిత నియమాలను AI వ్యవస్థలలో ఉపయోగించే అల్గారిథమ్‌లతో పోల్చగలరు.

## పరిచయం :

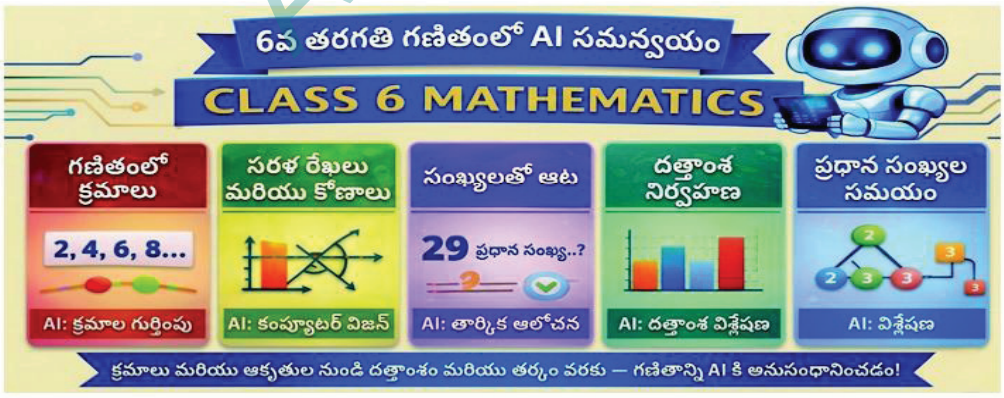
పిల్లలారా, మన క్యాలిక్యులేటర్ ఎంత త్వరగా సమాధానాలు ఇస్తుందో, డిజిటల్ గడియారం సమయాన్ని ఎంత ఖచ్చితంగా చూపుతుందో, మరియు యాప్‌లు దూరాన్ని మరియు వైశాల్యాన్ని కొలవడానికి మనకు ఎలా సహాయపడతాయో మనం తరచుగా గమనిస్తూ ఉంటాము. ఇవేవి మంత్రాలు కావు. ఇవి సాంకేతికతతో కలిసి పనిచేసే గణితానికి ఉదాహరణలు.

గణితం అంటే కేవలం సంఖ్యల గురించి మాత్రమే అని మీరు అనుకోవచ్చు, కానీ మీరు ఇప్పటికే మీ దైనందిన జీవితంలో గణిత ఆలోచనలను ఉపయోగిస్తున్నారు. మీరు ధరలను పోల్చినప్పుడు, పొడవును కొలిచినప్పుడు, వస్తువులను లెక్కించినప్పుడు లేదా నమూనాలను గుర్తించినప్పుడు, మీరు గణితశాస్త్రపరంగా ఆలోచిస్తున్నారు.




అదే విధంగా, కృత్రిమ మేధస్సు కూడా గణిత సూత్రాల ఆధారంగా పనిచేస్తుంది. ఇది సమాచారాన్ని సేకరించి, అందులోని నమూనాలను గమనిస్తుంది, విలువలను కొలుస్తుంది, ఫలితాలను పోల్చి చూస్తుంది మరియు ఖచ్చితమైన సమాధానాలను ఇస్తుంది. AI వ్యవస్థలు తార్కికంగా ఆలోచించడానికి గణితమే పునాది.

మేధోపరమైన ఆలోచనతో గణితాన్ని అన్వేషించే మన ప్రయాణాన్ని ప్రారంభిద్దాం!




## గణిత అభ్యాసంలో AI యొక్క పునాదులు :

ఈ సెమిస్టర్‌లోని అధ్యాయాలు నమూనాలను గుర్తించడం, తార్కిక ఆలోచన, పోలిక, కొలత, వర్గీకరణ మరియు దత్తాంశ విశ్లేషణ వంటి ముఖ్యమైన గణిత నైపుణ్యాలను పెంపొందిస్తాయి. ఈ నైపుణ్యాలను కృత్రిమ మేధస్సులో కూడా ఉపయోగిస్తారు.

డిస్క్లెమర్ : "విద్యార్థులు **AI** సాధనాలను ఉపాధ్యాయుల, తల్లిదండ్రుల / సంరక్షకుల ప్రత్యక్ష మార్గదర్శకత్వం, పర్యవేక్షణలో మాత్రమే ఉపయోగించడం జరుగవలెను".

AP SCERT

Artificial Intelligence enables machines to analyse data, recognise patterns, and generate outputs based on learned examples. In Mathematics, when students observe a number sequence, they identify a rule and predict the next term. This process reflects the structured thinking that intelligent systems follow.

Mathematical reasoning often follows the structure:

**Data → Pattern → Output**

When numbers are given (data), a rule is identified (pattern), and a result is predicted (output). This structured reasoning forms the foundation of both mathematical thinking and intelligent systems.

### Example 1: Patterns in Numbers




When the sequence 5, 10, 15, 20 is observed, each term increases by 5. The given numbers represent data. The repeated addition forms the pattern. The next term 25 becomes the output.Square numbers, triangular numbers, and visual patterns using shapes further strengthen **pattern recognition.** Identifying relationships among sequences improves **logical reasoning**.

AI systems similarly analyse numerical **data sets** to recognise repeating structures and **predict** future values.

| | |
|---|---|
| **Thinking with AI :** | If an AI system is given three different sequences –<br>5, 10, 15, 20<br>1, 4, 9, 16<br>1, 3, 6, 10 how will it decide whether each sequence follows the same pattern or different patterns? Scan the QR code to explore how will it decide whether each sequence follows the same pattern or different patterns? |
| **Key Words:** reach a | **Logical Reasoning** – Thinking step-by-step in a sensible way to correct conclusion.<br>**Datasets** – A collection of related data organised for analysis.<br>**Predict** – To tell what will happen next based on a pattern or rule.<br>**Pattern Recognition** – Identifying repeated structures. |

**Guidance :** Encourage students to first identify the mathematical rule independently before discussing AI pattern recognition. Ensure conceptual clarity in number sequences before linking to digital examples.

AP SCERT

దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించడానికి, నమూనాలను గుర్తించడానికి మరియు నేర్చుకున్న ఉదాహరణల ఆధారంగా ఫలితాలను రూపొందించడానికి కృత్రిమ మేధస్సు యంత్రాలకు సహాయపడుతుంది. గణితంలో, విద్యార్థులు ఒక సంఖ్యా క్రమాన్ని గమనించినప్పుడు, వారు ఒక నియమాన్ని గుర్తించి, తదుపరి పదాన్ని అంచనా వేస్తారు. ఈ ప్రక్రియ మేధో వ్యవస్థలు నిర్మాణాత్మక ఆలోచనా విధానాన్ని ప్రతిబింబిస్తుంది.గణిత తర్కం తరచుగా ఈ క్రింది నిర్మాణాన్ని అనుసరిస్తుంది:

**దత్తాంశం → నమూనా → ఫలితం**

సంఖ్యలు ఇచ్చినప్పుడు (దత్తాంశం), ఒక నియమం (నమూనా) గుర్తించబడుతుంది మరియు ఫలితం (అవుట్‌పుట్) అంచనా వేయబడుతుంది. ఈ నిర్మాణాత్మక తర్కమే గణిత ఆలోచనకు మరియు మేధో వ్యవస్థలకు పునాదిగా నిలుస్తుంది.

**ఉదాహరణ 1: గణితంలో నమూనాలు**




5, 10, 15, 20 అనే క్రమాన్ని గమనించినప్పుడు, ప్రతి పదం 5 పెరుగుతుంది. ఇక్కడ ఇవ్వబడిన సంఖ్యలు 'దత్తాంశాన్ని' సూచిస్తాయి. ఈ పునరావృత సంకలనం ఒక 'నమూనాను' ఏర్పరుస్తుంది. దీని ద్వారా వచ్చే తదుపరి పదం 25 'ఫలితం' అవుతుంది.

