CLASS - 7

MATHEMATICS

SEMESTER - 1

Y1W5G1

© Government of Andhra Pradesh, Amaravati

First Published 2026

DISCLAIMER

Any form of copying of the content, information and illustrations from this textbook is a punishable offence.

All rights reserved

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published. Without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser. The copyright holder of this book is the Commissioner of School Education, Amaravati, Andhra Pradesh.

This book has been printed on 70 GSM, SS Maplitho, Title Page 220 GSM, White Artcard.

Published by Samagra Shiksha & SCERT - Government of Andhra Pradesh, Amaravati.

AP SCERT

Vande Mataram

Vande Mataram!

Sujalam, suphalam, malayaja shitalam,

Shasyashyamalam, Mataram!

Vande Mataram!

Shubhrajyotsna pulakitayaminim,

Phullakusumita drumadala shobhinim,

Suhasinim sumadhura bhashinim,

Sukhadam varadam, Mataram!

Vande Mataram, Vande Mataram!

- Bankimchandra Chatterji

వందేమాతరం

వందేమాతరం!
సుజలాం సుఫలాం మలయజ శీతలాం,
సస్యశ్యామలాం మాతరం!
వందేమాతరం!

శుభ్రజ్యోత్స్న పులకితయామినీం,
ఫుల్లకుసుమిత ద్రుమదళ శోభినీం
సుహాసినీం సుమధుర భాషిణీం,
సుఖదాం వరదాం మాతరం!
వందేమాతరం!

- బంకించంద్ర ఛటర్జీ

AP SCERT

Printed in India
at the A.P. Govt., Textbook Press,
Amaravati, Andhra Pradesh.

Our National Anthem | జాతీయ గీతం

Jana-gana-mana-adhinayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata
Panjaba-Sindhu-Gujarata-Maratha
Dravida-Utkala-Banga
Vindhya-Himachala-Yamuna-Ganga
uchchala-jaladhi-taranga
Tava Subha name jage,
tava subha asisa mage,
gahe tava jaya-gatha.
Jana-gana-mangala-dayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Jaya he, Jaya he, Jaya he,
jaya jaya jaya jaya he.

- Rabindranath Tagore

జనగణమన అధినాయక జయహే!
భారత భాగ్యవిధాతా!
పంజాబ, సింధు, గుజరాత, మరాఠా,
ద్రావిడ, ఉత్కళ, వంగా!
వింధ్య, హిమాచల, యమునా, గంగా!
ఉచ్చల జలధి తరంగా!
తవ శుభనామే జాగే!
తవ శుభ ఆశిష మాంగే
గాహే తవ జయగాథా!
జనగణ మంగళదాయక జయహే!
భారత భాగ్య విధాతా!
జయహే! జయహే! జయహే!
జయ జయ జయ జయహే!!

- రవీంద్రనాథ్ ఠాగూర్

AP SCERT

Pledge | ప్రతిజ్ఞ

"India is my country. All Indians are my brothers and sisters.
I love my country and I am proud of its rich and varied heritage.

I shall always strive to be worthy of it.

I shall give my parents, teachers and all elders respect,
and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.

To my country and my people, I pledge my devotion.
In their well-being and prosperity alone lies my happiness."

- Pydimarri Venkata Subba Rao

"భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరూ నా సహోదరులు.
నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్నమైన, బహువిధమైన నా దేశ వారసత్వ సంపద నాకు గర్వకారణం.
దీనికి అర్హత పొందడానికై సర్వదా నేను కృషి చేస్తాను.
నా తల్లిదండ్రుల్ని, ఉపాధ్యాయుల్ని, పెద్దలందర్ని గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితోను మర్యాదగా నడుచుకొంటాను.
జంతువులపట్ల దయతో ఉంటాను.
నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవానిరతితో ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను.
వారి శ్రేయోభివృద్ధులే నా ఆనందానికి మూలం."

- పైడిమర్రి వెంకట సుబ్బారావు

National Education Policy - 2020

The National Education Policy 2020 (NEP 2020) envisions a holistic, flexible, and learner-centred education system. It emphasizes competency-based learning and experiential approaches that make education meaningful and engaging. NEP 2020 highlights the importance of 21st-century skills such as critical thinking, creativity, communication, and problem-solving. It encourages the integration of real-life learning, innovation, and technology-enabled pedagogies. Overall, the policy aims to build an inclusive and future-ready education system that empowers every learner to thrive in a rapidly changing world.

NCF (SE) 2023 - Curricular Goals

Mathematics education in the middle stage (Grades 6–8) aims to nurture holistic development by building logical thinking, sound reasoning, and confident problem-solving skills in every learner. In alignment with NCF 2023, the focus shifts from rote memorization to deep conceptual understanding, encouraging students to explore, question, and connect mathematical ideas meaningfully. The Curriculum Goals and Competencies outlined in each chapter guide this journey by linking mathematical learning to real-world contexts, preparing students to apply their knowledge thoughtfully in everyday life.

AP SCERT

Curricular Goal	Description	Competencies
CG - 1	Understands numbers and sets of numbers (whole numbers, fractions, integers, rational numbers, and real numbers), looks for patterns, and appreciates relationships between numbers.	C-1.1: Develops a sense for and an ability to manipulate (e.g., read, write, form, compare, estimate, and apply operations) and name (in words) large whole numbers of up to 20 digits, and expresses them in scientific notation using exponents and powers. C-1.2: Discovers, identifies, and explores patterns in numbers and describes rules for their formation (e.g., multiples of 7, powers of 3, prime numbers), and explains relations between different patterns. C-1.3: Learns about the inclusion of zero and negative quantities as numbers, and the arithmetic operations on them, as given by Brahmagupta. C-1.4: Explores and understands sets of numbers, such as whole numbers, fractions, integers, rational numbers, and real numbers, and their properties, and visualises them on the number line. C-1.5: Explores the idea of percentage and applies it to solve problems. C-1.6: Explores and applies fractions (both as ratios and in decimal form) in daily-life situations.
CG - 2	Understands the concepts of variable, constant, coefficient, expression, and (one-variable) equation, and uses these concepts to solve meaningful daily-life problems with procedural fluency.	C-2.1: Understands equality between numerical expressions and learns to check arithmetical equations. C-2.2: Extends the representation of a number in the form of a variable or an algebraic expression using a variable. C-2.3: Forms algebraic expressions using variables, coefficients, and constants and manipulates them through basic operations. C-2.4: Poses and solves linear equations to find the value of an unknown, including to solve puzzles and word problems. C-2.5: Develops own methods to solve puzzles and problems using algebraic thinking.
CG - 3	Understands, formulates, and applies properties and theorems regarding simple geometric shapes (2D and 3D).	C-3.1: Describes, classifies, and understands relationships among different types of two- and three-dimensional shapes using their defining properties/attributes. C-3.2: Outlines the properties of lines, angles, triangles, quadrilaterals, and polygons and applies them to solve related problems. C-3.3: Identifies attributes of three-dimensional shapes (cubes, parallelepipeds, cylinders, cones), works hands-on with material to construct these shapes, and also uses two-dimensional representations of three-dimensional objects to visualise and solve problems. C-3.4: Draws and constructs geometric shapes, such as lines, parallel lines, perpendicular lines, angles, and simple triangles, with specified properties using a compass and straightedge. C-3.5: Understands congruence and similarity as it applies to geometric shapes and identifies similar and congruent triangles.

AP SCERT

Curricular Goal	Description	Competencies
CG - 6	Develops mathematical thinking and the ability to communicate mathematical ideas logically and precisely.	C-6.1: Applies both inductive and deductive logic to formulate definitions and conjectures, evaluate and produce convincing arguments/proofs to turn these definitions and conjectures into theorems or correct statements, particularly in the areas of algebra, elementary number theory, and geometry.
CG - 7	Engages with puzzles and mathematical problems and develops own creative methods and strategies to solve them.	C-7.1: Demonstrates creativity in discovering one's own solutions to puzzles and other problems, and appreciates the work of others in finding their own, possibly different, solutions. C-7.2: Engages in and appreciates the artistry and aesthetics of puzzle-making and puzzle-solving.
CG - 8	Develops basic skills and capacities of computational thinking, namely, decomposition, pattern recognition, data representation, generalisation, abstraction, and algorithms in order to solve problems where such techniques of computational thinking are effective.	C-8.1: Approaches problems using programmatic thinking techniques such as iteration, symbolic representation, and logical operations and reformulates problems into series of ordered steps (i.e., algorithmic thinking). C-8.2: Learns systematic counting and listing, systematic reasoning about counts and iterative patterns, and multiple data representations; learns to devise and follow algorithms, with an eye towards understanding correctness, effectiveness, and efficiency of algorithms.
CG - 9	Knows and appreciates the development of mathematical ideas over a period of time and the contributions of past and modern mathematicians from India and across the world.	C-9.1: Recognises how concepts (like counting numbers, whole numbers, negative numbers, rational numbers, zero, concepts of algebra, geometry) evolved over a period of time in different civilisations. C-9.2: Knows and appreciates the contributions of specific Indian mathematicians (such as Baudhayana, Pingala, Aryabhata, Brahmagupta, Virahanka, Bhaskara, and Ramanujan).
CG - 10	Knows about and appreciates the interaction of Mathematics with each of their other school subjects.	C-10.1: Recognizes how Mathematics interacts with Science, Social Science, Visual Arts, Music, Vocational Education, and Sports.

AP SCERT

CLASS - 7
MATHEMATICS
SEMESTER - 1
CONTENTS

S.No	Chapter Name	Month	Page.No
	Readiness Programme సంసిద్ధత కార్యక్రమం	June జూన్	2 - 45
1	Large Numbers Around Us మన చుట్టూ పెద్ద సంఖ్యలు	July జూలై	46 - 87
2	Arithmetic Expressions అంకగణిత సమాసాలు	July జూలై	88 - 135
3	A Peek Beyond the Point బిందువుకు అవతలి వైపు...	July - August జూలై - ఆగష్టు	136 - 205
4	Expressions using Letter-Numbers అక్షరాలు - సంఖ్యలతో సమాసాలు	August ఆగష్టు	206 - 257
5	Parallel and Intersecting Lines సమాంతర మరియు ఖండన రేఖలు	August - September ఆగష్టు - సెప్టెంబర్	258 - 305
6	Number Play సంఖ్యలతో ఆట	September సెప్టెంబర్	306 - 353
7	A Tale of Three Intersecting Lines మూడు ఖండన రేఖల కథ	September - October సెప్టెంబర్ - అక్టోబర్	354 - 411
	Answers		412 - 457
	Integrating Artificial Intelligence (AI) కృత్రిమ మేధతో అనుసంధానం	October అక్టోబర్	458 - 475
	Mind Map		476

Icons

Math Talk - Questions for Dicussion

Try This - Out of box thinking

Concept - Clarity

W1Q6K7
Teacher Corner

Z1N1W4
Student Corner

AP SCERT

DAY-1 1. LARGE NUMBERS AROUND US

Y6V7V4

Teacher Corner

- **Key Terms :** Digit, Place Value, Indian system, (Hindu-Arbic Number System) International System, Round Up, Round Down, Approximation
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Digit	Any symbol 0-9 forming a number.	7,24,305 has 6 digits.
Place Value	Value of digit based on position.	5 in 5,32,000 = 5,00,000.
Lakh	Smallest 6-digit number. 1,00,000 = 100 thousands.	–
Crore	Smallest 8-digit number. 100 lakhs = 1,00,00,000.	–
Approximation	Replacing exact value with nearby value.	76,068 ≈ 76,000.
Round Up	Approx. number > actual.	732 people → order 750 sweets.
Round Down	Approx. number < actual.	₹ 470 item → say ₹450.
Indian System	Commas: 3–2–2 pattern from right.	1,23,45,678
International System	Commas every 3 digits from right.	1,000,000 = 1 million = 10 lakhs.

AP SCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. One lakh is 1 followed by _____ zeroes.
2. Place value of 4 in 4,85,000 is _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. How many digits does 1 Crore have? ( )
   (a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9

DAY-1 1. మన చుట్టూ ఉన్న పెద్ద సంఖ్యలు

ఉపాధ్యాయుల విభాగం

- **ముఖ్య పదాలు :** అంకె, స్థాన విలువ, భారతీయ సంఖ్యామానం (హిందూ–అరబిక్ సంఖ్యామానం), అంతర్జాతీయ సంఖ్యా మానం, ఎక్కువకు సవరించడం, తక్కువకు సవరించడం, ఉజ్జాయింపు విలువ.
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	నిర్వచనం	ఉదాహరణ
అంకె	సంఖ్యను రూపొందించే 0–9 వరకు ఏదైనా సంజ్ఞ.	7,24,305 లో 6 అంకెలు ఉన్నాయి.
స్థాన విలువ	అంకె ఉన్న స్థానాన్ని బట్టి దాని విలువ.	5,32,000 లో 5 విలువ = 5,00,000.
లక్ష	అతిచిన్న 6–అంకెల సంఖ్య. 1,00,000 = 100 వేలు.	–
కోటి	అతిచిన్న 8–అంకెల సంఖ్య. 100 లక్షలు = 1,00,00,000.	–
ఉజ్జాయింపు విలువ	ఖచ్చితమైన విలువకు బదులుగా సమీప విలువను చెప్పడం.	76,068 ≈ 76,000.
ఎక్కువకు సవరించడం	అసలు సంఖ్య కంటే ఎక్కువ విలువకు మార్చడం.	732 మంది ఉంటే → 750 మిఠాయిలు ఆర్డర్ చేయడం.
తక్కువకు సవరించడం	అసలు సంఖ్య కంటే తక్కువ విలువకు మార్చడం.	₹ 470 వస్తువు ధరను → ₹ 450 అని చెప్పడం.
భారతీయ సంఖ్యామానం	కుడి నుండి 3–2–2 పద్ధతిలో కామాలు ఉంచడం.	1,23,45,678
అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం	కుడి నుండి ప్రతి 3 అంకెలకు కామాలు ఉంచడం.	1,000,000 = 1 మిలియన్ = 10 లక్షలు.

AP SCERT

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. ఒక లక్ష అంటే 1 తర్వాత _____ సున్నాలు ఉంటాయి.
2. 4,85,000 లో 4 యొక్క స్థాన విలువ = _____.

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు – సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. ఒక కోటిలో ఎన్ని అంకెలు ఉంటాయి? ( )

(ఎ) 6 (బి) 7 (సి) 8 (డి) 9

DAY-2 2. ARITHMETIC EXPRESSIONS

Teacher Corner

- **Key Terms :** Arithmetic Expression, value, operation, Terms, Brackets, Equation
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect eachconcept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Arithmetic Expression	A mathematical phrase with numbers and operations	12+5, 3×4, 5-3
Value of an Arithmetic expression	The result you get after calculating an expression.	13 + 2 = 15, so value is 15
Operation	+, -, ×, ÷	
Terms	Parts of an expression separated by '+' sign + (or) –	In 6×5+3, the terms are 6×5 and 3
Brackets	Symbols ( ) used to decide order of operation	30 + (5×4) → solve 5×4 first
Equation	A statement showing equality	15+7=22

AP SCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The value of the expression 8 × 5 is _____.
2. In 15 – 6, the terms are _____ and _____.
3. 30 + (4 × 5) = 30 + _____ = _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which expression has terms 6×3 and 7? ( )
   (a) 6+3×7 (b) 6×3+7 (c) (6+3)×7 (d) 6×(3+7)
2. What is the value of 50 – (12 + 8)? ( )
   (a) 30 (b) 70 (c) 46 (d) 42

DAY-2 ౨. అంకగణిత సమాసాలు

ఉపాధ్యాయుల విభాగం

- **ముఖ్య పదాలు :** అంకగణిత సమాసం, విలువ, పరిక్రియ, పదములు, బ్రాకెట్లు, సమీకరణం.
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	అర్థం	ఉదాహరణ
అంకగణిత సమాసం	సంఖ్యలు మరియు పరిక్రియలతో కూడిన గణిత పదబంధం	12+5, 3×4, 5−3
అంకగణిత సమాసము యొక్క విలువ	ఒక సమాసం లెక్కించిన తరువాత మీరు పొందే ఫలితం.	13+2=15, కాబట్టి విలువ 15
పరిక్రియ	+, −, ×, ÷	
పదం	'+' గుర్తు ద్వారా వేరుచేయబడ్డ సమాసం యొక్క భాగాలు + (లేదా) −	6×5+3 లో, పదాలు 6×5 మరియు 3
బ్రాకెట్లు	పరిక్రియల క్రమాన్ని నిర్ణయించడం కొరకు ఉపయోగించే చిహ్నాలు ( )	30 + (5×4) → మొదట 5×4 ని సాధించండి
సమీకరణం	సమానత్వాన్ని చూపించే ప్రవచనము	15+7=22

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. 8 × 5 సమాసం యొక్క విలువ _____.
2. 15 − 6 లో, పదాలు _____ మరియు _____.
3. 30 + (4 × 5) = 30 + _____ = _____.

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు – సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. ఏ సమీకరణానికి 6×3 మరియు 7 అనే పదాలు ఉన్నాయి? ( )
   (ఎ) 6+3×7 (బి) 6×3+7 (సి) (6+3)×7 (డి) 6×(3+7)
2. 50 − (12 + 8) విలువ ఎంత? ( )
   (ఎ) 30 (బి) 70 (సి) 46 (డి)7 42

AP SCERT

3. A PEEK BEYOND THE POINT

Teacher Corner

- **Key Terms :** One-tenth $\left(\frac{1}{10}\right)$, One-hundredth $\left(\frac{1}{100}\right)$, One-thousandth $\left(\frac{1}{1000}\right)$, Decimal Point. Decimal Notation, Place Value (Decimal), Comparing Decimals, Unit Conversion
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
One-tenth $\left(\frac{1}{10}\right)$	One part when a unit is split into 10 equal parts.	Ruler mm marks: each mark = $\left(\frac{1}{10}\right)$ cm = 0.1 cm
One-hundredth $\left(\frac{1}{100}\right)$	One part when a unit is split into 100 equal parts.	1 mm = $\left(\frac{1}{100}\right)$ cm = 0.01 cm
One-thousandth $\left(\frac{1}{1000}\right)$	One part when a unit is split into 1000 equal parts.	1 g = $\left(\frac{1}{1000}\right)$ kg = 0.001 kg
Decimal Point '.'	Dot separating the whole-number part from the fractional part.	In 7.05, dot separates 7 (units) from 05
Decimal Notation	Writing numbers with fractional parts using place value and dot.	$3 + \left(\frac{4}{10}\right) = 3.4$; 7 units and 5 hundredths = 7.05
Place Value (Decimal)	Tenths, Hundredths, Thousandths - Each place decreases 10 times from left to right	2.47: tenths = 4, hundredths = 7
Comparing Decimals	Compare digit by digit from the highest place value.	6.465 > 6.456 because hundredths: 6 > 5
Unit Conversion	Changing measurement using decimal unit relationships.	36 cm = 0.36 m ; 250 paise = Rs 2.50

AP SCERT

DAY-3 3. బిందువుకు అవతల వైపు

- **ముఖ్య పదాలు :** పదవ వంతు $\left(\frac{1}{10}\right)$, వందవ వంతు $\left(\frac{1}{100}\right)$, వెయ్యవ వంతు $\left(\frac{1}{1000}\right)$, దశాంశ బిందువు, దశాంశ సంజ్ఞామానపద్ధతి, స్థాన విలువ (దశాంశ), దశాంశాలను పోల్చడం, యూనిట్ల మార్పిడి. (ప్రమాణాల మార్పిడి)
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

ముఖ్యమైన పదం	నిర్వచనం	ఉదాహరణ
పదవ వంతు $\left(\frac{1}{10}\right)$ (దశాంశము)	ఒక ప్రమాణాన్ని 10 సమాన భాగాలుగా విభజించినప్పుడు వచ్చే ఒక భాగం.	స్కేలుపై ఉండే మిల్లీమీటర్ గుర్తులు: ప్రతి గుర్తు = $\left(\frac{1}{10}\right)$ సెం.మీ = 0.1 సెం.మీ
వందవ వంతు $\left(\frac{1}{100}\right)$ (శతాంశము)	ఒక ప్రమాణాన్ని 100 సమాన భాగాలుగా విభజించినప్పుడు వచ్చే ఒక భాగం.	1 మి.మీ = $\left(\frac{1}{100}\right)$ సెం.మీ = 0.01 సెం.మీ
వెయ్యవ వంతు $\left(\frac{1}{1000}\right)$ (సహస్రాంశము)	ఒక ప్రమాణాన్ని 1000 సమాన భాగాలుగా విభజించినప్పుడు వచ్చే ఒక భాగం.	1 గ్రాము = $\left(\frac{1}{1000}\right)$ కి.గ్రా = 0.001 కి.గ్రా
దశాంశ బిందువు '.'	పూర్ణ సంఖ్య భాగాన్ని మరియు భిన్న భాగాన్ని వేరు చేసే చుక్క.	7.05లో, బిందువు అనేది 7 (ఒకట్లు)ను మరియు 05ను వేరు చేస్తుంది.
దశాంశ సంజ్ఞామానం	స్థాన విలువ మరియు చుక్కను ఉపయోగిస్తూ భిన్న భాగాలతో సంఖ్యలను రాసే పద్ధతి.	$3 + \left(\frac{4}{10}\right) = 3.4$; 7 ఒకట్లు మరియు 5 లో వందవ వంతు (5 శతాంశాలు) = 7.05
స్థాన విలువ (దశాంశం)	పదవ వంతు, వందవ వంతు, వెయ్యవ వంతు – ఎడమ నుండి కుడికి వెళ్లే కొద్దీ ప్రతిదీ 10 రెట్లు తగ్గుతుంది.	2.47లో పదవ వంతు (దశాంశాలు) = 4, వందవ వంతు (శతాంశాలు) = 7
దశాంశాల పోలిక	అత్యధిక స్థాన విలువ నుండి అంకెను బట్టి అంకెను పోల్చడం.	6.465 > 6.456 ఎందుకంటే వందవ వంతుల (శతాంశాల) స్థానంలో: 6 > 5
ప్రమాణాల మార్పిడి	దశాంశ ప్రమాణాల సంబంధాలను ఉపయోగిస్తూ కొలతలను మార్చడం.	36 సెం.మీ = 0.36 మీ ; 250 పైసలు = రూ. 2.50

AP SCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. 1 unit = _____ one-tenths.
2. 10 one-hundredths = _____ one-tenth.
3. The decimal notation for 3 units and 4 one-tenths is _____.
4. 1 cm = _____ mm, so 1 mm = _____ cm.
5. 1 kg = 1000 g, so 85 g = _____ kg.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which decimal equals $\frac{7}{10} + \frac{5}{100}$? ( )

   (a) 7.5 (b) 0.75 (c) 75.0 (d) 0.705

2. Which of the following is the largest? ( )

   (a) 0.9 (b) 0.099 (c) 0.90 (d) 0.909

3. 70.5 means: ( )

   (a) 70 and 5 hundredths (b) 7 and 5 tenths

   (c) 70 and 5 tenths (d) 705 ones

C. Match the following.

Column A		Column B
1. 0.01	( )	A) $\frac{1}{1000}$ m (one-thousandth of a metre)
2. 1 mm	( )	B) Rs 1.00 (one rupee)
3. 100 paise	( )	C) 2 units and 7 one-tenths
4. 2.7	( )	D) One-hundredth $\frac{1}{100}$
5. 0.254 kg	( )	E) 254 grams

Note : The above key terms will also be helpful for understanding, the chapter "Another Peek Beyond the Point" in Semester 2.

AP SCERT

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. 1 యూనిట్ = _____ పదవ వంతులు.
2. 10 లో వందవ వంతు = _____ పదవ వంతు.
3. 3 యూనిట్లు మరియు 4 లో పదవ వంతు యొక్క దశాంశ సంజ్ఞామానం _____
4. 1 సెం.మీ = _____ మి.మీ, కాబట్టి 1 మి.మీ = _____ సెం.మీ.
5. 1 కి.గ్రా = 1000 గ్రా, కాబట్టి 85 గ్రా = _____ కి.గ్రా.

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు - సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. $\frac{7}{10} + \frac{5}{100}$ కు సమానమైన దశాంశ సంఖ్య ఏది? ( )

   (ఎ) 7.5 (బి) 0.75 (సి) 75.0 (డి) 0.705

2. కింది వాటిలో ఏది అతి పెద్దది? ( )

   (ఎ) 0.9 (బి) 0.099 (సి) 0.90 (డి) 0.909

3. 70.5 అంటే అర్థం: ( )

   (ఎ) 70 మరియు 5 లో వందవ వంతు (బి) 7 మరియు 5 లో పదవ వంతు

   (సి) 70 మరియు 5 లో పదవ వంతు (డి) 705 ఒకట్లు

C. జతపరచండి.

వరుస A		వరుస B
1. 0.01	( )	ఎ) $\frac{1}{1000}$ మీటర్ (మీటరులో వెయ్యవ వంతు)
2. 1 మి.మీ	( )	బి) రూ. 1.00 (ఒక రూపాయి)
3. 100 పైసలు	( )	సి) 2 యూనిట్లు మరియు 7 లో పదవ వంతు
4. 2.7	( )	డి) వందవ వంతు - $\frac{1}{100}$
5. 0.254 కి.గ్రా	( )	ఇ) 254 గ్రాములు

నోట్ : పైన పేర్కొన్న ముఖ్య పదాలు సెమిస్టర్ 2లోని "బిందువుకు అవతల మరొక....." అధ్యాయంను అర్థం చేసుకోవడానికి కూడా ఉపయోగపడతాయి.

AP SCERT

DAY-4 4. EXPRESSIONS USING LETTER-NUMBERS

Teacher Corner

- **Key Terms :** Letter-Number, Algebraic expression, like terms, distributive property,substiution
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Letter-Number variable	A letter standing for a number we don't know yet.	If Riya is 'n' years old, her father is n + 30 years old.
Algebraic Expression	A combination of letter-numbers and numbers using +, -, ×.	If the cost of one mango is ₹ m then the cost of 5 mangoes is ₹ 5 m.
Like Terms	Terms sharing the same letter-number.	$3a, 7a, -a, \frac{-3}{5}a$
Distributive Property	a(b + c) = ab + ac	3(x + 4) = 3x + 12
Substitution	Replace letter (variable) with a number to find the value.	If perimeter p = 4s, if s = 5 cm, then p = 4×5 = 20 cm.

AP SCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. In the expression 7n + 4, the term 7n means 7 _____ n.
2. The simplified form of 3p + 5p + 2p is _____.
3. If a = 5, then the value of 4a - 3 is _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which of these is an algebraic expression? ( )
   a) 5 + 3 b) 4n + 7 c) 12 × 2 d) 100 - 5
2. If p = 3, the value of 2p + 5 is: ( )
   a) 10 b) 8 c) 11 d) 13

DAY-4 4. అక్షర-సంఖ్యలను ఉపయోగించి సమాసాలు

ఉపాధ్యాయుల విభాగం

- **ముఖ్య పదాలు :** అక్షర-సంఖ్య, బీజీయసమాసం, సజాతిపదాలు, విభాగ న్యాయం, ప్రతిక్షేపణ
- **విషయ వివరణ - పదజాల అవగాహన :**

సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	నిర్వచనం	ఉదాహరణ
అక్షర-సంఖ్య (చరరాశి)	మనకు ఇంకా తెలియని సంఖ్యను సూచించడానికి వాడే అక్షరం.	రియా వయసు 'n' సంవత్సరాలైతే, ఆమె తండ్రి వయసు $n + 30$ సంవత్సరాలు.
బీజీయ సమాసం	అక్షర-సంఖ్యలు మరియు సంఖ్యలను +, -, × ద్వారా కలిపిన అమరిక.	ఒక మామిడి పండు వెల ₹ m అయితే, 5 మామిడి పండ్లు వెల ₹ 5m అవుతుంది.
సజాతి పదాలు	ఒకే అక్షర సంఖ్యను కలిగిన పదాలు.	$3a, 7a, -a, \frac{-3}{5}a$
విభాగ న్యాయం	$a(b + c) = ab + ac$	$3(x + 4) = 3x + 12$
ప్రతిక్షేపణ	విలువ కనుగొనడానికి చరరాశి (అక్షరం) స్థానంలో సంఖ్యను ఉంచి కనుగొనే పద్ధతి.	చుట్టుకొలత $p = 4s$ మరియు $s = 5$ సెం.మీ. అయితే, $p = 4\times5 = 20$ సె.మీ.

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. $7n + 4$ అనే సమాసంలో $7n$ అంటే 7 _____ n.
2. $3p + 5p + 2p$ యొక్క సూక్ష్మ రూపం _____ .
3. $a = 5$ అయితే, $4a - 3$ విలువ _____

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు - సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. వీటిలో బీజీయ సమాసం ఏది? ( )
   (ఎ) $5 + 3$ (బి) $4n + 7$ (సి) 12×2 (డి) $100 - 5$
2. $p = 3$ అయితే, $2p + 5$ విలువ: ( )
   (ఎ) 10 (బి) 8 (సి) 11 (డి) 13

AP SCERT

DAY-5 5. PARALLEL AND INTERSECTING LINES

- **Key Terms :** Intersecting Lines, Parallel Lines, Perpendicular Lines, Linear Pair, Vertically Opposite Angles, Transversal, Corresponding Angles, Alternate Angles
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition
Intersecting Lines	Two lines that meet at exactly one point on a plane.
Parallel Lines	Lines on the same plane that never meet, no matter how far extended.
Perpendicular Lines	Two lines that intersect at exactly 90° (a right angle).
Linear Pair	Two adjacent angles formed on a straight line; they always add up to 180°.
Vertically Opposite Angles	The pair of equal angles formed across the intersection when two lines cross.
Transversal	A line that crosses two or more other lines at different points.
Corresponding Angles	Angles in the same position at each intersection of a transversal with two lines.
Alternate Angles	Pair of angles on opposite sides of a transversal intersect two lines; equal when lines are parallel.

AP SCERT

DAY-5 5. సమాంతర మరియు ఖండన రేఖలు

ఉపాధ్యాయుల విభాగం

- **ముఖ్య పదాలు :** ఖండన రేఖలు, సమాంతర రేఖలు, లంబ రేఖలు, రేఖీయ ద్వయం, శీర్షాభిముఖ కోణాలు, తిర్యగ్రేఖ, సదృశకోణాలు, ఏకాంతర కోణాలు.
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	నిర్వచనము
ఖండన రేఖలు	ఒకే తలంలో ఉండి ఖచ్చితంగా ఒకే బిందువు వద్ద ఒకదానినొకటి కలుసుకొనే రేఖలు.
సమాంతర రేఖలు	ఒకే తలంలో ఉండి ఎంత పొడిగించినా కూడా ఎప్పటికి కలుసుకోని రేఖలు.
లంబరేఖలు	90° కోణంతో కలుసుకొనే రేఖలు.
రేఖీయ ద్వయం	ఒకే సరళరేఖపై ఏర్పడే రెండు ఆసన్న కోణాలు. వీటి మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 180°.
శీర్షాభిముఖ కోణాలు	రెండు రేఖలు ఖండించుకున్నప్పుడు, ఖండన బిందువు వద్ద ఎదురెదురుగా ఏర్పడే సమాన కోణాల జత.
తిర్యగ్రేఖ	రెండు లేదా అంతకన్నా ఎక్కువ రేఖలను వేర్వేరు బిందువుల వద్ద ఖండించే సరళరేఖ.
సదృశ కోణాలు	తిర్యగ్రేఖ రెండు రేఖలను ఖండించినప్పుడు, ప్రతి ఖండన బిందువు వద్ద ఒకే స్థానంలో ఉండే కోణాలు.
ఏకాంతర కోణాలు	రెండు రేఖల మధ్య తిర్యగ్రేఖకు వేర్వేరు ఖండన బిందువుల వద్ద ఇరువైపులా గల కోణాలు జత. రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నప్పుడు ఇవి సమానంగా ఉంటాయి.

AP SCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. Two lines on the same plane that never meet are called _____ lines.
2. Vertically opposite angles are always _____ to each other.
3. A _____ is a line that crosses two or more lines at different points.
4. Linear pairs always add up to _____.
5. If two lines are intersected by a transversal and formed corresponding angle pairs are equal then the two lines are _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Two lines intersecting at 90° are: ( )

   a) Parallel lines b) Perpendicular lines

   c) Adjacent lines d) Transversal lines

2. Vertically opposite angles are always: ( )

   a) 180° b) 90° c) Equal d) Supplementary

3. When a transversal intersects two parallel lines, Then formed alterate angles are: ( )

   a) Different b) Equal c) 90° each d) 180° each

C. Match the Following.

	Column A			Column B
1.	Lines that never meet	( )	A)	90°
2.	Sum of angles of a linear pair	( )	B)	Parallel
3.	Right angle measure	( )	C)	180°
4.	Vertically opposite angles are always	( )	D)	Equal

AP SCERT

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. ఒకే తలంలో ఉండి ఎప్పటికి కలుసుకోని రేఖలను ..... రేఖలు అంటారు.
2. శీర్షాభిముఖ కోణాలు ఎల్లప్పుడూ ఒకదానికొకటి ..... గా ఉంటాయి.
3. రెండు లేదా అంతకన్నా ఎక్కువ రేఖలను వేర్వేరు బిందువుల వద్ద ఖండించే రేఖను .....అంటారు.
4. రేఖీయ ద్వయంలోని కోణాల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ .....
5. రెండు రేఖలను తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడు సదృశ కోణాలు జతలు సమానం అయిన ఆ రెండు రేఖలు .....

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు - సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. రెండు రేఖలు 90° కోణంతో ఖండించుకుంటే అవి: ( )

   ఎ) సమాంతర రేఖలు బి) లంబరేఖలు

   సి) ఆసన్న రేఖలు డి) తిర్యగ్రేఖలు

2. శీర్షాభిముఖ కోణాలు ఎల్లప్పుడూ: ( )

   ఎ) 180° బి) 90° సి) సమానం డి) సంపూరకాలు

3. తిర్యగ్రేఖ రెండు సమాంతర రేఖలను ఖండించినప్పుడు ఏర్పడే ఏకాంతర కోణాలు: ( )

   ఎ) అసమానాలు బి) సమానాలు సి) ఒక్కొక్కటి 90° డి) ఒక్కొక్కటి 180°

C. జతపరచండి.

	వరుస A		వరుస B
1.	ఎప్పటికి కలుసుకోని రేఖలు	( )	ఎ) 90°
2.	రేఖీయ ద్వయం కోణాల మొత్తం	( )	బి) సమాంతర రేఖలు
3.	లంబకోణము	( )	సి) 180°
4.	శీర్షాభిముఖ కోణాలు ఎల్లప్పుడూ	( )	డి) సమానం

AP SCERT

6. NUMBER PLAY

Teacher Corner

- **Key Terms :** Even number, odd number, consecutive numbers, Magic square, sequence.
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Even Number	A number that can be split into equal parts (divisible by 2)	4, 8, 12, 100
Odd Number	A number that cannot be split into equal parts (not divisible by 2) ; leaves 1 leftover	3, 7, 11, 99
Consecutive Numbers	Numbers that follow one after another in order (n, n +1)	4 and 5; 11 and 12
Magic Square	A grid where every row, column & diagonal adds to the same number (magic sum)	3×3 grid using 1-9 with magic sum = 15
Sequence	A list of numbers following a specific rule	1, 2, 3, 5, 8, 13 (Virahanka sequence)

AP SCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. Adding any 5 odd numbers gives a _____ number.
2. The nth even number is expressed as _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. The magic sum for a 3×3 magic square using numbers 1-9 is: ( )
   (a) 9 (b) 12 (c) 15 (d) 45
2. What is the next number in the sequence 1, 2, 3, 5, 8, 13, ? ( )
   (a) 21 (b) 20 (c) 22 (d) 23

DAY-6 6. సంఖ్యలతో ఆట

ఉపాధ్యాయుల విభాగం

- **ముఖ్య పదాలు :** సరి సంఖ్యలు, బేసి సంఖ్యలు, వరుస సంఖ్యలు, మ్యాజిక్ స్క్వేర్, అనుక్రమం.
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	అర్థం	ఉదాహరణ
సరి సంఖ్య	సమాన భాగాలుగా విభజింపబడే సంఖ్యలు (2చే భాగించబడేవి)	4, 8, 12, 100.
బేసి సంఖ్య	సమాన భాగాలుగా విభజింపబడని సంఖ్యలు (2తో భాగించబడవు) ఎప్పుడూ ఒకటి మిగిలి ఉంటుంది.	3, 7, 11, 99
వరుస సంఖ్యలు	ఒకదాని తర్వాత ఒకటి వరుసగా వచ్చే సంఖ్యలు (n, n +1).	4 మరియు 5; 11 మరియు 12
మ్యాజిక్ స్క్వేర్	అడ్డు వరుసలు, నిలువు వరుసలు మరియు కర్ణాల మొత్తం సమానంగా ఉండే గ్రిడ్.	3×3 గ్రిడ్‌లో 1–9 వరకు అంకెలను ఉపయోగిస్తారు. అడ్డు వరుసలు, నిలువు వరుసలు మరియు కర్ణాల మొత్తం = 15
అనుక్రమం	ఒక నిర్దిష్ట నియమాన్ని అనుసరించే సంఖ్యల జాబితా.	1, 2, 3, 5, 8, 13 (విరహంకా అనుక్రమం)

విద్యార్థుల సంసిద్ధత – చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. ఏవైనా 5 బేసి సంఖ్యలను కలిపితే వచ్చే మొత్తం ఎల్లప్పుడూ _____ అవుతుంది.
2. 'n' వ సరి సంఖ్యను _____ గా సూచిస్తారు.

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు – సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. 1–9 అంకెలను ఉపయోగించి తయారు చేసిన 3×3 మ్యాజిక్ స్క్వేర్ యొక్క 'మ్యాజిక్ మొత్తం' ఎంత? ( )
   (ఎ) 9 (బి) 12 (సి) 15 (డి) 45
2. ఈ శ్రేణిలో తరువాత వచ్చు సంఖ్య 1, 2, 3, 5, 8, 13, ? ( )
   (ఎ) 21 (బి) 20 (సి) 22 (డి) 23

AP SCERT

7. A TALE OF THREE INTERSECTING LINES

Teacher Corner

- **Key Terms :** Triangle, vertex, equilateral triangle, isosceles triangle, scalene triangle, angle sum property, altitude, exterior angle
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition + Example
Triangle	A closed figure with 3 sides, 3 vertices, and 3 angles. e.g., In ΔABC, A, B, C are vertices.
Vertex (Vertices)	Corner point(s) where two sides of a triangle meet. e.g., Point B in ΔABC where sides AB and BC meet.
Equilateral Triangle	A triangle with all three sides equal in length. e.g., ΔABC with AB = BC = CA = 4 cm. Each angle = 60°.
Isosceles Triangle	A triangle with exactly two sides of equal length. e.g., ΔPQR with PQ = PR = 5 cm, QR = 3 cm.
Scalene Triangle	A triangle with all three sides of different lengths. e.g., ΔXYZ with XY = 3 cm, YZ = 4 cm, XZ = 5 cm.
Angle Sum Property	The sum of all three angles of any triangle equals 180°. e.g., In ΔABC, if $\angle A = 60°$ and $\angle B = 70°$, then $\angle C = 50°$.
Altitude	A perpendicular line drawn from a vertex to its opposite side. e.g., In ΔABC, the altitude from A meets BC at right angle (90°).
Exterior Angle	Angle formed between one extended side and the adjacent side. e.g., If $\angle A = 50°$, $\angle B = 60°$, exterior angle at C = 50° + 60° = 110°.

AP SCERT

DAY-7 7. మూడు ఖండన రేఖల కథ

ఉపాధ్యాయుల విభాగం

- **ముఖ్య పదాలు :** త్రిభుజము, శీర్షం, సమబాహు త్రిభుజము, సమద్విబాహు త్రిభుజము, విషమబాహు త్రిభుజము, కోణాల మొత్తం ధర్మం, ఉన్నతి, బాహ్య కోణము
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	నిర్వచనము + ఉదాహరణ
త్రిభుజం	3 భుజాలు, 3 శీర్షాలు మరియు 3 కోణాలు కలిగిన ఒక సంవృత పటం. ఉదాహరణకు, ΔABC, A, B, C లు శీర్షాలు.
శీర్షం (శీర్షాలు)	త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలు కలిసే మూల బిందువు (లు). ఉదాహరణకు, ΔABC లో AB మరియు BC భుజాలు కలిసే బిందువు B.
సమబాహు త్రిభుజం	మూడు భుజాలు సమాన పొడవు గల త్రిభుజం. ఉదాహరణకు, ΔABC లో $AB = BC = CA = 4$ సెం.మీ. ప్రతి కోణం = 60°.
సమద్విబాహు త్రిభుజం	సరిగ్గా రెండు భుజాలు సమాన పొడవు గల త్రిభుజం. ఉదాహరణకు, ΔPQR లో $PQ = PR = 5$ సెం.మీ, $QR = 3$ సెం.మీ.
విషమబాహు త్రిభుజము	మూడు భుజాలు వేర్వేరు పొడవులు కలిగిన త్రిభుజం. ఉదాహరణకు, ΔXYZ ఇందులో $XY = 3$ సెం.మీ., $YZ = 4$ సెం.మీ., $XZ = 5$ సెం.మీ.
కోణాల మొత్తం ధర్మం	ఏదైనా త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం 180° ఉంటుంది. ఉదాహరణకు, ΔABC లో, $\angle A = 60^\circ$ మరియు $\angle B = 70^\circ$ అయితే, $\angle C = 50^\circ$.
ఎత్తు / ఉన్నతి	ఒక శీర్షం నుండి దాని ఎదురు భుజానికి గీసిన లంబ రేఖ. ఉదాహరణకు, ΔABC లో, A నుండి గీసిన ఉన్నతి BC ని లంబకోణంలో (90°) కలుస్తుంది.
బాహ్య కోణం	ఒక పొడిగించిన భుజానికి మరియు ప్రక్కన ఉన్న భుజానికి మధ్య ఏర్పడిన కోణం. ఉదాహరణకు, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ అయితే, C వద్ద బాహ్య కోణం = $50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$.

AP SCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. A triangle has _____ sides, _____ vertices, and _____ angles.
2. In an equilateral triangle, all sides are _____ and each angle measures _____.
3. The sum of all angles of a triangle is always _____.
4. An altitude is _____ drawn from a vertex to the opposite side.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which of the following measurement sides can form a triangle?

   (a) 2 cm, 3 cm, 6 cm (b) 3 cm, 4 cm, 5 cm ( )

   (c) 1 cm, 2 cm, 5 cm (d) 10 cm, 15 cm, 30 cm

2. If two angles of a triangle are 65° and 70°, the third angle is:

   (a) 55° (b) 45° (c) 65° (d) 135° ( )

C. Match the Following.

Column A		Column B
1. Equilateral triangle	( )	A) Perpendicular from vertex to the opposite side
2. Scalene triangle	( )	B) All sides equal
3. Altitude	( )	C) All sides different
4. Exterior angle of a triangle	( )	D) Sum of two non-adjacent interior angles

AP SCERT

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. త్రిభుజానికి _____ భుజాలు_____ శీర్షాలు, మరియు _____ కోణాలుఉంటాయి.
2. ఒక సమబాహు త్రిభుజంలో, అన్ని భుజాలు _____ మరియు ప్రతి కోణం కొలత_____.
3. త్రిభుజంలోని అన్ని కోణాల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ _____.
4. ఒక శీర్షం నుండి ఎదుటిభుజానికి _____.గా ఉన్నతి గీయబడుతుంది.

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు - సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. క్రింది వాటిలో ఏయే భుజాల సమితి త్రిభుజాన్ని ఏర్పరచగలదు? ( )

   (ఎ) 2 సెం.మీ., 3 సెం.మీ., 6 సెం.మీ. (బి) 3 సెం.మీ., 4 సెం.మీ., 5 సెం.మీ.

   (సి) 1 సెం.మీ., 2 సెం.మీ., 5 సెం.మీ. (డి) 10 సెం.మీ., 15 సెం.మీ., 30 సెం.మీ.

2. ఒక త్రిభుజంలోని రెండు కోణాలు 65° మరియు 70° అయితే, మూడవ కోణం ఎంత? ( )

   (ఎ) 55° (బి) 45° (సి) 65° (డి) 135°

C. జతపరచండి.

వరుస A		వరుస B
1. సమబాహు త్రిభుజం	( )	ఎ) శీర్షం నుండి ఎదుటి భుజానికి గీసిన లంబం
2. విషమబాహు త్రిభుజము	( )	బి) అన్ని భుజాలు సమానం.
3. ఉన్నతి	( )	సి) అన్ని భుజాలు భిన్నంగా ఉంటాయి.
4. త్రిభుజం యొక్క బాహ్య కోణం	( )	డి) ఆసన్నం కాని రెండు అంతర కోణాల మొత్తానికి సమానం

AP SCERT

8. WORKING WITH FRACTIONS

- **Key Terms :** Fraction, Numerator, Denominator, Mixed fraction, reciprocal, quotient
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Fraction	A number that represents part of a whole when divided into equal parts. Written as $\frac{a}{b}$ where a is the numerator and b is the denominator.	$\frac{1}{2}$ of a pizza means 1 part out of 2 equal parts.
Numerator	The top number in a fraction; shows how many parts are taken.	In $\frac{3}{5}$, the numerator is 3.
Denominator	The bottom number in a fraction; shows total equal parts.	In $\frac{3}{5}$, the denominator is 5.
Mixed Fraction	A number with a whole part and a fraction part.	$2\frac{1}{4}$ (two and one-fourth)
Reciprocal (Multiplicative inverse)	Flip the fraction - swap numerator and denominator.	Reciprocal of $\frac{2}{3}$ is $\frac{3}{2}$.
Product	The result when two or more numbers are multiplied.	$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
Quotient	The result when one number is divided by another.	6 divided by $\frac{1}{4}$ = 24

AP SCERT

DAY-8 8. భిన్నాలతో పనిచేయడం

- **ముఖ్య పదాలు :** భిన్నం, లవం, హారం, మిశ్రమ భిన్నం, గుణకార విలోమం, భాగఫలం
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	నిర్వచనం	ఉదాహరణ
భిన్నం	ఒక మొత్తాన్ని సమభాగాలుగా విభజించినపుడు మొత్తం భాగంలో కొంత భాగాన్ని సూచించే సంఖ్య. దీనిని $\frac{a}{b}$ రూపంలో రాస్తారు. ఇందులో a లవం, b హారం.	పిజ్జాలో $\frac{1}{2}$ భాగం అంటే, సమానమైన 2 భాగాలలో 1 భాగం అని అర్థం.
లవం	భిన్నంలో పైన ఉండే సంఖ్య; మొత్తం భాగాలలో మనం తీసుకున్న భాగాలను ఇది తెలియజేస్తుంది.	$\frac{3}{5}$ లో, లవం 3.
హారం	భిన్నంలో కింద ఉండే సంఖ్య; ఇది మొత్తం ఎన్ని సమాన భాగాలు ఉన్నాయో తెలియజేస్తుంది.	$\frac{3}{5}$ లో, హారం 5.
మిశ్రమ భిన్నం	ఒక పూర్ణ సంఖ్య మరియు ఒక క్రమ భిన్నం కలిగి ఉన్న సంఖ్య.	$2\frac{1}{4}$ (రెండు మరియు నాలుగింట ఒక వంతు).
గుణకార విలోమం (వుత్క్రమము)	భిన్నాన్ని తలకిందులు చేయడం – అంటే లవం, హారాల స్థానాలను పరస్పరం మార్చడం.	$\frac{2}{3}$ యొక్క గుణకార విలోమం $\frac{3}{2}$.
లబ్ధం	రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యలను గుణించగా వచ్చే ఫలితం.	$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
భాగఫలం	ఒక సంఖ్యను మరొక సంఖ్యతో భాగించగా వచ్చే ఫలితం.	6 ను $\frac{1}{4}$ తో భాగిస్తే వచ్చే భాగఫలం 24.

AP SCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. In the fraction $\frac{5}{8}$, the numerator is _____.
2. The reciprocal of $\frac{3}{7}$ is _____.
3. When we multiply $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$, the product is _____.
4. Dividing $\frac{a}{b}$ by $\frac{c}{d}$ is same as multiplying $\frac{a}{b}$ with _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. What is $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$? ( )

   a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{6}{20}$ c) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{1}{2}$

2. What is $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$? ( )

   a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 2 d) 4

C. Match the Following.

Column A		Column B
1. Numerator of $\frac{5}{9}$	( )	A) $\frac{7}{4}$
2. Reciprocal of $\frac{4}{7}$	( )	B) $\frac{1}{12}$
3. Product of $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$	( )	C) 5

AP SCERT

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. $\frac{5}{8}$ అనే భిన్నంలో, లవం _____.
2. $\frac{3}{7}$ యొక్క గుణకార విలోమం _____.
3. మనం $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ ను గుణించినప్పుడు, వచ్చే లబ్ధం _____.
4. $\frac{a}{b}$ ని $\frac{c}{d}$ తో భాగించడం అనేది, $\frac{a}{b}$ ని _____ తో గుణించడంతో సమానం.

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు - సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ విలువ ఎంత? ( )

   ఎ) $\frac{5}{9}$ బి) $\frac{6}{20}$ సి) $\frac{6}{5}$ డి) $\frac{1}{2}$

2. $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ విలువ ఎంత? ( )

   ఎ) $\frac{1}{8}$ బి) $\frac{1}{2}$ సి) 2 డి) 4

C. జతపరచండి.

వరుస A		వరుస B
1. $\frac{5}{9}$ యొక్క లవం	( )	ఎ) $\frac{7}{4}$
2. $\frac{4}{7}$ యొక్క గుణకార విలోమం	( )	బి) $\frac{1}{12}$
3. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ యొక్క లబ్ధం	( )	సి) 5

AP SCERT

9. GEOMETRIC TWINS

Teacher Corner

- **Key Terms :** Triangle, Vertex (Vertices), Hypotenuse, Altitude, Congruent Figures, Corresponding Parts, Included Angle, Isosceles Triangle, Equilateral Triangle
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Meaning	Example
Congruent Figures	Figures with exactly the same shape and same size; one can be placed exactly over the other	Two identical coins; both triangles with sides 3 cm, 4 cm, 5 cm
Triangle	A closed figure with 3 sides (line segments) and 3 angles	A yield/warning road sign is triangular
Vertex (Vertices)	The corner points of a figure where two sides meet.	In ΔABC, the vertices are points A, B, and C
Corresponding Parts	Matching sides and angles in two congruent triangles that overlap when superimposed	In $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$: side AB corresponds to XY; $\angle A$ corresponds to $\angle X$
Included Angle	The angle formed between two sides of a triangle (the angle 'sandwiched' between those two sides)	In ΔABC, $\angle B$ is the included angle between sides AB and BC
Hypotenuse	The longest side of a right-angled triangle; always opposite the right angle (90°)	In a right triangle with sides 3 cm , 4 cm, 5 cm - the side of 5 cm is the hypotenuse
Isosceles Triangle	A triangle with exactly two equal sides; the angles opposite those equal sides are also equal	A triangle with sides 5 cm, 5 cm, 7 cm is isosceles

AP SCERT

DAY-9 9. జ్యామితీయ కవలలు

- **ముఖ్య పదాలు :** త్రిభుజం, శీర్షం (శీర్షాలు), కర్ణం, ఉన్నతి, సర్వసమానఆకారాలు, అనురూప భాగాలు, అంతర్గత కోణం, సమద్విబాహు త్రిభుజం, సమబాహు త్రిభుజం
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

  సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	అర్థం	ఉదాహరణ
సర్వసమాన పటాలు	ఖచ్చితంగా ఒకే ఆకారం మరియు ఒకే పరిమాణం గల పటాలు; ఒకటి మరొకదానిపై ఖచ్చితంగా ఉంచవచ్చు.	రెండు ఒకేలాంటి నాణెములు, 3 సెం.మీ, 4 సెం.మీ, 5 సెం.మీ భుజాలుగా గల రెండు త్రిభుజాలు.
త్రిభుజం	3 భుజాలు (రేఖాఖండాలు) మరియు 3 కోణాలు కలిగిన ఒక సంవృత ఆకారం	దారి ఇవ్వమని/హెచ్చరిక ఇచ్చే రోడ్డు గుర్తు త్రిభుజాకారంలో ఉంటుంది.
శీర్షం (శీర్షాలు)	ఒక ఆకారంలో రెండు భుజాలు కలిసే మూల బిందువులు	ΔABC లో, శీర్షాలు A, B మరియు C బిందువులు.
అనురూప భాగాలు	ఒకదానిపై ఒకటి అమర్చినప్పుడు ఏకీభవించే విధంగా ఉన్న రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలలో అనురూప భుజాలు మరియు కోణాలు	$\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ లో: AB భుజం XY కి అనురూపంగా ఉంటుంది; $\angle A$, $\angle X$కి అనురూపంగా ఉంటుంది.
అంతర్గత కోణం	త్రిభుజంలోని రెండు భుజాల మధ్య ఏర్పడిన కోణం (ఆ రెండు భుజాల మధ్య వున్న కోణం)	ΔABC లో, $\angle B$ అనేది AB మరియు BC భుజాల మధ్య ఉన్న కోణం.
కర్ణం	లంబకోణ త్రిభుజంలో అతి పొడవైన భుజం; ఎల్లప్పుడూ లంబకోణానికి (90°) ఎదురుగా ఉంటుంది.	3 సెం.మీ, 4 సెం.మీ, 5సెం.మీ భుజాలు గల లంబకోణ త్రిభుజంలో, 5 సెం.మీ భుజం కర్ణం అవుతుంది.
సమద్విబాహు త్రిభుజం	ఖచ్చితంగా రెండు సమాన భుజాలు కలిగిన త్రిభుజం; ఆ సమాన భుజాలకు ఎదురుగా ఉండే కోణాలు కూడా సమానంగా ఉంటాయి.	5సెం.మీ, 5సెం.మీ, 7సెం.మీ భుజాలు గల త్రిభుజం సమద్విబాహు త్రిభుజం.

AP SCERT

Term	Meaning	Example
Equilateral Triangle	A triangle with all three sides equal; all three angles are also equal, each measuring 60°	An equilateral triangle with each side 6 cm has each angles = 60°
Altitude	A perpendicular line segment drawn from a vertex to the opposite side (or its extension)	The height of a triangle drawn at 90° to the base

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. Two figures are _____ if they have the same shape and same size.
2. In a right triangle, the side opposite to the 90° angle is called the _____.
3. All three angles of an equilateral triangle each measure _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which condition does NOT guarantee congruence? ( )
   (a) SSS (b) SAS (c) SSA (d) RHS
2. In $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$, the side corresponding to BC is: ( )
   (a) XY (b) YZ (c) XZ (d) ZX

C. Match the Following.

	Column A		Column B
1.	SSS	( )	A) 2 sides + included angle equal
2.	SAS	( )	B) right angle + hypotenuse + 1 side equal
3.	RHS	( )	C) all 3 corresponding sides equal

AP SCERT

పదం	అర్థం	ఉదాహరణ
సమబాహు త్రిభుజం	మూడు భుజాలు సమానంగా ఉండే త్రిభుజం, మూడు కోణాలు కూడా సమానంగా ఉంటాయి. ప్రతి కోణం = 60°	ప్రతి భుజం 6 సెం.మీ. గా గల సమబాహు త్రిభుజంలో ప్రతి కోణం 60° ఉంటుంది.
ఉన్నతి	ఒక శీర్షం నుండి ఎదుటి భుజానికి (లేదా దాని పొడిగింపుకు) గీసిన లంబ రేఖాఖండం	భూమికి 90° కోణంలో గీసిన త్రిభుజం యొక్క ఎత్తు

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. ఒకే ఆకారం మరియు ఒకే పరిమాణం గల పటాలను _____ అంటారు.
2. లంబకోణ త్రిభుజంలో, 90° కోణానికి ఎదురుగా ఉన్న భుజాన్ని _____ అని పిలుస్తారు
3. ఒక సమబాహు త్రిభుజంలోని ప్రతీ కోణం కొలత _____ .

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు – సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. కింది వాటిలో ఏ షరతు సర్వసమానతకు హామీ ఇవ్వదు? ( )

   (ఎ) భు. భు. భు (బి) భు. కో. భు (సి) భు. భు. కో (డి) లం. క. భు

2. $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ అయితే BC యొక్క అనురూపభుజము : ( )

   (ఎ) XY (బి) YZ (సి) XZ (డి) ZX

C. జతపరచండి.

	వరుస A		వరుస B
1.	SSS	( )	ఎ) 2 అనురూప భుజాలు + వాటి మధ్య కోణం సమానం
2.	SAS	( )	బి) లంబకోణం + కర్ణం + 1 అనురూప భుజం సమానం
3.	RHS	( )	సి) మూడు అనురూప భుజాలు సమానం

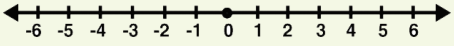
AP SCERT

DAY-10 10. OPERATIONS WITH INTEGERS

Teacher Corner

- **Key Terms :** Integer, Positive Integer, Negative Integer, Additive Inverse, Number Line, Magnitude, Multiplier, Multiplicand
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

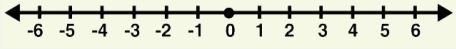
Term	Meaning	Example
Integer	The set of natural numbers and their negatives, including zero. No fractions or decimals.	..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...
Positive Integer	A natural number which is greater than zero; placed to the right of 0 on a number line.	+5, +12, +100 (the '+' sign is often not written)
Negative Integer	A natural number less than zero; placed to the left of 0 on a number line.	-3, -15, -200 (temperature below 0°C; debt in money)
Additive Inverse	The additive inverse of a number a is -a. Adding a number and its additive inverse always gives 0.	Additive inverse of 7 is -7. Additive inverse of -12 is 12.
Number Line	A straight line with 0 at the centre; positive integers to the right and negative integers to the left.	

AP SCERT

DAY-10 10. పూర్ణ సంఖ్యలతో పరిక్రియలు

- **ముఖ్య పదాలు :** పూర్ణ సంఖ్య, ధన పూర్ణ సంఖ్య, రుణ పూర్ణ సంఖ్య, సంకలన విలోమం, సంఖ్యా రేఖ, పరిమాణం, గుణకం, గుణ్యం.
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	అర్థం	ఉదాహరణ
పూర్ణ సంఖ్యలు	సున్నా, ధన సంఖ్యలు మరియు రుణ సంఖ్యల సమూహం. ఇందులో భిన్నాలు లేదా దశాంశాలు ఉండవు.	..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...
ధన పూర్ణ సంఖ్యలు	సున్నా కంటే పెద్దదైన పూర్ణాంకం సంఖ్య. సంఖ్యా రేఖపై ఇది '0' కి కుడి వైపున ఉంటుంది.	+5, +12, +100 (సాధారణంగా '+' గుర్తును రాయము)
రుణ పూర్ణ సంఖ్యలు	సున్నా కంటే తక్కువైన పూర్ణాంకం సంఖ్య. సంఖ్యా రేఖపై ఇది '0' కి ఎడమ వైపున ఉంటుంది.	−3, −15, −200 ($0^\circ C$ కంటే తక్కువ ఉష్ణోగ్రత; అప్పుగా ఉన్న డబ్బు)
సంకలన విలోమం	ఒక సంఖ్య 'a' కి సంకలన విలోమం '-a'. ఒక సంఖ్యను దాని సంకలన విలోమానికి కలిపితే ఫలితం ఎల్లప్పుడూ '0' వస్తుంది.	7 యొక్క సంకలన విలోమం −7. −12 యొక్క సంకలన విలోమం 12.
సంఖ్యా రేఖ	మధ్యలో '0' ఉండి, కుడి వైపున ధన పూర్ణ సంఖ్యలు, ఎడమ వైపున రుణ పూర్ణ సంఖ్యలు ఉండే సరళ రేఖ.	

AP SCERT

Term	Meaning	Example
Magnitude	The size or absolute value of a number, ignoring its sign (direction).	Magnitude of -8 is 8. Magnitude of +8 is also 8.
(+) × (+) or (-) × (-)	Product is always POSITIVE	(+5) × (+6) = +30, (-5) × (-6) = +30
(+) × (-) or (-) × (+)	Product is always NEGATIVE	(+5) × (-6) = -30 or (-5) × (+6)=-30
Multiplier / Multiplicand	In a × b: 'a' is the multiplier (how many times) and 'b' is the multiplicand (what is multiplied).	In (-4) × 3: multiplier = -4, multiplicand = 3, product = -12

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The additive inverse of -17 is _____.
2. (-6) × (-9) = _____ because both integers have _____ signs.
3. -1 × (25) = _____ (Hint: -1 × a = -a)

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1, What is (-8) × (+7)? ( )

(a) +56 (b) -56 (c) +15 (d) -15

C. Match the Following.

	Column A		Column B
1.	(-12) ÷ (-4)	( )	A) +3
2.	(+12) ÷ (-4)	( )	B) -4
3.	(-12) ÷ (+3)	( )	C) -3

AP SCERT

పదం	అర్థం	ఉదాహరణ
పరిమాణం	గుర్తుతో (దిశతో) సంబంధం లేకుండా ఒక సంఖ్య యొక్క విలువ.	−8 యొక్క పరిమాణం 8. +8 యొక్క పరిమాణం కూడా 8.
(+) × (+) లేదా (−) × (−)	లబ్ధం ఎల్లప్పుడూధనాత్మకం అవుతుంది.	(+5) × (+6) = +30 (−5) × (−6) = +30
(+) × (−) లేదా (−) × (+)	లబ్ధం ఎల్లప్పుడూరుణాత్మకం అవుతుంది.	(−5) × (−6) = −30 (−5) × (+6) = −30
గుణకం / గుణ్యం	a × b లో: 'a' అనేది గుణకం (ఎన్ని సార్లు), 'b' అనేది గుణ్యం (దేనిని గుణించాలి).	(−4) × 3 లో: గుణకం = −4, గుణ్యం = 3, లబ్ధం = −12.

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. −17 యొక్క సంకలన విలోమం _____.
2. (−6) × (−9) = _____ ఎందుకంటే రెండుపూర్ణ సంఖ్యలు _____ గుర్తులను కలిగి ఉన్నాయి.
3. −1 × (25) = _____ (సూచన: -1 × a = -a)

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు – సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. (−8) × (−7) విలువ ఎంత? ( )

   (ఎ) +56 (బి) −56 (సి) +15 (డి) −15

C. జతపరచండి.

	వరుస A		వరుస B
1.	(-12) ÷ (-4)	( )	ఎ) +3
2.	(+12) ÷ (-4)	( )	బి) -4
3.	(-12) ÷ (+3)	( )	సి) -3

AP SCERT

DAY-11 11. FINDING COMMON GROUNDS

Teacher Corner

- **Key Terms :** Factor, Multiple, Prime Number, Composite Number, Prime Factorisation, Common Factor, Co-prime Numbers, LCM, HCF
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition	Example
Factor	A number that divides another number exactly, leaving no remainder.	Factors of 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12
Multiple	A number obtained by multiplying a given number by any positive whole number.	Multiples of 4: 4, 8, 12, 16, 20, ...
Prime Number	A positive integer greater than 1 that has only 1 and itself as factors.	2, 3, 5, 7, 11, 13 are primes
Composite Number	A positive integer greater than 1 that has more than two factors (i.e., not prime).	12 is composite: factors are 1, 2, 3, 4, 6, 12
Prime Factorisation	Writing a number as a product of its prime factors only.	$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ (all factors are primes)
Common Factor	A number that is a factor of two or more given numbers.	Common factors of 12 and 18: 1, 2, 3, 6

AP SCERT

DAY-11 11. ఉమ్మడి అంశాల అన్వేషణ

- **ముఖ్య పదాలు :** కారణాంకం, గుణిజం, ప్రధాన సంఖ్య, సంయుక్త సంఖ్య, ప్రధాన కారణాంక విభజన, ఉమ్మడి కారణాంకం, పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు, క.సా.గు, గ.సా.భా
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	నిర్వచనం	ఉదాహరణ
కారణాంకం	ఒక సంఖ్యను శేషం లేకుండా ఖచ్చితంగా భాగించే సంఖ్య.	12 యొక్క కారణాంకాలు: 1, 2, 3, 4, 6, 12
గుణిజం	ఒక సంఖ్యను ఏదైనా ధన పూర్ణాంకంతో గుణించగా వచ్చే సంఖ్య.	4 యొక్క గుణిజాలు: 4, 8, 12, 16, 20, ...
ప్రధాన సంఖ్య	1 కంటే పెద్దదై, కేవలం 1 మరియు అదే సంఖ్య మాత్రమే కారణాంకాలుగా కలిగిన ధనపూర్ణ సంఖ్య.	2, 3, 5, 7, 11, 13 ప్రధాన సంఖ్యలు
సంయుక్త సంఖ్య	1 కంటే పెద్దదై, రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు కలిగిన ధనపూర్ణ సంఖ్య (అనగా ప్రధాన సంఖ్య కానిది).	12 ఒక సంయుక్త సంఖ్య: కారణాంకాలు 1, 2, 3, 4, 6, 12
ప్రధాన కారణాంక విభజన	ఒక సంఖ్యను కేవలం దాని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయడం.	$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ (అన్ని కారణాంకాలు ప్రధాన సంఖ్యలే)
ఉమ్మడి కారణాంకం	రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యలకు కారణాంకముగా ఉండే సంఖ్య.	12 మరియు 18 ల ఉమ్మడి కారణాంకాలు: 1, 2, 3, 6

AP SCERT

Term	Definition	Example
Common Multiple	A number that is a multiple of two or more given numbers.	Common multiples of 4 and 6: 12, 24, 36, ...
Co-prime Numbers	Two numbers whose common factor is only 1 (their HCF = 1).	8 and 15 are co-prime: HCF = 1
HCF (Highest Common Factor)	The largest number that divides two or more numbers exactly. This is Also called GCD.	HCF of 12 and 16 is 4
LCM (Lowest Common Multiple)	The smallest number that is a common multiple of two or more numbers.	LCM of 6 and 8 is 24

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The Common Factors of 12 and 16 are _____.
2. The LCM of 6 and 8 is _____ because it is the _____ common multiple.
3. The prime factorisation of 90 is 2 × 3 × _____ × _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. What is the HCF of 45 and 75? ( )
   (a) 5 (b) 15 (c) 3 (d) 75
2. The LCM of two co-prime numbers p and q is: ( )
   (a) p + q (b) p × q (c) HCF (d) Cannot be found

AP SCERT

పదం	నిర్వచనం	ఉదాహరణ
ఉమ్మడి గుణిజం	రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యలకు గుణిజముగా ఉండే సంఖ్య.	4 మరియు 6 ల ఉమ్మడి గుణిజాలు: 12, 24, 36, ...
సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు సహ ప్రధాన సంఖ్యలు/ పరస్పర ప్రధానాంకాలు	1 మాత్రమే ఉమ్మడి కారణాంకంగా కలిగిన రెండు సంఖ్యలు (వాటి గ.సా.భా = 1).	8 మరియు 15 సహ ప్రధాన సంఖ్యలు: గ.సా.భా = 1
గ.సా.భా (గరిష్ఠ సామాన్య భాజకం)	రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యలను ఖచ్చితంగా భాగించే అతిపెద్ద సంఖ్య. దీనినే గ.సా.కా (GCD) అని కూడా అంటారు.	12 మరియు 16 ల గ.సా.భా = 4
క.సా.గు (కనిష్ఠ సామాన్య గుణిజం)	రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యలకు ఉమ్మడి గుణిజముగా ఉండే అతిచిన్న సంఖ్య.	6 మరియు 8 ల క.సా.గు = 24

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. 12 మరియు 16 ల ఉమ్మడి కారణాంకాలు _____.
2. 6 మరియు 8 ల క.సా.గు _____ఎందుకంటే ఇది అతి _____ ఉమ్మడి గుణిజం.
3. 90 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన 2 × 3 × _____ × _____.

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు – సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. 45 మరియు 75 ల గ.సా.భా ఎంత? ( )

   (ఎ) 5 (బి) 15 (సి) 3 (డి) 75

2. రెండు సహ ప్రధాన సంఖ్యలు p మరియు q ల క.సా.గు: ( )

   (ఎ) p + q (బి) p × q (సి) గ.సా.భా (డి) కనుగొనలేము

AP SCERT

DAY-12 12. CONNECTING THE DOTS

Teacher Corner

- **Key Terms :** Statistics, Data, Arithmetic Mean (Average), Median, Range
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition & Example
Data	A collection of numbers or facts gathered for study. Example: Marks scored by students in a test: 45, 60, 72, 38, 55
Statistics	The study of collecting, organising, analysing, interpreting, and presenting data. Example: Finding the average score summative assessment of a class is a statistical task.
Arithmetic Mean (Average)	Sum of all values ÷ Number of values. It balances the highs and lows. Example: Mean of 3, 7, 5 = (3+7+5) ÷ 3 = 15 ÷ 3 = 5
Median	The middle value of sorted data. If two middle values exist, take their average. Example: Sorted data: 2, 5, 7, 9, 12 → Median = 7
Range	Difference between the maximum and minimum value in the data. Example: Prices 25, 30, 59 → Range = 59 - 25 = 34

APSCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The mean of 4, 8, 6, 2 = _____
2. The median of 3, 7, 1, 9, 5 (sorted: _____) = _____

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which is a statistical question? ( )
   (a) How many legs does a dog have?
   (b) Average height of the students in your class?
   (c) What is 5 × 6?
   (d) Is water wet?

DAY-12 12. బిందువులను అనుసంధానించడం

- **ముఖ్య పదాలు :** గణాంకాలు, దత్తాంశాలు, అంకమధ్యమం (సగటు), మధ్యగతం, వ్యాప్తి
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	నిర్వచనం & ఉదాహరణ
డేటా	అధ్యయనం కోసం సేకరించిన సంఖ్యలు లేదా విషయాల సమాహారం. ఉదాహరణ: విద్యార్థుల మార్కులు: 45, 60, 72, 38, 55
సాంఖ్యక శాస్త్రం	దత్తాంశంను (డేటాను) సేకరించడం, వ్యవస్థీకరించడం, విశ్లేషించడం, అర్థం చేసుకోవడం మరియు ప్రదర్శించడం చేసే అధ్యయనం. ఉదాహరణ: ఒక తరగతి సంగ్రహణాత్మక మూల్యాంకనంలో సగటు మార్కులు కనుగొనడం
సగటు	అన్ని విలువల మొత్తం ÷ విలువల సంఖ్య. ఇది గరిష్ఠ, కనిష్ఠ విలువలను సమతుల్యం చేస్తుంది. ఉదాహరణ: 3, 7, 5 యొక్క సగటు = (3 + 7 + 5) ÷ 3 = 15 ÷ 3 = 5
మధ్యగతం	డేటాను క్రమపద్ధతిలో అమర్చినప్పుడు మధ్యలో వచ్చే విలువ. రెండు మధ్య విలువలు ఉంటే వాటి సగటు తీసుకోవాలి. ఉదాహరణ: 2, 5, 7, 9, 12 → మధ్యగతం = 7
వ్యాప్తి	గరిష్ట మరియు కనిష్ట విలువల మధ్య తేడా. ఉదాహరణ: 25, 30, 59 → వ్యాప్తి = 59 – 25 = 34

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. 4, 8, 6, 2 ల సగటు = _____
2. 3, 7, 1, 9, 5 ల మధ్యగతం (క్రమబద్ధీకరించగా: _____) = _____

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు – సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. కింది వాటిలో ఏది సాంఖ్యక ప్రశ్న? ( )
   (ఎ) కుక్కకు ఎన్ని కాళ్లు ఉంటాయి?
   (బి) మీ తరగతిలోని విద్యార్థుల సగటు ఎత్తు ఎంత?
   (సి) 5 × 6 ఎంత?
   (డి) నీరు తడిగా ఉంటుందా?

AP SCERT

13. CONSTRUCTION AND TILING

Teacher Corner

- **Key Terms :** Line Segment,Bisection, Perpendicular, Perpendicular Bisector, Midpoint, Angle, Angle Bisector, Congruent Triangles, Regular Polygon, Tiling (Tessellation)
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition & Example
Line Segment	A part of a line with two definite endpoints. Example: The segment joining points X and Y, written $\overline{XY}$, has fixed length.
Bisection	Dividing a line segment or angle into two exactly equal parts. Example: If O is the midpoint of $\overline{XY}$, then O bisects $\overline{XY}$.
Perpendicular	Two lines that meet at exactly 90° (a right angle) are called perpendicular. Example: The corner of a square shows two perpendicular lines.
Perpendicular Bisector	A line that is perpendicular to a given segment and passes through its midpoint. Example: Any point on the perpendicular bisector of XY is equidistant from X and Y.
Midpoint	The point that divides a line segment into two equal halves. Example: If XY = 8 cm, the midpoint M lies 4 cm from both X and Y.
Angle	The figure formed by two rays sharing a common endpoint called the vertex. Example: ∠AOB is the angle at vertex O between rays $\overrightarrow{OA}$ and $\overrightarrow{OB}$.
Angle Bisector	A ray that divides an angle into two equal parts. Example: If $\overrightarrow{OC}$ bisects ∠AOB, then ∠AOC = ∠BOC.

AP SCERT

DAY-13 13. నిర్మాణం మరియు టైలింగ్

- **ముఖ్య పదాలు :** రేఖాఖండం, సమద్విఖండన, లంబం, లంబ సమద్విఖండన రేఖ, మధ్యబిందువు, కోణం, కోణ సమద్విఖండన రేఖ, సర్వసమాన త్రిభుజాలు, క్రమ బహుభుజి, టైలింగ్ (టెస్సెలేషన్)
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

  సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	నిర్వచనం & ఉదాహరణ
రేఖాఖండం	రెండు ఖచ్చితమైన అంత్య బిందువులను కలిగి ఉన్న సరళరేఖలోని భాగం. (ఉదాహరణ: X మరియు Y బిందువులను కలిపే ఖండం $\overline{XY}$ కి స్థిరమైన పొడవు ఉంటుంది).
సమద్విఖండన	ఒక రేఖాఖండాన్ని లేదా కోణాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించడం. (ఉదాహరణ: O అనేది $\overline{XY}$ కి మధ్యబిందువు అయితే, O అనేది $\overline{XY}$ ని సమద్విఖండన చేస్తుంది)
లంబం	ఖచ్చితంగా 90° (లంబ కోణం) వద్ద కలుసుకునే రెండు రేఖలను లంబ రేఖలు అంటారు. (ఉదాహరణ: చతురస్రం యొక్క మూల రెండు లంబ రేఖలను చూపుతుంది).
లంబ సమద్విఖండన రేఖ	ఒక రేఖాఖండానికి లంబంగా ఉంటూ, దాని మధ్యబిందువు గుండా వెళ్ళే రేఖ. (ఉదాహరణ: XY యొక్క లంబ సమద్విఖండన రేఖపై ఉన్న ఏదైనా బిందువు X మరియు Y నుండి సమాన దూరంలో ఉంటుంది).
మధ్య బిందువు	ఒక రేఖాఖండాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించే బిందువు. (ఉదాహరణ: XY = 8 సెం.మీ అయితే, మధ్యబిందువు M అనేది X మరియు Y ల నుండి 4 సెం.మీ దూరంలో ఉంటుంది).
కోణం	ఒకే ఉమ్మడి అంత్య బిందువు (శీర్షం) నుండి వెలువడే రెండు కిరణాల ద్వారా ఏర్పడే ఆకృతి. (ఉదాహరణ: శీర్షం O వద్ద కిరణాలు $\overrightarrow{OA}$ మరియు $\overrightarrow{OB}$ మధ్య ఏర్పడే కోణం $\angle AOB$).
కోణ సమద్విఖండన రేఖ	ఒక కోణాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించే కిరణం. (ఉదాహరణ: $\overrightarrow{OC}$ అనేది $\angle AOB$ ని సమద్విఖండన చేస్తే, అప్పుడు $\angle AOC = \angle BOC$).

AP SCERT

Term	Definition & Example
Congruent Triangles	Triangles that have exactly the same shape and size (all sides and angles equal). Example: If $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ by SSS, then all matching sides and angles are equal.
Regular Polygon	A polygon with all sides equal and all angles equal. Example: Equilateral triangle (3 sides, 60° each angle), Square (4 sides, 90° each angle).
Tiling (Tessellation)	Covering a flat surface using shapes that fit together with no gaps and no overlaps. Example: Bathroom floor tiles of squares form a tiling of the plane.

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. The perpendicular bisector of XY passes through the _____ of XY.
2. An angle bisector divides an angle into _____ equal parts.
3. An equilateral triangle has all angles equal to _____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. To construct the perpendicular bisector of XY, arcs are drawn from X and Y with: ( )
   (a) Different radii (b) Equal radii (c) Any radii (d) No radii
2. The angle between two lines that are perpendicular is: ( )
   (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 180°

C. Match the Following.

	Column A			Column B
1.	90° angle at a point on a line	( )	A)	tiling
2.	45° angle	( )	B)	bisect a 90° angle
3.	Covering a floor with tiles	( )	C)	perpendicular
4.	60° angle	( )	D)	equilateral triangle

AP SCERT

పదం	నిర్వచనం & ఉదాహరణ
సర్వసమాన త్రిభుజాలు	ఖచ్చితంగా ఒకే ఆకారం మరియు పరిమాణం (అన్ని భుజాలు మరియు కోణాలు సమానం) కలిగిన త్రిభుజాలు. (ఉదాహరణ: SSS నియమం ప్రకారం $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ అయితే, వాటి అనురూప భుజాలు మరియు కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి).
క్రమ బహుభుజి	అన్ని భుజాలు మరియు అన్ని కోణాలు సమానంగా ఉండే బహుభుజి. (ఉదాహరణ: సమబాహు త్రిభుజం (3 భుజాలు, ఒక్కొక్క కోణం 60°), చతురస్రం (4 భుజాలు, ఒక్కొక్క కోణం 90°).
టైలింగ్ / టెస్సెలేషన్	ఎటువంటి ఖాళీలు లేదా అతివ్యాప్తి లేకుండా ఆకృతులను అమర్చి ఒక ఉపరితలాన్ని పూర్తిగా కప్పడం. (ఉదాహరణ: బాత్రూమ్ నేలపై అమర్చే చతురస్రాకారపు టైల్స్).

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. XY యొక్క లంబ సమద్విఖండన రేఖ XY యొక్క _____ గుండా వెళుతుంది.
2. ఒక కోణ సమద్విఖండన రేఖ కోణాన్ని _____ సమాన భాగాలుగా విభజిస్తుంది.
3. ఒక సమబాహు త్రిభుజంలో అన్ని కోణాలు _____ కి సమానంగా ఉంటాయి.

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు - సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. XY యొక్క లంబ సమద్విఖండన రేఖను గీయడానికి, X మరియు Y నుండి గీసే చాపాలు ఎలా ఉండాలి? ( )
   (ఎ) వేర్వేరు వ్యాసార్థాలు (బి) సమాన వ్యాసార్థాలు
   (సి) ఏదైనా వ్యాసార్థం (డి) వ్యాసార్థం అవసరం లేదు
2. పరస్పరం లంబంగా ఉండే రెండు రేఖల మధ్య కోణం ఎంత? ( )
   (ఎ) 45° (బి) 60° (సి) 90° (డి) 180°

C. జతపరచండి.

	వరుస A			వరుస B
1.	ఒక రేఖపై ఒక బిందువు వద్ద 90° కోణం	( )	ఎ)	టైలింగ్
2.	45° కోణం	( )	బి)	90° కోణాన్ని సమద్విఖండన చేయడం
3.	నేలపై టైల్స్ పరచడం	( )	సి)	లంబ సమద్వి ఖండన రేఖ
4.	60° కోణం	( )	డి)	సమబాహు త్రిభుజం.

AP SCERT

DAY-14 14. FINDING THE UNKNOWN

Teacher Corner

- **Key Terms :** Variable, Equation, LHS/RHS, Solution, Inverse Operations, Trial & Error Method, Expression
- **Concept Explanation-Understand the Terminology**

  Instructions: Introduce each term using definitions and examples. Connect each concept to a real-life example to build readiness.

Term	Definition & Example
Variable	A letter (like x, y, n) used to represent an unknown number. Ex: In 2n + 1 = 99, the letter n is the variable.
Equation	A mathematical statement showing two expressions are equal using '='. Symbol Ex: 3x + 4 = 7 is an equation.
LHS / RHS	LHS = Left Hand Side; RHS = Right Hand Side of an equation. Ex: In 2n + 1 = 99, LHS is 2n + 1 and RHS is 99.
Solution	The value of the variable that makes LHS = RHS. Ex: x = 3 is the solution of x + 4 = 7.
Inverse Operations	Operations that undo each other: addition & subtraction, multiplication & division. Ex: To undo +5, we subtract 5.
Trial & Error Method	Guessing different values for the variable and checking which one satisfies the equation.
Expression	A combination of numbers and variables without an '=' sign. Ex: 2n + 1 is an algebraic expression.

AP SCERT

Student Readiness-Reading and Practice

Instructions: Read the key terms carefully. Then attempt all questions on your own.

A. Fill in the blanks.

1. In the equation 5x - 4 = 7, the LHS is _____ and RHS is _____.
2. A _____ is the value of the variable that makes the equation true.
3. To solve 2n = 10, we divide both sides by ____. So n = ____.

B. Multiple Choice Questions - Choose the correct answer.

1. Which is an equation? ( )
   (a) 3x + 2 (b) x - 5 = 7 (c) 4y (d) 2 + 3
2. If 3x = 15, what is the value of x?: ( )
   (a) 3 (b) 5 (c) 12 (d) 45

DAY-14 14. తెలియని రాశిని కనుగొనుట

ఉపాధ్యాయుల విభాగం

- **ముఖ్య పదాలు :** చరరాశి, సమీకరణం, ఎడమ వైపు / కుడి వైపు, సాధన, వ్యతిరేక పరిక్రియలు, యత్న దోష పద్ధతి, సమాసం
- **విషయ వివరణ – పదజాల అవగాహన :**

సూచనలు: ప్రతి పదాన్ని నిర్వచనాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా పరిచయం చేయండి. ప్రతి భావనను విద్యార్థుల సంసిద్ధతను పెంపొందించడానికి నిజజీవిత ఉదాహరణలతో అనుసంధానించండి.

పదం	నిర్వచనం & ఉదాహరణ
చరరాశి	తెలియని సంఖ్యను సూచించడానికి ఉపయోగించే అక్షరం (x, y, n వంటివి). ఉదాహరణ: $2n + 1 = 99$ లో, అక్షరం 'n' చరరాశి.
సమీకరణం	'=' గుర్తును ఉపయోగించి రెండు సమాసాలు సమానమని చూపే గణిత ప్రవచనం. ఉదాహరణ: $3x + 4 = 7$ ఒక సమీకరణం.
LHS/RHS (ఎడమ వైపు / కుడి వైపు)	LHS = ఎడమ చేతి వైపు; RHS = కుడి చేతి వైపు. ఉదాహరణ: $2n + 1 = 99$లో, LHS = $2n + 1$ మరియు RHS = 99.
సాధన	LHS = RHS అయ్యేలా చేసే చరరాశి విలువ. ఉదాహరణ: $x + 4 = 7$కు $x = 3$ అనేది సాధన.
వ్యతిరేక పరిక్రియలు	ఒకదానికొకటి రద్దు చేసే ప్రక్రియలు: సంకలనం & వ్యవకలనం, గుణకారం & భాగహారం. ఉదాహరణ: +5 ని తొలగించడానికి, మనం 5 ని తీసివేస్తాము (−5).
యత్న దోష పద్ధతి	చరరాశికి వివిధ విలువలను ఊహించి ప్రతిక్షేపించడం ద్వారా, ఏ విలువ సమీకరణాన్ని తృప్తి పరుస్తుందో తనిఖీ చేయడం.
సమాసం	'=' గుర్తు లేకుండా సంఖ్యలు మరియు చరరాశుల కలయిక. ఉదాహరణ: $2n + 1$ ఒక బీజీయ సమాసం.

విద్యార్థుల సంసిద్ధత - చదవడం మరియు సాధన

సూచనలు: ముఖ్యమైన పదాలను జాగ్రత్తగా చదవండి. ఆ తర్వాత అన్ని ప్రశ్నలకు మీరే సొంతంగా సమాధానాలు ఇవ్వండి.

A. ఖాళీలను పూరించండి.

1. $5x - 4 = 7$ సమీకరణంలో, LHS _____ మరియు RHS _____.
2. సమీకరణాన్ని తృప్తి పరిచే చరరాశి విలువను _____ అంటారు.
3. $2n = 10$ ను సాధించడానికి, మనం ఇరువైపులా _____ తో భాగించాలి. కాబట్టి n = _____.

B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు – సరియైన సమాధానాన్ని గుర్తించండి.

1. కింది వాటిలో ఏది సమీకరణం? ( )
   (ఎ) $3x + 2$ (బి) $x - 5 = 7$ (సి) $4y$ (డి) $2 + 3$
2. $3x = 15$ అయితే, x విలువ ఎంత? ( )
   (ఎ) 3 (బి) 5 (సి) 12 (డి) 45

AP SCERT

1 LARGE NUMBERS AROUND US

S5P2Z2

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Read, write, and compare large numbers up to 10 crore.
- Understand and apply place value and number systems.
- Estimate and round off numbers appropriately for real-life use.
- Recognise and create patterns in numbers and operations.
- Connect mathematical knowledge to daily life situations involving large numbers.

AP SCERT

1.0 Introduction

The Government of Andhra Pradesh has sponsored a great opportunity for government school students who stood first in the Inspire Manak competitions; they are eligible to visit the Science Museum in Delhi.

It was a bright Wednesday morning, and Lakshmi was excited about her trip to the Science Museum. As she entered, she saw a huge board that read:

"The distance from the Earth to the Sun is 149,600,000 kilometers."

Lakshmi's eyes are widened.

"Wow! That's such a big number! How do even scientists read that?" she wondered. Moving ahead, she saw another display about the population of India - 1,420,000,000 people!

"That's even bigger!" she said to her friend Arjun.

1 మన చుట్టూ ఉన్న పెద్ద సంఖ్యలు

E7L2N9

అభ్యసన ఫలితాలు:

అభ్యాసకులు

- 10 కోట్ల వరకు గల పెద్ద సంఖ్యలను చదవడం, వ్రాయడం మరియు పోల్చడం చేయగలరు.
- స్థాన విలువ మరియు సంఖ్య వ్యవస్థలను అర్థం చేసుకోవడం మరియు అన్వయించగలరు.
- నిజ జీవిత ఉపయోగం కోసం తగిన విధంగా సంఖ్యలను అంచనా వేయడం మరియు సవరించడం చేయగలరు.
- సంఖ్యలు మరియు పరిక్రియల నమూనాలను గుర్తించడం మరియు రూపొందించడం చేయగలడు.
- నిత్యజీవితంలో పెద్ద సంఖ్యలతో కూడిన రోజువారీ జీవిత పరిస్థితులకు గణిత జ్ఞానాన్ని అనుసంధానించడం నేర్చుకుంటారు.

AP SCERT

1.0 పరిచయం

ఇన్‌స్పైర్ మనక్ పోటీలలో మొదటి స్థానంలో నిలిచిన ప్రభుత్వ పాఠశాల విద్యార్థులకు ఆంధ్రప్రదేశ్ ప్రభుత్వం గొప్ప అవకాశాన్ని కల్పించింది; వారు ఢిల్లీలోని సైన్స్ మ్యూజియంను సందర్శించడానికి ఏర్పాటుచేసింది.

బుధవారం ఉదయం ప్రకాశవంతంగా ఉంది, లక్ష్మి సైన్స్ మ్యూజియంకు తన ప్రయాణం గురించి ఉత్సాహంగా ఉంది. ఆమె లోపలికి వెళ్ళగానే, ఆమె ఒక పెద్ద బోర్డును చూసింది, అందులో: "భూమి నుండి సూర్యుడికి దూరం 149,600,000 కిలోమీటర్లు." అని ఉంది.

లక్ష్మి కళ్ళు పెద్దవి అయ్యాయి.

"వావ్! అది అంత పెద్ద సంఖ్య! శాస్త్రవేత్తలు కూడా దాన్ని ఎలా చదువుతారు?"

ఆమె ఆశ్చర్యపోయింది. ముందుకు వెళుతున్నప్పుడు, ఆమె భారతదేశ జనాభా గురించి మరొక ప్రదర్శనను చూసింది – 1,420,000,000 మంది! అని.

"అది ఇంకా పెద్దది!" అని ఆమె తన స్నేహితుడు అర్జున్‌తో చెప్పింది.

Arjun laughed, "That's why we need to learn how to read and write such large numbers. They're everywhere - in science, geography, and even in sports!" Also my mother, Durga said that the Ancient Indian Mathematician Aaryabhatta used large numbers to calculate planetary motion as 4,320,000 revolutions per 'Mahayuga'.

When they returned to school, their Maths teacher smiled and said,

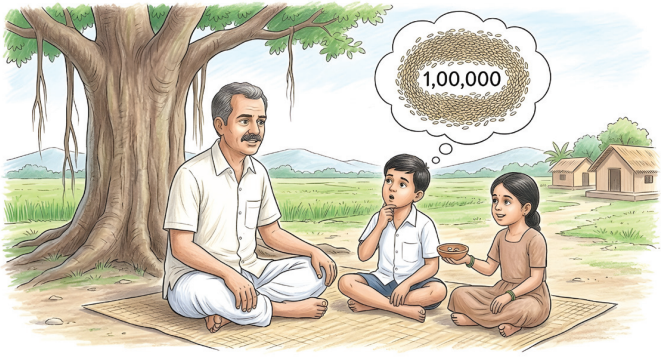
"Children, you just explored what our next chapter is all about - Large Numbers Around Us!"

1.1 A Lakh Varieties!

Ramayya is a farmer in Vemavaram, a village in Andhra Pradesh. He visits the market regularly to buy seeds for his rice field. During one such visit he overheard a conversation between Siva and Soujanya. Siva said, "Earlier our country had about a lakh varieties of rice. Farmers used to preserve different varieties of seeds and use them to grow rice. Now, we only have a handful of varieties. Also, farmers have to come to the market to buy seeds".

Soujanya said, "There is a seed bank near my house. So far, they have collected about a hundred indigenous varieties of rice seeds from different places. You can also buy seeds from there."

You may have heard the word 'lakh' before. Do you know how big one lakh is? Let us find out.



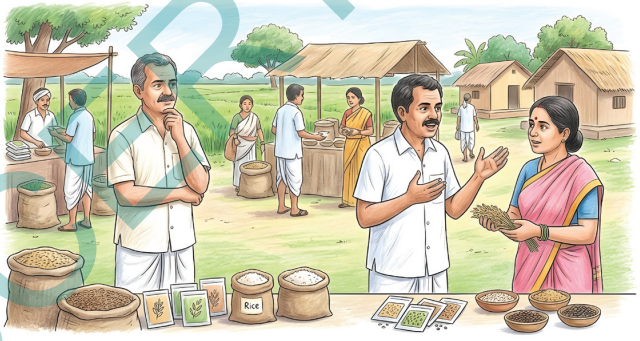
Ramayya shared this incident with his daughter Ratnam and son Surya. Surya was surprised to know that there were about one lakh varieties of rice in this country. He wondered "One lakh! So far I have only tasted 3 varieties. If we tried a new variety each day, would we even come close to tasting all the varieties in a lifetime of 100 years?" What do you think? Guess.

AP SCERT

అర్జున్ నవ్వుతూ, "అందుకే మనం అంత పెద్ద సంఖ్యలను చదవడం మరియు వ్రాయడం నేర్చుకోవాలి. అవి ప్రతిచోటా ఉన్నాయి – సైన్స్, భూగోళశాస్త్రం మరియు క్రీడలలో కూడా!" అలాగే మా అమ్మ దుర్గ ప్రాచీన భారతీయ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు ఆర్యభట్ట గ్రహాల కదలికను గురించి చెప్తూ ఒక 'మహాయుగానికి' 4,320,000 భ్రమణాలుగా లెక్కించారని దీనికై పెద్ద సంఖ్యలను ఉపయోగించారని చెప్పింది. వారు పాఠశాలకు తిరిగి వచ్చినప్పుడు, వారి గణిత ఉపాధ్యాయుడు నవ్వి మరియు ఇలా అన్నాడు,

"పిల్లలూ, మన తదుపరి అధ్యాయం దాని గురించే – మన చుట్టూ ఉన్న పెద్ద సంఖ్యలు!" అవి మీరు ఇప్పుడే అన్వేషించారు.

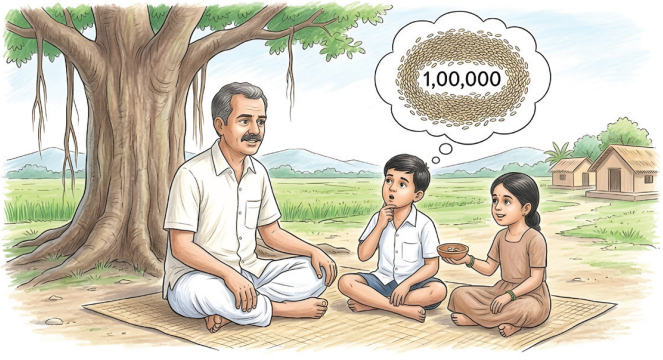
1.1 లక్ష రకాలు !



రామయ్య ఆంధ్రప్రదేశ్‌లోని వేమవరం అనే గ్రామంలో రైతు. తన వరి పొలానికి విత్తనాలు కొనడానికి క్రమం తప్పకుండా మార్కెట్‌కు వెళ్తుంటాడు. అలా ఆయన ఒకసారి వెళ్ళినప్పుడు శివ, సౌజన్యల మధ్య జరిగిన సంభాషణ విన్నాడు. శివ ఇలా అన్నాడు, "గతంలో మన దేశంలో దాదాపు లక్ష రకాల వరి రకాలు ఉండేవి. రైతులు వివిధ రకాల విత్తనాలను నిల్వ చేసి వరి పండించడానికి ఉపయోగించేవారు. ఇప్పుడు, మన దగ్గర కొన్ని రకాలు మాత్రమే ఉన్నాయి. అలాగే, రైతులు విత్తనాలు కొనడానికి మార్కెట్‌కు వస్తారు".

"నా ఇంటి దగ్గరలో ఒక విత్తన బ్యాంకు ఉంది. ఇప్పటివరకు, వారు వివిధ ప్రదేశాల నుండి వంద దేశీయ రకాల వరి విత్తనాలను సేకరించారు. మీరు అక్కడి నుండి కూడా విత్తనాలను కొనుగోలు చేయవచ్చు. అని సౌజన్య చెప్పింది.

"మీరు 'లక్ష' అనే పదాన్ని ఇంతకు ముందు విని ఉండవచ్చు. ఒక లక్ష అంటే ఎంత పెద్దదో మీకు తెలుసా? తెలుసుకుందాం.



రామయ్య ఈ సంఘటనను తన కుమార్తె రత్నం మరియు కొడుకు సూర్యతో పంచుకున్నాడు. ఈ దేశంలో దాదాపు లక్ష రకాల బియ్యం ఉన్నాయని తెలిసి సూర్య ఆశ్చర్యపోయాడు. "ఒక లక్ష! ఇప్పటివరకు నేను 3 రకాలను మాత్రమే రుచి చూశాను. మనం ప్రతిరోజూ ఒక కొత్త రకాన్ని ప్రయత్నిస్తే, 100 సంవత్సరాల జీవితకాలంలో అన్ని రకాలను రుచి చూసే స్థాయికి చేరుకుంటామా?" మీరు ఏమనుకుంటున్నారు? ఊహించండి.

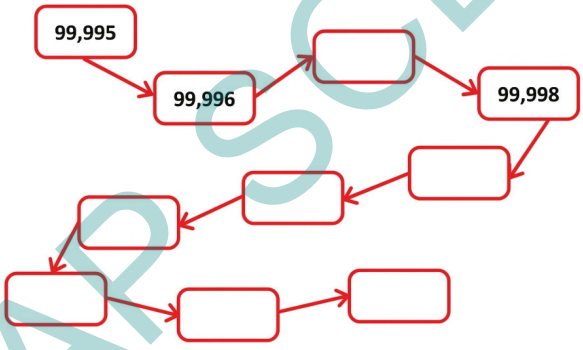
AP SCERT

But how much is one lakh? Observe the pattern and fill in the boxes given below.

The largest 3-digit number is	999
The smallest 4-digit number is	
The largest 4-digit number is	
The smallest 5-digit number is	
The largest 5-digit number is	
The smallest 6-digit number is	1,00,000

+1 +1 +1

1,00,000 is read as "One Lakh"



Rakshitha and Surya found that if they ate one variety of rice a day, they would come nowhere close to a lakh in a lifetime! Ratnam suggests, "What if we ate 2 varieties of rice every day? Would we then be able to eat 1 lakh varieties of rice in 100 years?"

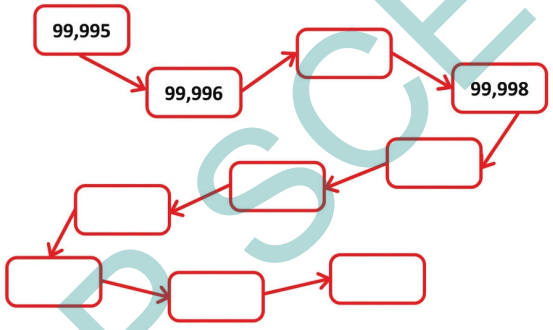
? What if a person ate 3 varieties of rice every day? Will they be able to taste all the lakh varieties in a 100 year lifetime? Find out. Surya said, "We know that 365 days are there in a year. if we ignore leap years. If we live for 'y' years, the number of days in our lifetime will be 365 × y."

AP SCERT

కానీ ఒక లక్ష అంటే ఎంత? నమూనాను గమనించి క్రింద ఇవ్వబడిన పెట్టెలను పూరించండి.

అతిపెద్ద 3-అంకెల సంఖ్య	999	
		+1
అతిచిన్న 4-అంకెల సంఖ్య		
అతిపెద్ద 4-అంకెల సంఖ్య		
		+1
అతిచిన్న 5-అంకెల సంఖ్య		
అతిపెద్ద 5-అంకెల సంఖ్య		
		+1
అతిచిన్న 6-అంకెల సంఖ్య	1,00,000	

1,00,000 అంటే "ఒక లక్ష" అని చదువుతారు.



రక్షిత మరియు సూర్యలు రోజుకు ఒక రకం బియ్యం తింటే, జీవితకాలంలో లక్షకు దగ్గరగా కూడా రాలేరని కనుగొన్నారు! రత్నం ఒక సూచన చేస్తూ, "మనం ప్రతిరోజూ రెండు రకాల బియ్యం తింటే ఎలా ఉంటుంది? అప్పుడు మనం 100 సంవత్సరాలలో లక్ష రకాల బియ్యం తినగలమా?"

? ఒక వ్యక్తి ప్రతిరోజూ 3 రకాల బియ్యం తింటే ఏమవుతుంది? 100 సంవత్సరాల జీవితకాలంలో వారు ఒక లక్షల రకాల బియ్యం రుచి చూడగలడా? కనుగొనండి. "ఒక సంవత్సరంలో 365 రోజులు ఉంటాయని మనకు తెలుసు. మనం లీపు సంవత్సరాలను విస్మరిస్తే. మనం y సంవత్సరాలు జీవించినట్లయితే, మన జీవితకాలంలో రోజుల సంఖ్య 365 × y అవుతుంది". అని సూర్య అన్నాడు.

APSCERT

? Choose a number for y. How close to one lakh is the number of days in y years, for the y of your choice?

Figure it Out - 1.1

1. According to the 2011 Census, the population of the town of Chintamani was about 75,000. How much less than one lakh is 75,000?
2. The estimated population of Chintamani in the year 2024 is 1,06,000. How much more than one lakh is 1,06,000?
3. By how much did the population of Chintamani increase from 2011 to 2024?

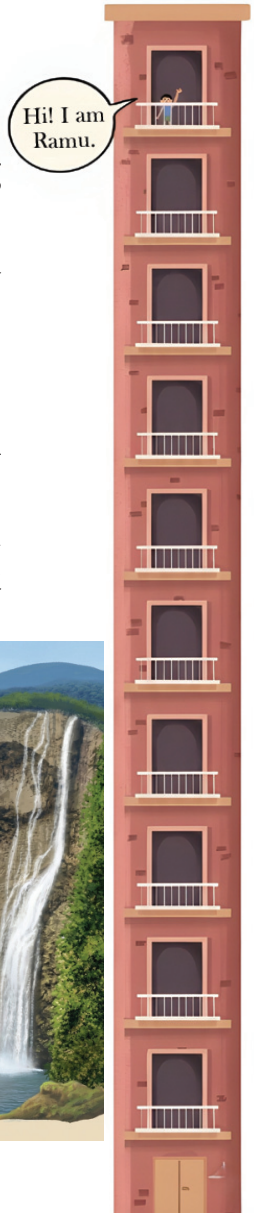
Getting a Feel of Large Numbers

You may have come across interesting facts like these:

- The world's tallest statue is the 'Statue of Unity' in Gujarat depicting Sardar Vallabhbhai Patel. Its height is about 180 metres.
- Kunchikal waterfall in Karnataka is said to drop from a height of about 450 metres.

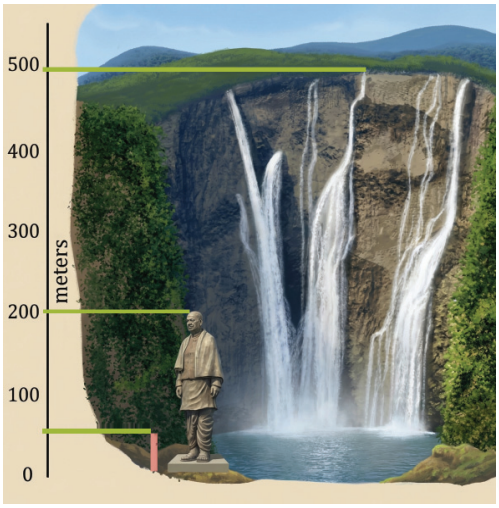
It is not always easy to get a sense of how big these measurements are. But, we can get a better sense of their size when we compare them with something familiar. Let us see an example.

Look at the picture on the right. Ramu is 1 metre tall. If each floor is about four times his height, what is the approximate height of the building?



? Which is taller — The Statue of Unity or this building? How much taller? _____m.

We can see that the height of the Statue of Unity is close to 4 times the height of Ramu's building.



? How much taller is the Kunchikal waterfall than Ramu's building? _____m.

? How many floors should Ramu's building have to be as high as the waterfall? _____ .

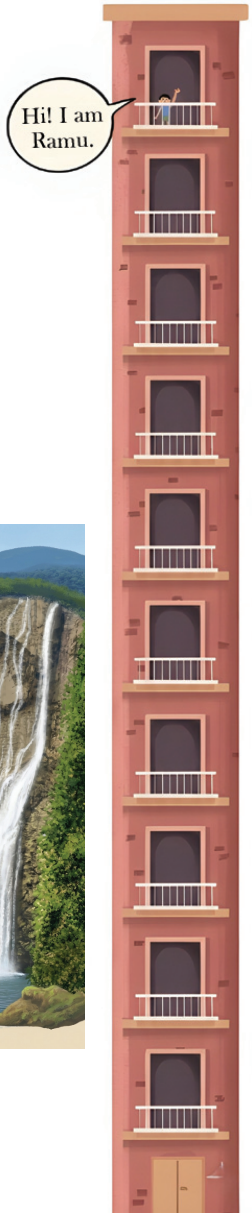
AP SCERT

? 'y' కి ఒక సంఖ్యను ఎంచుకోండి. మీకు నచ్చిన 'y' కి 'y' సంవత్సరాలలో రోజుల సంఖ్య లక్షకు ఎంత దగ్గరగా ఉంటుంది?

ఆలోచించండి-చేయండి - 1.1

1. 2011 జనాభా లెక్కల ప్రకారం, చింతామణి పట్టణ జనాభా దాదాపు 75,000. 75,000 అనేది లక్ష కంటే ఎంత తక్కువ?
2. 2024 సంవత్సరంలో చింతామణి జనాభా 1,06,000 అని అంచనా. అయితే లక్ష కంటే 1,06,000 ఎంత ఎక్కువ?
3. 2011 నుండి 2024 వరకు చింతామణి జనాభా ఎంత పెరిగింది?

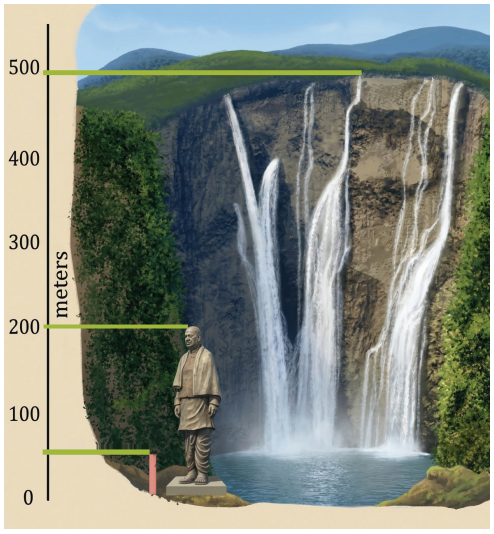
పెద్ద సంఖ్యల అనుభూతిని పొందడం



మీరు ఇలాంటి ఆసక్తికరమైన విషయాలను చూసి ఉండవచ్చు:

- ప్రపంచంలోనే అత్యంత ఎత్తైన విగ్రహం గుజరాత్‌లోని సర్దార్ వల్లభాయ్ పటేల్‌ను చిత్రీకరిస్తున్న ఐక్యత విగ్రహం (స్టాట్యూ ఆఫ్ యూనిటీ). దీని ఎత్తు దాదాపు 180 మీటర్లు.
- కర్ణాటకలోని కుంచికల్ జలపాతం దాదాపు 450 మీటర్ల ఎత్తు నుండి పడుతుందని చెబుతారు.

ఈ కొలతలు ఎంత పెద్దవో అర్థం చేసుకోవడం ఎల్లప్పుడూ సులభం కాదు. కానీ, వాటిని తెలిసిన వాటితో పోల్చినప్పుడు వాటి పరిమాణం గురించి మనం బాగా అర్థం చేసుకోవచ్చు. ఒక ఉదాహరణ చూద్దాం. కుడి వైపున ఉన్న చిత్రాన్ని చూడండి. రాము యొక్క ఎత్తు 1 మీటర్. ప్రతి అంతస్తు అతని ఎత్తుకు నాలుగు రెట్లు ఉంటే, భవనం యొక్క సుమారు ఎత్తు ఎంత?



? ఐక్యత విగ్రహమా లేదా ఈ భవనమా? ఏది ఎత్తైనది, అది ఎంత ఎక్కువ ఎత్తులో ఉంది? _____ మీ.