చతురస్ర సంఖ్యలు, త్రిభుజాకార సంఖ్యలు మరియు ఆకారాలను ఉపయోగించే దృశ్య నమూనాలు నమూనా గుర్తింపును మరింత బలోపేతం చేస్తాయి. క్రమాల మధ్య సంబంధాలను గుర్తించడం వల్ల తార్కిక ఆలోచన మెరుగుపడుతుంది.

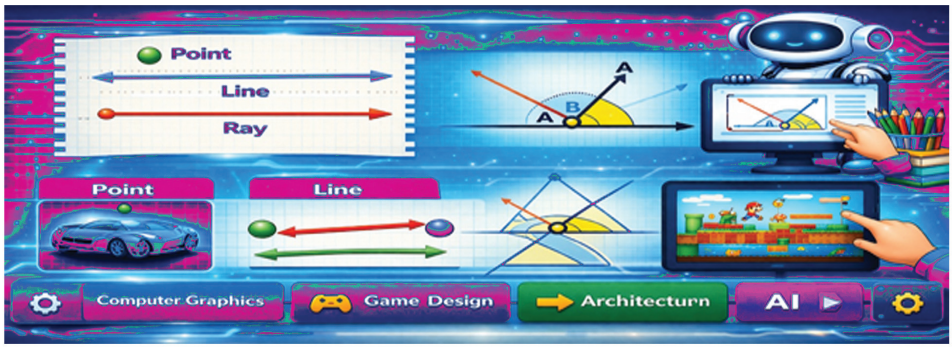
అదేవిధంగా, AI వ్యవస్థలు కూడా సంఖ్యాపరమైన దత్తాంశాలను విశ్లేషించి, పునరావృతమయ్యే నిర్మాణాలను గుర్తిస్తాయి మరియు భవిష్యత్తులో వచ్చే విలువలను అంచనా వేస్తాయి.

| | |
|---|---|
| **AIతో ఆలోచించడం :** | ఒకవేళ ఒక AI వ్యవస్థకు మూడు వేర్వేరు క్రమాలు ఇస్తే :<br>• 5, 10, 15, 20<br>• 1, 4, 9, 16<br>• 1, 3, 6, 10 ప్రతి క్రమం ఒకే నమూనాను అనుసరిస్తుందో లేదో ఎలా నిర్ణయిస్తుంది? ప్రతి క్రమం ఒకే నమూనాను అనుసరిస్తుందో లేదో అని అన్వేషించడానికి మరియు ఇతర సమాచారం కోసం ఈ QR కోడ్‌ని స్కాన్ చేయండి. |
| **ముఖ్య పదాలు :** | • **తార్కిక ఆలోచన :** సరైన ముగింపుకు చేరుకోవడానికి సహేతుకమైన రీతిలో దశలవారీగా ఆలోచించడం.<br>• **దత్తాంశ సమితులు:** విశ్లేషణ కోసం నిర్వహించబడిన సంబంధిత సమాచార సేకరణ.<br>• **అంచనా వేయడం :** ఒక నమూనా లేదా నియమం ఆధారంగా తదుపరి ఏమి జరుగుతుందో చెప్పడం.<br>• **నమూనా గుర్తింపు :** పునరావృతమయ్యే నిర్మాణాలను గుర్తించడం. |

**మార్గదర్శకత్వం :** కృత్రిమ మేధస్సు (AI) యొక్క నమూనా గుర్తింపు గురించి చర్చించే ముందు, విద్యార్థులు స్వయంగా గణిత నియమాన్ని స్వతంత్రంగా గుర్తించేలా ప్రోత్సహించండి. సంఖ్యా క్రమాలను డిజిటల్ ఉదాహరణలతో అనుసంధానించడానికి ముందు, వాటిపై సంపూర్ణ అవగాహన ఉండేలా చూడండి.

APSCERT

## Example 2: Lines and Angles




A **point** shows an exact position. A **line** goes on forever in both directions, and a **ray** has one fixed endpoint and extends in one direction. When two rays meet, they form an **angle**. The size of an angle depends on the **rotation**, not on the length of its arms. We can compare angles by **placing one angle over another**, which helps develop spatial thinking. In **digital systems**, **geometric calculations** are used in **computer graphics** and **design applications**.

| | |
|---|---|
| **Thinking with AI :** | If an AI system is given an image containing different lines and angles, how will it identify whether two angles are equal?<br>Scan the QR code to explore how will it will it identify whether two angles are equal? |
| **Key Words:** | **Superimposition** – Placing one figure exactly over another to compare them.<br>**Spatial Reasoning** – The ability to understand and think about shapes and space.<br>**Geometric Calculations** – Mathematical measurements related to shapes, lines, and angles |

**Guidance :** Demonstrate angle comparison using classroom materials before connecting to digital spatial systems. Maintain focus on textbook definitions.

## Example 3: Logical Rules in Number Play

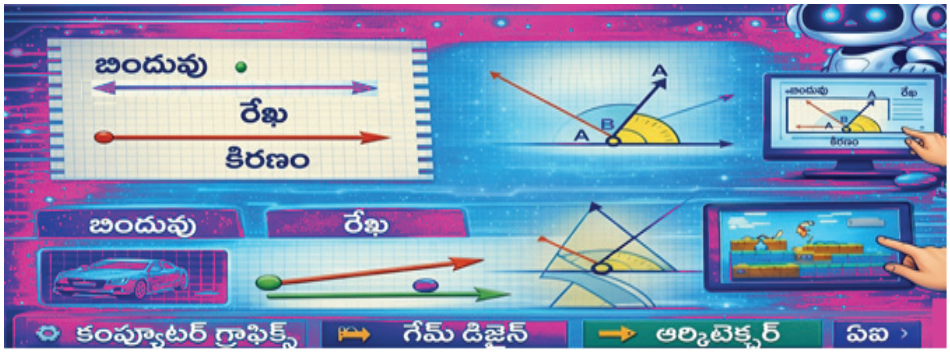



In a classroom activity, children stand in a line and say numbers based on their positions. Each child says the number of taller neighbours standing next to them. For example, a child says '1' if only one taller child stands next to them, '2' if both neighbours are taller, and '0' if none are taller.

This activity shows how numbers describe relationships logically. Students also explore puzzles like arranging children differently and checking whether sequences such as **0, 1, 2, 1, 0** are possible.