రాము భవనం ఎత్తుకు స్టాట్యూ ఆఫ్ యూనిటీ ఎత్తు సుమారు 4 రెట్లు ఎక్కువగా ఉందని మనం చూడవచ్చు.

? రాము ఉన్న భవనం కంటే కుంచికల్ జలపాతం ఎంత ఎక్కువ ఎత్తులో ఉంటుంది? _____మీ.

? రాము ఉన్న భవనం జలపాతం అంత ఎత్తు ఉండాలంటే దానికి ఎన్ని అంతస్తులు ఉండాలి? _____.

AP SCERT

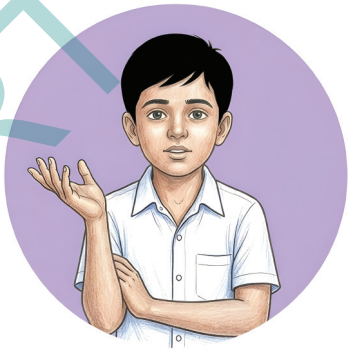
Is One Lakh a Very Large Number?

Ramayya asked Rakshitha and Surya, "Is a lakh big or small?"

Rakshitha feels that 1 lakh is a large number:

- "We had one lakh varieties of rice — that is a lot."
- "Living 1 lakh days would mean living for 274 years — that is a really long time!"
- "If 1 lakh people stood shoulder to shoulder in a line they could stretch as far as 38 kilometres."

Surya, however, thinks it is not that big:



- "Do you know that the cricket stadium in Ahmedabad has a seating capacity of more than 1 lakh? One lakh people in such a small area!"
- "Most humans have 80,000 to 1,20,000 hairs on their heads. Imagine, 1 lakh hairs fit in such a tiny space!"
- "I heard that there are some species of fish where a female fish can lay almost one lakh eggs at once very comfortably. Some even lay tens of lakhs of eggs at a time."

? How do you view a lakh — is a lakh big or small?

Reading and Writing Numbers

We have already been using commas for 5-digit numbers like 45,830 in the Indian place value system. As numbers grow bigger, using commas helps in reading the numbers easily. We use a comma in between the digits representing the "ten thousands" place and the "one lakh" place as you have seen just before (1,00,000).

The number name of 12,78,830 is twelve lakh seventy eight thousand eight hundred thirty.

Similarly, the number 15,75,000 in words is fifteen lakh seventy five thousand.

Write each of the numbers given below in words:

(a) 3,00,600
(b) 5,04,085
(c) 27,30,000
(d) 70,53,138

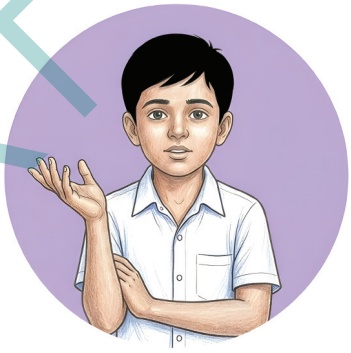
AP SCERT

లక్ష అంటే చాలా పెద్ద సంఖ్యా?

రామయ్య, రక్షిత మరియు సూర్యలను అడిగాడు, "ఒక లక్ష పెద్దదా లేదా చిన్నదా?" రత్నం 1 లక్ష అనేది చాలా పెద్ద సంఖ్య అని భావిస్తుంది:

- "మా దగ్గర లక్ష రకాల బియ్యం ఉన్నాయి – అంటే చాలా ఎక్కువ."
- "1 లక్ష రోజులు జీవించడం అంటే 274 సంవత్సరాలు జీవించడం– అంటే నిజంగా చాలా కాలం!"
- "1 లక్ష మంది భుజం భుజం కలిపి వరుసలో నిలబడితే వారు 38 కిలోమీటర్ల వరకు విస్తరించగలరు."

అయితే, సూర్య అది అంత పెద్దది కాదని భావిస్తున్నాడు:



- "అహ్మదాబాద్‌లోని క్రికెట్ స్టేడియంలో లక్ష కంటే ఎక్కువ మంది కూర్చునే సామర్థ్యం ఉందని మీకు తెలుసా? ఇంత చిన్న వైశాల్యంలో లక్ష మంది ప్రజలా!"
- "చాలా మంది మానవుల తలలపై 80,000 నుండి 1,20,000 వరకు వెంట్రుకలు ఉంటాయి. ఊహించుకోండి, ఇంత చిన్న స్థలంలో 1 లక్ష వెంట్రుకలు సరిపోతాయి!"
- "కొన్ని జాతుల చేపలు ఉన్నాయని నేను విన్నాను, అక్కడ ఒక ఆడ చేప ఒకేసారి దాదాపు లక్ష గుడ్లు పెట్టగలదు. కొన్ని ఒకేసారి పది లక్షల గుడ్లు కూడా పెడతాయి."

? మీరు లక్షను ఎలా చూస్తారు — లక్ష పెద్దదా లేదా చిన్నదా?

సంఖ్యలను చదవడం మరియు వ్రాయడం

హిందూ సంఖ్యామాన వ్యవస్థలో 45,830 వంటి 5–అంకెల సంఖ్యలకు మనం ఇప్పటికే కామాలను ఉపయోగిస్తున్నాము. సంఖ్యలు పెద్దవయ్యే కొద్దీ, సంఖ్యలను సులభంగా చదవడంలో కమాలు సహాయపడతాయి. మీరు ఇంతకు ముందు చూసినట్లుగా (1,00,000) "పది వేల" స్థానం మరియు "లక్ష" స్థానాన్ని సూచించే అంకెల మధ్య మనం కామాలను ఉపయోగిస్తాము.

12,78,830 యొక్క సంఖ్య పేరు పన్నెండు లక్షల డెబ్బై ఎనిమిది వేల ఎనిమిది వందల ముప్పై.

అదేవిధంగా, 15,75,000 సంఖ్యను పదిహేను లక్షల డెబ్బై ఐదు వేలు అని అక్షరాలలో రాస్తాం.

క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి సంఖ్యను అక్షరాలలో రాయండి:

(ఎ) 3,00,600

(బి) 5,04,085

(సి) 27,30,000

(డి) 70,53,138

AP SCERT

Write the corresponding number in the Indian place value system for each of the following:

(a) One lakh twenty three thousand four hundred and fifty six
(b) Four lakh seven thousand seven hundred and four
(c) Fifty lakhs five thousand and fifty
(d) Ten lakhs two hundred and thirty five

Teacher's Note : Encourage students to make connections between these facts. For example, can the whole population of Amalapuram fit in the stadium? How can we imagine the line of 38 km, having a lakh people, sitting next to each other in the stadium? Add some more connections accordingly.

1.2 Land of Tens

In the **Land of Tens**, there are special calculators with special buttons.

1. The **Tedious Tens** only has a +10 button. How many times should it be pressed to show:

(a) Five hundred? _____
(b) 780? _____
(c) 1000? _____
(d) 3700? _____
(e) 10,000? _____
(f) One lakh? _____
(g) _____? 435 times

2. The **Handy Hundreds** only has a +100 button. How many times should

(a) Four hundred?_____ times
(b) 3,700? _____
(c) 10,000? _____
(d) Fifty three thousand? _____
(e) 90,000? _____
(f) 97,600? _____
(g) 1,00,000? _____

AP SCERT

కింది వాటిలో ప్రతిదానికీ హిందూ సంఖ్యామాన వ్యవస్థలో సంబంధిత సంఖ్యను వ్రాయండి:

(ఎ) ఒక లక్ష ఇరవై మూడు వేల నాలుగు వందల యాభై ఆరు

(బి) నాలుగు లక్షల ఏడు వేల ఏడు వందల నాలుగు

(సి) యాభై లక్షల ఐదు వేల యాభై

(డి) పది లక్షల రెండు వందల ముప్పై ఐదు

ఉపాధ్యాయులకు గమనిక: ఈ సంఘటనల మధ్య సంబంధాలను ఏర్పరచడానికి విద్యార్థులను ప్రోత్సహించండి. ఉదాహరణకు, అమలాపురం జనాభా మొత్తం స్టేడియంలో సరిపోతుందో లేదో తెలుసుకోండి. స్టేడియంలో ఒకరి పక్కన ఒకరు కూర్చొని ఉన్న లక్ష మంది ఉన్న 38 కి.మీ. లైన్‌ను మనం ఎలా ఊహించగలం? తదనుగుణంగా మరికొన్ని సంబంధాలను చేర్చండి.

1.2 పదుల భూమి

పదుల భూమిలో, ప్రత్యేక బటన్లతో కూడిన ప్రత్యేక కాలిక్యులేటర్లు ఉన్నాయి.

1. **టెడియస్ టెన్స్**లో +10 బటన్ మాత్రమే ఉంటుంది. క్రింది సంఖ్యలను దానిలో సూచించడానికి దాన్ని ఎన్నిసార్లు నొక్కాలి?

(ఎ) ఐదు వందలు? _____

(బి) 780? _____

(సి) 1000? _____

(డి) 3700? _____

(ఇ) 10,000? _____

(ఎఫ్) ఒక లక్ష? _____

(జి) _____ ? 435 సార్లు

2. **హ్యాండీ హండ్రెడ్స్**లో +100 బటన్ మాత్రమే ఉంటుంది. క్రింది సంఖ్యలను దానిలో సూచించడానికి దీన్ని ఎన్నిసార్లు నొక్కాలి

(ఎ) నాలుగు వందలు _____ సార్లు

(బి) 3,700? _____

(సి) 10,000? _____

(డి) యాభై మూడు వేలు? _____

(ఇ) 90,000? _____

(ఎఫ్) 97,600? _____

(జి) 1,00,000? _____

AP SCERT

(h) _____? 582 times

(i) How many hundreds are required to make ten thousand?

(j) How many hundreds are required to make one lakh?

(k) Handy Hundreds says, "There are some numbers which Tedious Tens and Thoughtful Thousands can't show but I can." Is this statement true? Think and explore.

3. The **Thoughtful Thousands** only has a +1000 button. How many times should it be pressed to show :

(a) Three thousand? 3 times

(b) 10,000? _____

(c) Fifty three thousand? _____

(d) 90,000? _____

(e) One Lakh? _____

(f) _____? 153 times

(g) How many thousands are required to make one lakh?

4. **Creative Chitti** is a different kind of calculator. It has the following buttons:+1, +10, +100, +1000, +10000, +100000 and+1000000. It always has multiple ways of doing things. "How so?", you might ask. To get the number 321, it presses +10 thirty two times and +1 once. Will it get 321? Alternatively, it can press +100 two times and +10 twelve times and +1 once.

5. Two of the many different ways to get 5072 are shown below:

These two ways can be expressed as:

(a) (50 × 100) + (7 × 10) + (2 × 1) = 5072

(b) (3×1000) + (20×100) + (72 ×1) = 5072

? Find a different way to get 5072 and write an expression for the same

Buttons	5072	
+10,00,000		
+1,00,000		
+10,000		
+1,000		3
+100	50	20
+10	7	
+1	2	72

Figure it Out - 1.2

For each number given below, write expressions for at least two different ways to obtain the number through button clicks. Think like Chitti and be creative.

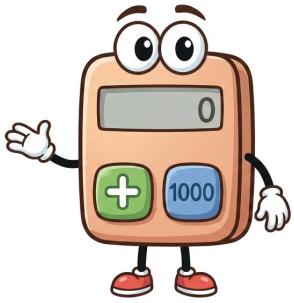
AP SCERT

(హెచ్) _____? 582 సార్లు

(ఐ) పదివేలు చేయడానికి ఎన్ని వందలు అవసరం?

(జె) ఒక లక్షను పొందడానికి ఎన్ని వందలు అవసరం?

కె) హ్యాండీ హండ్రెడ్స్ ఇలా అంటుంది, "టెడియస్ టెన్స్ మరియు థాట్‌ఫుల్ థౌజండ్‌లు చూపించలేని కొన్ని సంఖ్యలు ఉన్నాయి, కానీ నేను చేయగలను." ఈ ప్రకటన నిజమేనా? ఆలోచించి అన్వేషించండి.



3. **థాట్‌ఫుల్ థౌజండ్స్**లో +1000 బటన్ మాత్రమే ఉంటుంది. దీన్ని ఎన్నిసార్లు నొక్కాలి :

ఎ) మూడు వేలు? 3 సార్లు

బి) 10,000? _____

సి) యాభై మూడు వేలు? _____

డి) 90,000? _____

ఇ) ఒక లక్ష? _____

ఎఫ్) _____? 153 రెట్లు

జి) ఒక లక్షను పొందడానికి ఎన్ని వేలు అవసరం?

4. **క్రియేటివ్ చిట్టి** అనేది వేరే రకమైన కాలిక్యులేటర్. దీనికి ఈ క్రింది బటన్లు ఉన్నాయి: +1, +10, +100, +1000, +10000, +100000 మరియు+1000000. ఇది ఎల్లప్పుడూ పనులు చేయడానికి బహుళ మార్గాలను కలిగి ఉంటుంది. "ఎలా?" అని మీరు అడగవచ్చు. 321 సంఖ్యను పొందడానికి, ఇది +10 ముప్పై రెండు సార్లు మరియు +1 ఒకసారి నొక్కితే 321 వస్తుందా? ప్రత్యామ్నాయంగా, ఇది +100 ను రెండుసార్లు మరియు +10 పన్నెండు సార్లు మరియు +1 ను ఒకసారి నొక్కవచ్చు.

5. 5072 పొందడానికి అనేక భిన్న మార్గాలలో రెండు క్రింద చూపించబడ్డాయి:

ఈ రెండు మార్గాలను ఇలా వ్యక్తీకరించ వచ్చు:

ఎ. $(50 \times 100) + (7 \times 10) + (2 \times 1) = 5072$

బి. $(3 \times 1000) + (20 \times 100) + (72 \times 1) = 5072$

? 5072 పొందడానికి మరియు వ్రాయడానికి వేరే మార్గాన్ని కనుగొనండి.

Buttons	5072	
+10,00,000		
+1,00,000		
+10,000		
+1,000		3
+100	50	20
+10	7	
+1	2	72

ఆలోచించండి-చేయండి - 1.2

క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి సంఖ్యకు, బటన్ క్లిక్‌ల ద్వారా సంఖ్యను పొందడానికి కనీసం రెండు వేర్వేరు మార్గాల కోసం సమాసాలను వ్రాయండి. చిట్టి లాగా ఆలోచించండి మరియు సృజనాత్మకంగా ఉండండి.

AP SCERT

(a) 8300

(b) 40629

(c) 56354

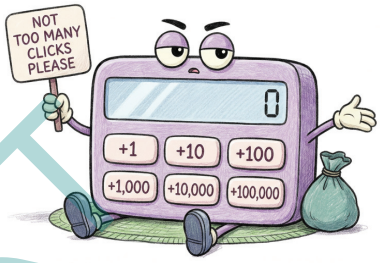
(d) 66666

(e) 367813

Creative Chitti has some questions for you —

(a) You have to make exactly 30 button presses. What is the largest 3-digit number you can make? What is the smallest 3-digit number you can make?

(b) 997 can be made using 25 clicks. Can you make 997 with a different number of clicks?



Create questions like these and challenge your classmates.

Systematic Sippy is a different kind of calculator. It has the following buttons: +1, +10, +100, +1000, +10000, +100000. It wants to be used as minimally as possible.

? How can we get the numbers (a) 5072, (b) 8300 using as few button clicks as possible?

Find out which buttons should be clicked and how many times to get the desired numbers given in the table. The aim is to click as few buttons as possible.

Here is one way to get the number 5072. This method uses 23 button clicks in total.

Is there another way to get 5072 using less than 23 button clicks? Write the expression for the same.

Buttons	5072
+10,00,000	
+1,00,000	
+10,000	
+1,000	5
+100	0
+10	6
+1	12

Figure it Out - 1.3

1. For the numbers in the previous exercise, find out how to get each number by making the smallest number of button clicks and write the expression.
2. Do you see any connection between each number and the corresponding smallest number of button clicks?
3. If you notice, the expressions for the least button clicks also give the Indian place value notation of the numbers. Think about why this is so.

AP SCERT

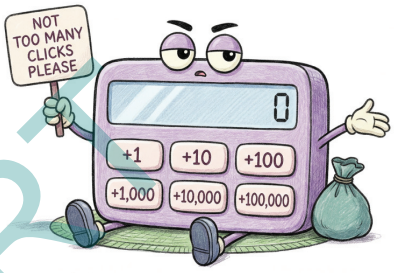
(ఎ) 8300
(బి) 40629
(సి) 56354
(డి) 66666
(ఇ) 367813

క్రియేటివ్ చిట్టి వద్ద మీ కోసం కొన్ని ప్రశ్నలున్నాయి ---

(ఎ) మీరు ఖచ్చితంగా 30 సార్లు బటన్ నొక్కినప్పుడు మీరు చేయగలిగే అతిపెద్ద 3-అంకెల సంఖ్య ఏమిటి? మీరు చేయగలిగే అతి చిన్న 3-అంకెల సంఖ్య ఏమిటి?

(బి) 997 ను 25 సార్లు బటన్ నొక్కి చేయవచ్చు. అయితే 997 ను వేరు సంఖ్యలో బటన్ నొక్కి చేయగలరా?

ఇలాంటి ప్రశ్నలను సృష్టించి మీ క్లాస్‌మేట్స్‌కు సవాలు విసరండి.



సిస్టమాటిక్ సిప్పీ అనేది వేరే రకమైన కాలిక్యులేటర్. దీనికి ఈ క్రింది బటన్లు ఉన్నాయి: +1, +10, +100, +1000, +10000, +100000. ఇది వీలైనంత తక్కువగా ఉపయోగించాలని కోరుకుంటుంది.

మనం వీలైనన్ని తక్కువ బటన్ క్లిక్‌లను ఉపయోగించి క్రింది సంఖ్యలను ఎలా పొందగలం?

ఎ) 5072, బి) 8300

కావలసిన సంఖ్యలను పొందడానికి ఏ బటన్లను క్లిక్ చేయాలో మరియు ఎన్నిసార్లు క్లిక్ చేయాలో కనుక్కోండి. సాధ్యమైనంత తక్కువ బటన్లను క్లిక్ చేయడమే లక్ష్యం.

5072 సంఖ్యను పొందడానికి ఇక్కడ ఒక మార్గం ఉంది. ఈ పద్ధతి మొత్తం 23 బటన్ క్లిక్‌లను ఉపయోగిస్తుంది.

23 కంటే తక్కువ బటన్ క్లిక్‌లను ఉపయోగించి 5072 ను పొందడానికి మరొక మార్గం ఉందా? దానికి సమాసాన్ని వ్రాయండి.

Buttons	5072
+10,00,000	
+1,00,000	
+10,000	
+1,000	5
+100	0
+10	6
+1	12

ఆలోచించండి-చేయండి - 1.3

1. మునుపటి కనుక్కోండిలోని సంఖ్యల కోసం, అతి తక్కువ సంఖ్యలో బటన్ క్లిక్‌లను చేయడం ద్వారా ప్రతి సంఖ్యను ఎలా పొందాలో కనుగొని సమాసంను రాయండి.
2. ప్రతి సంఖ్యకు మరియు సంబంధిత అతి తక్కువ సంఖ్యలో బటన్ క్లిక్‌లకు మధ్య మీకు ఏదైనా సంబంధం కనిపిస్తుందా?
3. మీరు గమనించినట్లయితే, అతి తక్కువ బటన్ క్లిక్‌లకు సంబంధించిన సమాసములు సంఖ్యల యొక్క భారతీయ స్థాన విలువ సంజ్ఞామానాన్ని కూడా ఇస్తాయి. ఇది ఎందుకు అలా ఉందో ఆలోచించండి.

AP SCERT

What if we press the +10,00,000 button ten times? What number will come up? How many zeroes will it have? What should we call it? The number will be 100 lakhs, which is also called a crore. 1 crore is written as 1,00,00,000 - it is 1 followed by seven zeroes.

1.3 Of Crores and Crores!

The table below shows some numbers according to both the Indian system and the American system (also called the International system) of naming numerals and placing commas. Observe the placement of commas in both systems.

Indian System		American System	
1,000	One thousand	1,000	One thousand
10,000	Ten thousand	10,000	Ten thousand
1,00,000	One lakh	100,000	Hundred thousand
10,00,000	Ten lakhs	1,000,000	One million
1,00,00,000	One crore	10,000,000	Ten million
10,00,00,000	Ten crores	100,000,000	Hundred million
1,00,00,00,000	One arab or One hundred crores	1,000,000,000	One billion

The Indian system of naming numbers is also followed in Bhutan, Nepal, Sri Lanka, Pakistan, Bangladesh, Maldives, Afghanistan, and Myanmar. The words lakh and crore originate from the Sanskrit words laksha and koti. The American system is also used in many countries.

Observe the number of zeroes in 1 lakh and 1 crore.

1 lakh, written in numbers would be 1 followed by 5 zeroes. 1 crore, written in numbers would be 1 followed by 7 zeroes.

A lakh is a hundred times a thousand, a crore is a hundred times a lakh and an arab is a hundred times a crore (i.e., a hundred thousand is 1 lakh, 100 lakhs is 1 crore, and 100 crores is 1 arab).

? How many zeros does a thousand lakh have?

The number 9876501234 can be easily read by placing commas first:

(a) 9,87,65,01,234 → 9 arab 87 crore 65 lakhs 1 thousand and 234 or 987 crore 65 lakh 1 thousand 234 (in the Indian system).

(b) 9,876,501,234 → 9 billion 876 million 501 thousand 234 (in the American system).

AP SCERT

+10,00,000 బటన్‌ను పదిసార్లు నొక్కితే ఏమవుతుంది? ఏ సంఖ్య వస్తుంది? దానిలో ఎన్ని సున్నాలు ఉంటాయి? దానిని మనం ఏమని పిలవాలి? ఆ సంఖ్య 100 లక్షలు అవుతుంది, దీనిని కోటి అని కూడా అంటారు. 1 కోటిని 1,00,00,000 అని వ్రాస్తారు – అది 1 తర్వాత ఏడు సున్నాలు.

1.4 కోట్లు మరియు కోట్లలో !

భారతీయ సంఖ్యామానం మరియు అమెరికన్ సంఖ్యామానం (అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం అని కూడా పిలుస్తారు), ఈ రెండింటి ప్రకారం సంఖ్యలకు పేరు పెట్టడం మరియు కామాలను ఉంచడం కొన్ని సంఖ్యలకు క్రింది పట్టిక చూపిస్తుంది. రెండు సంఖ్యామానంలలో కామాలను ఉంచిన స్థానాన్ని గమనించండి.

భారతీయ సంఖ్యామానం		అమెరికా సంఖ్యామానం	
1,000	వెయ్యి	1,000	వెయ్యి
10,000	పది వేలు	10,000	పది వేలు
1,00,000	ఒక లక్ష	100,000	వంద వేలు
10,00,000	పది లక్షలు	1,000,000	ఒక మిలియన్
1,00,00,000	ఒక కోటి	10,000,000	పది మిలియన్
10,00,00,000	పది కోట్లు	100,000,000	వంద మిలియన్
1,00,00,00,000	ఒక అరబ్ లేదా వంద కోట్లు	1,000,000,000	ఒక బిలియన్

భూటాన్, నేపాల్, శ్రీలంక, పాకిస్తాన్, బంగ్లాదేశ్, మాల్దీవులు, ఆఫ్ఘనిస్తాన్ మరియు మయన్మార్‌లలో కూడా భారతీయ సంఖ్యల నామకరణ పద్ధతిని అనుసరిస్తారు. లక్ష మరియు కోటి అనే పదాలు లక్ష (లక్ష) మరియు కోటి (కోటి) అనే సంస్కృత పదాల నుండి ఉద్భవించాయి. అమెరికన్ పద్ధతిని అనేక దేశాలలో కూడా ఉపయోగిస్తున్నారు.

1 లక్ష మరియు 1 కోటిలో సున్నాల సంఖ్యను గమనించండి.

1 లక్షను, సంఖ్యగా రాస్తే 1 తరువాత 5 సున్నాలు ఉంటాయి. 1 కోటి, సంఖ్యగా రాస్తే 1 తరువాత 7 సున్నాలు ఉంటాయి.

ఒక లక్ష అంటే వెయ్యికి వంద రెట్లు, ఒక కోటి అంటే లక్షకు వంద రెట్లు మరియు ఒక అరబ్ అంటే కోటికి వంద రెట్లు (అంటే, లక్ష అంటే 1 లక్ష, 100 లక్షలు అంటే 1 కోటి, మరియు 100 కోట్లు అంటే 1 అరబ్).

? వేయి లక్షలకు ఎన్ని సున్నాలు ఉంటాయి?

9876501234 సంఖ్యను ముందుగా కామాలను ఉంచడం ద్వారా సులభంగా చదవవచ్చు:

(ఎ) 9,87,65,01,234 → 9 అరబ్ 87 కోట్లు 65 లక్షలు 1 వెయ్యి 234 లేదా 987 కోట్లు 65 లక్షలు 1 వెయ్యి 234 (భారతీయ సంఖ్యామానంలో).

(బి) 9,876,501,234 → 9 బిలియన్ 876 మిలియన్ 501 వేల 234 (అమెరికన్ సంఖ్యామానంలో).

AP SCERT

Figure it Out - 1.4

1. Read the following numbers in Indian place value notation and write their number names in both the Indian and American systems:
   (a) 4050678 (b) 48121620
   (c) 20022002 (d) 246813579
   (e) 345000543 (f) 1020304050
2. Write the following numbers in Indian place value notation:
   (a) One crore one lakh one thousand ten
   (b) One billion one million one thousand one
   (c) Ten crore twenty lakh thirty thousand forty
   (d) Nine billion eighty million seven hundred thousand six hundred
3. Compare and write '<', '>' or '=':
   (a) 30 thousand ____ 3 lakhs
   (b) 500 lakhs _____ 5 million
   (c) 800 thousand ____ 8 million
   (d) 640 crore _____ 60 billion
   We shall come across even bigger numbers in later grades.

1.4 Exact and Approximate Values

What do you think of this conversation? Have you read or heard such headlines or statements?

Very often, exact numbers are not required and just an approximation is sufficient. For example, according to the 2011 census, the population of Amalapuram town is 76,068. Instead, saying that the population is about 75,000 is enough to give an idea of how big the quantity is.

AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 1.4

1. కింది సంఖ్యలను భారతీయ స్థాన విలువ సంజ్ఞామానంలో చదవండి మరియు వాటి సంఖ్య పేర్లను భారతీయ మరియు అమెరికన్ సంఖ్యామానం లలో రాయండి:

   (ఎ) 4050678 (బి) 48121620

   (సి) 20022002 (డి) 246813579

   (ఇ) 345000543 (ఎఫ్) 1020304050

2. కింది సంఖ్యలను భారతీయ సంఖ్యామాన స్థాన విలువ సంజ్ఞామానంలో వ్రాయండి:

   (ఎ) ఒక కోటి ఒక లక్ష ఒక వెయ్యి పది

   (బి) ఒక బిలియన్ ఒక మిలియన్ ఒక వెయ్యి ఒకటి

   (సి) పది కోట్ల ఇరవై లక్షల ముప్పై వేల నలభై

   (డి) తొమ్మిది బిలియన్ ఎనభై మిలియన్ల ఏడు లక్షల ఆరు వందలు

3. '<', '>' లేదా '=' గుర్తులలో ఏదైనా ఒక దానినుంచి, ఇచ్చిన సంఖ్యలను పోల్చి రాయండి.

   (ఎ) 30 వేలు _____ 3 లక్షలు

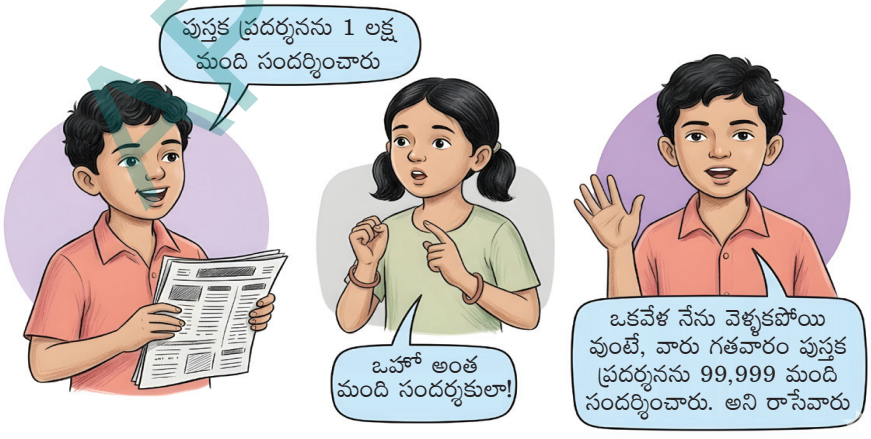
   (బి) 500 లక్షలు _____ 5 మిలియన్

   (సి) 800 వేలు _____ 8 మిలియన్

   (డి) 640 కోట్లు _____ 60 బిలియన్

   తరువాతి తరగతుల్లో మనం ఇంకా పెద్ద సంఖ్యలను చూస్తాము.

1.4 ఖచ్చితమైన మరియు ఉజ్జాయింపు విలువలు

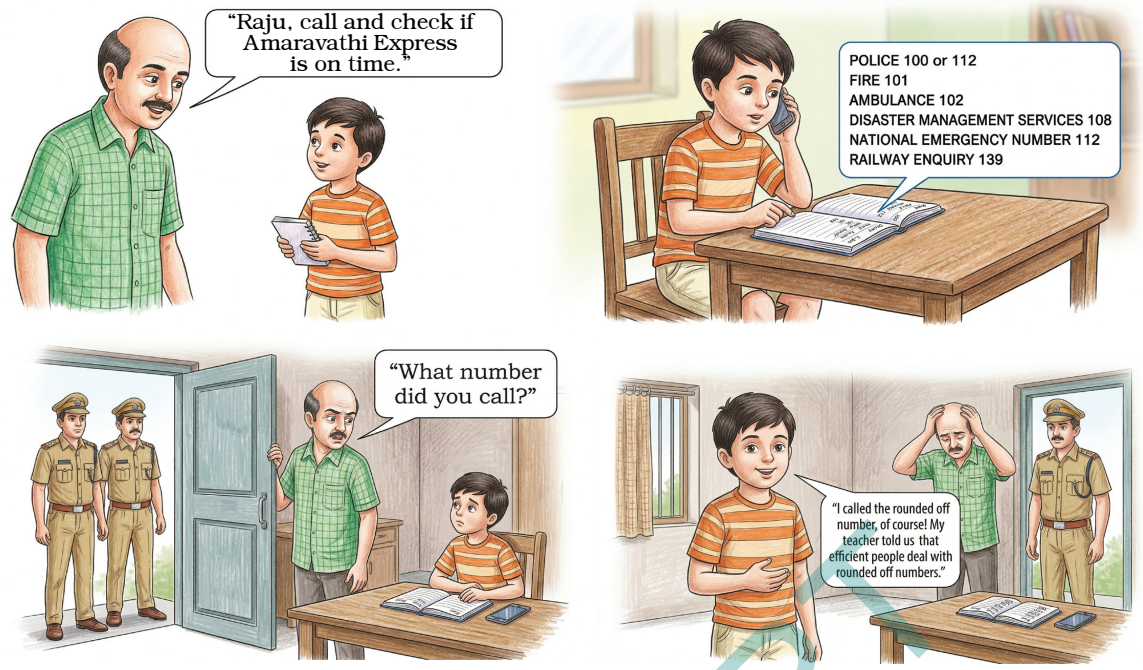


ఈ సంభాషణ గురించి మీరు ఏమనుకుంటున్నారు? మీరు అలాంటి ముఖ్యాంశాలు లేదా ప్రకటనలను చదివారా లేదా విన్నారా?

చాలా తరచుగా, కేవలం ఒక అంచనా సరిపోతుంది ఖచ్చితమైన సంఖ్యలు అవసరం లేదు.

ఉదాహరణకు, 2011 జనాభా లెక్కల ప్రకారం, అమలాపురం పట్టణ జనాభా 76,068. బదులుగా, జనాభా దాదాపు 75,000 అని చెప్పడం వల్ల ఎంత పెద్ద పరిమాణం ఉందో అర్థం చేసుకోవడానికి సరిపోతుంది.

AP SCERT



There are situations where it makes sense to round up a number (rounding up is when the approximated number is more than the actual number). For example, if a school has 732 people including students, teachers and staff: the principal might order 750 sweets instead of 700 sweets.

There are situations where it is better to round down (rounding down is when the approximated number is less than the actual number). For example, if the cost of an item is ₹470, the shopkeeper may say that the cost is around ₹450 instead of saying it is around ₹500.

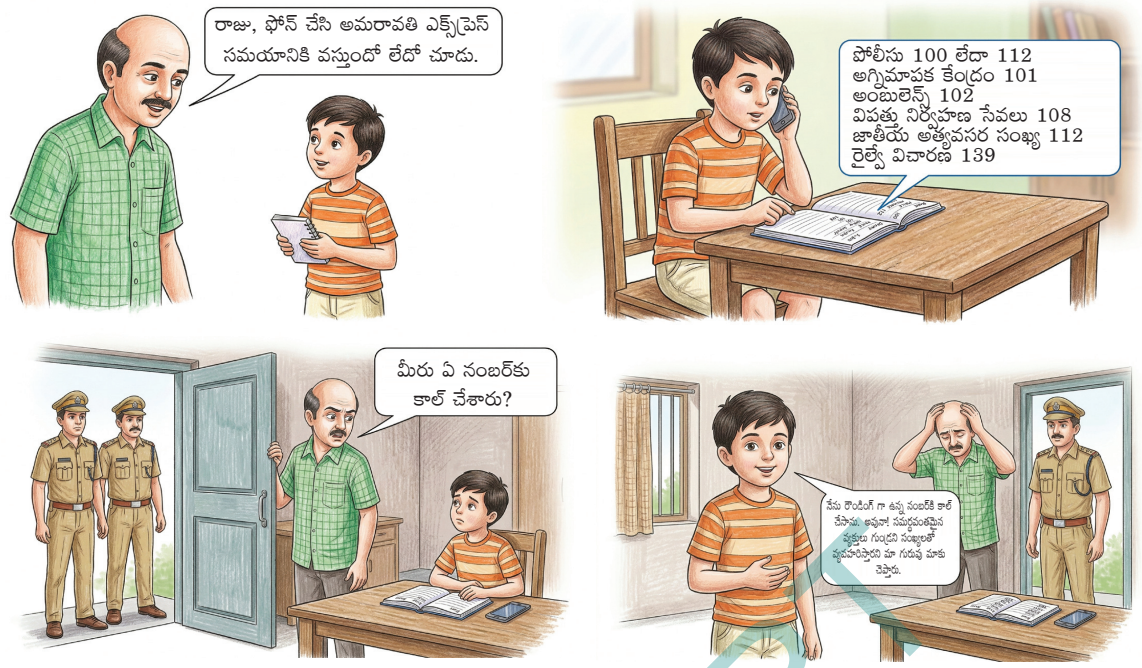
? Think and share situations where it is appropriate to (a) round up, (b) round down, (c) either rounding up or rounding down is okay and (d) when exact numbers are needed.

Nearest Neighbours

With large numbers it is useful to know the nearest thousand, lakh or crore. For example, the nearest neighbours of the number 6,72,85,183 are shown in the table below.

Nearest thousand	6,72,85,000
Nearest ten thousand	6,72,90,000
Nearest lakh	6,73,00,000
Nearest ten lakh	6,70,00,000
Nearest crore	7,00,00,000

AP SCERT



ఒక సంఖ్యను రౌండ్ అప్ చేయడం అర్థమయ్యే సందర్భాలు ఉన్నాయి (సుమారు సంఖ్య వాస్తవ సంఖ్య కంటే ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు రౌండ్ అప్ చేయడం). ఉదాహరణకు, ఒక పాఠశాలలో విద్యార్థులు, ఉపాధ్యాయులు మరియు సిబ్బందితో సహా 732 మంది ఉంటే: ప్రిన్సిపాల్ 700 స్వీట్లకు బదులుగా 750 స్వీట్లను ఆర్డర్ చేయవచ్చు.

రౌండ్ డౌన్ చేయడంలో కూడా మంచి సందర్భాలు ఉన్నాయి (సుమారు సంఖ్య వాస్తవ సంఖ్య కంటే తక్కువగా ఉన్నప్పుడు రౌండ్ డౌన్ చేయడం). ఉదాహరణకు, ఒక వస్తువు ధర ?470 అయితే, దుకాణదారుడు దాని ధర ?500 అని చెప్పడానికి బదులుగా ?450 అని చెప్పవచ్చు.

? క్రింది సందర్భాలలో ఎప్పుడు (ఎ) రౌండ్ అప్ (ఎక్కువకు సవరించడం), (బి) రౌండ్ డౌన్ (తక్కువకు సవరించడం), (సి) రౌండ్ అప్ లేదా రౌండ్ డౌన్ చేయడం సరైనదేనా మరియు (డి) ఎప్పుడు ఖచ్చితమైన సంఖ్యలు అవసరము?

సమీప పొరుగుసంఖ్యలు :

పెద్ద సంఖ్యలతో సమీప వెయ్యి, లక్ష లేదా కోట్లను తెలుసుకోవడం ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది. ఉదాహరణకు, 6,72,85,183 సంఖ్య యొక్క సమీప పొరుగుసంఖ్యలను క్రింది పట్టికలో చూపించారు.

సమీప వెయ్యి	6,72,85,000
సమీప పది వేలు	6,72,90,000
సమీప లక్ష	6,73,00,000
సమీప పది లక్షలు	6,70,00,000
సమీప కోటి	7,00,00,000

AP SCERT

? Similarly, write the five nearest neighbours for these numbers:

(a) 3,87,69,957

(b) 29,05,32,481

? I have a number for which all five nearest neighbours are 5,00,00,000. What could the number be? How many such numbers are there?

Hasantika and Srestha are estimating the values of simple expressions.

1. 4,63,128 + 4,19,682,

Hasantika: "The sum is near 8,00,000 and is more than 8,00,000."

Srestha : "The sum is near 9,00,000 and is less than 9,00,000."

(a) Are these estimates correct? Whose estimate is closer to the sum?

(b) Will the sum be greater than 8,50,000 or less than 8,50,000? Why do you think so?

(c) Will the sum be greater than 8,83,128 or less than 8,83,128? Why do you think so?

(d) Exact value of 4,63,128 + 4,19,682 = _____

2. 14,63,128 – 4,90,020

Hasantika: "The difference is near 10,00,000 and is less than 10,00,000."

Srestha : "The difference is near 9,00,000 and is more than 9,00,000."

(a) Are these estimates correct? Whose estimate is closer to the difference?

(b) Will the difference be greater than 9,50,000 or less than 9,50,000? Why do you think so?

(c) Will the difference be greater than 9,63,128 or less than 9,63,128? Why do you think so?

(d) Exact value of 14,63,128 – 4,90,020 = _____

Note to the Teacher: Ask students questions like — "what could the numbers be if the sum had to be less than 8,50,000."

AP SCERT

? అదేవిధంగా, ఈ సంఖ్యలకు దగ్గరగా ఉన్న ఐదు పొరుగు సంఖ్యలను వ్రాయండి:

(ఎ) 3,87,69,957

(బి) 29,05,32,481

? నా దగ్గర ఒక సంఖ్య ఉంది. దానికి సమీపంలోగల 5 పొరుగు సంఖ్యలు 5,00,00,000. ఆ సంఖ్య ఎంత కావచ్చు? అలాంటి సంఖ్యలు ఎన్ని ఉన్నాయి?

హసంతిక మరియు శ్రేష్ఠ సరళమైన సమాసాల విలువలను అంచనా వేస్తున్నారు.

1. 4,63,128 + 4,19,682,

హసంతిక: "మొత్తం 8,00,000 దగ్గర ఉంది మరియు 8,00,000 కంటే ఎక్కువ."

శ్రేష్ఠ: "మొత్తం 9,00,000 దగ్గర ఉంది మరియు 9,00,000 కన్నా తక్కువ."

(ఎ) ఈ అంచనాలు సరైనవేనా? ఎవరి అంచనా మొత్తానికి దగ్గరగా ఉంది?

(బి) మొత్తం 8,50,000 కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందా లేదా 8,50,000 కంటే తక్కువగా ఉంటుందా? మీరు ఎందుకు అలా అనుకుంటున్నారు?

(సి) మొత్తం 8,83,128 కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందా లేదా 8,83,128 కంటే తక్కువగా ఉంటుందా? మీరు ఎందుకు అలా అనుకుంటున్నారు?

(డి) 4,63,128 + 4,19,682 యొక్క ఖచ్చితమైన విలువ = _____

2. 14,63,128 – 4,90,020

హసంతిక : "తేడా 10,00,000 దగ్గర ఉంది మరియు 10,00,000 కన్నా తక్కువ."

శ్రేష్ఠ: "తేడా 9,00,000 దగ్గర ఉంది మరియు 9,00,000 కంటే ఎక్కువ."

(ఎ) ఈ అంచనాలు సరైనవేనా? ఎవరి అంచనా వ్యత్యాసానికి దగ్గరగా ఉంది??

(బి) వ్యత్యాసం 9,50,000 కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందా లేదా 9,50,000 కంటే తక్కువగా ఉంటుందా? మీరు ఎందుకు అలా అనుకుంటున్నారు?

(సి) వ్యత్యాసం 9,63,128 కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందా లేదా 9,63,128 కంటే తక్కువగా ఉంటుందా? మీరు ఎందుకు అలా అనుకుంటున్నారు?

(డి) 14,63,128 – 4,90,020 యొక్క ఖచ్చితమైన విలువ = _____

ఉపాధ్యాయుని గమనిక: "సంఖ్యల మొత్తం 8,50,000 కంటే తక్కువగా ఉండాలంటే ఆ సంఖ్యలు ఎలా ఉంటాయి" వంటి ప్రశ్నలను విద్యార్థులను అడగండి.

AP SCERT

Populations of Cities

Observe the populations of some Indian cities in the table below.

Rank	City	Population (2011)	Population (2001)
1	Mumbai	1,24,42,373	1,19,78,450
2	New Delhi	1,10,07,835	98,79,172
3	Bengaluru	84,25,970	43,01,326
4	Hyderabad	68,09,970	36,37,483
5	Ahmedabad	55,70,585	35,20,085
6	Chennai	46,81,087	43,43,645
7	Kolkata	44,86,679	45,72,876
8	Surat	44,67,797	24,33,835
9	Vadodara	35,52,371	16,90,000
10	Pune	31,15,431	25,38,473
11	Jaipur	30,46,163	23,22,575
12	Lucknow	28,15,601	21,85,927
13	Kanpur	27,67,031	25,51,337
14	Nagpur	24,05,665	20,52,066
15	Indore	19,60,631	14,74,968
16	Thane	18,18,872	12,62,551
17	Bhopal	17,98,218	14,37,354
18	Visakhapatnam	17,28,128	13,45,938
19	Pimpri-Chinchwad	17,27,692	10,12,472
20	Patna	16,84,222	13,66,444

AP SCERT

నగరాల జనాభా

కింది పట్టికలో కొన్ని భారతీయ నగరాల జనాభాను గమనించండి.

రాంక్	నగరం	జనాభా (2011)	జనాభా (2001)
1	ముంబై	1,24,42,373	1,19,78,450
2	న్యూఢిల్లీ	1,10,07,835	98,79,172
3	బెంగళూరు	84,25,970	43,01,326
4	హైదరాబాద్	68,09,970	36,37,483
5	అహ్మదాబాద్	55,70,585	35,20,085
6	చెన్నై	46,81,087	43,43,645
7	కోల్‌కతా	44,86,679	45,72,876
8	సూరత్	44,67,797	24,33,835
9	వడోదర	35,52,371	16,90,000
10	పుణే	31,15,431	25,38,473
11	జైపూర్	30,46,163	23,22,575
12	లక్నో	28,15,601	21,85,927
13	కాన్పూర్	27,67,031	25,51,337
14	నాగ్‌పూర్	24,05,665	20,52,066
15	ఇండోర్	19,60,631	14,74,968
16	థానే	18,18,872	12,62,551
17	భోపాల్	17,98,218	14,37,354
18	విశాఖపట్నం	17,28,128	13,45,938
19	పింప్రి-చించ్వాడ్	17,27,692	10,12,472
20	పాట్నా	16,84,222	13,66,444

AP SCERT

From the information given in the table, answer the following questions by approximation:

1. What is your general observation about this data? Share it with the class.
2. How much is the population of Pune in 2011? Approximately, by how much has it increased compared to 2001?
3. Which city's population increased the most between 2001 and 2011?
4. Are there cities whose population has almost doubled? Which are they?
5. By what number should we multiply Patna's population to get a number/population close to that of Mumbai?

Fascinating Facts about Large Numbers

Some interesting facts about large numbers are hidden below. Calculate the product or quotient to uncover the facts. Once you find the product or quotient, read the number in both Indian and American naming systems. Share your thoughts and questions about the fact with the class after you discover each number.

AP SCERT

1250×380

is the number of kirtanas composed by Purandaradasa according to legends. Purandaradasa was a composer and singer in the 15th century. His kirtanas spanned social reform, bhakti and spirituality. He systematised methods for teaching Carnatic music which is followed to the present day.

How many years did he live to compose so many songs? At what age did he start composing songs? If he composed 4,75,000 songs, how many songs per year did he have to compose?

పట్టికలో ఇవ్వబడిన సమాచారం నుండి, కింది ప్రశ్నలకు ఉజ్జాయింపుగా సమాధానం ఇవ్వండి:

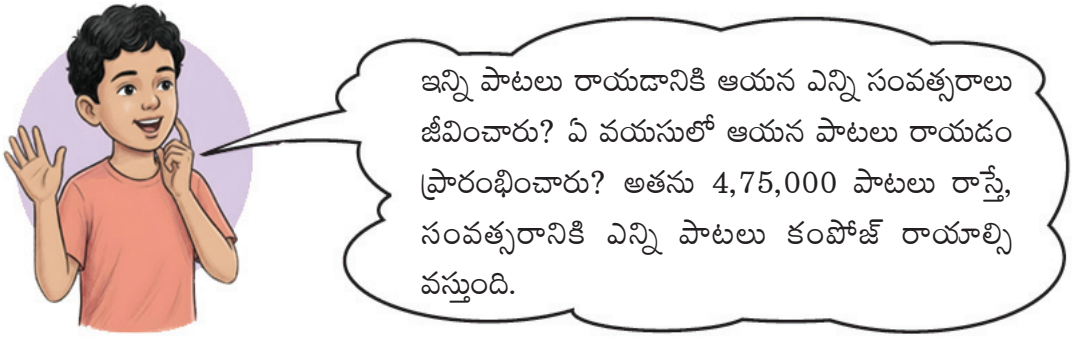
1. ఈ దత్తాంశం గురించి మీ సాధారణ పరిశీలన ఏమిటి? దానిని తరగతితో పంచుకోండి.
2. 2011లో పూణే జనాభా ఎంత? 2001తో పోలిస్తే సుమారుగా ఎంత పెరిగింది?
3. 2001 మరియు 2011 మధ్య ఏ నగర జనాభా అత్యధికంగా పెరిగింది?
4. జనాభా దాదాపు రెట్టింపు అయిన నగరాలు ఉన్నాయా? అవి ఏవి?
5. ముంబై జనాభాకు దగ్గరగా ఉన్న సంఖ్య/జనాభాను పొందడానికి పాట్నా జనాభాను ఏ సంఖ్యతో గుణించాలి?

పెద్ద సంఖ్యల గురించి ఆసక్తికరమైన విషయాలు

పెద్ద సంఖ్యల గురించి కొన్ని ఆసక్తికరమైన విషయాలు క్రింద దాచబడ్డాయి. వాస్తవాలను వెలికితీసేందుకు లబ్ధం లేదా భాగఫలంను లెక్కించండి. మీరు లబ్ధం లేదా భాగఫలం కనుగొన్న తర్వాత, భారతీయ మరియు అమెరికన్ సంఖ్యామానంలో సంఖ్యను చదవండి. మీరు ప్రతి సంఖ్యను కనుగొన్న తర్వాత తరగతితో వాస్తవం గురించి మీ ఆలోచనలను మరియు ప్రశ్నలను పంచుకోండి.

1250×380

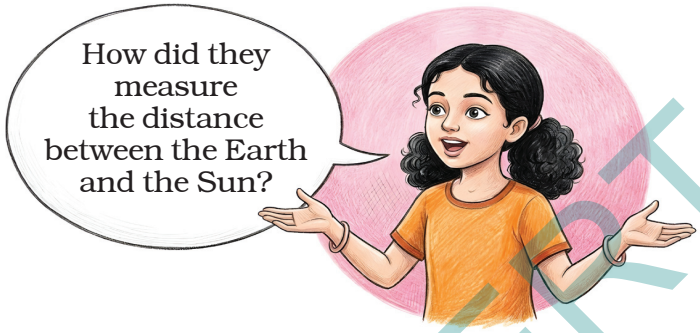
పురాణాల ప్రకారం. పురందరదాసు రచించిన కీర్తనల సంఖ్య పురందరదాసు 15వ శతాబ్దంలో స్వరకర్త మరియు గాయకుడు. ఆయన కీర్తనలు సామాజిక సంస్కరణ, భక్తి మరియు ఆధ్యాత్మికత వరకు విస్తరించాయి. కర్ణాటక సంగీతాన్ని బోధించడానికి ఆయన క్రమబద్ధీకరించిన పద్ధతులను నేటికీ అనుసరిస్తున్నారు.



APSCERT

2100 × 70,000

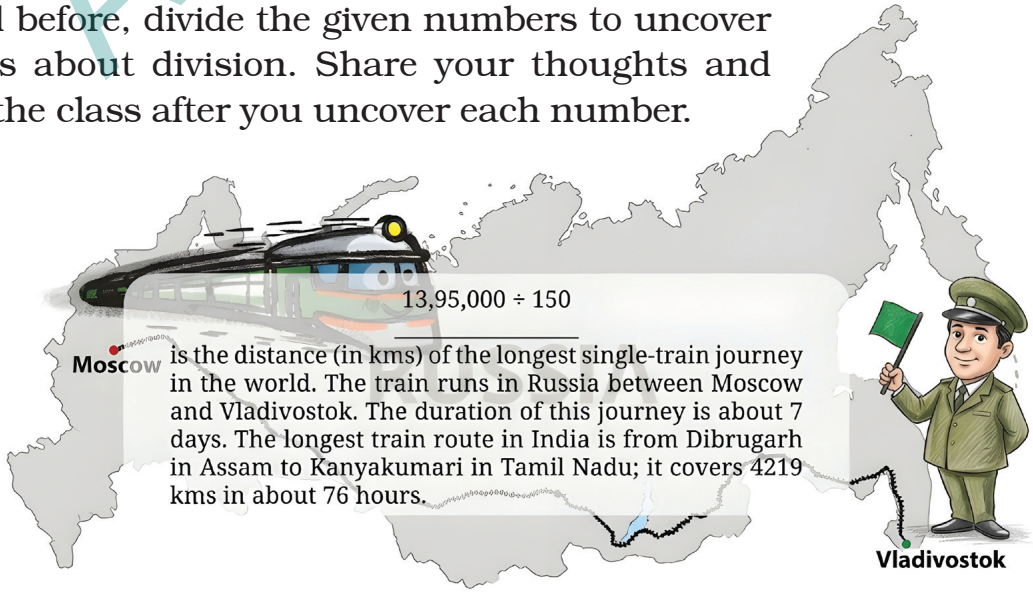
is the approximate distance in kilometers, between the Earth and the Sun.
This distance keeps varying throughout the year.
The farthest distance is about 152 million kilometers.



6400 × 62,500

is the average number of litres of water the Amazon river discharges into the Atlantic Ocean every second.
The river's flow into the Atlantic is so much that drinkable freshwater is found even 160 kilometers into the open sea.

As you did before, divide the given numbers to uncover interesting facts about division. Share your thoughts and questions with the class after you uncover each number.



13,95,000 ÷ 150

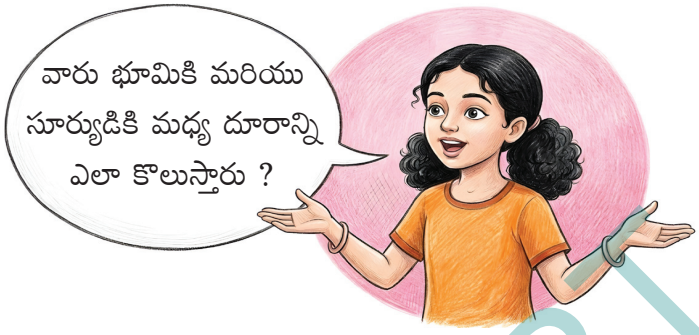
_____

is the distance (in kms) of the longest single-train journey in the world. The train runs in Russia between Moscow and Vladivostok. The duration of this journey is about 7 days. The longest train route in India is from Dibrugarh in Assam to Kanyakumari in Tamil Nadu; it covers 4219 kms in about 76 hours.

APSCERT

2100 × 70,000

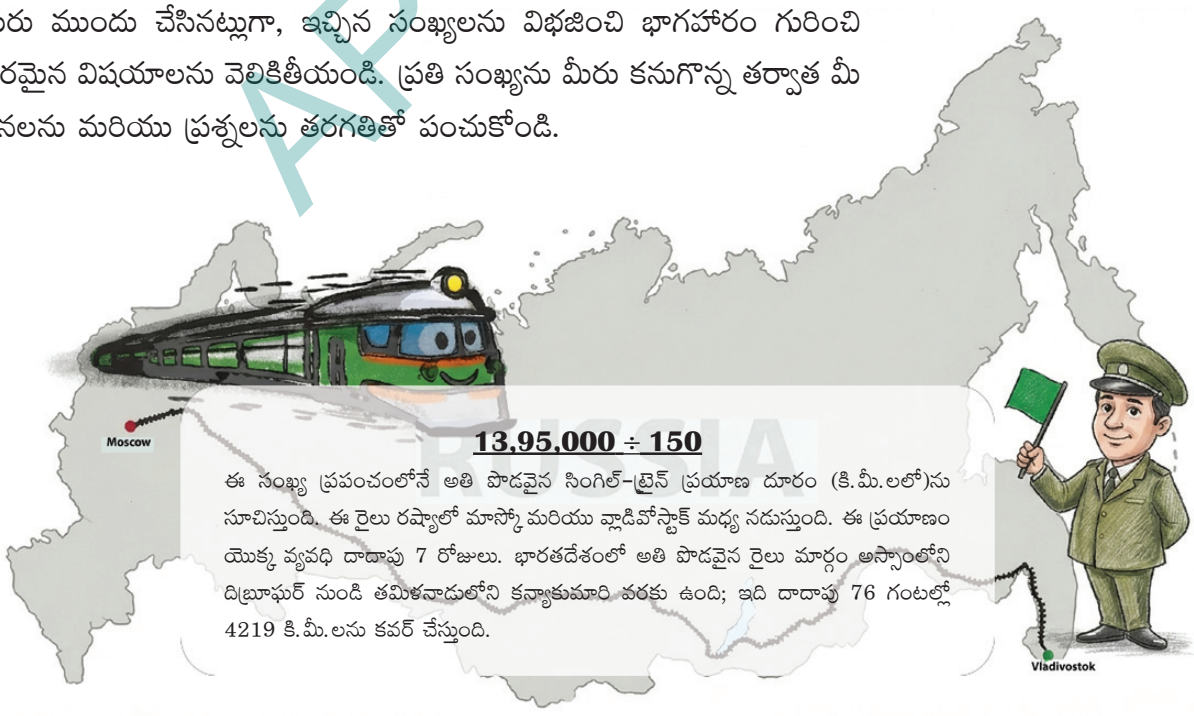
భూమికి మరియు సూర్యుడికి మధ్య దూరం సుమారుగా కిలోమీటర్లలో ఉంటుంది. ఈ దూరం ఏడాది పొడవునా మారుతూ ఉంటుంది. అత్యంత దూరం దాదాపు 152 మిలియన్ కిలోమీటర్లు.



6400 × 62,500

అనేది అమెజాన్ నది ప్రతి సెకనుకు అట్లాంటిక్ మహాసముద్రంలోకి విడుదల చేసే సగటు నీటి పరిమాణం సంఖ్య (లీటర్లలో). అట్లాంటిక్‌లోకి నది ప్రవాహం ఎంత ఎక్కువగా ఉందంటే, సముద్రంలో 160 కిలోమీటర్ల దూరంలో కూడా త్రాగడానికి యోగ్యమైన మంచినీరు దొరుకుతుంది.

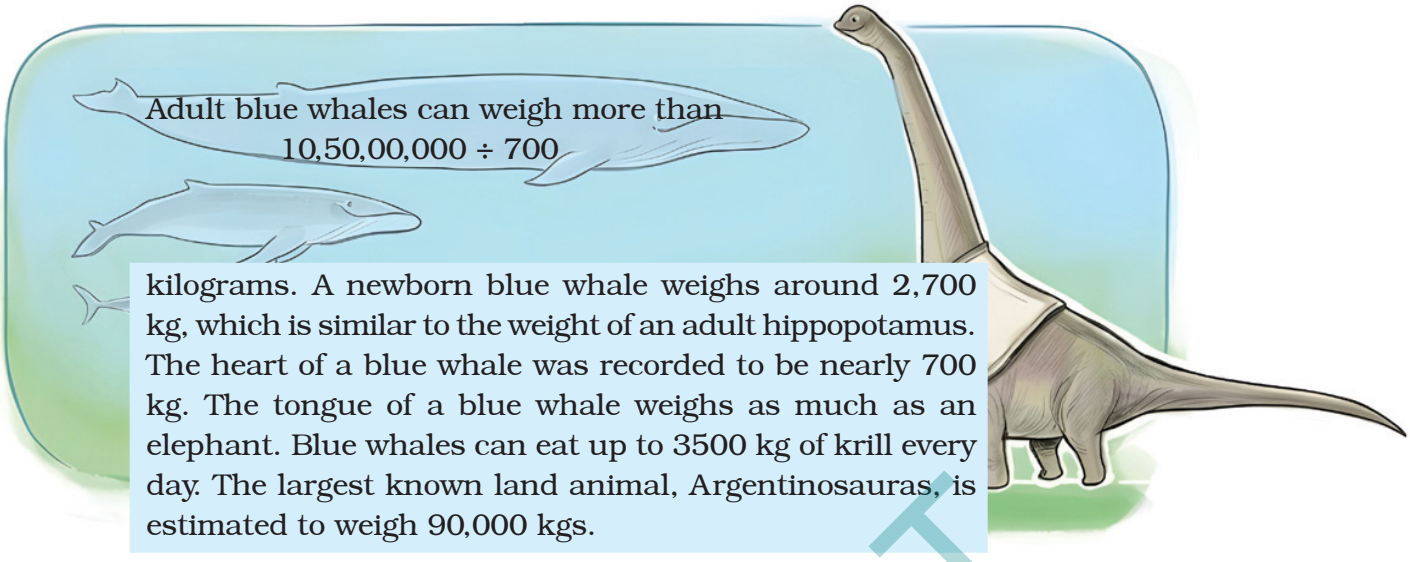
మీరు ముందు చేసినట్లుగా, ఇచ్చిన సంఖ్యలను విభజించి భాగహారం గురించి ఆసక్తికరమైన విషయాలను వెలికితీయండి. ప్రతి సంఖ్యను మీరు కనుగొన్న తర్వాత మీ ఆలోచనలను మరియు ప్రశ్నలను తరగతితో పంచుకోండి.



13,95,000 ÷ 150

ఈ సంఖ్య ప్రపంచంలోనే అతి పొడవైన సింగిల్-ట్రైన్ ప్రయాణ దూరం (కి.మీ.లలో)ను సూచిస్తుంది. ఈ రైలు రష్యాలో మాస్కో మరియు వ్లాడివోస్టాక్ మధ్య నడుస్తుంది. ఈ ప్రయాణం యొక్క వ్యవధి దాదాపు 7 రోజులు. భారతదేశంలో అతి పొడవైన రైలు మార్గం అస్సాంలోని దిబ్రూఘర్ నుండి తమిళనాడులోని కన్యాకుమారి వరకు ఉంది; ఇది దాదాపు 76 గంటల్లో 4219 కి.మీ.లను కవర్ చేస్తుంది.

AP SCERT



Adult blue whales can weigh more than
10,50,00,000 ÷ 700

kilograms. A newborn blue whale weighs around 2,700 kg, which is similar to the weight of an adult hippopotamus. The heart of a blue whale was recorded to be nearly 700 kg. The tongue of a blue whale weighs as much as an elephant. Blue whales can eat up to 3500 kg of krill every day. The largest known land animal, Argentinosauras, is estimated to weigh 90,000 kgs.

52,00,00,00,000 ÷ 130

_____

was the weight, in tonnes, of global plastic waste generated in the year 2021.

Large Number Fact

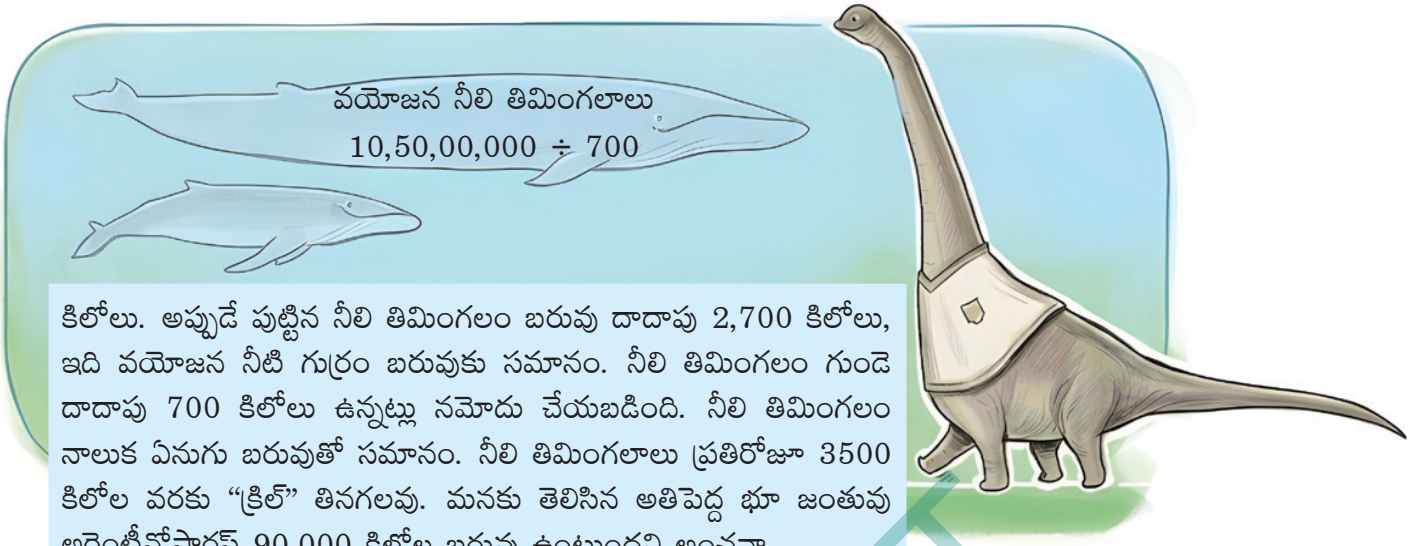
In a single gram of healthy soil there can be 100 million to 1 billion bacteria and 1 lakh to 1 million fungi, which can support plants' growth and health.

Share such large-number facts you know / come across with your class.

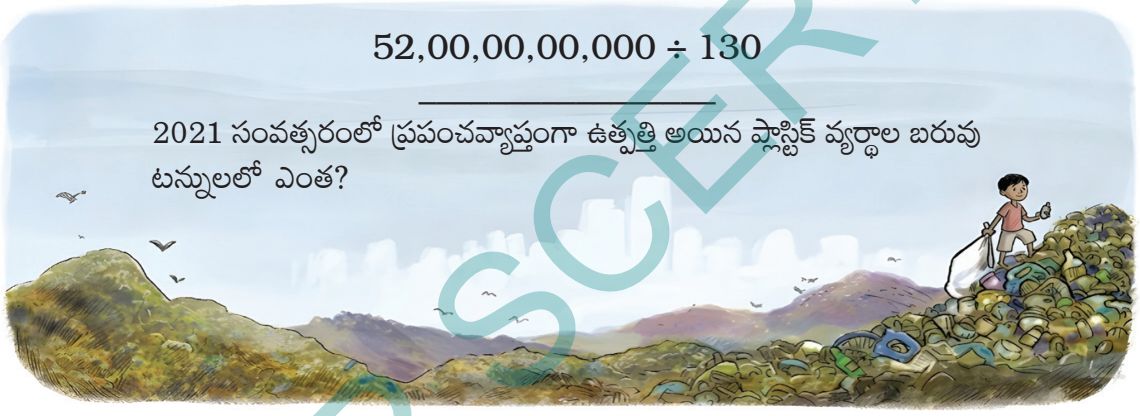
Veda Numbers:

Number names in ancient Bharat
Vedas used words for numbers.
For example, Tridasati = Trimsat = 3 × 10 = 30
Ekatrimsat (eka+trimsat) = 30 + 1 = 31
Yajurveda referred the height number as parardha = 10^{12} = 1 lakh crore.
Siddhartha (Gowtama Buddha) counted numbers upto Tallakshana = 10^{53}
Ramayana mentioned numbers up Mahayuga 10^{62}.

AP SCERT



కిలోలు. అప్పుడే పుట్టిన నీలి తిమింగలం బరువు దాదాపు 2,700 కిలోలు, ఇది వయోజన నీటి గుర్రం బరువుకు సమానం. నీలి తిమింగలం గుండె దాదాపు 700 కిలోలు ఉన్నట్లు నమోదు చేయబడింది. నీలి తిమింగలం నాలుక ఏనుగు బరువుతో సమానం. నీలి తిమింగలాలు ప్రతిరోజూ 3500 కిలోల వరకు "క్రిల్" తినగలవు. మనకు తెలిసిన అతిపెద్ద భూ జంతువు అర్జెంటీనోసారస్ 90,000 కిలోల బరువు ఉంటుందని అంచనా.



పెద్ద సంఖ్య వాస్తవం

ఒక గ్రాము ఆరోగ్యకరమైన నేలలో 100 మిలియన్ల నుండి 1 బిలియన్ బ్యాక్టీరియా మరియు 1 లక్ష నుండి 1 మిలియన్ శిలీంధ్రాలు ఉండవచ్చు. ఇవి మొక్కల పెరుగుదల మరియు ఆరోగ్యానికి తోడ్పడతాయి.

మీకు తెలిసిన / తెలిసిన పెద్ద సంఖ్యలో వాస్తవాలను మీ తరగతితో పంచుకోండి.

వేద సంఖ్యలు :

ప్రాచీన భారతదేశంలోని సంఖ్యా పేర్లు

వేదాలు సంఖ్యల కోసం పదాలను ఉపయోగించాయి.

ఉదాహరణకు, త్రిదశతి = 3×10 = 30

ఏకత్రింసత్ (ఏక + త్రింసత్) = 30+1 = 31

యజుర్వేదం ప్రకారం పెద్ద సంఖ్య పరార్ధ = 10^{12} = 1 లక్ష కోట్లుగా పేర్కొంది.

సిద్ధార్థ (గౌతమ బుద్ధుడు) తల్లక్షణ 10^{53} వరకు సంఖ్యలను లెక్కించాడు.

రామాయణం మహాయుగం 10^{62} వరకు సంఖ్యలను ప్రస్తావించింది.

AP SCERT

1.6 Did You Ever Wonder...?

Surya is amused by all these interesting facts about large numbers. While thinking about these, he came up with an unusual question, "Could the entire population of Mumbai fit into 1 lakh buses?"

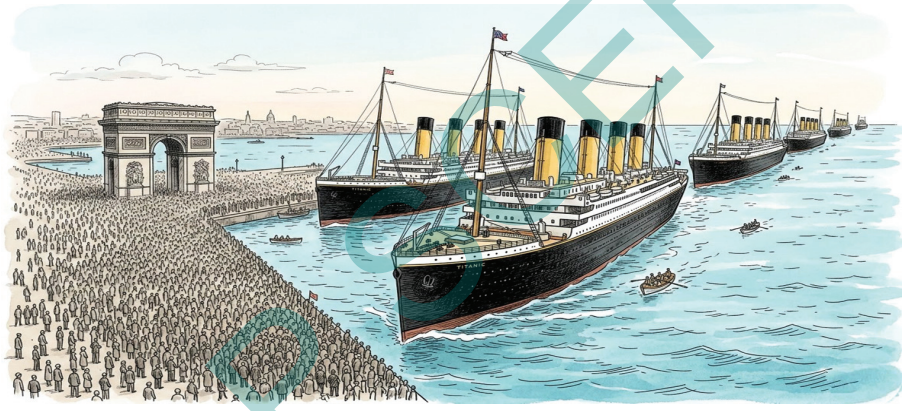
What do you think?

How can we find out?

Let us assume a bus can accommodate 50 people. Then 1 lakh buses can accommodate 1 lakh × 50 = 50 lakh people.

The population of Mumbai is more than 1 crore 24 lakhs (we saw this in an earlier table). So, the entire population of Mumbai cannot fit in 1 lakh buses.

? The RMS Titanic ship carried about 2500 passengers. Can the population of Mumbai fit into 5000 such ships?



Inspired by this strange question, Rakshitha wondered, "If I could travel 100 kilometers every day, could I reach the Moon in 10 years?" (The distance between the Earth and the Moon is 3,84,400 km.)

How far would she have travelled in a year?

How far would she have travelled in 10 years?

Is it not easier to perform these calculations in stages? You can use this method for all large calculations.

? Find out if you can reach the Sun in a lifetime, if you travel 1000 kilometers every day. (You had written down the distance between the Earth and the Sun in a previous exercise.)

? Make necessary reasonable assumptions and answer the questions below:

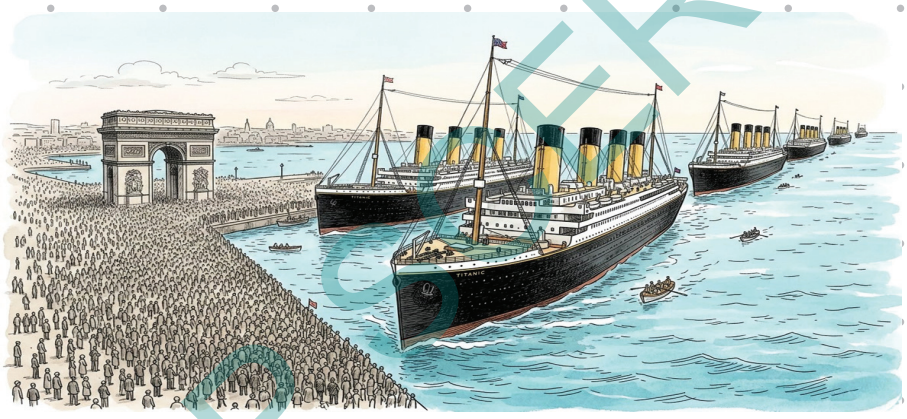
© NCERT

1.4 మీరు ఎప్పుడైనా ఆలోచించారా...?

పెద్ద సంఖ్యల గురించిన ఈ ఆసక్తికరమైన వాస్తవాలన్నీ సూర్యకు చాలా నచ్చాయి. వీటి గురించి ఆలోచిస్తున్నప్పుడు, అతనికి ఒక అసాధారణ ప్రశ్న వచ్చింది, "ముంబై జనాభా మొత్తం 1 లక్ష బస్సులకు సరిపోతుందా?" మీరు ఏమనుకుంటున్నారు? మనం ఎలా కనుగొనగలం? ఒక బస్సు 50 మందికి వసతి కల్పిస్తుందని అనుకుందాం. అప్పుడు 1 లక్ష బస్సులు. 1 లక్ష × 50 = 50 లక్షల మందికి వసతి కల్పిస్తాయి..

ముంబై జనాభా 1 కోటి 24 లక్షలకు పైగా ఉంది (దీనిని మనం ఇంతకు ముందు పట్టికలో చూశాము). కాబట్టి, ముంబై మొత్తం జనాభా 1 లక్ష బస్సులలో సరిపోదు.

? RMS టైటానిక్ ఓడ దాదాపు 2500 మంది ప్రయాణికులను తీసుకెళ్లింది. ముంబై జనాభా అలాంటి 5000 ఓడలకు సరిపోతుందా??



ఈ వింత ప్రశ్నతో ప్రేరణ పొందిన రక్షిత, "నేను ప్రతిరోజూ 100 కిలోమీటర్లు ప్రయాణించగలిగితే, 10 సంవత్సరాలలో చంద్రుడిని చేరుకోగలనా?" అని ఆలోచించింది (భూమికి చంద్రునికి మధ్య దూరం 3,84,400 కి.మీ.).

ఆమె ఒక సంవత్సరంలో ఎంత దూరం ప్రయాణించి ఉండేది?

10 సంవత్సరాలలో ఎంత దూరం ప్రయాణించి ఉండేది?

ఈ గణనలను దశలవారీగా నిర్వహించడం సులభం కాదా? మీరు ఈ పద్ధతిని అన్ని పెద్ద గణనలకు ఉపయోగించవచ్చు.

? మీరు ప్రతిరోజూ 1000 కిలోమీటర్లు ప్రయాణిస్తే, జీవితకాలంలో సూర్యుడిని చేరుకోగలరా అని తెలుసుకోండి. (మునుపటి 'కనుక్కోండి'లో మీరు భూమి మరియు సూర్యుడి మధ్య దూరాన్ని వ్రాసారు.

? అవసరమైన సహేతుకమైన అంచనాలను రూపొందించి, క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:

APCERT

(a) If a single sheet of paper weighs 5 grams, could you lift one lakh sheets of paper together at the same time?

(b) If 250 babies are born every minute across the world, will a million babies be born in a day?

(c) Can you count 1 million coins in a day? Assume you can count 1 coin every second.

? Think and create more such fun questions and share them with your class.

Figure it Out - 1.5

1. Using all digits from 0 – 9 exactly once (the first digit cannot be 0) to create a 10-digit number, write the
   (a) Largest multiple of 5
   (b) Smallest even number
2. The number 10,30,285 in words is Ten lakhs thirty thousand two hundred eighty five, which has 43 letters. Give a 7-digit number name which has the maximum number of letters.
3. Write a 9-digit number where exchanging any two digits results in a bigger number. How many such numbers exist?
4. Strike out 10 digits from the number 12345123451234512345 so that the remaining number is as large as possible.
5. The words 'zero' and 'one' share letters 'e' and 'o'. The words 'one' and 'two' share a letter 'o', and the words 'two' and 'three' also share a letter 't'. How far do you have to count to find two consecutive numbers which do not share an English letter in common?

Try This

6. Suppose you write down all the numbers 1, 2, 3, 4, ..., 9, 10, 11, ... The tenth digit you write is '1' and the eleventh digit is '0', as part of the number 10.
   (a) What would the 1000th digit be? At which number would it occur?
   (b) What number would contain the millionth digit?
   (c) When would you have written the digit '5' for the 5000th time?

Try This

AP SCERT

(ఎ) ఒక కాగితపు షీట్ బరువు 5 గ్రాములు అయితే, మీరు ఒకేసారి ఒక లక్ష కాగితపు షీట్లను ఎత్తగలరా?

(బి) ప్రపంచవ్యాప్తంగా ప్రతి నిమిషానికి 250 మంది పిల్లలు పుడితే, ఒక రోజులో మిలియన్ మంది పిల్లలు పుడతారా?

(సి) మీరు ప్రతి సెకనుకు 1 నాణెం లెక్కించగలరని అనుకుంటే, మీరు ఒక రోజులో 1 మిలియన్ నాణేలను లెక్కించగలరా?

? ఆలోచించి, ఇలాంటి మరిన్ని సరదా ప్రశ్నలను రూపొందించండి మరియు వాటిని మీ తరగతితో పంచుకోండి.

ఆలోచించండి-చేయండి - 1.5

1. 0 – 9 వరకు ఉన్న అన్ని అంకెలను సరిగ్గా ఒకసారి ఉపయోగించి (మొదటి అంకె 0 కాకూడదు) 10-అంకెల సంఖ్యను రూపొందించడానికి

   (అ) 5 యొక్క అతిపెద్ద గుణిజం

   (ఆ) అతి చిన్న సరి సంఖ్య

2. అక్షరాలలో 10,30,285 అనే సంఖ్య పది లక్షల ముప్పై వేల రెండు వందల ఎనభై ఐదు, ఇందులో 43 అక్షరాలు ఉన్నాయి. గరిష్ట సంఖ్యలో అక్షరాలు ఉన్న 7 అంకెల సంఖ్య పేరు రాయండి.

3. ఏవైనా రెండు అంకెలను మార్చడం వలన పెద్ద సంఖ్య వచ్చే విధంగా 9-అంకెల సంఖ్యను వ్రాయండి. అలాంటి సంఖ్యలు ఎన్ని ఉన్నాయి?

4. మిగిలిన సంఖ్య వీలైనంత పెద్దదిగా ఉండేలా 12345123451234512345 సంఖ్య నుండి 10 అంకెలను కొట్టివేయండి,

5. ఆంగ్లంలో 'zero' మరియు 'one' అనే పదాలు 'e' మరియు 'o' అనే అక్షరాలను పంచుకుంటాయి. 'one' మరియు 'two' అనే పదాలు 'o' అనే అక్షరాన్ని పంచుకుంటాయి మరియు 'two' మరియు 'three' అనే పదాలు 't' అనే అక్షరాన్ని కూడా పంచుకుంటాయి. ఆంగ్ల అక్షరాన్ని ఉమ్మడిగా పంచుకోని రెండు వరుస సంఖ్యలను కనుగొనడానికి మీరు ఎంత వరకు లెక్కించాలి?

   ప్రయత్నించండి

6. మీరు 1, 2, 3, 4, ..., 9, 10, 11, ... అనే అన్ని సంఖ్యలను వ్రాసారని అనుకుందాం, 10 అనే సంఖ్యలో భాగంగా మీరు వ్రాసే పదవ అంకె '1' మరియు పదకొండవ అంకె '0' అయితే

   ప్రయత్నించండి

   (ఎ) 1000వ అంకె ఏమిటి? అది ఏ సంఖ్యలో వస్తుంది?

   (బి) ఏ సంఖ్యలో మిలియన్ అంకె ఉంటుంది?

   (సి) మీరు 5000వ సారి '5' అనే అంకెను ఎప్పుడు రాసి ఉండేవారు?

AP SCERT

7. A calculator has only '+10,000' and '+100' buttons. Write an expression describing the number of button clicks to be made for the following numbers:

(a) 20,800
(b) 92,100
(c) 1,20,500
(d) 65,30,000
(e) 70,25,700

8. How many lakhs make a billion?

9. You are given two sets of number cards numbered from 1 – 9. Place a number card in each box below to get the (a) largest possible sum (b) smallest possible difference of the two resulting numbers.

10. You are given some number cards; 4000, 13000, 300, 70000, 150000, 20, 5. Using the cards get as close as you can to the numbers below using any operation you want. Each card can be used only once for making a particular number.

(a) 1,10,000: Closest I could make is

$$4000 \times (20 + 5) + 13000 = 1,13,000$$

(b) 2,00,000:

(c) 5,80,000:
(d) 12,45,000:
(e) 20,90,800:

Try This

11. Find out how many coins should be stacked to match the height of the Statue of Unity. Assume each coin is 1 mm thick.

12. Grey-headed albatrosses have a roughly 7-feet wide wingspan. They are known to migrate across several oceans. Albatrosses can cover about 900 – 1000 km in a day. One of the longest single trips recorded is about 12,000 km. How many days would such a trip take to cross the Pacific Ocean approximately?

AP SCERT

7. కాలిక్యులేటర్‌లో '+10,000' మరియు '+100' బటన్లు మాత్రమే ఉంటాయి. కింది సంఖ్యలను పొందడానికి బటన్‌ను ఎన్ని సార్లు క్లిక్ చేయాలో వివరించే సమాసమును వ్రాయండి.

(ఎ) 20,800

(బి) 92,100

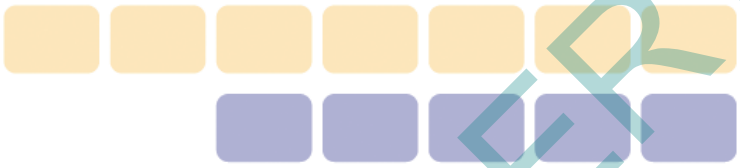
(సి) 1,20,500

(డి) 65,30,000

(ఇ) 70,25,700

8. ఒక బిలియన్‌కు ఎన్ని లక్షలు?

9. మీకు 1 నుండి 9 వరకు సంఖ్యలు కలిగిన రెండు సెట్ల నంబర్ కార్డులు ఇవ్వబడ్డాయి. క్రింద ఉన్న ప్రతి పెట్టెలో ఒక నంబర్ కార్డును ఉంచండి (ఎ) సాధ్యమయ్యే అతిపెద్ద మొత్తాన్ని (బి) రెండు ఫలిత సంఖ్యల యొక్క అతి చిన్న వ్యత్యాసాన్ని పొందే విధంగా అమర్చండి.



10. మీకు కొన్ని నంబర్ కార్డులు ఇవ్వబడ్డాయి; 4000, 13000, 300, 70000, 150000, 20, 5. కార్డులను ఉపయోగించి మీకు కావలసిన ఏవైనా పరిక్రియలను ఉపయోగించి క్రింద ఉన్న సంఖ్యలకు వీలైనంత దగ్గరగా ఉండే సంఖ్యను వ్రాయండి. ఒక నిర్దిష్ట సంఖ్యను తయారు చేయడానికి ప్రతి కార్డును ఒకసారి మాత్రమే ఉపయోగించాలి.

(ఎ) 1,10,000: (నేను చేయగలిగే దగ్గరి సంఖ్య 4000 × (20 + 5) + 13000 = 1,13,000)

(బి) 2,00,000:

(సి) 5,80,000:

(డి) 12,45,000:

(ఇ) 20,90,800:

ప్రయత్నించండి

11. స్టాచ్యూ ఆఫ్ యూనిటీ (ఐక్యతా విగ్రహం) ఎత్తుకు సమానంగా ఉండాలంటే ఎన్ని నాణెంలను ఒక దానిపై ఒకటి పేర్చాలో కనుగొనండి? ప్రతి నాణెం 1 మి.మీ. మందం ఉంటుందనుకోండి.

12. బూడిద రంగు తల గల ఆల్బాట్రాస్‌లు దాదాపు 7 అడుగుల వెడల్పు గల రెక్కలను కలిగి ఉంటాయి. అవి అనేక మహాసముద్రాలను దాటి వలస వెళ్తాయని అంటారు. ఆల్బాట్రాస్‌లు ఒక రోజులో దాదాపు 900 – 1000 కి.మీ. ప్రయాణించగలవు. నమోదైన అతి పొడవైన సింగిల్ ట్రిప్‌లలో ఒకటి దాదాపు 12,000 కి.మీ. ఉంటుంది. అటువంటి ఒక ట్రిప్ లో పసిఫిక్ మహాసముద్రం దాటడానికి ఎన్ని రోజులు పడుతుంది?

APSCERT

13. A bar-tailed godwit holds the record for the longest recorded non-stop flight. It travelled 13,560 km from Alaska to Australia without stopping. Its journey started on 13 October 2022 and continued for about 11 days. Find out the approximate distance it covered every day. Find out the approximate distance it covered every hour.

14. Bald eagles are known to fly as high as 4500 – 6000 m above the ground level. Mount Everest is about 8850 m high. Aeroplanes can fly as high as 10,000 – 12,800 m. How many times bigger are these heights compared to Ramu's building?

SUMMARY

- We came across large numbers — lakhs, crores and arabs; millions and billions. We learnt how to read and write these numbers in the Indian and American/International naming systems.
  (a) 1 lakh is 1 followed by 5 zeroes: 1,00,000
  (b) 1 crore is 1 followed by 7 zeroes: 1,00,00,000
  (c) 1 million is 1 followed by 6 zeroes: 1,000,000 (which is also ten lakhs)
  (d) 1 arab is 1 followed by 9 zeroes: 1,000,000,000 (which is also 100 crore or 1 billion)
- We generally round up or round down large numbers. Many times it is enough just to know roughly how big or small something is.
- To get a sense of large numbers or quantities, we can check how many times bigger they are compared to numbers or quantities that are more familiar.
- We saw how to factorise numbers and regroup them to make multiplications simpler.
- We carried out interesting thought experiments such as — "Would one be able to watch 1000 movies in a year?"

AP SCERT

13. బార్-టెయిల్డ్ గాడ్‌విట్ అత్యధిక దూరం నాన్-స్టాప్ ఫ్లైట్ ప్రయాణించిన రికార్డును కలిగి ఉంది. ఇది అలాస్కా నుండి ఆస్ట్రేలియాకు ఆగకుండా 13,560 కి.మీ ప్రయాణించింది. దీని ప్రయాణం 2022 అక్టోబర్ 13న ప్రారంభమై దాదాపు 11 రోజులు కొనసాగింది. ఇది ప్రతిరోజూ ప్రయాణించిన సుమారు దూరాన్ని కనుగొనండి. ప్రతి గంటకు ప్రయాణించిన సుమారు దూరాన్ని కనుగొనండి.

14. బాల్డ్ ఈగల్స్ నేల మట్టానికి 4500 – 6000 మీటర్ల ఎత్తు వరకు ఎగురుతాయి. ఎవరెస్ట్ శిఖరం దాదాపు 8850 మీటర్ల ఎత్తులో ఉంటుంది. విమానాలు 10,000 – 12,800 మీటర్ల ఎత్తు వరకు ఎగురుతాయి. రాము భవనం కంటే ఇవి ఎన్ని రెట్లు ఎత్తులో ఎగుతాయి?

సారాంశం

- మనం పెద్ద సంఖ్యలను తెలుసుకున్నాం – లక్షలు, కోట్లు మరియు అరబ్బులు; మిలియన్లు మరియు బిలియన్లు. భారతీయ మరియు అమెరికన్/అంతర్జాతీయ పద్ధతులలో ఈ సంఖ్యలను ఎలా చదవాలో మరియు వ్రాయాలో నేర్చుకున్నాము.

  (ఎ) 1 లక్ష అంటే 1 తరువాత 5 సున్నాలు: 1,00,000

  (బి) 1 కోటి అంటే 1 తరువాత 7 సున్నాలు: 1,00,00,000

  (సి) 1 మిలియన్ అంటే 1 తరువాత 6 సున్నాలు: 1,000,000 (ఇది పది లక్షలు)

  (డి) 1 అరబ్ అంటే 1 తరువాత 9 సున్నాలు: 1,000,000,000 (ఇది 100 కోట్లు లేదా 1 బిలియన్)

- మనం సాధారణంగా పెద్ద సంఖ్యలను రౌండ్ అప్ (ఎక్కువకు సవరించడం) లేదా రౌండ్ డౌన్ (తక్కువకు సవరించడం) చేస్తాము. ఎక్కువ సార్లు

  ఒక సంఖ్య ఎంత పెద్దదో లేదా చిన్నదో సుమారుగా తెలుసుకోవడం సరిపోతుంది.

- పెద్ద సంఖ్యలు లేదా పరిమాణాలను అర్థం చేసుకోవడానికి, అవి బాగా తెలిసిన సంఖ్యలు లేదా పరిమాణాలతో పోలిస్తే ఎన్ని రెట్లు పెద్దవో మనం పోల్చవచ్చు.
- గుణకారాలను సులభతరం చేయడానికి సంఖ్యలను ఎలా కారణాంకాలుగా వివరించే, తిరిగి సమూహపరచాలో చూశాము.
- మేము – "ఒక సంవత్సరంలో ఒకరు 1000 సినిమాలు చూడగలరా?" వంటి ఆసక్తికరమైన ఆలోచనా ప్రయోగాలను నిర్వహించాము

AP SCERT

You can either use toothpicks or matchsticks, or just write the digits in this way, using lines to represent sticks. To make the digit 7, three sticks are needed.

Write or make the number 5108. How many sticks are required?

1. Make or write the number 42,019. It would require exactly 23 sticks.
2. Starting with 42,019, add or write two more sticks, and make a bigger number. One example is 42,078. What other numbers bigger than 42,019 can you make in this way?
3. Preetham wants to insert the digit '1' somewhere among the digits '4', '2', '0', '1' and '9'. Where should he place the digit '1' to get the biggest possible number?
4. What other numbers can he make by placing the digit '1'?

1. Make or write the number 63,890.
2. Starting with 63,890, rearrange exactly four sticks and make a bigger number. One example is 88,078. What other numbers bigger than 63,890 can you make in this way?

1. Make any number using exactly 24 sticks or lines.
2. What is the biggest number that can be made using 24 sticks or lines?
3. What is the smallest number that can be made using 24 sticks or lines?

Make your own questions and challenge each other

AP SCERT

క్రింద ఉన్న చిత్రంలో చూపిన విధంగా మనం అంకెలను వ్రాయవచ్చు :

మీరు టూత్‌పిక్‌లు లేదా అగ్గిపుల్లలను ఉపయోగించవచ్చు లేదా అంకెలను ఈ విధంగా వ్రాయవచ్చు, కర్రలను సూచించడానికి పంక్తులను ఉపయోగించవచ్చు. 7 అంకెను చేయడానికి, మూడు కర్రలు అవసరం.

5108 సంఖ్యను వ్రాయండి లేదా తయారు చేయండి. ఎన్ని కర్రలు అవసరం?

1. 42,019 సంఖ్యను తయారు చేయండి లేదా రాయండి. దీనికి ఖచ్చితంగా 23 కర్రలు అవసరం.
2. 42,019 తో ప్రారంభించి, మరో రెండు కర్రలను జోడించండి లేదా రాయండి, మరియు పెద్ద సంఖ్యను తయారు చేయండి. ఒక ఉదాహరణ 42,078. ఈ విధంగా మీరు 42,019 కంటే ఏ ఇతర పెద్ద సంఖ్యలను తయారు చేయగలరు?
3. ప్రీతం '4', '2', '0', '1' మరియు '9' అంకెలలో ఎక్కడైనా '1' అంకెను చొప్పించాలనుకుంటున్నారు. అతిపెద్ద సంఖ్యను పొందడానికి అతను '1' అంకెను ఎక్కడ ఉంచాలి?
4. '1' అంకెను ఉంచడం ద్వారా అతను ఏ ఇతర సంఖ్యలను తయారు చేయగలడు?

1. 63,890 సంఖ్యను తయారు చేయండి లేదా రాయండి.
2. 63,890 తో ప్రారంభించి, సరిగ్గా నాలుగు కర్రలను తిరిగి అమర్చి తయారు చేయండి. ఒక ఉదాహరణ 88,078. ఈ విధంగా మీరు 63,890 కంటే పెద్ద సంఖ్యలను ఏ ఇతర పెద్ద సంఖ్యలను తయారు చేయగలరు?

1. సరిగ్గా 24 కర్రలు లేదా లైన్లను ఉపయోగించి ఏదైనా సంఖ్యను తయారు చేయండి.
2. 24 కర్రలు లేదా రేఖలను ఉపయోగించి తయారు చేయగల అతిపెద్ద సంఖ్య ఏమిటి?
3. 24 కర్రలు లేదా రేఖలను ఉపయోగించి తయారు చేయగల అతి చిన్న సంఖ్య ఏమిటి?

మీరు సొంతంగా ప్రశ్నలు రూపొందించి ఒకరినొకరు సవాలు చేసుకోండి.

AP SCERT

2 ARITHMETIC EXPRESSIONS

P5R7N5

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Understand the meaning and evaluate the values of simple algebraic expressions.
- Compare mathematical expressions through logical reasoning rather than direct calculation.
- Read and evaluate complex expressions accurately using terms and brackets.
- Apply commutative and associative properties of addition to simplify calculations.
- Resolve brackets correctly by changing internal signs when preceded by a negative sign.
- Utilize the distributive property to expand and simplify mathematical expressions.

AP SCERT

2.0 Introduction

In a village, Subbamma washes and irons clothes for the villagers. When she finishes, she returns them and charges total money calculating instantly without using pen and paper. For example, one family gave her 29 sarees. She charges ₹725 right away, at ₹25 per saree. Can you guess how she is able to figure it out in her mind quickly and correctly? This chapter gives such tricks to calculate easily.

2.1 Simple Expressions

You may have seen mathematical phrases like 13 + 2, 20 - 4, 12 × 5, and 18 ÷ 3. Such phrases are called **arithmetic expressions.**

Every arithmetic expression has a value which is the number it evaluates to. For example, the value of the expression 13 + 2 is 15. This expression can be read as '13 plus 2' or 'the sum of 13 and 2'.

2 అంకగణిత సమాసాలు

M7E5M2

అభ్యసన ఫలితాలు:

అభ్యాసకులు

- సరళ సమాసాల అర్థాన్ని మరియు వాటి విలువలను అవగాహన చేసుకుంటారు.
- తార్కిక ఆలోచనతో సమాసాలను పోల్చడం మరియు విశ్లేషించడం నేర్చుకుంటారు.
- పదాలు మరియు బ్రాకెట్లను ఉపయోగించి సంక్లిష్ట సమాసాలను స్పష్టంగా లెక్కిస్తారు.
- సంకలన స్థిత్యంతర మరియు సహచర ధర్మాల వినియోగాన్ని గుర్తిస్తారు.
- బ్రాకెట్లకు ముందు మైనస్ గుర్తు ఉన్నప్పుడు పదాల గుర్తులు మారడాన్ని గమనిస్తారు.
- సమాసాల సాధనలో విభాగ న్యాయం ప్రాముఖ్యతను తెలుసుకుంటారు.

AP SCERT

2.0 పరిచయం

ఒక గ్రామంలో సుబ్బమ్మ గ్రామస్తులకు బట్టలు ఉతికి ఇస్త్రీ చేస్తుంది. ఆమె ఆ పని పూర్తి చేసిన తరువాత, వాటిని తిరిగి ఇచ్చేటపుడు పెన్ను మరియు కాగితం ఉపయోగించకుండా వెంటనే లెక్కించడం ద్వారా మొత్తం ఎంత డబ్బులో చెప్పగలుగుతుంది. ఉదాహరణకు, ఒక కుటుంబం ఆమెకు 29 చీరలు ఇచ్చింది. ఆమె ఒక్కో చీరకు ₹ 25 చొప్పున వెంటనే ₹ 725 అని చెపుతుంది. ఆమె తన మనస్సులో త్వరగా మరియు సరిగ్గా ఎలా లెక్కించ గలిగిందో మీరు ఊహించగలరా? ఈ అధ్యాయం, సులభంగా లెక్కించడానికి ఇటువంటి ఉపాయాలను ఇస్తుంది.

2.1 సరళమైన సమాసాలు

మీరు 13 + 2, 20 − 4, 12 × 5, మరియు 18 ÷ 3 వంటి గణిత వాక్యాలను చూసి ఉంటారు. ఇటువంటి వాక్యాలను అంకగణిత సమాసాలు అంటారు.

ప్రతి అంకగణిత సమాసానికి ఒక విలువ ఉంటుంది, ఇది ఒక సంఖ్య. ఉదాహరణకు, 13 + 2 సమాసము యొక్క విలువ 15. ఈ సమాసాన్ని '13 + 2' లేదా '13 మరియు 2 యొక్క మొత్తం' గా చదవవచ్చు.

We use the equality sign '=' to denote the relationship between an arithmetic expression and its value. For example: 13 + 2 = 15.

Example 1 : Mallika spends ₹ 25 every day for lunch. Write the expression for the total amount she spends on lunch in a week from Monday to Friday.

The expression for the total amount is 5 × 25.

5 × 25 is "5 times 25" or "the product of 5 and 25".

Different expressions can have the same value. Here are multiple ways to express the number 12, using two numbers and any of the four operations +, - , × and ÷

10 + 2, 15 - 3, 3 × 4, 24 ÷ 2.

Choose your favourite number and write as many expressions as you can having that value.

2.1.1 Comparing Expressions

As we compare numbers using '=', '<' and '>' signs, we can also compare expressions. We compare expressions based on their values and write the 'equal to', 'greater than' or 'less than' sign accordingly. For example, 10 + 2 > 7 + 1

because the value of 10 + 2 = 12 is greater than the value of 7 + 1 = 8.

Similarly,

13 - 2 < 4 × 3.

Figure it Out - 2.1

1. Fill in the blanks to make the expressions equal on both sides of the = sign:

   (a) 13 + 4 = _____ + 6 (b) 22 + _____ = 6 × 5

   (c) 8 × _____ = 64 ÷ 2 (d) 34 - _____ = 25

2. Arrange the following expressions in ascending (increasing) order of their values.

   (a) 67 - 19 (b) 67 - 20 (c) 35 + 25

   (d) 5 × 11 (e) 120 ÷ 3

AP SCERT

అంకగణిత సమాసము మరియు దాని విలువ మధ్య సంబంధాన్ని సూచించడానికి మనం సమానత్వ గుర్తు '=' ను ఉపయోగిస్తాము. ఉదాహరణకి: 13 + 2 = 15.

ఉదాహరణ 1 : మల్లిక, భోజనం కొరకు ప్రతిరోజూ ₹ 25 ఖర్చు పెడుతుంది. సోమవారం నుంచి శుక్రవారం వరకు వారంలో ఆమె మధ్యాహ్న భోజనం కోసం ఖర్చు పెట్టిన మొత్తానికి సంబంధించిన సమాసాన్ని రాయండి.

మొత్తం ఖర్చు యొక్క సమాసము 5 × 25.

5 × 25 అనేది "25 కి 5 రెట్లు" లేదా "5 మరియు 25 యొక్క లబ్ధం".

విభిన్న సమాసాలు ఒకే విలువను కలిగి ఉంటాయి. రెండు సంఖ్యలు మరియు +, - , × మరియు ÷ అనే నాలుగు ప్రక్రియలలో వేటినైనా ఉపయోగించి 12 సంఖ్యను వ్యక్తీకరించడానికి ఇక్కడ అనేక మార్గాలు ఉన్నాయి:

10 + 2, 15 – 3, 3 × 4, 24 ÷ 2.

మీకు ఇష్టమైన సంఖ్యను ఎంచుకోండి మరియు ఆ విలువను కలిగి ఉండే సమాసాలను వీలైనన్ని వ్రాయండి.

2.1.1 సమాసాలను పోల్చడం

మనం '=', '<' మరియు '>' గుర్తులను ఉపయోగించి సంఖ్యలను పోల్చిన విధంగా, మనం సమాసాలను కూడా పోల్చవచ్చు. వాటి విలువల ఆధారంగా సమాసాలను పోల్చి, దానికి అనుగుణంగా 'ఈజ్ ఈక్వల్ టు', 'గ్రేటర్ దేన్' లేదా 'లెస్ దేన్' గుర్తును వ్రాస్తాం. ఉదాహరణకు, 10 + 2 > 7 + 1

ఎందుకంటే, 10 + 2 = 12 యొక్క విలువ 7 + 1 = 8 విలువ కంటే ఎక్కువ.

అదే విధంగా,

13 - 2 < 4 × 3.

ఆలోచించండి-చేయండి - 2.1

1. = గుర్తుకు ఇరువైపుల గల సమాసాలను సమానం చేయడం కొరకు కింది ఖాళీలను నింపండి:

   (ఎ) 13 + 4 = _____+ 6 (బి) 22 + _____ = 6 × 5

   (సి) 8 × _____ = 64 ÷ 2 (డి) 34 - _____ = 25

2. దిగువ సమాసాల యొక్క విలువల ఆధారంగా ఆరోహణ (పెరుగుదల) క్రమంలో అమర్చండి.

   (ఎ) 67 - 19 (బి) 67 - 20 (సి) 35 + 25

   (డి) 5 × 11 (ఇ) 120 ÷ 3

AP SCERT

Example 2 : Which is greater?

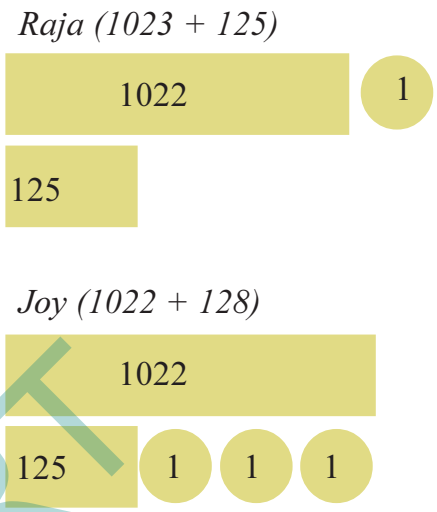
1023 + 125 or 1022 + 128?

Imagining a situation could help us answer this without finding the values. Raja had 1023 marbles and got 125 more today. Now he has 1023 + 125 marbles. Joy had 1022 marbles and got 128 more today. Now he has 1022 + 128 marbles. Who has more?

This situation can be represented as shown in the picture on the right. To begin with, Raja had 1 more marble than Joy. But Joy got 3 more marbles than Raja today. We can see that Joy has (two) more marbles than Raja now.

That is,

1023 + 125 < 1022 + 128.



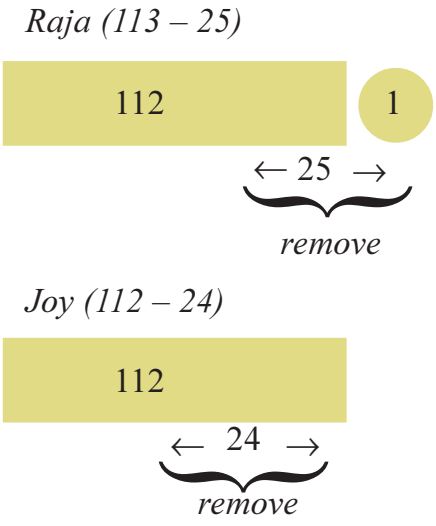
Example 3 : Which is greater? 113 – 25 or 112 – 24?

Imagine a situation, Raja had 113 marbles and lost 25 of them. He has 113 – 25 marbles. Joy had 112 marbles and lost 24 today. He has 112 – 24 marbles. Who has more marbles left with them?

Raja had 1 marble more than Joy. But he also lost 1 marble more than Joy did. Therefore, theyhave an equal number of marbles now.

That is,

113 – 25 = 112 – 24.



AP SCERT

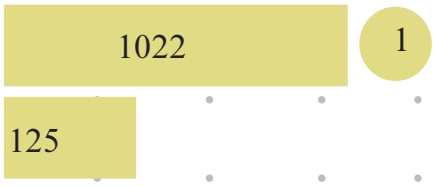
ఉదాహరణ 2 : ఏది పెద్దది?

1023 + 125 లేదా 1022 + 128?

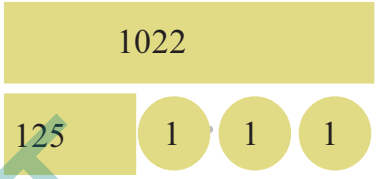
విలువలను కనుగొనకుండా దీనికి సమాధానం ఇవ్వడానికి సహాయపడే ఒక పరిస్థితిని ఊహించండి. రాజా వద్ద 1023 గోళీలు ఉన్నాయి మరియు ఇవాళ మరో 125 గోళీలు వచ్చాయి.

ఇప్పుడు అతడి వద్ద 1023 + 125 గోళీలు ఉన్నాయి. జాయ్ వద్ద 1022 గోళీలు ఉన్నాయి మరియు ఈ రోజు 128 గోళీలు అధనంగా పొందాడు. ఇప్పుడు అతడి వద్ద 1022 + 128 గోళీలు ఉన్నాయి. ఎవరి వద్ద ఎక్కువ గోళీలు ఉన్నాయి ?

రాజా *(1023 + 125)*



జాయ్ *(1022 + 128)*



కుడివైపున ఉన్న చిత్రంలో చూపించిన విధంగా ఈ పరిస్థితిని సూచించవచ్చు. మొదట, రాజా వద్ద జాయ్ కంటే 1 గోళీ ఎక్కువ ఉంది. కానీ జాయ్ కు ఈ రోజు రాజా కంటే 3 ఎక్కువ గోళీలు వచ్చాయి. జాయ్ వద్ద రాజా కంటే (రెండు) ఎక్కువ గోళీలు ఉన్నట్లుగా మనం చూడవచ్చు.

1023 + 125 < 1022 + 128.

ఉదాహరణ 3 : ఏది పెద్దది? 113 – 25 లేదా

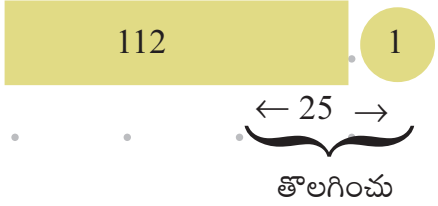
112 – 24?

ఒక పరిస్థితిని ఊహించుకోండి, రాజా వద్ద 113 గోళీలు ఉన్నాయి మరియు వాటిలో 25 పోయాయి. అతడి వద్ద 113 – 25 గోళీలు ఉన్నాయి. జాయ్ వద్ద 112 గోళీలు ఉన్నాయి మరియు ఈ రోజు 24 కోల్పోయాడు. అతడి వద్ద 112 – 24 గోళీలు ఉన్నాయి. ఎవరి దగ్గర ఎక్కువ గోళీలు మిగిలి ఉన్నాయి?

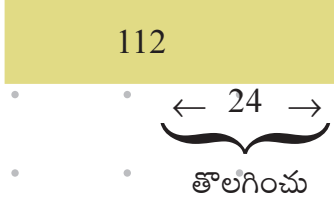
రాజా వద్ద జాయ్ కంటే 1 గోళీ ఎక్కువగా ఉంది. కానీ అతను జాయ్ కంటే 1 గోళీ కోల్పోయాడు. అందువల్ల, ఇప్పుడు వారు సమాన సంఖ్యలో గోళీలను కలిగి ఉన్నారు?

113 – 25 = 112 – 24.

రాజా *(113 – 25)*



జాయ్ *(112 – 24)*



AP SCERT

Use '>' or '<' or '=' in each of the following expressions to compare them. Can you do it without complicated calculations? Explain your thinking in each case.

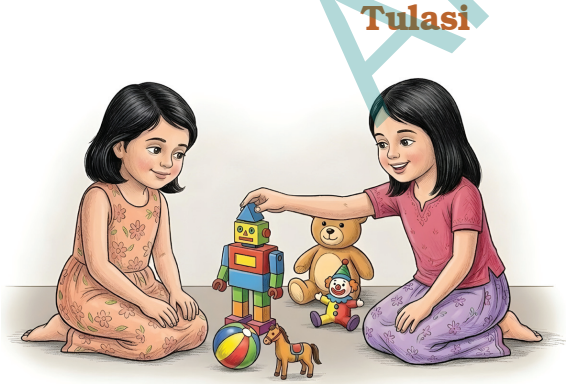
(a) 245 + 289	☐	246 + 285
(b) 273 – 145	☐	272 – 144
(c) 364 + 587	☐	363 + 589
(d) 124 + 245	☐	129 + 245
(e) 213 – 77	☐	214 – 76

2.2 Reading and Evaluating Complex Expressions

Sometimes, when an expression is not accompanied by a context, there can be more than one way of evaluating its value. In such cases, we need some tools and rules to specify how exactly the expression has to be evaluated.