AP SCERT

**ఉదాహరణ 2: రేఖలు మరియు కోణాలు**




ఒక బిందువు ఖచ్చితమైన స్థానాన్ని సూచిస్తుంది. ఒక రేఖ రెండు దిశలలో అనంతంగా సాగిపోతుంది, మరియు ఒక కిరణం ఒక స్థిరమైన అంత్య బిందువును కలిగి ఉండి, ఒక దిశలో మాత్రమే సాగుతుంది. రెండు కిరణాలు ఒకచోట కలిసినప్పుడు, అవి ఒక కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. కోణం యొక్క పరిమాణం అనేది కిరణాల భ్రమణం మీద ఆధారపడి ఉంటుంది కానీ వాటి భుజాల పొడవు మీద కాదు. మనం ఒక కోణాన్ని మరొక కోణంపై ఉంచడం ద్వారా వాటిని పోల్చవచ్చు, ఇది ప్రాదేశిక ఆలోచనను పెంపొందించడానికి సహాయపడుతుంది. డిజిటల్ వ్యవస్థలలో, కంప్యూటర్ గ్రాఫిక్స్ మరియు డిజైన్ అప్లికేషన్లలో ఈ జ్యామితీయ గణనలు ఉపయోగించబడతాయి.

| | |
|---|---|
| **AIతో ఆలోచించడం :** | ఒకవేళ కృత్రిమ మేధస్సు (AI) వ్యవస్థకు వివిధ రేఖలు మరియు కోణాలతో కూడిన చిత్రాన్ని ఇస్తే, అందులోని రెండు కోణాలు సమానంగా ఉన్నాయో లేదో అది ఎలా గుర్తిస్తుంది? రెండు కోణాలు సమానంగా ఉన్నాయో లేదో AI ఎలా గుర్తిస్తుందో అన్వేషించడానికి మరియుఇతర సమాచారం కోసం ఈ QR కోడ్‌ని స్కాన్ చేయండి. |
| **ముఖ్య పదాలు :** | • **అధ్యారోపణం :** రెండు ఆకారాలను పోల్చడానికి ఒక దానిని మరొక దానిపై ఖచ్చితంగా ఉంచడం.<br>• **ప్రాదేశిక వివేచన :** ఆకారాలు మరియు ఖాళీ ప్రదేశాల గురించి అర్థం చేసుకునే మరియు ఆలోచించే సామర్థ్యం.<br>• **జ్యామితీయ గణనలు :** ఆకారాలు, రేఖలు మరియు కోణాలకు సంబంధించిన గణిత కొలతలు. |

**మార్గదర్శకత్వం :** డిజిటల్ ప్రాదేశిక వ్యవస్థలతో అనుసంధానించడానికి ముందు, తరగతి గదిలోని వస్తువులను ఉపయగించి కోణాల పోలికను ప్రదర్శించండి. పాఠ్యపుస్తక నిర్వచనాలపై ప్రత్యేక దృష్టిని కొనసాగించండి.

**ఉదాహరణ 3: సంఖ్యలతో ఆటలో తార్కిక నియమాలు :**




ఒక తరగతి గది కృత్యంలో, పిల్లలందరూ ఒక వరుసలో నిలబడతారు. వారు తమ పక్కన ఉన్నవారితో పోల్చుకుని కొన్ని సంఖ్యలను చెబుతారు. ప్రతి విద్యార్థి తన పక్కన ఉన్నవారిలో తనకంటే ఎత్తుగా ఉన్న విద్యార్థుల సంఖ్యను చెబుతారు. ఉదాహరణకు ఒక విద్యార్థి తన పక్కన్న ఉన్న ఇద్దరిలో ఒక్కరు మాత్రమే తనకంటే ఎత్తుగా ఉంటే '1' అని చెబుతారు. ఇద్దరు పొరుగువారు తనకంటే ఎత్తుగా ఉంటే ఆ విద్యార్థి '2' అని చెబుతారు. పక్కన ఉన్నవారు ఎవరూ తనకంటే ఎత్తుగా లేకపోతే ఆ విద్యార్థి '0' అని చెబుతారు.

ఈ కృత్యం సంఖ్యలు తార్కికంగా సంబంధాలను ఎలా వివరిస్తాయో చూపిస్తుంది. విద్యార్థులు పిల్లలను వేర్వేరు క్రమాలలో నిలబెట్టి 0, 1, 2, 1, 0 వంటి వరుసలు సాధ్యమేనా అని పజిల్స్ ద్వారా పరిశీలిస్తారు.

© NCERT

Another activity includes identifying **supercells**, where a number is coloured if it is greater than all its neighbouring numbers.

These tasks develop reasoning through observation, comparison, and structured thinking.

If an AI system is given the heights or numbers of children in order, it will:

- treat them as a dataset
- compare each value with neighbouring values
- apply rules step-by-step
- produce outputs like 0, 1, or 2 .

This shows **Data → Rule → Output** and computational thinking through logical comparison.

| | |
|---|---|
| **Thinking with AI :** | If an AI system is given numbers between 40 and 70, how will it identify all numbers whose digit sum is the same? Write the logical steps the AI will follow ? Scan the QR code for more information. |
| **Key Words:** | **Supercells -** a number that is greater than both of its neighboring numbers in a sequence.. |

**Guidance :** Students should practise such activities manually before relating them to algorithmic reasoning..

### Example 4 : Data Handling and Presentation




When marks of students are collected, they form data. When arranged in a table, they form a **dataset**. Bar graphs visually represent data trends.

Mean is calculated by dividing the total sum by the number of **observations**. Median is the middle value in ordered data.AI systems also organise datasets, compute averages, and identify **trends**.

| | |
|---|---|
| **Thinking with AI :** | If an AI system is given the marks of 7 students – 45, 60, 75, 80, 90, 50, 70 – how will it decide whether the class performance is improving or not?<br>Scan the QR code to explore how will it decide whether the class performance is improving or not? |
| **Key Words:** | **Observations** – Individual values or pieces of data collected in a study.<br>**Trends** – General patterns or directions shown by data over time. |

**Guidance :** Ensure students first calculate mean and median manually. Use AI only for verification and conceptual clarity.

© NCERT

మరొ కృత్యంలో 'సూపర్ సెల్స్'ను గుర్తిస్తారు. ఒక సంఖ్య తన పక్కన ఉన్న రెండు సంఖ్యల కంటే పెద్దదిగా ఉంటే, దానికి రంగు వేస్తారు దీనినే 'సూపర్ సెల్' అంటారు. ఒక AI వ్యవస్థకు పిల్లల ఎత్తులు లేదా సంఖ్యలను వరుసగా ఇచ్చినప్పుడు, అది ఇలా చేస్తుంది.

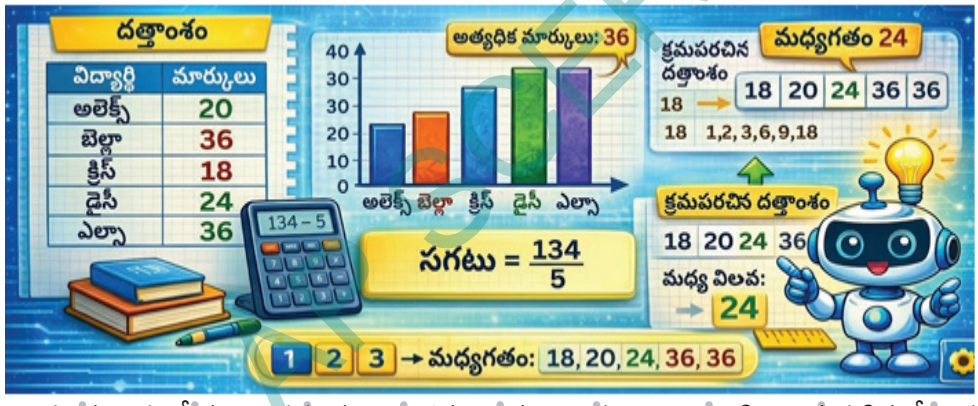
- వాటిని ఒక డేటా సెట్‌లాగా తీసుకుంటుంది.
- ప్రతి విలువను దాని పక్కన ఉన్న విలువలతో పోల్చుతుంది.
- నియమాలను దశలవారీగా వర్తింపజేస్తుంది.
- చివరికి 0, 1 లేదా 2 వంటి ఫలితాలను ఇస్తుంది.