To give an example with language, look at the following sentences:

(a) Sentence: "Tulasi sat next to a friend with toys".



Meaning: The friend has toys and Tulasi sat next to her.

(b) Sentence: "Tulasi sat next to a friend, with toys".

Meaning: Tulasi has the toys and she sat with them next to her friend.

This sentence without the punctuation could have been interpreted in two different ways. The appropriate use of a comma specifies how the sentence has to be understood.

APSCERT

? కింది వాటిని పోల్చడం కొరకు దిగువ ఇచ్చిన ప్రతి సమాసంలో '>' లేదా '<' లేదా '=' ఉపయోగించండి. సంక్లిష్టమైన గణనలు లేకుండా మీరు దీన్ని చేయగలరా? ప్రతి సందర్భంలో మీ ఆలోచనను వివరించండి.

(ఎ) 245 + 289 ☐ 246 + 285

(బి) 273 – 145 ☐ 272 – 144

(సి) 364 + 587 ☐ 363 + 589

(డి) 124 + 245 ☐ 129 + 245

(ఇ) 213 – 77 ☐ 214 – 76

2.2 సంక్లిష్ట సమాసాలను చదవడం మరియు విలువలను కనుగొనడం

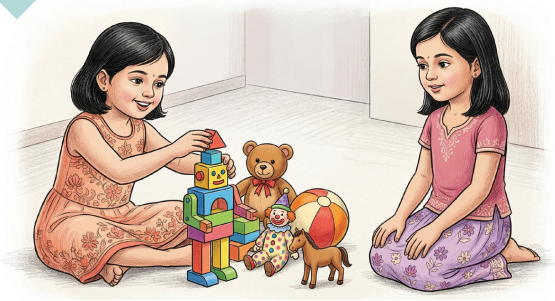
కొన్నిసార్లు, ఒక సమాసం సందర్భంతో కలిసి లేనప్పుడు, దాని విలువను అంచనా వేయడానికి ఒకటి కంటే ఎక్కువ మార్గాలు ఉండవచ్చు. అటువంటి సందర్భాల్లో, ఎలా కనుగొనాలో పేర్కొనడానికి మనకు కొన్ని సాధనాలు మరియు నియమాలు అవసరం.

ఉదాహరణకు దిగువ వాక్యాలను గమనించండి:

(ఎ) వాక్యం: "తులసి బొమ్మలతో ఉన్న స్నేహితురాలి పక్కన కూర్చుంది".

అర్థం: స్నేహితురాలు బొమ్మలతో వుంది మరియు తులసి ఆమె పక్కన కూర్చుంది.

తులసి



తులసి

వాక్యం: "తులసి బొమ్మలతో స్నేహితురాలి పక్కన కూర్చుంది".

అర్థం: తులసి వద్ద బొమ్మలు ఉన్నాయి మరియు ఆమె వాటితో తన స్నేహితురాలు పక్కన కూర్చుంది.

విరామ గుర్తులు లేకుండా ఉన్న ఈ వాక్యాన్ని రెండు వేర్వేరు మార్గాల్లో అర్థం చేసుకోవచ్చు. కామా యొక్క సరైన ఉపయోగం వాక్యాన్ని ఎలా అర్థం చేసుకోవాలో వివరిస్తుంది.

AP SCERT

Let us see an expression that can be evaluated in more than one way.

Example 4 : Mallesh brought 30 marbles to the playground. Arun brought 5 bags of marbles with 4 marbles in each bag. How many marbles did Mallesh and Arun bring to the playground? Mallesh summarized this by writing the mathematical expression —

$$30 + 5 \times 4.$$

Without knowing the context behind this expression, Purna found the value of this expression to be 140. He added 30 and 5 first, to get 35, and then multiplied 35 by 4 to get 140.

Mallesh found the value of this expression to be 50. He multiplied 5 and 4 first to get 20 and added 20 to 30 to get 50.

In this case, Mallesh is right. But why did Purna get it wrong?

Just looking at the expression $30 + 5 \times 4$, it is not clear whether we should do the addition first or multiplication.

Just as punctuation marks are used to resolve confusions in language, brackets and the notion of terms are used in mathematics to resolve confusions in evaluating expressions.

2.2.1 Brackets in Expressions

In the expression to find the number of marbles $30 + 5 \times 4$ we had to first multiply 5 and 4, and then add this product to 30. This order of operations is clarified by the use of brackets as follows:

$$30 + (5 \times 4).$$

When evaluating an expression having brackets, we need to first find the values of the expressions inside the brackets before performing other operations. So, in the above expression, we first find the value of 5×4, and then do the addition. Thus, this expression describes the number of marbles:

$$30 + (5 \times 4) = 30 + 20 = 50.$$

AP SCERT

ఒకటి కంటే ఎక్కువ మార్గాల్లో కనుగొనవచ్చునో ఒక సమాసాన్ని చూద్దాం.

ఉదాహరణ 4 : మల్లేష్ 30 గోళీలను ఆట స్థలానికి తీసుకొచ్చాడు. అరుణ్ ప్రతి బ్యాగులో 4 గోళీలు ఉండే 5 బ్యాగుల గోళీలను తీసుకొచ్చాడు. మల్లేష్ మరియు అరుణ్ లు ఎన్ని గోళీలను ఆట స్థలానికి తీసుకొచ్చారు? మల్లేష్ గణిత సమాసం వ్రాయడం ద్వారా దీనిని సంక్షిప్తీకరించాడు –

$$30 + 5 \times 4.$$

ఈ సమాసం వెనుక ఉన్న సందర్భాన్ని తెలుసుకోకుండా, పూర్ణ ఈ సమాసం విలువను 140 అని కనుగొన్నాడు. అతడు మొదట 30కు 5 కలిపి, 35 పొందాడు, తరువాత 35ని 4 తో గుణించి 140 పొందాడు.

మల్లేష్ ఈ సమీకరణం యొక్క విలువ 50 అని కనుగొన్నాడు. అతడు మొదట 5 మరియు 4 లను గుణించి 20 పొందాడు. మరియు 20ని 30కి జోడించి 50 పొందాడు.

ఈ సందర్భంలో, మల్లేష్ చెప్పింది నిజం. కానీ పూర్ణ ఎందుకు తప్పు జవాబు పొందాడు? కేవలం $30 + 5 \times 4$ సమాసాన్ని చూస్తే, మనం మొదట కూడికను చేయాలా లేక గుణకారం చేయాలా అనేది స్పష్టంగా తెలియదు.

భాషలోని గందరగోళాలను పరిష్కరించడానికి విరామ చిహ్నాలను ఉపయోగించినట్లే, సమాసాలను గణన చేయడంలో గందరగోళాలను పరిష్కరించడానికి గణితంలో బ్రాకెట్లు మరియు పదాల భావన ఉపయోగించబడతాయి.

2.2.1 సమాసాలలో బ్రాకెట్లు

$30 + 5 \times 4$ గోళీల సంఖ్యను కనుక్కోవడానికి సమాసంలో మనం మొదట 5 మరియు 4ను గుణించాలి, ఆపై పొందిన లబ్ధానికి 30 ను కలపాలి. బ్రాకెట్లను ఉపయోగించడం ద్వారా ఈ కార్యకలాపాల క్రమం కింద తెలిపిన విధంగా స్పష్టం చేయబడుతుంది:

$$30 + (5 \times 4).$$

బ్రాకెట్లతో ఉన్న సమాసం యొక్క విలువ కనుగొనేటప్పుడు, ఇతర ప్రక్రియలు చేయడానికి ముందు బ్రాకెట్ల లోపల ఉండే సమాసాల యొక్క విలువలను మనం మొదట కనుగొనాల్సి ఉంటుంది. కావున, పై సమాసములో, మనము మొదట 5×4 యొక్క విలువను కనుక్కొని, ఆ తర్వాత కూడికను చేస్తాము. తద్వారా, ఈ సమీకరణం గోళీల సంఖ్యను తెలియజేస్తుంది.

$$30 + (5 \times 4) = 30 + 20 = 50.$$

AP SCERT

Example 5 : Irfan bought a pack of biscuits for ₹15 and a packet of toor dal for ₹56. He gave the shopkeeper ₹100. Write an expression that can help us calculate the change Irfan will get back from the shopkeeper.

Irfan spent ₹15 on a biscuit packet and ₹56 on toor dal. So, the total cost in rupees is 15 + 56. He gave ₹100 to the shopkeeper. So, he should get back 100 minus the total cost. Can we write that expression as—

$$100 - 15 + 56\ ?$$

Can we first subtract 15 from 100 and then add 56 to the result? We will get 141. It is absurd that he gets more money than he paid the shopkeeper!

We can use brackets in this case:

$$100 - (15 + 56).$$

Evaluating the expression within the brackets first, we get 100 minus 71, which is 29. So, Irfan will get back ₹29.

Terms in Expressions

Suppose we have the expression $30 + 5 \times 4$ without any brackets. Does it have no meaning?

When there are expressions having multiple operations, and the order of operations is not specified by the brackets, we use the notion of terms to determine the order.

Terms are the parts of an expression separated by a '+' sign. For example, in 12+7, the terms are 12 and 7, as marked below.

$$12 + 7 = \quad 12 \quad + \quad 7$$

AP SCERT

ఉదాహరణ 5 : ఇర్ఫాన్ ఒక ప్యాకెట్ బిస్కెట్ ప్యాకెట్‌ని ₹15కు మరియు ఒక కందిపప్పు ప్యాకెట్‌ను ₹56కు కొనుగోలు చేశాడు. అతడు దుకాణదారుడికి ₹100 ఇచ్చాడు. దుకాణదారుడి నుంచి ఇర్ఫాన్ తిరిగి పొందే చిల్లరను లెక్కించడంలో సహాయపడే ఒక సమాసాన్ని రాయండి.

ఇర్ఫాన్ బిస్కెట్ ప్యాకెట్ కోసం ₹ 15 మరియు కందిపప్పు కోసం ₹ 56 ఖర్చు చేశాడు. అందువల్ల, మొత్తం ఖర్చు రూపాయల్లో 15 + 56. అతను దుకాణదారుడికి ₹100 ఇచ్చాడు. కాబట్టి, అతడు 100 నుంచి మొత్తం అయిన ఖర్చు తీసివేసి మిగిలిన డబ్బు తిరిగి పొందాలి. ఆ సమీకరణాన్ని మనం ఇలా వ్రాయవచ్చా?

$$100 - 15 + 56\ ?$$

మనం మొదట 100 నుంచి 15ని తీసివేసి, తరువాత ఫలితానికి 56 కలపవచ్చా? మనం 141 పొందుతాము. అతను దుకాణదారుడికి చెల్లించిన దానికంటే ఎక్కువ డబ్బు పొందడం అర్థరహితం!

ఈ సందర్భంలో మనం బ్రాకెట్లను ఉపయోగించవచ్చు:

$$100 - (15 + 56).$$

మొదట బ్రాకెట్లలోని సమీకరణము విలువ కనుగొన్న, మనకు 100 మైనస్ 71 వస్తుంది, ఆ విలువ 29 ఆగును. దీంతో ఇర్ఫాన్ ₹29 తిరిగి పొందుతాడు.

2.2.2 సమాసాలలో పదాలు

మనకు ఎలాంటి బ్రాకెట్లు లేకుండా 30 + 5 × 4 అనే సమాసం ఉందని అనుకుందాం. దానికి అర్థం లేదా?

బహుళ ప్రక్రియలు కలిగి ఉన్న సమాసాలు ఉన్నప్పుడు మరియు ఆ ప్రక్రియల క్రమం బ్రాకెట్ల ద్వారా పేర్కొనబడనప్పుడు, క్రమం ను నిర్ణయించడానికి పదాల భావనను ఉపయోగిస్తాము.

పదాలు అనేవి '+' గుర్తు ద్వారా వేరు చేయబడిన సమాసం యొక్క భాగాలు. ఉదాహరణకు, , దిగువ పేర్కొన్న విధంగా 12 + 7 లో 12 మరియు 7 పదాలు.

$$12 + 7 = 12 + 7$$

AP SCERT

We will keep marking each term of an expression as above. Note that this way of marking the terms is not a usual practice. This will be done until you become familiar with this concept.

Now, what are the terms in 83 – 14? We know that subtracting a number is the same as adding the inverse of the number. Recall that the inverse of a given number has the sign opposite to it. For example, the inverse of 14 is –14, and the inverse of –14 is 14. Thus, subtracting 14 from 83 is the same as adding –14 to 83. That is,

$$83 - 14 = (83) + (-14)$$

Thus, the terms of the expression 83 – 14 are 83 and –14.

? Check if replacing subtraction by addition in this way does not change the value of the expression, by taking different examples.

? Can you explain why subtracting a number is the same as adding its inverse, using the Token Model of integers that we saw in the Class 6 textbook of mathematics?

Try This

All subtractions in an expression are converted to additions in this manner to identify the terms.

Here are some more examples of expressions and their terms:

$$-18 - 3 = (-18) + (-3)$$

$$6 \times 5 + 3 = (6 \times 5) + (3)$$

$$2 - 10 + 4 \times 6 = (2) + (-10) + (4 \times 6)$$

Note that 6 × 5, 4 × 6 are single terms as they do not have any '+' sign.

In the following table, some expressions are given. Complete the table.

AP SCERT

సమాసము యొక్క ప్రతి పదమును మనం పైన తెలిపిన విధంగా గుర్తు పెడతాము. పదాలను గుర్తించే ఈ మార్గం సాధారణ పద్ధతి కాదని గమనించండి. ఈ భావన గురించి మీకు తెలిసేంత వరకు ఇది కొనసాగించాలి.

ఇప్పుడు, 83 – 14 లోని పదాలు ఏమిటి? ఒక సంఖ్యను తీసివేయడం అనేది ఆ సంఖ్య యొక్క విలోమాన్ని జోడించడం లాంటిదే అని మనకు తెలుసు. ఇవ్వబడ్డ సంఖ్య యొక్క విలోమం దానికి వ్యతిరేక గుర్తును కలిగి ఉంటుందనే విషయాన్ని గుర్తు చేసుకోండి. ఉదాహరణకు, 14 యొక్క విలోమం –14, మరియు –14 యొక్క విలోమం 14. అందువల్ల, 83 నుండి 14 ను తీసివేయడం అనేది –14 ను 83 కు జోడించినట్లే.

$$83 - 14 = (83) + (-14)$$

అందువల్ల, 83 –14 సమాసం యొక్క పదాలు 83 మరియు –14.

? వివిధ ఉదాహరణలు తీసుకొని ఈ విధంగా తీసివేతను కూడికతో భర్తీ చేయడం వల్ల వాటి సమాసం విలువలలో మార్పు వుందో లేదో పరిశీలన చేయండి.

? గణితం యొక్క 6వ తరగతి పాఠ్యపుస్తకంలో మనం చూసిన పూర్ణాంకాల టోకెన్ నమూనాను ఉపయోగించి, ఒక సంఖ్యను తీసివేయడం అనేది దాని విలోమాన్ని కలపడంతో సమానంగా ఎందుకు ఉంటుందో మీరు వివరించగలరా?

ప్రయత్నించండి

పదాలను గుర్తించడానికై ఒక సమాసములోని అన్ని తీసివేతలు ఈ పద్ధతిలో మార్పు చేర్పులు చేయబడతాయి.

సమాసాలు మరియు వాటి పదాలకు మరికొన్ని ఉదాహరణలు ఇక్కడ ఉన్నాయి:

$$-18 - 3 = (-18) + (-3)$$

$$6 \times 5 + 3 = (6 \times 5) + (3)$$

$$2 - 10 + 4 \times 6 = (2) + (-10) + (4 \times 6)$$

6×5, 4×6 అనేవి ఏక పదాలు అని గమనించండి, ఎందుకంటే వాటికి ఎలాంటి '+' గుర్తు లేదు.

దిగువ పట్టికలో, కొన్ని సమాసాలు ఇవ్వబడ్డాయి. పట్టికను పూర్తి చేయండి.

AP SCERT

Expression	Expression as the sum of its terms	Terms
13 – 2 + 6	13 + – 2 + 6	13, – 2, 6
5 + 6 × 3	5 + 6 × 3	
4 + 15 – 9	◯ + ◯ + ◯	
23 – 2 × 4 + 16	◯ + ◯ + ◯	
28 + 19 – 8	◯ + ◯ + ◯	

Now we will see how terms are used to determine the order of operations to find the value of an expression.

We will start with expressions having only additions (with all the subtractions suitably converted into additions).

? Does changing the order in which the terms are added give different values?

2.2.3 Swapping and Grouping

Let us consider a simple expression having only two terms.

? **Example 6 :** Madhu is flying a drone from a terrace. The drone goes 6 m up and then 4 m down. Write an expression to show how high the final position of the drone is from the terrace.

The drone is 6 – 4 = 2 m above the terrace. Writing it as sum of terms:

6 + – 4 = 2

Will the sum change if we swap the terms?

– 4 + 6 = 2

It doesn't in this case.

We already know that swapping the terms does not change the sum when both the terms are positive numbers.

? Will this also hold when there are terms having negative numbers as well? Take some more expressions and check.

AP SCERT

సమాసం	సమాసం అనేది దాని పదాల మొత్తము	పదాలు
13 – 2 + 6	13 + – 2 + 6	13, – 2, 6
5 + 6 × 3	5 + 6 × 3	
4 + 15 – 9	◯ + ◯ + ◯	
23 – 2 × 4 + 16	◯ + ◯ + ◯	
28 + 19 – 8	◯ + ◯ + ◯	

ఒక సమాసం యొక్క విలువను కనుక్కోవటానికి పరిక్రియల క్రమాన్ని తెలుసుకోవడం కొరకు పదాలు ఎలా ఉపయోగించబడతాయో ఇప్పుడు చూద్దాం.

కేవలం కూడికలు మాత్రమే ఉన్న సమాసముతో మనం ప్రారంభిస్తాము (అన్ని తీసివేతలు సముచితంగా కూడికలుగా మార్చబడతాయి).

? పదాలను సంకలన క్రమం మార్చడం వల్ల విభిన్న విలువలు వస్తాయా?

2.2.3 మార్పిడి మరియు సమూహం

కేవలం రెండు పదాలు మాత్రమే ఉన్న ఒక సరళ సమాసము పరిశీలిద్దాం.

? **ఉదాహరణ 6 :** మధు భవనం టెర్రస్ నుండి డ్రోన్ ను ఎగురవేస్తున్నాడు. డ్రోన్ 6 మీటర్ల పైకి మరియు 4 మీటర్ల క్రిందికి వెళుతుంది. టెర్రస్ నుంచి డ్రోన్ యొక్క తుది స్థానం ఎంత ఎత్తులో ఉందో చూపించడం కొరకు ఒక సమాసం రాయండి.

డ్రోన్, టెర్రస్ నుంచి 6 + – 4 = 2 మీటర్ల ఎత్తులో ఉంటుంది. దీనిని పదాల మొత్తంగా రాయడం:

– 4 + 6 = 2

మనం పదాలను మార్చుకుంటే మొత్తం మారుతుందా?

ఈ సందర్భంలో మారదు.

? రెండు పదాలు ధన సంఖ్యలు అయినప్పుడు పదాలను మార్చడం వల్ల మొత్తం మారదని మనకు ఇప్పటికే తెలుసు. రుణ సంఖ్యలు ఉన్న పదాలు ఉన్నప్పుడు కూడా ఇది వర్తిస్తుందా? మరికొన్ని సమాసాలు తీసుకొని పరిశీలన చేయండి.

AP SCERT

Can you explain why this is happening using the Token Model of integers that we saw in the Class 6 textbook of mathematics?

Try This

Thus, in an expression having two terms, swapping them does not change the value.

Term 1 + Term 2 = Term 2 + Term 1

Now consider an expression having three terms: (–7) + 10 + (–11). Let us add these terms in the following two different orders:

– 7 + 10 + – 11

(adding the first two terms and then adding their sum to the third term)

– 7 + 10 + – 11

(adding the last two terms and then adding their sum to the first term)

What do you see? The sums are the same in both cases.

Again, we know that while adding positive numbers, grouping them in any of the above two ways gives the same sum.

Will this also hold when there are terms having negative numbers as well? Take some more expressions and check.

Can you explain why this is happening using the Token Model of integers that we saw in the Class 6 textbook of mathematics?

Try This

Thus, grouping the terms of an expression in either of the following ways gives the same value.

Term 1 + Term 2 + Term 3 = Term 1 + Term 2 + Term 3

Let us consider the expression (–7) + 10 + (–11) again. What happens when we change the order and add –7 and –11 first, and then add this sum to 10? Will we get the same sum as before?

We see that adding the terms of the expression (–7) + 10 + (–11) in any order gives the same sum of –8.

AP SCERT

ప్రయత్నించండి

? 6వ తరగతి గణితం పాఠ్యపుస్తకంలో మనం చూసిన పూర్ణాంకాల టోకెన్ మోడల్ ఉపయోగించి ఇది ఎందుకు జరుగుతుందో మీరు వివరించగలరా?

అందువలన, రెండు పదాలను కలిగి ఉన్న ఒక సమాసంలో, వాటిని మార్చడం వల్ల విలువ మారదు.

1వ పదం + 2వ పదం = 2వ పదం + 1వ పదం

ఇప్పుడు మూడు పదాలు కలిగిన సమాసాన్ని తీసుకోండి: (–7) + 10 + (–11). అనుకుందాం మనము ఈ పదాలను క్రింది రెండు విభిన్న క్రమాలలో కూడతాము.

– 7 + 10 + – 11

(మొదటి రెండు పదాలను కూడి, తరువాత వాటి మొత్తాన్ని మూడవదానికి కూడతాము.

– 7 + 10 + – 11

(చివరి రెండు పదాలను కూడి, తరువాత వాటి మొత్తాన్ని మొదటిదానికి కూడండి.) మీరు ఏమి గమనించారు?

రెండు సందర్భాల్లో మొత్తాలు ఒకేలా వున్నాయి.

మళ్ళీ, ధన సంఖ్యలను కూడేటప్పుడు. వాటిని పై రెండు విధాలుగా సమూహం చేయడం ద్వారా ఒకే మొత్తము లభిస్తుందని మనకు తెలుసు.

? రుణ సంఖ్యలు ఉన్న పదాలు ఉన్నప్పుడు కూడా ఇది వర్తిస్తుందా? మరికొన్ని సమాసాలను తీసుకొని పరిశీలన చేయండి.

ప్రయత్నించండి

? 6వ తరగతి గణిత పాఠ్యపుస్తకంలో మనం చూసిన పూర్ణాంకాల టోకెన్ మోడల్ ఉపయోగించి ఇది ఎందుకు జరుగుతుందో మీరు వివరించగలరా?

అందువలన, ఒక సమాసము యొక్క పదములను ఈ క్రింది వాటిలో ఏ క్రమములోనైనా సమూహం చేయడం వలన అదే విలువను ఇస్తుంది.

1వ పదం + 2వ పదం + 3వ పదం = 1వ పదం + 2వ పదం + 3వ పదం

(–7) + 10 + (–11) అనే సమాసాన్ని మళ్ళీ పరిశీలిద్దాం. మనం క్రమాన్ని మార్చి, మొదట –7 మరియు –11 లను కలిపి, తరువాత ఈ మొత్తాన్ని 10 కు కూడినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది? మునుపటిలాగే మనకు అదే మొత్తం వస్తుందా?

(–7) + 10 + (–11) యొక్క పదాలను ఏ క్రమములోనైనా కూడటం ద్వారా –8 యొక్క సమాన మొత్తము వస్తుంది.

AP SCERT

? Does adding the terms of an expression in any order give the same value? Take some more expressions and check. Consider expressions with more than 3 terms also.

? Can you explain why this is happening using the Token Model of integers that we saw in the Class 6 textbook of mathematics?

Try This

Thus, the addition of terms in any order gives the same value. Therefore, in an expression having only additions, it does not matter in what order the terms are added: they all give the same value.

Now let us consider expressions having multiplication and division also, without the order of operations specified by the brackets. The values of such expressions are found by first evaluating the terms. Once all the terms are evaluated, they are added.

For example, the expression 30 + 5 × 4 is evaluated as follows:

$$30 + 5 \times 4 = 30 + 5 \times 4 = 30 + 20 = 50$$

The expression 5 × (3 + 2) + 78 + 3 is evaluated as follows:

$$5 \times (3 + 2) + 78 + 3 = 5 \times (3 + 2) + 7 \times 8 + 3$$

Where (3+2) is first evaluated and this sum is multiplied by 5 (= 25). The expression 7 × 8 is evaluated (= 56). This simplifies to 25 + 56 + 3 = 84.

? Manasa is adding a long list of numbers. It took her five minutes to add them all and she got the answer 11749. Then she realised that she had forgotten to include the fourth number 9055. Does she have to start all over again?

1342
774
8611
9055
1022

In mathematics we use the phrase **commutative property** of addition instead of saying "swapping terms does not change the sum". Similarly, "grouping does not change the sum" is called the **associative property of addition.**

Swapping the Order of Things in Everyday Life

? Manasa is going outside to play. Her mother says, "Wear your hat and shoes!" Which one should she wear first? She can wear her hat first and then her shoes. Or she can wear her shoes first and then her hat.

Manasa will look exactly the same in both cases. Imagine a different situation: Manasa's mother says "Wear your socks and shoes!" Now the order matters.

AP SCERT

? ఏ క్రమంలో సమాసము యొక్క పదాలను కలిపినా వలన అదే విలువను ఇస్తుందా? మరికొన్ని సమాసాలు తీసుకొని పరిశీలన చేయండి. 3 కంటే ఎక్కువ పదాలు ఉన్న సమాసాలను కూడా పరిగణనలోకి తీసుకోండి.

ప్రయత్నించండి

? గణితం యొక్క 6వ తరగతి పాఠ్యపుస్తకంలో మనం చూసిన పూర్ణాంకాల టోకెన్ మోడల్ ఉపయోగించి ఇది ఎందుకు జరుగుతుందో మీరు వివరించగలరా?

అందువలన, ఏ క్రమంలోనైనా పదాలను కలపడం వల్ల, అదే విలువను ఇస్తుంది. అందువల్ల, కేవలం కూడికలు మాత్రమే ఉన్న సమాసములు, పదాలు ఏ క్రమంలో కలపబడ్డాయో పట్టింపు లేదు: అవన్నీ ఒకే విలువను ఇస్తాయి. ఇప్పుడు బ్రాకెట్లచే పేర్కొనబడిన చర్యల క్రమము లేకుండా, గుణకారము మరియు భాగహారము ఉన్న సమాసములను కూడా పరిశీలిద్దాం. అటువంటి సమాసాలను యొక్క విలువలు మొదట, పదాలను మూల్యాంకనం చేయడం ద్వారా కనుగొనబడతాయి. అన్ని పదాలను మూల్యాంకనం చేసిన తర్వాత, అవి కలపబడాయి.

ఉదాహరణకు, $30 + 5 \times 4$ సమాసం ఈ క్రింది విధంగా మూల్యాంకనం చేయబడుతుంది:

$30 + 5 \times 4 = 30 + 5 \times 4 = 30 + 20 = 50$

$5 \times (3 + 2) + 7 \times 8 + 3$ సమాసం ఈ క్రింది విధంగా సరళీకరణ చేయబడుతుంది:

$5 \times (3 + 2) + 7 \times 8 + 3 = 5 \times (3 + 2) + 7 \times 8 + 3$

ఇందులో (3+2) మొదట మూల్యాంకనం చేయబడుతుంది మరియు ఈ మొత్తమును 5తో గుణించబడుతుంది (=25). సమాసం 7×8 (= 56) కనుగొనపడుతుంది. $25 + 56 + 3 = 84$ అవుతుంది.

? మానస ఒక పెద్ద సంఖ్యల జాబితాను కూడినది. వాటిని కూడటానికి ఆమె 5 ని॥ సమయం తీసుకొని వాటి మొత్తం 11749 ను పొందింది. కానీ ఆమె 9055 అనే సంఖ్యను కలపడం మర్చిపోయాను అని గ్రహించింది. ఆమె మళ్ళీ మొదటి నుండి కూడాలా ?

1342
774
8611
9055
1022

గణితశాస్త్రంలో రెండు సంఖ్యల క్రమాన్ని మార్చినా మొత్తం మారదు అని చెప్పడానికి బదులుగా మనం **స్థిత్యంతర ధర్మం** అనే పదబంధాన్ని ఉపయోగిస్తాము. "కూడిక యొక్క అనుబంధ లక్షణాన్ని **సహచర ధర్మం లేదా సహచర న్యాయం** అని అంటారు. దీని ప్రకారం, మూడు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యలను కలిపేటప్పుడు, ఏ సంఖ్యలను ముందుగా కూడికలోకి తీసుకున్నారనే దానితో సంబంధం లేకుండా, ఫలితం మారదు. అదే విధంగా, "సమూహం మొత్తమును మార్చదు"ను సంకలన సహచర ధర్మము అంటారు.

రోజువారీ జీవితంలో విషయాల క్రమాన్ని మార్చుకోవడం

? మానస ఆడటానికి బయటికి వెళుతుంది. ఆమె తల్లి, " నీ టోపీ మరియు బూట్లు ధరించు!" అని చెప్పింది.

ఆమె మొదట వేటిని ధరించాలి? ఆమె మొదట తన టోపీని మరియు తరువాత బూట్లు ధరించవచ్చు. లేదా ఆమె మొదట తన బూట్లు మరియు తరువాత ఆమె టోపీని ధరించవచ్చు.

మానస రెండు సందర్భాల్లోనూ ఒకేలా కనిపిస్తుంది. వేరే పరిస్థితిని ఊహించుకోండి. మానస తల్లి, "సాక్స్ మరియు బూట్లు ధరించు!" అని, చెప్పింది.

AP SCERT

She should wear socks and then shoes. If she wears shoes and then socks, Manasa will feel very uncomfortable and look very different. Now Let us discuss such type of situtions in mathematics involving arithmetic expression

More Expressions and Their Terms

Example 7 : Anu, Charan, Madhu, and John went to a hotel and ordered four dosas. Each dosa cost ₹23, and they wish to thank the waiter by tipping ₹5. Write an expression describing the total cost.

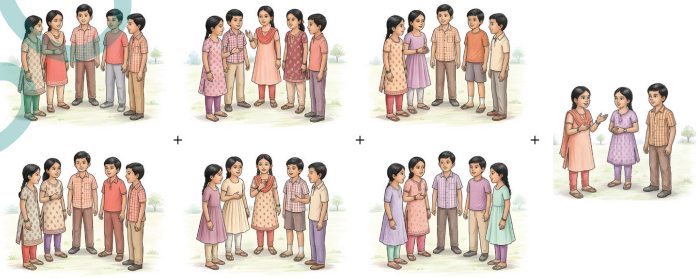
Cost of 4 dosas = 4 × 23

Can the total amount with tip be written as 4 × 23 + 5? Evaluating it, we get

4 × 23 + 5 = (4 × 23) + (5) = (92) + (5) = (97)

Thus, 4 × 23 + 5 is a correct way of writing the expression.

If the total number of friends goes up to 7 and the tip remains the same, how much will they have to pay? Write an expression for this situation and identify its terms.



Example 8 : Children in a class are playing "Fire in the mountain, run, run, run!". Whenever the teacher calls out a number, students are supposed to arrange them selves in groups of that number. Whoever is not part of the announced group size, is out.

Rupa wanted to rest and sat on one side. The other 33 students were playing the game in the class.

The teacher called out '5'. Once children settled, Rupa wrote

6 × 5 + 3

(understood as 3 more than 6 × 5)

Think and discuss why she wrote this.

The expression written as a sum of terms is—

(6 × 5) + (3)

AP SCERT

ఆమె సాక్స్ మరియు తరువాత బూట్లు ధరించాలి. ఆమె షూలు వేసుకుని, ఆ తర్వాత సాక్స్ వేసుకుంటే మానసకు చాలా అసౌకర్యంగా అనిపిస్తుంది మరియు చాలా భిన్నంగా కనిపిస్తుంది. ఇప్పుడు గణితంలో అంకగణిత సమాసాలతో కూడిన అటువంటి పరిస్థితులను చర్చిద్దాం.

2.2.4 మరిన్ని సమాసాలు మరియు వాటి పదాలు

ఉదాహరణ 7 : అను , చరణ్, మధు మరియు జాన్ ఒక హోటల్ కు వెళ్లి నాలుగు దోశలను ఆర్డర్ చేశారు. ఒక్కో దోశ ధర ₹23, మరియు వారు ₹5 టిప్ ఇవ్వడం ద్వారా వెయిటర్ కు కృతజ్ఞతలు చెప్పాలనుకుంటున్నారు. మొత్తం ఖర్చును వివరంగా రాయండి.

4 దోశల ఖరీదు = 4 × 23

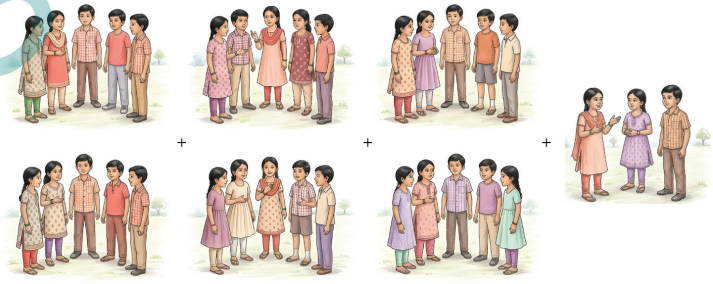
టిప్ తో సాహా మొత్తాన్ని 4 × 23 + 5 గా రాయవచ్చా? దానిని మూల్యాంకనం చేస్తే, మనం క్రింది విధముగా పొందుతాం

$$4 \times 23 + 5 = (4 \times 23) + (5) = (92) + (5) = (97)$$

అందువల్ల, 4 × 23 + 5 అనేది సమాసాన్ని వ్రాయడానికి సరైన మార్గం.

ఒకవేళ స్నేహితుల అందరి సంఖ్య 7 వరకు పెరిగి, టిప్ అలానే ఉన్నట్లయితే, వారు ఎంత చెల్లించాల్సి ఉంటుంది? ఈ పరిస్థితి కొరకు ఒక సమాసము రాయండి మరియు దాని పదాలను గుర్తించండి.

ఉదాహరణ 8 : ఒక తరగతిలోని పిల్లలు ఇలా ఆడుకుంటున్నారు "పర్వతంలో మంట, పరిగెత్తండి, పరిగెత్తండి, పరిగెత్తండి!". ఉపాధ్యాయుడు ఒక సంఖ్యను పిలిచినప్పుడల్లా, విద్యార్థులు ఆ సంఖ్య యొక్క సమూహాలుగా తమను తాము అమర్చుకోవాలి. ప్రకటించిన సముహములో ఎవరు భాగం కారో, వారు అవుట్ అవుతారు.



రూప విశ్రాంతి తీసుకోవాలనుకుంటుంది మరియు ఒక వైపు కూర్చుంది. క్లాసులో మిగతా 33 మంది విద్యార్థులు ఈ ఆట ఆడుతున్నారు. పిల్లలు స్థిరపడిన తర్వాత, టీచర్ '5' అని పిలిచారు.

రూప 6 × 5 + 3 రాసింది. (6 × 5 కంటే 3 ఎక్కువ గా అర్థం చేసుకోబడింది)

ఆమె దీన్ని ఎందుకు రాసిందో ఆలోచించండి మరియు చర్చించండి.

పదాల మొత్తంగా వ్రాయబడిన సమాసము.

$$(6 \times 5) + (3)$$

AP SCERT

For each of the cases below, write the expression and identify its terms:

If the teacher had called out '4', Rupa would write _____

If the teacher had called out '7', Rupa would write _____

Write expressions like the above for your class size.

Example 9 : Raghu bought 100 kg of rice from the wholesale market and packed them into 2 kg packets. He already had four 2 kg packets. Write an expression for the number of 2 kg packets of rice he has now and identify the terms.

He had 4 packets. The number of new 2 kg packets of rice is 100 ÷ 2, which we also write as $\frac{100}{2}$.

The number of 2 kg packets he has now is $4 + \frac{100}{2}$. The terms are—

$$4 \text{ and } \frac{100}{2}.$$

Example10 : Krishna has to pay ₹432 to a shopkeeper using coins of ₹1 and ₹5, and notes of ₹10, ₹20, ₹50 and ₹100. How can he do it?

There is more than one possibility. For example,

$$432 = 4 \times 100 + 1 \times 20 + 1 \times 10 + 2 \times 1$$

Meaning: 4 notes of ₹100, 1 note of ₹20, 1 note of ₹10 and 2 coins of ₹1

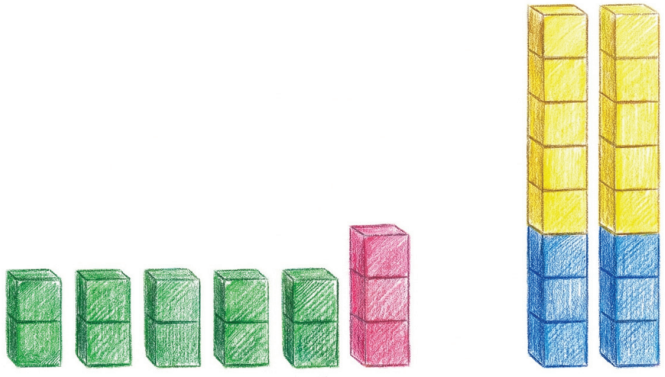
$$432 = 8 \times 50 + 1 \times 10 + 4 \times 5 + 2 \times 1$$

Meaning: 8 notes of ₹50, 1 note of ₹10, 4 notes of ₹5 and 2 coins of ₹1

Identify the terms in the two expressions above.

Can you think of some more ways of giving ₹432 to someone?

Example 11 : Here are two pictures. Which of these two arrangements matches with the expression 5 × 2 + 3?



AP SCERT

దిగువ ప్రతి సందర్భానికి, సమాసాన్ని రాసి అందలి పదాలను గుర్తించండి:

ఒకవేళ టీచర్ '4' అని పిలిచినట్లయితే, రూప ఇలా వ్రాస్తుంది? ఒకవేళ టీచర్ '7' అని పిలిచినట్లయితే, రూప ఎలా వ్రాస్తుంది ? మీ తరగతి పరిమాణాన్ని తెలియజేసే ఇటువంటి సమాసాలు రాయండి.

ఉదాహరణ 9 : రఘు హోల్ సేల్ మార్కెట్ నుంచి 100 కిలోల బియ్యాన్ని కొనుగోలు చేసి, వాటిని 2 కి.గ్రా.ల ప్యాకెట్ ల్లో ప్యాక్ చేశాడు. అతడి వద్ద అప్పటికే 2 కిలోల నాలుగు ప్యాకెట్లు ఉన్నాయి. అతడి వద్ద ఉన్న 2 కిలోల బియ్యం ప్యాకెట్ల సంఖ్యకు ఒక సమీకరణాన్ని రాయండి మరియు పదాలను గుర్తించండి.

అతడి వద్ద 4 ప్యాకెట్లు ఉన్నాయి. కొత్త 2 కిగ్రాల బియ్యం ప్యాకెట్ల సంఖ్య 100 ÷ 2, దీనిని మనం $\frac{100}{2}$ గా కూడా వ్రాస్తాం.

అతడి వద్ద ఇప్పుడు ఉన్న 2 కిగ్రా ప్యాకెట్ల సంఖ్య $4 + \frac{100}{2}$.

పదాలు ఇలా ఉన్నాయి— 4 మరియు $\frac{100}{2}$

ఉదాహరణ 10 : క్రిష్ణా ₹1 మరియు ₹5 నాణేలు, మరియు ₹10, ₹20, ₹50 మరియు ₹100 నోట్లను ఉపయోగించి ఒక దుకాణదారునికి ₹432 చెల్లించాలి. అతడు దీన్ని ఎలా చేయగలడు?

ఒకటి కంటే ఎక్కువ అవకాశం ఉంది. ఉదాహరణకి

$432 = 4 \times 100 + 1 \times 20 + 1 \times 10 + 2 \times 1$

అర్థం: ₹100 నోట్లు 4, ₹20 నోటు 1, ₹10 నోటు 1, ₹1 నాణెం 2

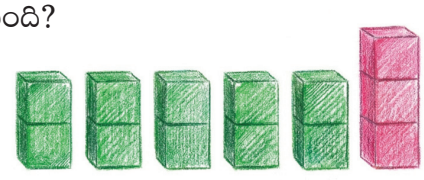
$432 = 8 \times 50 + 1 \times 10 + 4 \times 5 + 2 \times 1$

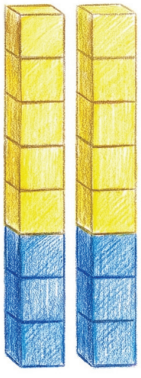
అర్థం : ₹50 నోట్లు 8, ₹10 నోటు 1, ₹5 నోట్లు 4, ₹1 నాణెలు 2

పై రెండు సమాసాలలోని పదాలను గుర్తించండి.

ఎవరికైనా ₹432 ఇవ్వడానికి మీరు మరేదైనా మార్గాల గురించి ఆలోచించగలరా?

ఉదాహరణ 11 : ఇక్కడ రెండు చిత్రాలు ఉన్నాయి. ఈ రెండు ఏర్పాట్లలో ఏది $5 \times 2 + 3$ సమాసంతో జత అవుతుంది?





AP SCERT

Let us write this expression as a sum of terms.

$$5 \times 2 + 3 = 10 + 3 = 13$$

This expression $5 \times 2 + 3$ can be understood as 3 more than 5×2, which illustrates the arrangement on the left.

? What is the expression for the arrangement in the right making use of the number of yellow and blue squares?

Do you recall the use of brackets? We need to use brackets for this.

$$2 \times (5 + 3)$$

Notice that this arrangement can also be described using—

$5 + 3 + 5 + 3$ OR

$5 \times 2 + 3 \times 2$ OR

$2 \times 5 + 2 \times 3$

Figure it Out - 2.2

1. Find the values of the following expressions by writing the terms in each case.
   (a) $28 - 7 + 8$ (b) $39 - 2 \times 6 + 11$
   (c) $40 - 10 + 10 + 10$ (d) $48 - 10 \times 2 + 16 \div 2$
   (e) $6 \times 3 - 4 \times 8 \times 5$
2. Write a story/situation for each of the following expressions and find their values.
   (a) $89 + 21 - 10$ (b) $5 \times 12 - 6$
   (c) $4 \times 9 + 2 \times 6$
3. For each of the following situations, write the expression describing the situation, identify its terms and find the value of the expression.
   (a) Queen Alia gave 100 gold coins to Princess Elsa and 100 gold coins to Princess Anna last year. Princess Elsa used the coins to start a business and doubled her coins. Princess Anna bought jewellery and has only half of the coins left. Write an expression describing how many gold coins Princess Elsa and Princess Anna together have.
   (b) A metro train ticket between two stations is ₹40 for an adult and ₹20 for a child. What is the total cost of tickets:
   (i) for four adults and three children?
   (ii) for two groups having three adults each?

AP SCERT

ఈ సమీకరణాన్ని పదాల మొత్తముగా వ్రాద్దాం.

$$5 \times 2 + 3 = 10 + 3 = 13$$

$5 \times 2 + 3$ అనే ఈ సమీకరణాన్ని 5×2 కంటే 3 ఎక్కువగా అర్థం చేసుకోవచ్చు, ఇది ఎడమవైపున ఉన్న అమరికను వివరిస్తుంది.

? పసుపు మరియు నీలం చతురస్రాల సంఖ్యను ఉపయోగించడం ద్వారా కుడివైపున ఉండే అమరిక యొక్క సమాసాలు ఏమిటి?

బ్రాకెట్ల వాడకం మీకు గుర్తున్నదా? దీని కొరకు మనం బ్రాకెట్లను ఉపయోగించాల్సి ఉంటుంది.

$$2 \times (5 + 3)$$

ఈ అమరికను ఈ క్రింది వాటిని ఉపయోగించి వివరించవచ్చని గమనించండి:

$5 + 3 + 5 + 3$ లేదా

$5 \times 2 + 3 \times 2$ లేదా

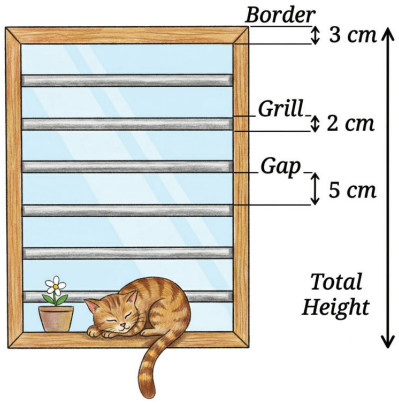
$2 \times 5 + 2 \times 3$

ఆలోచించండి-చేయండి - 2.2

1. ప్రతి సందర్భంలో పదాలను రాయడం ద్వారా దిగువ సమాసాల విలువలను కనుగొనండి.
   (ఎ) $28 - 7 + 8$ (బి) $39 - 2 \times 6 + 11$
   (సి) $40 - 10 + 10 + 10$ (డి) $48 - 10 \times 2 + 16 \div 2$
   (ఇ) $6 \times 3 - 4 \times 8 \times 5$
2. దిగువ పేర్కొన్న ప్రతి సమాసానికి ఒక కథ/సందర్భాన్ని రాయండి మరియు వాటి విలువలను కనుగొనండి.
   (ఎ) $89 + 21 - 10$ (బి) $5 \times 12 - 6$ (సి) $4 \times 9 + 2 \times 6$
3. దిగువ పేర్కొన్న ప్రతి ఒక కథ/సందర్భానికి సమాసాన్ని వ్రాసి మరియు వాటి పదాలను గుర్తించి, విలువలను కనుగొనండి.
   (ఎ) గత ఏడాది రాకుమారి అలియా, రాకుమారి ఎల్సాకు 100 బంగారు నాణేలు, రాకుమారి అన్నాకు 100 బంగారు నాణేలను అందజేశారు. రాకుమారి ఎల్సా ఆ నాణెలను ఉపయోగించి వ్యాపారం ప్రారంభించి మరియు ఆమె నాణేలను రెట్టింపు చేసింది. రాకుమారి అన్నా ఆ నాణెలతో ఆభరణాలు కొనుగోలు చేసింది మరియు సగం నాణేలు మాత్రమే మిగిలి ఉన్నాయి. రాకుమారి ఎల్సా మరియు రాకుమారి అన్నా ఇద్దరి దగ్గర కలిపి ఎన్ని బంగారు నాణేలు ఉన్నాయో వివరించే సమాసాన్ని రాయండి.
   (బి) రెండు స్టేషన్ల మధ్య మెట్రో రైలు టిక్కెట్ పెద్దవారికి ₹40 మరియు పిల్లలకు ₹20
   (i) నలుగురు పెద్దలు మరియు ముగ్గురు పిల్లల కోసం అయ్యే టిక్కెట్ల మొత్తం ఖరీదు ఎంత?
   (ii) ముగ్గురు పెద్దలు ఉన్న రెండు గ్రూపుల కొరకు అయ్యే టిక్కెట్ల మొత్తం ఖరీదు ఎంత?

AP SCERT

(c) Find the total height of the window by writing an expression describing the relationship among the measurements shown in the picture.



Removing Brackets — I

Let us find the value of this expression,

$$200 - (40 + 3).$$

We first evaluate the expression inside the bracket to 43 and then subtract it from 200. But it is simpler to first subtract 40 from 200:

$$200 - 40 = 160.$$

And then subtract 3 from 160:

$$160 - 3 = 157.$$

What we did here was 200 – 40 – 3. Notice, that we did not do

$$200 - 40 + 3.$$

So, $200 - (40 + 3) = 200 - 40 - 3.$

Example 12 : We also saw this earlier in the case of Irfan purchasing a biscuit packet (₹15) and a toor dal packet (₹56). When he paid ₹100, the change he gets in rupees is:

$$100 - (15 + 56) = 29.$$

The change could also have been calculated as follows:

(a) First subtract the cost of the biscuit packet (15) from 100:

$$100 - 15 = 85.$$

This is the amount the shopkeeper owes Irfan if he had purchased only the biscuits. As he has purchased toor dal also, its cost is taken from this remaining amount of 85.

(b) So, to find the change, we need to subtract the cost of toor dal from 85.

$$85 - 56 = 29.$$

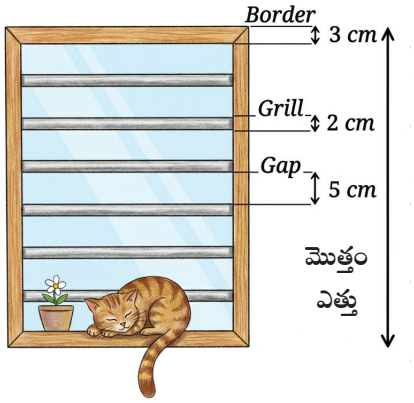
What we have done here is **100 – 15 – 56.** So,

$$\mathbf{100 - (15 + 56) = 100 - 15 - 56.}$$

Notice how upon **removing the brackets preceded by a negative sign,** the signs of the terms inside the brackets change. Observe the signs of 40 and 3 in the first example, and that of 15 and 56 in the second.

AP SCERT

(సి) చిత్రంలో చూపిన కొలతల మధ్య సంబంధాన్ని వివరించే సమాసాన్ని రాయడం ద్వారా కిటికి యొక్క మొత్తం ఎత్తును కనుగొనండి.



2.2.5 బ్రాకెట్లను తొలగించడం – I

ఈ సమాసం యొక్క విలువను మనం కనుక్కొందాం.

$$200 - (40 + 3).$$

మనం మొదట బ్రాకెట్ లోపల ఉన్న సమీకరణాన్ని 43 గా కనుగొంటాము మరియు తరువాత దానిని 200 నుండి తీసివేస్తాము. అయితే మొదట 200 నుంచి 40ని తీసివేయడం చాలా సులభం.

$$200 - 40 = 160.$$

మరియు తరువాత 160 నుంచి 3ని తీసివేయండి:

$$160 - 3 = 157.$$

మనము ఇక్కడ చేసింది 200 – 40 – 3.

గమనించండి, మనము 200 – 40 + 3 చేయలేదని

కావున 200 – (40 + 3) = 200 – 40 – 3.

ఉదాహరణ 12 : మనం దీనిని ఇంతకు ముందు ఇర్ఫాన్ బిస్కెట్ ప్యాకెట్ (₹15) మరియు కందిపప్పు ప్యాకెట్ (₹56) కొనుగోలు చేసిన సందర్భంలో కూడా చూశాము. అతడు ₹100 చెల్లించినప్పుడు, అతడు పొందిన చిల్లర రూ॥లలో

$$100 - (15 + 56) = 29.$$

చిల్లర ను ఈ క్రింది విధంగా కూడా లెక్కించవచ్చు:

(ఎ) మొదట బిస్కెట్ ప్యాకెట్ (15) యొక్క ధరను 100 నుంచి తీసివేయండి:

$$100 - 15 = 85.$$

కేవలం బిస్కెట్ లు మాత్రమే కొనుగోలు చేసినట్లయితే దుకాణదారుడు ఇర్ఫాన్ కు చెల్లించాల్సిన మొత్తం ఇది. అతడు కందిపప్పును కూడా కొనుగోలు చేశాడు కనుక, దాని ఖరీదు ఈ మిగిలిన 85 నుంచి తీసివేయాల్సి ఉంటుంది..

(బి) అందువల్ల, చిల్లరను కనుగొనడానికి, కందిపప్పు యొక్క ధరను 85 నుండి తీసివేయాల్సి ఉంటుంది.

85 – 56 = 29.

మనము ఇక్కడ చెసింది, **100 – 15 – 56**. అందువల్ల, **100 – (15 + 56) = 100 – 15 – 56.**

'–' గుర్తుకు ముందు ఉన్న బ్రాకెట్లను ఎలా తొలగించారో గమనించండి. మొదటి ఉదాహరణలో 40 మరియు 3 యొక్క ప్రక్రియ గుర్తులు, మరియు అలాగే రెండవ ఉదాహరణలో 15 మరియు 56 ప్రక్రియ గుర్తులు పరిశీలించండి.

AP SCERT

Example 13 : Consider the expression 500 – (250 – 100). Is it possible to write this expression without the brackets?

To evaluate this expression, we need to subtract 250 – 100 = 150 from 500:

$$500 - (250 - 100) = 500 - 150 = 350.$$

If we were to directly subtract 250 from 500, then we would have subtracted 100 more than what we needed to. So, we should add back that 100 to 500 – 250 to make the expression take the same value as 500 – (250 – 100). This sequence of operations is 500 – 250+100. Thus,

$$500 - (250 - 100) = 500 - 250 + 100.$$

Check that 500 – (250 – 100) is not equal to 500 – 250 – 100. Notice again that **when the brackets preceded by a negative sign** are removed, the signs of the terms inside the brackets change. In this case, the signs of 250 and – 100 change to – 250 and 100.

Example 14 : Meena has a rare coin collection. She has 28 coins in one bag and 35 coins in another. She gifts her friend 10 coins from the second bag. Write an expression for the number of coins left with Meena.

This can be expressed by 28 + (35 – 10).

We know that this is the same as 28 + (35 + (–10)). Since the terms can be added in any order, this expression can simply be written as 28 + 35 + (–10), or 28 + 35 – 10. Thus,

$$28 + (35 - 10) = 28 + 35 - 10 = 53.$$

When the brackets are NOT preceded by a negative sign, the terms within them do not change their signs upon removing the brackets. Notice the sign of the terms 35 and – 10 in the above expression.

Rather than simply remembering rules for when to change the sign and when not to, you can figure it out for yourself by thinking about the meanings of the expressions.

2.2.6 Tinker the Terms I

What happens to the value of an expression if we increase or decrease the value of one of its terms?

Some expressions are given in following three columns. In each column, one or more terms are changed from the first expression. Go through the example (in the first column) and fill the blanks, doing as little computation as possible.

AP SCERT

ఉదాహరణ 13 : 500 – (250 – 100) అనే, సమాసాన్ని పరిశీలించండి. బ్రాకెట్లు లేకుండా ఈ సమాసాన్ని రాయడం సాధ్యమేనా?

ఈ సమీకరణాన్ని కనుగొనేందుకు, మనం 500 నుంచి 250 – 100 = 150ని తీసివేయాల్సి ఉంటుంది:

500 – (250 – 100) = 500 – 150 = 350.

ఒకవేళ మనం 500 నుంచి 250ని నేరుగా తీసివేసినట్లయితే, అప్పుడు మనకు అవసరమైన దానికంటే 100 ఎక్కువ తీసివేస్తాం. కావున, సమాసం 500 – (250 – 100) కు సమానమైన విలువను తీసుకునేలా చేయడానికి మనం ఆ 100 కు 500 – 250 ను తిరిగి జోడించాలి. ఈ కార్యకలాపాల క్రమం 500 – 250 + 100. అందుకని

500 – (250 – 100) = 500 – 250 + 100.

500 – (250 – 100) అనేది 500 – 250 – 100కు సమానం కాదని గమనించండి.

ఋణ గుర్తుకు ముందు బ్రాకెట్లు తొలగించబడినప్పుడు, బ్రాకెట్ల లోపల పదాల ప్రక్రియ గుర్తులు మారతాయని మళ్లీ గమనించండి. ఈ సందర్భంలో, 250 మరియు –100 యొక్క ప్రక్రియ గుర్తులు –250 మరియు 100 కు మారతాయి.

ఉదాహరణ 14 : మీనా అరుదైన నాణేల సేకరణ చేస్తుంది. ఒక బ్యాగులో 28 నాణేలు మరియు మరో బ్యాగులో 35 నాణేలున్నాయి. రెండో బ్యాగు నుంచి ఆమె తన స్నేహితురాలికి 10 నాణేలను బహుమతిగా ఇచ్చింది. మీనా వద్ద మిగిలి ఉన్న నాణేల సంఖ్యకు ఒక సమాసాన్ని రాయండి.

దీనిని ఇలా 28 + (35 – 10) వ్రాయవచ్చు

ఇది 28 + (35 + (–10) కు సమానమని మనకు తెలుసు. పదాలను ఏ క్రమంలోనైనా కూడవచ్చు.

28 + (35 – 10) = 28 + 35 – 10 = 53.

కాబట్టి, ఈ సమాసాన్ని 28 + 35 + (–10), లేదా 28 + 35 – 10 గా వ్రాయవచ్చు. అందుకని బ్రాకెట్లకు ముందు '–' గుర్తు లేనప్పుడు, బ్రాకెట్లను తొలగించిన తరువాత వాటిలోని పదాలు వాటి గుర్తులను మారవు. పై సమాసంలో 35 మరియు –10 అనే పదాల గుర్తును గమనించండి.

కేవలం గుర్తులను ఎప్పుడు మార్చాలి మరియు ఎప్పుడు మార్చకూడదు అనే నియమాలను గుర్తించుకోవడం కంటే ఆ సమాసాల యొక్క అర్థాలను ఆలోచించడం ద్వారా మీరు దానిని స్వయం అర్థం చేసుకోవచ్చు.

2.2.6 పరిశోధనాత్మకంగా పదాలు I

ఒక సమాసంలోని ఒక పదము యొక్క విలువను పెంచినా లేదా తగ్గించినా దాని విలువ ఏమి అవుతుంది?

కొన్ని సమాసాలు దిగువ మూడు నిలువు వరుసలలో ఇవ్వబడ్డాయి. ప్రతి నిలువ వరుసలో, ఒకటి లేదా అంతకంటే ఎక్కువ పదాలు మొదటి సమాసం నుండి మార్చబడతాయి. ఉదాహరణ (మొదటి నిలువ వరుసలో) చూడండి మరియు ఖాళీలను నింపండి.

APSCERT

53 + – 16 = 37	53 + – 16 = 37	– 87 + –16 = ◯
54 + – 16 = 38 54 is one more than 53, so the value will be 1 more than 37.	52 + –16 = ◯ 52 is one less than 53, so the value will be 1 less than 37.	– 88 + – 15 = ◯
		– 86 + – 18 = ◯
53 + –15 = ◯ Is –15 one more or one less than –16?	53 + – 17 = ◯ Is –17 one more or one less than –16?	– 97 + – 26 = ◯

Figure it Out - 2.3

1. Fill in the blanks with numbers, and boxes with operation signs such that the expressions on both sides are equal.
   (a) 24 + (6 – 4) = 24 + 6 ☐ _____
   (b) 38 + (_____ ☐ _____) = 38 + 9 – 4
   (c) 24 – (6 +4) = 24 ☐ 6 – 4
   (d) 24 – 6 – 4 = 24 – 6 ☐ _____
   (e) 27 – (8 + 3) = 27 8 3
   (f) 27– (_____ ☐ _____) = 27 – 8 + 3
2. Remove the brackets and write the expression having the same value.
   (a) 14 + (12 + 10) (b) 14 – (12 + 10)
   (c) 14 + (12 – 10) (d) 14 – (12 – 10)
   (e) –14 + 12 – 10 (f) 14 – (–12 – 10)
3. Find the values of the following expressions. For each pair, first try to guess whether they have the same value. When are the two expressions equal?
   (a) (6 + 10) – 2 and 6 + (10 – 2)
   (b) 16 – (8 – 3) and (16 – 8) – 3
   (c) 27 – (18 + 4) and 27 + (–18 – 4)
4. In each of the sets of expressions below, identify those that have the same value. Do not evaluate them, but rather use your understanding of terms.

APSCERT

53 + −16 = 37	53 + −16 = 37	−87 + −16 = ◯
54 + −16 = 38 54 అనేది 53 కంటే ఒకటి ఎక్కువ అందువల్ల విలువ 37 కంటే 1 ఎక్కువ	52 + −16 = ◯ 52 అనేది 53 కంటే ఒకటి తక్కువ, అందువల్ల విలువ 37 కంటే 1 తక్కువ	−88 + −15 = ◯
53 + −15 = ◯ ఇది −15 కంటే ఒకటి ఎక్కువ లేదా −16 కంటే ఒకటి తక్కువ?	53 + −17 = ◯ ఇది −17 కంటే ఒకటి ఎక్కువ లేదా −16 కంటే ఒకటి తక్కువ?	−86 + −18 = ◯ −97 + −26 = ◯

ఆలోచించండి-చేయండి - 2.3

1. ఖాళీలను సంఖ్యలతో నింపండి, మరియు రెండు వైపులా సమాసాలు సమానంగా ఉండేవిధంగా పరిక్రియ గుర్తులతో బాక్సులను నింపండి.
   (ఎ) 24 + (6 – 4) = 24 + 6 ☐ ____
   (బి) 38 + (____ ☐ ____) = 38 + 9 – 4
   (సి) 24 – (6 +4) = 24 ☐ 6 – 4
   (డి) 24 – 6 – 4 = 24 – 6 ☐ ____
   (ఇ) 27 – (8 + 3) = 27 8 3
   (ఎఫ్) 27– (____ ☐ ____) = 27 – 8 + 3

2. బ్రాకెట్లను తొలగించండి మరియు అదే విలువ కలిగిన సమాసాన్ని రాయండి.
   (ఎ) 14 + (12 + 10) (బి) 14 – (12 + 10)
   (సి) 14 + (12 – 10) (డి) 14 – (12 – 10)
   (ఇ) –14 + 12 – 10 (ఎఫ్) 14 – (–12 – 10)

3. దిగువ సమాసాల యొక్క విలువలను కనుగొనండి. మొదట, ప్రతి జత ఒకే విలువను కలిగి ఉన్నాయో లేదో ఊహించడానికి ప్రయత్నించండి. రెండు సమాసాలు ఎప్పుడు సమానంగా ఉంటాయో తెలపండి?
   (ఎ) (6 + 10) – 2 మరియు 6 + (10 – 2)
   (బి) 16 – (8 – 3) మరియు (16 – 8) – 3
   (సి) 27 – (18 + 4) మరియు 27 + (–18 – 4)

4. దిగువ సమాసాల యొక్క సమితులలో, ఒకే విలువను కలిగి ఉన్నవాటిని గుర్తించండి. వాటిని లెక్కించవద్దు, బదులుగా పదాల గురించి మీ అవగాహనను ఉపయోగించండి.

AP SCERT

(a) 319 + 537, 319 – 537, – 537 + 319, 537 – 319

(b) 87 + 46 – 109, 87 + 46 – 109, 87 + 46 – 109, 87 – 46 + 109, 87 – (46 + 109), (87 – 46) + 109

5. Add brackets at appropriate places in the expressions such that they lead to the values indicated as shown in the below example 65 - 18 + 12 = 35 , the correct expression is 65 - (18 + 12)= 35

   (a) 34 – 9 + 12 = 13

   (b) 56 – 14 – 8 = 34

   (c) –22 – 12 + 10 + 22 = – 22

6. Using only reasoning of how terms change their values, fill the blanks to make the expressions on either side of the equality (=) equal.

   (a) 423 + _____= 419 + _____

   (b) 207 – 68 = 210 – _____

7. Using the numbers 2, 3 and 5, and the operators '+' and '–', and brackets, as necessary, generate expressions to give as many different values as possible. For example, 2 – 3 + 5 = 4 and 3 – (5 – 2) = 0.

8. Whenever Radhika has to subtract 9 from a number, she subtracts 10 and adds 1 to it. For example, 36 – 9 = 26 + 1.

   (a) Do you think she always gets the correct answer? Why?

   (b) Can you think of other similar strategies? Give some examples.

9. Consider the two expressions: a) 73 – 14 + 1, b) 73 – 14 – 1. For each of these expressions, identify the expressions from the following collection that are equal to it.

   (a) 73 – (14 + 1) b) 73 – (14 – 1)

   (c) 73 + (– 14 + 1) d) 73 + (– 14 – 1)

Removing Brackets — II

Example 15 : Phani and Prem went to a hotel. Each of them ordered a vegetable cutlet and a rasgulla. A vegetable cutlet costs ₹43 and a rasgulla costs ₹24. Write an expression for the amount they will have to pay.

As each of them had one vegetable cutlet and one rasagulla, each of their shares can be represented by 43 + 24.

What about the total amount they have to pay? Can it be described by the expression: 2 × 43 + 24?

AP SCERT

(ఎ) 319 + 537, 319 – 537, – 537 + 319, 537 – 319

(బి) 87 + 46 – 109, 87 + 46 – 109, 87 + 46 – 109, 87 – 46 + 109, 87 – (46 + 109), (87 – 46) + 109

5. కింద ఉదాహరణలో చూపించిన విధంగా, సూచించబడ్డ విలువను పొందడానికి సమాసంలో తగిన స్థానాల్లో బ్రాకెట్లను జోడించండి.

ఉదాహరణకు 65 – 18 + 12 = 35, సరైన సమాసం 65 – (18 + 12)= 35

(ఎ) 34 – 9 + 12 = 13

(బి) 56 – 14 – 8 = 34

(సి) – 22 – 12 + 10 + 22 = – 22

6. పదాలు తమ విలువలను ఎలా మారుస్తాయనే తార్కికతను మాత్రమే ఉపయోగించి, సమానత్వం (=) యొక్క ఇరువైపులా ఉండే సమాసాలను సమానంగా చేయడానికి ఖాళీలను నింపండి.

ఎ) 423 + _____ = 419 + _____

బి) 207 – 68 = 210 – _____

7. 2, 3 మరియు 5 సంఖ్యలను ఉపయోగించి, మరియు పరిక్రియ గుర్తులు '+' మరియు '–' ఉపయోగించి, మరియు బ్రాకెట్లు, అవసరమైనంతవరకు ఉపయోగించి, విభిన్న విలువలను ఇవ్వడానికి సమాసాలను తయారుచేయండి.

ఉదాహరణకు, 2 – 3 + 5 = 4 మరియు 3 – (5 – 2)= 0.

8. రాధిక ఒక సంఖ్య నుంచి 9ని తీసివేయాల్సి వచ్చినప్పుడు, ఆమె 10ని తీసివేసి, దానికి 1 కూడుతుంది. ఉదాహరణకు, 36 – 9 = 26 + 1.

ఎ) ఆమెకు ఎల్లప్పుడూ సరైన సమాధానం వస్తుందని మీరు అనుకుంటున్నారా? ఎందువల్ల?

బి) మీరు ఇలాంటి ఇతర విధానాలు గురించి ఆలోచించగలరా? కొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

9. ఇవ్వబడ్డ రెండు సమాసాలను పరిగణనలోకి తీసుకోండి.

ఎ) 73 – 14 + 1, బి) 73 – 14 – 1. ప్రతి సమాసం కొరకు, దిగువ ఇవ్వబడ్డ సమాసాలలో సమానమైన సమాసాలను గుర్తించండి.

ఎ) 73 – (14 + 1) బి) 73 – (14 – 1)

సి) 73 + (– 14 + 1) డి) 73 + (– 14 – 1)

2.2.7 పరిశోధనాత్మకంగా పదాలు II

ఉదాహరణ 15 : ఫణి మరియు ప్రేమ్‌లు ఒక హోటల్ కు వెళ్లారు. వారిలో ప్రతి ఒక్కరూ కూరగాయల కట్లెట్ మరియు రసగుల్లాను ఆర్డర్ చేశారు. ఒక కూరగాయల కట్లెట్ ధర ₹43 మరియు రసగుల్లా ధర ₹24. వారు చెల్లించాల్సిన మొత్తానికి ఒక సమాసాన్ని రాయండి.

వారిలో ప్రతి ఒక్కరికి ఒక కూరగాయల కట్లెట్ మరియు ఒక రసగుల్లా ఉన్నందున, వారి ప్రతి వాటాను 43 + 24 ద్వారా సూచించవచ్చు.

వారు చెల్లించాల్సిన మొత్తం సంగతేమిటి? ₹2 × 43 + 24 అనే సమాసాలతో దీనిని వివరించవచ్చా?

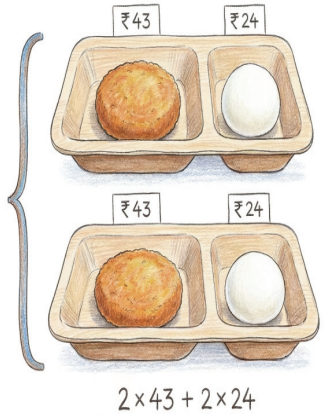
AP SCERT

Writing it as sum of terms gives:

$$2 \times 43 \quad + \quad 24$$

This expression means 24 more than 2×43. But, we want an expression which means twice or double of $43 + 24$.

$2 \times (43 + 24)$



We can make use of brackets to write such an expression:

$$2 \times (43 + 24).$$

So, we can say that together they have to pay $2 \times (43 + 24)$. This is also the same as paying for two vegetable cutlets and two rasgullas:

$$2 \times 43 + 2 \times 24.$$

Therefore,

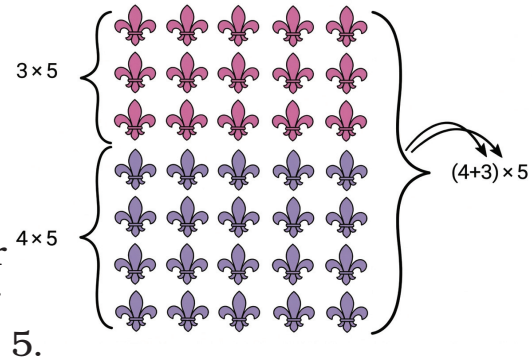
$$2 \times (43 + 24) = 2 \times 43 + 2 \times 24.$$

? If another friend, Satish, joins them and orders the same items, what will be the expression for the total amount to be paid?

? **Example 16 :** In the Republic Day parade, there are boy scouts and girl guides marching together. The scouts march in 4 rows with 5 scouts in each row. The guides march in 3 rows with 5 guides in each row (see the figure below). How many scouts and guides are marching in this parade?

The number of boy scouts marching is 4×5. The number of girl guides marching is 3×5.

The total number of scouts and guides will be $4 \times 5 + 3 \times 5$.



This can also be found by first finding the total number of rows, i.e., $4 + 3$, and then multiplying their sum by the number of children in each row. Thus, the number of boys and girls can be found by $(4 + 3) \times 5$.

Therefore, $4 \times 5 + 3 \times 5 = (4 + 3) \times 5$.

Computing these expressions, we get

$$4 \times 5 + 3 \times 5 = 4 \times 5 + 3 \times 5 = 20 + 15 = 35$$

$$(4 + 3) \times 5 = 7 \times 5 = 35$$

AP SCERT

దీనిని పదాల మొత్తంగా రాస్తే:

$$2 \times 43 + 24$$

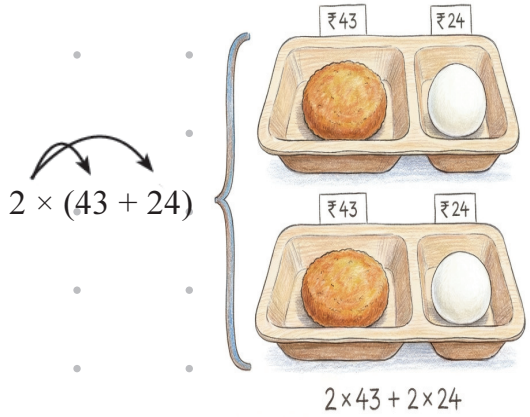
ఈ సమాసం 2 × 43 కంటే 24 ఎక్కువ అని అర్థం.

కానీ, మనకు 43 + 24 రెట్టింపు సమాసం అవసరం.

అంటే 43 + 24 యొక్క రెట్టింపు అని అర్థం.

అటువంటి సమాసాన్ని రాయడం కొరకు మనం బ్రాకెట్లను ఉపయోగించవచ్చు:

$$2 \times (43 + 24).$$



కాబట్టి, వారు 2 × (43 + 24) చెల్లించాలని మనం చెప్పవచ్చు.

ఇది రెండు కూరగాయల కట్లెట్లు మరియు రెండు రసగుల్లాలకు చెల్లించడం లాంటిదే:

కాబట్టి

$$2 \times (43 + 24) = 2 \times 43 + 2 \times 24.$$

? మరో స్నేహితుడు సతీష్ వారితో చేరి అదే వస్తువులను కావాలనీ చెపితే, ఏమి జరుగుతుంది? చెల్లించాల్సిన మొత్తం యొక్క సమాసం ఏమిటి?

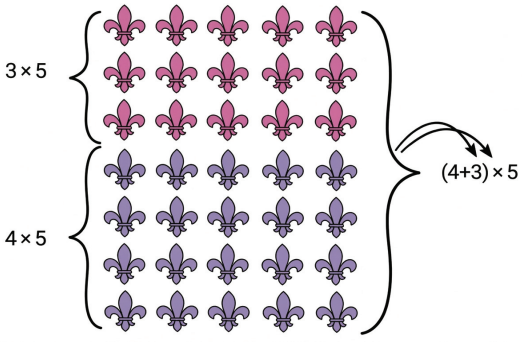
? **ఉదాహరణ 16 :** గణతంత్ర దినోత్సవ పరేడ్‌లో, బాలుర స్కౌట్స్ మరియు బాలికల గైడ్స్ కలిసి కవాతు చేస్తారు. స్కౌట్స్ ప్రతి వరుసలో 5 స్కౌట్లతో 4 వరుసలలో కవాతు చేస్తారు. గైడ్‌లు ప్రతి వరుసలో 5 గైడ్‌లతో 3 వరుసలలో కవాతు చేస్తారు (దిగువ చిత్రాన్ని చూడండి). ఈ కవాతులో ఎంతమంది స్కౌట్స్ మరియు గైడ్లు కవాతు చేస్తున్నారు?

కవాతు చేసే బాలుర స్కౌట్స్ సంఖ్య 4 × 5. కవాతు చేసే బాలికల గైడ్ల సంఖ్య 3 × 5.

మొత్తం స్కౌట్స్ మరియు గైడ్స్

$$4 \times 5 + 3 \times 5.$$

మొదట మొత్తం వరుసల సంఖ్యను, అనగా, 4 + 3 ను కనుగొని, ఆపై వాటి మొత్తాన్ని ప్రతి వరసలోని పిల్లల సంఖ్యతో గుణించడం ద్వారా కూడా దీనిని కనుగొనవచ్చు. అందువల్ల, బాలురు మరియు బాలికల సంఖ్యను (4 + 3) × 5 అని కనుగొనవచ్చు.



అందువల్ల, 4 × 5 + 3 × 5 = (4 + 3) × 5

ఈ సమాసాన్ని లెక్కించడం ద్వారా,

$$4 \times 5 + 3 \times 5 = 4 \times 5 + 3 \times 5 = 20 + 15 = 35$$

(4 + 3) × 5 = 7 × 5 = 35, మనకు 35 వస్తుంది

AP SCERT

? $5 \times 4 + 3 = 5 \times (4 + 3)$. Can you explain why?
Is $5 \times (4 + 3) = 5 \times (3 + 4) = (3 + 4) \times 5$?

Take away point : The observations that we have made in the previous two examples can be seen in a general way as follows.

Consider $10 \times 98 + 3 \times 98$. This means taking the sum of 10 times 98 and 3 times 98.

$$\underbrace{98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98}_{10 \text{ times}} + \underbrace{98 + 98 + 98}_{3 \text{ times}}$$

Clearly, this is the same as $10 + 3 = 13$ times 98. Thus,

$$10 \times 98 + 3 \times 98 = (10 + 3) \times 98.$$

Writing this equality the other way, we get

$$(10 + 3)\ 98 = 10 \times 98 + 3 \times 98.$$

Swapping the numbers in the products above, this property can be seen in the following form:

$$98 \times 10 + 9 \times 83 = 98\ (10 + 3), \text{ and}$$

$$98\ (10 + 3) = 98 \times 10 + 98 \times 3.$$

Similarly, let us consider the expression $14 \times 10 - 6 \times 10$. This means subtracting 6 times 10 from 14 times 10.

$$\overbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + + 10 + 10 + 10 + \cancel{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}}^{14 \text{ times}}$$

Clearly, this is $14 - 6 = 8$ times 10. Thus,

$$14 \times 10 - 6 \times 10 = (14 - 6) \times 10,$$

or

$$(14 - 6) \times 10 = 14 \times 10 - 6 \times 10$$

This property can be nicely summed up as follows:

The multiple of a sum (difference) is the same as the sum (difference) of the multiples. This property is called distributive property of multiplication over sum (difference).

2.2.8. Tinker the Terms II

Let us understand what happens when we change the numbers occurring in a product.

AP SCERT

✪ $5 \times 4 + 3 = 5 \times (4 + 3)$. ఎందుకో మీరు వివరించగలరా?

$5 \times (4 + 3) = 5 \times (3 + 4) = (3 + 4) \times 5$?

టేక్ అవే పాయింట్ : మునుపటి రెండు ఉదాహరణలలో మనం చేసిన పరిశీలనలను ఈ క్రింది విధంగా సాధారణ పద్ధతిలో చూడవచ్చు.

$10 \times 98 + 3 \times 98$ తీసుకోండి. అంటే 10 రెట్లు 98 మొత్తాన్ని తీసుకోవడం అని అర్థం. మరియు 3 సార్లు 98.

$$\underbrace{98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98}_{10\ \text{సార్లు}} + \underbrace{98 + 98 + 98}_{3\ \text{సార్లు}}$$

స్పష్టంగా, ఇది $10 + 3 = 13$ రెట్లు 98 తో సమానం. అందుకని

$10 \times 98 + 3 \times 98 = (10 + 3) \times 98$.

ఈ సమానత్వాన్ని మరొక విధంగా వ్రాస్తే, మనం క్రింద ఉన్న విధముగా పొందుతాము

$(10 + 3)\ 98 = 10 \times 98 + 3 \times 98$.

పై లబ్ధం ల్లోని సంఖ్యలను మార్చుకుంటే, ఈ లక్షణాన్ని దిగువ రూపంలో చూడవచ్చు:

$98 \times 10 + 98 \times 3 = 98\ (10 + 3)$, మరియు

$98\ (10 + 3) = 98 \times 10 + 98 \times 3$.

ఇదేవిధంగా, $14 \times 10 - 6 \times 10$ అనే సమాసాన్ని పరిశీలిద్దాం. అంటే 14 రెట్లు 10 నుండి 6 రెట్లు 10 తీసివేయడం.

$$\overbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + \cancel{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}}^{14\ \text{సార్లు}}$$

స్పష్టంగా, ఇది $14 - 6 = 8$ రెట్లు 10. అందుకని

$14 \times 10 - 6 \times 10 = (14 - 6) \times 10$,

లేదా

$(14 - 6) \times 10 = 14 \times 10 - 6 \times 10$

ఈ ధర్మం ఈ క్రింది విధంగా చక్కగా చెప్పవచ్చు:

ఒక మొత్తం (వ్యత్యాసం) యొక్క గుణిజము, గుణిజాల మొత్తము (వ్యత్యాసం)కు సమానము.

2.2.8 పరిశోధనాత్మకంగా పదాలు II

ఒక లబ్ధంలో కనిపించే సంఖ్యలను మార్చినప్పుడు ఏమి జరుగుతుందో మనం అర్థం చేసుకుందాం.

AP SCERT

Example 17 : Given 53 × 18 = 954. Find out 63 × 18.

As 63 × 18 means 63 times 18,

$$\begin{aligned} 63 \times 18 &= (53 + 10) \times 18 \\ &= 53 \times 18 + 10 \times 18 \\ &= 954 + 180 \\ &= 1134. \end{aligned}$$

Example 18 : Find an effective way of evaluating 97 × 25.

97 × 25 means 97 times 25.

We can write it as (100 – 3) × 25

We know that this is the same as the difference of 100 times 25 and 3 times 25:

$$97 \times 25 = 100 \times 25 - 3 \times 25$$

Find this value.

Use this method to find the following products:

(a) 95 × 8

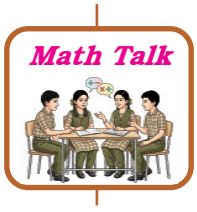
(b) 104 × 15

(c) 49 × 50

Is this quicker than the multiplication procedure you use generally?

Which other products might be quicker to find like the ones above?

Figure it Out - 2.4



1. Fill in the blanks with numbers, and boxes by signs, so that the expressions on both sides are equal.

   (a) 3 × (6 + 7) = 3 × 6 + 3 × 7

   (b) (8 + 3) × 4 = 8 × 4 + 3 × 4

   (c) 3 × (5 + 8) = 3 × 5 ☐ 3 × ____

   (d) (9 + 2) × 4 = 9 × 4 ☐ 2 ×____

   (e) 3 × (____ + 4) = 3 ____+____

   (f) (____+ 6) × 4 = 13 × 4 + ____

   (g) 3 × (____+____) = 3 × 5 + 3 × 2

   (h) (____+____)×____= 2 × 4 + 3 × 4

   (i) 5 × (9 – 2) = 5 × 9 – 5 × ____

   (j) (5 – 2) × 7 = 5 × 7 – 2 × ____

   (k) 5 × (8 – 3) = 5 × 8 ☐ 5 × ____

AP SCERT

ఉదాహరణ 17 : 53 × 18 = 954 ఇవ్వబడింది. 63 × 18 కనుగొనండి.

63 × 18 అంటే 63 రెట్లు 18 అని అర్థం.

63 × 18 = (53 + 10) × 18

= 53 × 18 + 10 × 18

= 954 + 180

= 1134.

ఉదాహరణ 18 : 97 × 25 ను విలువను కనుగొనటానికి చేయడానికి సమర్థవంతమైన మార్గాన్ని కనుగొనండి.

97 × 25 అంటే 97 రెట్లు 25 అని అర్థం.

మనం దానిని (100 – 3) × 25 గా రాయవచ్చు.

ఇది 100 రెట్లు 25 మరియు 3 రెట్లు 25 యొక్క భేదంకు సమానమని మనకు తెలుసు

97 × 25 = 100 × 25 – 3 × 25

ఈ విలువను కనుగొనండి.

ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించి కింది లబ్ధాలు కనుగొనుము.

(ఎ) 95 × 8

(బి) 104 × 15

(సి) 49 × 50

మీరు సాధారణంగా ఉపయోగించే గుణకార విధానం కంటే ఇది వేగంగా ఉందా?

పైన పేర్కొన్న వాటి మాదిరిగా ఏ ఇతర లబ్ధాలు త్వరగా కనుగొనబడతాయి?

ఆలోచించండి-చేయండి – 2.4

1. ఖాళీలను సంఖ్యలతో మరియు బాక్సులను గుర్తుల ద్వారా నింపండి, తద్వారా ఇరువైపులా సమాసాలు సమానంగా ఉంటాయి.

(ఎ) 3 × (6 + 7) = 3 × 6 + 3 × 7

(బి) (8 + 3) × 4 = 8 × 4 + 3 × 4

(సి) 3 × (5 + 8) = 3 × 5 ☐ 3 × ____

(డి) (9 + 2) × 4 = 9 × 4 ☐ 2 × ____

(ఇ) 3 × (____ + 4) = 3 ____ + ____

(ఎఫ్) (____ + 6) × 4 = 13 × 4 + ____

(జి) 3 × (____ + ____) = 3 × 5 + 3 × 2

(హెచ్) (____ + ____) × ____ = 2 × 4 + 3 × 4

(ఐ) 5 × (9 – 2) = 5 × 9 – 5 × ____

(జె) (5 – 2) × 7 = 5 × 7 – 2 × ____

(కె) 5 × (8 – 3) = 5 × 8 ☐ 5 × ____

AP SCERT

(l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7$ ☐ 3×7

(m) $5 \times (12 -$____$) =$____ ☐ $5 \times$____

(n) $(15 -$____$) \times 7 =$____ ☐ 6×7

(o) $5 \times ($____$-$____$) = 5 \times 9 - 5 \times 4$

(p) $($____$-$____$) \times$ ____$= 17 \times 7 - 9 \times 7$

2. In the boxes below, fill '<', '>' or '=' after analysing the expressions on the LHS and RHS. Use reasoning and understanding of terms and brackets to figure this out and not by evaluating the expressions.

   (a) $(8 - 3) \times 29$ ☐ $(3 - 8) \times 29$

   (b) $15 + 9 \times 18$ ☐ $(15 + 9) \times 18$

   (c) $23 \times (17 - 9)$ ☐ $23 \times 17 + 23 \times 9$

   (d) $(34 - 28) \times 42$ ☐ $34 \times 42 - 28 \times 42$

3. Here is one way to make 14: $\underline{2} \times (\underline{1} + \underline{6}) = 14$. Are there other ways of getting 14? Fill them out below:

   (a) _____$\times$ (_____+_____) = 14

   (b) _____$\times$ (_____+_____) = 14

   (c) _____$\times$ (_____+_____) = 14

   (d) _____$\times$ (_____+_____) = 14

4. Find out the sum of the numbers given in each picture below in at least two different ways. Describe how you solved it through expressions.

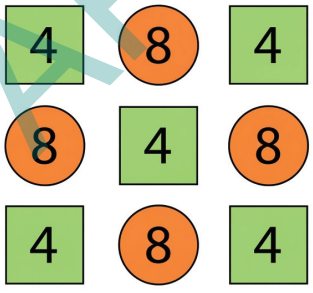


Figure it Out - 2.5

1. Read the situations given below. Write appropriate expressions for each of them and find their values.

   (a) The district market in Ongole operates on all seven days of a week. Rahim supplies 9 kg of mangoes each day from his

AP SCERT

(ఎల్) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7$ ☐ 3×7

(ఎమ్) $5 \times (12 -$____$) =$____ ☐ $5 \times$____

(ఎన్) $(15 -$____$) \times 7 =$____ ☐ 6×7

(ఒ) $5 \times ($____$-$____$) = 5 \times 9 - 5 \times 4$

(పి) (____$-$____$) \times$ ____$= 17 \times 7 - 9 \times 7$

2. దిగువ బాక్సుల్లో, ఎడమవైపు మరియు కుడివైపు సమాసాలను విశ్లేషించిన తరువాత '<', '>' లేదా '=' లతో నింపండి. దీనిని గుర్తించడానికి పదాలు మరియు బ్రాకెట్ల యొక్క తార్కికత మరియు అవగాహనను ఉపయోగించండి కాని సమాసాలను కనుగొనే విధానము ద్వారా కాదు.

(ఎ) $(8 - 3) \times 29$ ☐ $(3 - 8) \times 29$

(బి) $15 + 9 \times 18$ ☐ $(15 + 9) \times 18$

(సి) $23 \times (17 - 9)$ ☐ $23 \times 17 + 23 \times 9$

(డి) $(34 - 28) \times 42$ ☐ $34 \times 42 - 28 \times 42$

3. $14: \underline{2} \times (\underline{1} + \underline{6}) = 14$. ఇది ఫలితం 14 పొందడానికి ఒక మార్గం. 14 పొందడానికి ఇతర మార్గాలు ఉన్నాయా? వాటిని క్రింద పూరించండి:

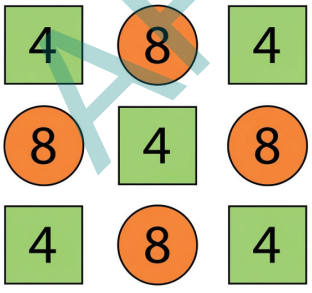
(ఎ) ____$\times$ (____$+$____$) = 14$

(బి) ____$\times$ (____$+$____$) = 14$

(సి) ____$\times$ (____$+$____$) = 14$

(డి) ____$\times$ (____$+$____$) = 14$

4. దిగువ ప్రతి చిత్రంలో ఇవ్వబడ్డ సంఖ్యల మొత్తాన్ని కనీసం రెండు విభిన్న మార్గాల్లో కనుగొనండి. సమీకరణాల ద్వారా మీరు దానిని ఎలా పరిష్కరించారో వివరించండి.



ఆలోచించండి-చేయండి - 2.5

1. దిగువ ఇవ్వబడ్డ పరిస్థితులను చదవండి. ప్రతిదానికి తగిన సమాసాలను రాయండి మరియు వాటి విలువలను కనుగొనండి.

(ఎ) ఒంగోలులోని జిల్లా మార్కెట్ వారంలో ఏడు రోజులు పనిచేస్తుంది. రహీమ్ తన తోట నుంచి ప్రతిరోజూ

AP SCERT

orchard and Shyam supplies 11 kg of mangoes each day from his orchard to this market. Find the amount of mangoes supplied by them in a week to the local district market.

(b) Bhanu earns ₹20,000 per month. She spends ₹5,000 on rent, ₹5,000 on food, and ₹2,000 on other expenses every month. What is the amount Bhanu will save by the end of a year?

(c) During the daytime a snail climbs 3 cm up a post, and during the night while asleep, accidentally slips down by 2 cm. The post is 10cm high, and a delicious treat is on its top. In how many days will the snail get the treat?

2. Murari reads a two-page story every day except on Tuesdays and Saturdays. How many stories would he complete reading in 8 weeks? Which of the expressions below describes this scenario?

(a) $5 \times 2 \times 8$
(b) $(7 - 2) \times 8$
(c) 8×7
(d) $7 \times 2 \times 8$
(e) $7 \times 5 - 2$
(f) $(7 + 2) \times 8$
(g) $7 \times 8 - 2 \times 8$
(h) $(7 - 5) \times 8$

3. Find different ways of evaluating the following expressions:

(a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$
(b) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$

4. Compare the following pairs of expressions using '<', '>' or '=' by reasoning.

(a) $49 - 7 + 8$	☐	$49 - 7 + 8$
(b) $83 \times 42 - 18$	☐	$83 \times 40 - 18$
(c) $145 - 17 \times 8$	☐	$145 - 17 \times 6$
(d) $23 \times 48 - 35$	☐	$23 \times (48 - 35)$
(e) $(16 - 11) \times 12$	☐	$-11 \times 12 + 16 \times 12$
(f) $(76 - 53) \times 88$	☐	$88 \times (53 - 76)$
(g) $25 \times (42 + 16)$	☐	$25 \times (43 + 15)$
(h) $36 \times (28 - 16)$	☐	$35 \times (27 - 15)$

AP SCERT

9 కిలోల మామిడి పండ్లను సరఫరా చేస్తాడు మరియు శ్యామ్ తన తోట నుంచి ప్రతిరోజూ 11 కిలోల మామిడి పండ్లను ఈ మార్కెట్ కు సరఫరా చేస్తాడు. స్థానిక జిల్లా మార్కెట్ కు వారంలో వారు సరఫరా చేసిన మామిడి పండ్ల మొత్తాన్ని కనుగొనండి.

(బి) భాను నెలకు ₹20,000 సంపాదిస్తాడు. అతను ప్రతి నెల అదె కోసం ₹5,000, ఆహారంపై ₹5,000 మరియు ఇతర ఖర్చులపై ₹2,000 ఖర్చు పెడతాడు. ఒక సంవత్సరం చివరికి భాను ఎంత మొత్తం పొదుపు చేస్తాడు?

(సి) పగటిపూట ఒక నత్త ఒక స్తంభం పైకి 3 సెంమీ ఎక్కుతుంది, మరియు రాత్రి సమయంలో నిద్రపోతున్నప్పుడు, ప్రమాదవశాత్తు 2 సెంమీ కిందకు జారిపోతుంది. స్తంభం 10 సెంటీమీటర్ల ఎత్తులో ఉంది మరియు రుచికరమైన ఆహారం దాని పైభాగంలో ఉంది. నత్తకు ఎన్నిరోజుల్లో ఆ ఆహారం లభిస్తుంది.

2. మురారి మంగళ, శనివారాలు మినహా ప్రతిరోజూ రెండు పేజీల కథను చదువుతాడు. అతడు 8 వారాల్లో ఎన్ని కథలు చదవడం పూర్తి చేస్తాడు? దిగువ పేర్కొన్న ఏ సమాసాలు ఈ సందర్భాన్ని వివరిస్తాయి?

(ఎ) $5 \times 2 \times 8$

(బి) $(7 - 2) \times 8$

(సి) 8×7

(డి) $7 \times 2 \times 8$

(ఇ) $7 \times 5 - 2$

(ఎఫ్) $(7 + 2) \times 8$

(జి) $7 \times 8 - 2 \times 8$

(హెచ్) $(7 - 5) \times 8$

3. దిగువ సమాసాలను కనుగొనేందుకు విభిన్న పద్ధతులు కనుగొనండి:

(ఎ) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$

(బి) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$

4. '<', '>' లేదా '=' ఉపయోగించి తార్కికత ద్వారా దిగువ సమాసాలు జతలను పోల్చండి.

(ఎ)	$49 - 7 + 8$	☐	$49 - 7 + 8$
(బి)	$83 \times 42 - 18$	☐	$83 \times 40 - 18$
(సి)	$145 - 17 \times 8$	☐	$145 - 17 \times 6$
(డి)	$23 \times 48 - 35$	☐	$23 \times (48 - 35)$
(ఇ)	$(16 - 11) \times 12$	☐	$-11 \times 12 + 16 \times 12$
(ఎఫ్)	$(76 - 53) \times 88$	☐	$88 \times (53 - 76)$
(జి)	$25 \times (42 + 16)$	☐	$25 \times (43 + 15)$
(హెచ్)	$36 \times (28 - 16)$	☐	$35 \times (27 - 15)$

AP SCERT

5. Identify which of the following expressions are equal to the given expression without computation. You may rewrite the expressions using terms or removing brackets. There can be more than one expression which is equal to the given expression.

(a) 83 – 37 – 12

(i) 84 – 38 – 12 (ii) 84 – (37 + 12)

(iii) 83 – 38 – 13 (iv) – 37 + 83 –12

(b) 93 + 37 × 44 + 76

(i) 37 + 93 × 44 + 76 (ii) 93 + 37 × 76 + 44

(iii) (93 + 37) × (44 + 76) (iv) 37 × 44 + 93 + 76

6. Choose a number and create ten different expressions having that value. For example, if I choose 15, one expression to get 15 is (2 × 7) + 1, another is (3 × 6) - 3, ..

SUMMARY

- We have been reading and evaluating simple expressions for quite some time now. Here we started by revising the meaning of some simple expressions and their values.
- We learnt how to compare certain expressions through reasoning instead of bluntly evaluating them.
- To help read and evaluate complex expressions without confusion, we use terms and brackets.
- When an expression is written as a sum of terms, changing the order of the terms or grouping the terms does not change the value of the expression. This is because the "commutative property of addition" and the "associative property of addition", respectively.
- To evaluate expressions within brackets, we saw that when we remove brackets preceded by a negative sign, the terms within the bracket change their sign.
- We also learnt about the "distributive property" — multiplying a number with an expression inside brackets is equal to the multiplying the number with each term in the bracket.

AP SCERT

5. కింద ఇవ్వబడిన ఏ సమాసాన్ని లెక్కించకుండా ఇవ్వబడ్డ సమాసానికి సమానమో గుర్తించండి. పదాలను ఉపయోగించి లేదా బ్రాకెట్లను తొలగించడం ద్వారా మీరు సమాసాలను తిరిగి వ్రాయవచ్చా. ఇవ్వబడ్డ సమాసానికి సమానమైన ఒకటి కంటే ఎక్కువ సమాసములు ఉండవచ్చు.

(ఎ) 83 − 37 − 12

(i) 84 − 38 − 12 (ii) 84 − (37 + 12)

(iii) 83 − 38 − 13 (iv) − 37 + 83 −12

(బి) 93 + 37 × 44 + 76

(i) 37 + 93 × 44 + 76 (ii) 93 + 37 × 76 + 44

(iii) (93 + 37) × (44 + 76) (iv) 37 × 44 + 93 + 76

6. ఒక సంఖ్యను ఎంచుకోండి మరియు ఆ విలువతో పది 10 రకాల సమాసములను సృష్టించండి. ఉదాహరణకు, ఒకవేళ నేను 15 ఎంచుకుంటే, 15 పొందడానికి ఒక సమాసం. (2 × 7) + 1, మరొకటి (3 × 6) − 3, ..

సారాంశం

- మనము కొంతకాలంగా సరళమైన సమాసాలను చదువుతున్నాము మరియు అంచనా వేస్తున్నాము. ఇక్కడ మనము కొన్ని సాధారణ సమాసాల అర్థం మరియు వాటి విలువలను సవరించడం ద్వారా ప్రారంభించాము.
- కొన్ని సమాసాలను నిర్మొహమాటంగా అంచనా వేయడానికి బదులుగా తార్కికత ద్వారా ఎలా పోల్చాలో మనము నేర్చుకున్నాము.
- గందరగోళం లేకుండా సంక్లిష్ట సమాసాలను చదవడానికి మరియు కనుగొనడానికి పదాలు మరియు బ్రాకెట్లను ఉపయోగిస్తాము.
- ఒక సమాసం పదాల మొత్తంగా వ్రాయబడినప్పుడు, పదాల క్రమాన్ని మార్చడం లేదా పదాలను సమూహం చేయడం వల్ల సమాసం యొక్క విలువ మారదు. ఎందుకంటే వరుసగా **"సంకలనం స్థిత్యంతర ధర్మం"** మరియు **"సంకలన సహచర ధర్మం"** వల్ల సాధ్యం.
- బ్రాకెట్లలోని వ్యక్తీకరణలను కనుగొనడానికి, ఋణ గుర్తు ముందు ఉన్న బ్రాకెట్లను తొలగించినప్పుడు, బ్రాకెట్ లోపల ఉన్న పదాలు వాటి గుర్తును మార్చుకుంటాయని మనం చూశాము.
- మనము "విభాగ న్యాయం" గురించి కూడా నేర్చుకున్నాము − బ్రాకెట్ల లోపల ఒక సమాసముతో సంఖ్యను గుణించడం, బ్రాకెట్ లోని ప్రతి పదంతో సంఖ్యను గుణించడానికి సమానం.

AP SCERT

Using three 3's along with the four operations (addition, subtraction, multiplication, and division) and brackets as needed we can create several expressions. For example, $(3 + 3)/3 = 2$, $3 + 3 - 3 = 3$, $3 \times 3 + 3 = 12$, and so on.

Using four 4's, create expressions to get all values from 1 to 20.

Using the numbers 1, 2, 3, 4, and 5 exactly once in any order get as many values as possible between –10 and +10.

Using the numbers 0 to 9 exactly once in any order, make an expression with a value 100.

What other similar interesting questions can you ask?

KSCERT

నాలుగు ప్రక్రియలు (కూడిక, తీసివేత, గుణకారం మరియు భాగహారం) మరియు బ్రాకెట్లతో పాటు మూడు 3 లను ఉపయోగించి మనం అనేక వ్యక్తీకరణలను సృష్టించవచ్చు.

ఉదాహరణకు, $(3 + 3)/3 = 2$, $3 + 3 - 3 = 3$, $3 \times 3 + 3 = 12$, మరియు అలా కొనసాగుతుంది.

నాలుగు 4 లను ఉపయోగించి, 1 నుండి 20 వరకు అన్ని విలువలను పొందడం కొరకు సమాసాలను సృష్టించండి.

1, 2, 3, 4, మరియు 5 అనే సంఖ్యలను ఏ క్రమంలోనైనా సరిగ్గా ఒక్కసారి ఉపయోగించడం ద్వారా

−10 మరియు +10 మధ్య సాధ్యమైనన్ని ఎక్కువ విలువలు పొందండి.

ఏదైనా క్రమంలో 0 నుంచి 9 వరకు ఉన్న సంఖ్యలను సరిగ్గా ఒక్కసారి ఉపయోగించి, 100 విలువతో ఒక సమాసాన్ని రూపొందించండి.

మీరు ఇలాంటి ఇతర ఆసక్తికరమైన ప్రశ్నలు ఏవి అడగగలరు?

AP SCERT

3 A PEEK BEYOND THE POINT

M2Y4T2

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Understands and represents rational numbers in decimal form.
- Applies decimal concepts to solve real-life measurement problems.
- Develops fluency in manipulating and comparing decimal numbers.
- Understands patterns and relationships between numbers.
- Recognizes the limitations and context-specific use of decimal notation.

3.0 Introduction

Karthik's mother was fixing a toy. She was trying to join two pieces with the help of a screw. Karthik was watching his mother with great curiosity. His mother was unable to join the pieces. Karthik asked why. His mother said that the screw was not of the right size.

She brought another screw from the box and was able to fix the toy. The two screws looked the same to Karthik. But when he observed them closely, he saw they were of slightly different lengths.

Karthik was fascinated by how such a small difference in lengths could matter so much. He was curious to know the difference in lengths. He was also curious to know how little the difference was because the screws looked nearly the same.

In the following figure, screws are placed above a scale. Measure them and write their length in the space provided.

AP SCERT

3 బిందువుకు అవతలి వైపు...

D8D7T9

అభ్యసన ఫలితాలు:

అభ్యాసకులు

- అకరణీయ సంఖ్యల యొక్క దశాంశ రూపంను అర్థం చేసుకుంటారు మరియు వాటిని సూచించగలుగుతారు.
- నిజ జీవితంలోని కొలతలకు సంబంధించిన సమస్యలను పరిష్కరించడానికి దశాంశ భావనలను ఉపయోగిస్తారు.
- దశాంశ సంఖ్యలను పోల్చడంలో మరియు వాటిపై గణిత పరిక్రియలు చేయడంలో నైపుణ్యంను పెంపొందించుకుంటారు.
- సంఖ్యల మధ్య ఉన్న అమరికలు మరియు సంబంధాలను అర్థం చేసుకుంటారు.
- దశాంశ గుర్తులను వాడేటప్పుడు ఉండే పరిమితులను మరియు సందర్భోచిత వినియోగాన్ని గుర్తిస్తారు.

3.0 పరిచయం

చిన్న కొలతల ఆవశ్యకత:

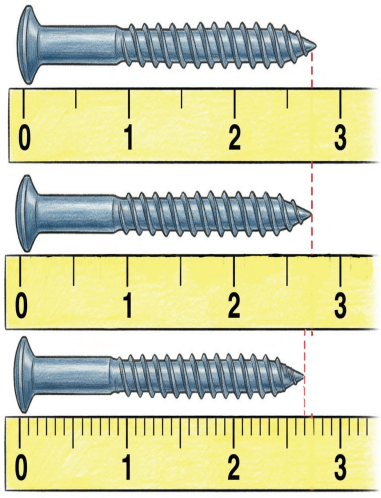
కార్తీక్ వాళ్ళ అమ్మ ఒక ఆట బొమ్మను సరిచేయుచున్నది. స్క్రూ సహాయంతో రెండు ముక్కలను కలపాలని ప్రయత్నం చేస్తున్నది. కార్తీక్ వాళ్ల అమ్మను ఆసక్తిగా చూస్తున్నాడు. తన తల్లి ఆ ముక్కలను కలపలేక పోయింది. ఎందుకని కార్తీక్ అడిగాడు. స్క్రూ సరి అయిన పరిమాణంలో లేదని తన తల్లి చెప్పింది.

ఆమె పెట్టె నుండి మరొక స్క్రూ తెచ్చి బొమ్మను సరిచేయగలిగింది. కార్తీక్‌కి రెండు స్క్రూలు ఒకేలా కనిపించాయి. కానీ అతను వాటిని దగ్గరగా గమనించినప్పుడు, అవి కొద్దిగా వేరు వేరు పొడవులను కలిగి ఉన్నాయని అతను గ్రహించాడు.

పొడవుల్లో ఇంత చిన్న తేడా ఎంత ముఖ్యమైనదో చూసి కార్తీక్ ఆకర్షితుడయ్యాడు. అతనికి పొడవుల్లో తేడా తెలుసుకోవాలనే ఆసక్తి కలిగింది. స్క్రూలు దాదాపు ఒకేలా కనిపించినప్పటికీ ఆ చిన్న తేడా తెలుసుకోవాలనే ఆసక్తి కూడా కలిగింది.

కింది పటంలో, స్కేల్ పైన స్క్రూలు ఉంచబడ్డాయి. వాటిని కొలిచి మరియు వాటి పొడవును అక్కడ ఇవ్వబడిన స్థలంలో వ్రాయండి.

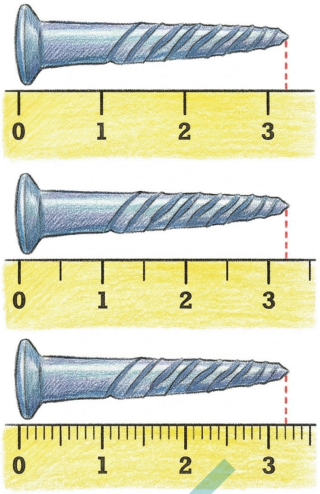
AP SCERT



Between 2 cm and 3 cm

More than $2\frac{1}{2}$ cm but less than 3 cm

$2\frac{7}{10}$ cm



_____

_____

_____

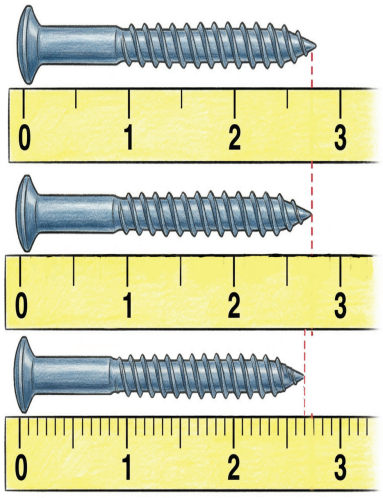
? Which scale helped you measure the length of the screws accurately? Why?

? What is the meaning of $2\frac{7}{10}$ cm (the length of the first screw)?

As seen on the ruler, the unit length between two consecutive numbers is divided into 10 equal parts. To get the length $2\frac{7}{10}$ cm, we go from 0 to 2 and then take seven parts of $\frac{1}{10}$. The length of the screw is 2 cm and $\frac{7}{10}$ cm. Similarly, we can make sense of the length $3\frac{2}{10}$ cm. We read $2\frac{7}{10}$ cm as **two and seven-tenth centimeters,** and $3\frac{2}{10}$ cm as **three and two-tenth centimeters.**

Length	Can be read as
$4\frac{3}{10}$ cm	
$5\frac{8}{10}$ cm	
$8\frac{4}{10}$ cm	

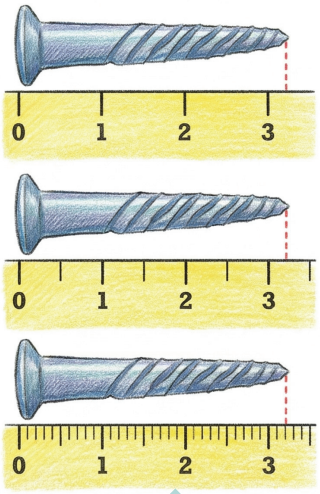
AP SCERT



2 సెం.మీ. మరియు 3 సెం.మీ. మధ్య

$2\frac{1}{2}$ సెం.మీ. కంటే ఎక్కువ కానీ 3 సెం.మీ కంటే తక్కువ

$2\frac{7}{10}$ సెం.మీ.



? స్క్రూల పొడవును ఖచ్చితంగా కొలవడానికి మీకు ఏ స్కేల్ సహాయపడింది? ఎందుకు?

? $2\frac{7}{10}$ సెం.మీ. అంటే అర్థం ఏమిటి (మొదటి స్క్రూ పొడవు)?

స్కేల్ లో చూసినట్లుగా, రెండు వరుస సంఖ్యల మధ్య ఒక యూనిట్ పొడవును 10 సమాన భాగాలుగా విభజించారు. $2\frac{7}{10}$ సెం.మీ పొడవును పొందడానికి, మనం 0 నుండి 2 కి వెళ్లి, అక్కడి నుంచి $\frac{1}{10}$ యొక్క ఏడు భాగాలను తీసుకుంటాము. స్క్రూ పొడవు 2 సెం.మీ మరియు $\frac{7}{10}$ సెం.మీ. ఇదేవిధంగా, మనం $3\frac{2}{10}$ సెం.మీ పొడవును అర్థం చేసుకోవచ్చు. మనం $2\frac{7}{10}$ సెం.మీ.ను **రెండు మరియు ఏడులో-పదో వంతు సెంటీమీటర్లుగా, మరియు $3\frac{2}{10}$ సెం.మీ.ను మూడు మరియు రెండులో-పదో వంతు సెంటీమీటర్లుగా చదువుతాము.**

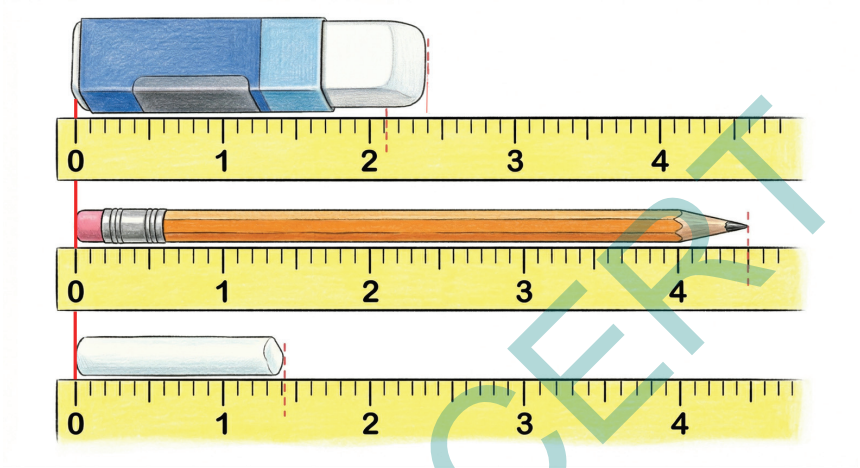
పొడవు	చదివే విధానం
$4\frac{3}{10}$ సెం.మీ.	
$5\frac{8}{10}$ సెం.మీ.	
$8\frac{4}{10}$ సెం.మీ.	

AP SCERT

? Can you explain why the unit was divided into smaller parts to measure the screws?

? Measure the following objects using a scale and write their measurements in centimeters (as shown earlier for the lengths of the screws): pen, sharpener, and any other object of your choice.

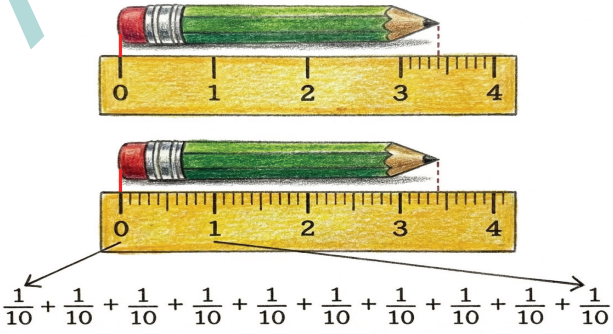
? Write the measurements of the objects shown in the picture:



As seen here, when exact measures are required we can make use of smaller units of measurement.

3.1 A Tenth Part

The length of the pencil shown in the figure below is $3\frac{4}{10}$ units, which can also be read as 3 units and four one-tenths, i.e., $(3 \times 1) + \left(4 \times \frac{1}{10}\right)$ units.



$$= 10 \text{ times } \frac{1}{10} = 10 \times \frac{1}{10} = 1 \text{ unit}$$

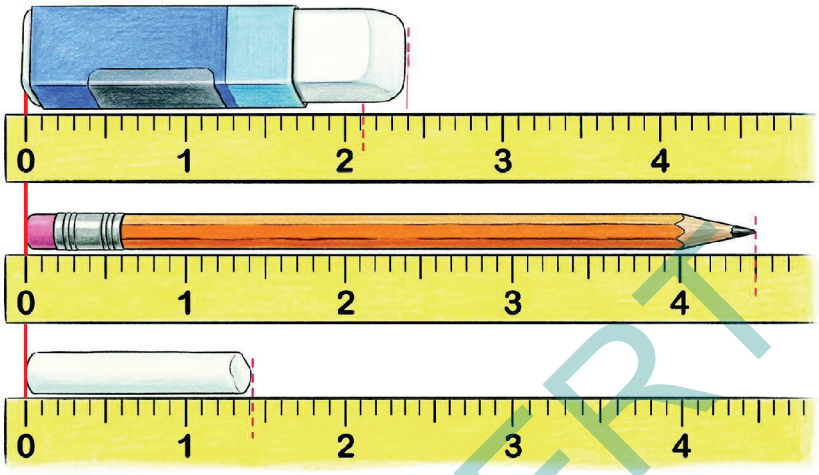
This length is the same as 34 one-tenths units because 10 one-tenths units make one unit.

AP SCERT

? స్కూలను కొలవడానికి యూనిట్‌ను చిన్న భాగాలుగా ఎందుకు విభజించారో మీరు వివరించగలరా?

? కింది వస్తువులను స్కేల్ ఉపయోగించి కొలిచి మరియు వాటి కొలతలను సెంటీమీటర్లలో రాయండి (స్కూల పొడవు కొరకు ముందు చూపిన విధంగా) : పెన్ను, షార్పనర్ మరియు మీకు నచ్చిన ఏదైనా ఇతర వస్తువును తీసుకొనవచ్చు.

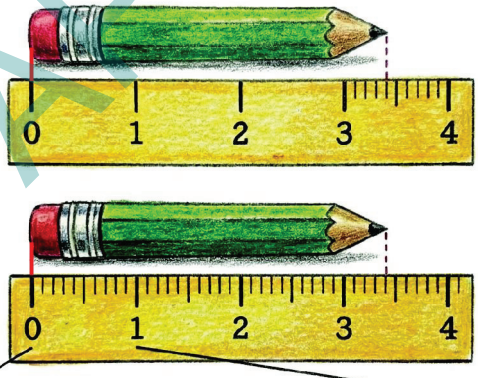
? పటంలో చూపిన వస్తువుల కొలతలు రాయండి:



ఇక్కడ చూసినట్లుగా, ఖచ్చితమైన కొలతలు అవసరమైనప్పుడు మనం చిన్న కొలత యూనిట్లను ఉపయోగించవచ్చు.

3.1 పదవ వంతు :

క్రింద చిత్రంలో చూపిన పెన్సిల్ పొడవు $3\frac{4}{10}$ యూనిట్లు, దీనిని 3 యూనిట్లు మరియు నాలుగులో పదవ-వంతులుగా కూడా చదవవచ్చు, అనగా, $(3 \times 1) + \left(4 \times \frac{1}{10}\right)$ యూనిట్లు.



$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$= \frac{1}{10}$ అనేది 10 సార్లు $= 10 \times \frac{1}{10} = 1$ యూనిట్

ఈ పొడవు 34 పదవ వంతు యూనిట్లకు సమానం ఎందుకంటే 10 పదవ వంతు యూనిట్లు ఒక యూనిట్‌ను ఏర్పరుస్తాయి.

AP SCERT

$$34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$$ (34 one-tenths)

$$= 1 + 1 + 1 + \frac{4}{10}$$ (3 and 4 one - tenths)

A few numbers with fractional units are shown below along with how to read them.

$4\frac{1}{10} \longrightarrow$ **'four and one-tenth'**

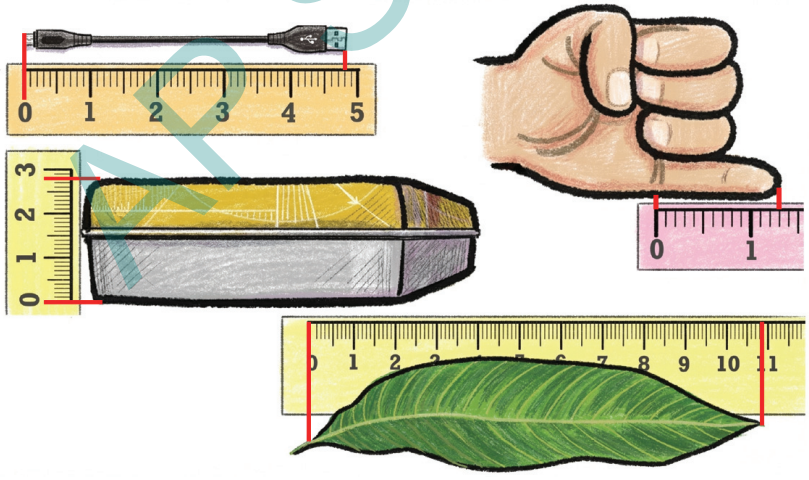
$\frac{4}{10} \longrightarrow$ **'four one-tenths' or 'four-tenths'**

$\frac{41}{10} \longrightarrow$ **'forty-one one-tenths' or 'forty-one tenths'**

$41\frac{1}{10} \longrightarrow$ **'forty-one and one-tenth'**

For the objects shown below, write their lengths in two ways and read them aloud. An example is given for the USB cable. (Note that the unit length used in each diagram is not the same).

The length of the USB cable is 4 and $\frac{8}{10}$ units or $\frac{48}{10}$ units.



AP SCERT

Try This

Arrange the following lengths in increasing order:

(a) $\frac{9}{10}$ (b) $1\frac{7}{10}$ (c) $\frac{130}{10}$ (d) $13\frac{1}{10}$

(e) $10\frac{5}{10}$ (f) $7\frac{6}{10}$ (g) $6\frac{7}{10}$ (h) $\frac{4}{10}$

$$34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$$ (34 పదవ వంతులు)

$$= 1 + 1 + 1 + \frac{4}{10}$$ (3 మరియు 4 పదవ వంతులు)

భిన్నాల యూనిట్లతో కూడిన కొన్ని సంఖ్యలు, వాటితో పాటు అవి ఎలా చదవాలో క్రింద చూపించబడ్డాయి.

$4\frac{1}{10} \longrightarrow$ **'నాలుగు మరియు ఒక పదవ వంతు'**

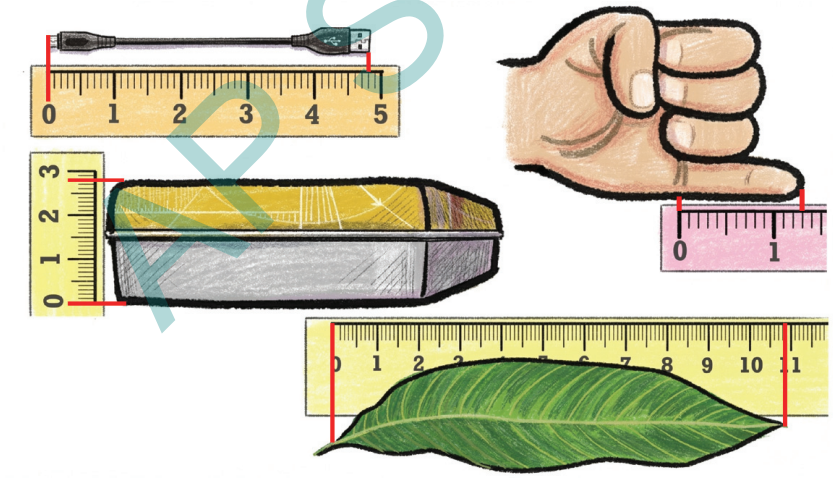
$\frac{4}{10} \longrightarrow$ **'నాలుగులో పదవ వంతు' లేదా 'నాలుగు పదవ వంతులు '**

$\frac{41}{10} \longrightarrow$ **'నలభై ఒకటిలో పదవ వంతు' లేదా 'నలభై ఒకటి పదవ వంతులు '**

$41\frac{1}{10} \longrightarrow$ **'నలభై ఒకటి మరియు ఒక పదవ వంతు'**

క్రింద చూపిన వస్తువులకు, వాటి పొడవులను రెండు విధాలుగా వ్రాసి వాటిని బిగ్గరగా చదవండి. USB కేబుల్ కోసం ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వబడింది. (ప్రతి పటంలో ఉపయోగించిన యూనిట్ పొడవు ఒకేలా ఉండదని గమనించండి).

USB కేబుల్ పొడవు 4 మరియు $\frac{8}{10}$ యూనిట్లు లేదా $\frac{48}{10}$ యూనిట్లు.



క్రింది పొడవులను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చండి:

(ఎ) $\frac{9}{10}$ (బి) $1\frac{7}{10}$ (సి) $\frac{130}{10}$ (డి) $13\frac{1}{10}$

(ఇ) $10\frac{5}{10}$ (ఎఫ్) $7\frac{6}{10}$ (జి) $6\frac{7}{10}$ (హెచ్) $\frac{4}{10}$

ప్రయత్నించండి

AP SCERT

Try This

Arrange the following lengths in increasing order:

$4\frac{1}{10}, \frac{4}{10}, \frac{41}{10}, 41\frac{1}{10}$

Example 1 : Karthik is measuring some of his body parts. The length of Karthik's lower arm is $2\frac{7}{10}$ units, and that of his upper arm is $3\frac{6}{10}$ units. What is the total length of his arm?

To get the total length, let us see the lower and upper arm length as 2 units and 7 one-tenths, and 3 units and 6 one-tenths, respectively.

So, there are (2 + 3) units and (7 + 6) one-tenths. Together, they make 5units and 13 one-tenths. But 13 one-tenths is 1 unit and 3 one-tenths. So, the total length is 6 units and 3 one-tenths.

(a) $(2+3)+\left(\frac{7}{10}+\frac{6}{10}\right)$

$=(2+3)+\left(\frac{13}{10}\right)$

$=5+\frac{13}{10}$

$=5+\frac{10}{10}+\frac{3}{10}=5+1+\frac{3}{10}$

$=6+\frac{3}{10}$

$=6\frac{3}{10}$

(b)

$$\begin{array}{r} 2\frac{7}{10} \\ +\ 3\frac{6}{10} \\ \hline =\ 5\frac{13}{10} \\ =\ 6\frac{3}{10} \end{array}$$

Or, both the lengths can be converted to tenths and then added:

(c) 27 one-tenths and 35 one-tenths is 62 one-tenths $\frac{27}{10}+\frac{35}{10}=\frac{62}{10}$

$\frac{62}{10}$ is the same as 60 one-tenths $\left(\frac{60}{10}\right)$ and 2 one-tenths $\left(\frac{2}{10}\right)$,

which is equal to 6 units and 2 one-tenths, i.e., $6\frac{2}{10}$

AP SCERT

ప్రయత్నించండి

కింది పొడవులను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చండి:

$4\frac{1}{10}, \frac{4}{10}, \frac{41}{10}, 41\frac{1}{10}$.

ఉదాహరణ 1 : కార్తీక్ తన శరీర భాగాలను కొన్నింటిని కొలుస్తున్నాడు. కార్తీక్ కింది చేయి పొడవు $2\frac{7}{10}$ యూనిట్లు, మరియు పై చేయి పొడవు $3\frac{6}{10}$ యూనిట్లు. అతని మొత్తం చేయి పొడవు ఎంత?

మొత్తం పొడవును పొందడానికి, కింది మరియు పై చేయి పొడవుల ను వరుసగా 2 యూనిట్లు మరియు 7 లో పదవ వంతు, మరియు 3 యూనిట్లు మరియు 6 లో పదవ వంతులుగా తీసుకుందాము. కావున, ఇక్కడ (2 + 3) యూనిట్లు మరియు (7 + 6) పదవ వంతులు ఉన్నాయి. మొత్తం కలిసి, అవి 5 యూనిట్లు మరియు 13 లో పదవ వంతు అవుతాయి. కానీ, 13 లో పదవ వంతు అనగా 1 యూనిట్ మరియు 3 లో పదవ వంతు. కావున, మొత్తం పొడవు 6 యూనిట్లు మరియు 3 లో పదవ వంతు అవుతాయి.

ఎ)
$$(2+3)+\left(\frac{7}{10}+\frac{6}{10}\right)$$
$$=(2+3)+\left(\frac{13}{10}\right)$$
$$=5+\frac{13}{10}$$
$$=5+\frac{10}{10}+\frac{3}{10}=5+1+\frac{3}{10}$$
$$=6+\frac{3}{10}$$
$$=6\frac{3}{10}$$

బి)
$$\begin{array}{r} 2\frac{7}{10} \\ +\ 3\frac{6}{10} \\ \hline =\ 5\frac{13}{10} \\ =\ 6\frac{3}{10} \end{array}$$

లేదా, రెండు పొడవులను పదవ వంతులుగా మార్చి, తరువాత కలపవచ్చును:

సి) 27 లో పదవ వంతు మరియు 35 లో పదవ వంతు కలిపి 62 లో పదవ వంతు $\frac{27}{10}+\frac{35}{10}=\frac{62}{10}$

$\frac{62}{10}$ అనేది 60 లో పదవ వంతు $\left(\frac{60}{10}\right)$ మరియు 2 లో పదవ వంతు $\left(\frac{2}{10}\right)$ లతో సమానం, ఇది 6 యూనిట్లు మరియు 2 లో పదవ వంతులకు సమానం, అనగా, $6\frac{2}{10}$.

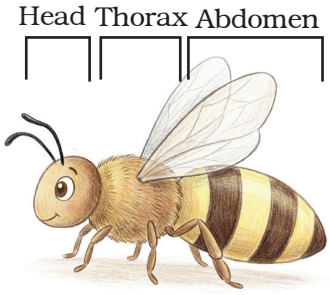
AP SCERT

? The lengths of the body parts of a honeybee are given. Find its total length.

Head: $2\frac{3}{10}$ units

Thorax: $5\frac{4}{10}$ units

Abdomen: $7\frac{5}{10}$ units



? The length of Kalpana's hand is $12\frac{4}{10}$ units, and her palm is $6\frac{7}{10}$ units, as shown in the picture. What is the length of the longest (middle) finger?

The length of the finger can be found by evaluating $\left(12+\frac{4}{10}\right)-\left(6+\frac{7}{10}\right)$. This can be done in different ways. For example,

(a) $12 + \frac{4}{10} - 6 - \frac{7}{10}$

$= (12 - 6) + \left(\frac{4}{10} - \frac{7}{10}\right)$

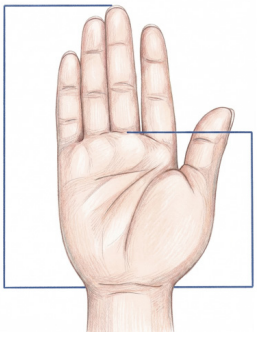
$= 6 - \frac{3}{10}$

$= 5 + 1 - \frac{3}{10}$

$= 5 + \frac{10}{10} - \frac{3}{10}$

$= 5 + \frac{7}{10} = 5\frac{7}{10}$

Discuss what is being done here and why.



(b)
$$\begin{array}{rcl} 12\frac{4}{10} & \longrightarrow & 11\frac{14}{10} \\ -6\frac{7}{10} & & -6\frac{7}{10} \\ \hline & & = 5\frac{7}{10} \end{array}$$

As in the case of counting numbers, it is convenient to start subtraction from the tenths. We cannot remove 7 one-tenths from 4 one-tenths. So we split a unit from 12 and convert it to 10 one-tenths. Now, the number has 11 units and 14 one-tenths. We subtract 7 onetenths from 14 one-tenths and then subtract 6 units from 11 units.

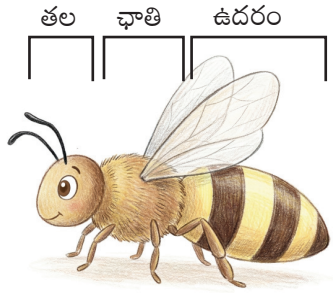
AP SCERT

తేనెటీగ శరీర భాగాల పొడవులు ఇవ్వబడ్డాయి. అయిన దాని మొత్తం పొడవును కనుగొనండి.

తల: $2\frac{3}{10}$ యూనిట్లు

ఛాతి: $5\frac{4}{10}$ యూనిట్లు

ఉదరం: $7\frac{5}{10}$ యూనిట్లు



పటంలో చూపిన విధంగా కల్పన చేతి పొడవు $12\frac{4}{10}$ యూనిట్లు, మరియు ఆమె అరచేతి పొడవు $6\frac{7}{10}$ యూనిట్లు. పొడవైన (మధ్య) వేలు పొడవు ఎంత?

మధ్య వేలు పొడవును $\left(12+\frac{4}{10}\right) - \left(6+\frac{7}{10}\right)$ మూల్యాంకనం చేయడం ద్వారా కనుగొనవచ్చు. దీనిని వివిధ పద్ధతుల్లో చేయవచ్చు. ఉదాహరణకు,

(ఎ) $12 + \frac{4}{10} - 6 - \frac{7}{10}$

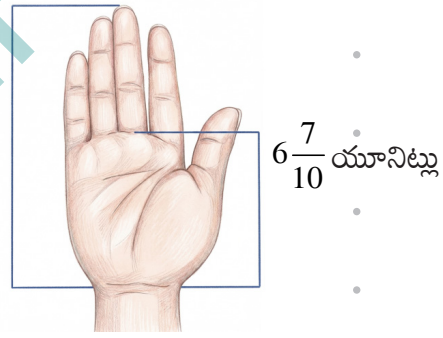
$= (12 - 6) + \left(\frac{4}{10} - \frac{7}{10}\right)$

$= 6 - \frac{3}{10}$

$= 5 + 1 - \frac{3}{10}$

$= 5 + \frac{10}{10} - \frac{3}{10}$

$= 5 + \frac{7}{10} = 5\frac{7}{10}$



ఇక్కడ ఏమి జరుగుతుందో మరియు ఎందుకు జరుగుతుందో చర్చించండి.

(బి) $12\frac{4}{10} \longrightarrow 11\frac{14}{10}$

$-6\frac{7}{10}$ $\quad -6\frac{7}{10}$

$= 5\frac{7}{10}$

సంఖ్యలను లెక్కించే విషయంలో లాగానే, పదవ వంతు నుండి తీసివేతను ప్రారంభించడం అనుకూలంగా ఉంటుంది. మనం 4 లో పదవ వంతు నుండి 7 లో పదవ వంతును తీసివేయలేము. కాబట్టి మనం 12 నుండి ఒక యూనిట్‌ను విభజించి 10 వంతులుగా మారుస్తాము. ఇప్పుడు ఆ సంఖ్యలో 11 యూనిట్లు మరియు 14 లో పదవ వంతు ఉన్నాయి. మనం 14 లో పదవ వంతుల నుండి 7 లో పదవ వంతులను తీసివేసి, ఆపై 11 యూనిట్లు నుండి 6 యూనిట్లను తీసివేస్తాము.

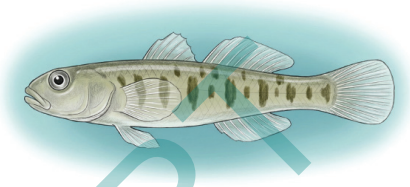
AP SCERT

Try computing the difference by converting both lengths to tenths.

Figure it Out - 3.1

1. A Celestial Pearl Danio's length is $2\frac{4}{10}$ cm, and the length of a Philippine Goby is $\frac{9}{10}$ cm. What is the difference in their lengths?
2. How big are these fish compared to your finger?

Celestial Pearl Danio



Philippine Goby

3. Observe the given sequences of numbers. Identify the change after each term and extend the pattern:

(a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10},$ _____, _____, _____, _____

(b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10},$ _____, _____, _____, _____

(c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10},$ _____, _____, _____, _____

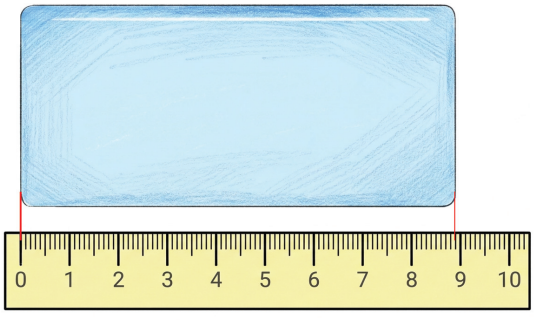
(d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10},$ _____, _____, _____, _____

(e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10},$ _____, _____, _____, _____

(f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10},$ _____, _____, _____, _____

3.2 A Hundredth Part

The length of a sheet of paper was $8\frac{9}{10}$ units, which can also be said as 8 units and 9 one-tenths. It is folded in half along its length. What is its length now?



AP SCERT

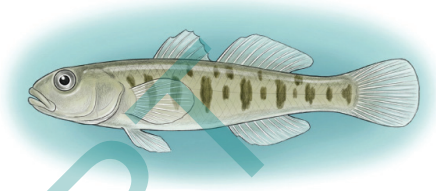
? రెండు పొడవులను పదవ వంతులుగా మార్చడం ద్వారా తేడాను లెక్కించడానికి ప్రయత్నించండి.

ఆలోచించండి-చేయండి - 3.1

1. ఒక సెలెస్టికల్ పెర్ల్ డానియో పొడవు $2\frac{4}{10}$ సెం.మీ., మరియు ఫిలిప్పీన్ గోబీ పొడవు $\frac{9}{10}$ సెం.మీ.. అయిన వాటి పొడవులలో తేడా ఎంత?

2. మీ వేలుతో పోలిస్తే ఈ చేపలు ఎంత పెద్దవి?

సెలెస్టియల్ పెర్ల్ డానియో



ఫిలిప్పీన్ గోబీ

3. ఇచ్చిన సంఖ్యల శ్రేణిని గమనించండి. ప్రతి పదం తర్వాత మార్పును గుర్తించి, మరియు నమూనాను విస్తరించండి:

(ఎ) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10},$ _____, _____, _____, _____

(బి) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10},$ _____, _____, _____, _____

(సి) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10},$ _____, _____, _____, _____

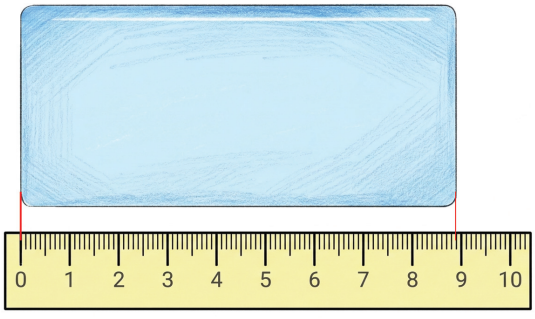
(డి) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10},$ _____, _____, _____, _____

(ఇ) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10},$ _____, _____, _____, _____

(ఎఫ్) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10},$ _____, _____, _____, _____

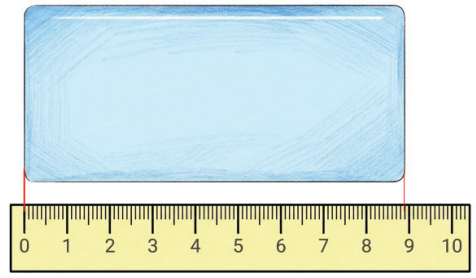
3.2 వందవ వంతు

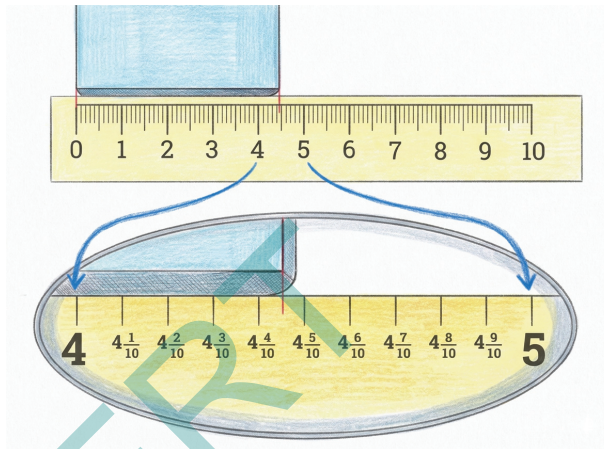
ఒక కాగితపు షీట్ పొడవు $8\frac{9}{10}$ యూనిట్లు, దీనిని 8 యూనిట్లు మరియు 9 లో పదవ వంతు అని కూడా చెప్పవచ్చు. దాని పొడవు వెంబడి సగానికి మడవబడింది. ఇప్పుడు దాని పొడవు ఎంత?



AP SCERT

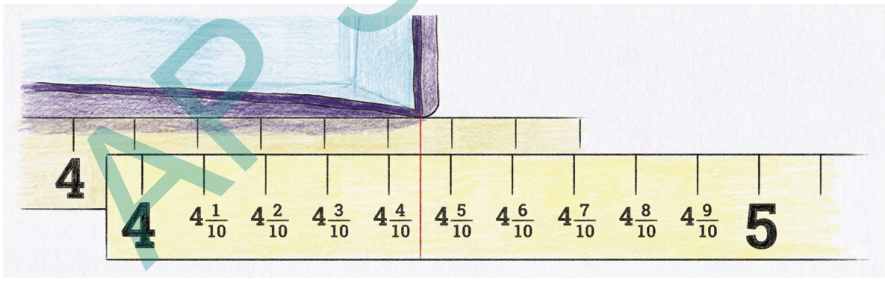
We can say that its length is between $4\frac{4}{10}$ units and $4\frac{5}{10}$ units. But we cannot state its exact measurement, since there are no markings. Earlier, we split a unit into 10 one-tenths to measure smaller lengths. We can do something similar and split each one-tenth into 10 parts.





? What is the length of this smaller part? How many such smaller parts make a unit length?

As shown in the figure below, each one-tenth has 10 smaller parts, and there are 10 one-tenths in a unit; therefore, there will be 100

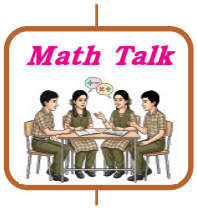


smaller parts in a unit. Therefore, one part's length will be $\frac{1}{100}$ of a unit.

Returning to our question, what is the length of the folded paper?

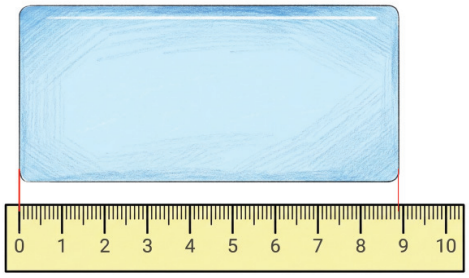
We can see that it ends at $4\frac{4}{10}\frac{5}{100}$, read as **4 units and 4 one-tenths and 5 one-hundredths.**

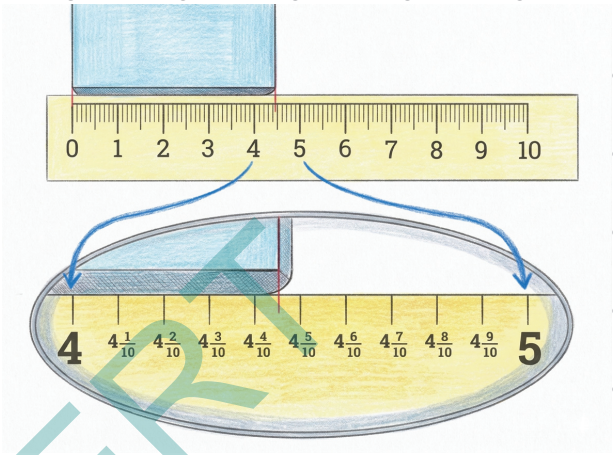
? How many one-hundredths make one-tenth? Can we also say that the length is 4 units and 45 one-hundredths?



AP SCERT

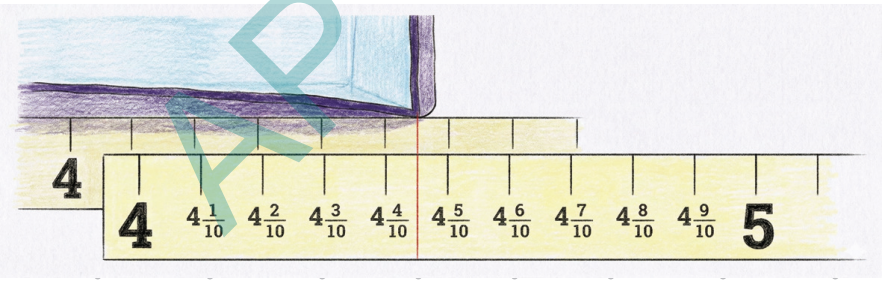
దాని పొడవు $4\frac{4}{10}$ యూనిట్ల నుండి $4\frac{5}{10}$ యూనిట్ల మధ్య ఉంటుందని మనం చెప్పగలం. కానీ దాని ఖచ్చితమైన కొలతను మనం చెప్పలేము, ఎందుకంటే దానికి ఎటువంటి మార్కింగ్ గుర్తులు లేవు. గతంలో, చిన్న పొడవులను కొలవడానికి మనం ఒక యూనిట్‌ను 10 పదవ వంతులుగా విభజించాము. మనం కూడా ఇప్పుడు ఇలాంటిదే చేసి ప్రతి పదవ వంతును 10 భాగాలుగా విభజించవచ్చు.





? ఈ చిన్న భాగం పొడవు ఎంత? ఎన్ని చిన్న భాగాలు ఒక యూనిట్ పొడవును ఏర్పరుస్తాయి?

క్రింద పటంలో చూపిన విధంగా, ప్రతి పదోవంతు 10 చిన్న భాగాలను కలిగి ఉంటుంది మరియు ఒక యూనిట్‌లో 10 పదవ వంతులు ఉంటాయి; కాబట్టి, ఒక యూనిట్‌లో 100 చిన్న భాగాలు ఉంటాయి.



కావున, ఒక భాగం పొడవు యూనిట్‌లో $\frac{1}{100}$ అవుతుంది.

మన ప్రశ్నకు తిరిగి వెళితే, మడతపెట్టిన కాగితం పొడవు ఎంత?

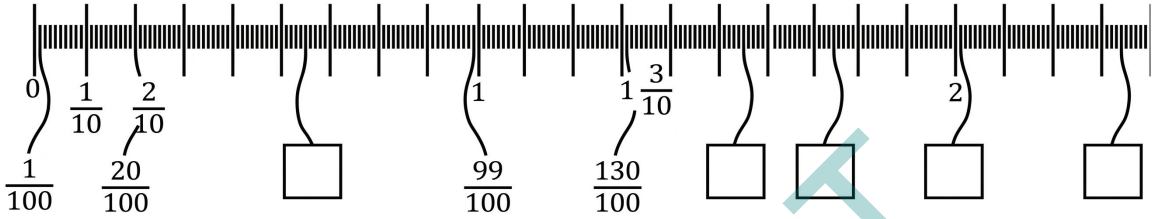
ఇది $4\frac{4}{10}\frac{5}{100}$, వద్ద ముగుస్తుందని మనం చూడవచ్చు, దీనిని **4 యూనిట్లు మరియు 4 లో పదవ వంతు మరియు 5 లో వందవ వంతులుగా చదువుతాము.**

? ఎన్ని వందవ వంతులు పదవ వంతు అవుతాయి? పొడవు 4 యూనిట్లు మరియు 45 లో వందవ వంతు అని కూడా మనం చెప్పగలమా?

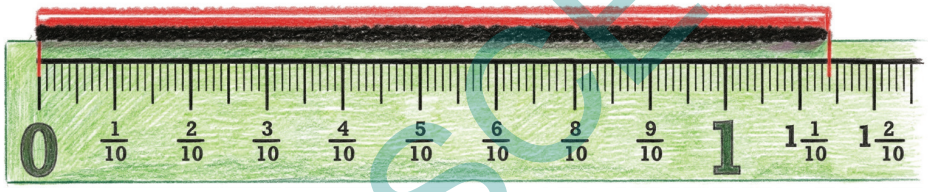
AP SCERT

Figure it Out - 3.2

1. Observe the figure below. Notice the markings and the corresponding lengths written in the boxes when measured from 0. Fill the lengths in the empty boxes.



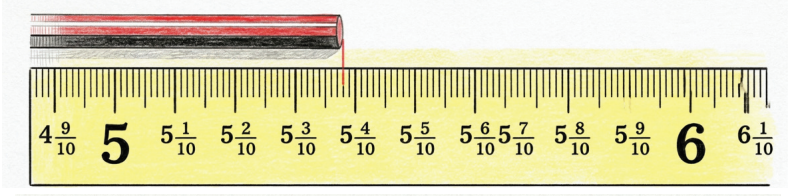
The length of the wire in the first picture is given in three different ways. Can you see how they denote the same length?



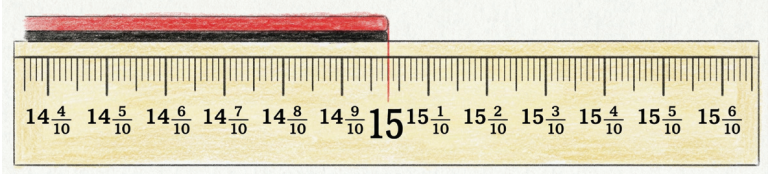
$1\frac{1}{10}\frac{4}{100}$	**One and one-tenth and four-hundredths**
$1\frac{14}{100}$	**One and fourteen-hundredths**
$\frac{114}{100}$	**One Hundred and Fourteen-hundredths**

2. For the lengths shown below write the measurements and read out the measures in words.

a)



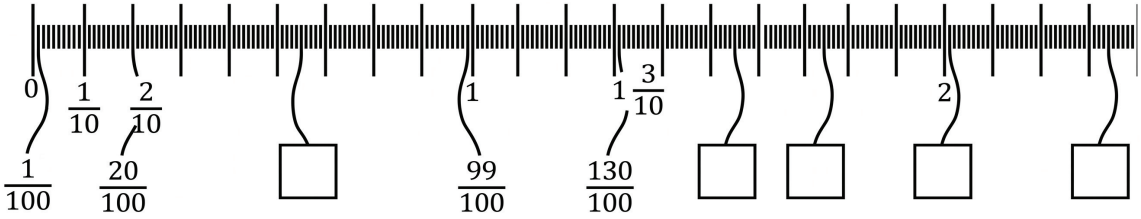
b)



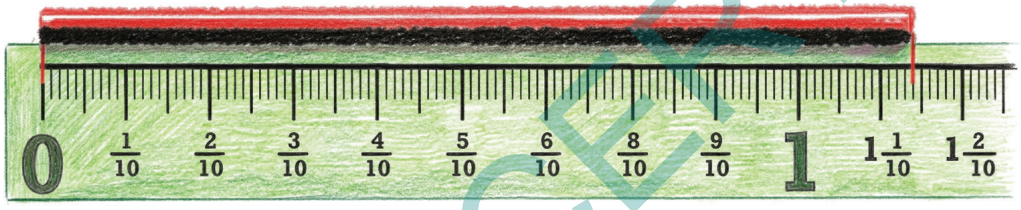
AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 3.2

1. క్రింద ఉన్న పటాన్ని గమనించండి. 0 నుండి కొలిచినప్పుడు పెట్టెలలో వ్రాయబడిన గుర్తులు మరియు సంబంధిత పొడవులను గమనించండి. ఖాళీ పెట్టెలలో పొడవులను పూరించండి.



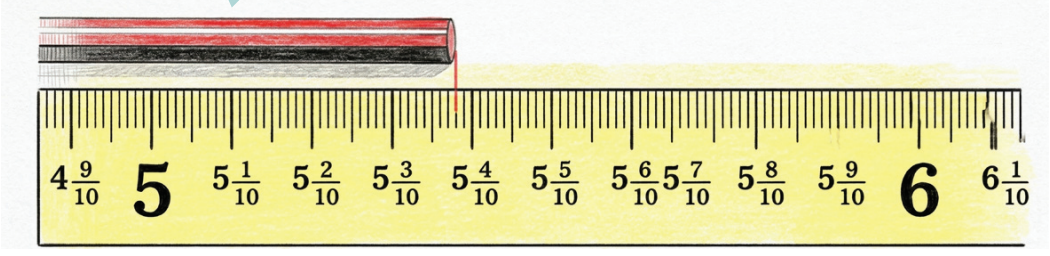
మొదటి చిత్రంలో వైర్ పొడవు మూడు రకాలుగా ఇవ్వబడింది. అవి ఒకే పొడవును ఎలా సూచిస్తాయో మీరు చూడగలరా?



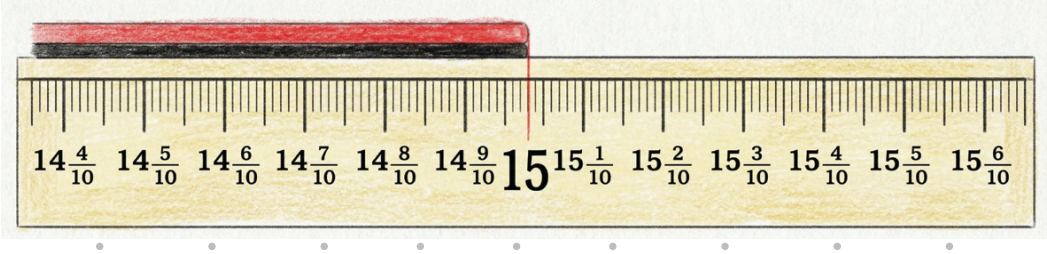
$1\frac{1}{10}\frac{4}{100}$	ఒకటి మరియు ఒకటి పదవ వంతు మరియు నాలుగులో వందవ వంతు
$1\frac{14}{100}$	ఒకటి మరియు పద్నాలుగులో వందవ వంతు
$\frac{114}{100}$	నూట పద్నాలుగులో వందవ వంతు

2. క్రింద చూపిన పొడవుల కొలతలను వ్రాసి మరియు కొలతలను పదాలలో చదవండి.

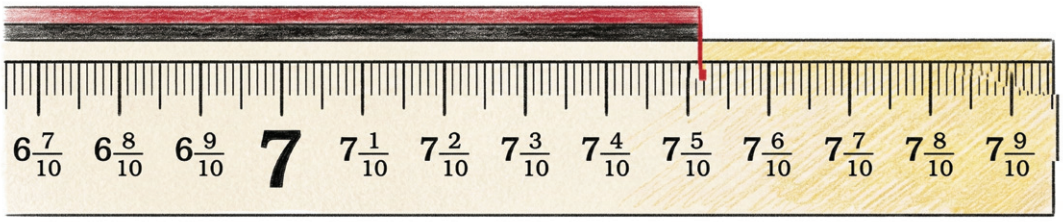
ఎ)

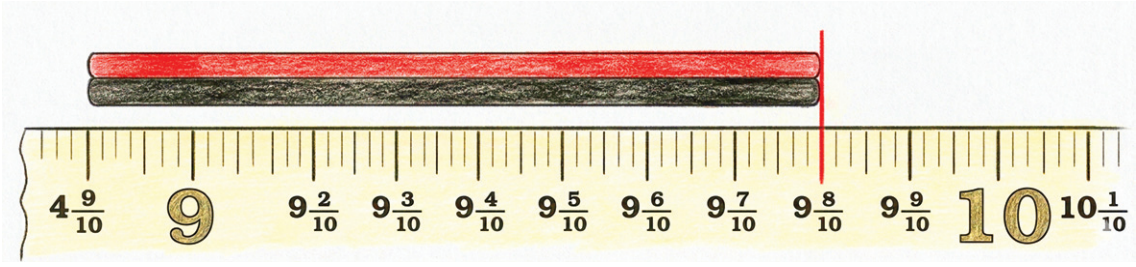


బి)



AP SCERT

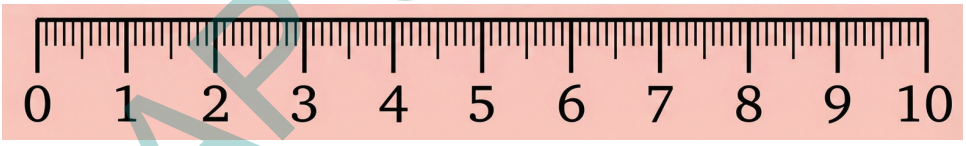
c) 

d) 

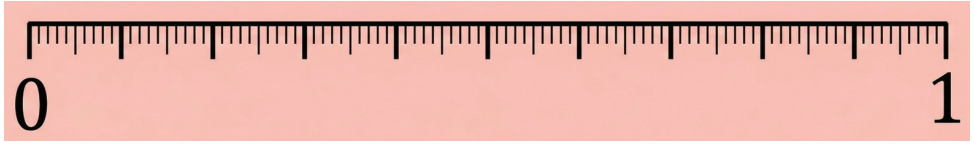
3. In each group, identify the longest and the shortest lengths. Mark each length on the scale.

(a) $\frac{3}{10}, \frac{3}{100}, \frac{33}{100}$

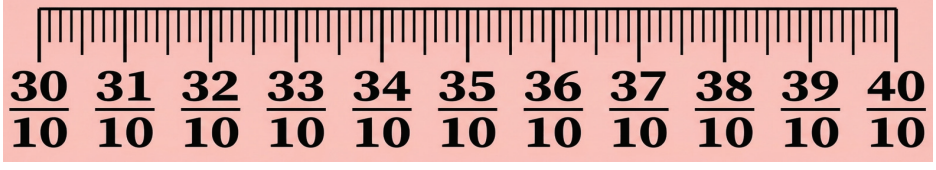
(b) $3\frac{1}{10}, \frac{30}{10}, 1\frac{3}{10}$



(c) $\frac{45}{100}, \frac{54}{100}, \frac{5}{10}, \frac{4}{10}$

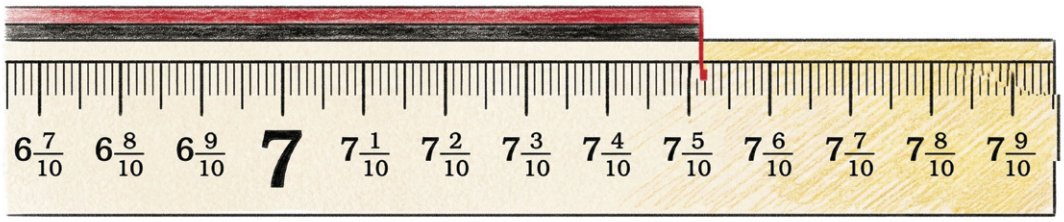


(d) $3\frac{6}{10}, 3\frac{6}{100}, 3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$

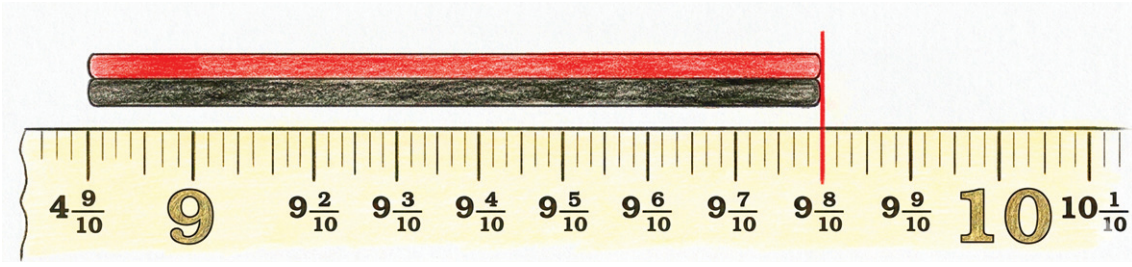


AP SCERT

సి)



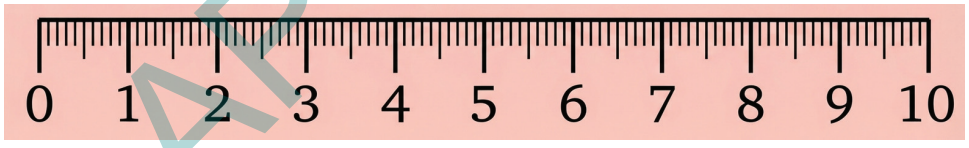
డి)



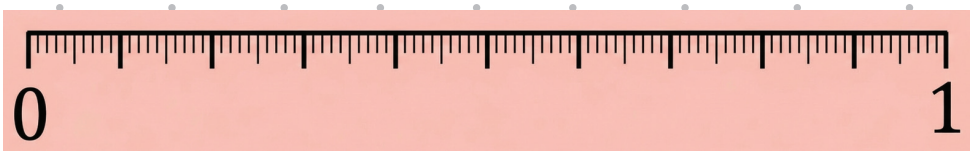
3. ప్రతి సమూహంలో, ఎక్కువ మరియు తక్కువ పొడవులను గుర్తించండి. ప్రతి పొడవును స్కేలుపై గుర్తించండి.

(ఎ) $\frac{3}{10}, \frac{3}{100}, \frac{33}{100}$

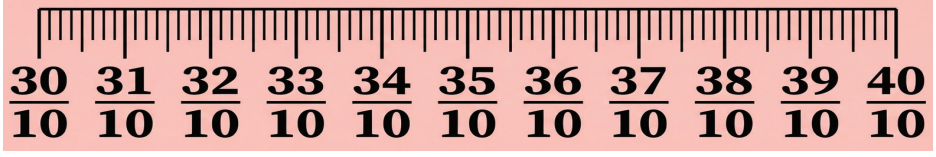
(బి) $3\frac{1}{10}, \frac{30}{10}, 1\frac{3}{10}$



(సి) $\frac{45}{100}, \frac{54}{100}, \frac{5}{10}, \frac{4}{10}$

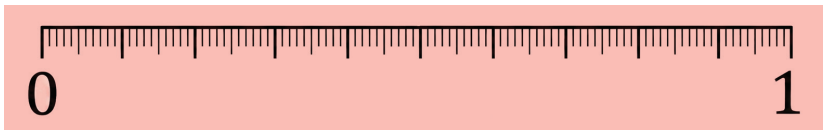


(డి) $3\frac{6}{10}, 3\frac{6}{100}, 3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$

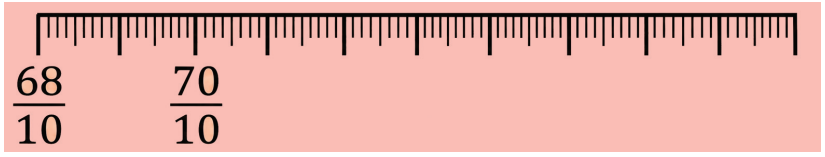


AP SCERT

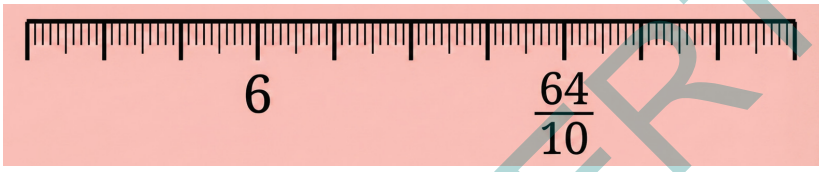
(e) $\frac{8}{10}, \frac{2}{100}, \frac{9}{100}, 1\frac{8}{100}$



(f) $7\frac{3}{10}\frac{5}{100}, 7\frac{5}{10}, 7\frac{41}{100}$



(g) $\frac{65}{10}\frac{15}{100}, 5\frac{87}{100}, 5\frac{7}{100}$



Example 2 : What will be the sum of $15\frac{3}{10}\frac{4}{100}$ and $2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$?

This can be solved in different ways. Some are shown below.

(a) **Method 1**

$$(15+2)+\left(\frac{3}{10}+\frac{6}{10}\right)+\left(\frac{4}{100}+\frac{}{1}\right.$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{12}{100}$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{1}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=17+\frac{10}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=18\frac{2}{100}$$

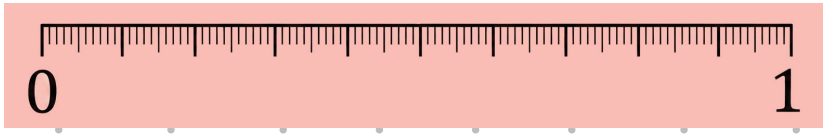
10 hundredths is the same as 1 tenth.

(b) **Method 2**

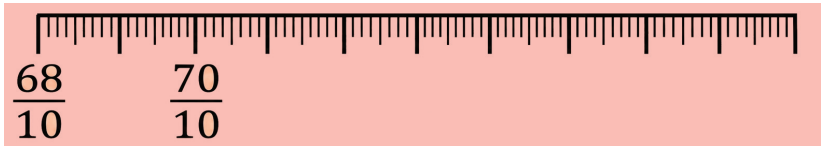
$$\begin{array}{rl} & 15\frac{3}{10}\frac{4}{100} \\ + & 2\frac{6}{10}\frac{8}{100} \\ \hline = & 17\frac{9}{10}\frac{12}{100} \\ = & 17\frac{10}{10}\frac{2}{100} \\ = & 18\frac{2}{100} \end{array}$$

AP SCERT

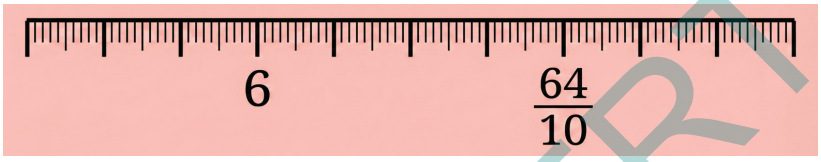
(ఇ) $\frac{8}{10}, \frac{2}{100}, \frac{9}{100}, 1\frac{8}{100}$



(ఎఫ్) $7\frac{3}{10}\frac{5}{100}, 7\frac{5}{10}, 7\frac{41}{100}$



(జి) $\frac{65}{10}\frac{15}{100}, 5\frac{87}{100}, 5\frac{7}{100}$



ఉదాహరణ 2 : $15\frac{3}{10}\frac{4}{100}$ మరియు $2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ ల మొత్తం ఎంత అవుతుంది?

దీనిని వివిధ పద్ధతుల్లో పరిష్కరించవచ్చు. కొన్ని క్రింద చూపించబడ్డాయి.

(ఎ) **1వ పద్ధతి**

$$(15+2)+\left(\frac{3}{10}+\frac{6}{10}\right)+\left(\frac{4}{100}+\frac{8}{100}\right)$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{12}{100}$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{1}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=17+\frac{10}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=18\frac{2}{100}$$

10 వందవ వంతులు 1 పదవ వంతుకు సమానం.

(బి) **2వ పద్ధతి**

$$\begin{array}{rl} & 15\frac{3}{10}\frac{4}{100} \\ + & 2\frac{6}{10}\frac{8}{100} \\ \hline = & 17\frac{9}{10}\frac{12}{100} \\ = & 17\frac{10}{10}\frac{2}{100} \\ = & 18\frac{2}{100} \end{array}$$

AP SCERT

Are both these methods different?

Observe the addition done below for 483 + 268. Do you see any similarities between the methods shown above?

(400 + 80 + 3) + (200 + 60 + 8)

= (400 + 200) + (80 + 60) + (3 + 8)

= 600 + 140 +11

= 600 + 150 + 1

= 600 + 100 + 50 + 1

= 700 + 50 + 1

= 751

One can also find the sum $15\frac{3}{10}\frac{4}{100} + 2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ by converting to hundredths, as follows.

(c) $(15 + 2) + \left(\frac{34}{100} + \frac{68}{100}\right)$

$= 17 + \frac{102}{100}$

$= 17 + 1 + \frac{2}{100}$

$= 18\frac{2}{100}$

100 hundredths is the same as 1 unit.

(d) $\left(\frac{1534}{100}\right) + \left(\frac{268}{100}\right)$

$= \frac{1802}{100}$

$= \frac{1800}{100} + \frac{2}{100}$

$= 18\frac{2}{100}$

15 is the same as 1500 hundredths and 2 is the same as 200 hundredths.

Example 3 : What is the difference: $25\frac{9}{10} - 6\frac{4}{10}\frac{7}{100}$?

One way to solve this is as follows:

$$25\frac{9}{10} \longrightarrow 25\frac{8}{10}\frac{10}{100} \longrightarrow 25$$

$$-6\frac{4}{10} \qquad -6\frac{4}{10}\frac{7}{100} \qquad -6$$

$$19\frac{4}{10}\frac{3}{100}$$

AP SCERT

ఈ రెండు పద్ధతులు భిన్నంగా (వేరు వేరుగా) ఉన్నాయా?

483 + 268 కు క్రింద చేసిన కూడికను గమనించండి. పైన చూపిన పద్ధతుల మధ్య మీకు ఏవైనా సారూప్యతలు కనిపిస్తున్నాయా?

$(400 + 80 + 3) + (200 + 60 + 8)$

$= (400 + 200) + (80 + 60) + (3 + 8)$

$= 600 + 140 + 11$

$= 600 + 150 + 1$

$= 600 + 100 + 50 + 1$

$= 700 + 50 + 1$

$= 751$

వందవ వంతుకు మార్చడం ద్వారా $15\frac{3}{10}\frac{4}{100} + 2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ మొత్తాన్ని ఈ క్రింది విధంగా కూడా కనుగొనవచ్చు.

(సి) 3వ పద్ధతి

$(15 + 2) + \left(\frac{34}{100} + \frac{68}{100}\right)$

$= 17 + \frac{102}{100}$

$= 17 + 1 + \frac{2}{100}$

$= 18\frac{2}{100}$

100లో వందవ వంతు 1 యూనిట్‌కు సమానం.

(డి) 4వ పద్ధతి

$\left(\frac{1534}{100}\right) + \left(\frac{268}{100}\right)$

$= \frac{1802}{100}$

$= \frac{1800}{100} + \frac{2}{100}$

$= 18\frac{2}{100}$

15 అనేది 1500 లో వందవ వంతుకు సమానం మరియు 2 అనేది 200 లో వందవ వంతుకు సమానం.

ఉదాహరణ 3 : భేదం ఎంత: $25\frac{9}{10} - 6\frac{4}{10}\frac{7}{100}$?

దీనిని పరిష్కరించడానికి ఒక పద్ధతి ఈ క్రింది విధంగా ఉంది:

$$25\frac{9}{10} \longrightarrow 25\frac{8}{10}\frac{10}{100} \longrightarrow 25$$

$$-6\frac{4}{10} \qquad -6\frac{4}{10}\frac{7}{100} \qquad -6$$

$$19\frac{4}{10}\frac{3}{100}$$

AP SCERT

Solve this by converting to hundredths.

Example 4 : What is the difference $15\frac{3}{10}\frac{4}{100} - 2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$?

One way to solve this is as follows:

$$15\frac{3}{10}\frac{4}{100} \qquad \frac{2}{10}\frac{14}{100} \qquad \frac{12}{10}\frac{14}{100}$$

$$-2\frac{6}{10}\frac{8}{100} \qquad -2\frac{6}{10}\frac{8}{100} \qquad -2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$$

$$= 12\frac{6}{10}\frac{6}{100}$$

Observe the subtraction done below for 653 – 268. Do you see any similarities with the methods shown above?

(600 + 50 + 3) – (200 + 60 + 8)

= (600 – 200) + (50 – 60) + (3 – 8)

= (600 – 200) + (40 – 60) + (13 – 8)

= (600 – 200) + (40 – 60) + 5

= (500 – 200) + (140 – 60) + 5

= 300 + 80 + 5

Figure it Out - 3.3

Find the sums and differences:

(a) $\frac{3}{10} + 3\frac{4}{100}$

(b) $9\frac{5}{10}\frac{7}{100} + 2\frac{1}{10}\frac{3}{100}$

(c) $15\frac{6}{10}\frac{4}{100} + 14\frac{3}{10}\frac{6}{100}$

(d) $7\frac{7}{100} - 4\frac{4}{100}$

(e) $8\frac{6}{100} - 5\frac{3}{100}$

(f) $12\frac{6}{100}\frac{2}{100} - \frac{9}{10}\frac{9}{100}$

3.3 Decimal Place Value

You may have noticed that whenever we need to measure something more accurately, we split a part into 10 (smaller) equal parts ? we split a unit into 10 one-tenths and then split each one-tenth into 10, onehundredths and then we use these smaller parts to measure.

AP SCERT

? దీనిని వందవ వంతులకు మార్చడం ద్వారా సాధించండి.

? **ఉదాహరణ 4 :** $15\frac{3}{10}\frac{4}{100} - 2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ భేదం ఎంత?

దీనిని సాధించడానికి ఒక పద్ధతి ఈ క్రింది విధంగా ఉంది:

$$15\frac{3}{10}\frac{4}{100} \qquad 15\frac{2}{10}\frac{14}{100} \qquad 14\frac{12}{10}\frac{14}{100}$$

$$-2\frac{6}{10}\frac{8}{100} \qquad -2\frac{6}{10}\frac{8}{100} \qquad -2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$$

$$= 12\frac{6}{10}\frac{6}{100}$$

653 – 268 కోసం క్రింద చేసిన వ్యవకలనాన్ని గమనించండి. పైన చూపిన పద్ధతులతో మీకు ఏవైనా సారూప్యతలు కనిపిస్తున్నాయా?

$(600 + 50 + 3) - (200 + 60 + 8)$

$= (600 - 200) + (50 - 60) + (3 - 8)$

$= (600 - 200) + (40 - 60) + (13 - 8)$

$= (600 - 200) + (40 - 60) + 5$

$= (500 - 200) + (140 - 60) + 5$

$= 300 + 80 + 5$

$= 385$

ఆలోచించండి-చేయండి - 3.3

మొత్తం మరియు భేదాలను కనుగొనుము :

(ఎ) $\frac{3}{10} + 3\frac{4}{100}$

(బి) $9\frac{5}{10}\frac{7}{100} + 2\frac{1}{10}\frac{3}{100}$

(సి) $15\frac{6}{10}\frac{4}{100} + 14\frac{3}{10}\frac{6}{100}$

(డి) $7\frac{7}{100} - 4\frac{4}{100}$

(ఇ) $8\frac{6}{100} - 5\frac{3}{100}$

(ఎఫ్) $12\frac{6}{100}\frac{2}{100} - \frac{9}{10}\frac{9}{100}$

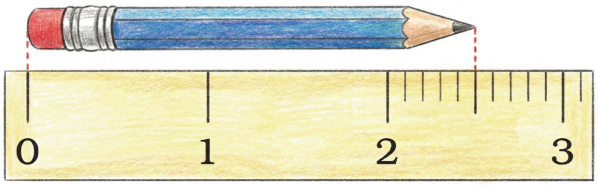
73.3 దశాంశ స్థాన విలువ

మనం ఏదైనా మరింత ఖచ్చితంగా కొలవవలసిన అవసరం వచ్చినప్పుడు, మనం ఒక భాగాన్ని 10 (చిన్న) సమాన భాగాలుగా విభజిస్తాము – మనం ఒక యూనిట్‌ను 10 పదవ వంతులుగా విభజించి, ఆపై ప్రతి పదవ వంతును 10 వందవ వంతులుగా విభజిస్తాము మరియు తరువాత మనం ఈ చిన్న భాగాలను కొలవడానికి ఉపయోగిస్తాము.

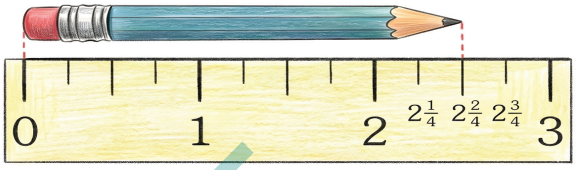
AP SCERT

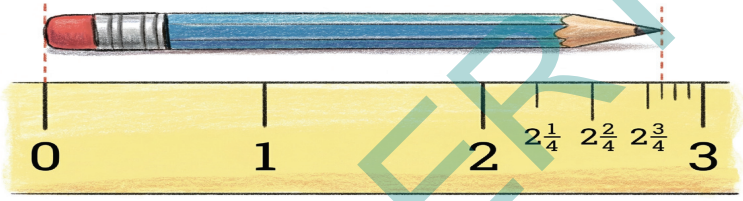
Can we not split a unit into 4 equal parts, 5 equal parts, 8 equal parts, or any other number of equal parts instead?

Yes, we can. The example below compares how the same length is represented when the unit is split into 10 equal parts and when the unit is split into 4 equal parts.



If an even more precise measure is needed, each quarter can further be split into four equal parts. Each part then measures $\frac{1}{16}$ of a unit, i.e., 16 such parts make 1 unit.





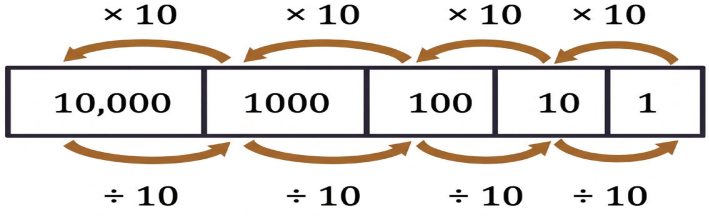
Then why split a unit into 10 parts every time?

The reason is the special role that 10 plays in the Indian place value system. For a whole number written in the Indian place value system — for example, 284 — the place value of 2 is hundreds (100), that of 8 is tens (10), and that of 4 is one (1). Each place value is 10 times bigger than the one immediately to its right. Equivalently, each place value is 10 times smaller than the one immediately to its left:

10 ones make 1 ten,

10 tens make 1 hundred,

10 hundreds make 1 thousand, and so on.

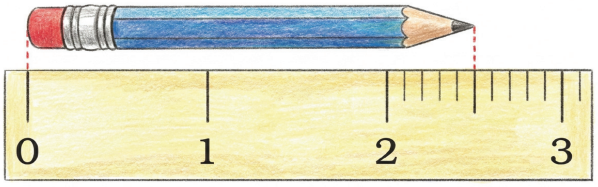


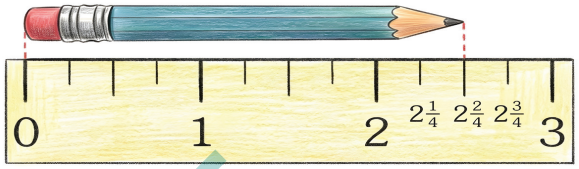
In order to extend this system of writing numbers to quantities smaller than one, we divide one into 10 equal parts. What does this give? It gives one-tenth. Further dividing it into 10 parts gives one-hundredth, and so on.

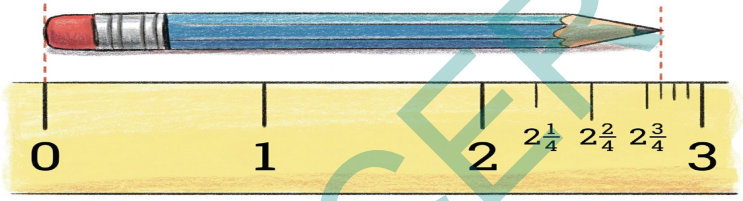
AP SCERT

? దీనికి బదులుగా మనం ఒక యూనిట్‌ను 4 సమాన భాగాలుగా, 5 సమాన భాగాలుగా, 8 సమాన భాగాలుగా లేదా ఏదైనా ఇతర సమాన భాగాలుగా విభజించలేమా?

అవును, మనం చేయగలము. యూనిట్‌ను 10 సమాన భాగాలుగా విభజించినప్పుడు మరియు యూనిట్‌ను 4 సమాన భాగాలుగా విభజించినప్పుడు ఒకే పొడవు ఎలా ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుందో క్రింద ఉన్న ఉదాహరణ పోల్చగలుగుతున్నది. మరింత ఖచ్చితమైన కొలత అవసరమైతే, ప్రతి నాలుగవ భాగాన్ని ఇంకా నాలుగు సమాన భాగాలుగా విభజించవచ్చు. ప్రతి భాగం ఒక యూనిట్ యొక్క $\frac{1}{16}$ వ భాగాన్ని ను కొలుస్తుంది, అంటే, అలాంటి 16 భాగాలు 1 యూనిట్ ఏర్పరుస్తాయి.







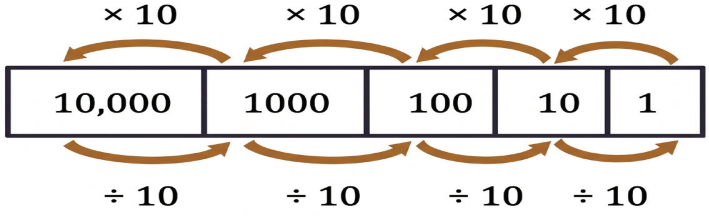
? అయితే ప్రతిసారీ ఒక యూనిట్‌ను 10 భాగాలుగా ఎందుకు విభజించాలి?

దీనికి కారణం భారతీయ స్థాన విలువ సంఖ్యామానంలో 10 కి ఉన్న ప్రత్యేక పాత్ర అలాంటిది. భారతీయ స్థాన విలువ సంఖ్యామానంలో వ్రాయబడిన పూర్ణాంకానికి – ఉదాహరణకు, 284 –2 యొక్క స్థాన విలువ వందలు (100), 8 యొక్క స్థాన విలువ పదులు (10), మరియు 4 యొక్క స్థాన విలువ ఒకటి (1). ప్రతి స్థాన విలువ దాని ప్రక్కనే కుడి వైపున ఉన్న దాని కంటే 10 రెట్లు పెద్దది. ఇదేవిధంగా, ప్రతి స్థాన విలువ దాని ప్రక్కనే ఎడమ వైపున ఉన్న దాని కంటే 10 రెట్లు చిన్నది:

10 ఒకట్లు 1 పదిని చేస్తుంది,

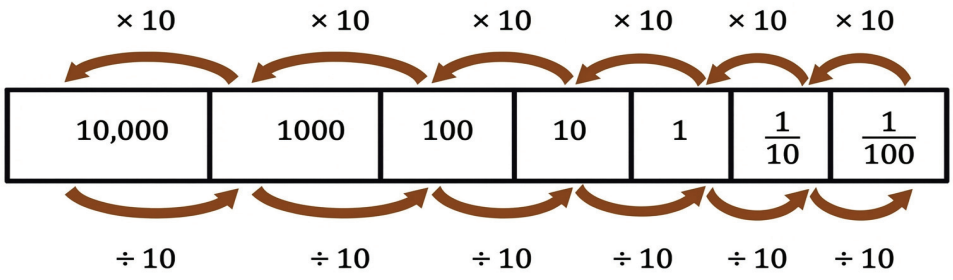
10 పదులు 1 వందను చేస్తాయి,

10 వందలు 1 వెయ్యిని చేస్తాయి,..... మొదలగునవి



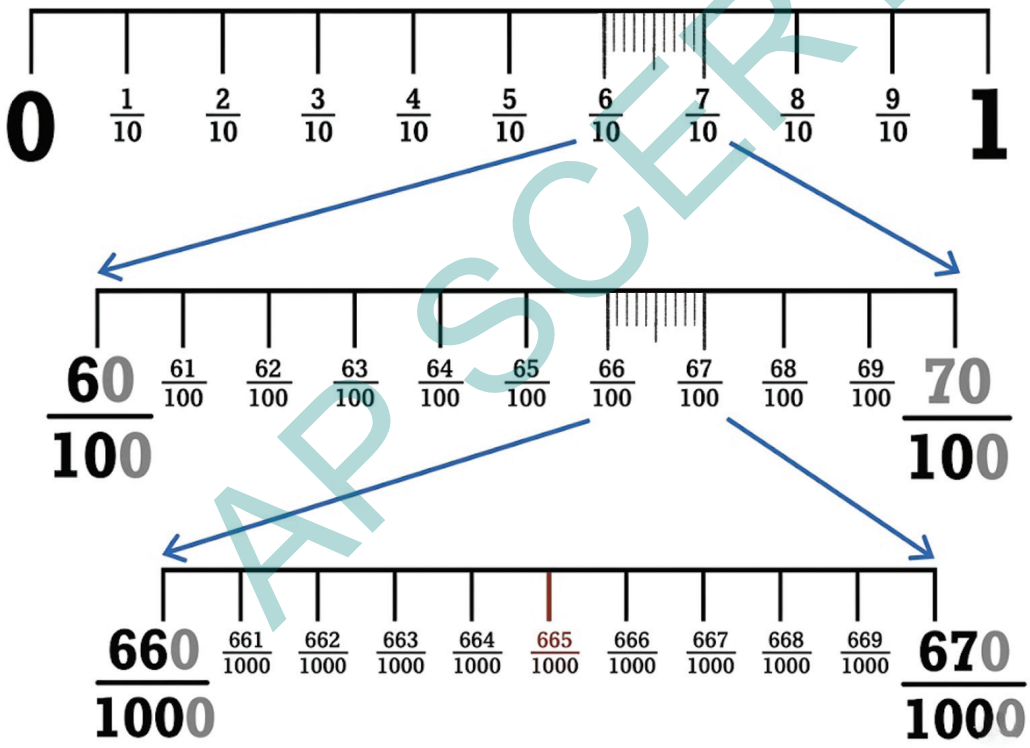
ఈ వ్యవస్థను విస్తరిస్తూ సంఖ్యలను ఒకటి కంటే చిన్న పరిమాణాలకు వ్రాయడానికి, మనం ఒకటిని 10 సమాన భాగాలుగా విభజిస్తాము. ఇది ఏమి ఇస్తుంది? ఇది పదోవంతును ఇస్తుంది. దీనిని మరలా 10 భాగాలుగా విభజించడం వల్ల వందవ వంతు వస్తుంది, మొదలగునవి.

AP SCERT



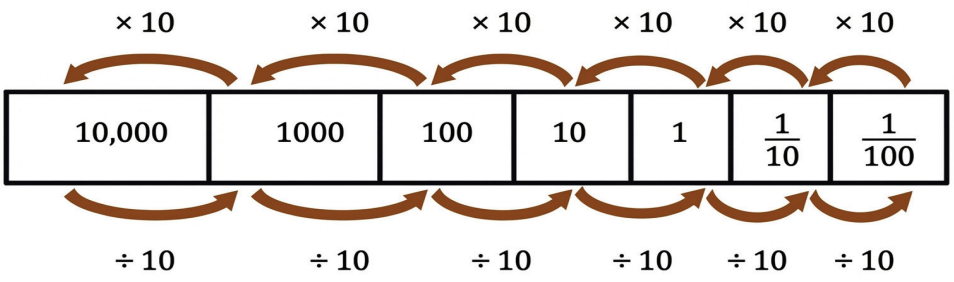
Can we extend this further?

What will the fraction be when $\frac{1}{100}$ is split into 10 equal parts? It will be $\frac{1}{1000}$, i.e., a thousand such parts make up a unit.



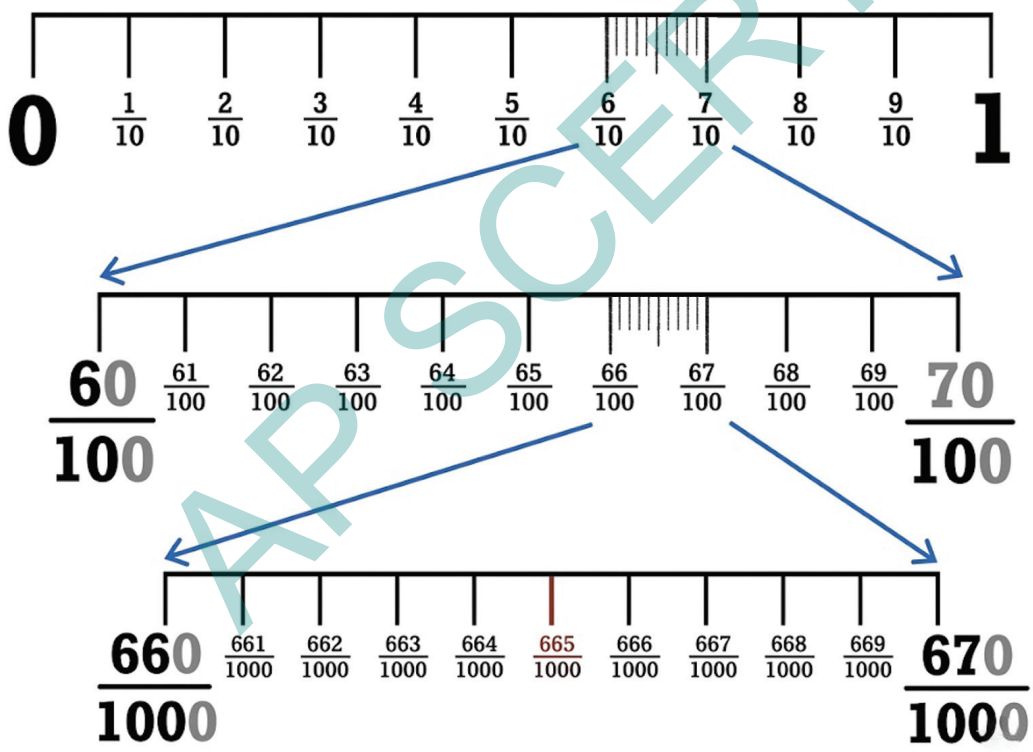
Just as when we extend to the left of 10,000, we get bigger place values at each step, we can also extend to the right of $\frac{1}{1000}$, getting smaller place values at each step.

AP SCERT



? దీన్ని మనం ఇంకా కొనసాగించవచ్చా?

? $\frac{1}{100}$ ను 10 సమాన భాగాలుగా విభజించినప్పుడు వచ్చే భిన్నం ఎంత అవుతుంది? అది $\frac{1}{1000}$ అవుతుంది, అంటే, అటువంటి వెయ్యి భాగాలు ఒక యూనిట్‌ను ఏర్పరుస్తాయి.



మనం 10,000 కి ఎడమ వైపుకు వెళ్లే కొద్దీ స్థాన విలువలు ఎలాగైతే పెరుగుతూ ఉంటాయో, అలాగే $\frac{1}{1000}$ (వెయ్యవ వంతు) కి కుడి వైపుకు వెళ్లే కొద్దీ ప్రతి దశలోనూ స్థాన విలువలు ఇంకా చిన్నవిగా మారుతూ ఉంటాయి.

AP SCERT

1,00,000	10,000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10,000}$

× 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10

÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10

This way of writing numbers is called the "decimal system" since it is based on the number 10; **"decem"** means ten in Latin, which in turn is cognate to the Sanskrit dasha meaning 10, with similar words for 10 occurring across many Indian languages including Odia, Konkani, Marathi, Gujarati, Hindi, Kashmiri, Bodo, and Assamese. We shall learn about other ways of writing numbers in later grades.

How Big?

We already know that a hundred 10s make 1000, and a hundred 100s make 10000.

? We can ask similar questions about fractional parts:

(a) How many thousandths make one unit?

(b) How many thousandths make one tenth?

(c) How many thousandths make one hundredth?

(d) How many tenths make one ten?

(e) How many hundredths make one ten?

? Make a few more questions of this kind and answer them.

Notation, Writing and Reading of Numbers

We have been writing numbers in a particular way, say 456, instead of writing them as 4 × 100 (4 hundreds) + 5 × 10 (5 tens) + 6 × 1 (6 ones). Similarly, can we skip writing tenths and hundredths?

? Can the quantity $4\frac{2}{10}$ be written as 42 (skipping the $\frac{1}{10}$ in $2 \times \frac{1}{10}$) ?

If yes, how would we know if 42 means 4 tens and 2 units or it means 4 units and 2 tenths?

Similarly, 705 could mean:

(a) 7 hundreds, and 0 tens and 5 ones (700 + 0 + 5)

(b) 7 tens and 0 units and 5 tenths $\left(70+0+\frac{5}{10}\right)$

(c) 7 units and 0 tenths and 5 hundredths $\left(7+\frac{0}{10}+\frac{5}{100}\right)$

AP SCERT

× 10	× 10	× 10	× 10	× 10	× 10	× 10	× 10	× 10
1,00,000	10,000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10,000}$
÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10

ఈ విధంగా సంఖ్యలను వ్రాయడాన్ని "దశాంశ వ్యవస్థ" అని పిలుస్తారు ఎందుకంటే ఇది 10 అనే సంఖ్యపై ఆధారపడి ఉంటుంది; "డెసెమ్" అంటే లాటిన్‌లో పది అని అర్థం, ఇది సంస్కృతంలో దశ అంటే 10 అనే అర్థంతో సమానం, 10 కి సమానమైన పదాలు ఒడియా, కొంకణి, మరాఠీ, గుజరాతీ, హిందీ, కాశ్మీరీ, బోడో మరియు అస్సామీలతో సహా అనేక భారతీయ భాషలలో కనిపిస్తాయి. తరువాతి తరగతులలో సంఖ్యలను వ్రాయడానికి ఇతర పద్ధతుల గురించి మనం నేర్చుకుంటాము.

ఎంత పెద్దది?

వంద 10లు 1000ని, వంద 100లు 10000ని చేస్తాయని మనకు ఇప్పటికే తెలుసు.

? భిన్న భాగాల గురించి మనం ఇలాంటి ప్రశ్నలను అడగవచ్చు:

(ఎ) ఎన్ని వేల వంతులు ఒక యూనిట్‌ను ఏర్పరుస్తాయి?

(బి) ఎన్ని వేల వంతులు ఒక పదవ వంతును ఏర్పరుస్తాయి?

(సి) ఎన్ని వేల వంతులు ఒక వందవ వంతును ఏర్పరుస్తాయి?

(డి) ఎన్ని పదవ వంతులు ఒక పదిని ఏర్పరుస్తాయి?

(ఇ) ఎన్ని వందవ వంతులు ఒక పదిని ఏర్పరుస్తాయి?

? ఇలాంటి మరికొన్ని ప్రశ్నలను రూపొందించి వాటికి సమాధానాలు రాయండి.

సంఖ్యల సంజ్ఞామానం, రాయడం మరియు చదవడం :

"మనం సంఖ్యలను 4 × 100 (4 వందలు) + 5 × 10 (5 పదులు) + 6 × 1 (6 ఒకట్లు) అని రాసే బదులు, ఒక నిర్దిష్ట పద్ధతిలో అంటే '456' అని రాస్తూ వస్తున్నాము.

అలాగే, మనం పదవ వంతులు మరియు వందవ వంతులను రాయడం వదిలివేయవచ్చా?

? $4\frac{2}{10}$ పరిమాణాన్ని 42 గా వ్రాయవచ్చా $(2 \times \frac{1}{10}$ లో $\frac{1}{10}$ ని వదిలేసి)?

అవును అయితే, 42 అంటే 4 పదులు మరియు 2 యూనిట్లు లేదా 4 యూనిట్లు మరియు 2 పదవ వంతులు అని మనకు ఎలా తెలుస్తుంది?

అదేవిధంగా, 705 అంటే:

(ఎ) 7 వందలు, మరియు 0 పదులు మరియు 5 ఒకట్లు (700 + 0 + 5)

(బి) 7 పదులు మరియు 0 యూనిట్లు మరియు 5 పదవ వంతులు $\left(70+0+\frac{5}{10}\right)$

(సి) 7 యూనిట్లు మరియు 0 పదవ వంతులు మరియు 5 వందల వంతులు $\left(7+\frac{0}{10}+\frac{5}{100}\right)$

AP SCERT

Since these are different quantities, we need to have distinct ways of writing them.

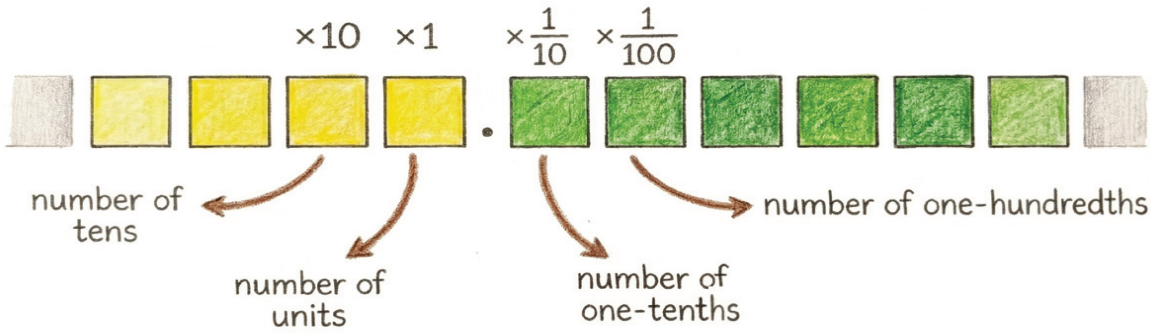
To identify the place value where integers end and the fractional parts start, we use a point or period ('.') as a separator, called a **decimal point.**

The above quantities in decimal notation are then:

Quantity	Decimal Notation
7 hundreds and 5 ones (700 + 0 + 5)	705
7 tens and 5 tenths $\left(70+0+\frac{5}{10}\right)$	70.5
7 units and 5 hundredths $\left(7+0+\frac{5}{100}\right)$	7.05

These numbers, when shown through place value, are as follows:

Decimal number	Hundreds	Tens	Units	•	Tenths	Hundredths
705	7×100	0×10	5×1	•		
70.5		7×10	0×1	•	$5 \times \frac{1}{10}$	
7.05			7×1	•	$0 \times \frac{1}{10}$	$0 \times \frac{1}{100}$



AP SCERT

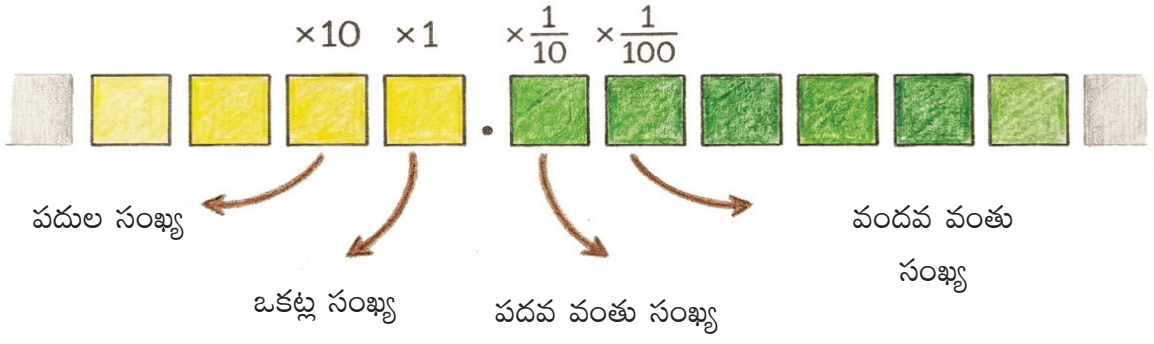
ఇవి వేర్వేరు పరిమాణాలు కాబట్టి, వాటిని వ్రాయడానికి మనకు వివిధ పద్ధతులు అవసరమౌతాయి. స్థాన విలువలను గుర్తించడానికి, పూర్ణాంకాలు ఎక్కడ అంతమౌతాయో మరియు భిన్న భాగాలు ఎక్కడ మొదలవుతాయో గుర్తించడానికి మనం **దశాంశ బిందువు** అని పిలువబడే ఒక బిందువు లేదా చుక్కను ('.') వేరుచేయడానికి ఉపయోగిస్తాము.

దశాంశ సంజ్ఞామానంలో పైన పేర్కొన్న వాటి పరిమాణాలు:

పరిమాణం	దశాంశ సంజ్ఞామానం
7 వందలు మరియు 5 ఒకట్లు (700 + 0 + 5)	705
7 పదులు మరియు 5 లో పదవ వంతు $\left(70+0+\frac{5}{10}\right)$	70.5
7 ఒకట్లు మరియు 5 లో వందవ వంతు $\left(7+0+\frac{5}{100}\right)$	7.05

ఈ సంఖ్యలు స్థాన విలువ ద్వారా చూపబడినప్పుడు క్రింది విధంగా ఉన్నాయి:

దశాంశ సంఖ్య	వందలు	పదులు	ఒకట్లు	•	పదవ వంతు	వందవ వంతు
705	7×100	0×10	5×1	•		
70.5		7×10	0×1	•	$5 \times \frac{1}{10}$	
7.05			7×1	•	$0 \times \frac{1}{10}$	$0 \times \frac{1}{100}$



AP SCERT

Thus decimal notation is a natural extension of the Indian place value system to numbers also having fractional parts. Just as 705 means $7 \times 100 + 5 \times 1$, the number 70.5 means $7 \times 10 + 5 \times \frac{1}{10}$, and 7.05 means $7 \times 1 + 5 \times \frac{1}{100}$.

We have seen how to write numbers using the decimal point ('.'). But how do we read/say these numbers?

We know that 705 is read as **seven hundred and five.**

70.5 is read as **seventy point five,** short for **seventy and five-tenths.**

7.05 is read as **seven point zero five,** short for **seven and five hundredths.**

0.274 is read as **zero point two seven four.** We don't read it as **zero point two hundred and seventy four** as 0.274 means **2 one-tenths and 7 one-hundredths and 4 one-thousandths.**

Try This

Make a place value table similar to the one above. Write each quantity in decimal form and in terms of place value, and read the number:

(a) 2 ones, 3 tenths and 5 hundredths

(b) 1 ten and 5 tenths

(c) 4 ones and 6 hundredths

(d) 1 hundred, 1 one and 1 hundredth

(e) $\frac{8}{100}$ and $\frac{9}{10}$

(f) $\frac{5}{100}$

(g) $\frac{1}{10}$

(h) $2\frac{1}{100}, 4\frac{1}{10}$ and $7\frac{7}{1000}$

In the chapter on large numbers, we learned how to write 23 hundreds.

23 hundreds = 23 × 100 = 2000 + 300 = 2300.

Thousands	Hundreds	Tens	Units
	23		
2	3	0	0

Similarly, 23 tens would be:

23 tens = 23 × 10 = 200 + 30 = 230.

AP SCERT

అందువల్ల దశాంశ సంజ్ఞామానం అనేది భిన్న భాగాలను కూడా కలిగి ఉన్న సంఖ్యల యొక్క హిందూ స్థాన విలువ సంఖ్యామానం సహజ విస్తరణ. అనగా 705 అంటే $7 \times 100 + 5 \times 1$, 70.5 సంఖ్య అంటే $7 \times 10 + 5 \times \frac{1}{10}$, మరియు 7.05 అంటే $7 \times 1 + 5 \times \frac{1}{100}$ అనే అర్థం.

దశాంశ బిందువు ('.') ఉపయోగించి సంఖ్యలను ఎలా వ్రాయాలో మనం చూశాము. కానీ ఈ సంఖ్యలను మనం ఎలా చదవాలి/చెప్పాలి?

705 ను **ఏడు వందల ఐదు** అని చదవడం మనకు తెలుసు.

70.5 ను **డెబ్బై పాయింట్ ఐదు** అని చదువుతాము, సంక్షిప్తంగా **డెబ్బై మరియు ఐదులో పదవ వంతు లేదా డెబ్బై మరియు ఐదు దశాంశాలు** అని చదువుతాము.

7.05 ను **ఏడు పాయింట్ సున్నా ఐదు** అని చదువుతాము, సంక్షిప్తంగా **ఏడు మరియు ఐదులో వందవ వంతు లేదా ఏడు మరియు ఐదు శతాంశాలు** అని చదువుతాము.

0.274 ను **సున్నా పాయింట్ రెండు ఏడు నాలుగు** అని చదువుతాము. మనం దానిని సున్నా పాయింట్ రెండు వందల డెబ్బై నాలుగు అని చదవకూడదు, 0.274 అంటే **2 లో పదవ వంతు మరియు 7 లో వందవ వంతు మరియు 4 లో వెయ్యవ వంతు లేదా రెండు దశాంశాలు ఏడు శతాంశాలు మరియు సహస్రాంశాలు** అని చదువుతాము.

ప్రయత్నించండి

పైన ఉన్న దానిని పోలిన స్థాన విలువ పట్టికను తయారు చేయండి. ప్రతి పరిమాణాన్ని స్థాన విలువ పరంగా దశాంశ రూపంలో వ్రాసి, సంఖ్యను చదవండి:

(ఎ) 2 ఒకట్లు, 3 లో పదవ వంతు మరియు 5 లో వందవ వంతు

(బి) 1 పది మరియు 5 లో పదవ వంతు

(సి) 4 ఒకట్లు మరియు 6 లో వందవ వంతు

(డి) 1 వంద, 1 ఒకట్లు మరియు 1 లో వందవ వంతు

(ఇ) $\frac{8}{100}$ మరియు $\frac{9}{10}$

(ఎఫ్) $\frac{5}{100}$

(జి) $\frac{1}{10}$

(హెచ్) $2\frac{1}{100}, 4\frac{1}{10}$ మరియు $7\frac{7}{1000}$

మనచుట్టూ ఉన్న పెద్ద సంఖ్యలు అనే అధ్యాయంలో, 23 వందలు ఎలా రాయాలో నేర్చుకున్నాము.

23 వందలు = $23 \times 100 = 2000 + 300 = 2300$.

వేలు	వందలు	పదులు	యూనిట్లు
	23		
2	3	0	0

అదేవిధంగా, 23 పదులు ఇలా ఉంటాయి:

23 పదులు = $23 \times 10 = 200 + 30 = 230$

AP SCERT

Thousands	Hundreds	Tens	Units
		23	
	2	3	0

Example 5 : How can we write 234 tenths in decimal form?

234 tenths = $\frac{234}{10}$

$= \frac{200}{10} + \frac{30}{10} + \frac{4}{10}$

$= 20 + 3 + \frac{4}{10}$

= 23.4

Hundreds	Tens	Units	Tenths	Hundredths
			234	
	2	3 •	4	

Write these quantities in decimal form:

(a) 234 hundredths, (b) 105 tenths.

Try This

3.4 Units of Measurement

Length Conversion

We have been using a scale to measure length for a few years. We already know that 1 cm = 10 mm (millimeters).

How many cm is 1 mm?

1 mm = $\frac{1}{10}$ cm = 0.1 cm (i.e., one-tenth of a cm).

How many cm is (a) 5 mm? (b) 12 mm?

5 mm = $\frac{5}{10}$cm = 0.5 cm

12 mm = 10 mm + 2 mm

= 1 cm + $\frac{2}{10}$cm

= 1.2 cm.

AP SCERT

వేలు	వందలు	పదులు	యూనిట్లు
		23	
	2	3	0

ఉదాహరణ 5 : 234 లో పదవ వంతును దశాంశ రూపంలో ఎలా వ్రాయగలం?

234 పదవ వంతు $= \frac{234}{10}$

$= \frac{200}{10} + \frac{30}{10} + \frac{4}{10}$

$= 20 + 3 + \frac{4}{10}$

$= 23.4$

వేలు	వందలు	ఒకట్లు	పదోవంతు	వందోవంతు
			234	
	2	3	4	

ఈ పరిమాణాలను దశాంశ రూపంలో వ్రాయండి:

(ఎ) 234 లో వందవ వంతు, (బి) 105 లో పదవ వంతు.

ప్రయత్నించండి

3.4 కొలతల యొక్క యూనిట్లు :

పొడవుల మార్పిడి :

కొన్ని సంవత్సరాలుగా మనం పొడవును కొలవడానికి స్కేల్‌ను ఉపయోగిస్తున్నాము.

1 సెం.మీ = 10 మి.మీ (మిల్లీమీటర్లు) అని మనకు ఇప్పటికే తెలుసు.

1 మి.మీ అంటే ఎన్ని సెం.మీ?

1 మి.మీ = $\frac{1}{10}$ సెం.మీ = 0.1 సెం.మీ (అంటే సెం.మీ.లో పదో వంతు).

(ఎ) 5 మి.మీ (బి) 12 మి.మీ అంటే ఎన్ని సెం.మీలకు సమానం?

5 మి.మీ = $\frac{5}{10}$ సెం.మీ = 0.5 సెం.మీ

12 మి.మీ = 10 మి.మీ + 2 మి.మీ

= 1 సెం.మీ + $\frac{2}{10}$ సెం.మీ

= 1.2 సెం.మీ.

AP SCERT

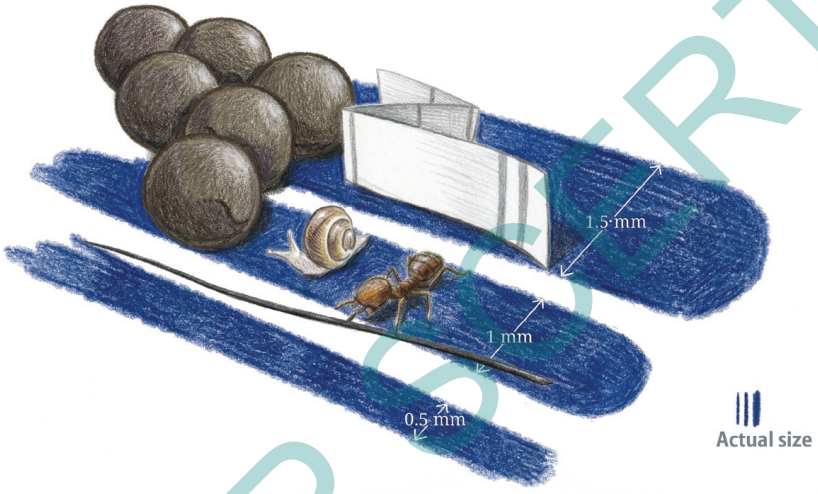
How many mm is 5.6 cm? Since each cm has 10 mm, 5.6 cm (5 cm + 0.6 cm) is 56 mm.

Try This

Fill in the blanks below (mm <–> cm)

12 mm = 1.2 cm	56 mm = 5.6 cm	70 mm = _____
_____ = 0.9 cm	134 mm =_____	_____ = 203.6 cm

The illustration below shows how small some things are! Try taking an approximate measurement of each.



- The three blue stripes represent the typical relative sizes of pen strokes: fine stroke, medium stroke, and bold stroke.
- A human hair is about 0.1 mm in thickness.
- The thickness of a newspaper can range from 0.05 to 0.08 mm.
- Mustard seeds have a thickness of 1 – 2 mm.
- The smallest ant species discovered so far, Carabera Bruni, has a total length of 0.8 – 1 mm. They are found in Sri Lanka and China.
- The smallest land snail species discovered so far, Acmella Nana, has a shell diameter of 0.7 mm. They are found in Malaysia.

We also know that 1 m = 100 cm. Based on this, we can say that

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{m} = 0.01 \text{ m}.$$

AP SCERT

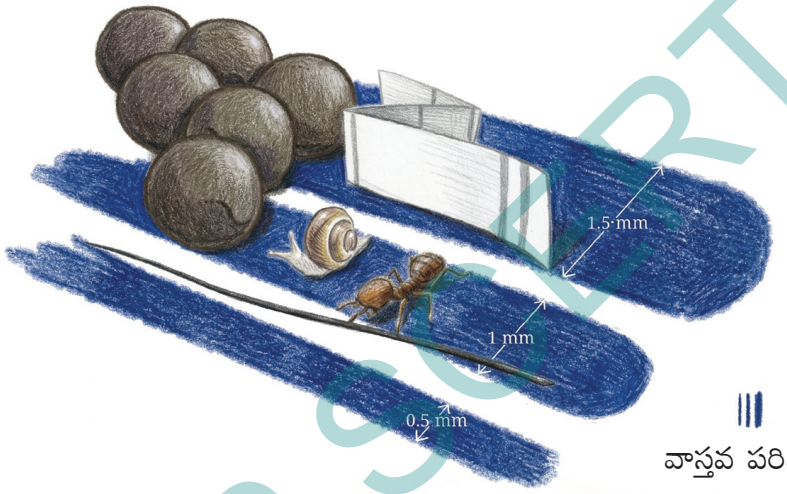
5.6 సెం.మీ అంటే ఎన్ని మి.మీ? ప్రతి సెం.మీ 10 మి.మీలకు సమానం. కాబట్టి, 5.6 సెం.మీ అనగా (5 సెం.మీ + 0.6 సెం.మీ) 56 మి.మీ.

ప్రయత్నించండి

క్రింద ఉన్న ఖాళీలను పూరించండి (మి. మీ. <–> సెం.మీ)

12 మి. మీ. = 1.2 సెం.మీ	56 మి. మీ. = 5.6 సెం.మీ	70 మి. మీ. = _____
_____ = 0.9 సెం.మీ	134 మి. మీ. = _____	_____ = 203.6 సెం.మీ

క్రింద ఉన్న పటంలో (వివరణ) కొన్ని వస్తువులు ఎంత చిన్నవో చూపిస్తుంది! ప్రతి దాని యొక్క దాదాపు కొలతను (దగ్గరగా ఉండే కొలత) తీసుకోవడానికి ప్రయత్నించండి.



వాస్తవ పరిమాణం

- చిత్రంలోని మూడు నీలిరంగు చారలు పెన్ గీతలు యొక్క సాధారణ సాపేక్ష పరిమాణాలను సన్నని గీత, మధ్యస్థ గీత మరియు ముదురు గీతలు సూచిస్తాయి.
- మానవ వెంట్రుక 0.1 మి.మీ మందం కలిగి ఉంటుంది.
- వార్తాపత్రిక యొక్క మందం 0.05 నుండి 0.08 మి.మీ వరకు ఉంటుంది.
- ఆవాల గింజలు 1 – 2 మి.మీ మందం కలిగి ఉంటాయి.
- ఇప్పటివరకు కనుగొనబడిన అతి చిన్న చీమల జాతి, కారాబెరా బ్రూని మొత్తం పొడవు 0.8 – 1 మి.మీ. ఇవి శ్రీలంక మరియు చైనాలో కనిపిస్తాయి.
- ఇప్పటివరకు కనుగొనబడిన అతి చిన్న భూమి నత్త జాతి అక్మెల్లా నానా, షెల్ వ్యాసం 0.7 మి.మీ. ఇవి మలేషియాలో కనిపిస్తాయి.

1 మీ = 100 సెం.మీ అని కూడా మనకు తెలుసు. దీని ఆధారంగా, మనం ఇలా చెప్పవచ్చు

1 సెం.మీ = $\frac{1}{100}$ మీ = 0.01 మీ

AP SCERT

Example 6 : How many m is (a) 10 cm? (b) 15 cm?

$10 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ m} = 0.1 \text{ m}$

Since each cm is one-hundredth of a meter, 15 cm can be written as

$15 \text{ cm} = \frac{15}{100} \text{m}$

$= \frac{10}{100} \text{m} + \frac{5}{100} \text{m}$

$= \frac{1}{10} \text{m} + \frac{5}{100} \text{m}$

$= 0.15$ m.

Try This

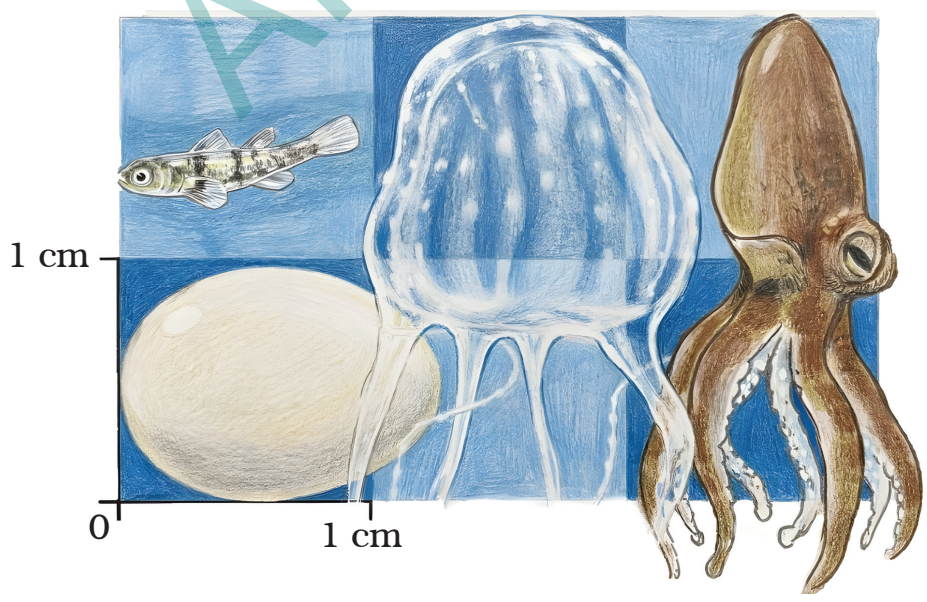
Fill in the blanks below (cm <–> m):

36 cm = _____	50 cm = _____	_____ = 0.89 m
4 cm = _____	325 cm = _____	_____ = 2.07 m

How many mm does 1 meter have?

Can we write 1 mm = $1\frac{1}{1000}$ m ?

Here, we have some more interesting facts about small things in nature!



AP SCERT

ఉదాహరణ 6 : (ఎ) 10 సెం.మీ (బి) 15 సెం.మీ అంటే ఎన్ని మీటర్లు?

10 సెం.మీ. = $\frac{1}{10}$ మీ = 0.1 మీ

ప్రతి సెం.మీ, మీటరులో వందవ వంతు కాబట్టి, 15 సెం.మీ ను ఇలా వ్రాయవచ్చు

15 సెం.మీ. = $\frac{15}{100}$ మీ

= $\frac{10}{100}$ మీ + $\frac{5}{100}$ మీ

= $\frac{1}{10}$ మీ + $\frac{5}{100}$ మీ

= 0.15 మీ.

ప్రయత్నించండి

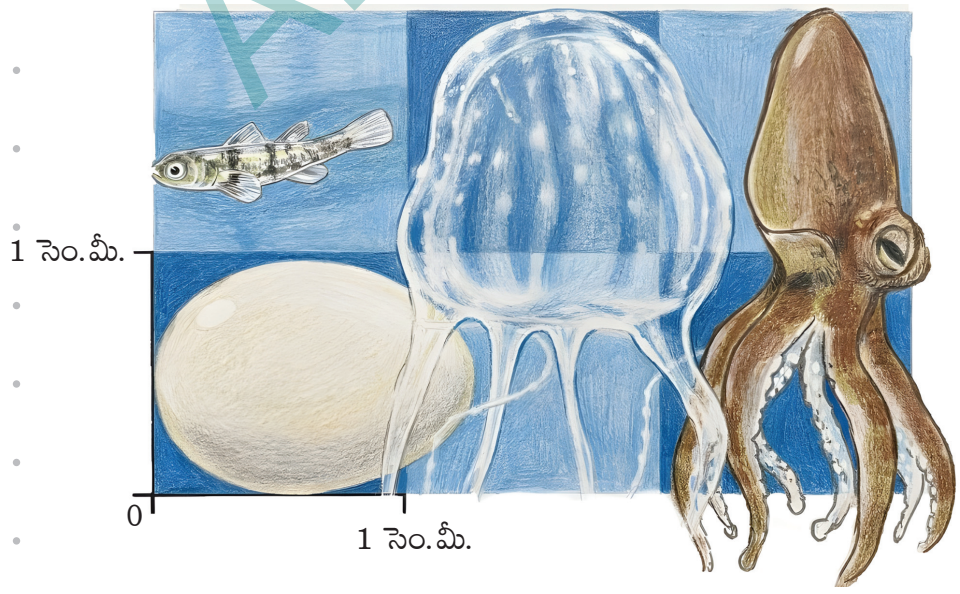
క్రింద ఉన్న ఖాళీలను పూరించండి (సెం.మీ <–> మీ):

36 సెం.మీ = _____	50 సెం.మీ = _____	_____ = 0.89 మీ
4 సెం.మీ = _____	325 సెం.మీ = _____	_____ = 2.07 మీ

1 మీటర్‌లో ఎన్ని మి.మీ. లు ఉంటాయి?