ఇది డేటా నియమం ఫలితం **Data → Rule → Output** అనే విధానాన్ని మరియు తార్కిక పోలిక ద్వారా కంప్యూటేషనల్ థింకింగ్‌ను తెలియజేస్తుంది.

| | |
|---|---|
| **AIతో ఆలోచించడం :** | ఒకవేళ AI వ్యవస్థకు 40 మరియు 70 మధ్య సంఖ్యలు ఇస్తే అది అంకెల మొత్తం సమానంగా ఉన్న సంఖ్యలను ఎలా గుర్తిస్తుంది. AI ఎలా నిర్ణయిస్తుందో అన్వేషించడానికి ఈ QR కోడ్‌ని స్కాన్ చేయండి. |
| **ముఖ్య పదాలు :** | **సూపర్ సెల్స్** – ఒక వరుస క్రమంలో తన పక్కన ఉన్న రెండు సంఖ్యల కంటే పెద్దదిగా ఉన్న సంఖ్యను 'సూపర్ సెల్' అని అంటారు. |

**మార్గదర్శకత్వం :** అల్గారిథమిక్ సారూప్యత గురించి చర్చించే ముందు, విద్యార్థులు లెక్కలను స్వయంగా సాధన చేయాలి. లెక్కల సాధనను కృత్రిమ మేధస్సు (AI) సాధనాలతో భర్తీ చేయవద్దు.

**ఉదాహరణ 4: దత్తాంశ నిర్వహణ మరియు ప్రదర్శన :**




విద్యార్థుల మార్కులను సేకరించినప్పుడు, అవి 'దత్తాంశం' అవుతాయి. వాటిని ఒక పట్టికలో అమర్చినప్పుడు, అది ఒక 'దత్తాంశ సమితి' అవుతుంది. బార్ గ్రాఫ్‌లు దత్తాంశ పోకడలను దృశ్య రూపంలో ప్రదర్శిస్తాయి.

పరిశీలనల మొత్తాన్ని, విలువల సంఖ్యతో భాగించడం ద్వారా 'సగటు' లెక్కించ బడుతుంది. అమర్చిన దత్తాంశంలో మధ్యలో ఉండే విలువను 'మధ్యగతం' అంటారు. కృత్రిమ మేధస్సు (AI) వ్యవస్థలు కూడా దత్తాంశ సమితులను నిర్వహిస్తాయి, సగటులను లెక్కిస్తాయి మరియు పోకడలను గుర్తిస్తాయి.

| | |
|---|---|
| **AIతో ఆలోచించడం :** | "7 గురు విద్యార్థుల మార్కులు – 45, 60, 75, 80, 90, 50, 70 – ఇస్తే, ఈ దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించి తరగతి పనితీరు మెరుగుపడుతుందో లేదో AI ఎలా నిర్ణయిస్తుంది?"<br>AI ఈ దత్తాంశాన్ని ఎలా విశ్లేషిస్తుందో అన్వేషించడానికి ఈ QR కోడ్‌ని స్కాన్ చేయండి. |
| **ముఖ్య పదాలు :** | • **పరిశీలనలు :** ఒక అధ్యయనంలో సేకరించిన వ్యక్తిగత విలువలు లేదా దత్తాంశ సమాచార భాగాలు.<br>• **పోకడలు :** కాలక్రమేణా దత్తాంశం చూపించే సాధారణ నమూనాలు లేదా దిశలు. |

**మార్గదర్శకత్వం :** డిజిటల్ విశ్లేషణ గురించి చర్చించే ముందు, విద్యార్థులు గ్రాఫ్‌లను గీయడం మరియు సగటులను లెక్కించడం వంటివి స్వయంగా ప్రాక్టీస్ చేసేలా చూడండి. తద్వారా వారు ప్రాథమిక సూత్రాలను బాగా అర్థం చేసుకోగలరు.

### Example 5 : Understanding Factors through Jump Jackpot




In the **Jump Jackpot activity**, a treasure is placed on a number and a player chooses a jump size. The player lands only on multiples of that jump size starting from 0. For example, if the treasure is placed on **24**, the successful jump sizes are **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, and 24** because all these numbers divide 24 exactly.

In another case, when treasures are placed on **14 and 36,** only jump sizes that reach both numbers (their common factors) will work. For example, **1 and 2** are common factors of both numbers.

This activity helps students understand factors and common factors through logical reasoning.

If an AI system is given two numbers where treasures are placed:

- it lists all factors of each number
- compares both factor list
- identifies common factors
- selects jump sizes that reach both numbers

This shows how AI uses logical steps and data comparison like students..

| | |
|---|---|
| **Thinking with AI :** | If an AI system is given two numbers, how will it logically decide whether they are **co-prime** by checking their factors? Write the step-by-step reasoning the AI will follow?<br>Scan the QR code to explore how will it correctly classify each shape? |
| **Key Words :** | **Data comparision :** The process of examining two or more datasets to identify similarities, differences or patterns. |

**Guidance :** Encourage students to list factors manually before discussing AI comparison.

## Exploring with AI

### Understanding AI in Mathematics Learning

Artificial Intelligence (AI) is a technology that enables computers and digital systems to analyse information, recognise patterns, and generate outputs based on learned examples. In Mathematics learning, AI can assist students in understanding concepts, practicing problems, and verifying solutions in a structured manner.

Mathematics develops skills such as logical reasoning, pattern recognition, comparison, classification, and data interpretation. These same skills form the foundation of intelligent systems. When students identify a pattern in a number sequence,

APSCERT

**ఉదాహరణ 5 : జంప్ జాక్‌పాట్ ద్వారా కారణాంకాలను అర్థం చేసుకోవడం :**




**జంప్, జాక్‌పాట్ కృత్యంలో**, ఒక సంఖ్యపై నిధిని ఉంచుతారు మరియు ఆటగాడు ఒక 'జంప్ పరిమాణాన్ని' ఎంచుకుంటాడు. ఆటగాడు 0 నుండి ప్రారంభించి, ఆ జంప్ పరిమాణం యొక్క గుణిజాలపై మాత్రమే అడుగు వేస్తూ వెళ్లాలి. ఉదాహరణకు : ఒకవేళ నిధి 24 సంఖ్యపై ఉంటే, విజయవంతమైన జంప్ పరిమాణాలు **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12,** మరియు **24**. ఎందుకంటే ఈ సంఖ్యలన్నీ **24**ను నిశ్శేషంగా భాగిస్తాయి. మరో సందర్భంలో, నిధులు **14** మరియు **36** సంఖ్యల వద్ద ఉన్నప్పుడు, ఆ రెండు సంఖ్యలను చేరుకోగల జంప్ పరిమాణాలు (వాటి ఉమ్మడి కారణాంకాలు) మాత్రమే పనిచేస్తాయి. ఇక్కడ **1** మరియు **2** మాత్రమే ఆ రెండు సంఖ్యలకు ఉమ్మడి కారణాంకాలు.

ఈ కృత్యం విద్యార్థులకు కారణాంకాలు మరియు ఉమ్మడి కారణాంకాలను తార్కిక ఆలోచన ద్వారా అర్థం చేసుకోవడానికి సహాయపడుతుంది. రెండు సంఖ్యల వద్ద నిధులు ఉన్నప్పుడు, AI ఈ క్రింది దశలను అనుసరిస్తుంది :

- అది ప్రతి సంఖ్య యొక్క అన్ని కారణాంకాలను చూస్తుంది.
- రెండు కారణాంకాల జాబితాలను పోల్చి చూస్తుంది.
- రెండింటిలోనూ ఉన్న ఉమ్మడి కారణాంకాలను గుర్తిస్తుంది.
- రెండు నిధులను చేరుకోగల జంప్ పరిమాణాలను ఎంపిక చేస్తుంది.