మనం 1 మి.మీ = $1\frac{1}{1000}$ మీ అని వ్రాయగలమా?

ఇక్కడ, ప్రకృతిలోని చిన్న విషయాల గురించి మరికొన్ని ఆసక్తికరమైన విషయాలు మన దగ్గర ఉన్నాయి!



AP SCERT

- The egg of a humming bird typically is 1.3 cm long and 0.9 cm wide.
- The Philippine Goby is about 0.9 cm long. It can be found in the Philippines and other Southeast Asian countries.
- The smallest known jellyfish, Irukandji, has a bell size of 0.5 – 2.5 cm. Its tentacles can be as long as 1 m. They are found in Australia. Its venom can be fatal to humans.
- The Wolfi octopus, also known as the Star-sucker Pygmy Octopus, is the smallest known octopus in the world. Their typical size is around 1 – 2.5 cm and they weigh less than 1 gm. They are found in the Pacific Ocean.

Weight Conversion

Let us look at kilograms (kg). We know that 1 kg = 1000 gram (g). We can say that

$$1 \text{ g} = \frac{1}{1000} \text{ kg} = 0.001 \text{ kg.}$$

? How many kilograms is 5 g?

$$5 \text{ g} = \frac{5}{1000} \text{ kg} = 0.005 \text{ kg.}$$

? How many kilograms is 10 g?

$$10 \text{ g} = \frac{10}{1000} \text{ kg} = \frac{1}{100} \text{ kg} = 0.010 \text{ kg.}$$

? As each gram is one-thousandth of a kg, 254 g can be written as

$$254 \text{ g} = \frac{254}{1000} \text{ kg}$$

$$\left(\frac{200}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000}\right)\text{kg}$$

$$\left(\frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}\right)\text{kg}$$

$$= 0.254 \text{ kg.}$$

AP SCERT

- హమ్మింగ్ బర్డ్ గుడ్డు సాధారణంగా 1.3 సెం.మీ పొడవు మరియు 0.9 సెం.మీ వెడల్పు ఉంటుంది.
- ఫిలిప్పీన్ గోబీ దాదాపు 0.9 సెం.మీ పొడవు ఉంటుంది. ఇది ఫిలిప్పీన్స్ మరియు ఇతర ఆగ్నేయాసియా దేశాలలో కనిపిస్తుంది.
- తెలిసిన అతి చిన్న జెల్లీ ఫిష్ ఇరుకండ్జీ, బెల్ పరిమాణం 0.5 – 2.5 సెం.మీ. ఉంటుంది. దీని టెంటకిల్స్ 1 మీ. వరకు ఉంటాయి. అవి ఆస్ట్రేలియాలో కనిపిస్తాయి. దీని విషం మానవులకు ప్రాణాంతకం కావచ్చు.
- స్టార్–సక్కర్ పిగ్మీ ఆక్టోపస్ అని కూడా పిలువబడే వోల్ఫీ ఆక్టోపస్, ప్రపంచంలోనే తెలిసిన అతి చిన్న ఆక్టోపస్. వాటి సాధారణ పరిమాణం 1 – 2.5 సెం.మీ. మరియు వాటి బరువు 1 గ్రాము కంటే తక్కువ. ఇవి పసిఫిక్ మహాసముద్రంలో కనిపిస్తాయి.

బరువుల మార్పిడి:

కిలోగ్రాములు (కి. గ్రా. లు) చూద్దాం. 1 కిలో గ్రాము= 1000 గ్రాములు (గ్రా) అని మనకు తెలుసు. మనం ఇలా చెప్పవచ్చు

$$1 \text{ గ్రా} = \frac{1}{1000} \text{ కి. గ్రా.} = 0.001 \text{ కి. గ్రా.}$$

? 5 గ్రా. అంటే ఎన్ని కిలో గ్రాములు?

$$5 \text{ గ్రా} = \frac{5}{1000} \text{ కి. గ్రా.} = 0.005 \text{ కి. గ్రా.}$$

? 10 గ్రా. అంటే ఎన్ని కిలో గ్రాములు?

$$10 \text{ గ్రా.} = \frac{10}{1000} \text{ కిలో గ్రాములు} = \frac{1}{100} \text{ కిలో గ్రాములు}$$

$$= 0.010 \text{ కిలో గ్రాములు}$$

? ప్రతి గ్రాము ఒక కిలో గ్రాములో వెయ్యవ వంతు కాబట్టి, 254 గ్రా ని ఇలా వ్రాయవచ్చు

$$254 \text{ గ్రా.} = \frac{254}{1000} \text{ కి. గ్రా.}$$

$$= \left(\frac{200}{1000}+\frac{50}{1000}+\frac{4}{1000}\right) \text{ కి. గ్రా.}$$

$$= \left(\frac{2}{10}+\frac{5}{100}+\frac{4}{1000}\right) \text{ కి. గ్రా.}$$

$$= 0.254 \text{ కి. గ్రా.}$$

APSCERT

Fill in the blanks below (g <–> kg)

465g = _____	68 g = _____	1560 g = _____
704 g = _____	_____ = 0.56 kg	_____ = 2.5 kg

Look at the picture below showing different quantities of rice. Starting from the 1g heap, subsequent heaps can be found that are 10 times heavier than the previous heap/packets. The combined weight of rice in this picture is 11.111 kg.

Also,

1 gram = 1000 milligrams (mg). So, 1 mg = $\frac{1}{1000}$ g = 0.001 g.

Rupee - Paise conversion

You may have heard of 'paisa'. 100 paise is equal to 1 rupee. As we have coins and notes for rupees, coins for paise were also used commonly until recently. There were coins for 1 paisa, 2 paise, 3 paise, 5 paise, 10 paise, 20 paise, 25 paise, and 50 paise. All denominations of 25 paise and less were removed from use in the year 2011. But we still see paise in bills, account statements, etc.

$$1 \text{ rupee} = 100 \text{ paise}$$

$$1 \text{ paisa} = \frac{1}{100} \text{ rupee} = 0.01 \text{ rupee}$$

As each paisa is one-hundredth of a rupee,

$$75 \text{ paise} = \frac{75}{100} \text{ rupee}$$

APSCERT

? క్రింద ఉన్న ఖాళీలను పూరించండి (గ్రా. <–> కి. గ్రా.)

465 గ్రా. = _____	68 గ్రా. = _____	1560 గ్రా. = _____
704 గ్రా. = _____	_____ = 0.56 కి. గ్రా.	_____ = 2.5 కి. గ్రా.

బియ్యాన్ని వివిధ పరిమాణాలలో చూపించే క్రింద ఉన్న చిత్రాన్ని చూడండి. 1గ్రా. కుప్ప (రాశి) నుండి ప్రారంభించి, తదుపరి కుప్పలు మునుపటి కుప్ప కంటే 10 రెట్లు బరువుగా ఉన్నాయి. ఈ చిత్రంలో బియ్యం మొత్తం బరువు 11.111 కిలోలు.

అలాగే,

1 గ్రాము = 1000 మిల్లీగ్రాములు (మి. గ్రా.). కాబట్టి, 1 మి. గ్రా. = $\frac{1}{1000}$ గ్రా. = 0.001 గ్రా.

రూపాయి – పైసల మార్పిడి:

మీరు 'పైసా' గురించి విని ఉండవచ్చు. 100 పైసలు 1 రూపాయికి సమానం. మనకు రూపాయలకు నాణేలు మరియు నోట్లు ఉన్నందున, పైసలకు కూడా నాణేలు ఇటీవల వరకు సాధారణంగా ఉపయోగించబడ్డాయి. 1 పైసా, 2 పైసలు, 3 పైసలు, 5 పైసలు, 10 పైసలు, 20 పైసలు, 25 పైసలు మరియు 50 పైసలకు నాణేలు ఉండేవి. 25 పైసలు మరియు అంతకంటే తక్కువ విలువ కలిగిన అన్ని రకాల నాణేలు 2011 సంవత్సరంలో వాడకం నుండి తొలగించబడ్డాయి. కానీ మనం ఇప్పటికీ బిల్లులు, ఖాతా వివరాలు మొదలైన వాటిలో పైసలను చూస్తాము.

1 రూపాయి = 100 పైసలు

1 పైసా = $\frac{1}{100}$ రూపాయి = 0.01 రూపాయి

ప్రతి పైసా రూపాయిలో వంద వంతు కాబట్టి,

75 పైసలు = $\frac{75}{100}$ రూపాయి

AP SCERT

$$= \left(\frac{70}{100} + \frac{5}{100}\right) \text{rupee}$$

$$= 0.70 + 0.05$$

$$= 0.75 \text{ rupee}$$

Fill in the blanks below (rupee <–> paise):

10 p = _____	_____p = ₹ 0.05	_____p = ₹ 0.36
_____p = ₹ 0.50	99 p = _____	250 p = _____

During the 1970s, a masala dosa cost just 50 paise, one could buy a banana for 20-25 paise, a handful of peppermints were available for 2 paise or 3 paise, and a kg of rice cost ₹2.45.

Discuss with adults at home/school the prices of different products and services during their childhood. Try to find old coins and stamps.

Try This

3.5 Locating and Comparing Decimals

Let us consider the decimal number 1.4. It is equal to 1 unit and 4 tenths. This means that the unit between 1 and 2 is divided into 10 equal parts, and 4 such parts are taken. Hence, 1.4 lies between 1 and 2.

AP SCERT

$$= \left(\frac{70}{100} + \frac{5}{100}\right) \text{ రూపాయి}$$

$$= 0.70 + 0.05 \text{ రూపాయి}$$

$$= 0.75 \text{ రూపాయి.}$$

కింద ఉన్న ఖాళీలను పూరించండి (రూపాయి <–> పైసలు)

10 పైసలు = _____	_____ పైసలు = ₹ 0.05	_____ పైసలు = ₹ 0.36
_____ = ₹ 0.50	99 పైసలు = _____	250 పైసలు = _____

1970 నాటి కాలంలో, మసాలా దోశ ధర కేవలం 50 పైసలు, ఒక అరటిపండు 20–25 పైసలకు కొనగలిగే వారు, 2 పైసలు లేదా 3 పైసలకు ఒక గుప్పెడు పిప్పరమెంటు బిళ్ళలు లభించేవి, మరియు ఒక కిలో బియ్యం ధర ₹2.45.

ఇంట్లో/పాఠశాలలో పెద్దలతో వారి బాల్యంలో వివిధ ఉత్పత్తుల ధరలు మరియు సేవల గురించి చర్చించండి. పాత నాణేలు మరియు స్టాంపులను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

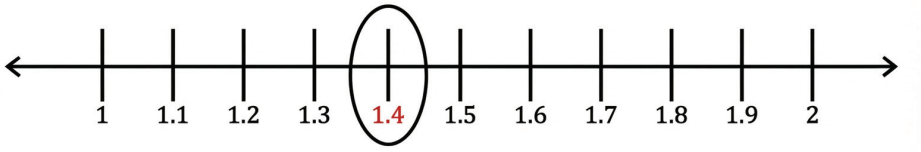
ప్రయత్నించండి

3.5 దశాంశ స్థానాలను గుర్తించడం మరియు పోల్చడం:

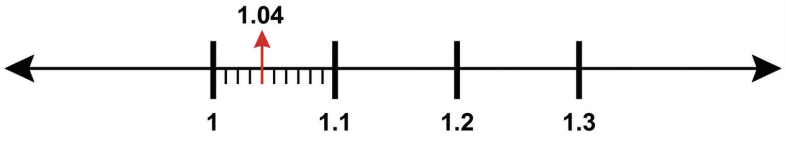
మనం దశాంశ సంఖ్య 1.4 ను పరిశీలిద్దాం. ఇది 1 యూనిట్ మరియు 4 పదవ వంతులకు సమానం. దీని అర్థం 1 మరియు 2 మధ్య ఉన్న యూనిట్ దూరాన్ని 10 సమాన భాగాలుగా విభజించి మరియు అలాంటి 4 భాగాలు తీసుకోబడ్డాయి. అందువల్ల 1.4 అనేది 1 మరియు 2 ల మధ్య ఉంటుంది.

AP SCERT

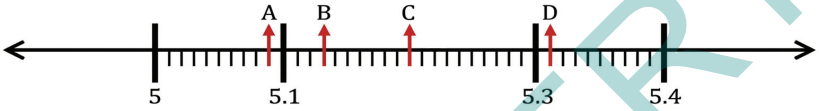
Draw the number line and divide the unit between 1 and 2 into 10 equal parts. Take the fourth part, and we have 1.4 on the number line.



? Name all the divisions between 1 and 1.1 on the number line.



? Identify and write the decimal numbers against the letters.



There is Zero Dilemma!

? Karthik says that 0.2 can also be written as 0.20, 0.200; Dhanyasri thinks that putting zeros on the right side may alter the value of the decimal number. What do you think?

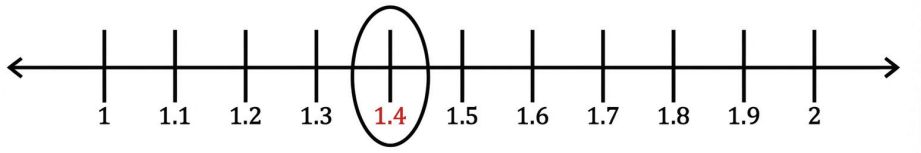
We can figure this out by looking at the quantities these numbers represent using place value.

Decimal number	Units	Tenths	Hundredths	Thousandths
0.2	0	2		
0.20	0	2	0	
0.200	0	2	0	0
0.02	0	0	2	
0.002	0	0	0	2

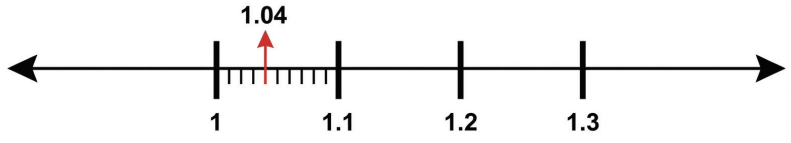
We can see that 0.2, 0.20, and 0.200 are all equal as they represent the same quantity, i.e., 2 tenths. But 0.2, 0.02, and 0.002 are different.

AP SCERT

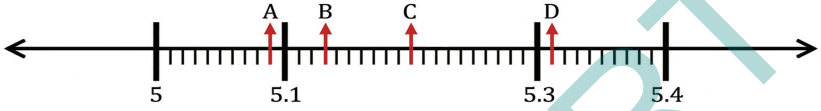
సంఖ్యా రేఖను గీయండి మరియు 1 మరియు 2 మధ్య ఉన్న యూనిట్‌ను 10 సమాన భాగాలుగా విభజించి నాల్గవ భాగాన్ని తీసుకోండి, మరియు మనకు సంఖ్యా రేఖపై 1.4 ఉంటుంది.



? సంఖ్యా రేఖపై 1 మరియు 1.1 మధ్య ఉన్న అన్ని భాగాల పేర్లు రాయండి.



? అక్షరాలకు ఎదురుగా దశాంశ సంఖ్యలను గుర్తించి రాయండి.



సున్నా గురించి సందిగ్ధత!

? 0.2 ని 0.20, 0.200 అని కూడా వ్రాయవచ్చని కార్తీక్ చెప్పాడు; కుడి వైపున సున్నాలను ఉంచడం వల్ల దశాంశ సంఖ్య విలువ మారవచ్చని ధన్యశ్రీ భావిస్తున్నది. మీరు ఏమనుకుంటున్నారు?

స్థాన విలువను ఉపయోగించి ఈ సంఖ్యలు సూచించే పరిమాణాలను గమనించటం ద్వారా మనం దీనిని గుర్తించవచ్చు.

దశాంశ సంఖ్య	యూనిట్లు/ఒకట్లు	పదవ వంతు (దశాంశము)	వందవ వంతు (శతాంశము)	వెయ్యవ వంతు (సహస్రాంశము)
0.2	0	2		
0.20	0	2	0	
0.200	0	2	0	0
0.02	0	0	2	
0.002	0	0	0	2

0.2, 0.20 మరియు 0.200 అన్నీ సమానంగా ఉన్నాయని మనం చూడవచ్చు ఎందుకంటే అవి ఒకే పరిమాణాన్ని సూచిస్తున్నాయి, అంటే 2 లో పదవ వంతు అని అర్థం. కానీ 0.2, 0.02 మరియు 0.002 వేరు వేరుగా ఉంటాయి.

AP SCERT

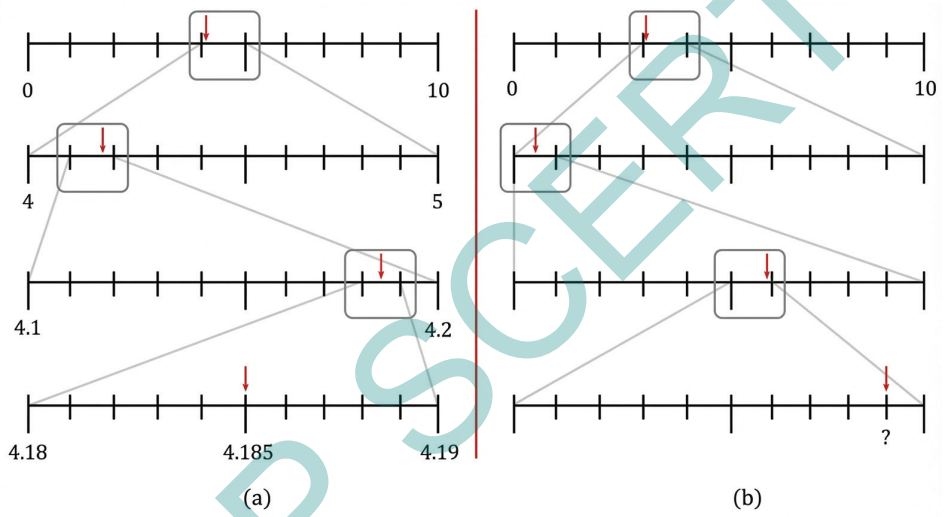
Can you tell which of these is the smallest and which is the largest?

Figure it Out - 3.4

1. Which of these are the same: 4.5, 4.05, 0.405, 4.050, 4.50, 4.005, 04.50?

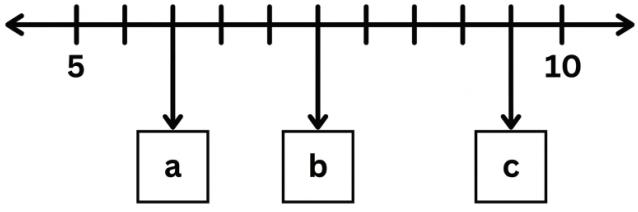
   Observe the number lines in Figure (a) below. At each level, a particular segment of the number line is magnified to locate the number 4.185.

2. Identify the decimal number in the last number line in Figure (b) denoted by '?'.



3. Make such number lines for the decimal numbers: (a) 9.876 (b) 0.407 .

4. a) In the number line shown below, what decimal numbers do the boxes labelled 'a', 'b', and 'c' denote?



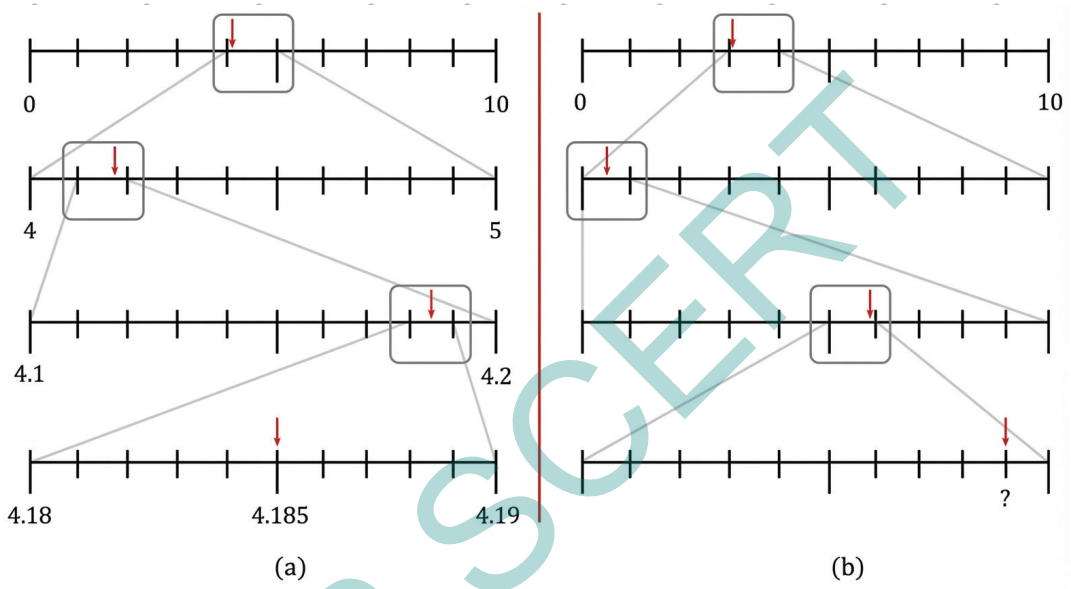
The box with 'b' corresponds to the decimal number 7.5; are you able to see how? There are 5 units between 5 and 10, divided into 10 equal parts. Hence, every 2 divisions make a unit, and so every division is $\frac{1}{2}$ unit. What numbers do 'a' and 'c' denote?

AP SCERT

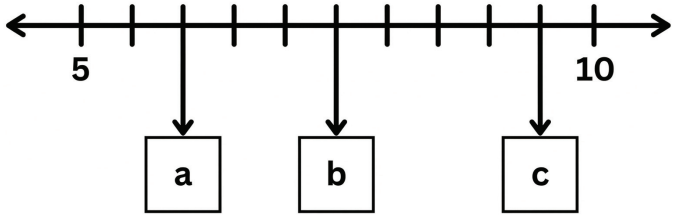
? వీటిలో ఏది చిన్నదో, ఏది పెద్దదో చెప్పగలరా?

ఆలోచించండి-చేయండి - 3.4

1. వీటిలో ఏవి ఒకేలా ఉన్నాయి: 4.5, 4.05, 0.405, 4.050, 4.50, 4.005, 04.50?
2. క్రింద ఉన్న పటం (ఎ) లోని సంఖ్యా రేఖలను గమనించండి. ప్రతి స్థాయిలో, 4.185 సంఖ్యను గుర్తించడానికి సంఖ్యా రేఖ యొక్క ఒక నిర్దిష్ట భాగం పెద్దదిగా చేయబడింది.
   పటం (ఎ) లోని చివరి సంఖ్యా రేఖలో '?' చే సూచించబడిన దశాంశ సంఖ్యను గుర్తించండి.



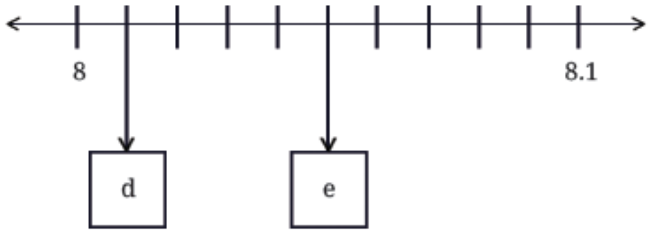
3. క్రింది దశాంశ సంఖ్యలకు ఇటువంటి సంఖ్యా రేఖలను గీయండి:
   (ఎ) 9.876 (బి) 0.407
4. ఎ) క్రింద చూపిన సంఖ్యా రేఖపై, 'a', 'b' మరియు 'c' అని సూచించబడిన పెట్టెలు ఏ దశాంశ సంఖ్యలను సూచిస్తాయి?

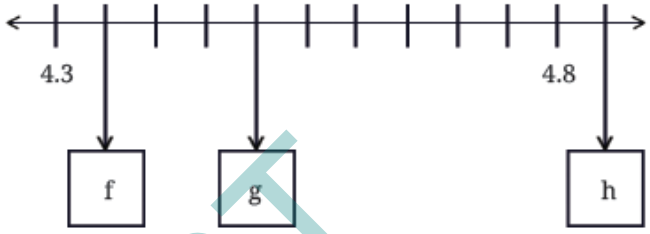


'b' ఉన్న పెట్టె దశాంశ సంఖ్య 7.5 కి సమానంగా ఉంటుంది; ఎలాగో మీరు చెప్పగలరా? 5 మరియు 10 మధ్య 10 సమాన భాగాలుగా విభజించబడిన 5 యూనిట్లు ఉన్నాయి. అందువల్ల, ప్రతి 2 విభాగాలు ఒక యూనిట్‌ను ఏర్పరుస్తాయి, మరియు ప్రతి విభజన $\frac{1}{2}$ యూనిట్ అవుతుంది. 'a' మరియు 'c' ఏ సంఖ్యలను సూచిస్తాయి?

AP SCERT

b) Using similar reasoning find out the decimal numbers in the boxes below.



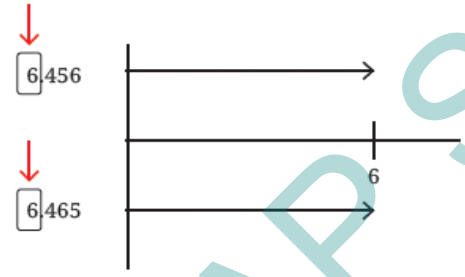
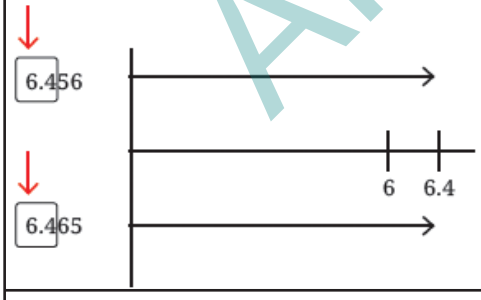
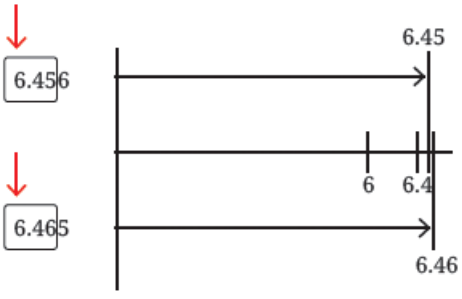


Which is larger: 6.456 or 6.465?

To answer this, we can use the number line to locate both decimal numbers and show which is larger.

This can also be done by comparing the corresponding digits at each place value, as we do with whole numbers.

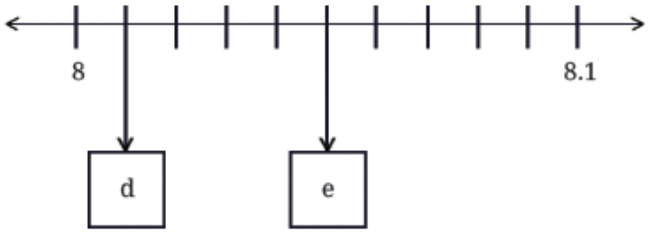
This comparison is visualised step by step below. Note that the visualisation below is not to scale.

	Both numbers have 6 units.
	Both numbers have 6 units and 4 tenths.
	Both numbers have 6 units and 4 tenths, but the first number has only 5 hundredths, where as the second number has 6 hundredths.

AP SCERT

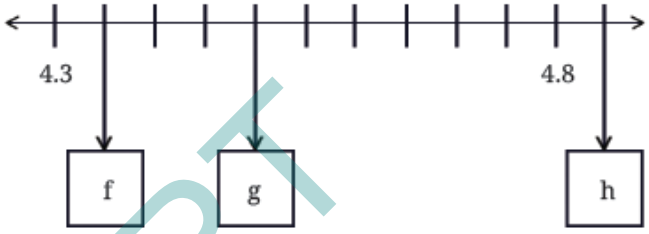
బి) ఇలాంటి తార్కికతను ఉపయోగించి క్రింద ఉన్న పెట్టెల్లో దశాంశ సంఖ్యలను కనుగొనండి.

ఏది పెద్దది: 6.456 లేదా 6.465?

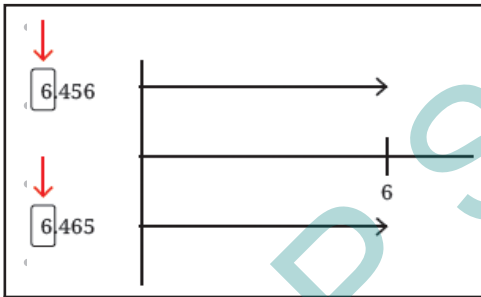
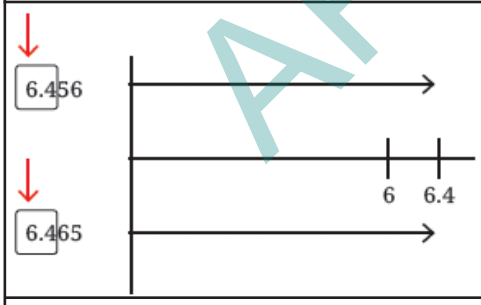
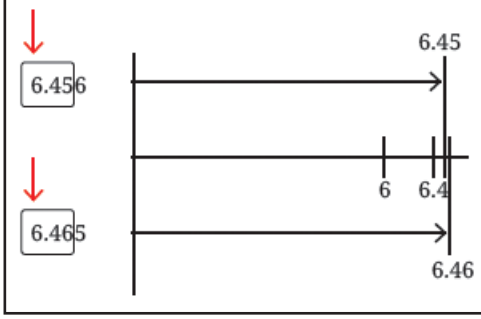


దీనికి సమాధానం చెప్పడానికి, మనం సంఖ్యా రేఖను ఉపయోగించి రెండు దశాంశ సంఖ్యలను గుర్తించి, ఏది పెద్దదో చూపించవచ్చు.

పూర్ణాంకాలతో మనం చేసినట్లుగా, ప్రతి స్థాన విలువ వద్ద సంబంధిత అంకెలను పోల్చడం ద్వారా కూడా దీన్ని చేయవచ్చు.

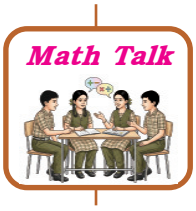


క్రింద దశలవారీగా ఈ పోలిక దృశ్యీకరణ చేయబడింది. దిగువన ఉన్న దృశ్యీకరణ స్కేల్ కు అనుగుణంగా లేదని గమనించండి.

	రెండు సంఖ్యలకు 6 ఒకట్లు ఉన్నాయి.
	రెండు సంఖ్యలకు 6 ఒకట్లు మరియు 4 దశాంశాలు ఉన్నాయి.
	రెండు సంఖ్యలకు 6 ఒకట్లు మరియు 4 దశాంశాలు ఉన్నాయి, కానీ మొదటి సంఖ్యకు 5 శతాంశాలు మాత్రమే ఉన్నాయి, అయితే రెండవ సంఖ్యకు 6 శతాంశాలు ఉన్నాయి.

AP SCERT

We start by comparing the most significant digits (digits with the highest place value) of the two numbers. If the digits are the same, we compare the next smaller place value. We keep going till we find a position where the digits are not equal. The number with the larger digit at this position is the greater of the two.



? Why can we stop comparing at this point? Can we be sure that whatever digits are there after this will not affect our conclusion?

Which decimal number is greater?

(a) 1.23 or 1.32

(b) 3.81 or 13.800

(c) 1.009 or 1.090

Closest Decimals

Consider the decimal numbers 0.9, 1.1, 1.01, and 1.11. Identify the decimal number that is closest to 1.

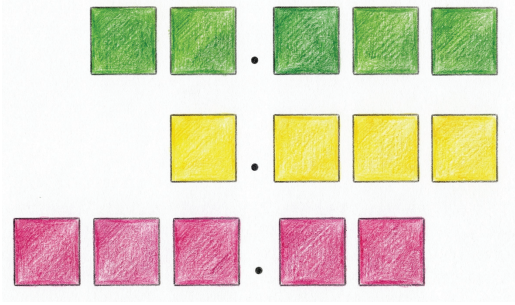
Let us compare the decimal numbers. Arranging these in ascending order, we get 0.9 < 1 < 1.01 < 1.1 < 1.11. Among the neighbours of 1, 1.01 is 1/100 away from 1 whereas 0.9 is 10/100 away from 1. Therefore, 1.01 is closest to 1.

? Which of the above is closest to 1.09?

? Which among these is closest to 4: 3.56, 3.65, 3.099?

? Which among these is closest to 1: 0.8, 0.69, 1.08?

? In each case below use the digits 4, 1, 8, 2, and 5 exactly once and try to make a decimal number as close as possible to 25.



AP SCERT

రెండు సంఖ్యలలో అత్యంత ప్రాధాన్యమైన అంకెలను (అత్యధిక స్థాన విలువ కలిగిన అంకెలు) పోల్చడం ద్వారా మనం ప్రారంభిస్తాము. అంకెలు ఒకేలా ఉంటే, తదుపరి చిన్న స్థాన విలువను పోల్చి చూస్తాము. అంకెలు సమానంగా లేని స్థానాన్ని కనుగొనే వరకు మనం ఇలాగే ముందుకు సాగుతాము. ఈ స్థానంలో పెద్ద అంకె ఉన్న సంఖ్య రెండింటిలో పెద్ద సంఖ్య అవుతుంది.

? ఈ సమయంలో పోల్చడం మనం ఎందుకు ఆపుతాము? దీని తర్వాత ఏ అంకెలు ఉన్నా మన ముగింపును ప్రభావితం చేయదని మనం ఖచ్చితంగా చెప్పగలమా?

ఏ దశాంశ సంఖ్య పెద్దది?

(ఎ) 1.23 లేదా 1.32

(బి) 3.81 లేదా 13.800

(సి) 1.009 లేదా 1.090

దగ్గరగా ఉన్న దశాంశాలు :

ఇప్పుడు 0.9, 1.1, 1.01, మరియు 1.11 అనే దశాంశ సంఖ్యలను పరిశీలించండి. 1 కి దగ్గరగా ఉన్న దశాంశ సంఖ్యను గుర్తించండి.

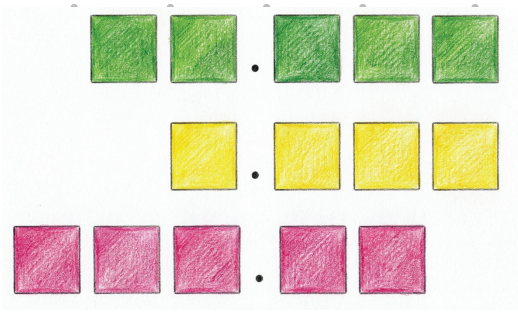
దశాంశ సంఖ్యలను పోల్చి చూద్దాం. వీటిని ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చితే, మనకు 0.9 < 1 < 1.01 < 1.1 < 1.11 వస్తుంది. 1 కి పక్కన ఉన్న వాటిలో, 1.01 అనేది 1 నుండి 1/100 దూరంలో ఉంది, అయితే 0.9 అనేది 1 నుండి 10 /100 దూరంలో ఉంది. కాబట్టి, 1.01 అనేది 1 కి దగ్గరగా ఉంది.

? పైన పేర్కొన్న వాటిలో ఏది 1.09 కి దగ్గరగా ఉంది?

? వీటిలో ఏది 4 కి దగ్గరగా ఉన్నది: 3.56, 3.65, 3.099?

? వీటిలో ఏది 1 కి దగ్గరగా ఉంది: 0.8, 0.69, 1.08?

? క్రింద ఉన్న ప్రతి సందర్భంలోనూ 4, 1, 8, 2, మరియు 5 అంకెలను సరిగ్గా ఒకేసారి ఉపయోగించి, 25 కి దగ్గరగా ఉన్న దశాంశ సంఖ్యను తయారు చేయడానికి ప్రయత్నించండి.



AP SCERT

3.6 Addition and Subtraction of Decimals

? Lakshmi requires 2.7 m of cloth for her skirt, and Devi requires 3.5m for her kurti. What is the total quantity of cloth needed?

We have to find the sum of 2.7m + 3.5m.

Earlier, we saw how to add $2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10}$ (also shown below). Can you carry out the same addition using decimal notation? It is shown below.

Share your observations.

The total quantity of cloth needed is 6.2 m.

$$\begin{array}{r} 2\frac{7}{10} \\ +\ 3\frac{5}{10} \\ \hline = 5\frac{12}{10} \\ = 6\frac{2}{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1}\,2.7 \\ +3.5 \\ \hline = 6.2 \end{array}$$

? How much longer is Priya's cloth compared to Lakshmi's?

We have to find the difference of 3.5m – 2.7m. Again, observe how the differences $3\frac{5}{10} - 2\frac{7}{10}$ and 3.5m – 2.7m are computed.

$$\begin{array}{r} 3\frac{5}{10} \longrightarrow 2\frac{15}{10} \\ -2\frac{7}{10} \quad -2\frac{7}{10} \\ \hline = 0\ \frac{8}{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3.5 \longrightarrow \cancel{3}^{2}.{}^{1}5 \\ -\ 2.7 \quad -\ 2.7 \\ \hline = 0.8 \end{array}$$

As you can see, the standard procedure for adding and subtracting whole numbers can be used to add and subtract decimals.

A detailed view of the underlying place value calculation is shown below for the sum 75.345 + 86.691. Its compact form is shown next to it.

AP SCERT

3.6 దశాంశాల కూడిక మరియు తీసివేత

? లక్ష్మికి తన స్కర్ట్ కు 2.7 మీటర్ల వస్త్రం అవసరం, మరియు ప్రియకి తన కుర్తి కు 3.5 మీటర్ల వస్త్రం అవసరం. అవసరమైన మొత్తం వస్త్ర పరిమాణం ఎంత?

మనం 2.7 మీటర్లు + 3.5 మీటర్ల మొత్తాన్ని కనుగొనాలి.

ముందుగా, $2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10}$ కూడికను ఎలా చేయాలో మనము చూశాము (క్రింద కూడా చూపబడింది). దశాంశ సంజ్ఞామానాన్ని ఉపయోగించి మీరు అదే కూడికను చేయగలరా? ఇది క్రింద చూపబడింది. మీ పరిశీలనలను పంచుకోండి.

అవసరమైన మొత్తం వస్త్రం పరిమాణం 6.2 మీటర్లు.

$$\begin{array}{r} 2\frac{7}{10} \\ +\ 3\frac{5}{10} \\ \hline = 5\frac{12}{10} \\ = 6\frac{2}{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \overset{1}{2}.7 \\ +3.5 \\ \hline = 6.2 \end{array}$$

? ప్రియ వస్త్రం పొడవు లక్ష్మి వస్త్రం పొడవుతో పోలిస్తే ఎంత ఎక్కువగా ఉంది?

మనం 3.5 మీ. − 2.7 మీ. తేడాను కనుగొనాలి. మళ్ళీ, $3\frac{5}{10} - 2\frac{7}{10}$ మరియు 3.5 మీ. − 2.7 మీ. తేడాలను ఎలా లెక్కించామో గమనించండి.

$$\begin{array}{r} 3\frac{5}{10} \longrightarrow 2\frac{15}{10} \\ -2\frac{7}{10} \quad -2\frac{7}{10} \\ \hline = 0\ \frac{8}{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3.5 \longrightarrow \overset{2}{\cancel{3}}.\overset{1}{5} \\ -\ 2.7 \quad -\ 2.7 \\ \hline = 0.8 \end{array}$$

పూర్ణ సంఖ్యలను కూడటానికి మరియు తీసివేయడానికి ఉపయోగించిన ప్రామాణిక విధానాన్ని దశాంశాలను కూడటానికి మరియు తీసివేయడానికి ఉపయోగించవచ్చు అని మీరు తెలుసుకోవచ్చు.

75.345 + 86.691 మొత్తానికి అంతర్లీనమై ఉన్న స్థాన విలువ గణన యొక్క వివరణాత్మక వీక్షణ క్రింద చూపబడింది. దీని సంక్షిప్త రూపం పక్కన చూపబడింది.

AP SCERT

1×100	1×10	1×1	$1 \times \frac{1}{10}$		
	7×10	5×1	$3 \times \frac{1}{10}$	$4 \times \frac{1}{100}$	$5 \times \frac{1}{1000}$
+	8×10	6×1	$6 \times \frac{1}{10}$	$9 \times \frac{1}{100}$	$1 \times \frac{1}{1000}$
$= 1 \times 100$	16×10	12×1	$10 \times \frac{1}{10}$	$13 \times \frac{1}{100}$	$6 \times \frac{1}{1000}$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1\,1} \\ 75.345 \\ +86.691 \\ \hline =162.036 \end{array}$$

Try This

? Write the detailed place value computation for 84.691 – 77.345, and its compact form.

Figure it Out - 3.5

1. Find the sums
   (a) 5.3 + 2.6 (b) 18 + 8.8
   (c) 2.15 + 5.26 (d) 9.01 + 9.10
   (e) 29.19 + 9.91 (f) 0.934 + 0.6
   (g) 0.75 + 0.03 (h) 6.236 + 0.487
2. Find the differences
   (a) 5.6 – 2.3 (b) 18 – 8.8
   (c) 10.4 – 4.5 (d) 17 – 16.198
   (e) 17 – 0.05 (f) 34.505 – 18.1
   (g) 9.9 – 9.09 (h) 6.236 – 0.487

Decimal Sequences

Observe this sequence of decimal numbers and identify the change after each term.

4.4, 4.8. 5.2, 5.6, 6.0, ...

We can see that 0.4 is being added to a term to get the next term.

? Continue this sequence and write the next 3 terms.

? Similarly, identify the change and write the next 3 terms for each sequence given below. Try to do this computation mentally.

(a) 4.4, 4.45, 4.5, ... (b) 25.75, 26.25, 26.75, ...
(c) 10.56, 10.67, 10.78, ... (d) 13.5, 16, 18.5, ...
(e) 8.5, 9.4, 10.3, ... (f) 5, 4.95, 4.90, ...
(g) 12.45, 11.95, 11.45, ... (h) 36.5, 33, 29.5, ...

APSCERT

1×100	1×10	1×1	$1 \times \frac{1}{10}$		
	7×10	5×1	$3 \times \frac{1}{10}$	$4 \times \frac{1}{100}$	$5 \times \frac{1}{1000}$
+	8×10	6×1	$6 \times \frac{1}{10}$	$9 \times \frac{1}{100}$	$1 \times \frac{1}{1000}$
$= 1 \times 100$	16×10	12×1	$10 \times \frac{1}{10}$	$13 \times \frac{1}{100}$	$6 \times \frac{1}{1000}$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1\,1} \\ 75.345 \\ +86.691 \\ \hline =162.036 \end{array}$$

ప్రయత్నించండి

? 84.691 – 77.345 యొక్క వివరణాత్మక స్థాన విలువ గణనను మరియు దాని సూక్ష్మ రూపాన్ని వ్రాయండి.

ఆలోచించండి-చేయండి - 3.5

1. మొత్తాలను కనుగొనండి.

(ఎ) 5.3 + 2.6 (బి) 18 + 8.8

(సి) 2.15 + 5.26 (డి) 9.01 + 9.10

(ఇ) 29.19 + 9.91 (ఎఫ్) 0.934 + 0.6

(జి) 0.75 + 0.03 (హెచ్) 6.236 + 0.487

2. భేదాలను కనుగొనండి.

(ఎ) 5.6 – 2.3 (బి) 18 – 8.8

(సి) 10.4 – 4.5 (డి) 17 – 16.198

(ఇ) 17 – 0.05 (ఎఫ్) 34.505 – 18.1

(జి) 9.9 – 9.09 (హెచ్) 6.236 – 0.487

దశాంశ శ్రేణులు:

దశాంశ సంఖ్యల ఈ క్రమాన్ని గమనించి ప్రతి పదం తర్వాత మార్పును గుర్తించండి.

4.4, 4.8. 5.2, 5.6, 6.0, ...

ఒక పదానికి తదుపరి పదాన్ని పొందడానికి 0.4 కూడిక చేస్తునట్లు మనం చూడవచ్చు.

? ఈ క్రమాన్ని కొనసాగించి తదుపరి 3 పదాలను వ్రాయండి.

? ఇదేవిధంగా మార్పును గుర్తించి, క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి శ్రేణికి తదుపరి 3 పదాలను వ్రాయండి. ఈ గణనను మానసికంగా చేయడానికి ప్రయత్నించండి.

(ఎ) 4.4, 4.45, 4.5, ... (బి) 25.75, 26.25, 26.75, ...

(సి) 10.56, 10.67, 10.78, ... (డి) 13.5, 16, 18.5, ...

(ఇ) 8.5, 9.4, 10.3, ... (ఎఫ్) 5, 4.95, 4.90, ...

(జి) 12.45, 11.95, 11.45, ... (హెచ్) 36.5, 33, 29.5, ...

AP SCERT

? Make your own sequences and challenge your classmates to extend the pattern.

Estimating Sums and Differences

Karhik has observed sums and differences of decimal numbers and says, "If we add two decimal numbers, then the sum will always be greater than the sum of their whole number parts. Also, the sum will always be less than 2 more than the sum of their whole number parts."

Let us use an example to understand what his claim means:

If the two numbers to be added are 25.936 and 8.202, the claim is that their sum will be greater than 25 + 8 (whole number parts) and will be less than 25 + 1 + 8 + 1.

? What do you think about this claim? Verify if this is true for these numbers. Will it work for any 2 decimal numbers?

? What about for the sum of 25.93603259 and 8.202?

? Similarly, come up with a way to narrow down the range of whole numbers within which the difference of two decimal numbers will lie.

Note to the Teacher: Estimating the result before computing may help in identifying if a mistake happens with the calculation.

AP SCERT

3.7 More on the Decimal System

Decimal and Measurement Disasters

Decimal point and unit conversion mistakes may seem minor sometimes but they can lead to serious problems. Here are some actual incidents in which such errors caused major issues.

? In 2013, the finance office of Amsterdam City Council (Netherlands) mistakenly sent out □188 million in housing benefits instead of the intended □1.8 million due to a programming error that processed payments in euro cents instead of euros. (1 euro-cent = 1/100 euro).

? మీరు మీ స్వంత శ్రేణులను తయారు చేసుకోండి మరియు మీ క్లాస్‌మేట్‌లను ఆ నమూనాలను విస్తరించమని సవాలు చేయండి.

మొత్తాలు మరియు భేదాలను అంచనా వేయడం:

కార్తీక్ దశాంశ సంఖ్యల మొత్తాలు మరియు భేదములను గమనించి, "మనం రెండు దశాంశ సంఖ్యలను కూడిక చేస్తే, వాటి మొత్తం ఎల్లప్పుడూ పూర్ణాంక భాగాల మొత్తం కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది. అలాగే, మొత్తం ఎల్లప్పుడూ వాటి పూర్ణాంక భాగాలకు 2 కూడగా వచ్చే మొత్తం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది." అని చెప్పెను.

అతని వాదన అర్థం చేసుకోవడానికి ఒక ఉదాహరణను ఉపయోగిద్దాం:

కూడవలసిన రెండు సంఖ్యలు 25.936 మరియు 8.202 అయితే, వాటి మొత్తం 25 + 8 (పూర్ణాంక భాగాలు) కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది మరియు 25 + 1 + 8 + 1 కంటే తక్కువగా ఉంటుంది అనేది వాదన.

? ఈ వాదన గురించి మీరు ఏమనుకుంటున్నారు? ఈ సంఖ్యలకు ఇది నిజమో కాదో ధృవీకరించండి. ఏవైనా 2 దశాంశ సంఖ్యలకు ఇది వర్తిస్తుందా?

? 25.93603259 మరియు 8.202 మొత్తం గురించి?

? అదేవిధంగా, రెండు దశాంశ సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసం ఏ పూర్ణ సంఖ్యల మధ్య ఉంటుందో ఆ పరిధిని కుదించి చెప్పే మార్గాన్ని కనుగొనండి.

ఉపాధ్యాయునికి గమనిక: కంప్యూటింగ్ చేయడానికి ముందు ఫలితాన్ని అంచనా వేయడం, గణనలో పొరపాటు జరిగితే గుర్తించడంలో సహాయపడుతుంది.

3.7 దశాంశ వ్యవస్థపై మరిన్ని వివరాలు

దశాంశము మరియు కొలత విపత్తులు

దశాంశ బిందువు మరియు యూనిట్ మార్పిడి తప్పులు కొన్నిసార్లు చిన్నవిగా అనిపించవచ్చు కానీ అవి తీవ్రమైన సమస్యలకు దారితీయవచ్చు. అటువంటి లోపాలు పెద్ద సమస్యలకు కారణమైన కొన్ని వాస్తవ సంఘటనలు ఇక్కడ ఉన్నాయి. 2013లో ఆమ్‌స్టర్‌డామ్ నగర మండలి (నెదర్లాండ్స్) యొక్క ఆర్థిక కార్యాలయం, చెల్లింపులను ప్రాసెస్ చేసే ప్రోగ్రామింగ్ లోపం కారణంగా ఉద్దేశించిన 1.8 మిలియన్ల యూరోలకు బదులుగా 188 మిలియన్ల - యూరోలు గృహ ప్రయోజనాలను పొరపాటున యూరోలకు బదులుగా యూరో సెంట్లలో పంపింది. (1 యూరో–సెంట్ = 1/100 యూరో).

AP SCERT

In 1983, a decimal error nearly caused a disaster for an Air Canada Boeing 767. The ground staff miscalculated the fuel, loading 22,300 pounds instead of kilograms—about half of what was needed (1 pound ~ 0.453 kg). The plane ran out of fuel mid-air, forcing the pilots to make an emergency landing at an abandoned airfield. Fortunately, everyone survived.

Several incidents have occurred due to incorrect reading of decimal numbers while giving medication. For example, reading 0.05 mg as 0.5 mg can lead to using a medicine 10 times more than the prescribed quantity. It is therefore important to pay attention to units and the location of the decimal point.

Deceptive Decimal Notation

Lavanya gets a message: "The bus will reach the station 4.5 hours post noon." When will the bus reach the station: 4:05 p.m., 4:50 p.m., 4:25 p.m.?

None of these! Here, 0.5 hours means splitting an hour into 10 equal parts and taking 5 parts out of it. Each part will be 6 minutes (60 minutes/10) long. 5 such parts make 30 minutes. So, the bus will reach the station at 4:30.

Here is a short-story of a decimal mishap: A girl measures the width of an opening as 2 ft 5 inches but conveys to the carpenter to make a door 2.5 ft wide. The carpenter makes a door of width 2 ft 6 inches (since 1 ft = 12 inches, 0.5 ft = 6 inches), and it wouldn't close fully.

AP SCERT

1983లో, ఎయిర్ కెనడా బోయింగ్ 767కి దశాంశ లోపం కారణంగా దాదాపు విపత్తుకు దారితీసింది. గ్రౌండ్ సిబ్బంది కిలోగ్రాములకు బదులుగా 22,300 పౌండ్ల ఇంధనాన్ని, అవసరమైన దానిలో సగం (1 పౌండ్ ~ 0.453 కిలోలు) తప్పుగా లెక్కించి లోడ్ చేశారు. – విమానం గాలిలో ఉండగా ఇంధనం అయిపోవడంతో పైలట్లు ఒక పాడుబడిన ఎయిర్‌ఫీల్డ్‌లో అత్యవసరంగా ల్యాండింగ్ చేయవలసి వచ్చింది. అదృష్టవశాత్తూ, అందరూ ప్రాణాలతో బయటపడ్డారు.

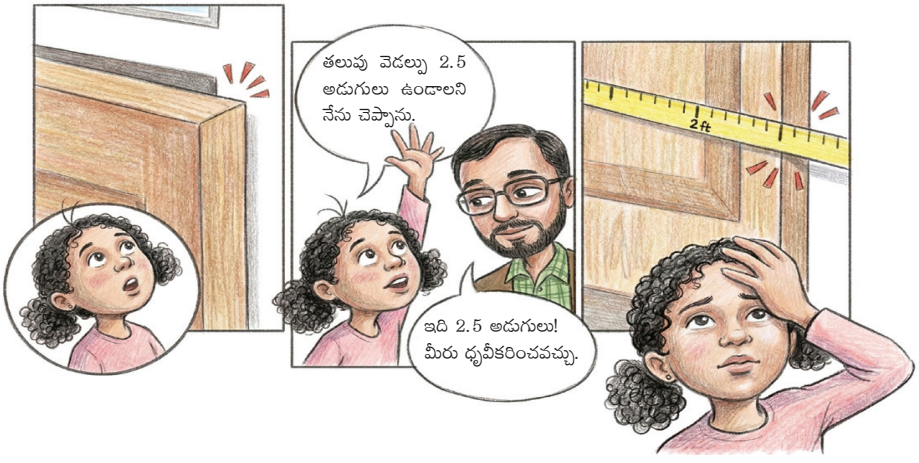
మందులు ఇచ్చేటప్పుడు దశాంశ సంఖ్యలను తప్పుగా చదవడం వల్ల అనేక సంఘటనలు జరిగాయి. ఉదాహరణకు, 0.05 మి.గ్రా.ను 0.5 మి.గ్రా. అని చదవడం వలన సూచించిన పరిమాణం కంటే 10 రెట్లు ఎక్కువగా ఔషధాన్ని ఉపయోగించాల్సి రావచ్చు. అందువల్ల యూనిట్లు మరియు దశాంశ బిందువు స్థానానికి శ్రద్ధ చూపడం చాలా ముఖ్యం.

భ్రమ కలిగించే దశాంశ గుర్తులు / సంజ్ఞామానం

లావణ్యకు ఒక సందేశం వస్తుంది: "బస్సు మధ్యాహ్నం 4.5 గంటల తర్వాత స్టేషన్‌కు చేరుకుంటుంది." బస్సు స్టేషన్‌కు ఎప్పుడు చేరుకుంటుంది: సాయంత్రం 4:05, సాయంత్రం 4:50, సాయంత్రం 4:25?

ఇవేవీ కావు! ఇక్కడ, 0.5 గంటలు అంటే ఒక గంటను 10 సమాన భాగాలుగా విభజించి దాని నుండి 5 భాగాలను తీసుకోవడం. ప్రతి భాగం 6 నిమిషాలు (60 నిమిషాలు/10) పొడవు ఉంటుంది. అలాంటి 5 భాగాలు 30 నిమిషాలు చేస్తాయి. కాబట్టి, బస్సు 4:30కి స్టేషన్‌కు చేరుకుంటుంది.

దశాంశ బిందువు వల్ల జరిగిన పొరపాటుకు సంబంధించిన ఒక చిన్న కథ ఇక్కడ ఉంది: ఒక అమ్మాయి ఒక ద్వారం వెడల్పును 2 అడుగుల 5 అంగుళాలుగా కొలిచింది. కానీ, వడ్రంగికి మాత్రం 2.5 అడుగుల వెడల్పు గల తలుపు చేయమని చెప్పింది. వడ్రంగి 2 అడుగుల 6 అంగుళాల వెడల్పు గల తలుపును తయారు చేసాడు (1 అడుగు = 12 అంగుళాలు, 0.5 అడుగు = 6 అంగుళాలు కాబట్టి), మరియు అది పూర్తిగా మూసివేయబడలేదు.



AP SCERT

If you watch cricket, you might have noticed decimal-looking numbers like 'Overs left: 5.5'. Does this mean 5 overs and 5 balls or 5 overs and 3 balls? Here, 5.5 overs means $5\frac{5}{6}$ overs (as 1 over = 6 balls), i.e., 5 overs and 5 balls.

? Where else can we see such 'non-decimals' with a decimal-like notation?

A Pinch of History – Decimal Notation Over Time

Decimal fractions (i.e., fractions with denominators like $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ and so on) are used in the works of a number of ancient Indian astronomers and mathematicians, including in the important 8th century works of Shridharacharya on arithmetic and algebra. Decimal notation, in essentially its modern form, was described in *detail in Kitab al-Fusul fi al-Hisab al Hindi* (The Book of Chapters on Indian Arithmetic) by *Abul Hassan al-Uqlidisi*, an Arab mathematician, in around 950 CE. He represented the number 0.059375 as 0059375. In the 15th century, to separate whole numbers from fractional parts, a number of different notations were used:

- a vertical mark on the last digit of the whole number part (as shown above),
- use of different colours and
- a numerical superscript giving the number of fractional decimal places (0.36 would be written as $3^{2}6$).

In the 16th century, John Napier, a Scottish mathematician, and Christopher Clavius, a German mathematician, used the point/period ('.') to separate the whole number and the fractional parts, while François Viète, a French mathematician, used the comma (',') instead.

Currently, several countries use the comma to separate the integer part and the fractional part. In these countries, the number 1,000.5 is written as 1000,5 (space as a thousand separator). But the decimal point has endured as the most popular notation for writing numbers having fractional parts in the Indian place value system.

Figure it Out - 3.6

1. Convert the following fractions into decimals:

(a) $\frac{5}{100}$ (b) $\frac{16}{1000}$ (c) $\frac{12}{10}$ (d) $\frac{254}{1000}$

AP SCERT

'మిగిలిన ఓవర్లు: 5.5' వంటి దశాంశం-కనిపించే సంఖ్యలను మీరు క్రికెట్ చూస్తుంటే గమనించి ఉండవచ్చు. దీని అర్థం 5 ఓవర్లు మరియు 5 బంతులా లేదా 5 ఓవర్లు మరియు 3 బంతులా? ఇక్కడ, 5.5 ఓవర్లు అంటే $5\frac{5}{6}$ ఓవర్లు (1 ఓవర్ = 6 బంతులు), అంటే, 5 ఓవర్లు మరియు 5 బంతులు.

? దశాంశం లాంటి సంజ్ఞామానం కలిగిన ఇలాంటి 'దశాంశాలు కాని' సంఖ్యలను మనం ఎక్కడ చూడగలము?

చరిత్రలో గణితం - కాలక్రమేణా దశాంశ సంజ్ఞామానం

దశాంశ భిన్నాలు (అనగా, $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$, మరియు మొదలైన హారం కలిగిన భిన్నాలు) అనేక మంది పురాతన భారతీయ ఖగోళ శాస్త్రవేత్తలు మరియు గణిత శాస్త్రజ్ఞుల రచనలలో ఉపయోగించబడ్డాయి, వీటిలో 8వ శతాబ్దపు ముఖ్యమైన శ్రీధరాచార్యుడు అంకగణితం మరియు బీజగణితంపై రాసిన రచనలు కూడా ఉన్నాయి., 950 CE ముఖ్యంగా ఆధునిక రూపంలో, అరబ్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు అబుల్ హసన్ అల్-ఉక్లిదిసి రాసిన కితాబ్ అల్-ఫుషుల్ ఫీ అల్-హిసాబ్ అల్ హిందీ (భారతీయ అంకగణితంపై అధ్యాయాల పుస్తకం)లో వివరంగా దశాంశ సంజ్ఞామానం వివరించబడింది. అతను 0.059375 సంఖ్యను 0059375గా సూచించాడు.

15వ శతాబ్దంలో, పూర్ణాంక భాగాన్ని భిన్న భాగాల నుండి వేరు చేయడానికి, విభిన్న సంజ్ఞామానాలు ఉపయోగించబడ్డాయి: పూర్ణాంక భాగం యొక్క చివరి అంకెపై నిలువు గుర్తు (పైన చూపిన విధంగా),

- విభిన్న రంగుల వాడకం మరియు
- పాక్షిక దశాంశ స్థానాల సంఖ్యను ఇచ్చే సంఖ్యా సూపర్‌స్క్రిప్ట్ (పైన రాసే వ్రాత) (0.36 ను $3^{2}6$ గా వ్రాశారు).

16వ శతాబ్దంలో స్కాటిష్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు జాన్ నేపియర్ మరియు జర్మన్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు క్రిస్టోఫర్ క్లావియస్ పూర్ణాంకాన్ని మరియు భిన్న భాగాలను వేరు చేయడానికి పాయింట్/పీరియడ్ ('.') ను ఉపయోగించారు, అయితే ఫ్రెంచ్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు ఫ్రాంకోయిస్ వియెట్ దీనికి బదులుగా కామా (',') ను ఉపయోగించారు.

ప్రస్తుతం, అనేక దేశాలు పూర్ణాంక భాగాన్ని మరియు భిన్న భాగాన్ని వేరు చేయడానికి కామాను ఉపయోగిస్తున్నాయి. ఈ దేశాలలో 1,000.5 సంఖ్యను 1000,5 గా (వెయ్యి విభజనగా ఖాళీ స్థలం) వ్రాస్తారు. కానీ భారతీయ స్థాన విలువ వ్యవస్థలో పాక్షిక భాగాలను కలిగి ఉన్న సంఖ్యలను వ్రాయడానికి దశాంశ బిందువు అత్యంత ప్రజాదరణ పొందిన సంజ్ఞామానంగా కొనసాగుతోంది.

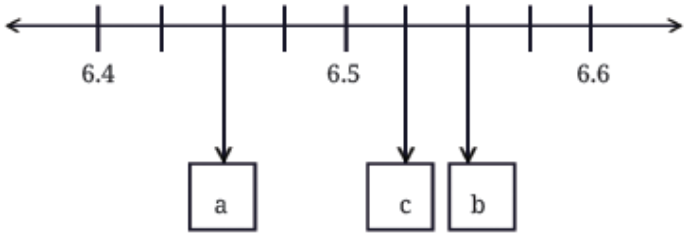
ఆలోచించండి-చేయండి - 3.6

1. కింది భిన్నాలను దశాంశాలుగా మార్చండి:

(ఎ) $\frac{5}{100}$ (బి) $\frac{16}{1000}$ (సి) $\frac{12}{10}$ (డి) $\frac{254}{1000}$

AP SCERT

2. Convert the following decimals into a sum of tenths, hundredths and thousandths:
   (a) 0.34 (b) 1.02 (c) 0.8 (d) 0.362
3. What decimal number does each letter represent in the number line below?



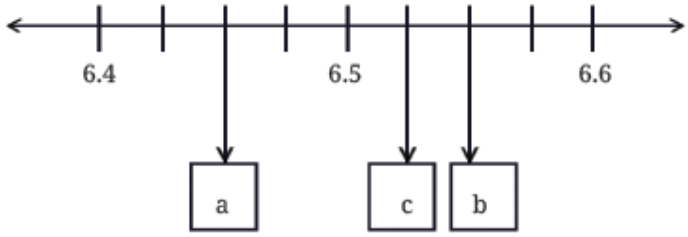
4. Arrange the following quantities in descending order:
   (a) 11.01, 1.011, 1.101, 11.10, 1.01
   (b) 2.567, 2.675, 2.768, 2.499, 2.698
   (c) 4.678 g, 4.595 g, 4.600 g, 4.656 g, 4.666 g
   (d) 33.13 m, 33.31 m, 33.133 m, 33.331 m, 33.313 m
5. Using the digits 1, 4, 0, 8, and 6 make:
   (a) the decimal number closest to 30
   (b) the smallest possible decimal number between 100 and 1000.
6. Will a decimal number with more digits be greater than a decimal number with fewer digits?
7. Pratap purchases 0.25 kg of beans, 0.3 kg of carrots, 0.5 kg of potatoes, 0.2 kg of capsicums, and 0.05 kg of ginger. Calculate the total weight of the items she bought.
8. Rajesh supplies 3.79 L, 4.2 L, and 4.25 L of milk to a milk dairy in the first three days. In 6 days, he supplies 25 litres of milk. Find the total quantity of milk supplied to the dairy in the last three days.
9. Sudhir weighed 35.75 kg in January and 34.50 kg in February. Has he gained or lost weight? How much is the change?
10. Extend the pattern: 5.5, 6.4, 6.39, 7.29, 7.28, 6.18, 6.17, ____, _____
11. How many millimeters make 1 kilometer?
12. Indian Railways offers optional travel insurance for passengers who book e-tickets. It costs 45 paise per passenger. If 1 lakh people opt for insurance in a day, what is the total insurance fee paid?
13. Which is greater?
    (a) $\frac{10}{1000}$ or $\frac{1}{10}$?

APSCERT

2. కింది దశాంశాలను పదవ వంతు, వందవ వంతు మరియు వెయ్యవ వంతుల మొత్తంగా మార్చండి:

(ఎ) 0.34 (బి) 1.02 (సి) 0.8 (డి) 0.362

3. దిగువ సంఖ్యా రేఖలో ప్రతి అక్షరం ఏ దశాంశ సంఖ్యను సూచిస్తుంది?



4. కింది పరిమాణాలను అవరోహణ క్రమంలో అమర్చండి:

(ఎ)11.01, 1.011, 1.101, 11.10, 1.01

(బి) 2.567, 2.675, 2.768, 2.499, 2.698

(సి) 4.678 గ్రా., 4.595 గ్రా., 4.600 గ్రా., 4.656 గ్రా., 4.666 గ్రా.

(డి) 33.13 మి., 33.31 మి., 33.133 మి., 33.331 మి., 33.313 మి.

5. 1, 4, 0, 8 మరియు 6 అంకెలను ఉపయోగించి చేయండి:

(ఎ) 30కి దగ్గరగా ఉన్న దశాంశ సంఖ్య

(బి) 100 మరియు 1000 మధ్య ఉన్న అతి చిన్న దశాంశ సంఖ్య.

6. తక్కువ అంకెలు ఉన్న దశాంశ సంఖ్య కంటే ఎక్కువ అంకెలు ఉన్న దశాంశ సంఖ్య పెద్దదిగా ఉంటుందా?

7. ప్రతాప్ 0.25 కి.గ్రా.ల బీన్స్, 0.3 కి.గ్రా.ల క్యారెట్లు, 0.5 కి.గ్రా.ల బంగాళాదుంపలు, 0.2 కి.గ్రా.ల క్యాప్సికమ్‌లు మరియు 0.05 కి.గ్రా.ల అల్లం కొనుగోలు చేస్తుంది. ఆమె కొనుగోలు చేసిన వస్తువుల మొత్తం బరువును లెక్కించండి.

8. రాజేష్ మొదటి మూడు రోజుల్లో 3.79 లీటర్లు, 4.2 లీటర్లు, మరియు 4.25 లీటర్ల పాలను ఒక పాల డెయిరీకి సరఫరా చేస్తాడు. 6 రోజుల్లో అతను 25 లీటర్ల పాలు సరఫరా చేస్తాడు. గత మూడు రోజుల్లో డెయిరీకి సరఫరా చేయబడిన మొత్తం పాల పరిమాణాన్ని కనుగొనండి.

9. సుధీర్ జనవరిలో 35.75 కి.గ్రా.లు మరియు ఫిబ్రవరిలో 34.50 కి. గ్రా.లు బరువు ఉన్నాడు. అతను బరువు పెరిగాడా లేదా తగ్గాడా? మార్పు ఎంత?

10. అమరికను విస్తరించండి: 5.5, 6.4, 6.39, 7.29, 7.28, 6.18, 6.17, _____, _____

11. 1 కిలోమీటరుకు ఎన్ని మిల్లీమీటర్లు ?

12. ఇ-టిక్కెట్లు బుక్ చేసుకునే ప్రయాణీకులకు భారతీయ రైల్వేలు ఐచ్ఛిక ప్రయాణ బీమాను అందిస్తున్నాయి. దీనికి ఒక్కో ప్రయాణీకుడికి 45 పైసలు ఖర్చవుతుంది. ఒక రోజులో 1 లక్ష మంది బీమాను ఎంచుకుంటే, చెల్లించిన మొత్తం బీమా రుసుము ఎంత?

13. ఏది పెద్దది?

(ఎ) $\frac{10}{1000}$ లేదా $\frac{1}{10}$?

AP SCERT

(b) One-hundredth or 90 thousandths?

(c) One-thousandth or 90 hundredths?

14. Write the decimal forms of the quantities mentioned (an example is given):

(a) 87 ones, 5 tenths and 60 hundredths = 88.10

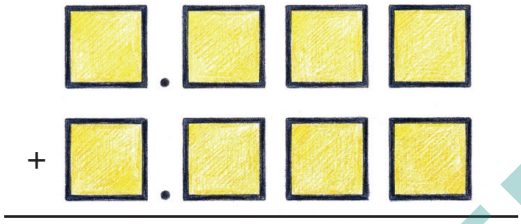
(b) 12 tens and 12 tenths

(c) 10 tens, 10 ones, 10 tenths, and 10 hundredths

(d) 25 tens, 25 ones, 25 tenths, and 25 hundredths

15. Using each digit 0 - 9 not more than once, fill the boxes below so that the sum is closest to 10.5:

Try This



16. Write the following fractions in decimal form:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{1}{5}$ (f) $\frac{4}{5}$

SUMMARY

- We can split a unit into smaller parts to get more exact/accurate measurements.
- We extended the Indian place value system and saw that
  - » 1 unit = 10 one-tenths,
  - » 1 tenth = 10 one-hundredths,
  - » 1 hundredth = 10 one-thousandths,
  - » 10 one-hundredths = 1 tenth,
  - » 100 one-hundredths = 1 unit.
- A decimal point ('.') is used in the Indian place value system to separate the whole number part of a number from its fractional part.
- We also learnt how to compare decimal numbers, locate them on the number line, and perform addition and subtraction on them.

AP SCERT

(బి) వందవ వంతు లేదా 90 లో వెయ్యవ వంతు?

(సి) వెయ్యవ వంతు లేదా 90 లో వందవ వంతు?

14. ఇచ్చిన పరిమాణాల దశాంశ రూపాలను వ్రాయండి (ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వబడింది):

(ఎ) 87 ఒకట్లు, 5 లో పదవ వంతు మరియు 60లో వందవ వంతు = 88.10

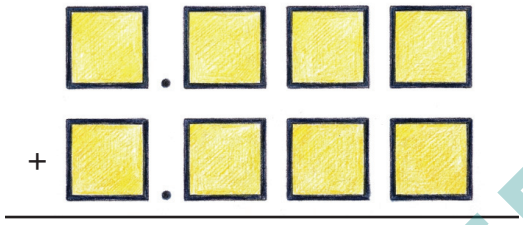
(బి) 12 పదులు మరియు 12 లో పదవ వంతు

(సి) 10 పదులు, 10 ఒకట్లు, 10 లో పదవ వంతు మరియు 10 లో వందవ వంతు

(డి) 25 పదులు, 25 ఒకట్లు, 25 లో పదవ వంతు మరియు 25 లో వందవ వంతు

15. 0–9 లో ప్రతి అంకెను ఒకటి కంటే ఎక్కువసార్లు కాకుండా ఉపయోగించి, మొత్తం 10.5 కి దగ్గరగా ఉండేలా క్రింద ఉన్న పెట్టెలను పూరించండి:

ప్రయత్నించండి



16. కింది భిన్నాలను దశాంశ రూపంలో వ్రాయండి:

(ఎ) $\frac{1}{2}$ (బి) $\frac{3}{2}$ (సి) $\frac{1}{4}$ (డి) $\frac{3}{4}$ (ఇ) $\frac{1}{5}$ (ఎఫ్) $\frac{4}{5}$

సారాంశం

- మరింత ఖచ్చితమైన/యథార్థమైన కొలతలను పొందడానికి మనం ఒక యూనిట్‌ను చిన్న భాగాలుగా విభజించవచ్చు.
- మనము భారతీయ స్థాన విలువ వ్యవస్థను విస్తరించి చూశాము
  - » 1 యూనిట్ = 10 లో పదవ వంతు,
  - » 1 లో పదవ వంతు = 10 లో వందవ వంతు,
  - » 1 లో వందవ వంతు = 10 లో వెయ్యవ వంతు,
  - » 10 లో వందవ వంతు = 1 లో పదవ వంతు,
  - » 100 లో వందవ వంతు = 1 యూనిట్.
- భారతీయ స్థాన విలువ సంఖ్యామానం ఒక సంఖ్య యొక్క పూర్ణాంక భాగాన్ని దాని భిన్న భాగం నుండి వేరు చేయడానికి దశాంశ బిందువు ('.') ఉపయోగించబడుతుంది.
- దశాంశ సంఖ్యలను ఎలా పోల్చాలో, సంఖ్య రేఖపై వాటిని ఎలా గుర్తించాలో మరియు వాటిపై కూడిక మరియు తీసివేతను ఎలా చేయాలో కూడా నేర్చుకున్నాము.

AP SCERT

4 EXPRESSIONS USING LETTER - NUMBERS

G3V2B6

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Explain the use of letters to represent numbers and recognize them in algebraic expressions.
- Create algebraic expressions using variables, constants, and coefficients for mathematical and real-life situations.
- Simplify expressions by combining like terms, applying distributive property, and evaluating them by substitution.
- Identify similarities and differences between numerical expressions and algebraic expressions.
- Represent number patterns, geometric patterns, and real-life situations using algebraic expressions.
- Write algebraic expressions from word problems and interpret given expressions in words.
- Apply algebraic expressions to calculate perimeter, cost, and total values in real-life contexts

AP SCERT

4.0 Introduction

In this chapter we shall look at a concise way of expressing mathematical relations and patterns. We shall see how this helps us in thinking about these relationships and patterns, and in explaining why they may hold true.

4 అక్షరాలు - సంఖ్యలతో సమాసాలు

Q4ZZI5

అభ్యసన ఫలితాలు:

అభ్యాసకులు

- సంఖ్యలను తెలియచేయుటకు అక్షరాలను ఉపయోగించడాన్ని వివరించడం మరియు వాటిని బీజగణిత సమాసాలలో గుర్తించగలుగుతారు.
- చరరాశులు, స్థిరరాశులు, మరియు గుణకాలను ఉపయోగించి గణిత మరియు నిజ జీవిత పరిస్థితులకు బీజీయ సమాసాలును రూపొందిస్తారు.
- సజాతి పదాలను కలిపి సమాసాలను సూక్ష్మీకరించడం, విభాగ ధర్మాన్నివినియోగించడం, ప్రతిక్షేపించడం ద్వారా సమాసాల విలువలను కనుగొంటారు.
- సంఖ్యా సమాసాలు మరియు బీజీయ సమాసాలు మధ్య సారూప్యతలు మరియు తేడాలను గుర్తిస్తారు.
- సంఖ్యా క్రమాలను, రేఖాగణిత నమూనాలను మరియు నిజజీవిత సందర్భాలను బీజగణిత సమాసాల ద్వారా తెలియజేస్తారు.
- పద సంబంధ సమస్యలకు బీజగణిత సమాసాలు రాయడం మరియు ఇవ్వబడిన సమాసాలను పదాల్లో అర్థం చేసుకొంటారు.
- నిజ జీవిత సందర్భాలలో చుట్టుకొలత, ఖర్చు మరియు మొత్తం విలువలను కనుగొనడానికి బీజయ సమాసాలను ఉపయోగిస్తారు.

AP SCERT

4.0 పరిచయం

ఈ అధ్యాయంలో మనం గణిత సంబంధాలు మరియు నమూనాలను (patterns) సంక్షిప్త పద్ధతిలో వ్యక్తపరిచే విధానాన్ని పరిశీలిస్తాము. ఈ సంబంధాలు మరియు నమూనాల గురించి ఆలోచించడానికి, అలాగే అవి ఎందుకు సత్యమవుతాయో వివరించడానికి ఈ పద్ధతి మనకు ఎలా సహాయపడుతుందో మనం తెలుసుకుంటాము.

4.1 The Notion of Letter-Numbers

Example 1: Sita is 3 years older than Geeta. When Geeta's age is 10 years, Sita's age will be 13 years. Now Geeta's age is 18 years, what will Sita's age be?

Given Geeta's age, how will you find out Sita's age?

Easy: We add 3 to Geeta's age to get Sita's age.

Can we write this as an expression?

Sita's age is 3 years more than Geeta's. In short, this can be written as:

Sita's age = Geeta's age + 3.

Such mathematical relations are generally represented in a shorthand form. In the relation above, instead of writing the phrase 'Geeta's Age', the convention is to use a convenient symbol. Usually, letters or short phrases are used for this purpose.

Let us say we use the letter g to denote Geeta's age (we could have used any other letter), and s to denote Sita's age. Then the expression to find Sita's age will be g + 3, which can be written as

$$s = g + 3.$$

If g is 23 (Geeta's age in years), then what is Sita's age?

Geeta's age	Expression for Sita's age
4	4 + 3
10	10 + 3
23	23 + 3
?	? + 3
g	g + 3

Fig. 4.1

AP SCERT

4.1 అక్షర-సంఖ్యల భావన

ఉదాహరణ 1 : సీత, గీత కంటే 3 సంవత్సరాలు పెద్దది. గీత వయస్సు 10 సంవత్సరాలు అయినప్పుడు, సీత వయస్సు 13 సంవత్సరాలు ఉంటుంది. ఇప్పుడు గీత వయస్సు 18 సంవత్సరాలు అయితే, సీత వయస్సు ఎంత ఉంటుంది?

గీత వయస్సు ఇచ్చినట్లయితే, మీరు సీత వయస్సును ఎలా కనుగొంటారు?

సులభం : సీత వయస్సు పొందడానికి మనం గీత వయస్సుకి 3 కలుపుతాము.

దీన్ని మనం ఒక సమాసంగా రాయగలమా?

సీత వయస్సు గీత వయస్సు కంటే 3 సంవత్సరాలు ఎక్కువ. క్లుప్తంగా, దీనిని ఇలా రాయవచ్చు:

సీత వయస్సు = గీత వయస్సు + 3.

ఇటువంటి గణిత సంబంధాలు సాధారణంగా సంక్షిప్త రూపంలో సూచించబడతాయి. పై సంబంధంలో, 'గీత వయస్సు' అనే పదబంధాన్ని వ్రాయడానికి బదులుగా, ఒక అనుకూలమైన చిహ్నాన్ని (symbol) ఉపయోగించడం ఒక సాంప్రదాయం. సాధారణంగా, దీని కోసం అక్షరాలు లేదా చిన్న పదబంధాలను ఉపయోగిస్తారు.

గీత వయస్సును సూచించడానికి మనం 'g' అనే అక్షరాన్ని ఉపయోగిదామనుకుందాం (మనం ఏదైనా ఇతర అక్షరాన్ని కూడా ఉపయోగించవచ్చు), మరియు సీత వయస్సును సూచించడానికి 's' ని ఉపయోగిద్దాం. అప్పుడు సీత వయస్సును కనుగొనడానికి సమాసం $g + 3$. అవుతుంది, దీనిని ఇలా రాయవచ్చు:

$$s = g + 3$$

ఒకవేళ g అనేది 23 (సంవత్సరాలలో గీత వయస్సు), అయితే సీత వయస్సు ఎంత?

గీత వయస్సు	సీత వయస్సు కొరకు సమాసం
4	4 + 3
10	10 + 3
23	23 + 3
?	? + 3
g	g + 3

పటం 4.1

AP SCERT

Replacing g by 23 in the expression g + 3, we get, s = 23 + 3 = 26 years. Letters such as g and s that are used to represent numbers are called letter-numbers. Mathematical expressions containing letter-numbers, such as the expression g + 3, are called algebraic expressions.

? Given the age of Sita, write an expression to find Geeta's age.

We know that Geeta is 3 years younger than Sita. So, Geeta's age will be 3 less than that of Sita. This can be described as

Geeta's age = Sita's age - 3.

If we again use the letter g to denote Geeta's age and the letter s to denote Sita's age, then the algebraic expression would be: g = s - 3, meaning 3 less than s.

? Use this expression to find Geeta's age if Sita's age is 20.

? **Example 2:** Shahid is making matchstick patterns. He repeatedly places Ls next to each other. Each L has two matchsticks as shown in Figure 4.2.

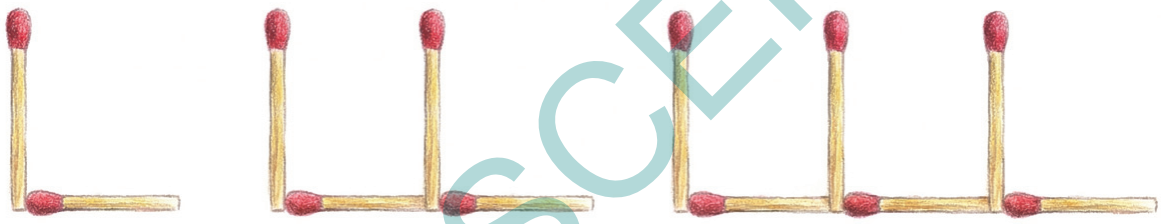


Fig. 4.2

How many matchsticks are needed to make 5 Ls? It will be 5 × 2.

How many matchsticks are needed to make 7 Ls? It will be 7 × 2.

How many matchsticks are needed to make 45 Ls? It will be 45 × 2.

Now, what is the relation between the number of Ls and the number of sticks?

First, let us describe the relationship or the pattern here. Every L needs 2 matchsticks. **So the number of matchsticks needed will be 2 times the number of L's.** This can be written as:

Number of matchsticks = 2 × Number of L's

Now, we can use any letter to denote the number of L's. Let's use 'n'. The algebraic expression for the number of matchsticks will be:

2 × n.

This expression tells us how many matchsticks are needed to make n L's. To find the number of matchsticks, we just replace n by the number of L.

? **Example 3:** Rumana prepares and supplies coconut-jaggery laddus. The price of a coconut is ₹35 and the price of 1 kg jaggery is ₹60.

AP SCERT

$g + 3$ సమాసంలో g ని 23 తో భర్తీ చేస్తే, మనకు $s = 23 + 3 = 26$ సంవత్సరాలు వస్తుంది. సంఖ్యలను సూచించడానికి ఉపయోగించే g మరియు s వంటి అక్షరాలను అక్షర-సంఖ్యలు (letter - number) అంటారు. $g + 3$ వంటి అక్షర-సంఖ్యలను కలిగి ఉన్న గణిత సమాసాలను బీజీయ సమాసాలు (algebraic expressions) అంటారు.

? సీత వయస్సు ఇచ్చినట్లయితే, గీత వయస్సును కనుగొనడానికి ఒక సమాసాన్ని రాయండి.

గీత, సీత కంటే 3 సంవత్సరాలు చిన్నది అని మనకు తెలుసు. కాబట్టి, గీత వయస్సు సీత వయస్సు కంటే 3 తక్కువగా ఉంటుంది. దీనిని ఇలా వివరించవచ్చు:

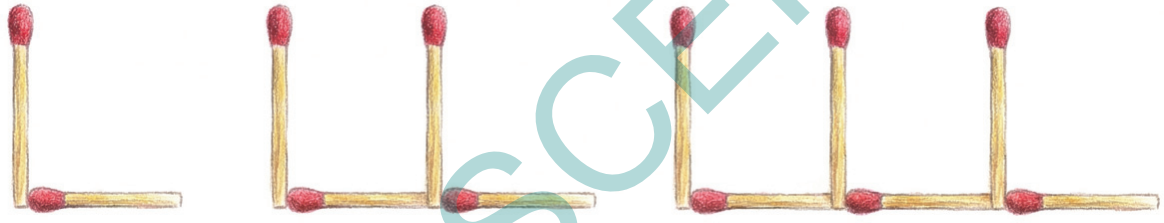
గీత వయస్సు = సీత వయస్సు – 3.

మనం గీత వయస్సును సూచించడానికి 'g' అనే అక్షరాన్ని మరియు సీత వయస్సును సూచించడానికి 's' అక్షరాన్ని మళ్లీ ఉపయోగిస్తే, అప్పుడు బీజీయ సమాసం ఇలా ఉంటుంది:

$g = s - 3$, అంటే 's' కంటే 3 తక్కువ అని అర్థం.

? సీత వయస్సు 20 అయితే, గీత వయస్సును కనుగొనడానికి ఈ సమాసాన్ని ఉపయోగించండి.

? **ఉదాహరణ 2:** షాహిద్ అగ్గిపుల్లల నమూనాలను తయారు చేస్తున్నాడు. అతను పటం 4.2లో చూపిన విధంగా ఒకదాని పక్కన ఒకటి 'L' లను ఉంచుతున్నాడు. ప్రతి 'L' నందు రెండు అగ్గిపుల్లలు ఉన్నాయి.



పటం 4.2

5 'L' లను తయారు చేయడానికి ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు అవసరం? అది 5×2 అవుతుంది.

7 'L' లను తయారు చేయడానికి ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు అవసరం? అది 7×2 అవుతుంది.

45 'L' లను తయారు చేయడానికి ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు అవసరం? అది 45×2 అవుతుంది.

ఇప్పుడు, 'L' ల సంఖ్యకు మరియు పుల్లల సంఖ్యకు మధ్య ఉన్న సంబంధం ఏమిటి?

మొదట, ఇక్కడ ఉన్న సంబంధం లేదా నమూనాను వివరిద్దాం. ప్రతి 'L' కు 2 అగ్గిపుల్లలు అవసరం. కాబట్టి అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య 'L' ల సంఖ్యకు 2 రెట్లు ఉంటుంది. దీనిని ఇలా రాయవచ్చు:

అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = $2 \times$ L ల సంఖ్య

ఇప్పుడు, మనం 'L' ల సంఖ్యను సూచించడానికి ఏదైనా అక్షరాన్ని ఉపయోగించవచ్చు. మనం 'n' ని ఉపయోగిద్దాం.

అగ్గిపుల్లల సంఖ్య కొరకు బీజీయ సమాసం ఇలా ఉంటుంది:

$$2 \times n$$

'L' లను 'n' తయారు చేయడానికి ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు అవసరమో ఈ సమాసం మనకు తెలియజేస్తుంది. అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను కనుగొనడానికి, మనం కేవలం 'n' ని 'L' ల సంఖ్యతో భర్తీ చేస్తాము.

? **ఉదాహరణ 3:** రుమానా కొబ్బరి-బెల్లం లడ్డూలను తయారు చేసి సరఫరా చేస్తుంది. ఒక కొబ్బరికాయ ధర ₹35 మరియు 1 కిలో బెల్లం ధర ₹60.

AP SCERT

How much should she pay if she buys 10 coconuts and 5 kg jaggery?

Cost of 10 coconuts = 10 × ₹35

Cost of 5 kg jaggery = 5 × ₹60

Total cost = 10 × ₹35 + 5 × ₹60 = ₹350 + ₹300 = ₹650.

How much should she pay if she buys 8 coconuts and 9 kg jaggery?

Write an algebraic expression to find the total amount to be paid for a given number of coconuts and quantity of jaggery.

Let us identify the relationships and then write the expressions.

Quantity needed	Relationship	Expression
Cost of coconuts	Number of coconuts × 35	c × 35
Cost of jaggery	Number of kgs of jaggery × 60	j × 60

Here, 'c' represents the number of coconuts and 'j' represents the number of kgs of jaggery. The total amount to be paid will be: Cost of coconuts + Cost of jaggery.

The corresponding algebraic expression can be written as:

$$(c \times 35) + (j \times 60)$$

Use this expression (or formula) to find the total amount to be paid for 7 coconuts and 4 kg jaggery.

Notice that for different values of 'c' and 'j', the value of the expression also changes.

Writing this expression as a sum of terms we get:

$$c \times 35 + j \times 60$$

Example 4: We are familiar with calculating the perimeters of simple shapes. Write expressions for perimeters.

The perimeter of a square is 4 times the length of its side. This can be written as the expression: 4 × q, where q stands for the side length.

What is the perimeter of a square with side length 7 cm? Use the expression to find out.

You must have realised how the use of letter-numbers and algebraic expressions allows us to express general mathematical relations in a concise way. Mathematical relations expressed this way are often called formulas.

AP SCERT

ఆమె 10 కొబ్బరికాయలు మరియు 5 కిలోల బెల్లం కొంటే ఎంత చెల్లించాలి?

10 కొబ్బరికాయల ధర = 10 × ₹35

5 కిలోల బెల్లం ధర = 5 × ₹60

మొత్తం ఖర్చు = 10 × ₹35 + 5 × ₹60 = ₹350 + ₹300 = ₹650.

ఆమె 8 కొబ్బరికాయలు మరియు 9 కిలోల బెల్లం కొంటే ఎంత చెల్లించాలి?

ఇచ్చిన కొబ్బరికాయల సంఖ్య మరియు బెల్లం పరిమాణానికి చెల్లించాల్సిన మొత్తం మొత్తాన్ని కనుగొనడానికి ఒక బీజీయ సమాసాన్ని రాయండి.

మనం సంబంధాలను గుర్తించి, ఆపై సమాసాలను రాద్దాం.

అవసరమైన పరిమాణం	సంబంధం	సమాసం
కొబ్బరికాయల ధర	కొబ్బరికాయల సంఖ్య × 35	c × 35
బెల్లం ధర	బెల్లం కిలోల సంఖ్య × 60	j ×60

ఇక్కడ, 'c' అనేది కొబ్బరికాయల సంఖ్యను మరియు 'j' అనేది బెల్లం కిలోల సంఖ్యను సూచిస్తుంది. చెల్లించాల్సిన మొత్తం ఇలా ఉంటుంది:

కొబ్బరికాయల ధర + బెల్లం ధర.

సంబంధిత బీజీయ సమాసాన్ని ఇలా వ్రాయవచ్చు:

$$(c \times 35) + (j \times 60)$$

7 కొబ్బరికాయలు మరియు 4 కిలోల బెల్లం కోసం చెల్లించాల్సిన మొత్తాన్ని కనుగొనడానికి ఈ సమాసాన్ని (లేదా సూత్రాన్ని) ఉపయోగించండి.

'c' మరియు 'j' యొక్క వేర్వేరు విలువలకు, సమాసం యొక్క విలువ కూడా మారుతుందని గమనించండి.

ఈ సమాసాన్ని పదాల మొత్తంగా రాస్తే మనకు ఇలా వస్తుంది:

$$c \times 35 + j \times 60$$

ఉదాహరణ 4: సాధారణ ఆకారాల చుట్టుకొలతలను లెక్కించడం మనకు తెలుసు. వాటి చుట్టుకొలతలను సూచించు సమాసాలను రాయండి.

చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత దాని భుజం పొడవుకు 4 రెట్లు ఉంటుంది. దీనిని సమాసంగా ఈ విధంగా రాయవచ్చు: 4 × qన, ఇక్కడ q అనేది భుజం పొడవును సూచిస్తుంది.

7 సెం.మీ భుజం పొడవు గల చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత ఎంత? దీనిని కనుగొనడానికిపై సమాసాన్ని ఉపయోగించండి.

అక్షర-సంఖ్యలు మరియు బీజీయ సమాసాలను ఉపయోగించడం ద్వారా సాధారణ గణిత సంబంధాలను సంక్షిప్త రూపంలో ఎలా వ్యక్తీకరించవచ్చునో మీరు గ్రహించి ఉంటారు. సంక్షిప్త మార్గంలో. ఈ విధంగా వ్యక్తీకరించబడిన గణిత సంబంధాలను తరచుగా సూత్రాలు అని పిలుస్తారు.

AP SCERT

Figure it Out - 4.1

1. Write formulas for the perimeter of:
   (a) triangle with all sides equal.
   (b) a regular pentagon (we use the word 'regular' to say that all side lengths and angle measures are equal)
   (c) a regular hexagons
2. Munirathna has a 20 m long pipe. However, he wants a longer watering pipe for his garden. He joins another pipe of some length to this one. Give the expression for the combined length of the pipe. Use the letter-number 'k' to denote the length in meters of the other pipe.
3. What is the total amount Krithika has, if she has the following numbers of notes of ₹100, ₹20 and ₹5? Complete the following table:

No. of ₹100 notes	No.of ₹20 notes	No. of ₹5 notes	Expression and total amount
3	5	6	
			$6 \times 100 + 4 \times 20 + 3 \times 5 = 695$
8	4	z	
x	y	z	

4. Venkatalakshmi owns a flour mill. It takes 10 seconds for the roller mill to start running. Once it is running, each kg of grain takes 8 seconds to grind into powder. Which of the expressions below describes the time taken to complete grind 'y' kg of grain, assuming the machine is off initially?
   (a) $10 + 8 + y$ (b) $(10 + 8) \times y$ (c) $10 \times 8 \times y$
   (d) $10 + 8 \times y$ (e) $10 \times y + 8$
5. Write algebraic expressions using letters of your choice.
   (a) 5 more than a number (b) 4 less than a number
   (c) 2 less than 13 times a number
   (d) 13 less than 2 times a number

AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 4.1

1. కింది వాటి చుట్టుకొలత కోసం సూత్రాలను రాయండి:

   (ఎ) అన్ని భుజాలు సమానంగా గల త్రిభుజం.

   (బి) ఒక క్రమ పంచభుజి (అన్ని భుజాల పొడవులు మరియు కోణాల కొలతలు సమానంగా ఉన్నాయని చెప్పడానికి మనం 'క్రమ' (regular) అనే పదాన్ని ఉపయోగిస్తాము).

   (సి) ఒక క్రమ షడ్భుజి.

2. మునిరత్న దగ్గర 20 మీటర్ల పొడవైన పైపు ఉంది. అయితే, తన తోటకి నీళ్లు పోయడానికి అతనికి ఇంకా పొడవైన పైపు కావాలి. అతను దీనికి కొంత పొడవు గల మరొక పైపును కలుపుతాడు. పైపు యొక్క మొత్తం పొడవు కనుగొనుటకు సమాసాన్ని ఇవ్వండి. మరొక పైపు పొడవును మీటర్లలో సూచించడానికి 'k' అనే అక్షర-సంఖ్యను ఉపయోగించండి.

3. కృతిక దగ్గర కింది సంఖ్యలో ₹100, ₹20 మరియు ₹5 నోట్లు ఉంటే, ఆమె దగ్గర ఉన్న మొత్తం సొమ్ము ఎంత? కింది పట్టికను పూరించండి:

₹100 నోట్ల సంఖ్య	₹20 నోట్ల సంఖ్య	₹5 నోట్ల సంఖ్య	సంఖ్యసమాసం మరియు మొత్తం సొమ్ము
3	5	6	
			$6 \times 100 + 4 \times 20 + 3 \times 5 = 695$
8	4	z	
x	y	z	

4. వెంకటలక్ష్మికి ఒక పిండి మిల్లు ఉంది. రోలర్ మిల్లు పనిచేయడం ప్రారంభించడానికి 10 సెకన్లు పడుతుంది. అది ఒకసారి పనిచేయడం మొదలయ్యాక, ప్రతి కిలో ధాన్యాన్ని పిండిగా చేయడానికి 8 సెకన్లు పడుతుంది. యంత్రం ప్రారంభంలో ఆపివేయబడిందని అనుకుంటే, 'y' కిలోల ధాన్యాన్ని పూర్తిగా ఆడించడానికి పట్టే సమయాన్ని కింద ఉన్న ఏ సమాసం వివరిస్తుంది?

   (ఎ) $10 + 8 + y$ (బి) $(10 + 8) \times y$ (సి) $10 \times 8 \times y$

   (డి) $10 + 8 \times y$ (ఇ) $10 \times y + 8$

5. మీకు నచ్చిన అక్షరాలను ఉపయోగించి బీజీయ సమాసాలను రాయండి.

   (ఎ) ఒక సంఖ్య కంటే 5 ఎక్కువ

   (బి) ఒక సంఖ్య కంటే 4 తక్కువ.

   (సి) ఒక సంఖ్య యొక్క 13 రెట్ల కంటే 2 తక్కువ.

   (డి) ఒక సంఖ్య యొక్క 2 రెట్ల కంటే 13 తక్కువ.

AP SCERT

6. Describe situations corresponding to the following algebraic expressions:

   (a) $8 \times x + 3 \times y$

   (b) $15 \times j - 2 \times k$

7. In a calendar month, if any 2×3 grid full of dates is chosen as shown in the picture, write expressions for the dates in the blank cells if the bottom middle cell has date 'w'.

November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

W-1	W	

4.2 Revisiting Arithmetic Expressions

We learnt how to write expressions as sums of terms and it became easy for us to read arithmetic expressions. Many times they could have been read in multiple ways and it was confusing. We used swapping (adding two numbers in any order) and grouping (adding numbers by grouping them conveniently) to find easy ways of evaluating expressions. Swapping and grouping terms does not change the value of the expression. We also learnt to use brackets in expressions, including brackets with a negative sign outside. We learnt the distributive property (multiple of a sum is the same as sum of multiples).

Let us revise these concepts and find the values of the following expressions

1.	$23 - 10 \times 2$	2.	$83 + 28 - 13 + 32$
3.	$34 - 14 + 20$	4.	$42 + 15 - (8 - 7)$
5.	$68 - (18 + 13)$	6.	$7 \times 4 + 9 \times 6$
7.	$20 + 8 \times (16 - 6)$		

Let us evaluate the first expression, $23 - 10 \times 2$. First we shall write the terms of the expression. Notice that one of the terms is a number, while the other one has to be converted to a number before adding the two terms.

$$23 - 10 \times 2 = 23 + (-10 \times 2) = 23 + (-20) = 3$$

AP SCERT

6. కింది బీజీయ సమాసాలకు సరిపోయే సందర్భాలను వివరించండి:

(ఎ) $8 \times x + 3 \times y$

(బి) $15 \times j - 2 \times k$

7. ఒక క్యాలెండర్ నెలలో, చిత్రంలో చూపినట్లుగా తేదీలతో నిండిన ఏదైనా 2×3 గ్రిడ్ (గడుల పట్టిక)ను ఎంచుకునపుడు, దిగువ మధ్య గడిలో తేదీ 'W' అయితే, మిగిలిన ఖాళీ గడులలోని తేదీల కోసం సమాసాలను రాయండి.

నవంబర్ 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

W-1	W	

4.2 అంకగణిత సమాసాలను పునశ్చరణ చేయడం

మనం సమాసాలను పదాల మొత్తంగా వ్రాయడం నేర్చుకున్నాము మరియు అంకగణిత సమాసాలను చదవడం మనకు సులభమైంది. వాటిని అనేక విధాలుగా చాలా సార్లు చదివి ఉండవచ్చు. కానీ అది గందరగోళంగా ఉండేది. సులభంగా సమాసాల విలువ కనుగొనడానికి మనం మార్పిడి (swapping – రెండు సంఖ్యలను ఏ క్రమంలోనైనా కలపడం) మరియు సమూహాలుగా విడగొట్టడం (grouping – సమూహాలుగా విడగొట్ట కలపడం సంఖ్యలను సమూహపరచడం ద్వారా కలపడం) ఉపయోగించాము. పదాలను మార్చడం మరియు సమూహపరచడం వల్ల సమాసం యొక్క విలువ మారదు. మనం బ్రాకెట్ల బయట రుణ గుర్తు (negative sign) ఉన్న వాటితో సహా సమాసాలలో బ్యాకెట్లనూ వాడటం కూడా నేర్చుకున్నాము. మనం విభాగ న్యాయాన్ని (distributive property – మొత్తం యొక్క గుణకం, గుణకాల మొత్తానికి సమానం) నేర్చుకున్నాము.

ఈ భావనలను పునశ్చరణ చేద్దాం మరియు కింది సమాసాల విలువలను కనుగొందాం:

1.	$23 - 10 \times 2$	2.	$83 + 28 - 13 + 32$
3.	$34 - 14 + 20$	4.	$42 + 15 - (8 - 7)$
5.	$68 - (18 + 13)$	6.	$7 \times 4 + 9 \times 6$
7.	$20 + 8 \times (16 - 6)$		

మనం మొదటి సమాసం, $23 - 10 \times 2$ ను గణన చేద్దాం. మొదట మనం సమాసంలోని పదాలను రాద్దాం. ఆ రెండు పదాలను కలపడానికి మూడు ఇచ్చిన సమాసంలో ఒకటి సంఖ్య మరియు మరొకటి సంఖ్యగా మార్చబడాలి అని గుర్తించండి.

$$23 - 10 \times 2 = 23 + (-10 \times 2) = 23 + (-20) = 3$$

AP SCERT

Let us now evaluate the second one. All the terms of this expression are numbers. If we notice the terms, we find that it will be easier to evaluate if we swap and group the terms.

$$83 + 28 - 13 + 32 =$$

$$\boxed{83} + \boxed{28} + \boxed{-13} + \boxed{32}$$

$$\boxed{70} + \boxed{60} = \boxed{130}$$

Let us now look at the fifth expression. It has brackets with a negative sign outside. This can be evaluated in two ways — by solving the bracket first (like the solution on the left side) or by removing the brackets appropriately (as on the right side).

$$= \boxed{68} + \boxed{-(18+13)}$$

$$= \boxed{68} + \boxed{-31}$$

$$= \boxed{37}$$

or

$$= \boxed{68} + \boxed{-(18+13)}$$

$$= \boxed{68} + \boxed{-18} + \boxed{-13}$$

$$= \boxed{50} + \boxed{-13} = \boxed{37}$$

Now, find the values of the other arithmetic expressions. Algebraic expressions also take number values when the letter - numbers they contain are replaced by numbers. In Example 1, for finding Sita's age when Geeta is 23 years old, we replaced the letter-number g in the expression g + 3 by 23, and it took the value 26.

4.3 Omission of the Multiplication Symbol in Algebraic Expressions

Look at this number sequence:

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

How can we describe this sequence or pattern? Easy: These are the numbers appearing in the multiplication table of 4 (multiples of 4 in an increasing order).

What is the third term of this sequence? It is 4×3.

What is the 29th term of this sequence? It is 4×29.

? Find an algebraic expression to get the nth term of this sequence.

Note that here 'n' is a letter-number that denotes a position in the sequence.

AP SCERT

ఇప్పుడు మనం రెండవ దానిని గణన చేద్దాం. ఈ సమాసంలోని అన్ని పదాలు సంఖ్యలే. మనం పదాలను గమనిస్తే, పదాలను తారుమారు చేసి మరియు సమూహపరచడం (group) ద్వారా గుణించడం సులభం అని మనం కనుగొంటాము.

$$83 + 28 - 13 + 32 =$$

$$\boxed{83} + \boxed{28} + \boxed{-13} + \boxed{32}$$

$$\boxed{70} + \boxed{60} = \boxed{130}$$

ఇప్పుడు మనం ఐదవ సమాసాన్ని చూద్దాం. ఇది బ్రాకెట్లను కలిగి ఉంది. దీనిని రెండు విధాలుగా లెక్కించవచ్చు – బ్రాకెట్‌ను మొదట పరిష్కరించడం ద్వారా (ఎడమ వైపున ఉన్న సాధన వలె) లేదా బ్రాకెట్‌లను సముచితంగా తొలగించడం ద్వారా (కుడి వైపున ఉన్నట్లుగా).

(ఎడమ వైపు విధానం) : (కుడి వైపు విధానం) :

$$= \boxed{68} + \boxed{-(18+13)}$$

$$= \boxed{68} + \boxed{-31}$$

$$= \boxed{37}$$

లేదా

$$= \boxed{68} + \boxed{-(18+13)}$$

$$= \boxed{68} + \boxed{-18} + \boxed{-13}$$

$$= \boxed{50} + \boxed{-13} = \boxed{37}$$

ఇప్పుడు, ఇతర సంఖ్యా సమాసాల విలువలను కనుగొనండి. బీజీయ సమాసాలలో ఉండే అక్షర–సంఖ్యలను సంఖ్యలతో భర్తీ చేసినప్పుడు అవి సంఖ్యా విలువలను తీసుకుంటాయి. ఉదాహరణ 1లో, గీత వయస్సు 23 సంవత్సరాలు ఉన్నప్పుడు సీత వయస్సును కనుగొనడానికి, మనం $g + 3$ అనే సమాసంలో అక్షర–సంఖ్య 'g' ని 23తో భర్తీ చేసాము. అపుడు దాని విలువ 26 అయింది.

4.3 బీజీయ సమాసాలలో గుణకార చిహ్నాన్ని విస్మరించడం

ఈ సంఖ్యా క్రమాన్ని చూడండి :

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

ఈ క్రమం లేదా నమూనాను మనం ఎలా వివరించగలము? సులభం: ఇవి 4వ వాక్యంలో కనిపించే సంఖ్యలు (పెరుగుతున్న క్రమంలో 4 యొక్క గుణకాలు).

ఈ క్రమంలో మూడవ పదం (term) ఏమిటి? అది 4×3.

ఈ క్రమంలో 29వ పదం ఏమిటి? అది 4×29.

? ఈ క్రమం యొక్క nవ పదాన్ని పొందడానికి బీజీయ సమాసాన్ని కనుగొనండి.

ఇక్కడ 'n' అనేది ఆ క్రమంలో దాని స్థానాన్ని సూచించే అక్షర–సంఖ్య అని గమనించండి.

AP SCERT

As it is the sequence of multiples of 4, it can be seen that the nth term will be 4 times n:

$$4 \times n$$

As a standard practice, we shorten $4 \times n$ to 4n by skipping the multiplication sign. We write the number first, followed by the letter(s). Find the value of the expression 7k when k = 4. The value is $7 \times 4 = 28$.

Find the value that the expression 5m + 3 takes when m = 2.

As 5m stands for $5 \times m$, the value of the expression when m = 2 is $5 \times 2 + 3 = 13$.

Mind the Mistake, Mend the Mistake

Some simplifications are shown below where the letter-numbers are replaced by numbers and the value of the expression is obtained.

1. Observe each of them and identify if there is a mistake.
2. If you think there is a mistake, try to explain what might have gone wrong.
3. Then, correct it and give the value of the expression.

1 If a = - 4, then 10 - a = 6.	2 If d = 6, then 3d = 36.	3 If s = 7, then 3s - 2 = 15.
4 If r = 8, then 2r + 1 = 29.	5 If j = 5, then 2j = 10.	6 If m = -6, then 3(m+1) = 19.
7 If f = 3, g = 1 then 2f - 2g = 2.	8 If t = 4, b = 3 then 2t + b = 24.	9 If h = 5, n = 6 then h-(3 - n) = 4.

4.4 Simplification of Algebraic Expressions

Earlier we found expressions to find perimeters of different regular figures in terms of their sides. Let us now find an expression to find the perimeter of a rectangle.

APSCERT

ఇది 4 యొక్క గుణకాల క్రమం కాబట్టి, ఆ వరుసలో nవ పదం 'n' కు 4 రెట్లు ఉంటుంది.

$$4 \times n$$

ఒక ప్రామాణిక పద్ధతిగా, మనం గుణకార గుర్తును వదిలివేసి $4 \times n$ ను $4n$ గా రాస్తాము. మనం మొదట సంఖ్యను, ఆ తర్వాత దానిని అనుసరించి అక్షరాన్ని(లను) రాస్తాము.

$k = 4$ అయినప్పుడు $7k$ సమాసం విలువను కనుగొనండి. ఆ విలువ $7 \times 4 = 28$.

$m = 2$ అయినప్పుడు $5m + 3$ సమాసం తీసుకునే విలువను కనుగొనండి.

$5m$ అనగా $5 \times m$ కాబట్టి, $m = 2$ అయినప్పుడు సమాసం విలువ $5 \times 2 + 3 = 13$ అవుతుంది.

తప్పును గమనించండి, తప్పును సరిదిద్దండి.

అక్షర-సంఖ్యలను సంఖ్యలతో భర్తీ చేసి, సమాసం యొక్క విలువను పొందే కొన్ని సూక్ష్మీకరణలు (simplifications) క్రింద చూపబడ్డాయి.

1. వాటిలో ప్రతిదానిని గమనించి ఏదైనా తప్పు ఉంటే గుర్తించండి.
2. తప్పు ఉందని మీరు అనుకుంటే, ఏమి తప్పు జరిగిందో వివరించడానికి ప్రయత్నించండి.
3. తరువాత, దానిని సరిచేసి సమాసం యొక్క విలువను ఇవ్వండి.

1 $a = -4$, అయితే $10 - a = 6$.	2 $d = 6$, అయితే $3d = 36$.	3 $s = 7$, అయితే $3s - 2 = 15$.
4 $r = 8$, అయితే $2r + 1 = 29$.	5 $j = 5$, అయితే $2j = 10$.	6 $m = -6$, అయితే $3(m+1) = 19$.
7 $f = 3, g = 1$ అయితే $2f - 2g = 2$.	8 $t = 4, b = 3$ అయితే $2t + b = 24$.	9 $h = 5, n = 6$ అయితే $h-(3 - n) = 4$.

4.4 బీజీయ సమాసాల సూక్ష్మీకరణ

ఇంతకుముందు మనం వివిధ క్రమ ఆకారాల భుజాల పరంగా చుట్టుకొలతలను వాటి కనుగొనడానికి సమాసాలను కనుగొన్నాం. ఇప్పుడు దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనడానికి ఒక సమాసాన్ని కనుగొందాం.

AP SCERT

As in the previous cases, we will first describe how to get the perimeter when the length and the breadth of the rectangle are known:

Find the sum of length + breadth + length + breadth.

Let us use the letter-numbers l and b in place of length and breadth respectively. Let p denote the perimeter of the rectangle. Then we have

$$p = l + b + l + b$$

As we know, these represent numbers, and so the terms of an expression can be added in any order. Hence the above expression can be written as:

$$= l + l + b + b$$

As $l + l = 2 \times l = 2l$, and $b + b = 2 \times b = 2b$, we have

$$p = 2l + 2b.$$

Notice that the initial expression ($l + b + l + b$) and the final expression ($2l + 2b$) that we got for the perimeter look different. However, they are equal since the expression was obtained from the initial one by applying the same rules and operations we do for numbers; they are equal in the sense that they both take the same values when letter-numbers are replaced by numbers.

For example, if we assign $l = 3$, $b = 4$, we get

$$l + b + l + b = 3 + 4 + 3 + 4 = 14, \text{ and}$$

$$2l + 2b = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 14.$$

We call the expression $2l + 2b$ the simplified form of $l + b + l + b$.

Let us see some more examples of simplification.

Example 5: Here is a table showing the number of pencils and erasers sold in a shop. The price per pencil is c, and the price per eraser is d. Find the total money earned by the shopkeeper during these three days.

	Day 1	Day 2	Day 3
Pencils (Price 'c')	5	3	10
Erasers (Price 'd')	4	6	1

Let us first find the money earned by the sale of pencils.

The money earned by selling pencils on Day 1 is 5c.

Similarly, the money earned by selling pencils on Day 2 is _____, and Day 3 is _____.

The total money earned by the sale of pencils is 5c + 3c + 10c. Can we simplify this expression further and reduce the number of terms?

AP SCERT

మునుపటి సందర్భాలలో మాదిరిగానే, దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు మరియు వెడల్పు తెలిసినప్పుడు దాని చుట్టుకొలతను ఎలా కనుగొనాలో మనం ముందుగా తెలుసుకుందాం.

పొడవు + వెడల్పు + పొడవు + వెడల్పు మొత్తాన్ని కనుగొనండి.

పొడవు మరియు వెడల్పు బదులుగా వరుసగా l మరియు b అనే అక్షర-సంఖ్యలను ఉపయోగిద్దాం. దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలతను p సూచిస్తుందనుకుందాం. అప్పుడు

$$p = l + b + l + b \text{ అగును.}$$

ఇవి సంఖ్యలను సూచిస్తాయి. కాబట్టి సమాసంలోని పదాలను ఏ క్రమంలోనైనా కలపవచ్చు. అని మనకు తెలుసు సమాసాన్ని ఇలా వ్రాయవచ్చు:

$$= l + l + b + b$$

$l + l = 2 \times l = 2l$. కావున మరియు $b + b = 2 \times b = 2b$

$$p = 2l + 2b.$$

చుట్టుకొలత కోసం మనకు వచ్చిన ప్రారంభ సమాసం ($l + b + l + b$) మరియు చివరి సమాసం ($2l + 2b$) వేర్వేరుగా కనిపిస్తున్నాయని గమనించండి. అయినప్పటికీ, అవి సమానం. ఎందుకంటే మనం సంఖ్యల కోసం ఏవైతే నియమాలు మరియు ప్రక్రియలను వాడటం జరిగిందో వాటినే వాడుతూ అవి సమానం అనడంలో అర్థం ఏమిటంటే ద్వారా ప్రారంభ సమాసం నుండి ఈ సమాసం పొందబడింది; అక్షర-సంఖ్యలను సంఖ్యలతో భర్తీ చేసినప్పుడు అవి రెండూ ఒకే విలువలను తీసుకుంటాయి.

ఉదాహరణకు, మనం $l = 3$, $b = 4$ విలువలను ఇస్తే, మనకు

$l + b + l + b = 3 + 4 + 3 + 4 = 14$ మరియు

$2l + 2b = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 14$ అగును.

మనం $2l + 2b$ సమాసాన్ని $l + b + l + b$ యొక్క సూక్ష్మీకరించిన రూపం అని అంటాం.

మనం ఈ సూక్ష్మీకరణ వలె ఉన్న మరికొన్ని ఉదాహరణలను చూద్దాం.

ఉదాహరణ 5: ఒక దుకాణంలో విక్రయించబడిన పెన్సిళ్లు మరియు ఎరేజర్‌ల సంఖ్యను చూపే పట్టిక ఇక్కడ ఉంది. ఒక్కో పెన్సిల్ ధర c, మరియు ఒక్కో ఎరేజర్ ధర d. ఈ మూడు రోజులలో దుకాణదారుడు సంపాదించిన మొత్తం డబ్బును కనుగొనండి.

	1వ రోజు	2వ రోజు	3వ రోజు
పెన్సిళ్లు (ధర 'c')	5	3	10
ఎరేజర్లు (ధర 'd')	4	6	1

మొదట మనం పెన్సిళ్ల అమ్మకం ద్వారా వచ్చిన డబ్బును కనుగొందాం.

1వ రోజు పెన్సిళ్లు అమ్మడం ద్వారా వచ్చిన డబ్బు 5c. అదేవిధంగా, 2వ రోజు మరియు 3వ రోజు పెన్సిళ్లు అమ్మడం ద్వారా వచ్చిన డబ్బు _____ మరియు _____.

పెన్సిళ్ల అమ్మకం ద్వారా వచ్చిన మొత్తం డబ్బు 5c + 3c + 10c. మనం ఈ సమాసాన్ని ఇంకా సూక్ష్మీకరించి మరియు పదాల సంఖ్యను తగ్గించగలమా?

AP SCERT

The expression means 5 times c is added to 3 times c is added to 10 times c. So in total, the letter-number c is added (5 + 3 + 10) times. This is what we have seen as the distributive property of numbers. Thus,

$$5 \times c + 3 \times c + 10 \times c = (5 + 3 + 10) \times c$$

$(5 + 3 + 10) \times c$ can be simplified to $18 \times c = 18c$.

? If c = ₹50, find the total amount earned by the sale of pencils.

? Write the expression for the total money earned by selling erasers. Then, simplify the expression.

The expression for the total money earned by selling pencils and erasers during these three days is 18c + 11d.

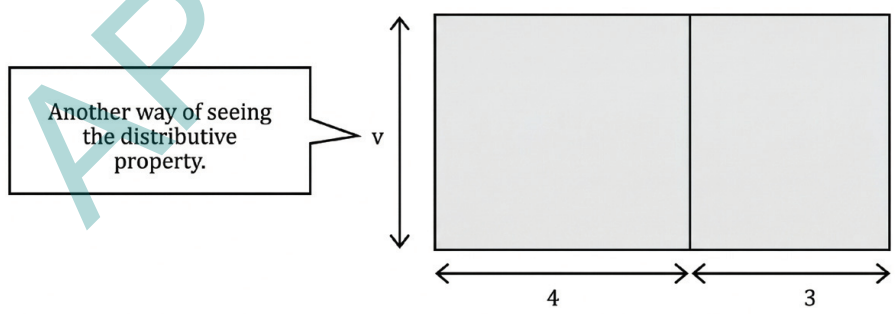
? Can the expression 18c + 11d be simplified further?

There is no way of further simplifying this expression as it contains different letter-numbers. It is in its simplest form.

In this problem, we saw the expression 5c + 3c + 10c getting simplified to the expression 18c.

? Check that both expressions take the same value when c is replaced by different numbers.

? **Example 6:** A big rectangle is split into two smaller rectangles as shown. Write an expression describing the area of the bigger rectangle.



The areas of the smaller rectangles are 4v sq. units and 3v sq. units.

The area of the bigger rectangle can be found in two ways: (i) by directly using its side lengths v and (4 + 3), or (ii) by adding the areas of the smaller rectangles.

The first way gives 7v, and the second way gives 4v + 3v. We know that they are equal: 4v + 3v = 7v, and this is the required expression for the area of the bigger rectangle.

AP SCERT

ఈ సమాసం అర్థం ఏమిటంటే, c కి 5 రెట్లు, c కి 3 రెట్లు మరియు c కి 10 రెట్లు కలపడం. కాబట్టి మొత్తంగా, అక్షర-సంఖ్య 'c' అనేది (5 + 3 + 10) సార్లు కలపబడింది. దీనినే మనం సంఖ్యల విభాగ న్యాంగా నేర్చుకున్నాం. కావున,

$5 \times c + 3 \times c + 10 \times c = (5 + 3 + 10) \times c$

$(5 + 3 + 10) \times c$ ను $18 \times c = 18c$ గా సూక్ష్మీకరించవచ్చు.

? $c = 50$ అయితే పెన్సిళ్ల అమ్మకం ద్వారా వచ్చిన మొత్తం సొమ్మును కనుగొనండి.

? ఎరేజర్లు అమ్మడం ద్వారా సంపాదించిన మొత్తం డబ్బు కోసం సమాసాన్ని రాయండి. సమాసాన్ని సూక్ష్మీకరించండి.

ఈ మూడు రోజుల్లో పెన్సిళ్లు మరియు ఎరేజర్లు అమ్మడం ద్వారా సంపాదించిన మొత్తం డబ్బు కొరకు సమాసం $18c + 11d$.

? $18c + 11d$ సమాసాన్ని ఇంకా సూక్ష్మీకరించగలమా?

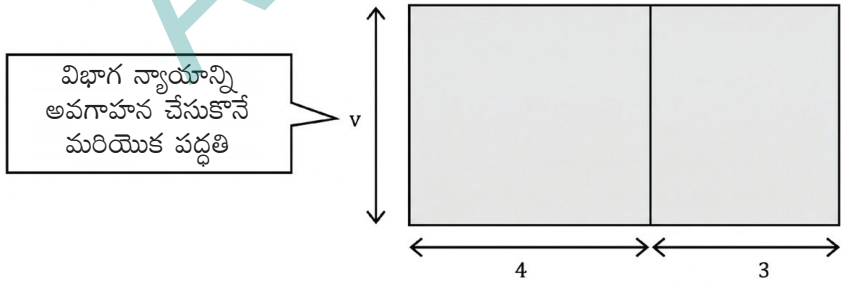
ఈ సమాసంలో వేర్వేరు అక్షర-సంఖ్యలు ఉన్నందున దీనిని ఇంకా సూక్ష్మీకరించడానికి అవకాశం లేదు. ఇది దాని **సంక్షిప్త రూపంలో** ఉంది.

ఈ సమస్యలో, $5c + 3c + 10c$ అనే సమాసం $18c$ అనే సమాసంగా సూక్ష్మీకరించబడటం మనం చూసాం.

? 'c' ని వేర్వేరు సంఖ్యలతో భర్తీ చేసినప్పుడు రెండు సమాసాలు ఒకే విలువను తీసుకుంటాయమో పరిశీలించండి.

? **ఉదాహరణ 6:** పటంలో చూపిన విధంగా ఒక పెద్ద దీర్ఘచతురస్రం రెండు చిన్న దీర్ఘచతురస్రాలుగా విభజించబడింది. పెద్ద దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనే సమాసాన్ని రాయండి.

(బాక్స్): విభాగ న్యాయాన్ని చూడడానికి మరొక మార్గం.



చిన్న దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాలు 4v చదరపు యూనిట్లు మరియు 3v చదరపు యూనిట్లు.

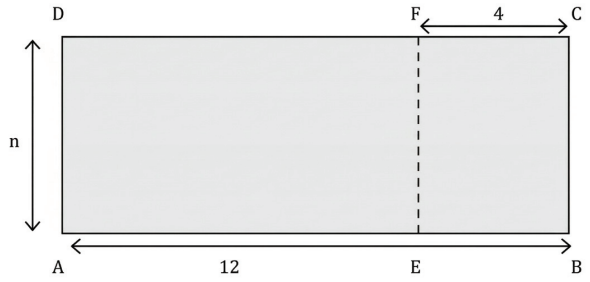
పెద్ద దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యాన్ని రెండు విధాలుగా కనుగొనవచ్చు : (i) నేరుగా దాని భుజం పొడవులు 'v' మరియు (4 + 3) ఉపయోగించి, లేదా (ii) చిన్న దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాలను కలపడం ద్వారా.

మొదటి విధానంలో వైశాల్యం 7v అడును. మరియు రెండవ విధానం $4v + 3v$ అగును. అవి సమానమని మనకు తెలుసు: $4v + 3v = 7v$ మరియు ఇది పెద్ద దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం కోసం అవసరమైన సమాసం.

AP SCERT

As earlier, a big rectangle is split into two smaller rectangles as shown below. Write an expression to find the area of the rectangle AEFD.

Even in this case, the area of rectangle AEFD can be found in two ways: (i) by directly using the side lengths n and (12 – 4), or (ii) subtracting the area of the rectangle EBCF from that of ABCD.



The first method gives us 8n, and the second method gives us 12n – 4n, and they are equal, since 12n – 4n = 8n. This is the expression for the area of the rectangle AEFD.

Sets of terms such as (5c, c, 10c), (12n, – 4n) that involve the same letter-numbers are called **like terms**. Sets of terms such as {18c, 11d} are called **unlike terms** as they have different letter-numbers.

As we have seen, like terms can be added together and simplified into a single term.

Example 7: A shop rents out chairs and tables for a day's use. To rent them, one has to first pay the following amount per piece.

Item	Amount
Chair	₹40
Table	₹75

When the furniture is returned, the shopkeeper pays back some amount as follows.

Item	Amount returned
Chair	₹6
Table	₹10

Write an expression for the total number of rupees paid if x chairs and y tables are rented.

For x chairs and y tables, let us find the total amount paid at the beginning and the amount one gets back after returning the furniture.

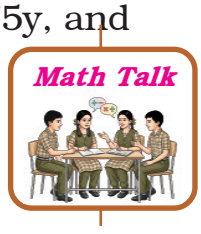
Describe the procedure to get these amounts.

The total amount in rupees paid at the beginning is 40x + 75y, and the total amount returned is 6x + 10y.

So, the total amount paid = (40x + 75y) – (6x + 10y).

Can we simplify this expression? If yes, how?

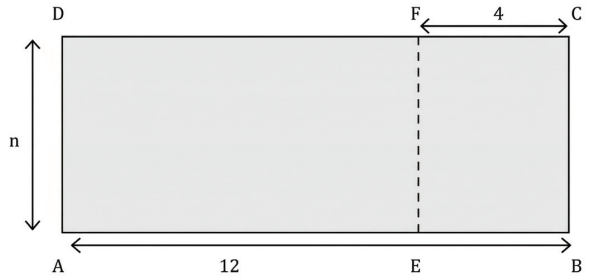
If not, why not?



AP SCERT

ఇంతకు ముందు లాగే, క్రింద చూపిన విధంగా ఒక పెద్ద దీర్ఘచతురస్రం రెండు చిన్న దీర్ఘచతురస్రాలుగా విభజించబడింది. AEFD దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యాన్ని కనుగొనడానికి ఒక సమాసాన్ని రాయండి.

ఈ సందర్భంలో కూడా, AEFD దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యాన్ని రెండు విధాలుగా కనుగొనవచ్చు: (i) నేరుగా దాని భుజం పొడవులు 'n' మరియు (12 – 4) ఉపయోగించి, లేదా (ii) ABCD దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం నుండి EBCF దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యాన్ని తీసివేయడం ద్వారా.



మొదటి పద్ధతిలో మనకు 8n ని వస్తుంది. మరియు రెండవ పద్ధతిలో మనకు 12n – 4n అగును. అవి రెండూ సమానమే, ఎందుకంటే 12n – 4n = 8n. ఇది AEFD దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం యొక్క సమాసం.

ఒకే రకమైన అక్షర-సంఖ్యలను కలిగి ఉన్న (5c, c, 10c), (12n, – 4n) వంటి పదాల సమూహాలను సజాతి పదాలు అని పిలుస్తారు. వేర్వేరు అక్షర-సంఖ్యలను కలిగి ఉన్న {18c, 11d} వంటి పదాల సమూహాలను విజాతి పదాలు అని పిలుస్తారు.

మనం ఇప్పటికే చూసినట్లుగా, సజాతి పదాలను ఒకదానితో ఒకటి కలపవచ్చు మరియు ఒకే పదంగా సూక్ష్మీకరించవచ్చు.

వస్తువు	మొత్తం
కుర్చీ	₹40
బల్ల	₹75

వస్తువు	తిరిగి ఇచ్చే మొత్తం
కుర్చీ	₹6
బల్ల	₹10

ఉదాహరణ 7 : ఒక దుకాణం కుర్చీలు మరియు బల్లలను ఒక రోజు వినియోగం కోసం అద్దెకు ఇస్తుంది. వాటిని అద్దెకు తీసుకోవడానికి, మొదట ఒక్కొక్కదానికి ఈ క్రింది మొత్తాన్ని చెల్లించాలి.

ఫర్నిచర్ (సామాగ్రి) తిరిగి ఇచ్చినప్పుడు, దుకాణదారుడు ఈ క్రింది విధంగా కొంత మొత్తాన్ని తిరిగి వెనుకకు చెల్లిస్తాడు. x కుర్చీలు మరియు y బల్లలు అద్దెకు తీసుకుంటే చెల్లించిన మొత్తం రూపాయల కోసం ఒక సమాసాన్ని రాయండి.

x కుర్చీలు మరియు y బల్లల కోసం, ప్రారంభంలో చెల్లించిన మొత్తం మరియు ఫర్నిచర్ తిరిగి ఇచ్చిన తర్వాత తిరిగి పొందే మొత్తాన్ని కనుగొందాం.

ఈ మొత్తాలను పొందే విధానాన్ని వివరించండి.

ప్రారంభంలో చెల్లించిన మొత్తం సొమ్ము రూపాయలలో 40x + 75y, మరియు తిరిగి వచ్చిన మొత్తం సొమ్ము 6x + 10y.

కాబట్టి, చెల్లించిన మొత్తం సొమ్ము = (40x + 75y) – (6x + 10y).

మనం ఈ సమాసాన్ని సూక్ష్మీకరించగలమా? అవును అయితే, ఎలా? కాకపోతే, ఎందుకు కాదు?

AP SCERT

Recalling how we open brackets in an arithmetic expression, we get

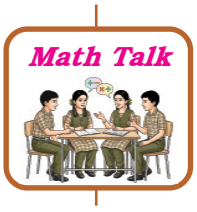
$$(40x + 75y) - (6x + 10y) = (40x + 75y) - 6x - 10y$$

Since the terms can be added in any order, the remaining bracket can be opened and the expression becomes $40x + 75y + (-6x) + (-10y)$

We can group the like terms together, This results in

$$40x + (-6x) + 75y + (-10y)$$
$$= (40 - 6)x + (75 - 10)y$$
$$= 34x + 65y.$$

The expression $(40x + 75y) - (6x + 10y)$ is simplified to $34x + 65y$, which is the total amount paid in rupees.



? Could we have written the initial expression as $(40x + 75y) + (-6x - 10y)$?

? **Example 8 :** Charu has been through three rounds of a quiz. Her scores in the three rounds are $7p - 3q$, $8p - 4q$, and $6p - 2q$. Here, p represents the score for a correct answer and q represents the penalty for an incorrect answer.

? What do each of the expressions mean?

If the score for a correct answer is 4 ($p = 4$) and the penalty for a wrong answer is 1 ($q = 1$), find Charu's score in the first round.

Charu's score is $7 \times 4 - 3 \times 1$. We can evaluate this expression by writing it as a sum of terms.

$7 \times 4 - 3 \times 1 = 7 \times 4 + (-3) \times 1 = 28 + (-3) = 25$

What are her scores in the second and third rounds?

What if there is no penalty? What will be the value of q in that situation?

What is her final score after the three rounds?

Her final score will be the sum of the three scores: $(7p - 3q) + (8p - 4q) + (6p - 2q)$.

Since the terms can be added in any order, we can remove the brackets and write

$7p + -3q + 8p + -4q + 6p + -2q$

$= 7p + 8p + 6p + (-3q) + (-4q) + (-2q)$ (by swapping and grouping)

$= (7 + 8 + 6)p + [-(3 + 4 + 2)q]$

$= 21p + (-9q)$

$= 21p - 9q.$

Charu's total score after three rounds is $21p - 9q$. Her friend Krishita's score after three rounds is $23p - 7q$.

AP SCERT

అంకగణిత సమాసంలో బ్రాకెట్‌లను మనం ఎలా తొలగిస్తామో గుర్తుచేసుకుంటే, మనకు ఈ క్రింది విధంగా వస్తుంది:

$$(40x + 75y) - (6x + 10y) = (40x + 75y) - 6x - 10y$$

పదాలను ఏ క్రమంలోనైనా కలపవచ్చు కాబట్టి, మిగిలిన బ్రాకెట్‌ను తొలగిస్తే, సమాసం ఇలా మారుతుంది:

$$40x + 75y + (-6x) + (-10y)$$

మనం సజాతి పదాలను ఒక దగ్గరకు చేర్చవచ్చు. అప్పుడు

$$40x + (-6x) + 75y + (-10y)$$

$= (40 - 6)x + (75 - 10)y$ ఫలితాన్నిస్తుంది.

$(40x + 75y) - (6x + 10y)$ అనే సమాసం $= 34x + 65y$. గా సూక్ష్మీకరించబడింది, ఇది రూపాయలలో చెల్లించిన మొత్తం సొమ్ము.

? మనం ప్రారంభ సమాసాన్ని $(40x + 75y) + (-6x - 10y)$ గా వ్రాసి ఉండవచ్చా?

? **ఉదాహరణ 8 :** చారు ఒక క్విజ్‌లో మూడు రౌండ్లలో పాల్గొంది. మూడు రౌండ్లలో ఆమె $7p - 3q$, $8p - 4q$ మరియు $6p - 2q$. ఇక్కడ, p అనేది సరైన సమాధానానికి వచ్చే స్కోరును మరియు q అనేది తప్పు సమాధానానికి పడే పెనాల్టీని సూచిస్తుంది.

? ప్రతి సమాసం యొక్క అర్థం ఏమిటి?

సరైన సమాధానానికి స్కోరు 4 ($p = 4$) మరియు తప్పు సమాధానానికి పెనాల్టీ 1 ($q = 1$) అయితే, మొదటి రౌండ్‌లో చారు స్కోరును కనుగొనండి.

చారు స్కోరు $7 \times 4 - 3 \times 1$. మనం ఈ సమాసాన్ని పదాల మొత్తంగా వ్రాయడం ద్వారా లెక్కించవచ్చు.

$$7 \times 4 - 3 \times 1 = 7 \times 4 + (-3) \times 1 = 28 + (-3) = 25$$

రెండవ మరియు మూడవ రౌండ్లలో ఆమె స్కోర్లు ఎంత ?

పెనాల్టీ లేకపోతే ఏమి జరుగుతుంది? ఆ సందర్భంలో విలువ ఎంత ఉంటుంది?

మూడు రౌండ్ల తర్వాత ఆమె తుది స్కోరు ఎంత?

ఆమె తుది స్కోరు మూడు స్కోర్ల మొత్తం అవుతుంది:

$$(7p - 3q) + (8p - 4q) + (6p - 2q).$$

పదాలను ఏ క్రమంలోనైనా కలపవచ్చు కాబట్టి, మనం బ్రాకెట్‌లను తొలగించి ఇలా రాయవచ్చు:

$7p + (-3q) + 8p + (-4q) + 6p + (-2q)$

$= 7p + 8p + 6p + (-3q) + (-4q) + (-2q)$ (మార్పిడి మరియు సమూహపరచడం ద్వారా)

$= (7 + 8 + 6)p + [-(3 + 4 + 2)q]$

$= 21p + (-9q)$

$= 21p - 9q.$

మూడు రౌండ్ల తర్వాత చారు మొత్తం స్కోరు $21p - 9q$. మూడు రౌండ్ల తర్వాత ఆమె స్నేహితురాలు కృషిత స్కోరు $23p - 7q$.

AP SCERT

Give some possible scores for Krishita in the three rounds so that they add up to give 23p – 7q.

Can we say who scored more? Can you explain why?

How much more has Krishita scored than Charu? This can be found by finding the difference between the two scores.

$23p - 7q - (21p - 9q)$

Simplify this expression further.

Example 9: Simplify the expression $4(x + y) - y$

Using the distributive property, this expression can be simplifiedto

$$4(x + y) - y = 4x + 4y - y$$
$$= 4x + 4y + (-y)$$
$$= 4x + (4 - 1)y$$
$$= 4x + 3y.$$

Example 10: Are the expressions 5u and 5 + u equal to each other?

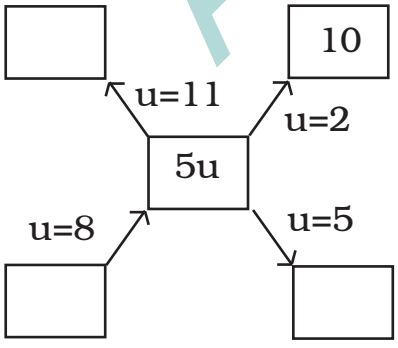
The expression 5u means 5 times the number u,

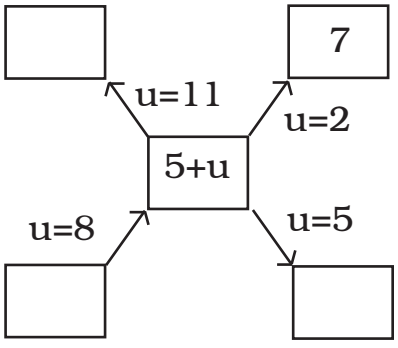
and the expression 5 + u means 5 more than the number u.

These two being different operations, they should give different values for most values of u.

Let us check this.

Fill the blanks below by replacing the letter-numbers by numbers; an example is shown. Then compare the values that 5u and 5 + u take.





If the expressions 5u and 5 + u are equal, then they should take the same values for any given value of u. But we can see that they do not. So, these two expressions are not equal.

AP SCERT

? కృషితకు మూడు రౌండ్ల మొత్తం స్కోరు $23p - 7q$ అయ్యేలా కొన్ని స్కోర్‌లను ఇవ్వండి.

? ఎవరు ఎక్కువ స్కోర్ చేశారో మనం చెప్పగలమా? ఎందుకో వివరించగలరా?

చారు కంటే కృషిత ఎంత ఎక్కువ స్కోర్ చేసింది? రెండు స్కోర్‌ల మధ్య తేడాను కనుగొనడం ద్వారా దీనిని తెలుసుకోవచ్చు.

$$23p - 7q - (21p - 9q)$$

? ఈ సమాసాన్ని మరింత సూక్ష్మీకరించండి.

? **ఉదాహరణ 9 :** $4(x + y) - y$ అనే సమాసాన్ని సూక్ష్మీకరించండి.

విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి, ఈ సమాసాన్ని ఇలా సూక్ష్మీకరించవచ్చు:

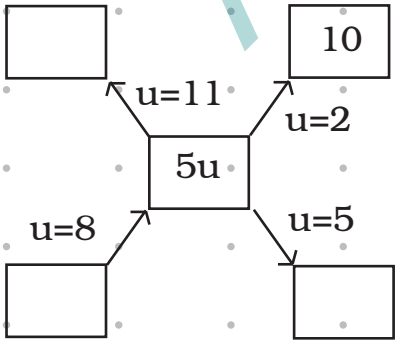
$$4(x + y) - y = 4x + 4y - y$$
$$= 4x + 4y + (-y)$$
$$= 4x + (4 - 1)y$$
$$= 4x + 3y.$$

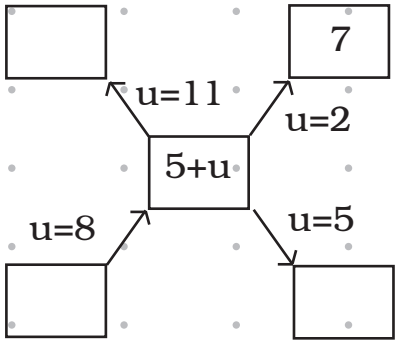
? **ఉదాహరణ 10 :** $5u$ మరియు $5 + u$ సమాసాలు ఒకదానికొకటి సమానమా?

$5u$ సమాసం అర్థం u అనే సంఖ్యకు 5 రెట్లు మరియు $5 + u$ సమాసం అర్థం u అనే సంఖ్య కంటే 5 ఎక్కువ. ఈ రెండూ వేర్వేరు ప్రక్రియలు కాబట్టి, u యొక్క ఇచ్చిన విలువలకు అవి వేర్వేరు విలువలను ఇస్తాయి.

దీనిని పరిశీలిద్దాం.

? అక్షర-సంఖ్యలను సంఖ్యలతో భర్తీ చేయడం ద్వారా క్రింది ఖాళీలను పూరించండి; ఒక ఉదాహరణ చూపబడింది. ఆపై $5u$ మరియు $5 + u$ విలువలను పోల్చండి.



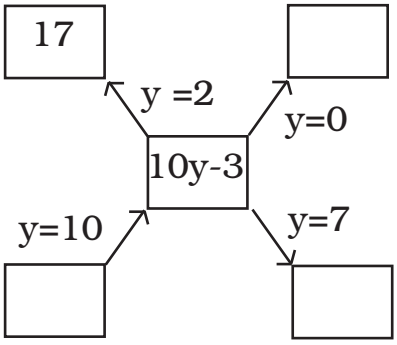


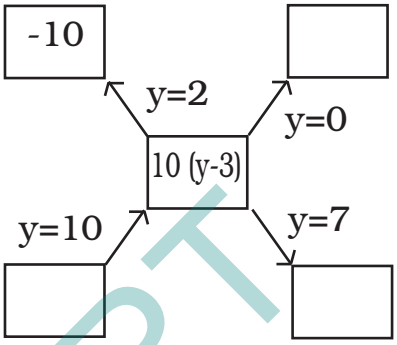
$5u$ మరియు $5 + u$ సమాసాలు సమానంగా ఉంటే, u యొక్క ఏ విలువకైనా అవి ఒకే విలువలను కలిగి ఉంటాయి. కానీ అవి అలా కలిగి ఉండ లేదని మనం గమనించవచ్చు. కాబట్టి, ఈ రెండు సమాసాలు సమానం కాదు.

AP SCERT

Are the expressions 10y – 3 and 10(y – 3) equal?

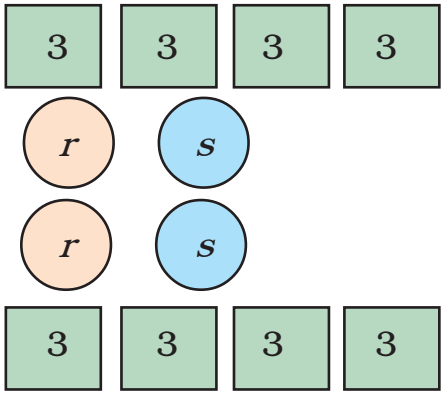
10y – 3, short for 10 × y – 3, means 3 less than 10 times y,
10(y – 3), short for 10 × (y – 3), means 10 times (3 less than y).
Let us compare the values that these expressions take for different values of y.





After filling in the two diagrams, do you think the two expressions are equal?

Example 11: What is the sum of the numbers in the picture (unknown values are denoted by letter-numbers)?



There are many ways to go about it. Here, we show some of them.

1. Adding row wise gives:
   $(4 \times 3) + (r + s) + (r + s) + (4 \times 3)$
2. Adding like terms together gives:
   $(8 \times 3) + (r + r) + (s + s)$
3. Adding the upper half and doubling gives:
   $2 \times (4 \times 3 + r + s)$

The three expressions might seem different. We can simplify each one and see that they all are the same: 2r + 2s + 24.

Figure it Out - 4.2

1. Add the numbers in each picture below. Write their corresponding expressions and simplify them. Try adding the numbers in each picture in a couple different ways and see that you get the same thing.

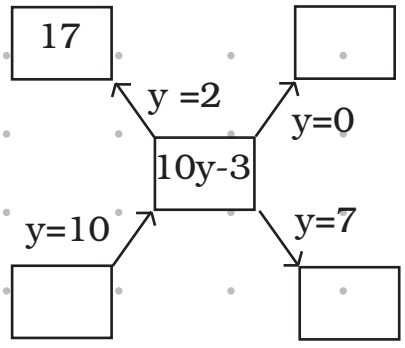
AP SCERT

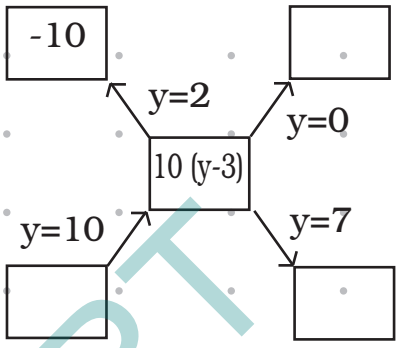
$10y - 3$ మరియు $10(y - 3)$ సమాసాలు సమానమా?

$10y - 3$ అంటే $10 \times y - 3$ కి సంక్షిప్త రూపం, దీని అర్థం y కి 10 రెట్ల కంటే 3 తక్కువ.

$10(y - 3)$ అనగా $10 \times (y - 3)$ కి సంక్షిప్త రూపం, దీని అర్థం (y కంటే 3 తక్కువ) కు 10 రెట్లు.

y యొక్క వేర్వేరు విలువలకు ఈ సమాసాలు యొక్క విలువలను పోల్చి చూద్దాం.





? ఈ రెండు పటాలను పూరించిన తర్వాత, ఆ రెండు సమాసాలు సమానమని మీరు అనుకుంటున్నారా?

? **ఉదాహరణ 11:** ప్రక్క పటము లోని సంఖ్యల మొత్తం ఎంత (తెలియని విలువలు అక్షర-సంఖ్యల ద్వారా సూచించబడ్డాయి)?

దీనిని చేయడానికి అనేక మార్గాలు ఉన్నాయి. ఇక్కడ, మనం వాటిలో కొన్నింటిని చూద్దాం.

1. అడ్డు వరుసల పద్ధతిలో కలపడం:

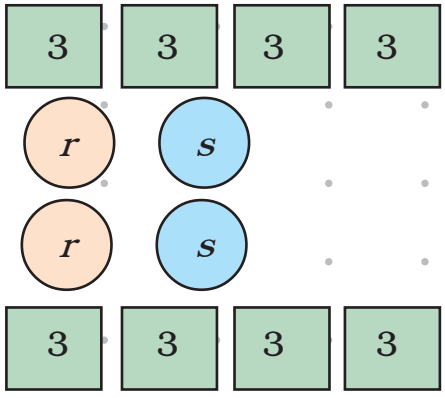
   $(4 \times 3) + (r + s) + (r + s) + (4 \times 3)$

2. సజాతి పదాలను ఒకచోట చేర్చి కలపడం :

   $(8 \times 3) + (r + r) + (s + s)$

3. పటంపై సగభాగాన్ని కలిపి రెట్టింపు చేయడం:

   $2 \times (4 \times 3 + r + s)$



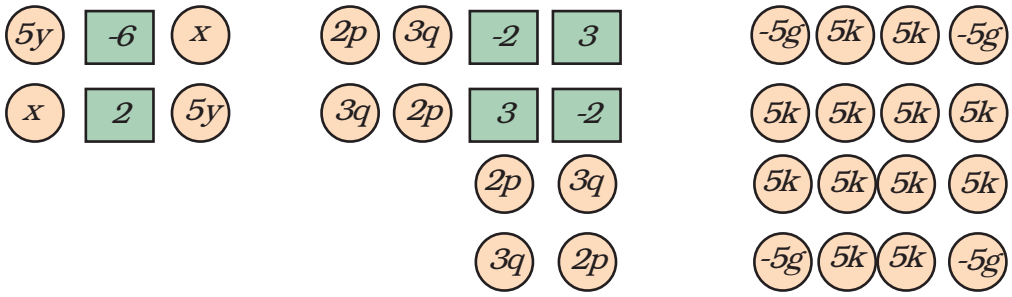
ఈ మూడు సమాసాలు వేరువేరుగా అనిపించవచ్చు. మనం ప్రతి దానిని సూక్ష్మీకరించి. పరిశీలిస్తే, అవన్నీ ఒకటే అని గమనించవచ్చు.

$2r + 2s + 24.$

ఆలోచించండి-చేయండి - 4.2

1. క్రింద ఉన్న ప్రతి పటంలోని సంఖ్యలను కలపండి. వాటికి సంబంధించిన సమాసాలను రాసి వాటిని సూక్ష్మీకరించండి. ప్రతి చిత్రంలోని సంఖ్యలను రెండు వేర్వేరు పద్ధతుల్లో కలపడానికి ప్రయత్నించండి. మీరు ఒకే ఫలితం పొందడం గమనించవచ్చు. మీరు అదే విషయాన్ని (ఫలితాన్ని) పొందుతున్నారని గమనించండి.

AP SCERT



2. Simplify each of the following expressions:
   (a) p + p + p + p, p + p + p + q, p + q + p – q,
   (b) p – q + p – q, p + q – p + q,
   (c) p + q – (p + q), p – q – p – q
   (d) 2d – d – d – d, 2d – d – d – c,
   (e) 2d – d – (d – c), 2d – (d – d) – c,
   (f) 2d – d – c – c

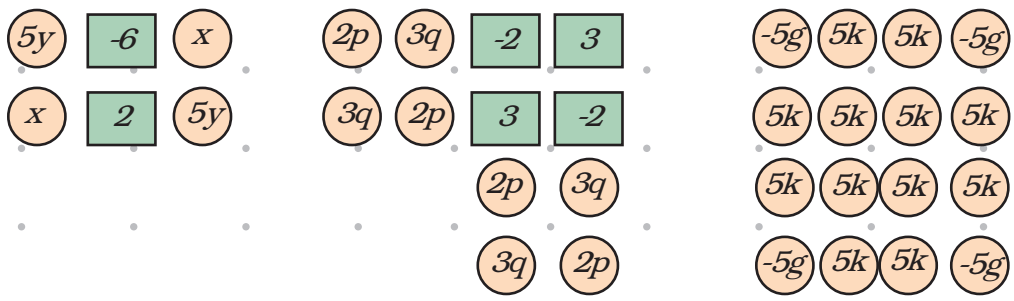
Mind the Mistake, Mend the Mistake

Some simplifications of algebraic expressions are done below. The expression on the right-hand side should be in its simplest form.

- Observe each of them and see if there is a mistake.
- If you think there is a mistake, try to explain what might have gone wrong.
- Then, simplify it correctly.

Expression	Simplest Form	Correct Simplest Form
1. 3a + 2b	5	
2. 3b – 2b – b	0	
3. 6 (p + 2)	6p + 8	
4. (4x + 3y) – (3x + 4y)	x + y	
5. 5 – (2 – 6z)	3 – 6z	
6. 2 + (x + 3)	2x – 6	
7. 2y + (3y – 6)	– y + 6	
8. 7p – p + 5q – 2q	7p + 3q	
9. 5 (2w + 3x + 4w)	10w + 15x + 20w	
10. 3j + 6k + 9h + 12	3 (j + 2k + 3h + 4)	
11. 4 (2r + 3s + 5)	– 20 – 8r – 12s	

AP SCERT



2. ఈ క్రింది సమాసాలలో ప్రతిదానిని సూక్ష్మీకరించండి:

(ఎ) $p + p + p + p$, $p + p + p + q$, $p + q + p - q$,

(బి) $p - q + p - q$, $p + q - p + q$,

(సి) $p + q - (p + q)$, $p - q - p - q$

(డి) $2d - d - d - d$, $2d - d - d - c$,

(ఇ) $2d - d - (d - c)$, $2d - (d - d) - c$,

(ఎఫ్) $2d - d - c - c$

తప్పును గమనించండి, తప్పును సరిదిద్దండి.

బీజీయ సమాసాల కొన్ని సూక్ష్మీకరణలు క్రింద చేయబడినవి. కుడి వైపున ఉన్న సమాసం దాని సరళమైన రూపంలో ఉండాలి.

1. వాటిలో ప్రతిదానిని గమనించి ఏదైనా తప్పు ఉందేమో గమనించండి.
2. తప్పు ఉందని మీరు అనుకుంటే, ఏమి తప్పు జరిగిందో వివరించడానికి ప్రయత్నించండి.
3. తరువాత దానిని సరిగ్గా సూక్ష్మీకరించండి.

సమాసం	సూక్ష్మ రూపం	సరైన సూక్ష్మ రూపం
1. $3a + 2b$	5	
2. $3b - 2b - b$	0	
3. $6 (p + 2)$	$6p + 8$	
4. $(4x + 3y) - (3x + 4y)$	$x + y$	
5. $5 - (2 - 6z)$	$3 - 6z$	
6. $2 + (x + 3)$	$2x - 6$	
7. $2y + (3y - 6)$	$- y + 6$	
8. $7p - p + 5q - 2q$	$7p + 3q$	
9. $5 (2w + 3x + 4w)$	$10w + 15x + 20w$	
10. $3j + 6k + 9h + 12$	$3 (j + 2k + 3h + 4)$	
11. $4 (2r + 3s + 5)$	$- 20 - 8r - 12s$	

AP SCERT

? Take a look at all the corrected simplest forms (i.e. brackets are removed, like terms are added, and terms with only numbers are also added). Is there any relation between the number of terms and the number of letter-numbers these expressions have?

4.5 Pick Patterns and Reveal Relationships

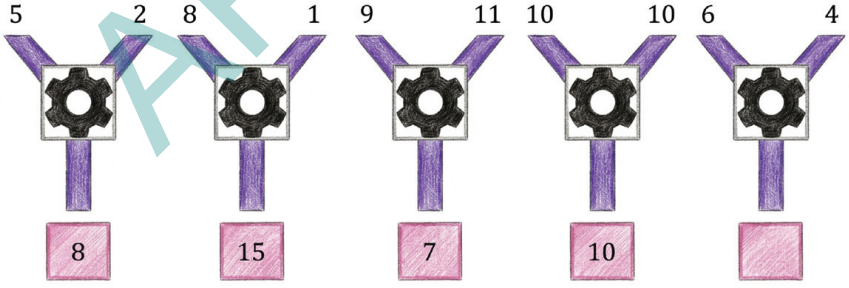
In the first section we got a glimpse of algebraic expressions and how to use them to describe simple patterns and relationships in a concise and elegant manner. Here, we continue to look for general relationships between quantities in different scenarios, find patterns and, interestingly, even explain why these patterns occur.

Remember the importance of describing in simple language, or visualising mathematical relationships, before trying to write them as expressions.

Formula Detective

Look at the picture given. In each case, the number machine takes in the 2 numbers at the top of the 'Y' as inputs, performs some operations and produces the result at the bottom. The machine performs the same operations on its inputs in each case.

? Find out the formula of this number machine.



The formula for the number machine above is "two times the first number minus the second number". When written as an algebraic expression, the formula is 2a – b. The expression for the first set of inputs is 2 × 5 – 2 = 8. Check that the formula holds true for each set of inputs.

AP SCERT

? సరిదిద్దబడిన అన్ని సూక్ష్మ రూపాలను (అంటే బ్రాకెట్లు తొలగించబడ్డాయి, సజాతి పదాలు కలపబడ్డాయి, మరియు కేవలం సంఖ్యలు ఉన్న పదాలు కూడా కలపబడ్డాయి) ఒకసారి చూడండి. ఈ సమాసాలలో ఉన్న పదాల సంఖ్యకు మరియు అక్షర-సంఖ్యల సంఖ్యకు మధ్య ఏదైనా సంబంధం ఉందా?

4.5 నమూనాలను ఎంచుకోవడం మరియు సంబంధాలను వెలికి తీయడం

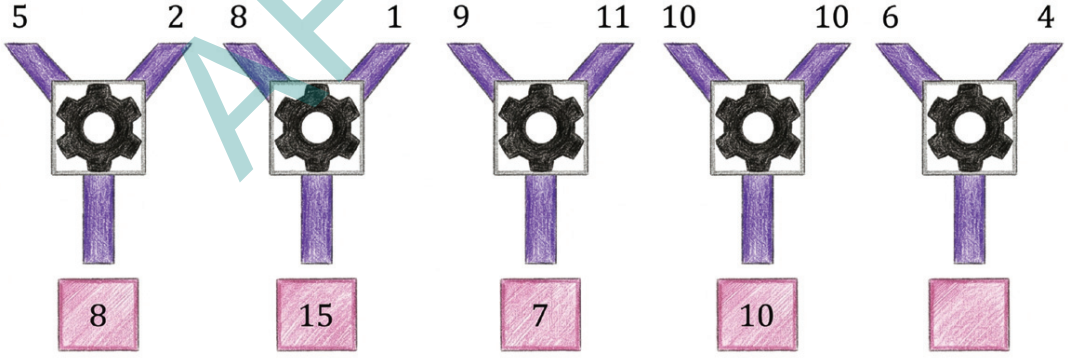
మొదటి విభాగంలో మనం బీజీయ సమాసాల గురించి మరియు వాటిని సరళమైన నమూనాలను వివరించడానికి వాటిని ఎలా ఉపయోగించాలో సంక్షిప్త మరియు చక్కని పద్ధతిలో ఒక సంగ్రహావలోకనం పొందాము. ఇప్పుడు మనం వివిధ సందర్భాల్లో రాశుల మధ్య సాధారణ సంబంధాలను పరిశీలించడం, నమూనాలను కనుగొనడం మరియు ఆసక్తికరంగా, ఈ నమూనాలు ఎందుకు ఏర్పడతాయో వివరించడం కూడా కొనసాగిస్తాము.

గణిత సంబంధాలను సమాసాలుగా వ్రాయడానికి ప్రయత్నించే ముందు, వాటిని సాధారణ భాషలో వివరించడం లేదా దృశ్యీకరణ చేసుకోవడం (visualising) యొక్క ప్రాముఖ్యతను గుర్తుంచుకోండి.

సూత్రం కనుగొనుట

ఇచ్చిన పటాన్ని చూడండి. ప్రతి సందర్భంలో సంఖ్యా యంత్రం 'Y' పైభాగంలో ఉన్న 2 సంఖ్యలను ఉత్పాదకాలుగా (inputs) తీసుకుంటుంది, కొన్ని ప్రక్రియలను నిర్వహించి ఫలితాన్ని దిగువన ఇస్తుంది. యంత్రం ప్రతి సందర్భంలోనూ అది తీసుకున్న సంఖ్యలపై ఒకే రకమైన ప్రక్రియలను చేస్తుంది.

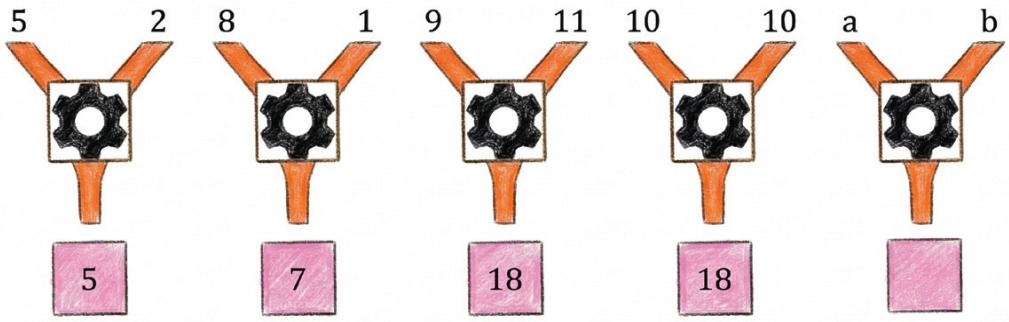
? ఈ సంఖ్యా యంత్రం యొక్క సూత్రాన్ని కనుగొనండి.



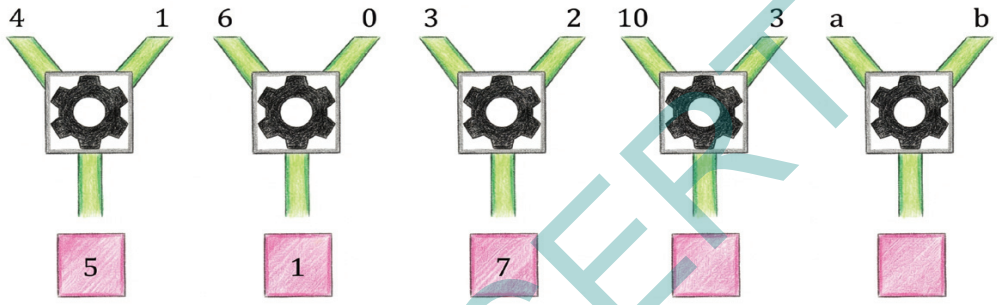
పై సంఖ్యా యంత్రం యొక్క సూత్రం "మొదటి సంఖ్యకు రెండు రెట్లు నుండి రెండవ సంఖ్య తీసివేయుట". బీజీయ సమాసంగా రాసినప్పుడు, సూత్రం $2a - b$. మొదటి సమూహంతో గల సంఖ్యల కోసం సమాసం $2 \times 5 - 2 = 8$. ఇవ్వబడిన సంఖ్యల యొక్క ప్రతీ సమూహానికి సూత్రంను సరిచూడండి.

AP SCERT

Find the formulas of the number machines below and write the expression for each set of inputs.



expression: expression: expression: expression: expression:



expression: expression: expression: expression: expression:

Now, make a formula on your own. Write a few number machines as examples using that formula. Challenge your classmates to figure it out!

Note to the Teacher: Not just solving problems but creating new questions is also very much a part of learning and doing mathematics!

Algebraic Expressions to Describe Patterns

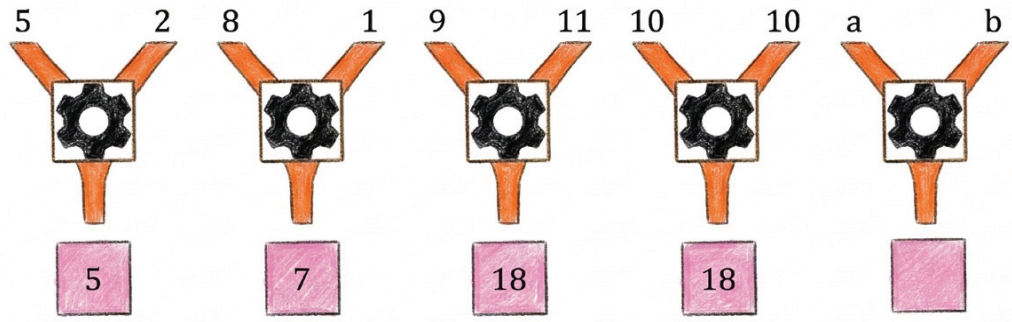
Example 12 : Dhatri noticed a repeating pattern along the border of a saree.

A B C D E F

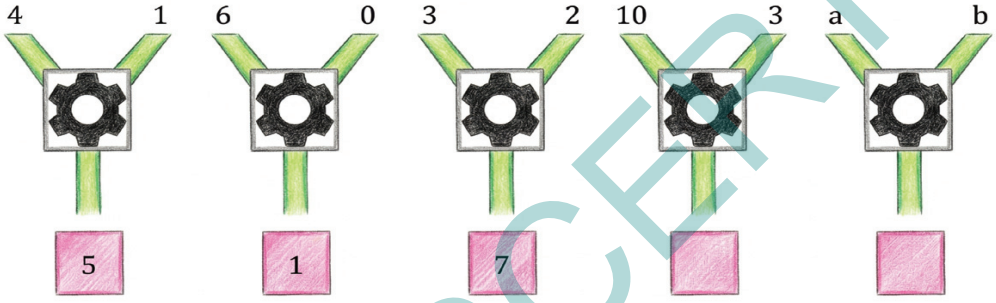
Dhatri wonders if there is a way to describe all the positions where the (i) Design A occurs, (ii) Design B occurs, and (iii) Design C occurs.

AP SCERT

క్రింద ఉన్న సంఖ్యా యంత్రాలకు సూత్రాలను కనుగొనండి మరియు ప్రతి సమూహంలో తీసుకోబడిన సంఖ్యల కోసం సమాసాన్ని రాయండి.



సమాసం : సమాసం : సమాసం : సమాసం : సమాసం :



సమాసం : సమాసం : సమాసం : సమాసం : సమాసం :

ఇప్పుడు, మీరు స్వంతంగా ఒక సూత్రాన్ని తయారు చేయండి. ఆ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి కొన్ని సంఖ్యా యంత్రాలను ఉదాహరణలుగా రాయండి. దీన్ని కనుగొనమని మీ సహవిద్యార్థులకు సవాలు విసరండి!

ఉపాధ్యాయులకు గమనిక: కేవలం సమస్యలను పరిష్కరించడమే కాదు, కొత్త ప్రశ్నలను సృష్టించడం కూడా గణితాన్ని నేర్చుకోవడంలో మరియు చేయడంలో చాలా ముఖ్యమైన భాగం!

నమూనాలను వివరించడానికి బీజీయ సమాసాలు

ఉదాహరణ 12 : ధాత్రి చీర అంచు (border) వెంబడి పునరావృతమయ్యే నమూనాను గమనించాడు.

A B C D E F

(i) ఆకృతి A, (ii) ఆకృతి B, మరియు (iii) ఆకృతి C లు ఏ విధంగా వాటి స్థానాల్లో పునరావృతం అయ్యాయో తెలుసుకోవడానికి ఏదైనా మార్గం ఉందేమో అని ధాత్రి ఆలోచించింది.

AP SCERT

Let us start with design C. It appears for the first time at position 3, the second time at position 6.

? Where would design C appear for the nth time?

We can see that this design appears in positions that are multiples of 3. So the nth occurrence of Design C will be at position 3n.

? Similarly, find the formula that gives the position where the other Designs appear for the nth time.

The positions where B occurs are 2, 5, 8, 11, 14, and so on.

We can see that the position of the nth appearance of Design B is one less than the position at which Design C appears for the nth time. Thus, the nth occurrence of Design B is at position:

$$3n - 1$$

Similarly, the expression describing the position at which the design A appears for the nth time is: $3n - 2$.

? Given a position number can we find out the design that appears there? Which Design appears at Position 122?

If the position is a multiple of 3, then clearly we have Design C. As seen earlier, if the position is one less than a multiple of 3, it has Design B, and if it is 2 less than a multiple of 3, then it has Design A.

? Can the remainder obtained by dividing the position number by 3 be used for this? Observe the table below.

Position no.	Quotient on division by 3	Remainder
99	33	0
122	40	2
148	49	1

? Use this to find what design appears at positions 99, 122, and 148.

Patterns in a Calendar

Here is the calendar of November 2024. Consider 2 × 2 squares, as marked in the calendar. The numbers in this square show an interesting property.

AP SCERT

ఆకృతి C తో మనం ప్రారంభిద్దాం. ఇది మొదటిసారి 3వ స్థానంలో, రెండవసారి 6వ స్థానంలో కనిపించింది.

? ఆకృతి C n-వ సారి ఎక్కడ కనిపిస్తుంది?

ఈ ఆకృతి 3 యొక్క గుణిజాలుగా ఉన్న స్థానాల్లో కనిపిస్తుందని మనం చూడవచ్చు. కాబట్టి ఆకృతి C n-వ సారి 3n స్థానంలో ఉంటుంది.

? అదేవిధంగా, ఇతర ఆకృతులు n-వ సారి కనిపించే స్థానాన్ని తెలిపే సూత్రాన్ని కనుగొనండి.

B వచ్చే స్థానాలు 2, 5, 8, 11, 14, మరియు మొదలైనవి.

ఆకృతి B యొక్క n-వ ప్రదర్శన స్థానం, n-వ సారి ఆకృతి C కనిపించే స్థానం కంటే ఒకటి తక్కువగా ఉందని మనం చూడవచ్చు. అందువల్ల, ఆకృతి B యొక్క n-వ ప్రదర్శన స్థానం:

$$3n - 1$$

అదేవిధంగా, n-వ సారి ఆకృతి A కనిపించే స్థానాన్ని వివరించే సమాసం: $3n - 2$.

? స్థాన సంఖ్య ఇచ్చినట్లయితే, అక్కడ కనిపించే ఆకృతిని మనం కనుగొనగలమా? స్థానం 122 వద్ద ఏ ఆకృతి కనిపిస్తుంది?

స్థానం 3 యొక్క గుణిజం అయితే, అక్కడ మనకు ఖచ్చితంగా ఆకృతి C ఉంటుంది. ముందు చూసినట్లుగా, 3 యొక్క గుణిజం కంటే ఒకటి తక్కువగా స్థానం ఉంటే, అది ఆకృతి B ని కలిగి ఉంటుంది, మరియు 3 యొక్క గుణిజం కంటే 2 తక్కువగా ఉంటే, అప్పుడు అది ఆకృతి A ని కలిగి ఉంటుంది.

? స్థాన సంఖ్యను 3తో భాగించడం ద్వారా పొందిన శేషాన్ని దీని కోసం ఉపయోగించవచ్చా? క్రింది పట్టికను గమనించండి.

స్థాన సంఖ్య	3తో భాగించినప్పుడు వచ్చే భాగఫలం	శేషం
99	33	0
122	40	2
148	49	1

? స్థానాలు 99, 122, మరియు 148 వద్ద ఏ ఆకృతి కనిపిస్తుందో కనుగొనడానికి దీన్ని ఉపయోగించండి.

క్యాలెండర్‌లోని నమూనాలు

ఇక్కడ నవంబర్ 2024 క్యాలెండర్ ఉంది. క్యాలెండర్‌లో గుర్తించినట్లుగా, 2 × 2 చతురస్రాలను పరిగణించండి. ఈ చతురస్రంలోని సంఖ్యలు ఆసక్తికరమైన ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.

AP SCERT

November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

12	13
19	20

Let us take the marked 2 × 2 square, and consider the numbers lying on the diagonals; 12 and 20; 13 and 19. Find their sums; 12 + 20, 13 + 19. What do you observe?

They are equal.

Let us extend the numbers in the calendar beyond 30, creating endless rows.

November 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43	44
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

? Will the diagonal sums be equal in every 2 × 2 square in this endless grid? How can we be sure?

To be sure of this we cannot check with all 2 × 2 squares as there are an unlimited number of them.

Let us consider a 2 × 2 square. Its top left number can be any number.

Let us call it 'a'.

? Given that we know the top left number, how do we find the other numbers in this 2 × 2 square?

As we have been doing, first let us describe the other numbers in words.

a	?
?	?

APSCERT

నవంబర్ 2024

సోమ	మంగళ	బుధ	గురు	శుక్ర	శని	ఆది
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

12	13
19	20

గుర్తించబడిన 2 × 2 చతురస్రాన్ని తీసుకుందాం, మరియు కర్ణాలపై ఉన్న సంఖ్యలను పరిగణించండి; 12 మరియు 20; 13 మరియు 19. వాటి మొత్తాలను కనుగొనండి; 12 + 20, 13 + 19. మీరు ఏమి గమనించారు?

అవి సమానం.

క్యాలెండర్‌లోని సంఖ్యలను 30 దాటి విస్తరిద్దాం.

నవంబర్ 2024

సోమ	మంగళ	బుధ	గురు	శుక్ర	శని	ఆది
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43	44
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

? ఈ అనంతమైన గ్రిడ్‌లో ప్రతి 2 × 2 చతురస్రంలో కర్ణ మొత్తాలు సమానంగా ఉంటాయా? మనం కచ్చితంగా ఎలా చెప్పగలం?

దీనిని నిర్ధారించుకోవడానికి మనం అన్ని 2 × 2 చతురస్రాలను సరిచూడలేము. ఎందుకంటే అవి అపరిమిత సంఖ్యలో ఉన్నాయి.

మనం ఒక 2 × 2 చతురస్రాన్ని పరిగణలోకి తీసుకుందాం. దాని పై వరుసలో ఎడమ సంఖ్య ఏదైనా సంఖ్య కావచ్చు. మనం దానిని 'a' అని పిలుద్దాం.

a	?
?	?

? మనకు పై వరుస ఎడమ సంఖ్య తెలుసు కాబట్టి, ఈ 2 × 2 చతురస్రంలోని ఇతర సంఖ్యలను మనం ఎలా కనుగొంటాము?

మనం ఇంతకుముందు చేసిన విధంగానే, ముందుగా ఇతర సంఖ్యలను మాటల్లో వివరిద్దాం.

AP SCERT

- the number to the right of 'a' will be 1 more than it.
- the number below 'a' will be 7 more than it.
- the number diagonal to 'a' will be 8 more than it. So the other numbers in the 2 × 2 square can be represented as shown in the grid. Let us find the diagonal sums; a + (a + 8), and (a + 1) + (a + 7). Let us simplify them.

a	a + 1
a+7	a + 8

Since the terms can be added in any order, the brackets can be opened.

a + (a + 8) = a + a + 8 = 2a + 8

(a + 1) + (a + 7) = a + 1 + a + 7 = a + a + 1 + 7 = 2a + 8

We see that both diagonal sums are equal to 2a + 8 (8 more than 2 times a).

? Verify this expression for diagonal sums by considering any 2 × 2 square and taking its top left number to be 'a'.

Thus, we have shown that diagonal sums are equal for any value of a, i.e., for any 2 × 2 square!

This problem is an example that shows the power of algebraic modelling in verifying whether a pattern will always hold.

Consider a set of numbers from the calendar (having endless rows) forming under the following shape:

	8	
14	15	16
	22	

? Find the sum of all the numbers. Compare it with the number in the centre: 15. Repeat this for another set of numbers that forms this shape. What do you observe?

We see that the total sum is always 5 times the number in the centre.

? Will this always happen? How do you show this?

[**Hint:** Consider a general set of numbers that forms this shape.

Take the number at the centre to be 'a'. Express the other numbers in terms of 'a'.]

Find other shapes for which the sum of the numbers within the figure is always a multiple of one of the numbers.

APSCERT

a	a + 1
a+7	a + 8

- 'a' కి కుడి వైపున ఉన్న సంఖ్య దాని కంటే 1 ఎక్కువ ఉంటుంది.
- 'a' కి కింద ఉన్న సంఖ్య దాని కంటే 7 ఎక్కువ ఉంటుంది.
- 'a' కి కర్ణంగా ఉన్న సంఖ్య దాని కంటే 8 ఎక్కువ ఉంటుంది.

కాబట్టి 2 × 2 చతురస్రంలోని ఇతర సంఖ్యలను గ్రిడ్‌లో చూపినట్లుగా సూచించవచ్చు.

మనం కర్ణం వెంబడి మొత్తాలను కనుగొందాం; a + (a + 8), మరియు (a + 1) + (a + 7).

వాటిని సూక్ష్మీకరిద్దాం. పదాలను ఏ క్రమంలోనైనా కలపవచ్చు కాబట్టి, బ్రాకెట్‌లను తొలగించవచ్చు.

$$a + (a + 8) = a + a + 8 = 2a + 8$$

$$(a + 1) + (a + 7) = a + 1 + a + 7 = a + a + 1 + 7 = 2a + 8$$

కర్ణం వెంబడి రెండు 2a + 8 (a కి రెండు రెట్లకు 8 ఎక్కువ)కి సమానమని గమనించవచ్చు.

? ఏదైనా 2 × 2 చతురస్రాన్ని పరిగణలోకి తీసుకుని మరియు దాని పై వరుస ఎడమ సంఖ్యను 'a' గా తీసుకోవడం ద్వారా కర్ణం వెంబడి మొత్తాలు తెలుసుకొనుటకు ఈ సమాసాన్ని సరిచూడండి.

కావున, 'a' యొక్క ఏ విలువకైనా, అంటే ఏదైనా 2 × 2 చతురస్రానికి కర్ణం వెంబడి మొత్తాలు సమానంగా ఉంటాయని మనం తెలుసుకున్నాం.

ఈ సమస్య ఒక నమూనా సత్యమో కాదో అని సరిచూడడంలో బీజీయ నమూనా ఏ రకంగా తోడ్పడుతుందో చూపు ఒక చక్కని ఉదాహరణ.

ఈ క్రింది ఆకారంలో క్యాలెండర్ (అనంతమైన అడ్డు వరుసలు కలిగిన) నుండి తీసుకోబడిన సంఖ్యల సమూహాన్ని పరిగణించండి:

	8	
14	15	16
	22	

? అన్ని సంఖ్యల మొత్తాన్ని కనుగొనండి. మధ్యలో ఉన్న సంఖ్యతో దీన్ని పోల్చండి: 15. ఈ ఆకారాన్ని ఏర్పరచే మరొక సంఖ్యల సమూహంతో దీన్ని మరలా చేయండి. మీరు ఏమి గమనించారు?

ఆ మొత్తం ఎల్లప్పుడూ మధ్యలో ఉన్న సంఖ్యకు 5 రెట్లు ఉంటుందని మనం చూడవచ్చు.

? ఇది ఎప్పుడూ జరుగుతుందా? మీరు దీన్ని ఎలా నిరూపిస్తారు? (గణిత చర్చ)

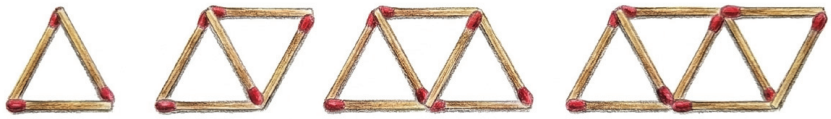
(సూచన: ఈ ఆకారాన్ని ఏర్పరచే సాధారణ సంఖ్యల సమూహాన్ని పరిగణించండి. మధ్యలో ఉన్న సంఖ్యను 'a' గా తీసుకోండి. ఇతర సంఖ్యలను 'a' పరంగా వ్యక్తపరచండి.)

పటంలోని సంఖ్యల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ ఆ సంఖ్యలలో ఒకదానికి గుణిజంగా ఉండే ఇతర ఆకారాలను కనుగొనండి.

AP SCERT

Matchstick Patterns

Look at the picture below. It is a pattern using matchsticks. Can you identify what the pattern is?



We can see that Step 1 has 1 triangle, Step 2 has 2 triangles, Step 3 has 3 triangles, and so on.

Can you tell how many matchsticks there will be in the next step, Step 5? It is 11. You can also draw this and see.

How many matchsticks will there be in Step 33, Step 84, and Step 108? Of course, we can draw and count, but is there a quicker way to find the answers using the pattern present here?

What is the general rule to find the number of matchsticks in the next step? We can see that at each step 2 matchsticks are placed to get the next one, i.e., the number of matchsticks increases by 2 every time.

Step Number	1	2	3	4	5	6
No. of Matchsticks	3	5	7	9	11	13

Think of a way to use this to find out the number of matchsticks in Step 33 (without continuing to write the numbers).

As each time 2 matchsticks are being added, finding out how many 2s will be added in Step 33 will help. Look at the table below and try to find out.

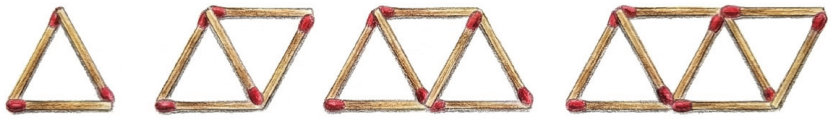
Step Number	1	2	3	4	5	6
No. of Matchsticks	3	5	7	9	11	13
		3 + 2	3 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2 + 2	

The number of matchsticks needed to make 33 triangles (Step 33) is _____. Similarly, find the number of matchsticks needed for Step 84 and Step 108.

AP SCERT

అగ్గిపుల్లల నమూనాలు

కింద ఉన్న పటాన్ని చూడండి. ఇది అగ్గిపుల్లలను ఉపయోగించిన ఒక నమూనా. ఆ నమూనా ఏమిటో మీరు గుర్తించగలరా?



1 2 3 4

సోపానం 1 లో 1 త్రిభుజం, సోపానం 2 లో 2 త్రిభుజాలు, సోపానం 3 లో 3 త్రిభుజాలు ఉన్నాయి. ఇంకా ఇలా కొనసాగుతుందని మనం చూడవచ్చు.

తదుపరి సోపానం అనగా సోపానం 5 లో ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు ఉంటాయో మీరు చెప్పగలరా? అది 11 మనం దీనిని గీచి కూడా చూడవచ్చు.

? సోపానం 33, సోపానం 84 మరియు సోపానం 108 లలో ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు ఉంటాయి? నిస్సందేహంగా, మనం గీచి లెక్కించవచ్చు, కానీ ఇక్కడ ఉన్న నమూనాను ఉపయోగించి సమాధానాలను కనుగొనడానికి ఏదైనా వేగవంతమైన మార్గం ఉందా?

తదుపరి సోపానంలో అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను కనుగొనడానికి సాధారణ నియమం ఏమిటి? ప్రతి సోపానంలో తదుపరి దానిని పొందడానికి 2 అగ్గిపుల్లలు ఉంచబడ్డాయని మనం చూడవచ్చు, అంటే, ప్రతిసారీ అగ్గిపుల్లల సంఖ్య 2 పెరుగుతుంది.

సోపానం సంఖ్య	1	2	3	4	5	6
అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	3	5	7	9	11	13

సోపానం 33 లోని అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను కనుగొనడానికి దీనిని ఉపయోగించుటను గూర్చి ఆలోచించండి. (సంఖ్యలను రాయడం కొనసాగించకుండా చేయాలి)

ప్రతిసారీ 2 అగ్గిపుల్లలు జోడించబడుతున్నాయి కాబట్టి, సోపానం 33 లో ఎన్ని 2లు జోడించబడతాయో తెలుసుకోవడానికి సహాయపడుతుంది. క్రింది పట్టికను చూసి దీనిని కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

సోపానం సంఖ్య	1	2	3	4	5	6
అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	3	5	7	9	11	13
		3 + 2	3 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2 + 2	

33 త్రిభుజాలను (సోపానం 33) తయారు చేయడానికి అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య..... .అదేవిధంగా, సోపానం 84 మరియు సోపానం 108 కి అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను కనుగొనండి.

AP SCERT

What could be an expression describing the rule/formula to find out the number of matchsticks at any step?

The pattern is such that in Step 10, nine 2' s and an added 3 ($3 + 2 \times 9$) gives the number of matchsticks; in Step 11, ten 2s and an added 3 ($3 + 2 \times 10$) gives the number of matchsticks. For step y, what is the expression?

It is: one less than y (i.e. $y - 1$) 2' s and a 3.

Therefore, the expression is

$$3 + 2 \times (y - 1).$$

This expression gives the number of matchsticks in Step y. Now we can find the number of matchsticks at any step quickly.

You might have already noticed that there is a 2 in the first step also, $3 = 1 + 2$. Using this, the expression we get is

$$2y + 1.$$

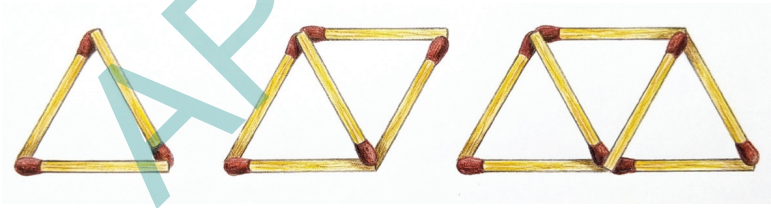
? Does the above expression also give the number of matchsticks at each step correctly? Are these expressions the same?

We can check by simplifying the expression $3 + 2 \times (y - 1)$.

$$3 + 2 \times (y - 1) = 3 + 2y - 2$$
$$= 2y + 1.$$

Both expressions are the same.

There is a different way to count, or see the pattern. Let us take a look at the picture again.



Matchsticks are placed in two orientations — (a) horizontal ones at the top and bottom, and (b) the ones placed diagonally in the middle.

For example, in step 2 there are 2 matchsticks placed horizontally and 3 matchsticks placed diagonally.

? What are these numbers in Step 3 and Step 4?

? How does the number of matchsticks change in each orientation as the steps increase? Write an expression for the number of matchsticks at Step 'y' in each orientation. Do the two expressions add up to $2y + 1$?

AP SCERT

ఏ సోపానంలోనైనా అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను కనుగొనడానికి నియమం/సూత్రాన్ని వివరించే సమాసం ఏమై ఉంటుంది?

నమూనా ఎలా ఉందంటే, సోపానం 10 లో, తొమ్మిది 2లు మరియు ఒక 3 కలిపితే $(3 + 2 \times 9)$ అగ్గిపుల్లల సంఖ్య వస్తుంది; సోపానం 11 లో, పది 2లు మరియు ఒక 3 కలిపితే $(3 + 2 \times 10)$ అగ్గిపుల్లల సంఖ్య వస్తుంది. సోపానం y కి, సమాసం ఏమిటి?

ఇది : y కంటే ఒకటి తక్కువ (అంటే $y - 1$) సంఖ్యలో 2లు మరియు ఒక 3.

అందువల్ల, సమాసం:

$$3 + 2 \times (y - 1).$$

ఈ సమాసం సోపానం y లోని అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను ఇస్తుంది. ఇప్పుడు మనం ఏ సోపానంలోనైనా అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను త్వరగా కనుగొనవచ్చు.

మొదటి సోపానంలో కూడా ఒక 2 ఉందని మీరు ఇప్పటికే గమనించి ఉండవచ్చు, అనగా $3 = 1 + 2$. దీనిని ఉపయోగిస్తే, మనకు వచ్చే సమాసం:

$$2y + 1.$$

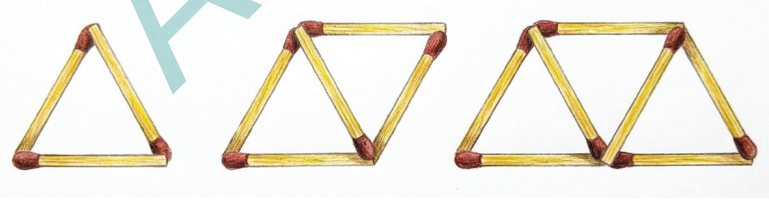
? పై సమాసం ప్రతి సోపానంలో అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను సరిగ్గా ఇస్తుందా? ఈ సమాసాలు అన్నీ ఒకటేనా?

$3 + 2 \times (y - 1)$ సమాసాన్ని సూక్ష్మీకరించడం ద్వారా పరిశీలించవచ్చు.

$$3 + 2 \times (y - 1) = 3 + 2y - 2$$
$$= 2y + 1.$$

రెండు సమాసాలు ఒకటే.

లెక్కించడానికి లేదా నమూనాను చూడటానికి వేరే పద్ధతి కూడా ఉంది. మళ్ళీ ఈ పదాన్ని ఒకసారి పరిశీలించండి.



అగ్గిపుల్లలు రెండు దిశలలో (orientations) ఉంచబడ్డాయి – (a) ఎగువ మరియు దిగువన అడ్డంగా ఉన్నవి, మరియు (b) మధ్యలో వికర్ణంగా ఉంచబడినవి. ఉదాహరణకు, సోపానం 2 లో అడ్డంగా ఉంచిన 2 అగ్గిపుల్లలు మరియు కర్ణంగా ఉంచిన 3 అగ్గిపుల్లలు ఉన్నాయి.

? సోపానం 3 మరియు సోపానం 4 లో ఈ సంఖ్యలు ఎలా ఉన్నాయి?

? సోపానాలు పెరిగేకొద్దీ ప్రతి దశలో అగ్గిపుల్లల సంఖ్య ఎలా పెరుగుతుంది. ప్రతి దశలో సోపానం 'y' వద్ద అగ్గిపుల్లల సంఖ్య కోసం ఒక సమాసాన్ని రాయండి. రెండు సమాసాలు కలిపితే $2y + 1$ వస్తుందా?

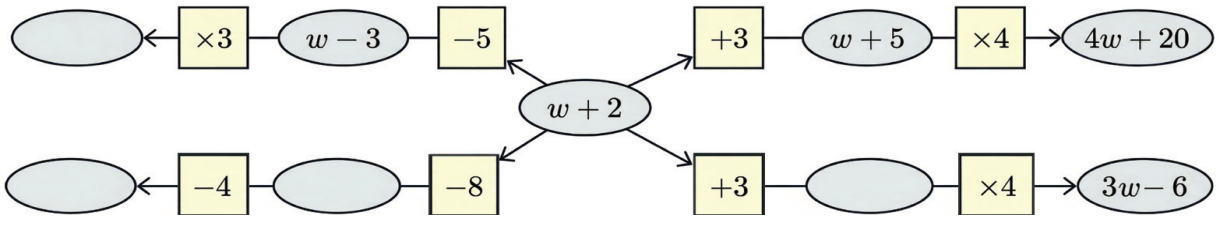
AP SCERT

Figure it Out - 4.3

For the problems asking you to find suitable expression(s), first try to understand the relationship between the different quantities in the situation described. If required, assume some values for the unknowns and try to find the relationship.

1. One plate of Jowar roti costs ?30 and one plate of Pulao costs ?20. If x plates of Jowar roti and y plates of pulao were ordered in a day, which expression(s) describe the total amount in rupees earned that day?
   (a) 30x + 20y (b) (30 + 20) × (x + y)
   (c) 20x + 30y (d) (30 + 20) × x + y
   (e) 30x – 20y
2. Pushpita sells two types of flowers on Independence day: champak and marigold. 'p' customers only bought champak, 'q' customers only bought marigold, and 'r' customers bought both. On the same day, she gave away a tiny national flag to every customer. How many flags did she give away that day?
   (a) p + q + r (b) p + q + 2r
   (c) 2 × (p + q + r) (d) p + q + r + 2
   (e) p + q + r + 1 (f) 2 × (p + q)
3. A snail is trying to climb along the wall of a deep well. During the day it climbs up 'u' cm and during the night it slowly slips down 'd' cm. This happens for 10 days and 10 nights.
   (a) Write an expression describing how far away the snail is from its starting position.
   (b) What can we say about the snail's movement if d > u?
4. Radha is preparing for a cycling race and practices daily. The first week she cycles 5 km every day. Every week she increases the daily distance cycled by 'z' km. How many kilometers would Radha have cycled after 3 weeks?

   Try This
5. In the following figure, observe how the expression w + 2 becomes 4w + 20 along one path. Fill in the missing blanks on the remaining paths. The ovals contain expressions and the boxes contain operations.



AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 4.3

ఇవ్వబడిన సందర్భాలలో రాశుల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకుని వాటికి సరియైన సమాసాన్ని రాబట్టండి. అవసరమైతే, తెలియని వాటికి కొన్ని విలువలను తీసుకొని ఆ సంబంధాన్ని కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

1. ఒక ప్లేట్ జొన్న రొట్టె ధర ₹ 30 మరియు ఒక ప్లేట్ పులావ్ ధర ₹ 20. ఒక రోజులో x ప్లేట్ల జొన్న రొట్టెలు మరియు y ప్లేట్ల పులావ్ ఆర్డర్ చేస్తే, ఆ రోజు సంపాదించిన మొత్తం సొమ్మును (రూపాయలలో) ఏ సమాసం(లు) వివరిస్తుంది?

   (ఎ) $30x + 20y$ (బి) $(30 + 20) \times (x + y)$

   (సి) $20x + 30y$ (డి) $(30 + 20) \times x + y$

   (ఇ) $30x - 20y$

2. స్వాతంత్ర్య దినోత్సవం నాడు పుష్పిత రెండు రకాల పూలు విక్రయిస్తుంది. సంపెంగ మరియు బంతి పూలు. 'p' వినియోగదారులు కేవలం సంపెంగను మాత్రమే కొన్నారు, 'q' వినియోగదారులు కేవలం బంతి పూలను మాత్రమే కొన్నారు, మరియు 'r' వినియోగదారులు రెండింటినీ కొన్నారు. అదే రోజున, ఆమె ప్రతి కస్టమర్‌కు ఒక చిన్న జాతీయ జెండాను ఇచ్చింది. ఆ రోజు ఆమె ఎన్ని జెండాలను ఇచ్చింది?

   (ఎ) $p + q + r$ (బి) $p + q + 2r$

   (సి) $2 \times (p + q + r)$ (డి) $p + q + r + 2$

   (ఇ) $p + q + r + 1$ (ఎఫ్) $2 \times (p + q)$

3. ఒక నత్త లోతైన బావిలో గోడ వెంబడి పైకి ఎక్కడానికి ప్రయత్నిస్తోంది. పగటిపూట అది 'u' సెం.మీ పైకి ఎక్కుతుంది మరియు రాత్రిపూట అది నెమ్మదిగా 'd' సెం.మీ కిందకు జారిపోతుంది. ఇది 10 పగళ్లు మరియు 10 రాత్రులు జరిగింది.

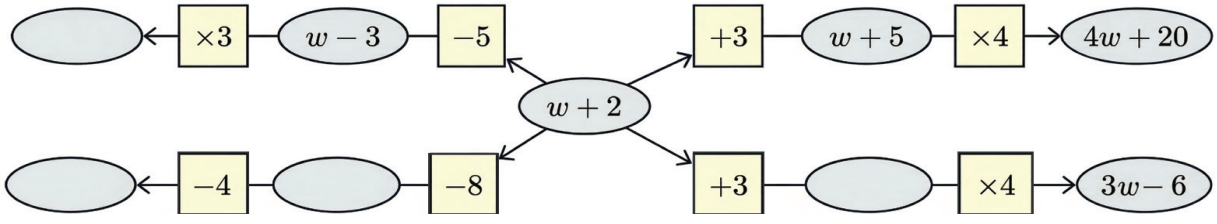
   (అ) నత్త తన ప్రారంభ స్థానం నుండి ఎంత దూరంలో ఉందో వివరించే సమాసాన్ని రాయండి.

   (ఆ) ఒకవేళ $d > u$ అయితే నత్త కదలిక గురించి మనం ఏమి చెప్పగలం?

ప్రయత్నించండి

4. రాధ సైక్లింగ్ రేస్ కోసం సిద్ధమవుతోంది మరియు రోజూ సాధన చేస్తుంది. మొదటి వారంలో ఆమె ప్రతిరోజూ 5 కి.మీ సైకిల్ తొక్కుతుంది. ప్రతి వారం ఆమె రోజువారీ సైకిల్ తొక్కే దూరాన్ని 'z' కి.మీ పెంచుతుంది. 3 వారాల తర్వాత రాధ ఎన్ని కిలోమీటర్లు సైకిల్ తొక్కి ఉంటుంది?

5. కింది పటంలో, ఒక మార్గం వెంబడి $w + 2$ అనే సమాసం $4w + 20$ గా ఎలా మారుతుందో గమనించండి. మిగిలిన మార్గాల్లోని ఖాళీలను పూరించండి. అండాకారాలు సమాసాలను కలిగి ఉంటాయి మరియు పెట్టెలు సూక్ష్మలను కలిగి ఉంటాయి.



AP SCERT

6. A local train from Yahapur to Vahapur stops at three stations at equal distances along the way. The time taken in minutes to travel from one station to the next station is the same and is denoted by t.The train stops for 2 minutes at each of the three stations.
   (a) If t = 4, what is the time taken to travel from Yahapur to Vahapur?
   (b) What is the algebraic expression for the time taken to travel from Yahapur to Vahapur? [Hint: Draw a rough diagram to visualise the situation]
7. Simplify the following expressions:
   (a) $3a + 9b - 6 + 8a - 4b - 7a + 16$
   (b) $3 (3a - 3b) - 8a - 4b - 16$
   (c) $2 (2x - 3) + 8x + 12$
   (d) $8x - (2x - 3) + 12$
   (e) $8h - (5 + 7h) + 9$
   (f) $23 + 4(6m - 3n) - 8n - 3m - 18$
8. Add the expressions given below:
   (a) $4d - 7c + 9$ and $8c - 11 + 9d$
   (b) $- 6f + 19 - 8s$ and $- 23 + 13f + 12s$
   (c) $8d - 14c + 9$ and $16c - (11 + 9d)$
   (d) $6f - 20 + 8s$ and $23 - 13f - 12s$
   (e) $13m - 12n$ and $12n - 13m$
   (f) $- 26m + 24n$ and $26m - 24n$
9. Subtract the expressions given below:
   (a) $9a - 6b + 14$ from $6a + 9b - 18$
   (b) $- 15x + 13 - 9y$ from $7y - 10 + 3x$
   (c) $17g + 9 - 7h$ from $11 - 10g + 3h$
   (d) $9a - 6b + 14$ from $6a - (9b + 18)$
   (e) $10x + 2 + 10y$ from $-3y + 8 - 3x$
   (f) $8g + 4h - 10$ from $7h - 8g + 20$
10. Describe situations corresponding to the following algebraic expressions:
   (a) $8x + 3y$
   (b) $15x - 2x$
11. Imagine a straight rope. If it is cut once as shown in the picture, we get 2 pieces. If the rope is folded once and then cut as shown, we get 3 pieces.

AP SCERT

6. యహాపుర నుండి వహాపురకు వెళ్లే ఒక లోకల్ రైలు మార్గమధ్యంలో సమాన దూరాల్లో మూడు స్టేషన్లలో ఆగుతుంది. ఒక స్టేషన్ నుండి తదుపరి స్టేషన్‌కు ప్రయాణించడానికి పట్టే సమయం (నిమిషాల్లో) సమానంగా ఉంటుంది మరియు దీనిని 't' తో సూచిస్తారు. రైలు మూడు స్టేషన్లలో ప్రతి చోట 2 నిమిషాలు ఆగుతుంది.
   (ఎ) t = 4 అయితే, యహాపుర నుండి వహాపురకు ప్రయాణించడానికి ఎంత సమయం పడుతుంది?
   (బి) యహాపుర నుండి వహాపురకు ప్రయాణించడానికి పట్టే సమయానికి బీజీయ సమాసం ఏమిటి?
   (సూచన: సందర్భాన్ని ఊహించుకోవడానికి ఒక చిత్తు పటాన్ని గీయండి.)

7. కింది సమాసాలను సూక్ష్మీకరించండి:
   (ఎ) $3a + 9b - 6 + 8a - 4b - 7a + 16$
   (బి) $3(3a - 3b) - 8a - 4b - 16$
   (సి) $2(2x - 3) + 8x + 12$
   (డి) $8x - (2x - 3) + 12$
   (ఇ) $8h - (5 + 7h) + 9$
   (ఎఫ్) $23 + 4(6m - 3n) - 8n - 3m - 18$

8. క్రింద ఇవ్వబడిన సమాసాలను కూడండి:
   (ఎ) $4d - 7c + 9$ మరియు $8c - 11 + 9d$
   (బి) $-6f + 19 - 8s$ మరియు $-23 + 13f + 12s$
   (సి) $8d - 14c + 9$ మరియు $16c - (11 + 9d)$
   (డి) $6f - 20 + 8s$ మరియు $23 - 13f - 12s$
   (ఇ) $13m - 12n$ మరియు $12n - 13m$
   (ఎఫ్) $-26m + 24n$ మరియు $26m - 24n$

9. క్రింద ఇవ్వబడిన సమాసాలను తీసివేయండి:
   (ఎ) $6a + 9b - 18$ నుండి $9a - 6b + 14$
   (బి) $7y - 10 + 3x$ నుండి $-15x + 13 - 9y$
   (సి) $11 - 10g + 3h$ నుండి $17g + 9 - 7h$
   (డి) $6a - (9b + 18)$ నుండి $9a - 6b + 14$
   (ఇ) $-3y + 8 - 3x$ నుండి $10x + 2 + 10y$
   (ఎఫ్) $7h - 8g + 20$ నుండి $8g + 4h - 10$

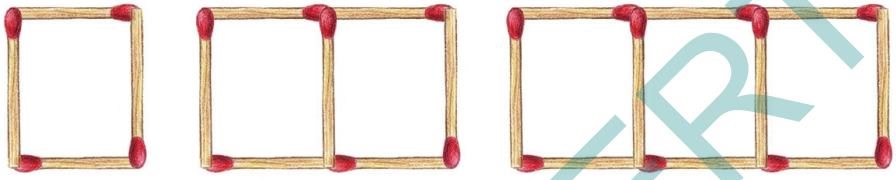
10. కింది బీజీయ సమాసాలకు సరిపోయే సందర్భాలను వివరించండి:
   (ఎ) $8x + 3y$
   (బి) $15x - 2x$

11. ఒక తిన్నగా ఉన్న తాడును ఊహించుకోండి. పటంలో చూపినట్లుగా దానిని ఒకసారి కత్తిరించినట్లయితే, మనకు 2 ముక్కలు వస్తాయి. తాడును ఒకసారి మడిచి, ఆపై చూపిన విధంగా కత్తిరించినట్లయితే, మనకు 3 ముక్కలు వస్తాయి.

AP SCERT

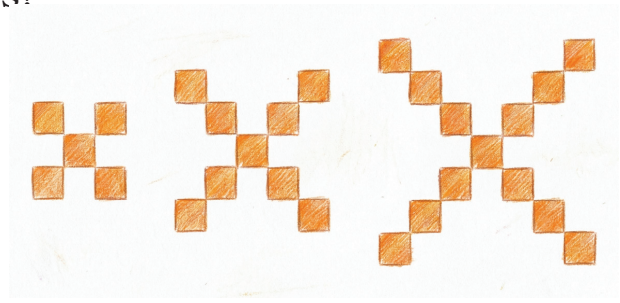
Observe the pattern and find the number of pieces if the rope is folded 10 times and cut. What is the expression for the number of pieces when the rope is folded r times and cut?

12. Look at the matchstick pattern below. Observe and identify the pattern. How many matchsticks are required to make 10 such squares. How many are required to make w squares?



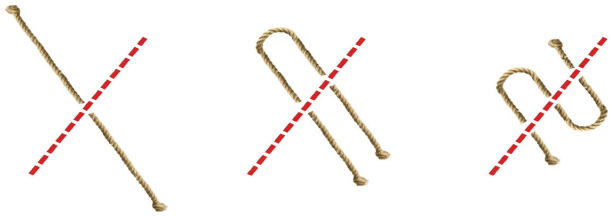
13. Have you noticed how the colours change in a traffic signal? The sequence of colour changes is shown below. Find the colour at positions 90, 190, and 343. Write expressions to describe the positions for each colour.

14. Observe the pattern below. How many squares will be there in Step 4, Step 10, Step 50? Write a general formula. How would the formula change if we want to count the number of vertices of all the squares?

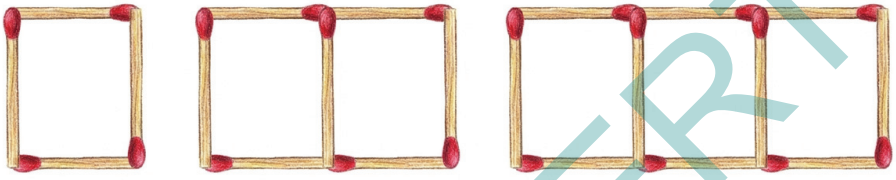


KP SCERT

నమూనాను పరిశీలించి తాడును 10 సార్లు మడిచి కత్తిరించినట్లయితే వచ్చే ముక్కల సంఖ్యను కనుగొనండి. తాడును 'r' సార్లు మడిచి కత్తిరించినప్పుడు వచ్చే ముక్కల సంఖ్యకు సమాసం ఏమిటి?

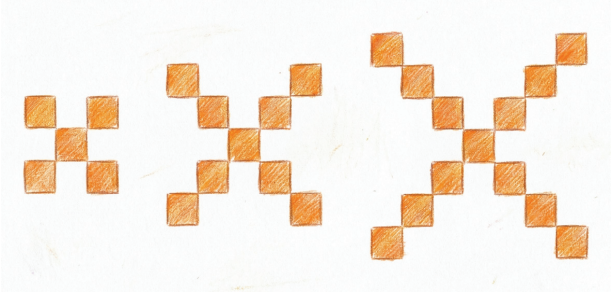


12. క్రింద ఉన్న అగ్గిపుల్లల నమూనాను చూడండి. పరిశీలించి, నమూనాను గుర్తించండి. అటువంటి 10 చతురస్రాలను చేయడానికి ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు అవసరం? 'w' చతురస్రాలను చేయడానికి ఎన్ని అవసరం?



13. ట్రాఫిక్ సిగ్నల్‌లో రంగులు ఎలా మారుతాయో మీరు గమనించారా? రంగు మార్పుల క్రమం క్రింద చూపబడింది. 90, 190 మరియు 343 వద్ద స్థానాల వచ్చే రంగును కనుగొనండి. ప్రతి రంగు యొక్క స్థానాన్ని వివరించడానికి సమాసాలను రాయండి.

14. క్రింద ఉన్న నమూనాను గమనించండి. సోపానం 4, సోపానం 10, సోపానం 50 లో ఎన్ని చతురస్రాలు ఉంటాయి? ఒక సాధారణ సూత్రాన్ని రాయండి. మనం అన్ని చతురస్రాల శీర్షాల సంఖ్యను లెక్కించాలనుకుంటే సూత్రం ఎలా మారుతుంది?



AP SCERT

15. Numbers are written in a particular sequence in this endless 4-column grid.

Column 1	Column 2	Column 3	Column 4
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
...	...	...	...

(a) Give expressions to generate all the numbers in a given column (1, 2, 3, 4).

(b) In which row and column will the following numbers appear:

(i) 124

(ii) 147

(iii) 201

(c) What number appears in row r and column c?

(d) Observe the positions of multiples of 3.

Do you see any pattern in it? List other patterns that you see.

AP SCERT

SUMMARY

- Algebraic expressions are used in formulas to model patterns and mathematical relationships between quantities, and to make predictions.
- Algebraic expressions use not only numbers but also letter-numbers. The rules for manipulating arithmetic expressions also apply to algebraic expressions. These rules can be used to reduce algebraic expressions to their simplest forms.
- Algebraic expressions can be described in ordinary language, and vice versa. Patterns or relationships that are easily written using algebra can often be long and complex in ordinary language. This is one of the advantages of algebra.

15. ఈ అంతంలేని 4-నిలువు వరుసల గ్రిడ్‌లో సంఖ్యలు ఒక నిర్దిష్ట క్రమంలో వ్రాయబడ్డాయి.

నిలువు వరుస1	నిలువు వరుస2	నిలువు వరుస3	నిలువు వరుస4
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
...	...	...	...

(ఎ) ఇచ్చిన నిలువు వరుస (1, 2, 3, 4) లోని అన్ని సంఖ్యలను రాయుటకు సమాసాలను ఇవ్వండి.

(బి) కింది సంఖ్యలు ఏ అడ్డు వరుస మరియు ఏ నిలువు వరుసలో కనిపిస్తాయి:

(i) 124

(ii) 147

(iii) 201

(సి) అడ్డు వరుస 'r' మరియు నిలువు వరుస 'c' లో ఏ సంఖ్య కనిపిస్తుంది?

(డి) 3 యొక్క గుణకాల స్థానాలను గమనించండి.

మీరు దానిలో ఏదైనా నమూనాను చూస్తున్నారా? మీరు చూసే ఇతర నమూనాలను జాబితా రాయండి.

సారాంశం

- రాశుల మధ్య నమూనాలు మరియు గణిత సంబంధాలను రూపొందించి వాటి ద్వారా అంచనాలను వేయడానికి సూత్రాలలో బీజీయ సమాసాలు ఉపయోగించబడతాయి.
- బీజీయ సమాసాలలో కేవలం సంఖ్యలనే కాకుండా అక్షర-సంఖ్యలను కూడా ఉపయోగిస్తారు. అంకగణిత సమాసాలను సాధించడానికి ఉపయోగించే నియమాలు బీజీయ సమాసాలకు కూడా వర్తిస్తాయి. ఈ నియమాలను బీజీయ సమాసాలను వాటి సరళమైన రూపాల్లోకి మార్చుటకు ఉపయోగించవచ్చు.
- బీజీయ సమాసాలను సాధారణ భాషలో వివరించవచ్చు మరియు (సాధారణ భాషను బీజీయ సమాసాలుగా) కూడా మార్చవచ్చు. బీజగణితాన్ని ఉపయోగించి సులభంగా రాయబడే నమూనాలు లేదా సంబంధాలు సాధారణ భాషలో తరచుగా సుదీర్ఘంగా మరియు సంక్లిష్టంగా ఉంటాయి. బీజగణితం యొక్క ప్రయోజనాల్లో ఇది ఒకటి.

AP SCERT

5 PARALLEL AND INTERSECTING LINES

S7S5D8

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Identify and describe parallel lines, intersecting lines, and perpendicular lines in diagrams and real-life situations.
- Recognize and classify different types of angles such as acute, right, obtuse, straight, and reflex angles.
- Observe and explain spatial relationships between lines and angles in geometric figures.
- Represent geometric ideas using diagrams and correct mathematical terminology.
- Identify and explain examples of lines and angles found in everyday life such as roads, bridges, windows, and buildings.
- Apply properties of intersecting lines and angles to solve mathematical problems.
  Use mathematical tools like ruler and protractor to draw and measure angles accurately.

AP SCERT

5.0 Introduction

Take a piece of square paper and fold it in different ways. Now, on the creases formed by the folds, draw lines using a pencil and a scale. You will notice different lines on the paper. Take any pair of lines and observe their relationship with each other. Do they meet? If they do not meet within the paper, do you think they would meet if they were extended beyond the paper?

5 సమాంతర మరియు ఖండన రేఖలు

H4N7G2

అభ్యసన ఫలితాలు:

అభ్యాసకులు

- సమాంతర రేఖలు, ఖండన రేఖలు మరియు లంబ రేఖలను చిత్రాలు మరియు వాస్తవ జీవిత సందర్భాలలో గుర్తించి వివరణ ఇస్తారు.
- అల్పకోణ, లంబకోణ, అధికకోణ, సరళ మరియు పరావర్తన కోణాలను గుర్తించి వర్గీకరిస్తారు.
- రేఖాగణిత ఆకృతుల్లో రేఖలు మరియు కోణాల మధ్య గల సంబంధాలను పరిశీలించి వివరణ ఇస్తారు.
- సరైన గణిత పదజాలంతో చిత్రాల ద్వారా రేఖాగణిత భావనలు తెలియచేస్తారు.
- రహదారులు, వంతెనలు, కిటికీలు, భవనాలు వంటి నిత్యజీవితంలో కనిపించే రేఖలు మరియు కోణాల ఉదాహరణలను గుర్తించి వివరణ ఇస్తారు.
- ఖండించే రేఖలు మరియు కోణాల లక్షణాలను ఉపయోగించి గణిత సమస్యలను పరిష్కరిస్తారు.
- రూలర్ మరియు ప్రోట్రాక్టర్ వంటి గణిత పరికరాలను ఉపయోగించి కోణాలను ఖచ్చితంగా గీయడం మరియు కొలవడం చేస్తారు.

AP SCERT

5.0 పరిచయం

ఒక చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకుని దానిని వివిధ విధాలుగా మడవండి. మడతల వల్ల ఏర్పడిన గీతలపై పెన్సిల్ మరియు స్కేలు సహాయంతో రేఖలు గీయండి. ఇప్పుడు ఆ కాగితంపై అనేక రేఖలు కనిపిస్తాయి. ఏ రెండు రేఖలను తీసుకుని వాటి మధ్య ఉన్న సంబంధాన్ని గమనించండి. ఆ రేఖలు ఒకదానితో ఒకటి కలుస్తాయా? కాగితం మీద కలవకపోతే, వాటిని పొడిగిస్తే కలుస్తాయని, మీరు అనుకుంటున్నారా?

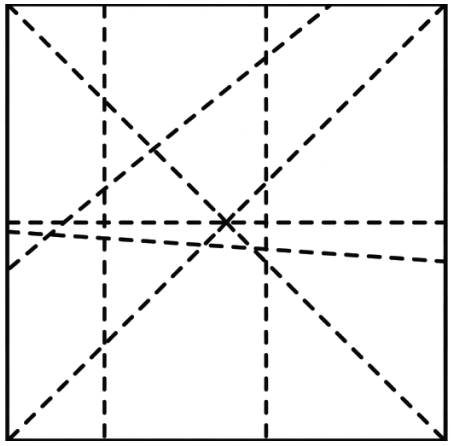


Fig. 5.1

In this chapter, we will explore the relationship between lines on a plane surface. The table top, your piece of paper, the blackboard, and the bulletin board are all examples of plane surfaces.

5.1 Intersecting Lines

Let us observe a pair of lines that meet each other. You will notice that they meet at a point. When a pair of lines meet each other at a point on a plane surface, we say that the lines intersect each other.

Let us observe what happens when two lines intersect.

? How many angles do they form?

In Fig. 5.2, where line *l* intersects line m, we can see that four angles are formed.

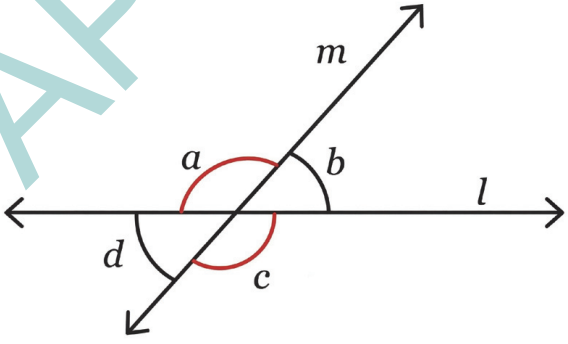


Fig. 5.2

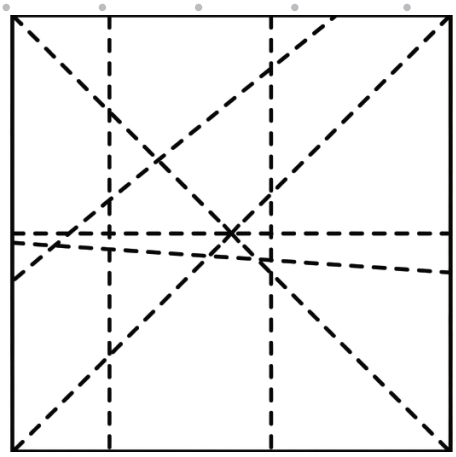
? Can two straight lines intersect at more than one point?

? **Activity 1**

Draw two lines on a plain sheet of paper so that they intersect.

Measure the four angles formed with a protractor. Draw four

AP SCERT



పటం 5.1

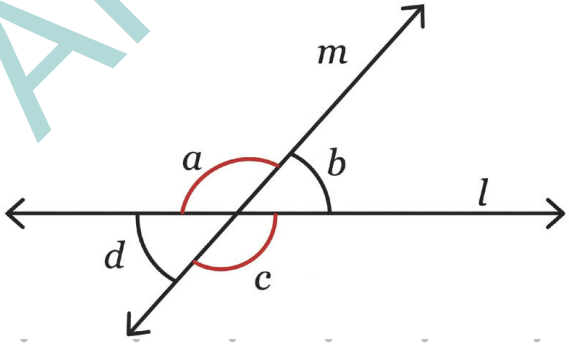
ఈ అధ్యాయంలో సమతల ఉపరితలంపై ఉన్న రేఖల మధ్య సంబంధాన్ని అధ్యయనం చేస్తాము. ఉదాహరణకు టేబుల్ పైభాగం, కాగితం, బ్లాక్‌బోర్డు మొదలైనవి సమతల ఉపరితలాలే.

5.1 ఖండిత రేఖలు

ఇప్పుడు మనం. ఒకదానితో ఒకటి కలిసే రెండు రేఖలను పరిశీలిద్దాం. అవి రెండు ఒక బిందువు వద్ద కలుస్తాయని గమనిస్తారు. సమతల ఉపరితలంపై రెండు రేఖలు ఒక బిందువులో కలిస్తే ఆ రేఖలను ఖండన రేఖలు (Intersecting lines) అంటారు.

? ఇప్పుడు రెండు రేఖలు ఒకదానిని మరొకటి ఖండించినప్పుడు ఏమి జరుగుతుందో గమనిద్దాం. అవి ఎన్ని కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి?

పటం 5.2 లో *l* రేఖ మరియు m రేఖలు ఒకదానిని మరొకటి ఖండిస్తున్నాయి. ఈ ఖండన వలన నాలుగు కోణాలు ఏర్పడుతున్నాయి.



పటం 5.2

? రెండు సరళ రేఖలు ఒకటి కంటే ఎక్కువ బిందువులలో ఖండించుకోగలవా?

? **కృత్యము 1**

ఒక సాధారణ తెల్ల కాగితంపై రెండు రేఖలు ఒకదానిని మరొకటి ఖండించేలా గీయండి.

AP SCERT

such pairs of intersecting lines and measure the angles formed at the points of intersection.

? What patterns do you observe among these angles?

? In Fig. 5.2, if $\angle$ a is 120°, can you figure out the measurements of $\angle$ b, $\angle$ c and $\angle$ d, without drawing and measuring them?

We know that $\angle$ a and $\angle$ b together measure 180°, because when they are combined, they form a straight angle which measures 180°. So, if $\angle$ a is 120°, then $\angle$ b must be 60°.

Similarly, $\angle$ b and $\angle$ c together measure 180°. So, if $\angle$ b is 60°, then $\angle$ c must be 120°. And $\angle$ c and $\angle$ d together measure 180°. So, if $\angle$ c is 120°, then $\angle$ d must be 60°.

Therefore, in Fig. 5.2, $\angle$ a and $\angle$ c measure 120°, and $\angle$ b and $\angle$ d measure 60°.

When two lines intersect each other and form four angles, labelled a, b, c and d, as in Fig. 5.2, then $\angle$ a and $\angle$ c are equal, and $\angle$ b and $\angle$ d are equal!

? Is this always true for any pair of intersecting lines?

Check this for different measures of $\angle$ a. Using these measurements, can you reason whether this property holds true for any measure of $\angle$ a?

We can generalise our reasoning for Fig. 5.2, without assuming the values of $\angle$ a.

Since straight angles measure 180°, we must have $\angle$ a + $\angle$ b = $\angle$ a + $\angle$ d = 180°. Hence, b and d are always equal. Similarly, $\angle$ b + $\angle$a = $\angle$ b + $\angle$ c = 180°, so $\angle$ a and $\angle$ c must be equal.

Adjacent angles, like $\angle$ a and $\angle$b, formed by two lines intersecting each other, are called linear pairs. Linear pairs always add up to 180°.

AP SCERT

కోణమానిని ఉపయోగించి ఏర్పడిన నాలుగు కోణాలను కొలవండి. ఇలా నాలుగు వేర్వేరు జతల రేఖలను గీసి, ప్రతి ఖండన బిందువు వద్ద ఏర్పడే కోణాలను కొలవండి.