ఇది AI కూడా విద్యార్థుల మాదిరిగానే తార్కిక దశలను మరియు డేటా పోలికను ఎలా ఉపయోగిస్తుందో చూపుతుంది.

| | |
|---|---|
| **AIతో ఆలోచించడం :** | ఒక AI వ్యవస్థకు రెండు సంఖ్యలు ఇచ్చినప్పుడు, వాటి కారణాంకాలను తనిఖీ చేయడం ద్వారా అవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు (అవునా కాదా అని అది తార్కికంగా ఎలా నిర్ణయిస్తుంది ? AI అనుసరించే దశలవారీ విశ్లేషణ వ్రాయండి. మరియు ఇతర సమాచారం కోసం ఈ QR కోడ్‌ని స్కాన్ చేయండి. |
| **ముఖ్య పదాలు :** | **దత్తాంశ పోలిక :** రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ డేటాసెట్‌ల మధ్య పోలికలు, తేడాలు లేదా నమూనాలను గుర్తించడానికి వాటిని పరిశీలించే ప్రక్రియనే 'దత్తాంశ పోలిక' అంటారు. |

**మార్గదర్శకత్వం :** AI గురించి చర్చించడానికి ముందే, విద్యార్థులు కారణాంకాలను సొంతంగా జాబితా చేసేలా ప్రోత్సహించండి.

## AI సహాయంతో అన్వేషిద్దాం

### గణిత అభ్యాసంలో AI ని అర్థం చేసుకోవడం

కృత్రిమ మేధస్సు అనేది కంప్యూటర్లు మరియు డిజిటల్ వ్యవస్థలు సమాచారాన్ని విశ్లేషించడానికి, నమూనాలను గుర్తించడానికి మరియు నేర్చుకున్న ఉదాహరణల ఆధారంగా ఫలితాలను రూపొందించడానికి అనుమతించే ఒక సాంకేతికత. గణిత అభ్యాసంలో, విద్యార్థులు భావనలను అర్థం చేసుకోవడానికి, సమస్యలను సాధన చేయడానికి మరియు పరిష్కారాలను క్రమ పద్ధతిలో సరిచూసుకోవడానికి AI సహాయపడుతుంది.

గణితం తార్కిక ఆలోచన, నమూనా గుర్తింపు, పోలిక, వర్గీకరణ మరియు దత్తాంశ విశ్లేషణ వంటి నైపుణ్యాలను అభివృద్ధి చేస్తుంది. ఇవే నైపుణ్యాలు మేధో వ్యవస్థలకు పునాదిగా నిలుస్తాయి. విద్యార్థులు ఒక సంఖ్య క్రమంలో నమూనాను

AP SCERT

calculate the mean of a dataset, or classify shapes based on properties, they are applying structured reasoning. Similarly, AI systems study data, detect patterns, and produce results according to programmed rules and learned examples.

For example, when a student is given the sequence 3, 6, 9, 12, the numbers represent data. By analysing the data, the student recognises the pattern of adding 3 and predicts the next number. In the same way, AI systems analyse datasets to identify repeated relationships and generate outputs.

This process reflects the structure:

**Data → Pattern → Output**

AI tools can support Mathematics learning in the following ways:

- Providing step-by-step explanations for solving problems.
- Generating additional practice questions.
- Verifying solutions and calculations.
- Explaining alternative methods of solving the same problem.

However, it is important to understand that AI does not think independently like humans. AI systems depend entirely on the data and instructions provided to them. If the dataset used for training is incomplete or incorrect, the AI system may produce inaccurate results. Therefore, AI-generated explanations and answers must always be verified using textbook methods and teacher guidance.

AI should be used as a supportive learning assistant, not as a replacement for manual calculation, logical reasoning, or classroom instruction. Students must first attempt problems independently, apply textbook methods, and then use AI tools for clarification or verification.

Responsible use of AI strengthens discipline, critical thinking, and conceptual clarity. By understanding how AI processes mathematical information, learners develop deeper awareness of both mathematical reasoning and modern technological systems.

## Accessing AI for Mathematics Learning

AI tools may be used in school computer laboratories under teacher supervision or at home with parental guidance. AI must be used strictly for educational purposes and only after completing textbook exercises.

## Safe and Responsible Use of AI

- Do not share personal information (name, school details, passwords).
- Do not copy AI responses without understanding.
- Always verify AI-generated answers with textbook methods.
- Do not use AI during examinations.
- Use AI only to improve clarity and reasoning.

Responsible use of AI strengthens honesty, discipline, and critical thinking.

## Myths and Facts About AI

| Myth | Truth |
|---|---|
| AI thinks like humans | AI follows instructions. It has no feelings. |
| AI will replace teachers | AI helps learning, but teachers guide students. |

### Do You Know?

Some Artificial Intelligence systems can now solve very difficult mathematics problems that even challenge expert mathematicians. For more information ask AI about this topic

AP SCERT

గుర్తించినప్పుడు లేదా ఆకారాలను వర్గీకరించినప్పుడు, వారు నిర్మాణాత్మక తర్కాన్ని ఉపయోగిస్తారు. అదేవిధంగా, AI వ్యవస్థలు దత్తాంశాన్ని అధ్యయనం చేసి, ప్రోగ్రామ్ చేయబడిన నియమాల ప్రకారం ఫలితాలను ఇస్తాయి.

ఉదాహరణకు, ఒక విద్యార్థికి 3, 6, 9, 12 అనే క్రమం ఇస్తే, ఆ సంఖ్యలు 'దత్తాంశాన్ని' సూచిస్తాయి. ఆ దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించడం ద్వారా, విద్యార్థి '3 ని కలపాలి' అనే 'నమూనాను' గుర్తించి, తదుపరి సంఖ్యను అంచనా వేస్తారు. అదే విధంగా, AI వ్యవస్థలు కూడా దత్తాంశ సమితులను విశ్లేషించి ఫలితాలను ఇస్తాయి.

**ఈ ప్రక్రియ ఈ క్రింది నిర్మాణాన్ని ప్రతిబింబిస్తుంది:**

**దత్తాంశం → నమూనా → ఫలితం**

**గణిత అభ్యాసంలో AI సాధనాలు ఈ క్రింది విధాలుగా తోడ్పడతాయి:**

- సమస్యలను పరిష్కరించడానికి దశల వారీ వివరణలను అందించడం.
- అదనపు సాధన ప్రశ్నలను రూపొందించడం.
- పరిష్కారాలను మరియు లెక్కలను సరిచూడటం.
- ఒకే సమస్యను పరిష్కరించడానికి ప్రత్యామ్నాయ పద్ధతులను వివరించడం.

అయితే, AI మనుషులలా స్వతంత్రంగా ఆలోచించలేదని అర్థం చేసుకోవడం ముఖ్యం. AI వ్యవస్థలు పూర్తిగా వాటికి అందించిన దత్తాంశం మరియు సూచనలపై ఆధారపడి ఉంటాయి. దత్తాంశం తప్పుగా ఉంటే, AI ఇచ్చే ఫలితాలు కూడా తప్పుగా ఉండవచ్చు. కాబట్టి, AI ఇచ్చే వివరణలను ఎల్లప్పుడూ పాఠ్యపుస్తక పద్ధతులు మరియు ఉపాధ్యాయుల మార్గదర్శకత్వంతో సరిచూసుకోవాలి.

**గణిత అభ్యాసం కోసం AIని ఉపయోగించడం :**

AI సాధనాలను పాఠశాల కంప్యూటర్ ల్యాబ్‌లలో ఉపాధ్యాయుల పర్యవేక్షణలో లేదా ఇంట్లో తల్లిదండ్రుల మార్గదర్శకత్వంలో ఉపయోగించవచ్చు. పాఠ్యపుస్తకంలోని అభ్యాసాలను పూర్తి చేసిన తర్వాత మాత్రమే విద్యాసంబంధిత ప్రయోజనాల కోసం AIని ఉపయోగించాలి.