? ఈ కోణాల మధ్య మీరు ఎటువంటి పోలికలను గమనించారు.

? పటం 5.2 లో $\angle a = 120^\circ$ అయితే పటం గీయకుండా మరియు కొలవకుండానే $\angle b$, $\angle c$ మరియు $\angle d$ ల కొలతలు చెప్పగలరా? $\angle a$ మరియు $\angle b$ లు కలిపి 180° ఉంటాయని మనకు తెలుసు. ఎందుకనగా? అవి రెండు కలిసి ఒక సరళ కోణాన్ని ఏర్పరుస్తున్నాయి. ఈ సరళ కోణం విలువ 180°. కావున $\angle a = 120^\circ$ అయిన $\angle b$ విలువ తప్పనిసరిగా 60° గా ఉండాలి. అదే విధంగా $\angle b$ మరియు $\angle c$ లు కలిపి 180° కోణాన్ని కలిగి ఉంటాయి. $\angle b$ విలువ 60° అయిన. $\angle c$ విలువ 120° ఉంటుంది. మరియు $\angle b$ మరియు $\angle d$ లు కలిపి 180° కోణాన్ని కలిగి ఉంటాయి. కాబట్టి $\angle c = 120^\circ$ అయిన $\angle d$ విలువ 60° అవుతుంది. కాబట్టి పటం. 5.2 లోని $\angle a$ మరియు $\angle c$ కోణాల కొలత 120° మరియు $\angle b$ మరియు $\angle d$ ల కోణాల కొలత 60°. రెండు సరళరేఖలు ఒకదాని కొకటి ఖండించుకున్నప్పుడు పటం 5.2 లో చూపిన విధంగా $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ మరియు $\angle d$ అనే నాలుగు కోణాలు ఏర్పడితే $\angle a$ మరియు $\angle c$ లు సమానం మరియు $\angle b$ మరియు $\angle d$ లు కూడా సమానం. ఖండించుకునే ఏ జత సరళరేఖలకైనా, ఇది ఎల్లప్పుడు సత్యమేనా?

? $\angle a$ యొక్క వేర్వేరు కొలతలతో దీనిని సరిచూడండి. ఈ కొలతలను ఉపయోగించి, $\angle a$ యొక్క ఏ విలువకైనా ఈ నియమము నిజం అని మీరు నిరూపించగలరా? $\angle a$ విలువను ఊహించకుండానే పటం 5.2 లో మనం పై నియమాన్ని సాధారణీకరించవచ్చును. సరళ కోణము విలువ 180° కాబట్టి.

$\angle a + \angle b = \angle a + \angle d = 180^\circ$ అవుతుంది. అందువలన $\angle b$ మరియు $\angle d$ లు ఎల్లప్పుడూ సమానంగా ఉంటాయి. అదేవిధంగా $\angle b + \angle a = \angle b + \angle c = 180^\circ$, కాబట్టి, $\angle a$ మరియు $\angle c$ లు సమానంగా ఉండాలి. రెండు రేఖలు ఖండించుకున్నప్పుడు ఏర్పడే $\angle a$ మరియు $\angle b$ వంటి పక్కపక్క కోణాలను రేఖీయ ద్వయం అంటారు. రేఖీయ ద్వయం లోని రెండు కోణాల మొత్తం ఎల్లప్పుడు 180°.

AP SCERT

Opposite angles, like ∠b and ∠d, formed by two lines intersecting each other, are called vertically opposite angles. Vertically opposite angles are always equal to each other.

From the above reasoning, we conclude that whenever two lines intersect, vertically opposite angles are equal. Such a justification is called a proof in mathematics.

Figure it Out - 5.1

List all the linear pairs and vertically opposite angles you observe in Fig. 5.3:

Linear Pairs	∠ a and ∠b, ...
Pairs of Vertically Opposite Angles	∠ b and ∠d, ...

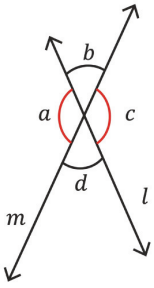


Fig. 5.3

Measurements and Geometry

You might have noticed that when you measure linear pairs, sometimes they may not add up to 180°. Or, when you measure vertically opposite angles they may be unequal sometimes. What are the reasons for this? There could be different reasons:

- Measurement errors because of improper use of measuring instruments - in this case, a protractor
- Variation in the thickness of the lines drawn. The "ideal" line in geometry does not have any thickness! But it is not possible for us to draw lines without any thickness

In geometry, we create ideal versions of "lines" and other shapes we see around us, and analyse the relationships between them. For example, we know that the angle formed by a straight line is 180°. So, if another line divides this angle into two parts, both parts should add up to 180°. We arrive at this simply through reasoning and not by measurement.

AP SCERT

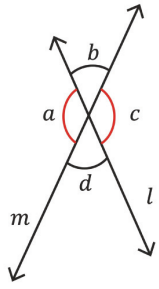
రెండు రేఖలు ఒకదానికొకటి ఖండించుకొన్నప్పుడు ఏర్పడే $\angle b$ మరియు $\angle d$ వంటి ఎదురెదురు కోణాలను శీర్షాభిముఖ కోణాలు అంటారు. శీర్షాభిముఖ కోణాలు ఎల్లప్పుడు ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉంటాయి.

పై వివరణల ఆధారంగా మనం, రెండు రేఖలు ఖండించుకొన్నప్పుడు శీర్షాభిముఖ కోణాలు సమానం గా ఉంటాయని మనం నిర్ధారించవచ్చు. గణితంలో ' ఇటువంటి సమర్ధనను నిరూపణ అని అంటారు.

ఆలోచించండి-చేయండి - 5.1

పటం 5:3 లో మీరు గమనించిన రేఖీయ ద్వయం, శీర్షాభిముఖ కోణాల జతలన్నింటి జాబితా తయారు చేయండి.

రేఖీయ ద్వయాలు	$\angle a$ మరియు $\angle b$,-----
శీర్షాభిముఖ కోణాలు	$\angle b$ మరియు $\angle d$, -----



పటం 5.3

కొలతలు మరియు జ్యామితి

రేఖీయద్వయం లోని కోణాలను కొలచినప్పుడు కొన్ని సార్లు వాని మొత్తం 180° కాకపోవడాన్ని లేదా శీర్షాభిముఖకోణాలు సమానంగా ఉండక పోవడాన్ని మీరు గమనించి ఉండవచ్చును. దీనికి కారణాలు ఏమిటి? ఇందుకు వివిధ కారణాలు ఉండవచ్చును.

- కోణాలను కొలిచే పరికరాలను సరైన పద్ధతిలో ఉపయోగించక పోవడం వల్ల కలిగే కొలత లోపాలు. ఈ సందర్భంలో మనం కోణ మానిని ఉపయోగిస్తాము.
- గీచిన రేఖల యొక్క మందంలో తేడాలు. జ్యామితిలో రేఖకు మందం ఉండదు. కాని మనం మందం లేకుండా గీతలు గీయడం సాధ్యం కాదు. జ్యామితిలో, మన చుట్టూ కనిపించే "సరళరేఖలు" మరియు ఇతర ఆకృతులు యొక్క వివిధ రూపాలను తయారు చేసి, వాటి మీద గల సంబంధాలను విశ్లేషిస్తాము. ఉదాహరణకు ఒక సరళరేఖ ద్వారా ఏర్పడే కోణం 180° అని మనకు తెలుసు. ఒక వేళ మరొక రేఖ ఈ కోణాన్ని రెండు భాగాలుగా విభజిస్తే, ఆరెండు భాగాల మొత్తం 180° కావాలి. దీనిని మనం కేవలం తర్కం ద్వారా నిర్ణయిస్తాము కానీ కొలతల ద్వారా కాదు.

AP SCERT

When we measure, it might not be exactly so, for the reasons mentioned above. Still the measurements come out very close to what we predict, because of which geometry finds widespread application in different disciplines such as physics, art, engineering and architecture.

5.2 Perpendicular Lines

? Can you draw a pair of intersecting lines such that all four angles are equal? Can you figure out what will be the measure of each angle?

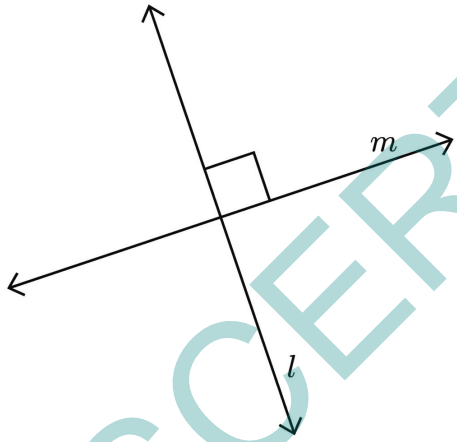


Fig. 5.4

If two lines intersect and all four angles are equal, then each angle must be a right angle (90°).

Perpendicular lines are a pair of lines which intersect each other at right angles (90°). In Fig. 5.4, we can say that lines *l* and m are perpendicular to each other.

5.3 Between Lines

Observe Fig. 5.5 and describe the way the line segments meet or cross each other in each case, with appropriate mathematical words (a point, an endpoint, the midpoint, meet, intersect and the degree measure of each angle).

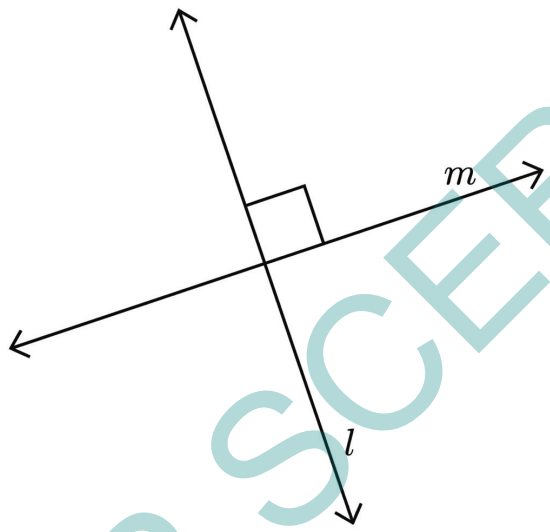
For example, line segments FG and FH meet at the endpoint F at an angle 115°.

AP SCERT

మనం కొలిచినప్పుడు పైన పేర్కొన్న కారణాల వల్ల అది ఖచ్చితంగా ఉండక పోవచ్చును. అయితే కొలతలు మనం ఉహించిన దానికి దగ్గరగా వస్తాయి. అందువలననే భౌతిక శాస్త్రం, కళలు, ఇంజనీరింగ్ మరియు వాస్తుశిల్పం వంటి వివిధ రంగాలలో జ్యామితి విస్తృతంగా ఉపయోగించబడుతుంది.

5.2 లంబ రేఖలు.

? రెండు ఖండన రేఖలు ఖండించు కొన్నప్పుడు ఏర్పడే నాలుగు కోణాలు సమానంగా ఉండేటట్లు రెండు ఖండన రేఖలను గీయగలరా? అప్పుడు ప్రతికోణం విలువ ఎంత ఉంటుందో మీరు గుర్తించగలరా?



పటం 5.4

రెండు రేఖలు ఖండించుకున్నప్పుడు ఏర్పడే నాలుగు కోణాలు సమానంగా ఉంటే, అప్పుడు ప్రతి కోణం తప్పనిసరిగా లంబకోణం (90°) అవుతుంది. లంబరేఖలు అంటే ఒకదానికొకటి లంబకోణంలో (90°) ఖండించుకునే రేఖల జత. పటం 5.4 లో రేఖలు l మరియు m ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉన్నాయని మనం చెప్పవచ్చు.

5.3 రేఖల మధ్య సంబంధం

పటం 5.5 ను గమనించి, అందులోని రేఖాఖండాలు ఏవిధంగా కలుస్తున్నాయో లేదా ఖండించుకొంటున్నాయో తగిన గణిత పదాలతో (బిందువు, అంత్యబిందువు, మధ్యబిందువు, కలుసుకోవడం, ఖండించుకొవడం) మరియు కోణాల కొలతలతో వివరించండి.

ఉదాహరణ : రేఖాఖండాలు FG మరియు FH లు అంత్యబిందువు F వద్ద 115° ల కోణంతో కలుస్తున్నాయి.

AP SCERT

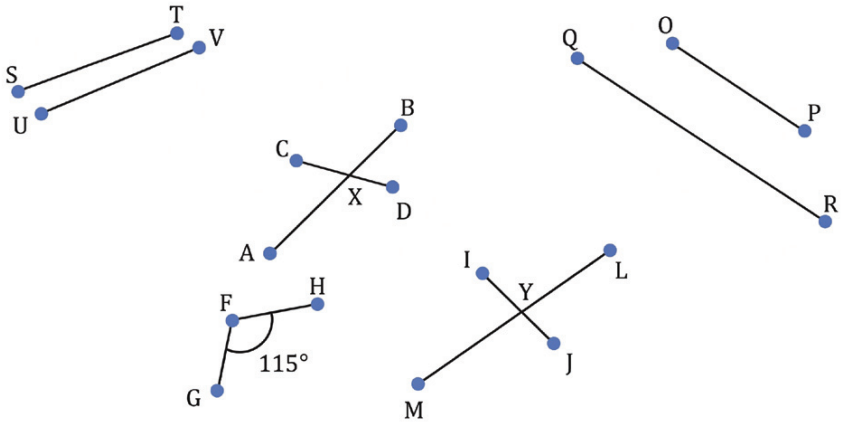


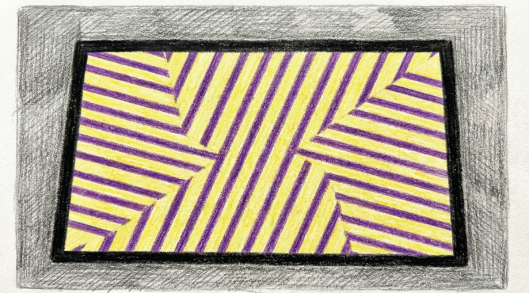
Fig. 5.5

Are line segments ST and UV likely to meet if they are extended? Are line segments OP and QR likely to meet if they are extended? Here are some examples of lines we notice around us.

What is common to the lines in the pictures above? They do not seem likely to intersect each other. Such lines are called parallel lines.

Parallel lines are a pair of lines that lie on the same plane, and do not meet however far we extend them at both ends.

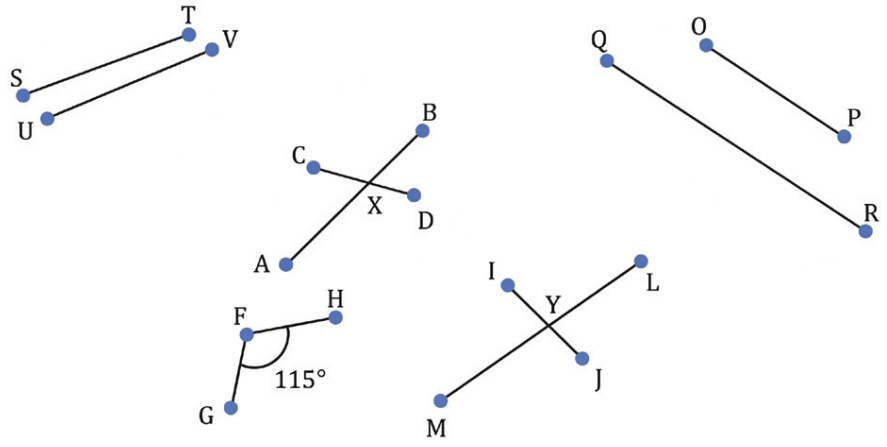
Name some parallel lines you can spot in your classroom.



Parallel lines are often used in artwork and shading.

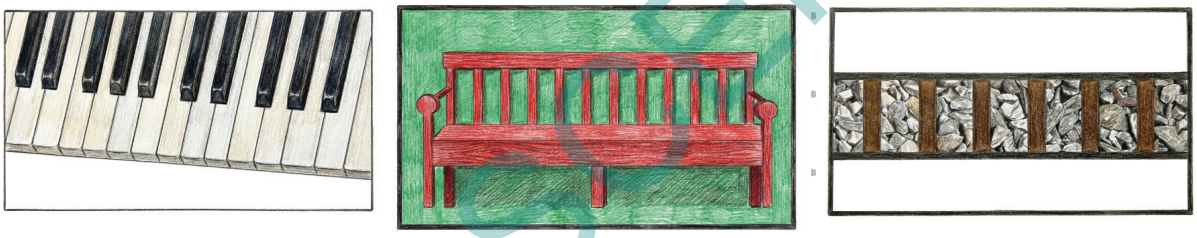
? Which pairs of lines appear to be parallel in Fig. 5.6 below?

AP SCERT



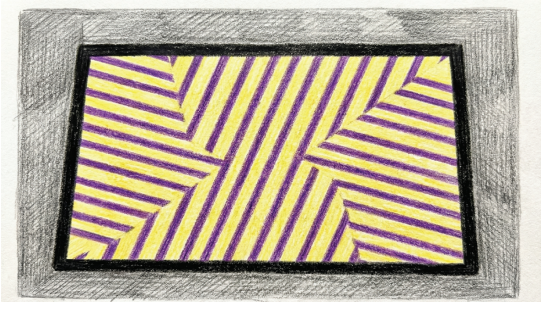
పటం 5.5

ST మరియు UV రేఖా ఖండాలను పొడిగిస్తే అవి కలుసుకునే అవకాశం ఉందా? OP మరియు QR రేఖాఖండాలను పొడగిస్తే అవి కలుసుకొనే అవకాశం ఉందా? ఇక్కడ మన పరిసరాలలో రేఖలను గమనించగల కొన్ని ఉదాహరణలను ఇవ్వబడ్డాయి.



పై చిత్రాలలోని రేఖల మధ్య సామాన్య అంశం ఏమిటి? అవి ఒకదానినొకటి ఖండించుకునేలా కనిపించడం లేదు. ఇటువంటి రేఖలను సమాంతర రేఖలు అంటారు.

సమాంతర రేఖలు ఒక తలంపై ఉంటూ, ఇరువైపులా ఎంత దూరం పొడగించినా ఒకదాని నొకటి కలుసు కోని ఒక జత రేఖలు. మీ తరగతి గదిలో, మీకు కనిపించే కొన్ని సమాంతర రేఖలను గుర్తించి చెప్పండి.



సమాంతర రేఖలను తరుచుగా కళాకృతులలో మరియు షేడింగ్ చేయడానికి ఉపయోగిస్తారు.

? క్రింది పటం 5.6 లో ఏఏ జతల రేఖలు సమాంతరంగా కనిపిస్తున్నాయి.

AP SCERT

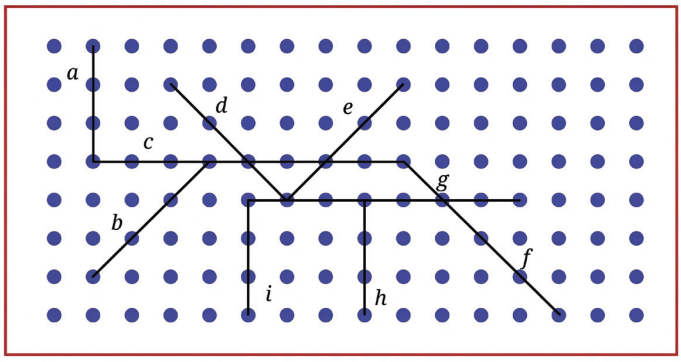


Fig. 5.6

Note to the Teacher: It is important that the lines lie on the same plane. A line drawn on a table and a line drawn on the board may never meet but that does not make them parallel.

5.4 Parallel and Perpendicular Lines in Paper Folding

Activity 2

Take a plain square sheet of paper (use a newspaper for this activity).

- How would you describe the opposite edges of the sheet? They are _____ to each other.
- How would you describe the adjacent edges of the sheet? The adjacent edges are _____ to each other. They meet at a point. They form right angles.
- Fold the sheet horizontally in half. A new line is formed (see Fig. 5.7).
- How many parallel lines do you see now? How does the new line segment relate to the vertical sides?

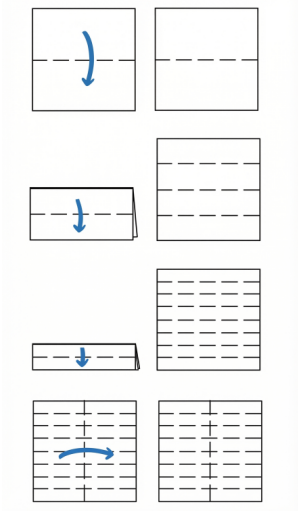
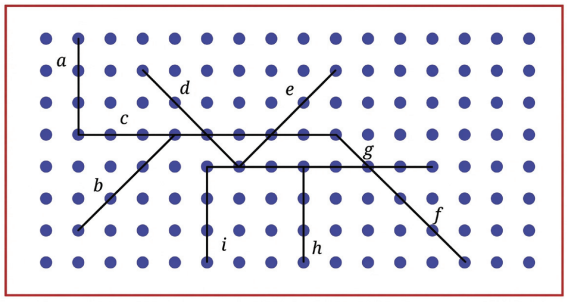


Fig. 5.7

AP SCERT



పటం 5.6

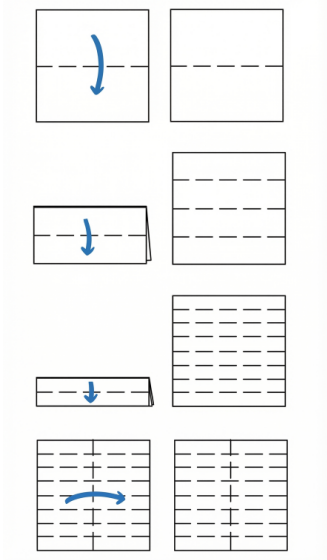
ఉపాధ్యాయులకు సూచన: సమాంతర రేఖలు రెండు ఒకే తలంపై ఉండటం ముఖ్యం, టేబుల్ మీద గీచిన ఒక రేఖ మరియు బోర్డు మీద గీచిన మరొక రేఖ ఎప్పటికి కలుసుకోక పోవచ్చు. అంత మాత్రాన అవి సమాంతర రేఖలు కావు.

5.4 కాగితం మడత ద్వారా సమాంతర మరియు లంబరేఖలు.

కృత్యం 2

ఒక చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి (ఈ కృత్యం కోసం మీరు వార్తా పత్రికను ఉపయోగించ వచ్చు).

- ఆ కాగితం యొక్క ఎదురెదురు అంచులు ఎలా ఉన్నాయని మీరు భావిస్తున్నారు? అవి ఒకదానికొకటి _____ గా ఉన్నాయి.
- కాగితం యొక్క ఆసన్న అంచులు (ప్రక్క ప్రక్క అంచులు) ఎలా ఉన్నాయని మీరు భావిస్తున్నారు? ఆ ఆసన్న అంచులు ఒకదానికొకటి _____ గా ఉన్నాయి. అవి ఒక బిందువు వద్ద కలుస్తాయి, మరియు లంబకోణాలను ఏర్పరుస్తాయి.
- కాగితాన్ని అడ్డంగా సగానికి మడవండి. కొత్త రేఖ ఏర్పడుతుంది. (పటం 5.7 ను చూడండి) ఇప్పుడు మీకు ఎన్ని సమాంతర రేఖలు కనిపిస్తున్నాయి? ఈ కొత్త రేఖ నిలువు అంచులతో ఎలాంటి సంబంధాన్ని కలిగి ఉంది? పటం 5.7
- మడిచిన కాగితాన్ని మరొక సారి అడ్డంగా మడవండి. ఇప్పుడు మీకు ఎన్ని సమాంతర రేఖలు కనిపిస్తున్నాయి?



పటం 5.7

AP SCERT

- Make one more horizontal fold in the folded sheet. How many parallel lines do you see now?
- What will happen if you do it once more? How many parallel lines will you get? Is there a pattern? Check if the pattern extends further, if you make another horizontal fold.
- Make a vertical fold in the square sheet. This new vertical line is to the previous horizontal lines.
- Fold the sheet along a diagonal. Can you find a fold that creates a line parallel to the diagonal line?

  Here is another activity for you to try.
- Take a square sheet of paper, fold it in the middle and unfold it.
- Fold the edges towards the centre line and unfold them.
- Fold the top right and bottom left corners onto the creased line to create triangles. Refer to Fig. 5.8.
- The triangles should not cross the crease lines.
- Are *a, b* and *c* parallel to *p, q* and *r* respectively? Why or why not?

Notations

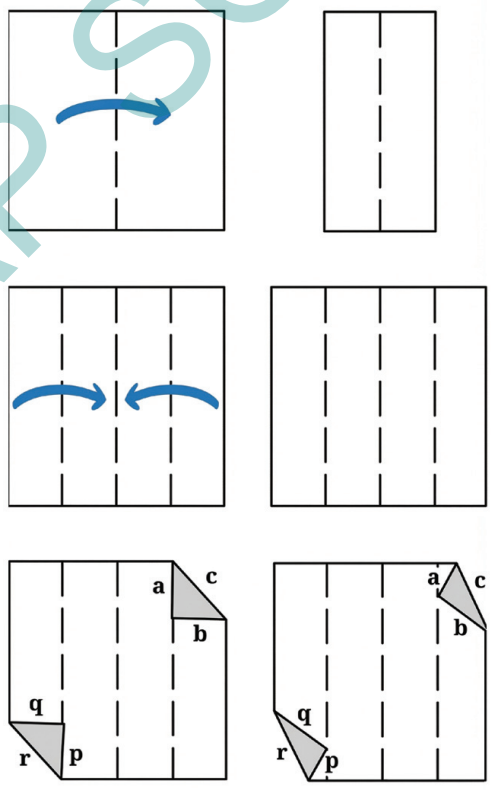


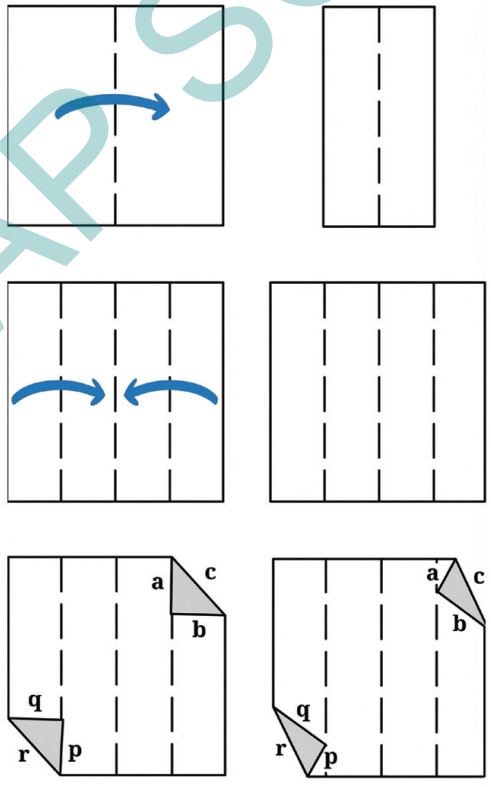
Fig. 5.8

AP SCERT

- మరోసారి మడిస్తే ఏమవుతుంది? అప్పుడు, మీకు ఎన్ని సమాంతర రేఖలు వస్తాయి? ఇందులో ఎదైనా క్రమం ఉందా? మీరే, మరొసారి అడ్డంగా మడిచినచో ఆ క్రమం ఇంకా పెరుగుతుందేమో సరిచూడండి?
- చతురస్రాకార కాగితాన్ని నిలువుగా ఒక మడత వేయండి. ఈ కొత్త నిలువు రేఖ, అంతకు ముందున్న అడ్డు రేఖలకు _____ గా ఉంటుంది.
- చతురస్రాకార కాగితాన్ని కర్ణం వెంబడి మడవండి. ఈ కర్ణం గుండా ఏర్పడిన రేఖకు సమాంతరంగా ఉండేలా మరొక మడతను మీరు సృష్టించగలరా?

  మీరు ప్రయత్నించడానికి ఇక్కడ మరొక కృత్యం ఉంది.
- ఒక చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి, దానిని మధ్యలోకి మడచి ఆపై విప్పండి.
- అంచులను మధ్యరేఖ వైపుకు మడచి, ఆపై వాటిని కూడ విప్పండి.
- త్రిభుజాలను ఏర్పరచడానికి, కుడివైపు పై మూలను మరియు ఎడమవైపు క్రింది మూలను మడత రేఖ పైకి మడవండి. పటం 5.8ని చూడండి.
- త్రిభుజాలు మడత రేఖను దాటకూడదు.
- a, b మరియు c లు వరుసగా మీ p, q మరియు r లకు సమాంతరంగా ఉన్నాయా? లేదా? ఎందుకు?

గుర్తులు :



పటం 5.8

APSCERT

In mathematics, we use an arrow mark (>) to show that a set of lines is parallel. If there is more than one set of parallel lines (as in Fig. 5. 9), the second set is shown with two arrow marks and so on. Perpendicular lines are marked with a square angle between them.

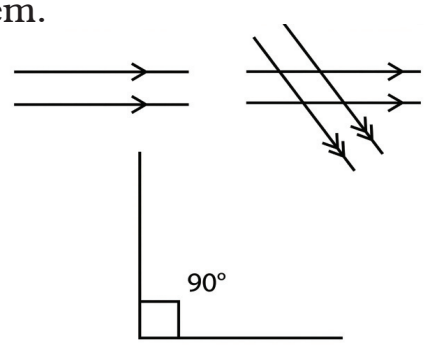


Fig. 5.9

Figure it Out - 5.2

1. Draw some lines perpendicular to the lines given on the dot paper in Fig. 5.10.

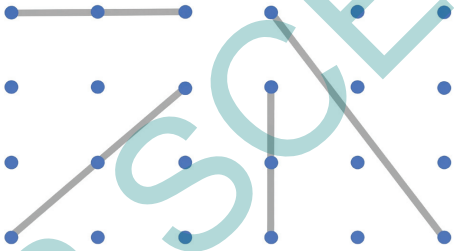


Fig. 5.10

2. In Fig. 5.11, mark the parallel lines using the notation given above (single arrow, double arrow etc.). Mark the angle between perpendicular lines with a square symbol.
   (a) How did you spot the perpendicular lines?
   (b) How did you spot the parallel lines?

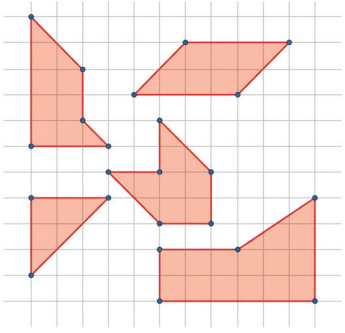
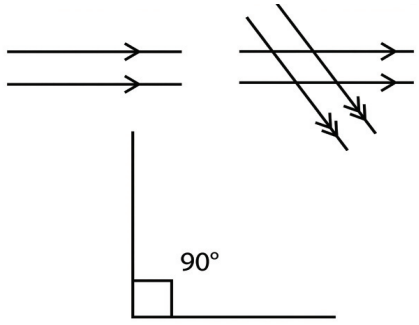


Fig. 5.11

AP SCERT

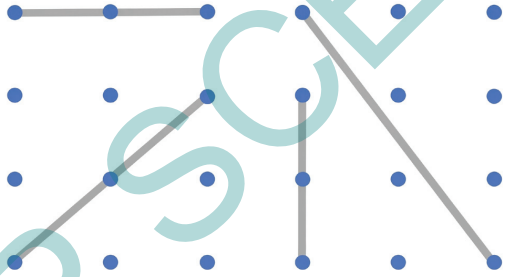
గణితంలో, ఒక జత రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నాయని చూపడానికి మనం బాణం గుర్తు (>) ఉపయోగిస్తాము. ఒక దాని కంటే ఎక్కువ జత సమాంతర రేఖలు ఉంటే (పటం 5.9 లో చూపినట్లు), రెండవ జతను రెండు బాణం గుర్తు లతో మరియు ఆపై ఉన్న వాటిని ఇలాగే చూపిస్తాము. లంబరేఖలను వాటి మధ్య చుతురస్ర కోణంతో గుర్తిస్తాము.



పటం 5.9

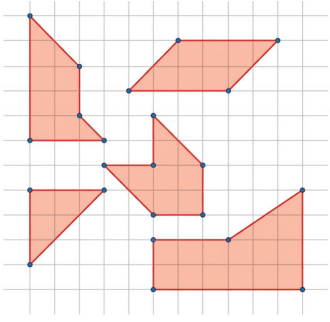
ఆలోచించండి-చేయండి - 5.2

1. పటం 5.10 లోని చుక్కల కాగితం పై ఇచ్చిన. రేఖలకు లంబంగా ఉండే కొన్ని రేఖలు గీయండి.



పటం 5.10

2. పటం 5.11 లో, పై పేర్కొన్న గుర్తులను (ఒకబాణం, రెండు బాగాలు మొదలైనవి) ఉపయోగించి, సమాంతర రేఖలను గుర్తించండి. లంబరేఖల మధ్య కోణాన్ని చుతురస్రకోణం గుర్తుతో గుర్తించండి.
   (ఎ) మీరు లంబరేఖలను ఎలా గుర్తిస్తారు?
   (బి) మీరు సమాంతర రేఖలను ఎలా గుర్తిస్తారు?



పటం 5.11

AP SCERT

3. In the dot paper following, draw different sets of parallel lines. The line segments can be of different lengths but should have dots as endpoints.

4. Using your sense of how parallel lines look, try to draw lines parallel to the line segments on this dot paper.

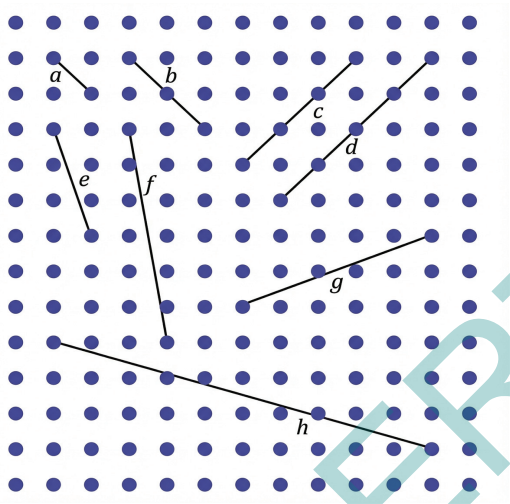


Fig. 5.12

(a) Did you find it challenging to draw some of them?

(b) Which ones?

(c) How did you do it?

5. In Fig. 5.13, which line is parallel to line *a*, line *b* or line *c*? How do you decide this?

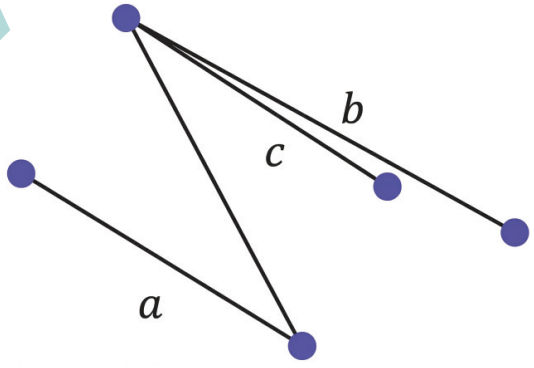
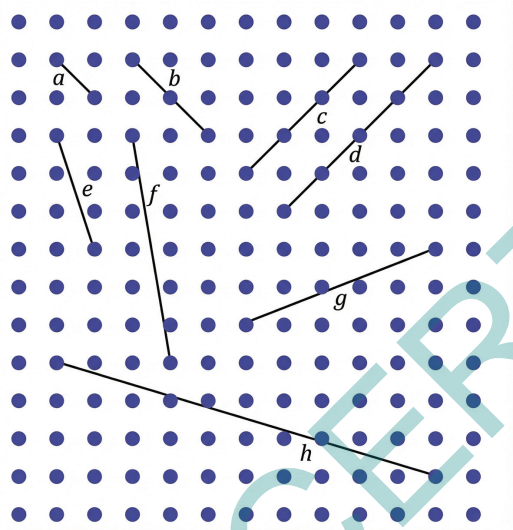


Fig. 5.13

AP SCERT

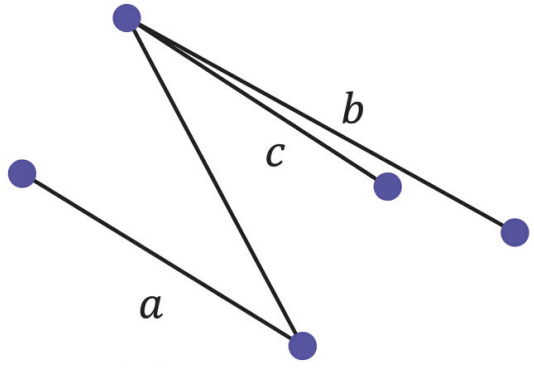
3. చుక్కల కాగితంపై, వివిధ జతల సమాంతర రేఖల ను గీయండి. రేఖాఖండాలు వేర్వేరు పొడవులు కలిగి ఉండవచ్చు. కానీ చుక్కలు అంత్యబిందువులుగా ఉండాలి.
4. సమాంతరేఖలు ఎలా ఉంటాయో అనే మీ అవగాహనను ఉపయోగించి, ఈ చుక్కల కాగితం పై రేఖా ఖండాలకు సమాంతరంగా ఉండే రేఖలను గీయడానికి ప్రయత్నించండి.



పటం 5.12

(ఎ) వీటిలో కొన్నింటిని గీయడం మీకు సవాలుగా అనిపించిందా?
(బి) ఏవి సమాంతరంగా అనిపించాయి?
(సి) వాటిని మీరు ఎలా గీశారు?

5. పటం 5.13 లోని రేఖ 'a' కు సమాంతరంగా ఉన్న రేఖ ఏది? రేఖ b నా? రేఖ c నా?



పటం 5.13

APSCERT

Note to the Teacher: It is easier to draw vertical and horizontal lines and the ones inclined at 45° (on rectangular dot sheets), but drawing a line parallel to one which has a different orientation is slightly harder. Let students use their intuition for this.

From previous exercises we observed that sometimes it is difficult to be sure whether two lines are parallel. To determine this we use the idea of transversals.

5.5 Transversals

We saw what happens when two lines intersect in different ways. Let us explore what happens when one line intersects two different lines.

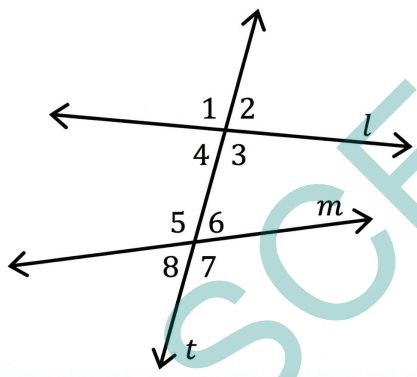


Fig. 5.14

In Fig. 5.14, line t intersects lines *l* and m. t is called a transversal. Notice that 8 angles are formed when a line crosses a pair of lines.

? Is it possible for all the eight angles to have different measurements? Why, why not?

? What about four different angles - 6, 5, 3 and 2?

In Fig. 5.14, since $\angle$ 1 and $\angle$ 3 are vertically opposite angles, they are equal. Are there other pairs of vertically opposite angles? We can see that there are a total of four pairs of vertically opposite angles and in each pair, the angles are equal to each other.

Thus, when a transversal intersects two lines, it forms eight angles with a maximum of four distinct angle measures.

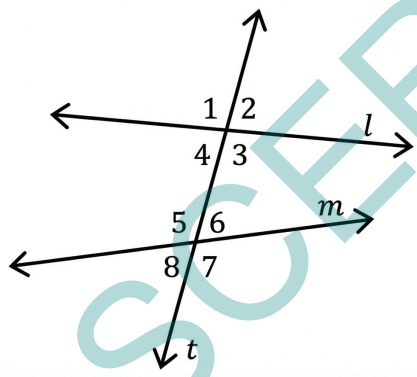
AP SCERT

ఉపాధ్యాయులకు సూచన: చతురస్రాకార కాగితంపై నిలువు, అడ్డు రేఖలకు, మరియు 45° కోణంతో ఉన్న రేఖలకు సమాంతరేఖలు గీయడం సులభం. కాని విభిన్న దిశలలో వాలి ఉన్న రేఖలకు సమాంతర రేఖలు గీయడం కొంచెం కష్టం. విద్యార్థులు దీని కోసం వారి సహజ అవగాహనను ఉపయోగించనివ్వండి.

మునపటి అభ్యాసాల నుండి, రెండు రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నాయో, లేదో ఖచ్చితంగా చెప్పడం కొన్ని సార్లు కష్టమని మనం గమనించాము. దీనిని నిర్ధారించడానికి మనం తిర్యగ్రేఖ అనే భావనను ఉపయోగిస్తాము.

5.5 తిర్యగ్రేఖలు

రెండు రేఖలు వివిధ విధాలుగా ఖండించుకొన్నప్పుడు ఏం జరుగుతుందో మనం చూశాము. ఒక రేఖ, రెండు వేర్వేరు రేఖలను ఖండించినప్పుడు ఏ జరుగుతుందో ఇప్పుడు పరిశీలిద్దాం.



పటం 5.14

పటం 5.14 లో, t రేఖ, l రేఖ మరియు m రేఖలను ఖండిస్తున్నది. t రేఖను తిర్యగ్రేఖ అంటారు. ఒక తిర్యగ్రేఖ రెండు రేఖలను ఖండించినప్పుడు ఎనిమిది కోణాలు ఏర్పడతాయని గమనించండి.

? ఎనిమిది కోణాలు వేర్వేరు కొలతలను కలిగి ఉండటం సాధ్యమేనా? ఎందుకు?

? నాలుగు వేర్వేరు కోణాలు 6, 5, 3 మరియు 2. లగురించి మీ అభిప్రాయం ఏమిటి?

పటం 5.14 లో $\angle$ 1 మరియు $\angle$ 3 లు శీర్షాభిముఖ కోణాలు. కాబట్టి అవి సమానాలు.

శీర్షాభిముఖ కోణాల జతలు ఇంకా ఉన్నాయా? పటంలో మొత్తం నాలుగు జతల శీర్షాభిముఖ కోణాలు ఉన్నాయని, ప్రతి జతలోని కోణాలు ఒక దానికొకటి సమానమని మనం గమనించవచ్చును. ఈ ఆవిధంగా, ఒక తిర్యగ్రేఖ రెండు రేఖలను ఖండించినప్పుడు, అది గరిష్టంగా నాలుగు వేర్వేరు కోణాల కొలతలతో ఎనిమిది కోణాలను ఏర్పరుస్తుంది.

AP SCERT

5.6 Corresponding Angles

In Fig. 5.14, we notice that the transversal t forms two sets of angles - one with line *l* and another with line m. There are angles in the first set that correspond to angles in the second set based on their position. $\angle 1$ and $\angle 5$ are called corresponding angles. Similarly, $\angle 2$ and $\angle 6$, $\angle 3$ and $\angle 7$, $\angle 4$ and $\angle 8$ are the corresponding angles formed when transversal t intersects lines *l* and *m*.

Activity 3

Draw a pair of lines and a transversal such that they form two distinct angles.

Step 1: Draw a line *l* and a transversal t intersecting it at point X.

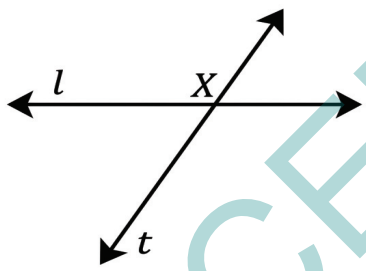


Fig. 5.15

Step 2: Measure $\angle$ a formed by lines *l* and t (let us say it is 60°).

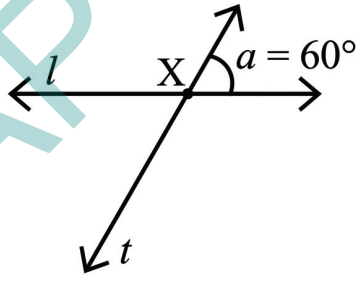


Fig. 5.16

How many distinct angles have formed now?

If one angle is 60°, the other angle of the linear pair should be 120°.

So, we already have two distinct angles.

So, when we draw another line intersecting the transversal t we wish to form only two angles, 60° and 120°.

Step 3: Mark a point Y on line t.

AP SCERT

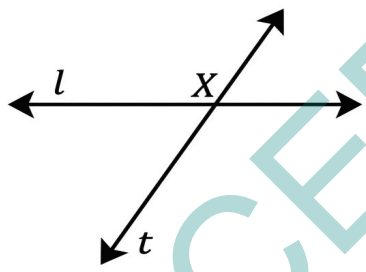
5.6 సదృశ కోణాలు

పటం 5.14లో తీరగ్రేఖ t, l రేఖతో ఒక సమూహ కోణాలను, రేఖ m తో మరొక సమూహ కోణాలను మొత్తం రెండు సమూహ కోణాలను ఏర్పరుస్తున్నదని గమనించవచ్చును. మొదటి సమూహంలోని కొన్ని కోణాలు, రెండవ సమూహంలోని కొన్ని కోణాలు వాటిస్థానం ఆధారంగా సదృశంగా ఉంటాయి. $\angle 1$ మరియు $\angle 5$ లను సదృశ కోణాలు అంటారు. ఇదేవిధంగా తిర్యగ్రేఖ t, l మరియు m రేఖలను ఖండించినప్పుడు ఏర్పడే మిగిలిన సదృశకోణాల జతలు $\angle 2$ మరియు $\angle 6$, $\angle 3$ మరియు $\angle 7$, $\angle 4$ మరియు $\angle 8$.

కృత్యం 3

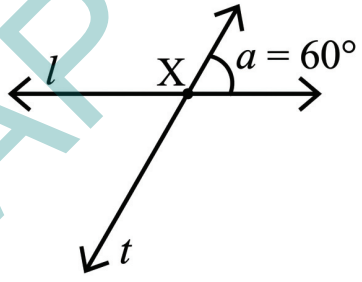
రెండు వేర్వేరు కోణాలను మాత్రమే ఏర్పరిచేవిధంగా ఒక జతరేఖలను మరియు తిర్యగ్రేఖను గీయండి.

సోపానం 1: ఒక రేఖ l ను X బిందువు వద్ద ఖండించే తిర్యగ్రేఖ t ను గీయండి.



పటం 5.15

సోపానం 2 : l మరియు t రేఖలతో ఏర్పడిన $\angle a$ ను కొలవండి. ఉదాహరణకు అది 60° అనుకొందాం).



పటం 5.16

ఇప్పుడు ఎన్ని వేర్వేరు కోణాలు ఏర్పడినాయి?

ఒక కోణం 60° అయితే రేఖీయ ద్వయంలోని మరొక కోణం 120°, కాబట్టి మనకు ఇప్పటికే రెండు వేర్వేరు కోణాలు ఉన్నాయి. కావున మనం తిర్యగ్రేఖ t ని ఖండించే మరొక రేఖను గీసినప్పుడు, కేవలం 60° మరియు 120° అనే రెండు కోణాలు మాత్రమే ఏర్పడాలని మనం భావిస్తున్నాము.

సోపానం 3 : t రేఖపై Y అనే బిందువును గుర్తించండి.

AP SCERT

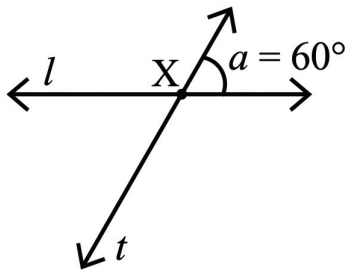


Fig. 5.17

Step 4: Draw a line m through point Y that forms a 60° angle to line t. This can be done either by copying ∠a with a tracing paper or you can use a protractor to measure the angles.

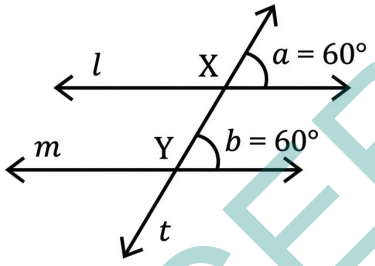


Fig. 5.18

What do you observe about lines l and m ? Do they appear to be parallel to each other?

Yes, they do appear to be parallel to each other.

Angles, ∠ a and ∠b are corresponding angles formed by the transversal t on lines l and m. These corresponding angles are equal to each other.

From this we can observe:

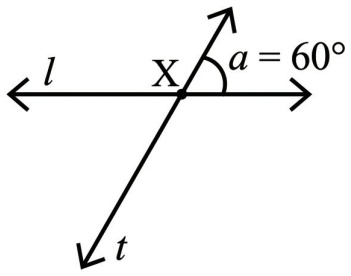
> When the corresponding angles formed by a transversal on a pair of lines are equal to each other, then the pair of lines are parallel to each other.

Suppose, we have a transversal intersecting two parallel lines. What can be said about the corresponding angles?

Activity 4

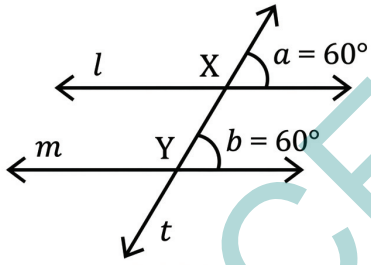
Fig. 5.19 has a pair of parallel lines l and m (what is the notation used in the figure to indicate they are parallel?). Line t is the

AP SCERT



పటం 5.17

సోపానం 4 : t రేఖతో 60° కోణాన్ని చేసే విధంగా బిందువు Y గుండా m రేఖను గీయండి. దీనిని ట్రేసింగ్ పేపరుతో ∠a ను కాపీ చేయడం లేదా కోణ మానిని ఉపయోగించి కోణాలను కొలవడం ద్వారా గీయ వచ్చును.



పటం 5.18

రేఖలు l మరియు m ల గురించి మీరు ఏమి గమనించారు? అవి పరస్పరం సమాంతరంగా ఉన్నట్లు కనిపిస్తున్నాయా? అవును. అవి ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉన్నట్లు కనిపిస్తున్నాయి. l మరియు m రేఖలపై తిర్యగ్రేఖ వలన ఏర్పడిన ∠a మరియు ∠b లు సదృశ కోణాలు. ఈ సదృశ కోణాలు ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉన్నాయి.

దీని నుండి మనం, ఒక జత రేఖలను తిర్యగ్రేఖ ఖండించడం వలన ఏర్పడిన సదృశకోణాలు సమానంగా ఉన్నప్పుడు, ఆ రెండు రేఖలు ఒకదాని కొకటి సమాంతరంగా ఉంటాయి అని గమనించవచ్చును.

ఒక తిర్యగ్రేఖ రెండు సమాంతర రేఖలను ఖండిస్తుందని అనుకుందాం. అప్పుడు సదృశ కోణాల గురించి మనం ఏమి చెప్పగలము?

కృత్యం 4

పటం 5.19 లో l మరియు m అనే ఒక జత సమాంతర రేఖలు ఉన్నాయి (పటంలో అవి సమాంతరంగా ఉన్నాయని సూచించడానికి ఏ గుర్తును ఉపయోగించారు?). t రేఖ రెండు రేఖలను ఖండించే తిర్యగ్రేఖ,

AP SCERT

transversal across these two lines. ∠a and ∠b are corresponding angles. Take a tracing paper and trace ∠ a on it. Now place this tracing paper over ∠b and see if the angles align exactly. You will observe that the angles match. Check the other corresponding angles in the figure using a protractor. Are all the corresponding angles equal to each other?

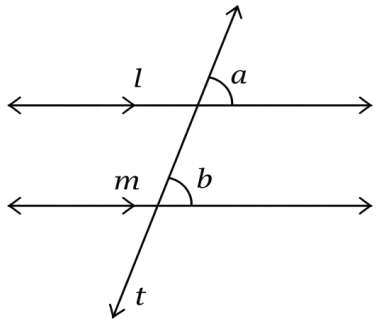


Fig. 5.19

Corresponding angles formed by a transversal intersecting a pair of parallel lines are always equal to each other.

Activity 5

In Fig. 5.20, draw a transversal t to the lines l and m such that one pair of corresponding angles is equal. You can measure the angles with a protractor.

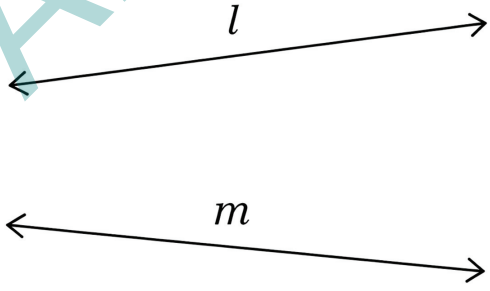
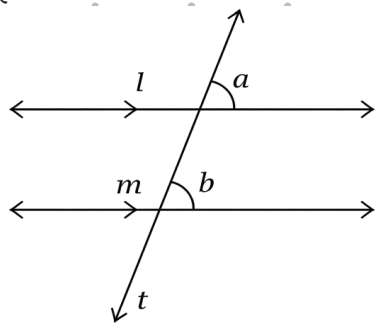


Fig. 5.20

Are you finding it hard to draw a transversal such that the corresponding angles are equal?

AP SCERT

$\angle a$ మరియు $\angle b$ లు సదృశ కోణాలు, ఒక ట్రేసింగ్ పేపరును తీసుకొని, దానిపై $\angle a$ ను గీయండి. ఇప్పుడు ఈ ట్రేసింగ్ పేపరును $\angle b$ పై ఉంచి, ఈ కోణాలు సరిగ్గా ఒకదానిపై ఒకటి అమరుతున్నాయో లేదో చూడండి. ఈ కోణాలు ఖచ్చితంగా ఒకదానిపై ఒకటి అమరుతాయని గమనిస్తారు. కోణమానిని ఉపయోగించి పటంలోని ఇతర సదృశ కోణాల ను కూడా తనిఖీ చేయండి. అన్ని సదృశ కోణాలు ఒక దాని కొకటి సమానంగా ఉన్నాయా?

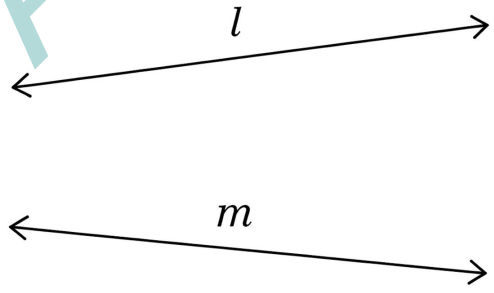


పటం 5.19

సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినప్పుడు ఏర్పడే సదృశ కోణాలు ఎల్లప్పుడు సమానంగా ఉంటాయి.

కృత్యం 5

పటం 5.20 లో, ఒక జత సదృశకోణాలు సమానంగా ఉండేలా l మరియు m రేఖలకు తిర్యగ్రేఖను. గీయండి. మీరు కోణాలను కోణమానిని సహాయంతో కొలవవచ్చును.



పటం 5.20

సదృశ కోణాలు సమానంగా ఉండేలా తిర్యగ్రేఖ ను గీయడం మీకు కష్టంగా అనిపిస్తోందా?

AP SCERT

When a pair of lines are not parallel to each other, the corresponding angles formed by a transversal can never be equal to each other.

5.7 Drawing Parallel Lines

Can you draw a pair of parallel lines using a ruler and a set square? Fig. 5.21 shows how you can do it.

Draw a line l with a scale. By sliding your set square you can make two lines perpendicular to line l.

Are these two lines parallel to each other? How are we sure that they are parallel to each other? What angles are formed between these lines and line l?

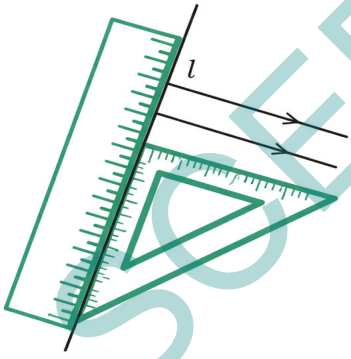


Fig. 5.21

Since we used a set square, the angles measure 90°. The position of the lines is different, but they make the same angle with l. If line l is seen as a transversal to the two new lines, then the corresponding angles measure 90°.

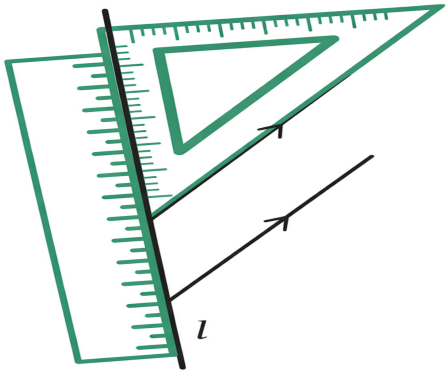


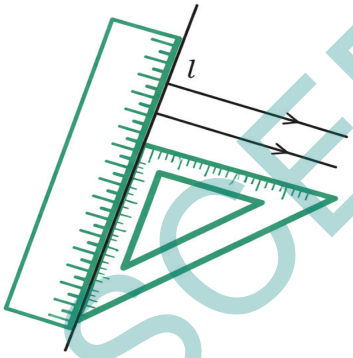
Fig. 5.22

AP SCERT

ఒక జత రేఖలు ఒక దానికొకటి సమాంతరంగా లేనప్పుడు, తిర్యగ్రేఖ వలన ఏర్పడే సదృశకోణాలు ఎప్పటికి సమానంగా ఉండవు.

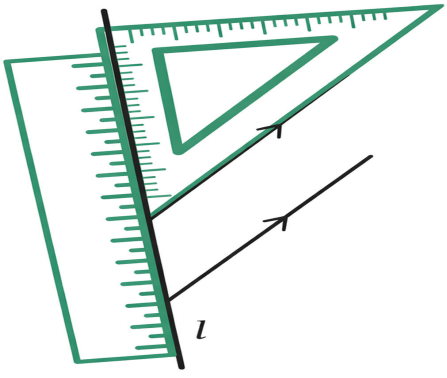
5.7 సమాంతర రేఖలను గీయడం

మీరు స్కేలు మరియు మూల మట్టాన్ని ఉపయోగించి ఒక జత సమాంతర రేఖలను గీయగలరా? దీనిని మీరు ఎలా గీయవచ్చునో పటం 5.21 చూపిస్తుంది. స్కేలు సహాయంతో ఒకరేఖ 'l' ను గీయండి. మీరు కోణమానిని ఈ రేఖపై జరపడం ద్వారా l కి లంబంగా ఉండే రెండు రేఖలను గీయవచ్చును. ఈ రెండు రేఖలు ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉన్నాయా? అవి దానికొకటి సమాంతరంగా ఉన్నాయని మనం ఖచ్చితంగా ఎలా చెప్పగలము? ఈ రేఖలకు మరియు l రేఖకు మధ్య ఎటువంటి కోణాలు ఏర్పడతాయి.



పటం 5.21

మనం కోణమానిని ఉపయోగించి నందు వలన, కోణాల కొలతలు 90° గా ఉంటాయి. రేఖల స్థానం వేర్వేరు అయినప్పటికీ, అవి l తో ఒకే కోణాన్ని చేస్తాయి. ఒకవేళ l రేఖను రెండు రేఖలకు తిర్యగ్రేఖగా పరిగణిస్తే, అప్పుడు సదృశ కోణాల కొలత 90° అవుతుంది.



పటం 5.22

AP SCERT

As we know these are corresponding angles and they are equal, we can be sure that the lines are parallel.

Draw two more parallel lines using the long side of the set square as shown in Fig. 5.22.

How do you know these two lines are parallel? Can you check if the corresponding angles are equal?

Note to the Teacher: Students should be encouraged to check the equality of corresponding angles both by using the tracing method and using protractors to measure the angles. Pay attention to the language used to make the relationship between corresponding angles and parallel lines. Equality of corresponding angles is both necessary and sufficient for the pair of lines to be parallel to each other.

Figure it Out - 5.3

Can you draw a line parallel to l, that goes through point A? How will you do it with the tools from your geometry box? Describe your method.

Fig. 5.23

Making Parallel Lines through Paper Folding

Let us try to do the same with paper folding. For a line l (given as a crease), how do we make a line parallel to l such that it passes through point A?

We know how to fold a piece of paper to get a line perpendicular to l. Now, try to fold a perpendicular to l such that it passes through point

A. Let us call this new crease t.

Now, fold a line perpendicular to t passing through A again. Let us call this line m. The lines l and m are parallel to each other.

AP SCERT

ఇవి సదృశ కోణాలని మరియు అవి సమానం గా ఉన్నాయని మనకు తెలుసు, కాబట్టి ఆ రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నాయని మనం చెప్పవచ్చును.

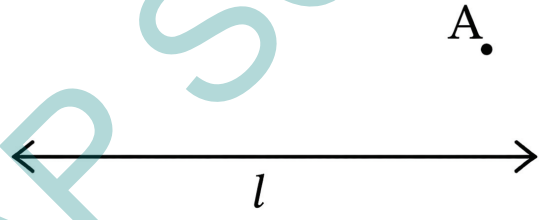
పటం 5.22లో చూపిన విధంగా కోణమానిని పొడవు భుజాన్ని ఉపయోగించి మరో రెండు సమాంతర రేఖలను గీయండి.

ఈ రెండు రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నాయని మీకు ఎలా తెలుస్తుంది? సదృశ కోణాలు సమానంగా ఉన్నాయో లేదో మీరు సరి చూడగలరా?

ఉపాధ్యాయులకు సూచన: విద్యార్థులు ట్రేసింగ్ పద్ధతి ని మరియు కోణమానిని ఉపయోగించి సదృశ కోణాల సమానత్వాన్ని సరిచూసేలా ప్రోత్సహించాలి. సదృశకోణాలకు మరియు సమాంతర రేఖల మధ్య గల సంబంధాన్ని వివరించేటప్పుడు ఉపయోగించే భాషపై దృష్టి పెట్టండి. ఒక జత రేఖలు సమాంతరంగా ఉండటానికి సదృశ కోణాలు సమానంగా ఉండటం అనేది ఆవశ్యక మరియు పర్యాప్తక నియమం.

ఆలోచించండి-చేయండి - 5.3

బిందువు A గుండా పోవునట్లు రేఖ l రేఖకు సమాంతరంగా ఉండేటట్లు మీరు ఒక రేఖను గీయగలరా? మీ జ్యామితి పెట్టె (జామెట్రీ బాక్స్) లోని పరికరాలతో మీరు దీనిని ఎలా గీస్తారు? మీ పద్ధతిని వివరించండి.



పటం 5.23

కాగితం మడత ద్వారా సమాంతర రేఖలను తయారు చేయడం

కాగితం మడత ద్వారా మనం పై పనిని చేయడానికి ప్రయత్నిద్దాము. రేఖ l (ఒక మడత చారగా ఇవ్వబడినది) కు సమాంతరంగా ఉంటూ, బిందువు A గుండా పోవు రేఖను మనం ఎలా తయారు చేస్తాము? రేఖ l కి లంబంగా ఒక రేఖను పొందడానికి కాగితాన్ని ఎలా మడవాలో మనకు తెలుసు. ఇప్పుడు బిందువు A గుండా వెళ్ళేలా l కి లంబంగా ఒక మడత వేయడానికి ప్రయత్నించండి. ఈ కొత్త మడతను t అని అనుకొందాము.

ఇప్పుడు మళ్ళీ బిందువు A గుండా వెళ్తూ, t రేఖకు లంబంగా ఒక మడత వేయండి. ఈ రేఖను m అని అనుకొందాము. ఇప్పుడు l మరియు m రేఖలు ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉంటాయి.

AP SCERT

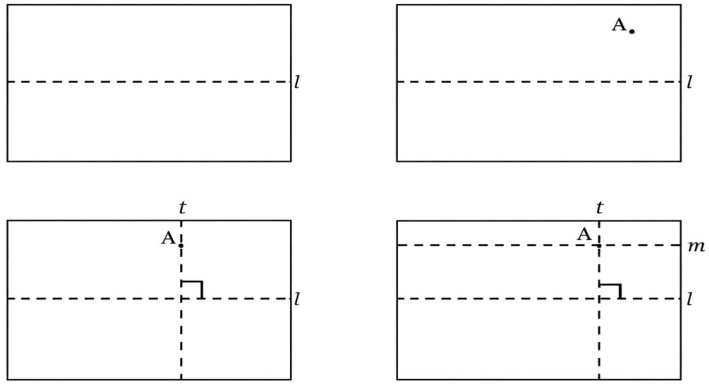


Fig. 5.24

? Why are lines l and m parallel to each other?

5.8 Alternate Angles

In Fig. 5.25, $\angle$d is called the alternate angle of $\angle$f, and $\angle$c is the alternate angle of $\angle$e.

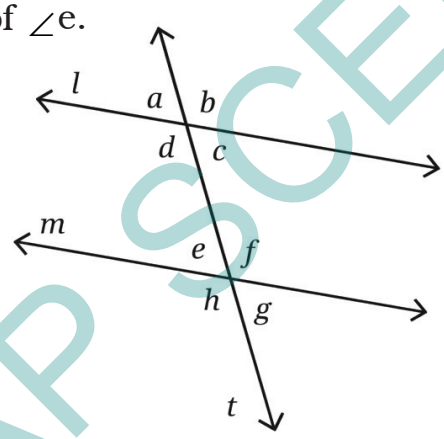


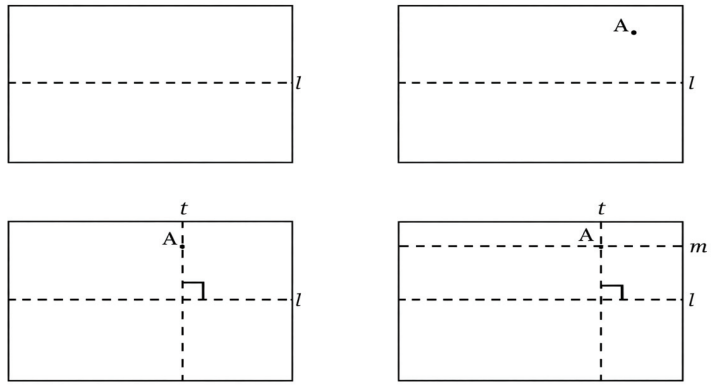
Fig. 5.25

You can find the alternate angle of a given angle, say $\angle$f, by first finding the corresponding angle of $\angle$ f, which is $\angle$ b and then finding the vertically opposite angle of $\angle$ b, which is $\angle$ d.

? **Activity 6**

In Fig. 5.25, if $\angle$f is 120° what is the measure of its alternate angle d? We can find the measure of $\angle$ d if we know $\angle$b because they are vertically opposite angles. Remember, vertically opposite angles are equal. What is the measure of $\angle$b? It is 120° because it is the corresponding angle of $\angle$ f.

AP SCERT

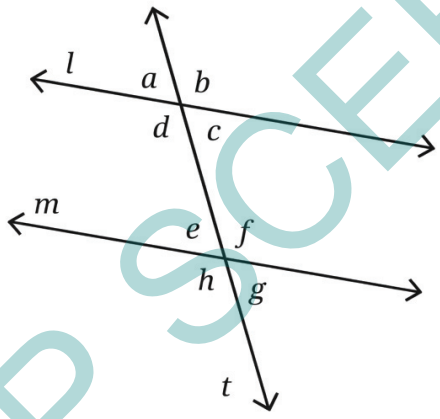


పటం 5.24

? l మరియు m రేఖలు ఒకదానికొకటి ఎందుకు సమాంతరంగా ఉన్నాయి?

5.8 ఏకాంతర కోణాలు.

పటం 2.25లో $\angle f$ కు $\angle d$ ను ఏకాంతర కోణం అంటారు, మరియు $\angle e$ కు $\angle c$ ఏకాంతర కోణం అవుతుంది.



పటం 5.25

ఒక కోణానికి, (ఉదాహరణకు $\angle f$) ఏకాంతర కోణాన్ని కనుగొనాలంటే, ముందుగా $\angle f$ యొక్క సదృశ కోణాన్ని కనుగొనాలి. అది $\angle b$ అవుతుంది. ఆ తర్వాత $\angle b$ యొక్క శీర్షాభిముఖ కోణాన్ని కనుగొనాలి, అది $\angle d$ అవుతుంది.

? **కృత్యం 6**

పటం 5.25 లో $\angle f$ విలువ 120° అయితే దాని ఏకాంతర కోణం $\angle d$ యొక్క కొలత ఎంత? మన $\angle b$ తెలిస్తే $\angle d$ కొలతను కనుగొనవచ్చును. ఎందుకంటే అవి శీర్షాభిముఖ కోణాలు. శీర్షాభిముఖ కోణాలు ఎల్లప్పుడు కోణాలు సమానం అని మనకు తెలుసు. $\angle b$ యొక్క కొలత ఎంత? దీని విలువ 120° ఎందుకనగా ఇది $\angle f$ యొక్క సదృశ కోణము.

AP SCERT

So, $\angle$d also measures 120°.

In fact, $\angle$ f = $\angle$ b irrespective of the measure of $\angle$ f. Why? Because $\angle$ b is the corresponding angle of $\angle$ f.

Similarly, $\angle$b = $\angle$d irrespective of the measure of $\angle$ b. Why? Because $\angle$d is the vertically opposite angle of $\angle$ b. So, it must always be the case that

$\angle$ f = $\angle$ d

Using our understanding of corresponding angles without any measurements, we have justified that alternate angles are always equal.

Example 1 : In Fig. 5.26, parallel lines l and m are intersected by the transversal t. If $\angle$ 6 is 135°, what are the measures of the other angles?

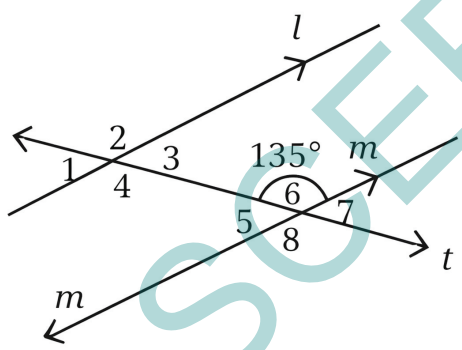


Fig. 5.26

Solution : $\angle$6 is 135°, so $\angle$2 is also 135°, because it is the corresponding angle of $\angle$6 and the lines *l* and *m* are parallel.

$\angle$ 8 is 135°, because it is the vertically opposite angle of $\angle$6. $\angle$4 is 135° because it is the corresponding angle of $\angle$8.

$\angle$2 is 135° because is the vertically opposite angle of $\angle$4. So, $\angle$2, $\angle$4, $\angle$6, and $\angle$8 are all 135°.

$\angle$5 and $\angle$6 are a linear pair, together they measure 180°. If $\angle$6 is 135°, then

$\angle$5 = 180 - 135 = 45°

We can similarly find out that $\angle$ 1, $\angle$3, and $\angle$7 measure 45°.

Example 2 : In Fig. 5.27, lines *l* and *m* are intersected by the transversal t. If $\angle$a is 120° and $\angle$f is 70°, are lines *l* and *m* parallel to each other?

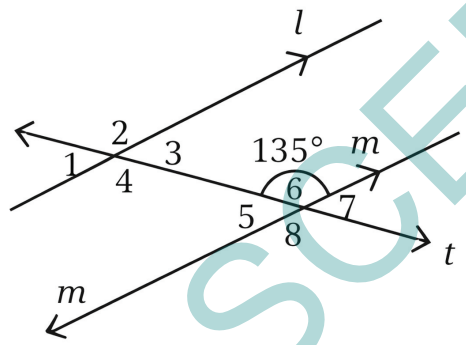
AP SCERT

కావున $\angle d$ కొలత కూడా 120°.

వాస్తవానికి $\angle f$ యొక్క ఏ విలువకైనా $\angle f = \angle b$ అవుతుంది. ఎందుకు? ఎందుకంటే $\angle b$, $\angle f$ కి సదృశ కోణము. అదేవిధంగా $\angle f$ యొక్క ఏ విలువకైనా $\angle b = \angle d$ అవుతుంది? ఎందుకు? ఎందుకంటే $\angle d$, $\angle b$ కి శీర్షాభిముఖకోణం. కావున ప్రతి సందర్భంలోను ఇవి సమానం అవుతాయి. $\angle f = \angle d$.

సదృశ కోణాల అవగాహనను ఉపయోగించి, ఎటువంటి కొలతలు లేకుండానే, ఏకాంతర కోణాలు ఎల్లపుడు సమానం అని నిరూపించాము. ఒక జత సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినప్పుడు ఏర్పడే ఏకాంతర కోణాలు ఒకదాని కొకటి ఎల్లప్పుడు సమానంగా ఉంటాయి.

ఉదాహరణ 1 : పటం 5.26లో సమంతర రేఖలు l మరియు m లను తిర్యగ్రేఖ t ఖండిస్తోంది. $\angle 6 = 135^\circ$ అయితే మిగిలిన కోణాల కొలతల ఎంత?



పటం 5.26

సాధన : $\angle 6$ విలువ 135° కావున, $\angle 2$ కూడా 135° అవుతుంది. ఎందుకంటే l మరియు m రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నాయి మరియు $\angle 6$, $\angle 2$లు సదృశ కోణాలు.

$\angle 8$ కొలత 135°, ఎందుకంటే ఇది $\angle 6$ కి శీర్షాభిముఖకోణం. $\angle 4$ కొలత 135° ఎందుకంటే ఇది $\angle 8$కి సదృశ కోణము. $\angle 2$ కొలత 135°, ఎందుకంటే ఇది $\angle 4$ కు శీర్షాభిముఖ కోణము. కావున $\angle 2$, $\angle 4$, $\angle 6$ మరియు $\angle 8$ అన్నీ 135° లను కలిగి ఉంటాయి.

$\angle 5$ మరియు $\angle 6$ లు రేఖీయ ద్వయం, వీటి మొత్తం 180° ఉంటుంది. $\angle 6=135^\circ$ అయితే $\angle 5= 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ ఇదేవిధంగా మనం $\angle 1$, $\angle 3$, మరియు $\angle 7$ లకొలత 45° అని కనుగొనవచ్చును.

ఉదాహరణ 2 : పటం 5.27 లో l మరియు m రేఖలను తిర్యగ్రేఖ t ఖండిస్తున్నది. $\angle a = 120^\circ$ మరియు $\angle f = 70^\circ$ అయితే, l మరియు m రేఖలు పరస్పరం సమాంతరం అవుతాయా?

APSCERT

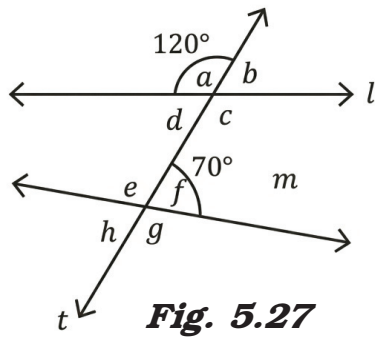


Fig. 5.27

Solution: ∠a is 120°, so ∠b is 60° because ∠a and ∠b form a linear pair. ∠b is a corresponding angle of ∠f. If *l* and *m* are parallel, ∠b should be equal to ∠f, however, they are not equal.

Therefore, lines *l* and *m* are not parallel to each other as the corresponding angles formed by the transversal t are not equal to each other.

Example 3 : In Fig. 5.28, parallel lines *l* and *m* are intersected by the transversal t. If ∠3 is 50°, what is the measure of ∠6?

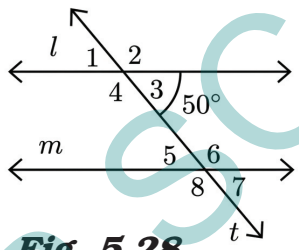


Fig. 5.28

Solution: ∠3 is 50°; therefore, ∠2 is 130°, because ∠2 and ∠3 form a linear pair, and linear pairs always add up to 180°.

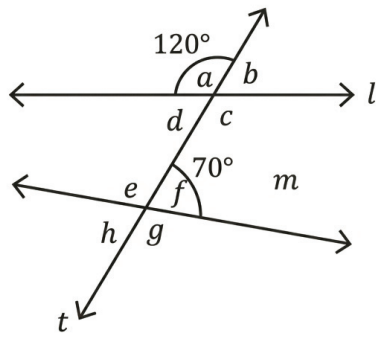
∠2 and ∠6 are corresponding angles, and they need to be equal since lines l and m are parallel.

So, 6 is 130°.

Angles ∠3 and ∠6 are called interior angles.

Is there a relation between ∠3 and ∠6? You could try to find the relationship by taking different values for ∠3 and see what ∠6 is. Once you find a relation, try to justify it or prove that this relation holds always. You will find that the sum of the interior angles on the same side of the transversal always add up to 180°.

AP SCERT

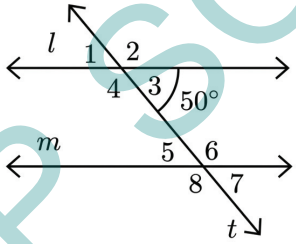


పటం 5.27

సాధన: $\angle a$ విలువ 120° కావున $\angle b$ విలువ 60° అవుతుంది. ఎందుకంటే $\angle a$ మరియు $\angle b$ లు రేఖీయ ద్వయాన్ని ఏర్పరుస్తున్నాయి.

$\angle f$ కి $\angle b$ సదృశ కోణము. l మరియు m లు సమాంతరం రేఖలు అయితే $\angle b$ మరియు $\angle f$ లు సమానంగా ఉండాలి. కాని అవి సమానం కావు ($60^\circ \neq 70^\circ$). కాబట్టి, తిర్యగ్రేఖ వలన ఏర్పడిన సదృశ కోణాలు సమానంగా లేనందున l మరియు m రేఖలు సమాంతర రేఖలు కావు.

ఉదాహరణ 3 : పటం 5.28లో సమాంతర రేఖలు l మరియు m లను తిర్యగ్రేఖ t ఖండిస్తున్నది. మరియు $\angle 3 = 50^\circ$ అయిన $\angle 6$ కొలత ఎంత?



పటం 5.28

సాధన: $\angle 3$ విలువ 50°, కావున $\angle 3$ మరియు $\angle 2$ లు రేఖీయద్వయాన్ని ఏర్పరుస్తాయి కాబట్టి $\angle 2 = 130^\circ$ అవుతుంది. రేఖీయ ద్వయంలోని కోణాల మొత్తం 180° గా ఉంటుంది. l మరియు m రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నందున, సదృశకోణాలు సమానంగా ఉండాలి. కాబట్టి $\angle 2$ మరియు $\angle 6$ లు సమానం. కావున $\angle 6 = 130^\circ$

$\angle 3$ మరియు $\angle 6$ కోణాలను అంతరకోణాలు అని అంటాం. $\angle 3$ మరియు $\angle 6$ ల మధ్య సంబంధాన్ని కనుగొనడానికి $\angle 3$ యొక్క వేర్వేరు విలువలకు $\angle 6$ విలువను కనుగొనవచ్చును. మీరు వీని మధ్య సంబంధాన్ని కనుగొన్న తరువాత, అది ఎల్లప్పుడు నిజమని నిరూపించడానికి ప్రయత్నించండి. తిర్యగ్రేఖకు ఒక వైపు అంతరంగా ఉన్న కోణాల మొత్తం 180° గా ఉంటుందని మీరు గమనిస్తారు.

AP SCERT

Example 4: In Fig. 5.29, line segment AB is parallel to CD and AD is parallel to BC. $\angle$DAC is 65° and $\angle$ADC is 60°. What are the measures of angles $\angle$CAB, $\angle$ABC, and $\angle$BCD?

Solution: Let us observe the parallel lines AB and CD. AD is a transversal of these two lines.

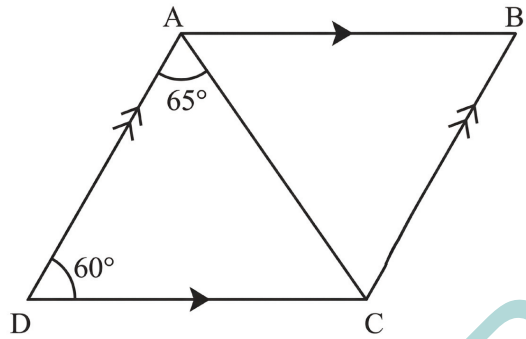


Fig. 5.29

We know that the sum of the interior angles formed by a transversal on a pair of parallel lines adds up to 180°. So

$\angle$ADC + $\angle$DAB = 180°

60° + $\angle$DAB = 180°.

So $\angle$DAB = 120°.

Can we find $\angle$CAB from this?

$\angle$DAB = $\angle$DAC + $\angle$CAB.

So 120° = 65° + $\angle$CAB.

So $\angle$CAB = 55°.

Let us observe the parallel line segments AD and BC. They are intersected by a transversal CD. So, $\angle$ ADC + $\angle$BCD = 180°, because they are interior angles on the same side of the transversal. Since $\angle$ADC is given as 60°, $\angle$BCD = 120°

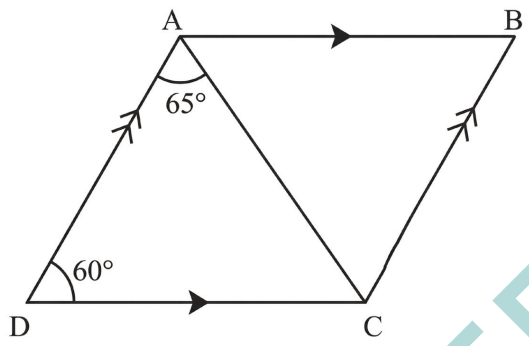
Similarly, we find $\angle$ABC = 60°.

Therefore, in Fig. 5.29, $\angle$ CAB = 55°, $\angle$ABC = 60°, and $\angle$BCD = 120°.

AP SCERT

ఉదాహరణ 4: పటం 5.29 లో AB రేఖాఖండం CD కి సమాంతరం మరియు AD రేఖాఖండం BC కి సమాంతరం. $\angle DAC = 65^\circ$ మరియు $\angle ADC = 60^\circ$ అయితే $\angle CAB$, $\angle ABC$ మరియు $\angle BCD$ కోణాల కొలతలు ఎంత?

సాధన: సమాంతర రేఖలు AB మరియు CD లను పరిశీలిద్దాము. ఈ సందర్భంలో AD ఈ రెండు రేఖలకు తిర్యగ్రేఖ



పటం 5.29

సమాంతర రేఖల జతపై తిర్యగ్రేఖ వలన ఏర్పడిన ఒకే వైపు గల అంతర కోణాల మొత్తం 180° అని మనకు తెలుసు. $\angle ADC + \angle DAB = 180^\circ$

$60^\circ + \angle DAB = 180^\circ$.

కావున $\angle DAB = 120^\circ$.

ఈ విలువ నుండి మనం $\angle CAB$ కనుగొనగలమా?

$\angle DAB = \angle DAC + \angle CAB$.

కావున $120^\circ = 65^\circ + \angle CAB$.

కావున $\angle CAB = 55^\circ$.

ఇప్పుడు సమాంతర రేఖలు AD మరియు BC లను పరిగణిద్దాము. వీటిని తిర్యగ్రేఖ CD ఖండిస్తోంది. $\angle ADC$ మరియు $\angle BCD$ లు తిర్యగ్రేఖ కు ఒకేవైపు అంతరంగా వుండే కోణాలు కాబట్టి $\angle ADC + \angle BCD = 180^\circ$. $\angle ADC$ విలువ 60° గా ఇవ్వబడింది. కాబట్టి $\angle BCD = 120^\circ$, ఇదేవిధంగా, మనం $\angle ABC = 60^\circ$. అని కనుగొనవచ్చును. అందువలన పటం 5.29లో $\angle CAB = 55^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BCD = 120^\circ$.

AP SCERT

Figure it Out - 5.4

1. Find the angles marked below.

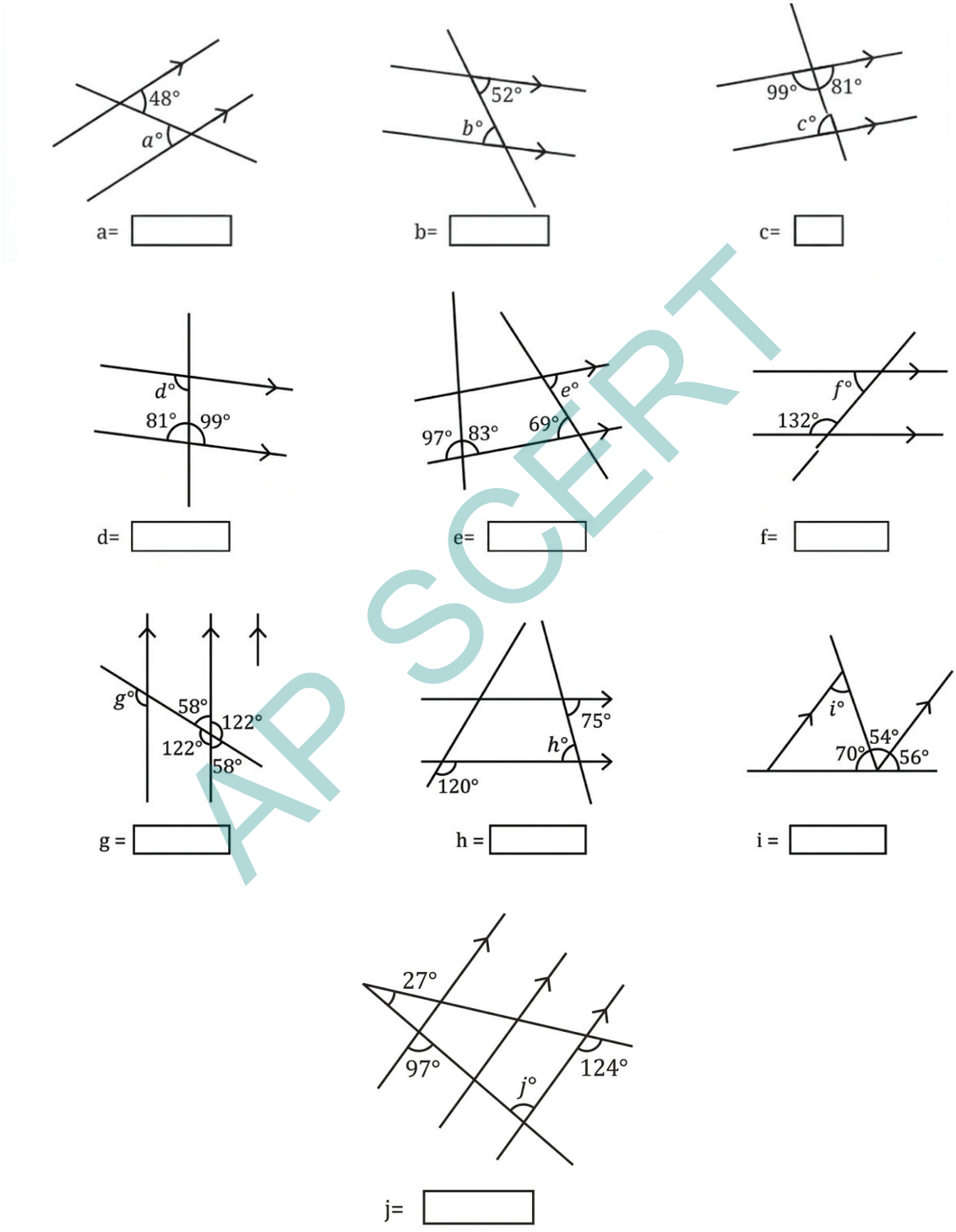
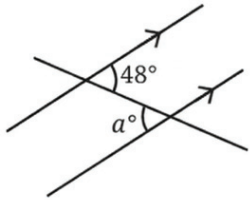


Fig. 5.30

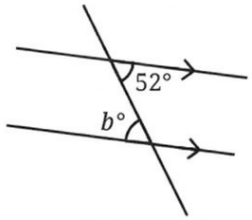
AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 5.4

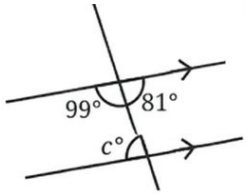
1. క్రింది వానిలో గుర్తించబడిన కోణాలను కనుగొనుము.



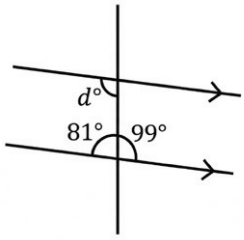
a= ☐



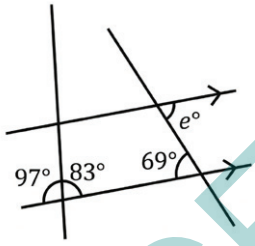
b= ☐



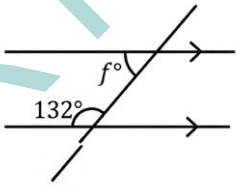
c= ☐



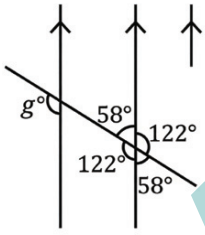
d= ☐



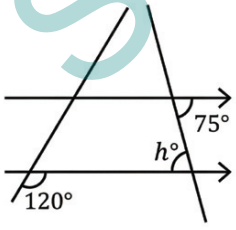
e= ☐



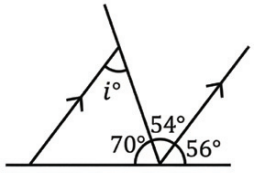
f= ☐



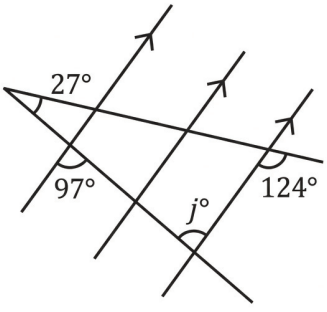
g = ☐



h = ☐



i = ☐



j= ☐

పటం 5.30

AP SCERT

2. Find the angle represented by a.

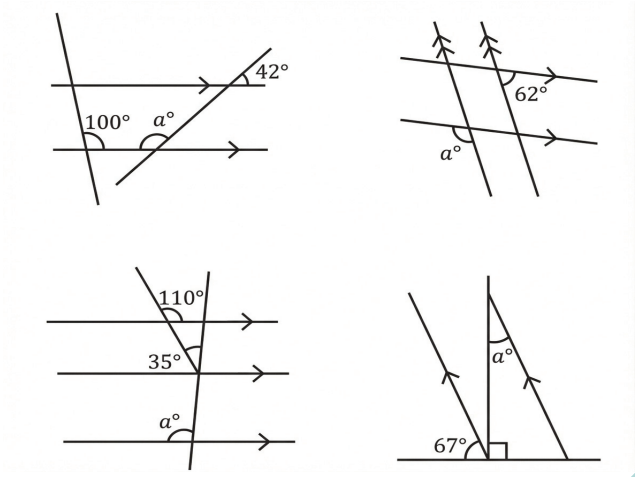


Fig. 5.31

3. In the figures below, what angles do x and y stand for?

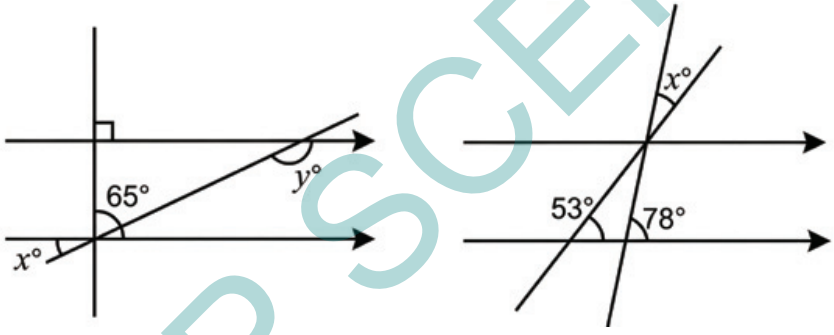


Fig. 5.32

4. In Fig. 5.33, ∠ABC = 45° and ∠IKJ = 78°. Find angles ∠GEH, ∠HEF, ∠FED

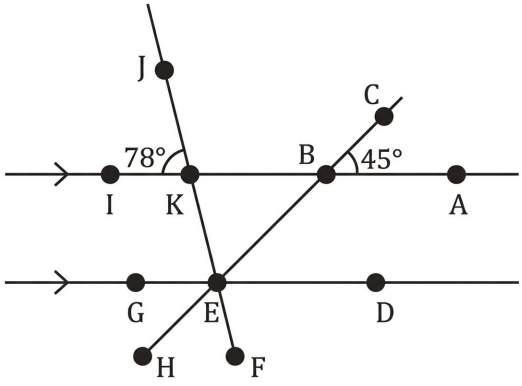
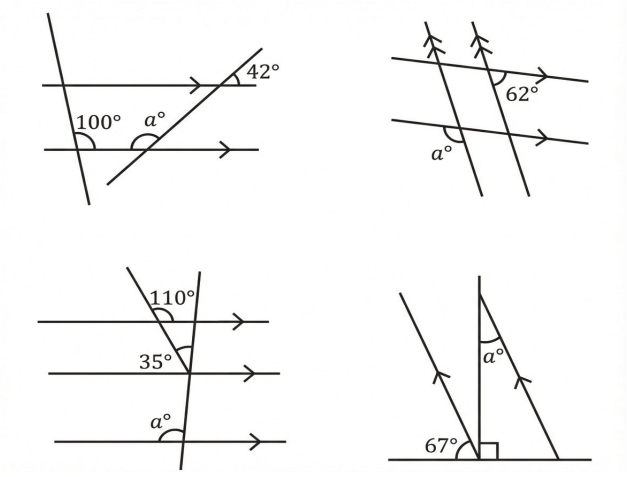


Fig. 5.33

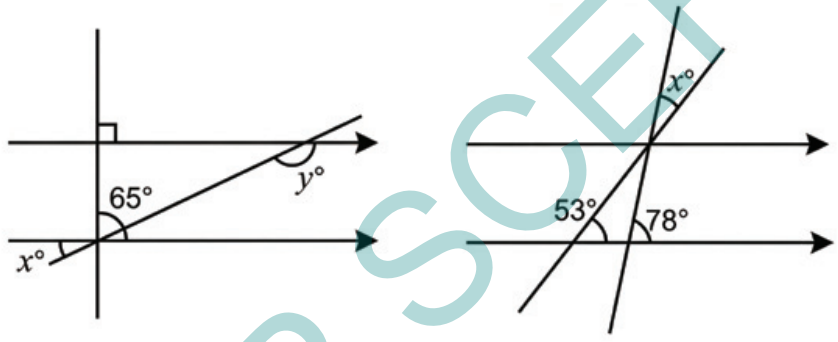
AP SCERT

2. a సూచించే కోణాన్ని కనుగొనండి.



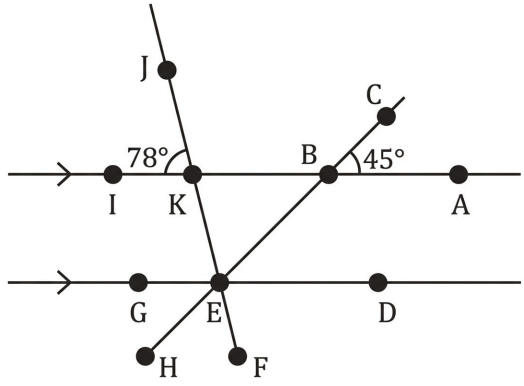
పటం 5.31

3. క్రింది పటాలలో x మరియు y కోణాలు సూచించి విలువలు ఏవి?



పటం 5.32

4. పటం 5.33 లో $\angle ABC = 45^\circ$ మరియు $\angle IKJ = 78^\circ$ అయిన $\angle GEH$, $\angle HEF$, $\angle FED$ కోణాలను కనుగొనండి?



పటం 5.33

AP SCERT

5. In Fig. 5.34, AB is parallel to CD and CD is parallel to EF. Also, EA is perpendicular to AB. If ∠BEF = 55°, find the values of x and y.

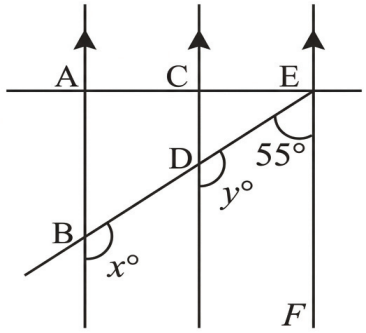


Fig. 5.34

6. What is the measure of angle ∠NOP in Fig. 5.35?

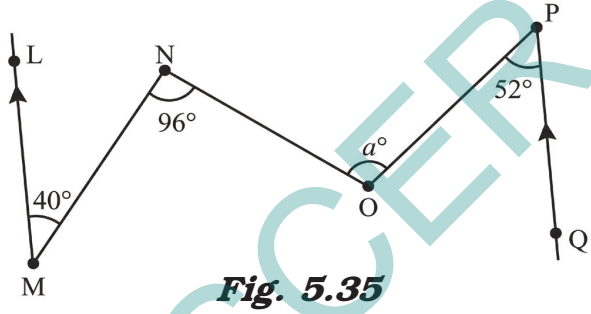
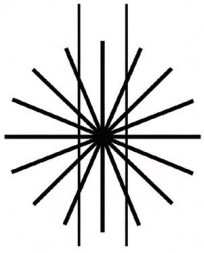


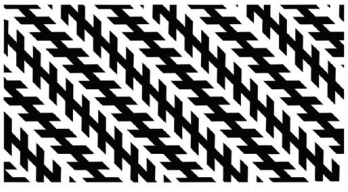
Fig. 5.35

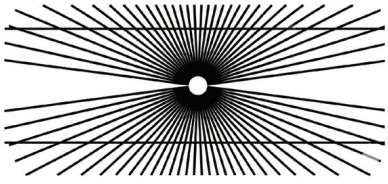
[Hint: Draw lines parallel to LM and PQ through points N and O.]

5.9 Parallel Illusions

There do not seem to be any parallel lines here. Or, are there?



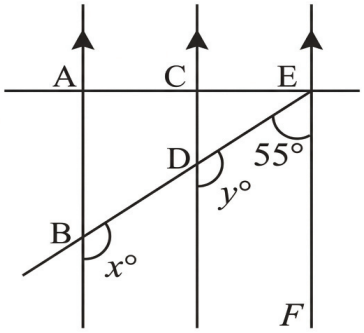




What causes these illusions?

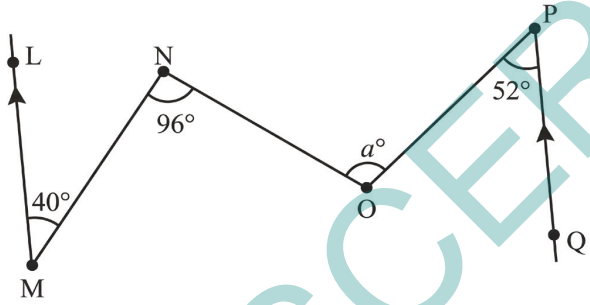
AP SCERT

5. పటం 5.34) AB, CD కి సమాంతరము మరియు CD, EF కి సమాంతరము. EA, AB కి లంబంగా ఉంది. $\angle BEF = 55^\circ$ అయిన x మరియు y విలువలను కనుగొనుము.



పటం 5.34

6. పటం 5.35లో $\angle NOP$ కొలత ఎంత?

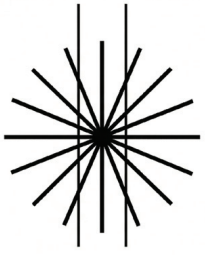


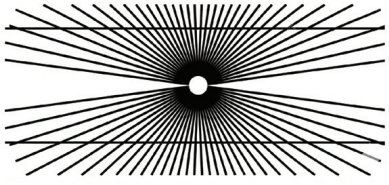
పటం 5.35

(సూచన: LM మరియు PQ లకు N మరియు O ల ద్వారా సమాంతర రేఖలు గీయండి.)

5.9. సమాంతర భ్రమలు

ఇక్కడ ఎటువంటి సమాంతర రేఖలు ఉన్నట్లు కని పించడం లేదు. లేదా సమాంతర రేఖలు ఉన్నాయా?





ఈ భ్రమలకు కారణం ఏమిటి?

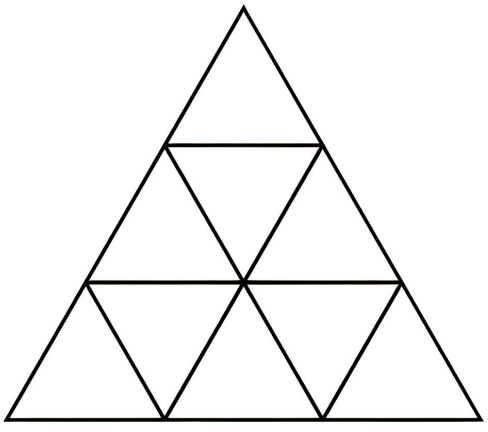
AP SCERT

SUMMARY

- When two lines intersect, they form four angles. The vertically opposite angles are equal and the linear pairs add up to 180°.
- When two lines intersect and the angles formed are 90° (i.e., all four angles are equal), the lines are said to be perpendicular to each other.
- When two lines never intersect on a plane, they are called parallel lines.
- When a line t intersects another pair of lines, it is called a transversal and it forms 2 sets of 4 angles. Each of the 4 angles in the first set has a corresponding angle in the second set.
- When a transversal intersects a pair of parallel lines, the corresponding angles are equal. When a transversal intersects a pair of lines and the corresponding angles are equal, then the pair of lines is parallel.
- When a transversal intersects a pair of parallel lines, the alternate angles are equal.
- The interior angles on the same side formed by a transversal intersecting a pair of parallel lines always add up to 180°.

AP SCERT

How many triangles ?

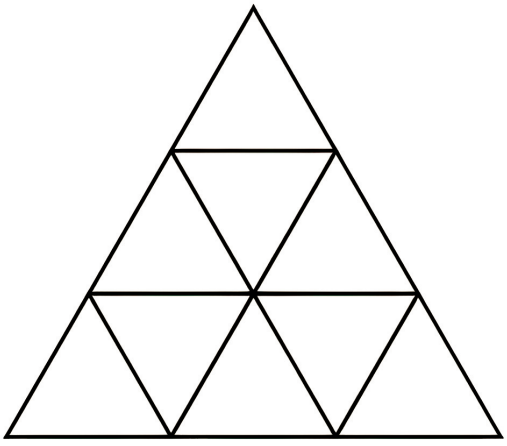


సారాంశం

- రెండు రేఖలు ఖండించుకున్నప్పుడు, అవి నాలుగు కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి. శీర్షాభిముఖ కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి మరియు రేఖీయ ద్వయ కోణాల మొత్తం 180° ఉంటుంది.
- రెండు రేఖలు ఖండించుకున్నప్పుడు ఏర్పడే కోణాలు 90° ఉంటే (అనగా నాలుగు కోణాలు సమానం), ఆ రేఖలను ఒకదానికొకటి లంబ రేఖలు అని అంటారు.
- ఒక తలంలో రెండు రేఖలు ఖండించుకోకపోతే, వాటిని సమాంతర రేఖలు అంటారు.
- ఒక రేఖ 't' మరొక జత రేఖలను ఖండించినప్పుడు, దానిని తిర్యగ్రేఖ (Transversal) అంటారు. ఇది 2 సమూహాల 4 కోణాలను ఏర్పరుస్తుంది. మొదటి సమూహంలోని ప్రతి 4 కోణాలకు, రెండవ సెట్‌లో ఒక సదృశ్య కోణం (Corresponding angle) ఉంటుంది.
- ఒక తిర్యగ్రేఖ ఒక జత సమాంతర రేఖలను ఖండించినప్పుడు, సదృశ్య కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి. ఒక తిర్యగ్రేఖ ఒక జత రేఖలను ఖండించినప్పుడు సదృశ్య కోణాలు సమానంగా ఉంటే, ఆ జత రేఖలు సమాంతరంగా ఉంటాయి.
- ఒక తిర్యగ్రేఖ ఒక జత సమాంతర రేఖలను ఖండించినప్పుడు, ఏకాంతర కోణాలు (Alternate angles) సమానంగా ఉంటాయి.
- సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినప్పుడు, ఒకే వైపున ఉండే అంతర కోణాల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 180° ఉంటుంది.

AP SCERT

త్రిభుజాలు ఎన్ని ?



6 NUMBER PLAY

D6A5F3

Learning outcomes:

Learners will be able to

- Explores, identifies, and generalises patterns and properties in numbers.
- Understands and applies parity concepts (even/odd) and number properties in reasoning tasks.
- Recognises and generates the Fibonacci sequence and connects it to real-life examples.
- Uses number grids and puzzles to develop logical and analytical thinking.
- Appreciates the patterns, structure, and beauty of numbers in nature and everyday life.

AP SCERT

6.0 Introduction

Mathematics is not just about counting or calculations - it is a **playground** of patterns, puzzles, and surprises. In this chapter, Number Play, we explore how numbers can talk to us, play games, and even create art.

We will discover amazing ideas - how numbers reveal patterns, form magic squares, show the beauty of even and odd, and appear in nature as **Virahanka-Fibonacci** sequences.

Get ready to see how mathematics is not only about solving problems, but also about thinking creatively and having fun with numbers

6 సంఖ్యలతో ఆట

B5K4Y6

అభ్యసన ఫలితాలు:

అభ్యాసకులు

- సంఖ్యల్లో ఉన్న నమూనాలు మరియు లక్షణాలను అన్వేషించి, గుర్తించి, సాధారణీకరించడం చేస్తారు.
- సరి-బేసి స్థితి (సమ-బేసి) భావనలు మరియు సంఖ్యల లక్షణాలను తార్కిక ఆలోచనలో ఉపయోగిస్తారు.
- ఫిబోనాకి శ్రేణిని గుర్తించి, రూపొందించి, దాన్ని వాస్తవ జీవిత సందర్భాలతో అనుసంధానం చేస్తారు.
- సంఖ్యా గ్రిడ్లు మరియు పజిల్స్ ద్వారా తార్కిక మరియు విశ్లేషణాత్మక ఆలోచనను అభివృద్ధి చేస్తారు.
- ప్రకృతి మరియు నిత్యజీవితంలో సంఖ్యల నమూనాలు, నిర్మాణం మరియు అందాన్ని గుర్తించి అభినందిస్తారు.

AP SCERT

6.0 పరిచయం

గణితం అంటే కేవలం లెక్కించడం లేదా లెక్కలు చేయడం మాత్రమే కాదు - ఇది నమూనాలు, పజిల్‌లు మరియు ఆశ్చర్యాల యొక్క **ఆటస్థలం**. ఈ అధ్యాయం, 'సంఖ్యలతో ఆట' లో, సంఖ్యలు మనతో ఎలా మాట్లాడతాయో, ఎలా ఆటలు ఆడతాయో మరియు కళను కూడా ఎలా సృష్టిస్తాయో మనం అన్వేషిస్తాం.

మనం అద్భుతమైన విషయాలను తెలుసుకోబోతున్నాం - సంఖ్యలు నమూనాలను ఎలా వెల్లడిస్తాయి, మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌లను ఎలా ఏర్పరుస్తాయి, సరి మరియు బేసి సంఖ్యల అందాన్ని ఎలా చూపుతాయి మరియు ప్రకృతిలో **విరహాంక-ఫిబొనాచీ** వరుస క్రమాలలో ఎలా కనిపిస్తాయో చూస్తాం.

గణితం అంటే కేవలం సమస్యలను పరిష్కరించడం మాత్రమే కాదు, సృజనాత్మకంగా ఆలోచించడం మరియు సంఖ్యలతో ఆనందాన్ని పొందడం కూడా అని తెలుసుకోవడానికి సిద్ధంగా ఉండండి.