**AI యొక్క సురక్షిత మరియు బాధ్యతాయుతమైన వినియోగం:**

- వ్యక్తిగత సమాచారాన్ని (పేరు, పాఠశాల వివరాలు, పాస్‌వర్డ్‌లు) పంచుకోవద్దు.
- AI ఇచ్చే సమాధానాలను అర్థం చేసుకోకుండా నేరుగా కాపీ చేయవద్దు.
- AI ఫలితాలను ఎల్లప్పుడూ పాఠ్యపుస్తక పద్ధతులతో ధృవీకరించుకోండి.
- పరీక్షల సమయంలో AIని ఉపయోగించవద్దు.

అవగాహన మరియు తార్కిక ఆలోచనను మెరుగుపరచుకోవడానికి మాత్రమే AIని వాడండి.

**AI గురించి అపోహలు మరియు వాస్తవాలు**

| అపోహ | వాస్తవం |
|---|---|
| AI మనుషులలా ఆలోచిస్తుంది. | AI కేవలం సూచనలను అనుసరిస్తుంది. దానికి భావాలు ఉండవు. |
| AI ఉపాధ్యాయుల స్థానాన్ని భర్తీ చేస్తుంది. | AI అభ్యాసానికి సహాయపడుతుంది, కానీ ఉపాధ్యాయులే విద్యార్థులకు మార్గదర్శకులు. |

**మీకు తెలుసా?**

కొన్ని కృత్రిమ మేధస్సు వ్యవస్థలు ఇప్పుడు నిపుణులైన గణిత శాస్త్రజ్ఞులకు కూడా సవాలుగా ఉండే చాలా కష్టమైన గణిత సమస్యలను పరిష్కరించగలవు. దీని గురించి మరింత సమాచారం కోసం AIని అడగండి.

AP SCERT

## Writing Effective Prompts in Mathematics

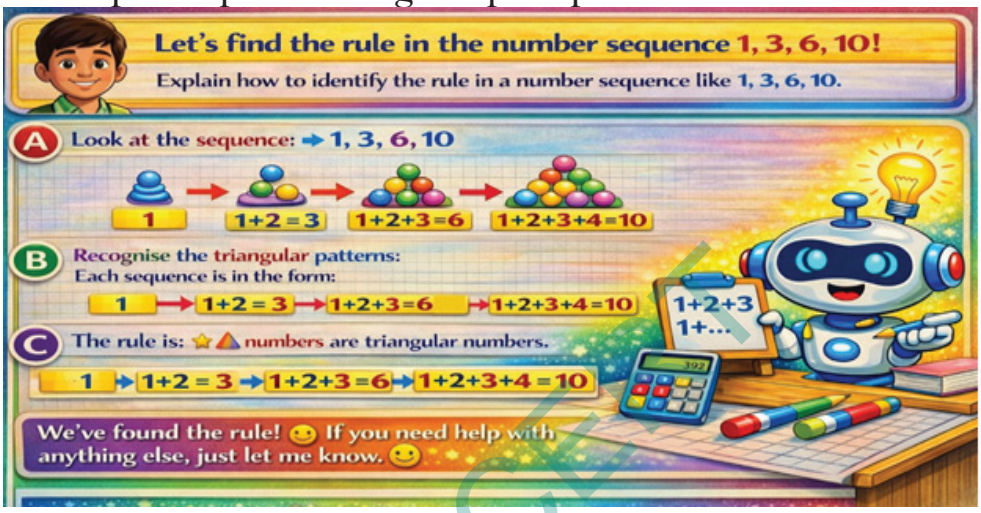
A prompt is a clear instruction given to an AI tool.A good Mathematics prompt should include:

Class level (Class 6)-Chapter name-Clear concept- Request for step-by-step explanation

**Example Prompts:**

1. "I am a Class 6 student from Chapter 1: Patterns in Mathematics. Explain how to identify the rule in a number sequence like 1,3, 6, 10."

   Here is the sample output for the given prompt.




## Types of Prompts in Mathematics Learning:

To obtain clear and meaningful responses from an AI tool, prompts should be written according to the purpose of learning. Prompts may be framed in three main ways:

1. **Concept Understanding Prompt :** This type of prompt helps in understanding a concept clearly in simple language.

   **Prompt :** "I am a Class 6 student from the chapter Lines and Angles. Please explain the difference between a line, a ray, and a line segment with simple diagrams."

2. **Comparison or Analytical Prompt:** This type of prompt helps in comparing ideas and developing reasoning skills.

   **Prompt :** "I am a Class 6 student from the chapter Data Handling and Presentation. Please explain the difference between a pictograph and a bar graph with a simple example and show how each represents data clearly."

3. **Application or Activity-Based Prompt :** This type of prompt helps in applying mathematical knowledge in real-life situations.

   **Prompt:** :"I am a Class 6 student from the chapter Number Play. Please create a real-life situation using a number table where I have to identify supercells by comparing neighboring numbers, and explain the solution step-by-step."

## Can AI Make Mistakes?

AI systems depend completely on the dataset used to train them. If data is incomplete or incorrect, AI may produce inaccurate outputs.

Therefore, AI-generated solutions must always be verified using textbook methods. AI supports learning but cannot replace teacher guidance or practice.

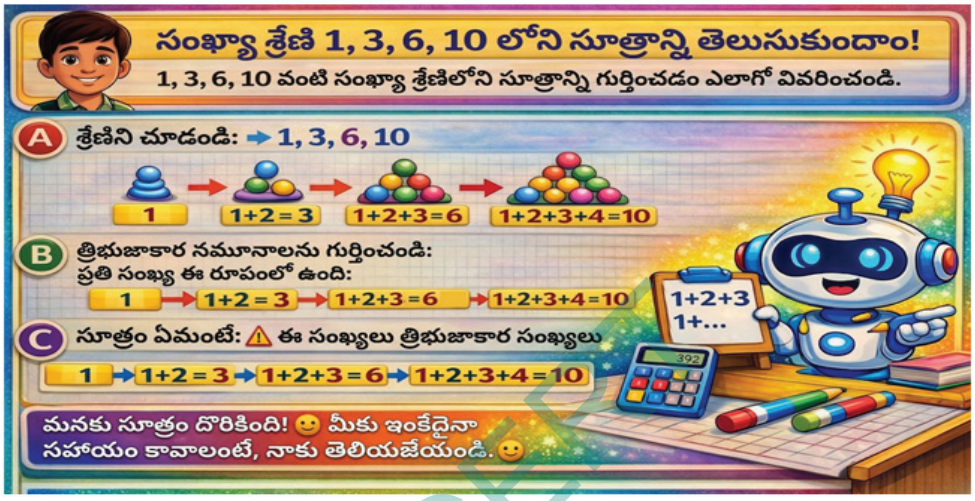
APSCERT

### గణితంలో సమర్థవంతమైన ప్రాంప్ట్‌లు రాయడం

'ప్రాంప్ట్' అంటే AI సాధనానికి ఇచ్చే స్పష్టమైన సూచన. ఒక మంచి గణిత ప్రాంప్ట్‌లో ఇవి ఉండాలి: తరగతి స్థాయి – అధ్యాయం పేరు – స్పష్టమైన భావన – దశల వారీ వివరణ కోసం అభ్యర్థన.

**ఉదాహరణ :** "నేను 6వ తరగతి విద్యార్థిని. చాప్టర్ 1: గణితంలో నమూనాలు. 1, 3, 6, 10 వంటి సంఖ్య క్రమంలో నియమాన్ని ఎలా గుర్తించాలో వివరించండి."

**ఇచ్చిన ప్రాంప్ట్ యొక్క నమూనా ఫలితం ఇక్కడ ఉంది:**




### గణిత అభ్యాసంలో ప్రాంప్ట్‌ల రకాలు:

**స్పష్టమైన ప్రతిస్పందనలను పొందడానికి, ప్రాంప్ట్‌లను మూడు విధాలుగా రూపొందించవచ్చు:**

1. **భావన అవగాహన ప్రాంప్ట్ :** ఒక భావనను సరళమైన భాషలో అర్థం చేసుకోవడానికి ఇది సహాయపడుతుంది.
   **ప్రాంప్ట్:** "నేను 6వ తరగతి విద్యార్థిని, రేఖలు మరియు కోణాల అధ్యాయం నుండి. దయచేసి సరళరేఖ, కిరణం మరియు రేఖాఖండం మధ్య తేడాలను చిత్రాలతో వివరించండి."
2. **విశ్లేషణాత్మక ప్రాంప్ట్ :** ఆలోచనలను పోల్చడానికి మరియు తార్కిక నైపుణ్యాలను పెంపొందించడానికి ఇది సహాయపడుతుంది.
   **ప్రాంప్ట్:** "నేను 6వ తరగతి విద్యార్థిని. 'దత్తాంశ నిర్వహణ మరియు ప్రదర్శన' అధ్యాయం నుండి పిక్టోగ్రాఫ్ మరియు బార్ గ్రాఫ్ మధ్య గల తేడాలను ఒక సాధారణ ఉదాహరణతో వివరించండి. డేటాను ప్రదర్శించడంలో ఇవి ఏ విధంగా ఉపయోగపడతాయో చూపండి."
3. **అన్వయ లేదా కృత్యాధార ప్రాంప్ట్ :** గణిత జ్ఞానాన్ని నిజ జీవిత పరిస్థితుల్లో అన్వయించడానికి ఇది సహాయపడుతుంది.
   **ప్రాంప్ట్:** "నేను 6వ తరగతి విద్యార్థిని. 'సంఖ్యలతో ఆట' అధ్యాయం నుండి, ఒక సంఖ్యా పట్టికను ఉపయోగించి ఒక నిజ జీవిత సందర్భాన్ని సృష్టించండి. అందులో పక్కపక్కనే ఉన్న సంఖ్యలను పోల్చడం ద్వారా నేను 'సూపర్ సెల్స్' ను గుర్తించాలి. ఆ పరిష్కారాన్ని నాకు దశలవారీగా వివరించండి."

### AI తప్పులు చేయగలదా?

AI వ్యవస్థలు వాటికి శిక్షణ ఇవ్వడానికి ఉపయోగించిన దత్తాంశంపై ఆధారపడి ఉంటాయి. డేటా అసంపూర్తిగా ఉంటే, AI తప్పుడు ఫలితాలను ఇవ్వవచ్చు.

అందువల్ల, AI పరిష్కారాలను ఎల్లప్పుడూ పాఠ్యపుస్తక పద్ధతులతో సరిచూసుకోవాలి. AI అభ్యాసానికి తోడ్పడుతుంది కానీ ఉపాధ్యాయుల మార్గదర్శకత్వానికి లేదా స్వయంగా చేసే సాధనకు ప్రత్యామ్నాయం కాదు.

APSCERT

## Chapter-wise AI-Supported Exploration

*Tasks for Students to Explore with AI (Mathematics – Semester 1)*

| Chapter | Foundational Level | Analytical Level | Creative Level |
|---|---|---|---|
| **Chapter 1 : Patterns in Mathematics** | • Identify and write the rule for simple number sequences.<br>• Classify numbers as even, odd, square, or triangular numbers. | • Analyse a given sequence and determine the missing terms.<br>• Compare two different sequences and explain their pattern differences. | • Create a newnumber sequence and explain the rule clearly.<br>• Design a visual pattern using shapes and describe its mathematical rule. |
| **Chapter 2 : Lines and Angles** | • Define point, line, ray, and angle with examples.<br>• Identify different types of angles in given diagrams. | •Compare two angles using reasoning or measurement.<br>•Analyse relationships between intersecting and parallel lines. | • Construct a geometric figure using different types of angles.<br>• Design a simple pattern usinangles and lines. |
| **Chapter 3 : Number Play** | • Identify number relationships using neighbouring comparisons.<br>• Solve puzzles based on taller-neighbour number patterns. | •Analyse number arrangements logically step-by-step.<br>•Solve reasoning problems using structured comparison. | • Create a logical puzzle based on number relationships.<br>• Design an activity showing step-by-step logical reasoning. |
| **Chapter 4 : Data Handling and Presentation** | • Collect data from classroom activities and organise it into a table.<br>• Draw a simple bar graph from given data. | •Calculate mean and median of a small dataset.<br>• Compare two datasets and interpret differences. | • Design a survey and represent findings graphically.<br>• Create a real-life problem involving average calculation and explain its interpretation. |
| **Chapter 5 : Prime Time** | • Identify factors using number-based activities.<br>• Find common factors of two given numbers. | • Analyse factor relationships step-by-step.<br>•Solve reasoning problems using common factors. | • Create a number activity using factors.<br>• Design a logical puzzle based on factors. |

AP SCERT

### Conclusion :

The first five chapters of Semester–1 develop essential mathematical skills such as pattern recognition, logical reasoning, data interpretation, and geometrical understanding. These skills form the foundation of intelligent systems.

With careful study, disciplined practice, and responsible use of technology, mathematical knowledge becomes meaningful and applicable in real-life situations.

## అధ్యాయాల వారీగా AI-మద్దతుతో అన్వేషణ
## విద్యార్థులు AI తో అన్వేషించవలసిన కృత్యాలు (గణితం - సెమిస్టర్ 1)

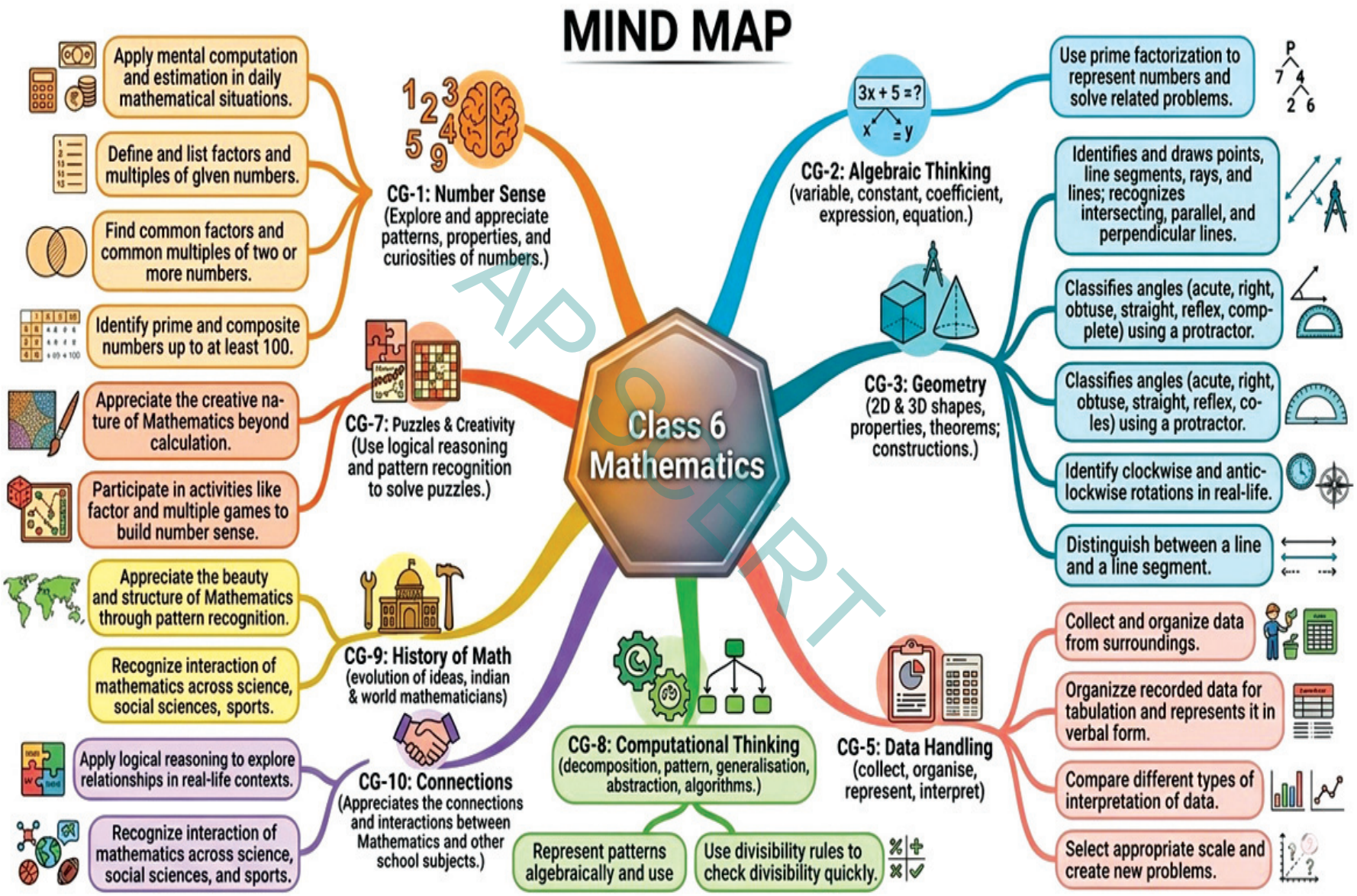
| అధ్యాయం | పునాది స్థాయి (Foundational) | విశ్లేషణాత్మక స్థాయి (Analytical) | సృజనాత్మక స్థాయి (Creative) |
|---|---|---|---|
| అధ్యాయం 1: గణితంలో నమూనాలు | • సాధారణ సంఖ్య క్రమాలను గుర్తించి, నియమాన్ని రాయడం.<br>• సంఖ్యలను సరి, బేసి, చతురస్ర లేదా త్రిభుజాకార సంఖ్యలుగా వర్గీకరించడం. | • ఇచ్చిన క్రమాన్ని విశ్లేషించి, లోపించిన పదాలను కనుగొనడం.<br>• రెండు వేర్వేరు క్రమాలను పోల్చి, వాటి నమూనాల మధ్య తేడాలను వివరించడం. | • ఒక కొత్త సంఖ్య క్రమాన్ని సృష్టించి, దాని నియమాన్ని వివరించడం.<br>• ఆకారాలను ఉపయోగించి దృశ్య నమూనాను రూపొందించి, దాని గణిత నియమాన్ని రాయడం. |
| అధ్యాయం 2 : రేఖలు మరియు కోణాలు | • బిందువు, రేఖ, కిరణం మరియు కోణాన్ని ఉదాహరణలతో నిర్వచించడం<br>• ఇచ్చిన చిత్రాలలో వివిధ రకాల కోణాలను గుర్తించడం. | • తర్కం లేదా కొలతల ద్వారా రెండు కోణాలను పోల్చడం.<br>• ఖండన రేఖలు మరియు సమాంతర రేఖల మధ్య సంబంధాలను విశ్లేషించడం | • వివిధ కోణాలను ఉపయోగించి ఒక జ్యామితీయ పటాన్ని నిర్మించడం.<br>• కోణాలు మరియు రేఖలతో ఒక సరళమైన నమూనాను రూపొందించడం. |
| అధ్యాయం 3 : సంఖ్యలతో ఆట | • పక్కపక్కనే ఉన్న సంఖ్యల పోలికలను ఉపయోగించి సంఖ్య మధ్య సంబంధాలను<br>• పొరుగుల ఉన్న పెద్ద సంఖ్యల నమూనాల ఆధారంగా పజిల్స్‌ను పరిష్కరించడం. | • సంఖ్యల అమరికలను దశల వారీగా తార్కికంగా విశ్లేషించడం.<br>• నిర్మాణాత్మక పోలికలను ఉపయోగించి రీజనింగ్ సమస్యలను పరిష్కరించడం. | • సంఖ్యా సంబంధాల ఆధారంగా ఒక తార్కిక పజిల్ రూపొందించడం.<br>• దశలవారీ తార్కిక ఆలోచనను చూపే ఒక కృత్యాన్ని రూపొందించడం. |
| అధ్యాయం 4 : దత్తాంశ నిర్వహణ మరియు ప్రదర్శన | • తరగతి గది కృత్యాల నుండి దత్తాంశాన్ని సేకరించి, పట్టికలో అమర్చడం.<br>• ఇచ్చిన దత్తాంశం ఆధారంగా ఒక సరళమైన బార్ గ్రాఫ్‌ను గీయడం. | • ఒక చిన్న దత్తాంశ సమితికి సగటు మరియు మధ్యగతం లెక్కించడం.<br>• రెండు వేర్వేరు దత్తాంశ సమితులను పోల్చి, వాటి వ్యత్యాసాలను వివరించడం. | • ఒక సర్వేను రూపొందించి, ఫలితాలను గ్రాఫ్ రూపంలో ప్రదర్శించడం.<br>• సగటు లెక్కింపుకు సంబంధించిన ఒక నిజ జీవిత సమస్యను సృష్టించి, దాని వివరణలను విశ్లేషించడం. |
| అధ్యాయం 5 : ప్రధాన సంఖ్యా సమయం | • సంఖ్యల ఆధారిత కృత్యాల ద్వారా కారణాంకాలను గుర్తించడం.<br>• ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యల యొక్క సామాన్య కారణాంకాలను కనుగొనడం. | • కారణాంకాల మధ్య సంబంధాలను దశలవారీగా విశ్లేషించడం.<br>• సామాన్య కారణాంకాలను ఉపయోగించి తార్కిక సమస్యలను సాధించడం. | • కారణాంకాలను ఉపయోగించి ఒక సంఖ్యా కృత్యాన్ని రూపొందించడం.<br>• కారణాంకాల ఆధారంగా ఒక తార్కిక పజిల్‌ను తయారు చేయడం. |

**ముగింపు :**

సెమిస్టర్-1 లోని మొదటి ఐదు అధ్యాయాలు నమూనా గుర్తింపు, తార్కిక ఆలోచన, దత్తాంశ విశ్లేషణ మరియు జ్యామితీయ అవగాహన వంటి అవసరమైన గణిత నైపుణ్యాలను అభివృద్ధి చేస్తాయి. ఈ నైపుణ్యాలే మేధో వ్యవస్థలకు పునాదిగా నిలుస్తాయి. జాగ్రత్తగా అధ్యయనం చేయడం, క్రమశిక్షణతో కూడిన సాధన మరియు సాంకేతికతను బాధ్యతాయుతంగా ఉపయోగించడం ద్వారా, గణిత జ్ఞానం అర్థవంతంగా మారుతుంది మరియు నిజ జీవిత పరిస్థితులలో అన్వయించబడుతుంది.

AP SCERT

# MIND MAP




© NCERT not to be republished