Activity - Guess the Rule (Exploring Patterns)

Numbers often follow interesting patterns.

For example, consider this sequence:

2, 4, 6, 8, ...

Each number increases by 2.

Can you predict the next two numbers in this pattern?

6.1 Numbers Tell us Things

Imagine seven children standing in a line according to their height.

Each child says how many children standing in front of them are taller than they are.

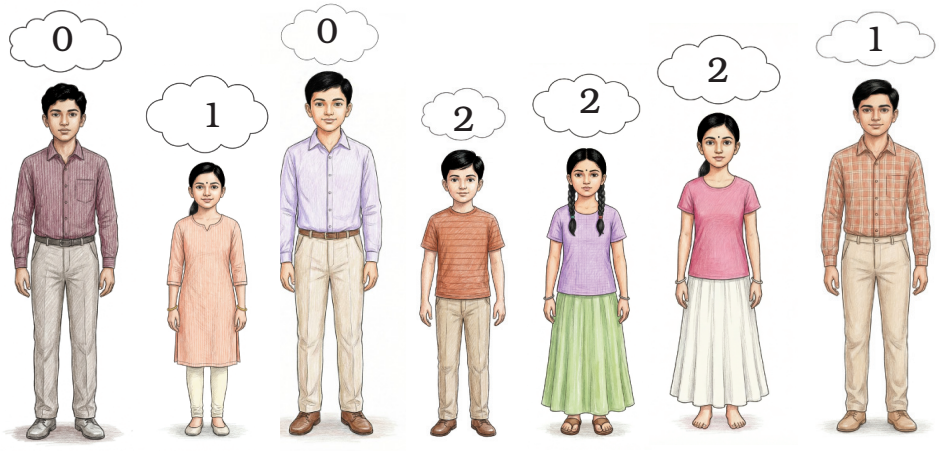
For example, if a child says "2," it means there are two taller children ahead.When all children say their numbers, we get a sequence that describes the height arrangement of the group.

This type of arrangement shows how numbers can tell stories - they describe positions, comparisons, and patterns found in everyday life.

? What do the numbers in the figure below tell us?

Remember the children from the Grade 6 textbook of mathematics?

Now, they call out numbers using a different rule.



AP SCERT

కృత్యం – నియమాన్ని ఊహించండి (నమూనాలను అన్వేషించడం)

సంఖ్యలు తరచుగా ఆసక్తికరమైన నమూనాలను అనుసరిస్తాయి.

ఉదాహరణకు, ఈ నమూనాను గమనించండి:

2, 4, 6, 8, ...

ఇక్కడ ప్రతి సంఖ్య 2 పెరుగుతోంది.

ఈ నమూనాలో తర్వాతి రెండు సంఖ్యలను మీరు అంచనా వేయగలరా?

6.1 సంఖ్యలు మనకు విషయాలను చెబుతాయి

ఏడుగురు పిల్లలు వారి ఎత్తుల ప్రకారం ఒక వరుసలో నిలబడ్డారని ఊహించుకోండి.

ప్రతి బిడ్డ తన కంటే ఎత్తుగా ఉండి, తన కంటే ముందు నిలబడిన వారు ఎంతమంది ఉన్నారో చెబుతారు.

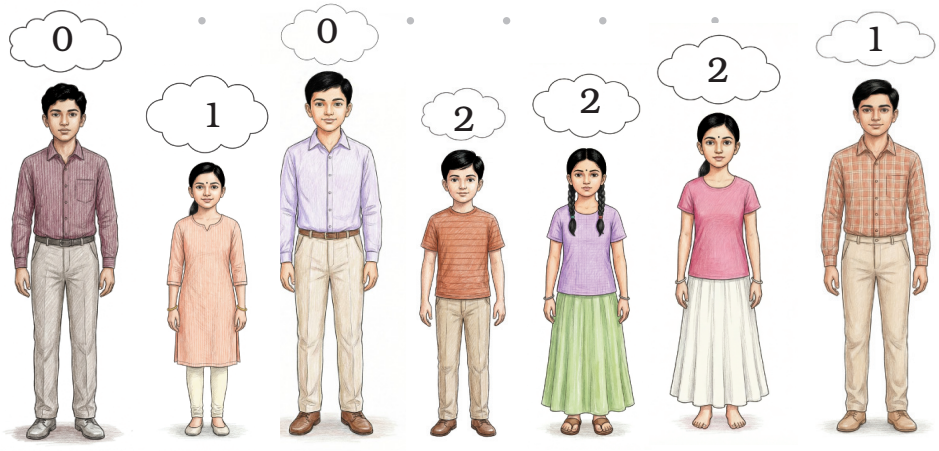
ఉదాహరణకు, ఒక బిడ్డ "2" అని చెబితే, దాని అర్థం వారి కంటే ముందు ఇద్దరు ఎత్తైన పిల్లలు ఉన్నారని. పిల్లలందరూ తమ సంఖ్యలను చెప్పినప్పుడు, ఆ సమూహం యొక్క ఎత్తుల అమరికను వివరించే ఒక సంఖ్యల వరుస మనకు లభిస్తుంది.

ఈ రకమైన అమరిక సంఖ్యలు కథలను ఎలా చెబుతాయో చూపిస్తుంది – అవి మన దైనందిన జీవితంలో కనిపించే స్థానాలు, పోలికలు మరియు నమూనాలను వివరిస్తాయి.

? క్రింద ఉన్న చిత్రంలోని సంఖ్యలు మనకు ఏమి చెబుతున్నాయి?

ఆరవ తరగతి గణిత పాఠ్యపుస్తకంలోని పిల్లలు మీకు గుర్తున్నారా?

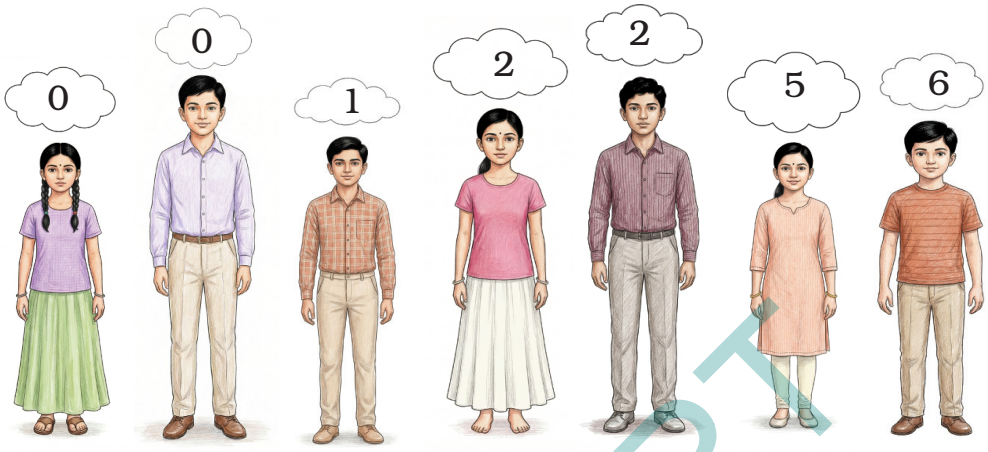
ఇప్పుడు, వారు ఒక విభిన్నమైన నియమాన్ని ఉపయోగించి సంఖ్యలు చెబుతున్నారు.



AP SCERT

What do you think these numbers mean?

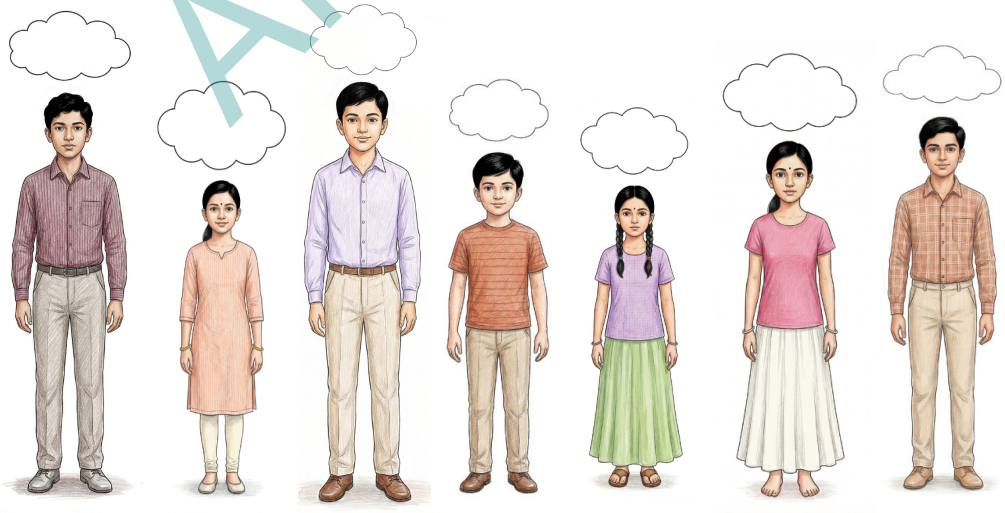
The children rearrange themselves and each one says a number based on the new arrangement.



Could you figure out what these numbers convey? Observe and try to find out.

The rule is - each child calls out the number of children in front of them who are taller than them. Check if the number each child says matches this rule in both the arrangements.

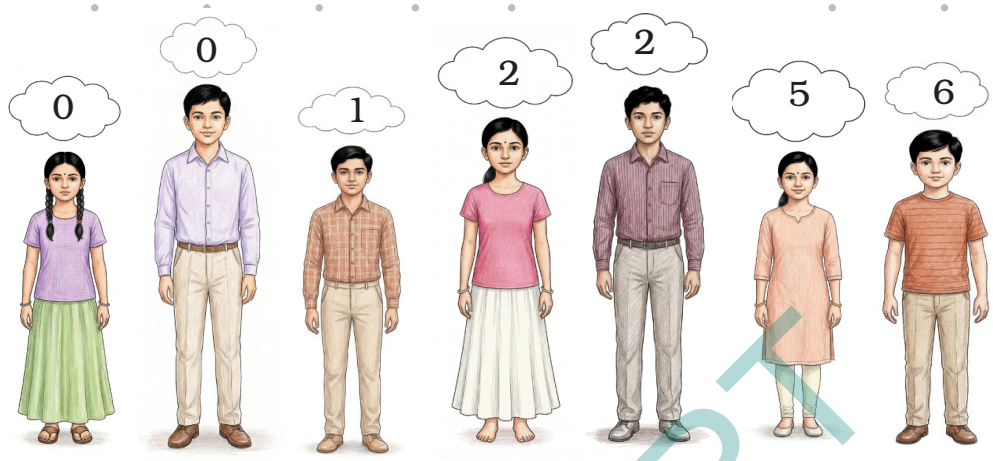
Write down the number each child should say based on this rule for the arrangement shown below.



AP SCERT

ఈ సంఖ్యల అర్థం ఏమిటని మీరు అనుకుంటున్నారు?

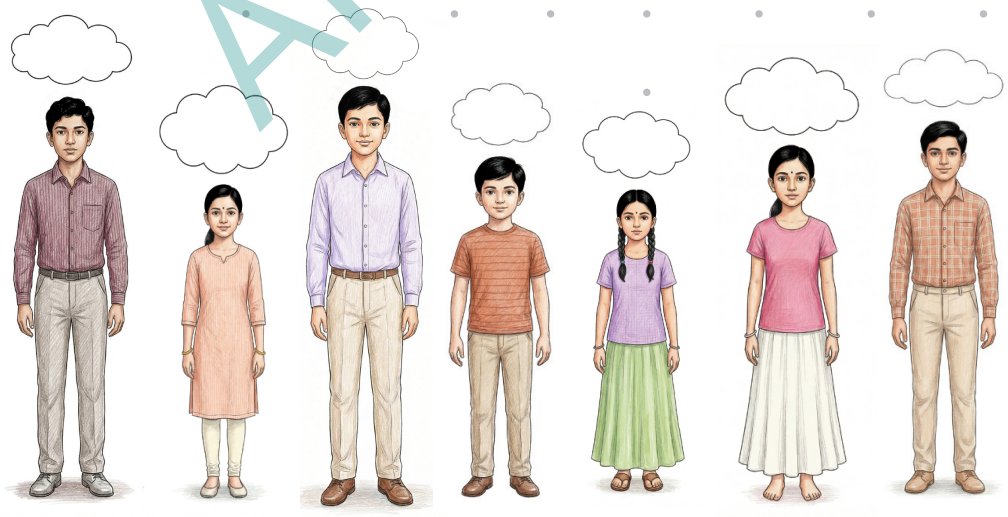
పిల్లలు తమను తాము మళ్ళీ అమర్చుకున్నారు (రీ-అరేంజ్), మరియు కొత్త అమరిక ఆధారంగా ప్రతి ఒక్కరూ ఒక సంఖ్యను చెబుతున్నారు.



ఈ సంఖ్యలు ఏమి తెలియజేస్తున్నాయో మీరు కనుగొనగలరా? నిశితంగా పరిశీలించి తెలుసుకోవడానికి ప్రయత్నించండి.

నియమం ఏమిటంటే – ప్రతి బిడ్డ తన కంటే ముందు నిలబడిన వారిలో, తన కంటే ఎత్తుగా ఉన్న పిల్లలు ఎంతమంది ఉన్నారో ఆ సంఖ్యను చెబుతారు. రెండు రకాల అమరికలలోనూ ప్రతి బిడ్డ చెప్పే సంఖ్య ఈ నియమానికి సరిపోతుందో లేదో సరి చూడండి.

క్రింద చూపిన అమరిక ఆధారంగా, పైన పేర్కొన్న నియమం ప్రకారం ప్రతి బిడ్డ చెప్పవలసిన సంఖ్యను వ్రాయండి.



AP SCERT

Figure it Out - 6.1

1. Arrange the stick figure cutouts given at the end of the book or draw a height arrangement such that the sequence reads:

   (a) 0, 1, 1, 2, 4, 1, 5

   (b) 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0

   (c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

   (d) 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0

   (e) 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1

   (f) 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3

2. For each of the statements given below, think and identify if it is Always True, Only Sometimes True, or Never True. Share your reasoning.

   (a) If a person says '0', then they are the tallest in the group.

   (b) If a person is the tallest, then their number is '0'.

   (c) The first person's number is '0'.

   (d) If a person is not first or last in line (i.e., if they are standing somewhere in between), then they cannot say '0'.

   (e) The person who calls out the largest number is the shortest.

   (f) What is the largest number possible in a group of 8 people?

6.2 Picking Parity

Kishore has some number cards and is working on a puzzle: There are 5 boxes, and each box should contain exactly 1 number card. The numbers in the boxes should sum to 30. Can you help him find a way to do it?

AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 6.1

1. పుస్తకం చివరలో ఇచ్చిన బొమ్మల కటౌట్‌లను అమర్చండి లేదా క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యల వరుసకు సరిపోయేలా పిల్లల ఎత్తుల అమరికను గీయండి:

   ఎ) 0, 1, 1, 2, 4, 1, 5

   బి) 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0

   సి) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

   డి) 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0

   ఇ) 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1

   ఎఫ్) 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3

2. క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి వాక్యాన్ని చదివి, అది 'ఎల్లప్పుడూ నిజం' 'కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిజం' , లేదా 'ఎప్పుడూ నిజం కాదు' అని గుర్తించండి. మీ సమాధానానికి గల కారణాన్ని తెలపండి.

   (ఎ) ఒక వ్యక్తి '0' అని చెబితే, వారు ఆ సమూహంలో అందరికంటే ఎత్తైన వ్యక్తి అవుతారు.

   (బి) ఒక వ్యక్తి అందరికంటే ఎత్తైన వారైతే, వారి సంఖ్య '0' అవుతుంది.

   (సి) వరుసలో ఉన్న మొదటి వ్యక్తి యొక్క సంఖ్య '0' అవుతుంది.

   (డి) ఒక వ్యక్తి వరుసలో మొదటి లేదా చివరి స్థానంలో కాకుండా (అంటే మధ్యలో ఎక్కడైనా) ఉంటే, వారు '0' అని చెప్పలేరు.

   (ఇ) పెద్ద సంఖ్యను చెప్పే వ్యక్తి, ఆ సమూహంలో అందరికంటే పొట్టి వ్యక్తి అవుతారు.

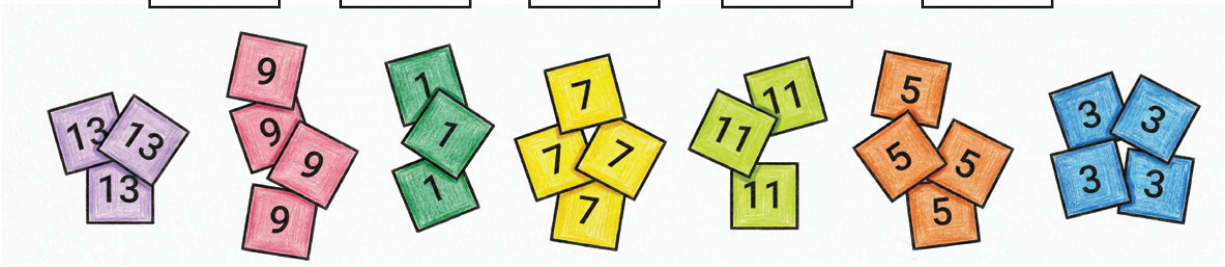
   (ఎఫ్) 8 మంది వ్యక్తులు ఉన్న సమూహంలో సాధ్యమయ్యే అతి పెద్ద సంఖ్య ఏది?

6.2 పారిటీని గుర్తించడం (Picking Parity)

కిషోర్ దగ్గర కొన్ని సంఖ్యల కార్డులు ఉన్నాయి. అతను ఒక పజిల్‌ను పూర్తి చేయడానికి ప్రయత్నిస్తున్నాడు: 5 పెట్టెలు ఉన్నాయి, ప్రతి పెట్టెలోనూ సరిగ్గా 1 సంఖ్య కార్డు మాత్రమే ఉండాలి. ఆ పెట్టెల్లోని సంఖ్యల మొత్తం 30 కావాలి. అతను దీనిని సాధించడానికి మీరు సహాయం చేయగలరా?

AP SCERT

☐ + ☐ + ☐ + ☐ + ☐ = 30



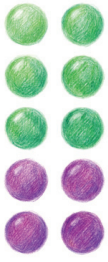
Can you figure out which 5 cards add to 30? Is it possible? There are many ways of choosing 5 cards from this collection.Is there a way to find a solution without checking all possibilities? Let us find out.

? Add a few even numbers together. What kind of number do you get? Does it matter how many numbers are added?

Any even number can be arranged in pairs without any leftovers.Some even numbers are shown here, arranged in pairs.

Add a few even numbers together. What kind of number do you get? Does it matter how many numbers are added?

Any even number can be arranged in pairs without any leftovers. Some even numbers are shown here, arranged in pairs.



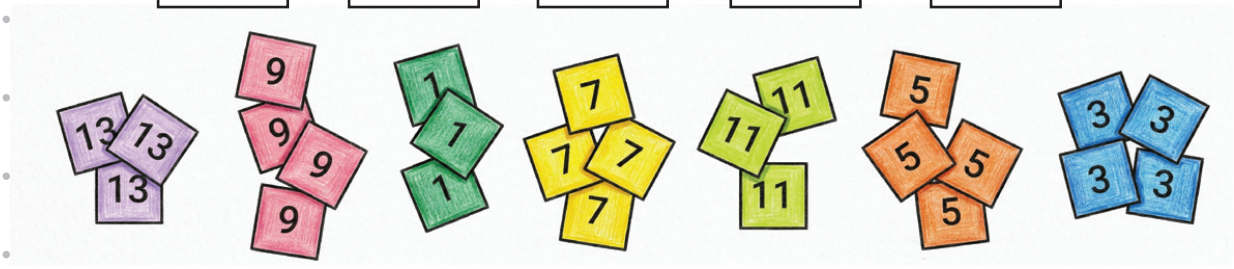
As we see in the figure, adding any number of even numbers will result in a number which can still be arranged in pairs without any leftovers. In other words, the sum will always be an even number.

? Now, add a few odd numbers together. What kind of number do you get? Does it matter how many odd numbers are added?

Odd numbers can't be arranged in pairs. An odd number is one more than a collection of pairs. Some odd numbers are shown below :

AP SCERT

☐ + ☐ + ☐ + ☐ + ☐ = 30

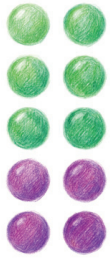


ఏ 5 కార్డుల మొత్తం 30 అవుతుందో మీరు కనుగొనగలరా? అసలు అది సాధ్యమేనా? ఈ కార్డుల సమూహం నుండి 5 కార్డులను ఎంచుకోవడానికి చాలా మార్గాలు ఉన్నాయి. అన్ని రకాల ఎంపికలను తనిఖీ చేయకుండానే, దీనికి పరిష్కారం కనుగొనే మార్గం ఏమైనా ఉందా? రండి, తెలుసుకుందాం.

✪ కొన్ని సరి సంఖ్యలను కలిపి చూడండి. మీకు ఎటువంటి సంఖ్య వస్తుంది? మీరు ఎన్ని సంఖ్యలను కలుపుతున్నారు అనే దానిపై ఫలితం ఆధారపడి ఉంటుందా?

ఏదైనా సరి సంఖ్యను, ఎటువంటి మిగులు లేకుండా జతలుగా అమర్చవచ్చు. కొన్ని సరి సంఖ్యలను జతలుగా అమర్చి ఇక్కడ చూపడమైనది. కొన్ని సరి సంఖ్యలను కలిపి చూడండి. మీకు ఎటువంటి సంఖ్య వస్తుంది? మీరు ఎన్ని సంఖ్యలను కలిపారు అనే దానిపై ఫలితం ఆధారపడి ఉంటుందా?

ఏ సరి సంఖ్యను, అయినా ఎటువంటి శేషం లేని జతలుగా అమర్చవచ్చు.కొన్ని సరి సంఖ్యలను జతలుగా అమర్చి ఇక్కడ చూపడమైనది.

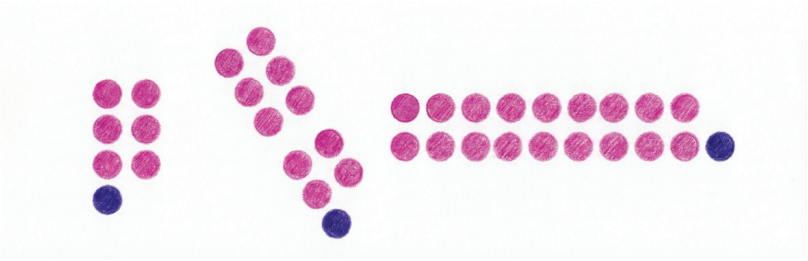


మనం చిత్రంలో చూస్తున్నట్లుగా, ఎన్ని సరి సంఖ్యలను కలిపినా, వచ్చే ఫలితాన్ని ఎటువంటి శేషం లేకుండా మళ్ళీ జతలుగా అమర్చవచ్చు. మరో మాటలో చెప్పాలంటే, వాటి మొత్తం ఎప్పుడూ ఒక సరి సంఖ్యే అవుతుంది.

✪ ఇప్పుడు, కొన్ని బేసి సంఖ్యలను కలిపి చూడండి. మీకు ఎటువంటి సంఖ్య వస్తుంది? మీరు ఎన్ని బేసి సంఖ్యలను కలిపారు అనే దానిపై ఫలితం ఆధారపడి ఉంటుందా?

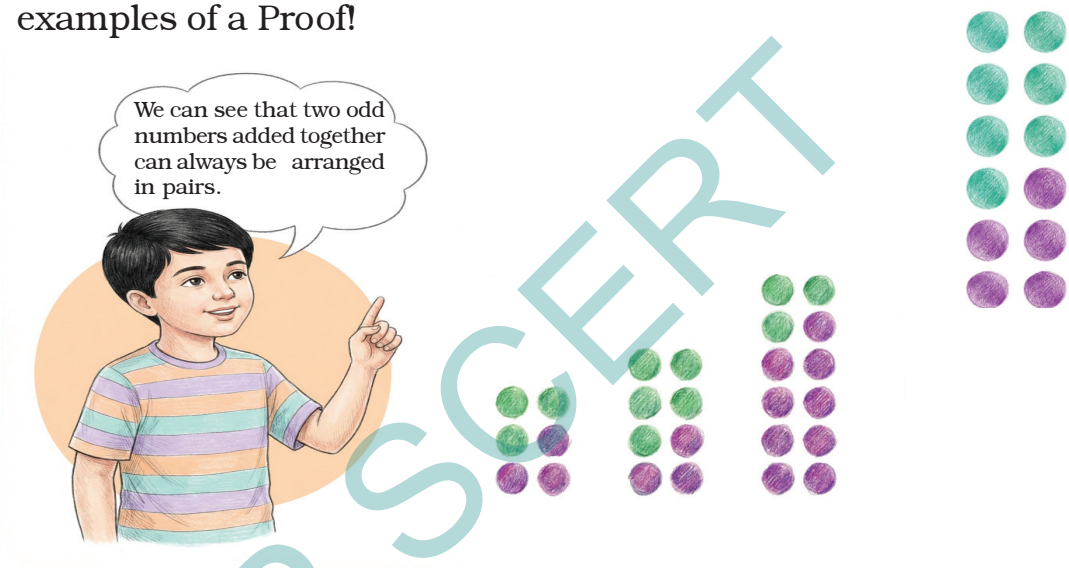
బేసి సంఖ్యలను పూర్తిగా జతలుగా అమర్చలేము. ఒక బేసి సంఖ్య అంటే జతల సమూహం కంటే ఒకటి ఎక్కువగా ఉన్న సంఖ్య. కొన్ని బేసి సంఖ్యలను ఇక్కడ చూపడమైనది:

AP SCERT



Can we also think of an odd number as one less than a collection of pairs?

This figure shows that the sum of two odd numbers must always be even! This along with the other figures here are more examples of a Proof!



? What about adding 3 odd numbers? Can the resulting sum be arranged in pairs? No.

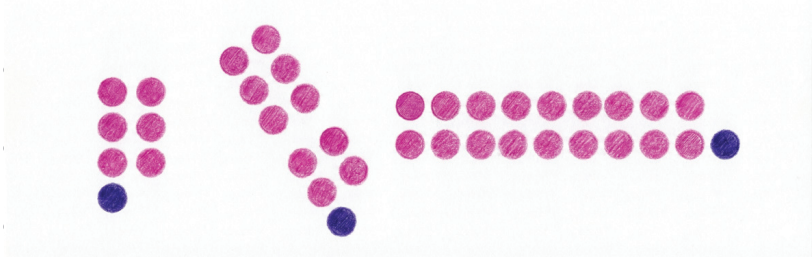
? Explore what happens to the sum of (a) 4 odd numbers, (b) 5 odd numbers, and (c) 6 odd numbers.

Let us go back to the puzzle Kishore was trying to solve. There are 5 empty boxes. That means he has an odd number of boxes. All the number cards contain odd numbers.

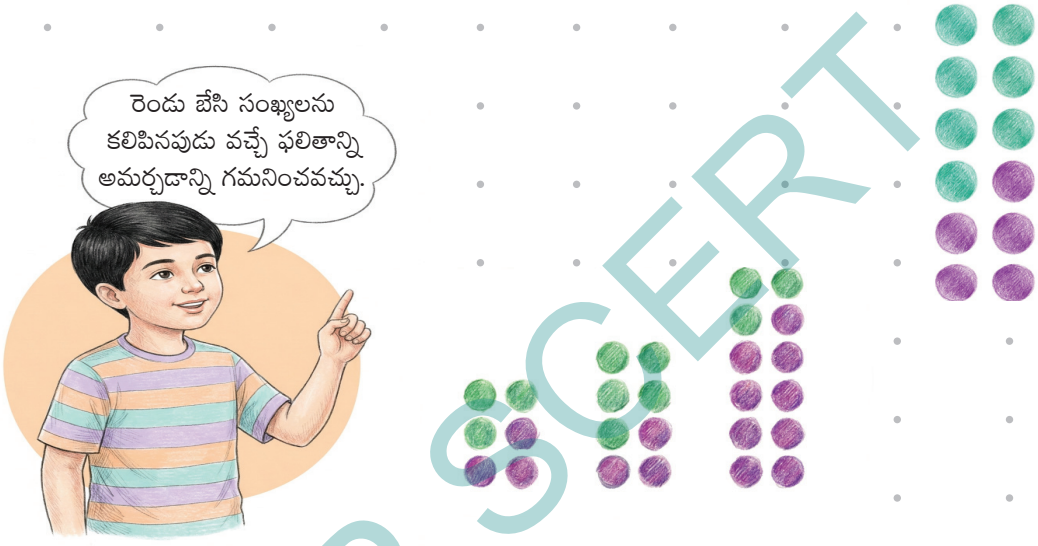
They should add to 30, which is an even number. Since, adding any 5 odd numbers will never result in an even number, Kishore cannot arrange these cards in the boxes to add up to 30.

? Two siblings, Ravi and Krishna, were born exactly one year apart. Today they are celebrating their birthday. Ravi exclaims that the sum of their ages is 112. Is this possible? Why or why not?

AP SCERT



ఒక బేసి సంఖ్యను, జతల సమూహం కంటే ఒకటి తక్కువగా ఉన్న సంఖ్యగా కూడా మనం భావించవచ్చా? రెండు బేసి సంఖ్యల మొత్తం ఎప్పుడూ సరి సంఖ్యే కావాలని ఈ చిత్రం చూపుతోంది! ఇక్కడ ఉన్న ఇతర చిత్రాలతో పాటు ఇది కూడా ఒక నిరూపణకు మరిన్ని ఉదాహరణలు!



? మరి 3 బేసి సంఖ్యలను కలిపితే ఏమి జరుగుతుంది? వచ్చే మొత్తాన్ని జతలుగా అమర్చవచ్చా? లేదు, కుదరదు.

? క్రింద ఇవ్వబడిన సందర్భాలలో వచ్చే మొత్తం ఏమవుతుందో పరిశీలించండి:

(ఎ) 4 బేసి సంఖ్యలు, (బి) 5 బేసి సంఖ్యలు, మరియు (సి) 6 బేసి సంఖ్యలు.

మనం కిషోర్ పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నిస్తున్న పజిల్‌కు తిరిగి వెళ్దాం. అక్కడ 5 ఖాళీ పెట్టెలు ఉన్నాయి. అంటే అతని దగ్గర బేసి సంఖ్యలో (5) పెట్టెలు ఉన్నాయి. అన్ని నంబర్ కార్డులు కూడా బేసి సంఖ్యలే. వాటి మొత్తం 30 కావాలి, ఇది ఒక సరి సంఖ్య . ఏవైనా 5 బేసి సంఖ్యలను కలిపినప్పుడు ఎప్పుడూ సరి సంఖ్య రాదు కాబట్టి, ఆ కార్డుల మొత్తం 30 అయ్యేలా కిషోర్ పెట్టెల్లో అమర్చలేడు.

? రవి మరియు కృష్ణ అనే ఇద్దరు అన్నదమ్ములు సరిగ్గా ఒక సంవత్సరం తేడాతో జన్మించారు. ఈరోజు వారు తమ పుట్టినరోజును జరుపుకుంటున్నారు. తమ ఇద్దరి వయస్సుల మొత్తం 112 అని రవి ఉత్సాహంగా చెబుతున్నాడు. ఇది సాధ్యమేనా? ఎందుకు సాధ్యం కాదు?

AP SCERT

As they were born one year apart, their ages will be (two) consecutive numbers. Can their ages be 51 and 52? 51 + 52 = 103. Try some other consecutive numbers and see if their sum is 112.

The counting numbers 1, 2, 3, 4, 5, ... alternate between even and odd numbers. In any two consecutive numbers, one will always be even and the other will always be odd!

What would be the resulting sum of an even number and an odd number? We can see that their sum can't be arranged in pairs and thus will be an odd number.

Since 112 is an even number, and Ravi's and Krishna's ages are consecutive numbers, they cannot add up to 112.

We use the word **parity** to denote the property of being even or odd. For instance, the parity of the sum of any two consecutive numbers is odd. Similarly, the parity of the sum of any two odd numbers is even.

Figure it Out - 6.2

1. Using your understanding of the pictorial representation of odd and even numbers, find out the parity of the following sums:
   a. Sum of 2 even numbers and 2 odd numbers (e.g., even + even + odd + odd)
   b. Sum of 2 odd numbers and 3 even numbers
   c. Sum of 5 even numbers
   d. Sum of 8 odd numbers
2. Lasya has an odd number of ₹1 coins, an odd number of ₹5 coins and an even number of ₹10 coins in his piggy bank. She calculated the total and got ₹205. Did she make a mistake? If she did, explain why. If she didn't, how many coins of each type could she have?
3. We know that:
   a. even + even = even
   b. odd + odd = even
   c. even + odd = odd

AP SCERT

వారు ఒక సంవత్సరం తేడాతో జన్మించారు కాబట్టి, వారి వయస్సులు వరుస సంఖ్యలు అవుతాయి. వారి వయస్సులు 51 మరియు 52 అయి ఉండవచ్చా? 51 + 52 = 103 అవుతుంది. మరికొన్ని వరుస సంఖ్యలను ప్రయత్నించి చూడండి, వాటి మొత్తం 112 అవుతుందేమో గమనించండి.

లెక్కించే సంఖ్యలు 1, 2, 3, 4, 5, ... ఒకదాని తర్వాత ఒకటిగా సరి మరియు బేసి సంఖ్యలుగా మారుతుంటాయి. ఏవైనా రెండు వరుస సంఖ్యలలో, ఒకటి ఎల్లప్పుడూ సరి సంఖ్య మరియు మరొకటి ఎల్లప్పుడూ బేసి సంఖ్యే అయి ఉంటుంది!

ఒక సరి సంఖ్య మరియు ఒక బేసి సంఖ్యల మొత్తం ఏమవుతుంది? వాటి మొత్తాన్ని మనం జతలుగా అమర్చలేము అని గమనించవచ్చు, కాబట్టి ఆ మొత్తం ఎల్లప్పుడూ ఒక బేసి సంఖ్యే అవుతుంది.

112 అనేది ఒక సరి సంఖ్య. రవి మరియు కృష్ణల వయస్సులు వరుస సంఖ్యలు కాబట్టి, వాటి మొత్తం 112 కావడం అసాధ్యం.

ఒక సంఖ్య సరి సంఖ్యనా లేదా బేసి సంఖ్యనా అని తెలిపే గుణాన్ని మనం 'పారిటీ' అని అంటాం. ఉదాహరణకు, ఏవైనా రెండు వరుస సంఖ్యల మొత్తం యొక్క 'పారిటీ' ఎల్లప్పుడూ 'బేసి' అవుతుంది. అదేవిధంగా, ఏవైనా రెండు బేసి సంఖ్యల మొత్తం యొక్క 'పారిటీ' 'సరి' అవుతుంది.

ఆలోచించండి-చేయండి - 6.2

1. సరి మరియు బేసి సంఖ్యల చిత్ర పటాల ఆధారంగా, ఈ క్రింది మొత్తాల యొక్క 'పారిటీ' కనుగొనండి:
   ఎ. 2 సరి సంఖ్యలు మరియు 2 బేసి సంఖ్యల మొత్తం (ఉదాహరణకు: సరి + సరి + బేసి + బేసి)
   బి. 2 బేసి సంఖ్యలు మరియు 3 సరి సంఖ్యల మొత్తం
   సి. 5 సరి సంఖ్యల మొత్తం
   డి. 8 బేసి సంఖ్యల మొత్తం
2. లాస్య తన పిగ్గీ బ్యాంకులో బేసి సంఖ్యలో ₹1 నాణేలు, బేసి సంఖ్యలో ₹5 నాణేలు మరియు సరి సంఖ్యలో ₹10 నాణేలను కలిగి ఉంది. ఆమె వాటన్నింటినీ లెక్కించగా మొత్తం ₹205 వచ్చింది. ఆమె లెక్కించడంలో ఏమైనా తప్పు చేసిందా? ఒకవేళ తప్పు చేస్తే, ఎందుకు చేసింది వివరించండి. ఒకవేళ తప్పు చేయకపోతే, ఆమె దగ్గర ఒక్కో రకమైన నాణేలు ఎన్ని ఉండి ఉండవచ్చు?
3. మనకు తెలిసిన విషయాలు:
   ఎ. సరి సంఖ్య + సరి సంఖ్య = సరి సంఖ్య
   బి. బేసి సంఖ్య + బేసి సంఖ్య = సరి సంఖ్య
   సి. సరి సంఖ్య + బేసి సంఖ్య = బేసి సంఖ్య

AP SCERT

Similarly, find out the parity for the scenarios below:

d. even - even = _____

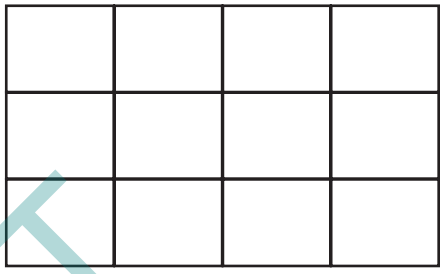
e. odd - odd = _____

f. even - odd = _____

g. odd - even = _____

Small Squares in Grids

In a 3 × 3 grid, there are 9 small squares, which is an odd number. Meanwhile, in a 3 × 4 grid, there are 12 small squares, which is an even number.



? Given the dimensions of a grid, can you tell the parity of the number of small squares without calculating the product?

? Find the parity of the number of small squares in these grids:

(a) 27 × 13

(b) 42 × 78

(c) 135 × 654

Parity of Expressions

Consider the algebraic expression: 3n + 4. For different values of n, the expression has different parity:

Since 4 is always even, the parity of the expression 3n + 4 depends entirely on the parity of 3n.

If n is Even: 3 × Even = Even

Even + 4 (Even) = Even}

If n is Odd: 3 × Odd = Odd

Odd + 4 (Even) = Odd

n	Value of 3n + 4	Parity of the Value
3	13	odd
8	28	even
10	34	even

AP SCERT

అదేవిధంగా, ఈ క్రింది సందర్భాలలో 'పారిటీ' ని కనుగొనండి:

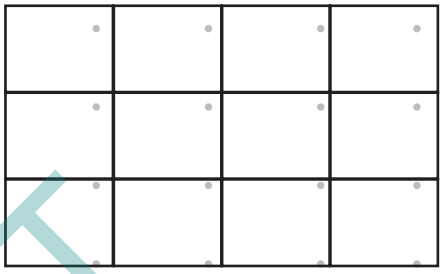
డి. సరి సంఖ్య - సరి సంఖ్య = _____

ఇ. బేసి సంఖ్య - బేసి సంఖ్య = _____

ఎఫ్. సరి సంఖ్య - బేసి సంఖ్య = _____

జి. బేసి సంఖ్య - సరి సంఖ్య = _____

గ్రిడ్‌లలోని చిన్న చతురస్రాలు



ఒక 3 × 3 గ్రిడ్‌లో, 9 చిన్న చతురస్రాలు (గడులు) ఉంటాయి, ఇది ఒక బేసి సంఖ్య. అదేవిధంగా, ఒక 3 × 4 గ్రిడ్‌లో, 12 చిన్న చతురస్రాలు ఉంటాయి, ఇది ఒక సరి సంఖ్య.

? ఒక గ్రిడ్ యొక్క కొలతలు తెలిస్తే, వాటి లబ్ధాన్ని లెక్కించకుండానే, అందులోని మొత్తం గడుల సంఖ్య సరి అవుతుందో లేక బేసి అవుతుందో మీరు చెప్పగలరా?

? ఈ క్రింది గ్రిడ్‌లలోని చిన్న చతురస్రాల సంఖ్య యొక్క పారిటీని కనుగొనండి:

(ఎ) 27 × 13 (బి) 42 × 78 (సి) 135 × 654

సమాసాల యొక్క పారిటీ

ఈ క్రింది బీజగణిత సమాసాన్ని గమనించండి:

3n + 4. n యొక్క వివిధ విలువల ఆధారంగా, ఈ సమాసం వేర్వేరు పారిటీని (సరి లేదా బేసి) కలిగి ఉంటుంది:

ఇక్కడ 4 అనేది ఎల్లప్పుడూ సరి సంఖ్యే కాబట్టి, 3n + 4 అనే సమాసం యొక్క పారిటీ అనేది పూర్తిగా 3n యొక్క పారిటీ మీద ఆధారపడి ఉంటుంది.

ఒకవేళ n 'సరి సంఖ్య' అయితే: 3 × సరి సంఖ్య = సరి సంఖ్య

సరి సంఖ్య + 4 (సరి సంఖ్య) = సరి సంఖ్య

ఒకవేళ n 'బేసి సంఖ్య' అయితే : 3 × బేసి సంఖ్య = బేసి సంఖ్య

బేసి సంఖ్య + 4 (సరి సంఖ్య) = బేసి సంఖ్య

n	3n + 4 యొక్క విలువ	విలువ యొక్క పారిటీ
3	13	బేసి సంఖ్య
8	28	సరి సంఖ్య
10	34	సరి సంఖ్య

AP SCERT

? Come up with an expression that always has even parity. Some examples are: 100p and 48w - 2. Try to find more.

? Come up with expressions that always have odd parity.

? Come up with other expressions, like 3n + 4, which could have either odd or even parity.

? The expression 6k + 2 evaluates to 8, 14, 20,... (for k = 1, 2, 3,...) - many even numbers are missing.

? Are there expressions using which we can list all the even numbers?

Hint: All even numbers have a factor 2.

? Are there expressions using which we can list all odd numbers?

We saw earlier how to express the nth term of the sequence of multiples of 4, where n is the letter-number that denotes a position in the sequence (e.g., first, twenty third, hundred and seventeenth, etc.).

? What would be the nth term for multiples of 2? Or, what is the nth even number?

To answer this question, consider the following question

Let us consider odd numbers.

? What is the 100th odd number?

? What is the 100th even number?

This is 2 × 100 = 200.

Does this help in finding the 100th odd number? Let us compare the sequence of evens and odds term-by-term.

Even Numbers : 2, 4, 6, 8, 10, 12,...

Odd Numbers : 1, 3, 5, 7, 9, 11,...

We see that at any position, the value at the odd number sequence is one less than that in the even number sequence. Thus, the 100th odd number is 200 - 1 = 199.

? Write a formula to find the nth odd number.

Let us first describe the method that we have learnt to find the odd number at a given position:

AP SCERT

? 100p మరియు 48w - 2 వంటి కొన్ని సమాసాలను మనం చూశాం. ఇవి ఎల్లప్పుడూ సరి సంఖ్యలనే ఇస్తాయి. మరికొన్ని ఉదాహరణలను ప్రయత్నించండి:

? ఎల్లప్పుడూ బేసి సంఖ్యలనే ఇచ్చే సమాసాలను కొన్నింటిని తయారు చేయండి:

? 3n + 4 వలె, చరరాశి విలువను బట్టి సరి లేదా బేసి ఫలితాన్ని ఇచ్చే మరికొన్ని సమాసాలను తయారు చేయండి.

? 6k + 2 అనే సమాసాన్ని గమనిస్తే, అది 8, 14, 20, ... వంటి విలువలను ఇస్తుంది (k = 1, 2, 3, ... అయినప్పుడు). కానీ ఇందులో చాలా సరి సంఖ్యలు లోపించాయి.

? అన్ని సరి సంఖ్యల జాబితాను ఇచ్చే సమాసాలు ఉన్నాయా?

సూచన: అన్ని సరి సంఖ్యలకు 2 ఒక కారణాంకం

? అన్ని బేసి సంఖ్యల జాబితాను ఇచ్చే సమాసాలు ఉన్నాయా?

మనం ఇంతకుముందు 4 యొక్క గుణిజాల వరుసలో n-వ పదాన్ని ఎలా వ్యక్తపరచాలో చూశాము. ఇక్కడ 'n' అనేది ఆ వరుసలోని ఒక స్థానాన్ని (ఉదాహరణకు: మొదటి, ఇరవై మూడవ, వంద పదిహేడవ, మొదలైనవి) సూచించే అక్షర-సంఖ్య.

? 2 యొక్క గుణిజాలకు nవ పదం ఏమవుతుంది? లేదా, nవ సరి సంఖ్య ఏది?

ఈ ప్రశ్నకు సమాధానం కోసం, ఈ క్రింది అంశాన్ని పరిశీలించండి. మనం బేసి సంఖ్యలను తీసుకుందాం

100వ బేసి సంఖ్య ఏది?

100వ సరి సంఖ్య ఏది?

ఇది 2 × 100 = 200 అవుతుంది.

100వ సరి సంఖ్య తెలిస్తే, అది 100వ బేసి సంఖ్యను కనుగొనడంలో సహాయపడుతుందా? మనం సరి మరియు బేసి సంఖ్యల వరుసలను ఒక్కో పదాన్ని పోల్చి చూద్దాం:

సరి సంఖ్యలు : 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

బేసి సంఖ్యలు : 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

ఏ స్థానంలోనైనా , బేసి సంఖ్యల వరుసలోని విలువ, సరి సంఖ్యల వరుసలోని విలువ కంటే ఒకటి తక్కువగా ఉందని మనం గమనించవచ్చు. అందువల్ల, 100వ బేసి సంఖ్య = 200 − 1 = 199.

? nవ బేసి సంఖ్యను కనుగొనే సూత్రం

ఒక నిర్దిష్ట స్థానంలో ఉండే బేసి సంఖ్యను కనుగొనడానికి మనం నేర్చుకున్న పద్ధతిని మొదట వివరిద్దాం

AP SCERT

(a) Find the even number at that position. This is 2 times the position number.

(b) Then subtract 1 from the even number.

Writing this in expressions, we get

(a) 2n

(b) 2n - 1

Thus, 2n is the formula that gives the nth even number, and 2n - 1 is the formula that gives the nth odd number.

6.3 Some Explorations in Grids

Observe this 3 × 3 grid. It is filled following a simple rule - use numbers from 1 - 9 without repeating any of them. There are circled numbers outside the grid.

4	7	5	16
6	1	2	9
3	9	8	20
13	17	15	

? Are you able to see what the circled numbers represent?

The numbers in the yellow circles are the sums of the corresponding rows and columns.

Fill the grids below based on the rule mentioned above:

9			13
			14
		5	18
24	9	12	

			24
4			15
		3	6
12	16	17	

AP SCERT

(ఎ) ముందుగా ఆ స్థానంలో ఉండే సరి సంఖ్యను కనుగొనండి. ఇది ఆ స్థానపు సంఖ్యకు 2 రెట్లు ఉంటుంది.

(బి) ఆ తర్వాత, వచ్చిన సరి సంఖ్య నుండి 1ని తీసివేయండి.

దీనిని బీజగణిత సమాసాల రూపంలో రాస్తే, మనకు ఈ క్రిందివి వస్తాయి:

(ఎ) $2n$

(బి) $2n - 1$

కాబట్టి, n –వ సరి సంఖ్యను కనుగొనడానికి $2n$ అనేది సూత్రం, మరియు n –వ బేసి సంఖ్యను కనుగొనడానికి $2n - 1$ అనేది సూత్రం.

6.3 గ్రిడ్లలో కొన్ని అన్వేషణలు

ఈ 3 × 3 గ్రిడ్‌ను గమనించండి. ఇది ఒక సరళమైన నియమాన్ని అనుసరిస్తూ నింపబడింది. 1 నుండి 9 వరకు గల సంఖ్యలను, ఏ ఒక్కటీ మళ్ళీ పునరావృతం కాకుండా ఉపయోగించాలి. ఈ గ్రిడ్ వెలుపల వృత్తాలలో కొన్ని సంఖ్యలు ఇవ్వబడ్డాయి..

4	7	5	16
6	1	2	9
3	9	8	20
13	17	15	

? వృత్తాలలో ఉన్న సంఖ్యలు దేనిని సూచిస్తున్నాయో మీరు గమనించారా?

పసుపు రంగు వృత్తాలలో ఉన్న సంఖ్యలు, వాటికి ఎదురుగా ఉన్న అడ్డు వరుసలు మరియు నిలువు వరుసల మొత్తాన్ని సూచిస్తాయి.

పైన పేర్కొన్న నియమం ఆధారంగా (1 నుండి 9 వరకు గల సంఖ్యలను పునరావృతం కాకుండా ఉపయోగిస్తూ) ఈ క్రింది గ్రిడ్‌లను నింపండి:

9			13
			14
		5	18
24	9	12	

			24
4			15
		3	6
12	16	17	

AP SCERT

? Make a couple of questions like this on your own and challenge your peers.

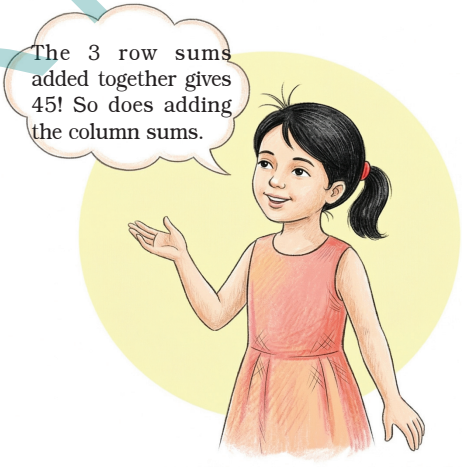
Try solving the problem below.

			5
		6	21
			19
9	11	26	

? You might have realised that it is not possible to find a solution for this grid. Why is this the case?

The smallest sum possible is 6 = 1 + 2 + 3. The largest sum possible is 24 = 9 + 8 + 7. Clearly, any number in a circle cannot be less than 6 or greater than 24. The grid has sums 5 and 26. Therefore, this is impossible!

In the earlier grids which we solved, Kisho noticed that the sum of all the numbers in the circles was always 90. Also, Vidya observed that the sum of the circled numbers for all three rows, or for all three columns, was always 45. Check if this is true in the previous grids you have solved.



? Why should the row sums and column sums always add to 45?

From this grid, we can see that all the row sums added together will be the same as the sum of the numbers 1 - 9. This can be seen for column sums as well. The sum of the numbers 1 - 9 is

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.

4	7	5	4+7+5
6	1	2	6+1+2
3	9	8	3+9+8
4+6+3	7+1+9	5+2+8	

A square grid of numbers is called a **magic square** if each row, each column and each diagonal, add up to the same number. This number is called the **magic sum**. Diagonals are shown in the picture.

AP SCERT

? మీరు కూడా సొంతంగా ఇలాంటి కొన్ని ప్రశ్నలను తయారు చేసి, మీ స్నేహితులకు సవాలు విసురండి.. ఈ క్రింది సమస్యను సాధించడానికి ప్రయత్నించండి.

? ఈ గ్రిడ్‌ను పూర్తి చేయడం అసాధ్యమని మీరు ఇప్పటికే గ్రహించి ఉంటారు. దీనికి కారణం ఏమిటో తెలుసా?

			5
		6	21
			19
9	11	26	

1 నుండి 9 వరకు గల సంఖ్యలలో, ఏవైనా మూడు సంఖ్యలను కలిపినప్పుడు వచ్చే అత్యల్ప మొత్తం 1 + 2 + 3 = 6. అదేవిధంగా, ఏవైనా మూడు సంఖ్యలను కలిపినప్పుడు వచ్చే అత్యధిక మొత్తం 9 + 8 + 7 = 24 దీనిని బట్టి, వృత్తంలో ఉండే ఏ సంఖ్య అయినా 6 కంటే తక్కువగా ఉండకూడదు మరియు 24 కంటే ఎక్కువగా ఉండకూడదు. కానీ, ఈ గ్రిడ్‌లో మొత్తాలు 5 మరియు 26 అని ఇవ్వబడ్డాయి. అందువల్ల, ఈ పజిల్‌ను సాధించడం అసాధ్యం!

మనం ఇంతకుముందు సాధించిన గ్రిడ్‌లలో, వృత్తాలలోని అన్ని సంఖ్యల మొత్తం (అంటే 3 అడ్డు వరుసలు + 3 నిలువు వరుసలు) ఎల్లప్పుడూ 90 ఉంటుందని కిశోర్ గమనించాడు. అలాగే, కేవలం మూడు అడ్డు వరుసల మొత్తాలను లేదా మూడు నిలువు వరుసల మొత్తాలను మాత్రమే కూడితే, ఆ మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 45 ఉంటుందని విద్య గమనించింది. మీరు అంతకుముందు సాధించిన గ్రిడ్‌లలో ఈ విషయాలు నిజమో కాదో ఒకసారి సరిచూసుకోండి..

? మూడు అడ్డు వరుసల మొత్తాలను కలిపినా లేదా మూడు నిలువు వరుసల మొత్తాలను కలిపినా ఫలితం ఎల్లప్పుడూ 45 ఎందుకు వస్తుంది?

ఈ గ్రిడ్ నుండి మనం గమనించినట్లయితే, అన్ని అడ్డు వరుసల మొత్తాలను కలిపితే వచ్చే ఫలితం, 1 నుండి 9 వరకు గల సంఖ్యల మొత్తానికి సమానంగా ఉంటుంది. ఇదే నియమం నిలువు వరుసల మొత్తాలకు కూడా వర్తిస్తుంది. 1 నుండి 9 వరకు గల సంఖ్యల మొత్తం:

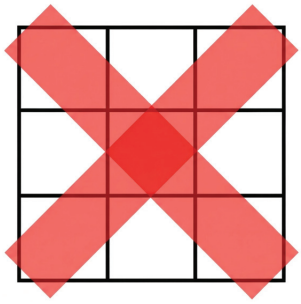
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.

4	7	5	4+7+5
6	1	2	6+1+2
3	9	8	3+9+8
4+6+3	7+1+9	5+2+8	

ఒక చతురస్రపు గ్రిడ్‌లో ఉన్న ప్రతి అడ్డు వరుసలు, నిలువు వరుసల మరియు కర్ణాలు వీటన్నింటినీ కూడితే ఒకే సంఖ్య వస్తే, ఆ గ్రిడ్‌ను 'మ్యాజిక్ స్క్వేర్' అని అంటారు. ఆ సమానమైన మొత్తాన్ని 'మ్యాజిక్ సమ్' అంటారు. చిత్రంలో కర్ణాలను చూపడమైనది.

APSCERT

Trying to create a magic square by randomly filling the grid with numbers may be difficult! This is because there are a large number of ways of filling a 3 × 3 grid using the numbers 1 - 9 without repetition. In fact, it can be found that there are exactly 3,62,880 such ways.



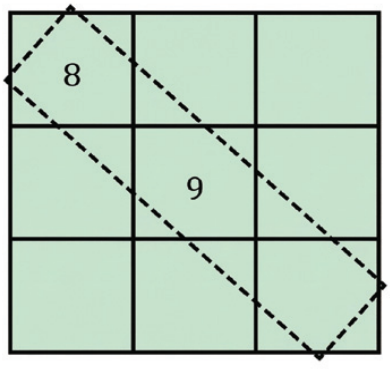
Surprisingly, the number of ways to fill in the grid can be found without listing all of them. We will see in later years how to do this. Instead, we should proceed systematically to make a magic square.

For this, let us ask ourselves some questions.

1. What can the magic sum be? Can it be any number?
   Let us focus, for the moment, only on the row sums. We have seen that in a 3 × 3 grid with numbers 1 - 9, the total of row sums will always be 45. Since in a magic square the row sums are all equal, and they add up to 45, they have to be 15 each. Thus, we have the following observation.

Observation 1: In a magic square made using the numbers 1 - 9, the magic sum must be 15.

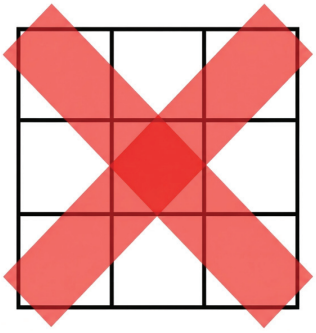
2. What are the possible numbers that could occur at the centre of a magic square?
   Let us consider the possibilities one by one. Can the central number be 9? If yes, then 8 must come in one of the other squares. For example,



   In this, we must have 8 + 9 + other number = 15.
   But this is not possible! The same issue will occur no matter where we place 8. So, 9 cannot be at the centre. Can the central number be 1?
   If yes, then 2 should come in one of the other squares.

AP SCERT

సంఖ్యలను ఏదో ఒక క్రమంలో గ్రిడ్‌లో నింపుతూ 'మ్యాజిక్ స్క్వేర్' ను తయారు చేయడం చాలా కష్టమైన పని. ఎందుకంటే, 1 నుండి 9 వరకు గల సంఖ్యలను పునరావృతం కాకుండా ఒక 3 × 3 గ్రిడ్‌లో నింపడానికి చాలా మార్గాలు ఉన్నాయి. నిజానికి, ఇలా నింపడానికి ఖచ్చితంగా 3,62,880 మార్గాలు ఉన్నాయని మనకు తెలుస్తోంది.



ఆశ్చర్యకరమైన విషయం ఏమిటంటే, ఈ మార్గాలన్నింటినీ ఒక్కొక్కటిగా లెక్కించకుండానే, మొత్తం ఎన్ని మార్గాలు ఉన్నాయో మనం కనుగొనవచ్చు. దీనిని ఎలా చేయాలో మీరు రాబోయే పై తరగతులలో నేర్చుకుంటారు. కాబట్టి, మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌ను తయారు చేయడానికి మనం ఏదో ఒక పద్ధతిలో కాకుండా, ఒక క్రమ పద్ధతిలో ముందుకు సాగాలి.

దీని కోసం, మనం కొన్ని ప్రశ్నలు వేసుకుందాం.

1. మ్యాజిక్ సమ్ ఎంత ఉండాలి? అది ఏదైనా సంఖ్య కావచ్చా?

ప్రస్తుతానికి, మనం కేవలం అడ్డు వరుసల మొత్తాల మీద మాత్రమే దృష్టి పెడదాం. 1 నుండి 9 వరకు సంఖ్యలు గల 3 × 3 గ్రిడ్‌లో, అడ్డు వరుసల మొత్తాలన్నీ కలిపితే ఎల్లప్పుడూ 45 వస్తుందని మనం చూశాము. మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌లో అన్ని అడ్డు వరుసల మొత్తాలు సమానంగా ఉండాలి మరియు వాటి మొత్తం 45 అవ్వాలి కాబట్టి, ప్రతి అడ్డు వరుస మొత్తం ఖచ్చితంగా 15 ఉండాలి. దీనిని బట్టి మనం ఈ క్రింది విషయాన్ని గమనించవచ్చు.

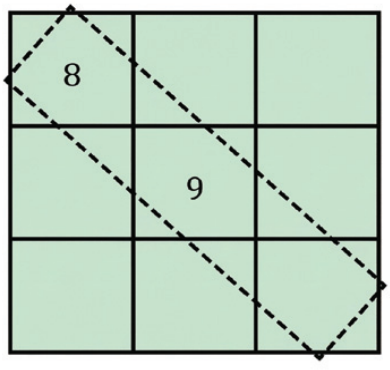
పరిశీలన 1: 1 - 9 సంఖ్యలను ఉపయోగించి తయారు చేయబడ్డ మ్యాజిక్ స్క్వేర్ లో, మ్యాజిక్ మొత్తం విధిగా 15 ఉండాలి.

2. మ్యాజిక్ స్క్వేర్ మధ్యలో ఏ సంఖ్యలు వచ్చే అవకాశం ఉంది?

మనం ఒక్కో అవకాశాన్ని పరిశీలిద్దాం.

మధ్యలో ఉండే సంఖ్య 9 కాగలదా?

ఒకవేళ అవును అనుకుంటే, మిగిలిన గడులలో ఏదో ఒక చోట 8 ఉండాలి. ఉదాహరణకు:



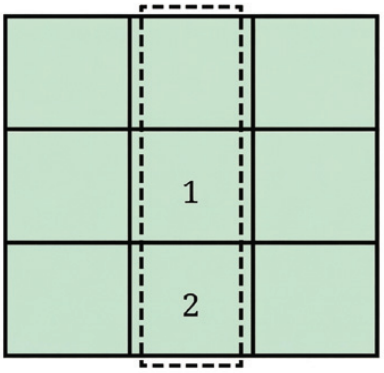
ఇక్కడ మనం 8 + 9 + మరో సంఖ్య = 15 అయ్యేలా చూడాలి. కానీ ఇది సాధ్యం కాదు! ఎందుకంటే 8 + 9 = 17, ఇది ఇప్పటికే 15 కంటే ఎక్కువ.

మనం 8ని ఏ గడిలో ఉంచినా ఇదే సమస్య ఎదురవుతుంది. కాబట్టి, 9 మధ్యలో ఉండకూడదు. మరి, మధ్యలో ఉండే సంఖ్య 1 కాగలదా?

AP SCERT

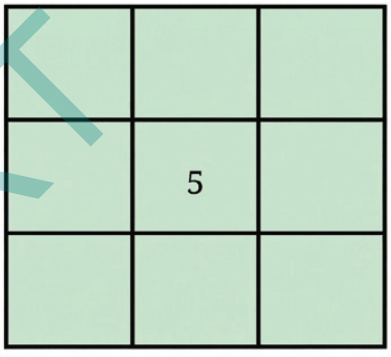
Here, we must have 2 + 1 + other number = 15. But this is not possible because we are only using the numbers 1 - 9. The same issue will occur no matter where we place 1.

So, 1 cannot be at the centre, either.



? Using such reasoning, find out which other numbers 1 - 9 cannot occur at the centre.

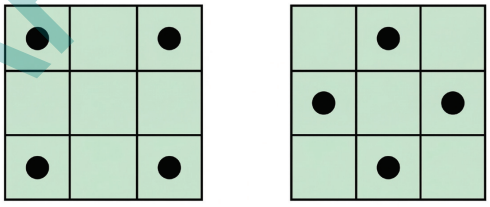
This exploration will lead us to the following interesting observation.



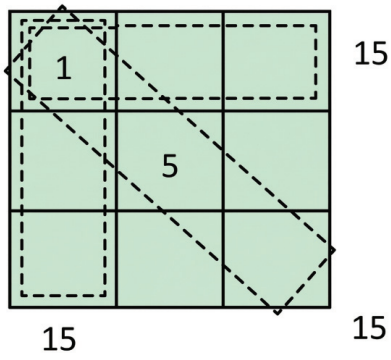
Observation 2: The number occurring at the centre of a magic square, filled using 1 - 9, must be 5.

Let us now see where the smallest number 1 and the largest number 9 should come in a magic square. Our second observation tells us that they will have to come in one of the boundary positions.

Let us classify these positions into two categories:



Can 1 occur in a corner position? For example, can it be placed as follows?



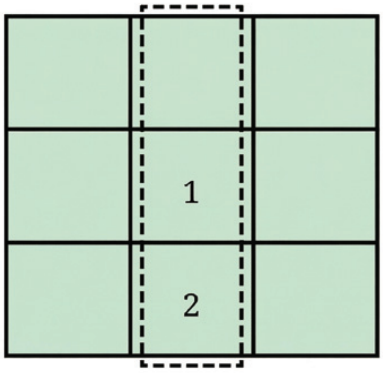
? If yes, then there should exist three ways of adding 1 with two other numbers to give 15. We have 1 + 5 + 9 = 1 + 6 + 8 = 15. Is any other combination possible?

? Similarly, can 9 can be placed in a corner position?

AP SCERT

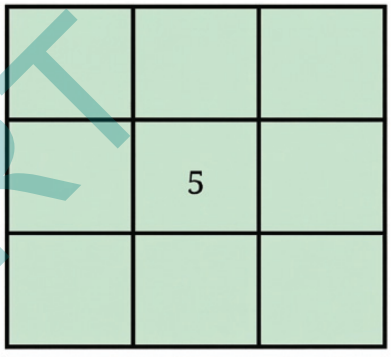
మధ్యలో ఉండే సంఖ్య 1 కాగలదా?

ఒకవేళ అవును అనుకుంటే, మిగిలిన గడులలో ఏదో ఒక చోట 2 ఉండాలి. అప్పుడు మనం 2 + 1 + మరో సంఖ్య = 15 అయ్యేలా చూడాలి. కానీ ఇది సాధ్యం కాదు! ఎందుకంటే మనం కేవలం 1 నుండి 9 వరకు ఉన్న సంఖ్యలను మాత్రమే ఉపయోగిస్తున్నాము (ఇక్కడ మూడవ సంఖ్య 12 కావాలి, కానీ అది మన దగ్గర లేదు). మనం 2 ని ఏ గడిలో ఉంచినా ఇదే సమస్య ఎదురవుతుంది. కాబట్టి, 1 కూడా మధ్యలో ఉండకూడదు.



? ఇదే విధమైన తర్కాన్ని ఉపయోగించి, 1 నుండి 9 వరకు గల సంఖ్యలలో ఇంకా ఏయే సంఖ్యలు మధ్యలో ఉండలేవో కనుగొనండి..

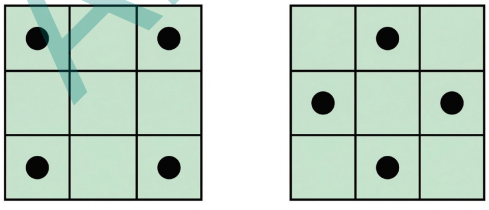
ఈ అన్వేషణ మనల్ని ఈ క్రింది ఆసక్తికరమైన పరిశీలనకు దారి తీస్తుంది.



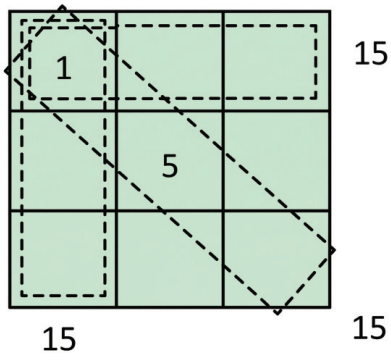
పరిశీలన 2 : 1 నుండి 9 వరకు సంఖ్యలతో నింపబడిన మ్యాజిక్ స్క్వేర్ మధ్య గడిలో ఖచ్చితంగా 5 ఉండాలి.

ఇప్పుడు అత్యంత చిన్న సంఖ్య 1 మరియు అత్యంత పెద్ద సంఖ్య 9 మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌లో ఎక్కడ రావాలో చూద్దాం. మన రెండవ గమనిక ప్రకారం, ఇవి ఖచ్చితంగా అంచులలో ఉన్న గడులలో మాత్రమే రావాలి.

ఈ అంచు గడులను మనం రెండు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు:



1 అనేది మూల గడిలో ఉండవచ్చా? ఉదాహరణకు, దానిని ఈ క్రింది విధంగా ఉంచవచ్చా?



? ఒకవేళ అవును అయితే 1 కి మరో రెండు సంఖ్యలను కలిపినప్పుడు 15 వచ్చేలా మూడు రకాల మార్గాలు ఉండాలి. మనకు ఉన్న మార్గాలు: 1 + 5 + 9 = 1 + 6 + 8 = 15

? ఇవి కాకుండా మరేదైనా ఇతర కలయిక సాధ్యమవుతుందా? అదేవిధంగా, 9 ని మూల గడిలో ఉంచవచ్చా?

AP SCERT

Observation 3: The numbers 1 and 9 cannot occur in any corner, so they should occur in one of the middle positions.

? Can you find the other possible positions for 1 and 9?

1	5	9

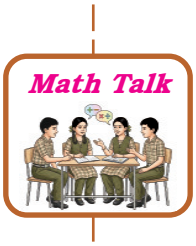
	1	
	5	
	9	

Now, we have one full row or column of the magic square! Try completing it!

[**Hint:** First fill the row or columns containing 1 and 9]

Figure it Out - 6.3

1. How many different magic squares can be made using the numbers 1 - 9?
2. Create a magic square using the numbers 2 - 10. What strategy would you use for this? Compare it with the magic squares made using 1 - 9.



3. Take a magic square, and
   (a) increase each number by 1
   (b) double each number
   In each case, is the resulting grid also a magic square? How do the magic sums change in each case?
4. What other operations can be performed on a magic square to yield another magic square?
5. Discuss ways of creating a magic square using any set of 9 consecutive numbers (like 2 - 10, 3 - 11, 9 - 17, etc.).

Generalising a 3 × 3 Magic Square

We can describe how the numbers within the magic square are related to each other, i.e., the structure of the magic square.

? Choose any magic square that you have made so far using consecutive numbers. If m is the letter-number of the number in the centre, express how other numbers are related to m, how much more or less than m.

AP SCERT

పరిశీలన 3: 1 మరియు 9 సంఖ్యలు మూలల్లో ఉండకూడదు, కాబట్టి అవి ఖచ్చితంగా మధ్య అంచు గడులలోనే ఉండాలి.

✪ 1 మరియు 9 సంఖ్యలను ఉంచడానికి గల ఇతర సాధ్యమైన స్థానాలను మీరు కనుగొనగలరా?

1	5	9

	1	
	5	
	9	

ఇప్పుడు మనకు మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌లో ఒక పూర్తి అడ్డు వరుస లేదా నిలువు వరుస లభించింది! దీనిని పూర్తి చేయడానికి ప్రయత్నించండి.

సూచన : మొదట 1 మరియు 9 ఉన్న అడ్డు వరుసలను లేదా నిలువు వరుసలను నింపండి.

ఆలోచించండి-చేయండి - 6.3

1. 1 నుండి 9 వరకు గల సంఖ్యలను ఉపయోగించి ఎన్ని రకాల మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌లను తయారు చేయవచ్చు?
2. 2 - 10 సంఖ్యలను ఉపయోగించి ఒక మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌ను తయారు చేయండి. దీని కోసం మీరు ఏవ్యూహాన్ని ఉపయోగిస్తారు? 1 -- 9 సంఖ్యలతో చేసిన మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌లతో దీనిని పోల్చి చూడండి.
3. ఒక మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌ను తీసుకోండి, మరియు:
   (ఎ) ప్రతి సంఖ్యను 1 పెంచండి
   (బి) ప్రతి సంఖ్యను రెట్టింపు చేయండి.
   ఈ రెండు సందర్భాల్లోనూ ఏర్పడిన కొత్త గ్రిడ్ మ్యాజిక్ స్క్వేర్ అవుతుందా? ప్రతి సందర్భంలో మ్యాజిక్ సమ్ ఎలా మారుతుంది?
4. ఒక మ్యాజిక్ స్క్వేర్ నుండి మరొక మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌ను పొందడానికి ఇంకా ఏయే ఇతర గణిత ప్రక్రియలు చేయవచ్చు?
5. ఏవైనా 9 వరుస సంఖ్యలను ఉపయోగించి (ఉదాహరణకు: 2-10, 3-11, 9-17, మొదలైనవి) మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌ను ఎలా తయారు చేయవచ్చో చర్చించండి.

3 × 3 మ్యాజిక్ స్క్వేర్ సాధారణీకరణ

మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌లోని సంఖ్యలు ఒకదానితో ఒకటి ఎలా సంబంధం కలిగి ఉంటాయో, అంటే మ్యాజిక్ స్క్వేర్ యొక్క నిర్మాణాన్ని మనం ఈ క్రింది విధంగా వివరించవచ్చు.

మీరు ఇప్పటివరకు వరుస సంఖ్యలను ఉపయోగించి తయారు చేసిన ఏదైనా ఒక మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌ను తీసుకోండి. ఒకవేళ మధ్య గడిలో ఉన్న సంఖ్యను m అనుకుంటే, మిగిలిన సంఖ్యలు ఆ m కంటే ఎంత ఎక్కువ లేదా ఎంత తక్కువగా ఉన్నాయో, వాటి మధ్య సంబంధాన్ని తెలియజేయండి.

AP SCERT

[**Hint:** Remember, how we described a 2 × 2 grid of a calendar month in the Algebraic Expressions chapter].

Once the generalised form is obtained, share your observations with the class.

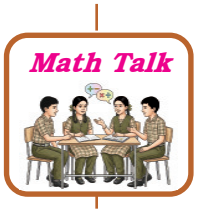


Figure it Out - 6.4

1. Using this generalised form, find a magic square if the centre number is 25.
2. What is the expression obtained by adding the 3 terms of any row, column or diagonal?
3. Write the result obtained by _____
   (a) adding 1 to every term in the generalised form.
   (b) doubling every term in the generalised form
4. Create a magic square whose magic sum is 60.
5. Is it possible to get a magic square by filling nine non-consecutive numbers?

Try This

The First-ever 4 × 4 Magic Square

The first ever recorded 4 × 4 magic square is found in a 10th century inscription at the Parshvanath Jain temple in Khajuraho, India, and is known as the Chautisa Yantra.

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

The first ever recorded 4 × 4 magic square, the Chautasa Yantra, at Khajuraho, India

AP SCERT

(**సూచన :** 'బీజగణిత సమాసాలు' అధ్యాయంలో ఒక క్యాలెండర్ నెలలోని 2 × 2 గ్రిడ్‌ను మనం ఎలా వివరించామో గుర్తు తెచ్చుకోండి.)

? మ్యాజిక్ స్క్వేర్ యొక్క సాధారణీకరించిన రూపాన్ని పొందిన తర్వాత, మీరు గమనించిన విషయాలను తరగతిలో అందరితో పంచుకోండి.

ఆలోచించండి-చేయండి - 6.4

1. ఈ సాధారణీకరించిన రూపాన్ని ఉపయోగించి, మధ్య సంఖ్య 25 గా గల ఒక మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌ను కనుగొనండి.
2. ఏదైనా అడ్డు వరుస, నిలువు వరుస లేదా కర్ణంలోని 3 పదాలను కూడగా వచ్చే బీజగణిత సమాసం ఏమిటి?
3. ఈ క్రింది వాటి ద్వారా వచ్చే ఫలితాన్ని రాయండి:
   (ఎ) సాధారణీకరించిన రూపంలోని ప్రతి పదానికి 1 కలపడం.
   (బి) సాధారణీకరించిన రూపంలోని ప్రతి పదాన్ని రెట్టింపు చేయడం.
4. మ్యాజిక్ సమ్ 60 వచ్చేలా ఒక మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌ను తయారు చేయండి.
5. వరుస క్రమంలో లేని తొమ్మిది సంఖ్యలను ఉపయోగించి కూడా మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌ను తయారు చేయడం ఖచ్చితంగా సాధ్యమా?

ప్రయత్నించండి

మొట్టమొదటి 4 × 4 మ్యాజిక్ స్క్వేర్

ప్రపంచంలోనే మొట్టమొదటి 4 × 4 మ్యాజిక్ స్క్వేర్, భారతదేశంలోని ఖజురహోలో ఉన్న 10వ శతాబ్దపు పార్శ్వనాథ జైన దేవాలయంలోని ఒక శాసనంలో కనుగొనబడింది. దీనిని 'చౌతీసా యంత్రం' అని పిలుస్తారు.

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

భారతదేశంలోని ఖజురహోలో కనుగొనబడిన 'చౌతీసా యంత్రం' , ప్రపంచంలోనే మొట్టమొదటి 4 × 4 మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌గా రికార్డు చేయబడింది.

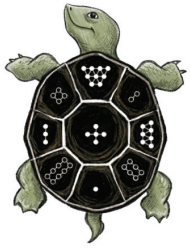
AP SCERT

Chautis means 34. Why do you think they called it the Chautisa Yantra?

Every row, column and diagonal in this magic square adds up to 34.

Can you find other patterns of four numbers in the square that add up to 34?

Magic Squares in History and Culture



The first magic square ever recorded, the Lo Shu Square, dates back over 2000 years to ancient China. The legend tells of a catastrophic flood on the Lo River, during which the gods sent a turtle to save the people. The turtle carried a 3 × 3 grid on its back, with the numbers 1 to 9 arranged in a magical pattern.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

Magic squares were studied in different parts of the world at different points of time including India, Japan, Central Asia, and Europe.

Indian mathematicians have worked extensively on magic squares, describing general methods of constructing them.

The work of Indian mathematicians was not just limited to 3 × 3 and 4 × 4 grids, which we considered above, but also extended to 5 × 5 and other larger square grids. We shall learn more about these in later grades.

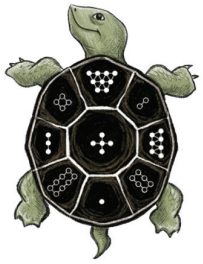
The occurrence of magic squares is not limited to scholarly mathematical works. They are found in many places in India. The picture to the right is of a 3 × 3 magic square found on a pillar in a temple in Palani, Tamil Nadu. The temple dates back to the 8th century CE.

AP SCERT

చౌతీస్ అంటే 34. దీనిని 'చౌతీసా యంత్రం' అని ఎందుకు పిలుస్తారని మీరు అనుకుంటున్నారు? ఈ మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌లోని ప్రతి అడ్డు వరుస, నిలువు వరుస మరియు కర్ణం – వీటన్నింటినీ కూడితే వచ్చే మొత్తం 34.

ఈ మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌లో మొత్తం 34 వచ్చేలా, నాలుగు సంఖ్యలతో కూడిన ఇతర అమరికలను మీరు కనుగొనగలరా?

మన నాగరికత – మ్యాజిక్ స్క్వేర్



ప్రపంచంలోనే మొట్టమొదటి మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌గా రికార్డు చేయబడిన 'లో షూ స్క్వేర్' (Lo Shu Square), 2000 సంవత్సరాల క్రితం ప్రాచీన చైనా కాలం నాటిది. ఒక పురాణ గాథ ప్రకారం, లో (Lo) నదికి భారీ వరదలు వచ్చినప్పుడు, ప్రజలను రక్షించడానికి దేవుళ్ళు ఒక తాబేలును పంపారు. ఆ తాబేలు వీపుపై 1 నుండి 9 వరకు సంఖ్యలు ఒక అద్భుతమైన అమరికలో ఉన్న 3 × 3 గ్రిడ్ ఉంది.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌లను ప్రపంచంలోని వివిధ ప్రాంతాల్లో, వేర్వేరు కాలాల్లో పరిశోధించారు. అందులో భారతదేశం, జపాన్, మధ్య ఆసియా మరియు యూరప్ దేశాలు ఉన్నాయి.

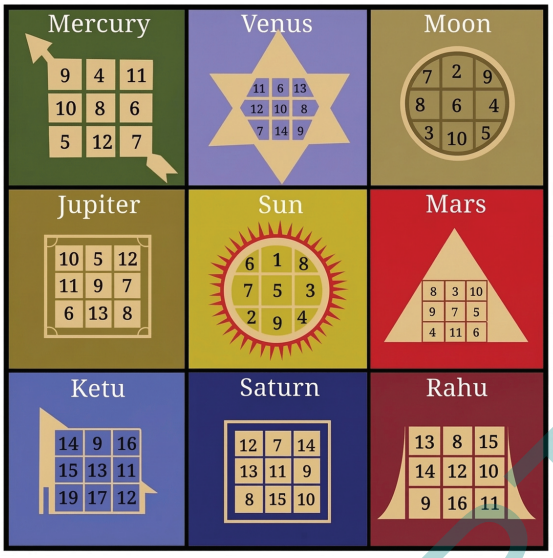
భారతీయ గణిత శాస్త్రజ్ఞులు మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌లపై విస్తృతంగా పనిచేశారు, వాటిని రూపొందించడానికి అవసరమైన సాధారణ పద్ధతులను (general methods) వివరించారు.

భారతీయ గణిత శాస్త్రవేత్తల కృషి మనం పైన చెప్పుకున్న 3 × 3 మరియు 4 × 4 గ్రిడ్‌లకు మాత్రమే పరిమితం కాలేదు; వారు 5 × 5 మరియు అంతకంటే పెద్ద చతురస్ర గ్రిడ్‌ల వరకు దీనిని విస్తరించారు. వీటి గురించి మనం పై తరగతులలో మరిన్ని విషయాలు తెలుసుకుందాం.

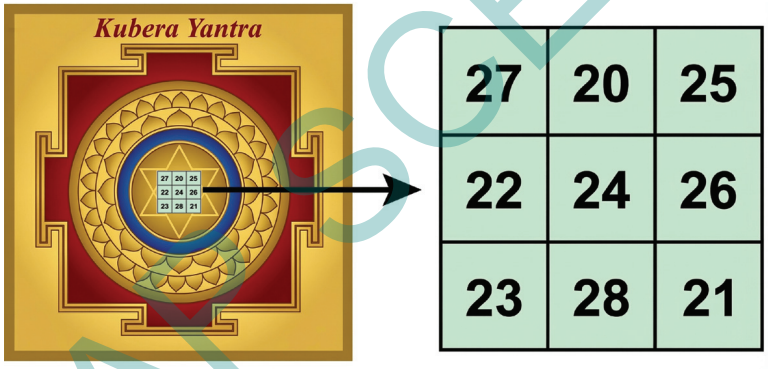
మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌ల ఉనికి కేవలం పండిత గణిత శాస్త్ర గ్రంథాలకు మాత్రమే పరిమితం కాలేదు. ఇవి భారతదేశంలోని అనేక ప్రదేశాలలో కనిపిస్తాయి. కుడివైపున ఉన్న చిత్రం తమిళనాడులోని పళనిలో ఉన్న ఒక ఆలయ స్తంభంపై కనిపించే 3 × 3 మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌కు సంబంధించినది. ఈ ఆలయం క్రీ.శ. 8వ శతాబ్దానికి చెందినది.

AP SCERT

3 × 3 magic squares can also be found in homes and shops in India. The Navagraha Yantra is one such example shown below.



Notice that a different magic sum is associated with each graha. A picture of a Kubera Yantra is shown below:



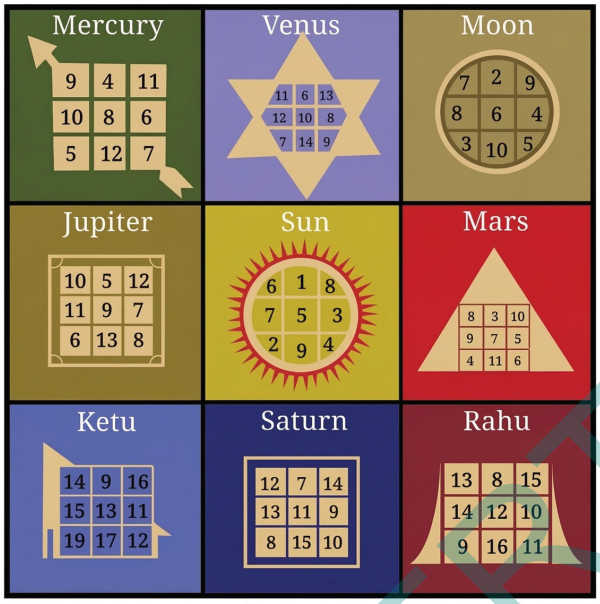
6.4 Nature's Favourite Sequence: The Virahanka-Fibonacci Numbers!

The sequence 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . . (Virahanka-Fibonacci Numbers) is one of the most celebrated sequences in all of mathematics - it occurs throughout the world of Art, Science, and Mathematics. Even though these numbers are found very frequently in Science, it is remarkable that these numbers were first discovered in the context of Art (specifically, poetry)!

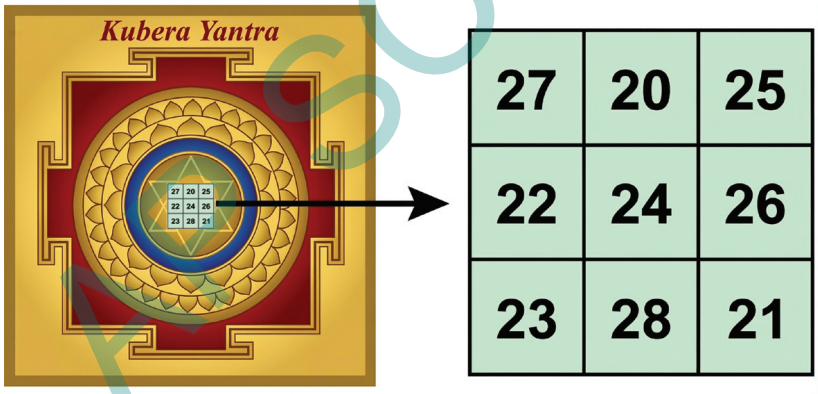
The Virahanka-Fibonacci Numbers thus provide a beautiful illustration of the close links between Art, Science, and Mathematics.

NCERT

3 × 3 మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌లు భారతదేశంలోని ఇళ్లలో మరియు దుకాణాలలో కూడా కనిపిస్తాయి. దీనికి 'నవగ్రహ యంత్రం' ఒక చక్కని ఉదాహరణ, దీనిని క్రింద చూడవచ్చు.



ప్రతి గ్రహానికి ఒక ప్రత్యేకమైన మ్యాజిక్ సమ్ సంబంధించి ఉంటుందని గమనించండి. క్రింద 'కుబేర యంత్రం' చిత్రం చూపబడింది:



6.4 ప్రకృతికి అత్యంత ఇష్టమైన సంఖ్యల క్రమం: విరహాంక – ఫిబొనాచీ సంఖ్యలు

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . . ఈ సంఖ్యల క్రమాన్ని (విరహాంక – ఫిబొనాచీ సంఖ్యలు) గణిత ప్రపంచంలోనే అత్యంత ప్రసిద్ధమైనదిగా పరిగణిస్తారు. ఇది కళలు, విజ్ఞాన శాస్త్రం మరియు గణిత శాస్త్రాల్లో అంతటా కనిపిస్తుంది. ఈ సంఖ్యలు సైన్స్‌లో తరచుగా కనిపించినప్పటికీ, ఇవి మొట్టమొదట 'కళల' (ముఖ్యంగా కవిత్వం) నేపథ్యంలో కనుగొనబడటం విశేషం!

కళలు, విజ్ఞాన శాస్త్రం మరియు గణితం మధ్య ఉన్న విడదీయరాని అనుబంధానికి విరహాంక సంఖ్యలు ఒక చక్కని నిదర్శనం.

NCERT

Discovery of the Virahanka Numbers

The Virahanka numbers first came up thousands of years ago in the works of Sanskrit and Prakrit linguists in their study of poetry!

In the poetry of many Indian languages, including, Prakrit, Sanskrit, Marathi, Malayalam, Tamil, and Telugu, each syllable is classified as either long or short.

A long syllable is pronounced for a longer duration than a short syllable - in fact, for exactly twice as long. When singing such a poem, a short syllable lasts one beat of time, and a long syllable lasts two beats of time.

This leads to numerous mathematical questions, which the ancient poets in these languages considered extensively. A number of important mathematical discoveries were made in the process of asking and answering these questions about poetry.

One of these particularly important questions was the following.

How many rhythms are there with 8 beats consisting of short syllables (1 beat) and long syllables (2 beats)? That is, in how many ways can one fill 8 beats with short and long syllables, where a short syllable takes one beat of time and a long syllable takes two beats of time.

Here are some possibilities:

long long long long

short short short short short short short

short short **long long** short **long**

long long short short **long**

Can you find others?

Phrased more mathematically: In how many different ways can one write a number, say 8, as a sum of 1's and 2's?

For example, we have:

$$8 = 2 + 2 + 2 + 2,$$
$$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1,$$
$$8 = 1 + 2 + 2 + 1 + 2,$$
$$8 = 2 + 2 + 1 + 1 + 2,$$

etc.

Do you see other ways?

Here are all the ways of writing each of the numbers 1, 2, 3, and 4, as the sum of **1's** and **2's**.

AP SCERT

విరహాంక సంఖ్యల ఆవిష్కరణ :

వేల సంవత్సరాల క్రితం సంస్కృత మరియు ప్రాకృత భాషా కోవిదులు కవిత్వంపై చేసిన పరిశోధనల్లో ఈ విరహాంక సంఖ్యలు మొట్టమొదట వెలుగులోకి వచ్చాయి.

ప్రాకృత, సంస్కృత, మరాఠీ, మలయాళం, తమిళం మరియు తెలుగు వంటి అనేక భారతీయ భాషల కవిత్వంలో ప్రతి అక్షరాన్ని 'లఘువు' లేదా 'గురువు' అని వర్గీకరిస్తారు.

ఒక లఘువు కంటే గురువును పలకడానికి ఎక్కువ సమయం పడుతుంది – ఖచ్చితంగా చెప్పాలంటే రెండింతల సమయం. కవిత్వాన్ని పాడేటప్పుడు లఘువుకు ఒక మాత్ర సమయం పడితే, గురువుకు రెండు మాత్రల సమయం పడుతుంది.

ఇది అనేక గణిత ప్రశ్నలకు దారితీసింది, వీటిని ప్రాచీన కవులు విస్తృతంగా పరిశీలించారు. కవిత్వానికి సంబంధించిన ఈ ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వెతికే క్రమంలోనే అనేక ముఖ్యమైన గణిత ఆవిష్కరణలు జరిగాయి.

వాటిలో అత్యంత కీలకమైన ప్రశ్న ఇక్కడ ఉంది:

లఘువులు (1 మాత్ర) మరియు గురువులను (2 మాత్రలు) ఉపయోగిస్తూ 8 మాత్రల కాలం వచ్చేలా ఎన్ని రకాల లయలను రూపొందించవచ్చు? అంటే, లఘువుకు ఒక మాత్ర, గురువుకు రెండు మాత్రల సమయం తీసుకుంటే, మొత్తం 8 మాత్రల కాలాన్ని ఎన్ని రకాలుగా నింపవచ్చు?

ఇక్కడ కొన్ని సాధ్యమైన మార్గాలు ఉన్నాయి

గురువు గురువు గురువు గురువు

లఘువు లఘువు లఘువు లఘువు లఘువు లఘువు లఘువు లఘువు

లఘువు **గురువు గురువు** లఘువు **గురువు**

గురువు గురువు లఘువు లఘువు **గురువు**

మీరు మరికొన్ని మార్గాలను కనుగొనగలరా?

దీనిని గణిత పరిభాషలో చెప్పాలంటే: ఏదైనా ఒక సంఖ్యను (ఉదాహరణకు 8 అనుకుందాం), 1లు మరియు 2ల మొత్తంగా ఎన్ని రకాలుగా రాయవచ్చు?

ఉదాహరణకు:

$8 = 2 + 2 + 2 + 2,$

$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1,$

$8 = 1 + 2 + 2 + 1 + 2,$

$8 = 2 + 2 + 1 + 1 + 2,$

మొదలైనవి.

మీకు ఇంకా వేరే మార్గాలు కనిపిస్తున్నాయా?

1, 2, 3 మరియు 4 సంఖ్యలను 1లు మరియు 2ల మొత్తంగా రాయడానికి గల అన్ని మార్గాలు ఇక్కడ ఉన్నాయి

AP SCERT

	Different Ways	Number of Ways
n = 1	1	1
n = 2	1 + 1 2	2
n = 3	1 + 1 + 1 1 + 2 2 + 1	3
n = 4	1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 2 1 + 2 + 1 2 + 1 + 1 2 + 2	5

Try writing the number 5 as a sum of 1s and 2s in all possible ways in your notebook! How many ways did you find? (You should find 8 different ways!) Can you figure out the answer without listing down all the possibilities? Can you try it for n = 8?

Here is a systematic way to write down all rhythms of short and long syllables having 5 beats. Write a '1+' in front of all rhythms having 4 beats, and then a '2+' in front of all rhythms having 3 beats. This gives us all the rhythms having 5 beats :

n = 5	1 + 1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 1 + 2 1 + 1 + 2 + 1 1 + 2 + 1 + 1 1 + 2 + 2	2 + 1 + 1 + 1 2 + 1 + 2 2 + 2 + 1

Thus, there are 8 rhythms having 5 beats!

The reason this method works is that every 5-beat rhythm must begin with either a '1+' or a '2+'. If it begins with a '1+', then the remaining numbers must give a 4-beat rhythm, and we can write all those down. If it begins with a 2+, then the remaining number must give a 3-beat rhythm, and we can write all those down. Therefore, the number of 5-beat rhythms is the number of 4-beat rhythms, plus the number of 3-beat rhythms.

AP SCERT

	మార్గాలు	విధానాల సంఖ్య
n = 1	1	1
n = 2	1 + 1 2	2
n = 3	1 + 1 + 1 1 + 2 2 + 1	3
n = 4	1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 2 1 + 2 + 1 2 + 1 + 1 2 + 2	5

మీ నోట్‌బుక్‌లో 5 అనే సంఖ్యను 1లు మరియు 2ల మొత్తంగా సాధ్యమైన అన్ని మార్గాలలో రాయడానికి ప్రయత్నించండి! మీరు ఎన్ని మార్గాలను కనుగొన్నారు? (మీకు 8 వేర్వేరు మార్గాలు రావాలి!). అన్ని సాధ్యమైన అమరికలను విడివిడిగా రాయకుండానే సమాధానాన్ని కనుగొనగలరా? ఇదే పద్ధతిని n = 8 కోసం ప్రయత్నించగలరా?

5 మాత్రల కాలం కలిగిన అన్ని లయలను రాయడానికి ఇక్కడ ఒక క్రమబద్ధమైన పద్ధతి ఉంది. 4 మాత్రల కాలం వచ్చే అన్ని అమరికల ముందు '1+' అని రాయండి, ఆపై 3 మాత్రల కాలం వచ్చే అన్ని అమరికల ముందు '2+' అని రాయండి. ఇది మనకు 5 మాత్రల కాలం వచ్చే అన్ని అమరికలను ఇస్తుంది:

n = 5	1 + 1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 1 + 2 1 + 1 + 2 + 1 1 + 2 + 1 + 1 1 + 2 + 2	2 + 1 + 1 + 1 2 + 1 + 2 2 + 2 + 1

కాబట్టి, 5 మాత్రల కాలం (5 beats) కలిగిన లయలు మొత్తం 8 ఉంటాయి!

ఈ పద్ధతి ఎందుకు పనిచేస్తుందంటే – ప్రతి 5–మాత్రల లయ తప్పనిసరిగా '1+' తో లేదా '2+' తో ప్రారంభం కావాలి. ఒకవేళ అది '1+' తో ప్రారంభమైతే, మిగిలిన సంఖ్యలు 4–మాత్రల లయను ఏర్పరచాలి. అటువంటి వాటన్నింటినీ మనం వరుసగా రాసుకోవచ్చు. ఒకవేళ అది '2+' తో ప్రారంభమైతే, మిగిలిన సంఖ్యలు 3–మాత్రల లయను ఏర్పరచాలి. అటువంటి వాటన్నింటినీ కూడా మనం రాసుకోవచ్చు. అందువల్ల, 5–మాత్రల లయల సంఖ్య = (4–మాత్రల లయల సంఖ్య) + (3–మాత్రల లయల సంఖ్య)..

AP SCERT

How many 6-beat rhythms are there? By the same reasoning, it will be the number of 5-beat rhythms plus the number of 4-beat rhythms, i.e., 8 + 5 = 13. Thus, there are 13 rhythms having 6 beats.

? Use the systematic method to write down all 6-beat rhythms, i.e., write 6 as the sum of 1's and 2's in all possible ways. Did you get 13 ways?

This beautiful method for counting all the rhythms of short syllables and long syllables having any given number of beats was first given by the great Prakrit scholar Virahanka around the year 700 CE. He gave his method in the form of a Prakrit poem! For this reason, the sequence 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . . is known as the **Virahanka sequence**, and the numbers in the sequence are known as the **Virahanka numbers**. **Virahanka** was the first known person in history to explicitly consider these important numbers and write down the rule for their formation. Other scholars in India also considered these numbers in the same poetic context. **Virahanka** was inspired by earlier work of the legendary Sanskrit scholar Pingala, who lived around 300 BCE. After **Virahanka**, these numbers were also written about by Gopala (c. 1135 CE) and then by Hemachandra (c. 1150 CE).

In the West, these numbers have been known as the **Fibonacci numbers**, after the Italian mathematician who wrote about them in the year 1202 CE - about 500 years after **Virahanka**. As we can see, Fibonacci was not first, nor the second, not even the third person to write about these numbers! Sometimes the term "**Virahanka-Fibonacci numbers**" is used so that everyone understands what is being referred to.

So, how many rhythms of short and long syllables are there having 8 beats? We simply take the 8th element of the **Virahanka** sequence:

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

Thus, there are 34 rhythms having 8 beats.

Write the next number in the sequence, after 55.

We have seen that the next number in the sequence is given by adding the two previous numbers. Check that this holds true for the numbers given above. The next number is 34 + 55 = 89.

AP SCERT

6-మాత్రల లయలు ఎన్ని ఉంటాయి? అదే తర్కాన్ని ఉపయోగిస్తే, అది 5-మాత్రల లయల సంఖ్య మరియు 4-మాత్రల లయల సంఖ్యల మొత్తానికి సమానం అవుతుంది. అంటే, 8 + 5 = 13. కాబట్టి, 6 మాత్రల కాలం కలిగిన లయలు మొత్తం 13 ఉంటాయి.

? 6-మాత్రల లయలన్నింటినీ రాయడానికి పైన చెప్పిన క్రమబద్ధమైన పద్ధతిని ఉపయోగించండి (అంటే 8ని 1లు మరియు 2ల మొత్తంగా సాధ్యమైన అన్ని మార్గాల్లో రాయండి). మీకు 13 మార్గాలు వచ్చాయా? ఏదైనా ఒక నిర్ణీత మాత్రల కాలం కోసం లఘువు మరియు గురువులతో కూడిన అన్ని లయలను లెక్కించే **ఈ అద్భుతమైన పద్ధతిని మొట్టమొదట** క్రీ.శ. 700 ప్రాంతంలో గొప్ప ప్రాకృత పండితుడైన **విరహాంక** అందించారు. ఆయన ఈ పద్ధతిని ఒక ప్రాకృత పద్యం రూపంలో వివరించారు! ఈ కారణంగానే, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . . ఈ సంఖ్యల క్రమాన్ని **'విరహాంక క్రమం'** అని, ఈ సంఖ్యలను **'విరహాంక సంఖ్యలు'** అని పిలుస్తారు. చరిత్రలో ఈ ముఖ్యమైన సంఖ్యలను స్పష్టంగా గుర్తించి, అవి ఎలా ఏర్పడతాయో నియమాన్ని రాసిన మొదటి వ్యక్తి **విరహాంక.** భారతదేశంలోని ఇతర పండితులు కూడా ఇదే కవితా నేపథ్యంలో ఈ సంఖ్యలను పరిశీలించారు. **విరహాంక** గారు క్రీ.పూ 300 కాలం నాటి పురాణ సంస్కృత పండితుడు పింగళుని రచనల నుండి స్ఫూర్తి పొందారు. **విరహాంక** తర్వాత, ఈ సంఖ్యల గురించి గోపాల (క్రీ.శ. 1135) మరియు హేమచంద్ర (క్రీ.శ. 1150) వంటి వారు కూడా తమ రచనల్లో పేర్కొన్నారు.

పాశ్చాత్య దేశాలలో, ఈ సంఖ్యలను 1202వ సంవత్సరంలో వీటి గురించి రాసిన ఇటాలియన్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడైన **ఫిబొనాచీ** పేరు మీద **'ఫిబొనాచీ సంఖ్యలు'** అని పిలుస్తారు. అంటే **విరహాంక** కంటే దాదాపు 500 ఏళ్ల తరువాత ఆయన వీటిని పేర్కొన్నారు. మనం గమనించినట్లుగా, ఈ సంఖ్యల గురించి రాసిన వారిలో ఫిబొనాచీ మొదటి వ్యక్తి కాదు, రెండవ వ్యక్తి కాదు, కనీసం మూడవ వ్యక్తి కూడా కాదు! అందరికీ అర్థం కావడానికి వీటిని తరచుగా **'విరహాంక - ఫిబొనాచీ సంఖ్యలు'** అని పిలుస్తారు. కాబట్టి, 8 మాత్రల కాలం కలిగిన లయలు ఎన్ని ఉంటాయి? దీనికోసం **విరహాంక** క్రమంలోని 8వ సంఖ్యను చూస్తే సరిపోతుంది:

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... అందువల్ల,

8 మాత్రల కాలం కలిగిన లయలు మొత్తం 34 ఉంటాయి. 55 తర్వాత వచ్చే సంఖ్యను రాయండి:

ఈ క్రమంలో తర్వాత వచ్చే సంఖ్యను కనుగొనాలంటే, దానికి ముందున్న రెండు సంఖ్యలను కలపాలి. పైన ఇచ్చిన సంఖ్యలకు ఇది సరిపోతుందో లేదో చూడండి. తర్వాతి సంఖ్య: 34 + 55 = 89.

AP SCERT

? Write the next 3 numbers in the sequence:
1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 , 55, 89, _____, _____, _____, ...
If you have to write one more number in the sequence above, can you tell whether it will be an odd number or an even number (without adding the two previous numbers)?

? What is the parity of each number in the sequence? Do you notice any pattern in the sequence of parities?

Today, the **Virahanka-Fibonacci** numbers form the basis of many mathematical and artistic theories, from poetry to drumming, to visual arts and architecture, to science. Perhaps the most stunning occurrences of these numbers are in nature. For example, the number of petals on a daisy is generally a **Virahanka** number.

How many petals do you see on each of these flowers?

A daisy with 13 petals *A daisy with 21 petals* *A daisy with 34 petals*

There are many other remarkable mathematical properties of the **Virahanka-Fibonacci numbers** that we will see later, in mathematics as well as in other subjects.

These numbers truly exemplify the close connections between Art, Science, and Mathematics.

6.5 Digits in Disguise

You have done arithmetic operations with numbers. How about doing the same with letters?

In the calculations below, digits are replaced by letters. Each letter stands for a particular digit (0 - 9). You have to figure out which digit each letter stands for.

```
   T
   T
 + T
 ----
 U T
 ----
```

AP SCERT

? శ్రేణిలో తర్వాతి 3 సంఖ్యలను రాయండి:

శ్రేణి: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, _____, _____, _____, ...

కూడిక చేయకుండానే తర్వాతి సంఖ్య 'సరి సంఖ్య' అవుతుందో లేక 'బేసి సంఖ్య' అవుతుందో చెప్పగలరా?

? ఈ క్రమంలోని ప్రతి సంఖ్య యొక్క పారిటీ ఏమిటి? పారిటీల క్రమంలో మీకు ఏదైనా నమూనా కనిపిస్తోందా?

నేడు ఈ సంఖ్యలు గణితం, కళలు, కవిత్వం, డ్రమ్మింగ్ (వాయిద్యాలు), దృశ్య కళలు, వాస్తుశిల్పం మరియు విజ్ఞాన శాస్త్రాలలో ప్రాథమిక ఆధారంగా ఉన్నాయి. ప్రకృతిలో ఈ సంఖ్యలు చాలా అద్భుతంగా కనిపిస్తాయి. ఉదాహరణకు, ఒక డైసీ పువ్వుపై ఉండే రేకుల సంఖ్య సాధారణంగా ఒక **విరహంక సంఖ్య** అయి ఉంటుంది.

ఈ పువ్వులలో ఒక్కొక్క దానిపై మీకు ఎన్ని రేకులు కనిపిస్తున్నాయి?"

13 రెక్కలు కలిగిన ఒక డైసీ పువ్వు. | 21 రెక్కలు కలిగిన ఒక డైసీ పువ్వు | 34 రెక్కలు కలిగిన ఒక డైసీ పువ్వు

ఫిబొనాచీ సంఖ్యలకు సంబంధించి మరెన్నో అద్భుతమైన గణిత ధర్మాలు ఉన్నాయి. వీటిని మనం ముందు ముందు గణితంలోనే కాకుండా ఇతర సబ్జెక్టులలో కూడా చూస్తాము.

ఈ సంఖ్యలు కళలు, విజ్ఞాన శాస్త్రం మరియు గణిత శాస్త్రం మధ్య ఉన్న విడదీయరాని లోతైన సంబంధానికి నిజమైన నిదర్శనం.

6.5 మారువేషంలో ఉన్న అంకెలు

మీరు ఇప్పటివరకు అంకెలతో గణిత ప్రక్రియలు (కూడికలు, తీసివేతలు మొదలైనవి) చేశారు కదా. మరి అక్షరాలతో అవే లెక్కలు చేస్తే ఎలా ఉంటుందో ఎప్పుడైనా ఆలోచించారా?

క్రింద ఇవ్వబడిన లెక్కలలో, అంకెలకు బదులుగా అక్షరాలు ఉంచబడ్డాయి. ప్రతి అక్షరం ఒక నిర్దిష్ట అంకెను (0 నుండి 9 వరకు) సూచిస్తుంది. ఏ అక్షరం ఏ అంకెకు సమానమో మీరు కనుగొనాలి..

$$\begin{array}{r} T \\ T \\ +\ T \\ \hline U\ T \\ \hline \end{array}$$

AP SCERT

Here, we have a one-digit number that, when added to itself twice, gives a 2-digit sum. The units digit of the sum is the same as the single digit being added.

? What could U and T be? Can T be 2? Can it be 3?

Once you explore, you will see that T = 5 and UT = 15.

Let us look at one more example shown on the right. Here K2 means that the number is a 2-digit number having the digit '2' in the units place and 'K' in the tens place. K2 is added to itself to give a 3-digit sum HMM. What digit should the letter M correspond to? Both the tens place and the units place of the sum have the same digit.

$$\begin{array}{r} K2 \\ +\ K2 \\ \hline HMM \\ \hline \end{array}$$

? What about H? Can it be 2? Can it be 3?

These types of questions can be interesting and fun to solve! Here are some more questions like this for you to try out. Find out what each letter stands for.

Share how you thought about each question with your classmates; you may find some new approaches.

$$\begin{array}{r} YY \\ +Z \\ \hline ZOO \end{array} \qquad \begin{array}{r} B5 \\ +3D \\ \hline ED5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} KP \\ +\ KP \\ \hline PRR \end{array} \qquad \begin{array}{r} C1 \\ +\ C \\ \hline 1FF \end{array}$$

These types of questions are called 'cryptarithms' or 'alphametics'.

Figure it Out - 6.5

1. A light bulb is ON. Swathi toggles its switch 77 times. Will the bulb be on or off? Why?
2. Sarala has a large old encyclopaedia. When she opened it, several loose pages fell out of it. She counted 50 sheets in total, each printed on both sides. Can the sum of the page numbers of the loose sheets be 6000? Why or why not?

AP SCERT

ఇక్కడ ఒక అంకె సంఖ్య ఉంది. ఆ సంఖ్యను అదే సంఖ్యతో రెండుసార్లు కూడితే (అంటే మొత్తం మూడుసార్లు), వచ్చే సమాధానం ఒక రెండంకెల సంఖ్య అవుతుంది. ఆ వచ్చిన సమాధానంలో 'ఒకట్ల స్థానం'లోని అంకె, మనం కూడిన ఆ ఒక అంకె సంఖ్యతో సమానంగా ఉంటుంది.

? U మరియు T విలువలు ఏమై ఉండవచ్చు? T విలువ 2 కావచ్చా? లేదా 3 కావచ్చా?మీరు దీనిని లోతుగా పరిశీలిస్తే, T = 5 మరియు UT = 15 అని అర్థమవుతుంది.

(గమనిక: ఇక్కడ T + T + T = UT అనే పజిల్ గురించి మాట్లాడుతున్నాం).

ప్రక్కన చూపబడిన మరో ఉదాహరణను గమనిద్దాం. ఇక్కడ K2 అంటే అది ఒక రెండంకెల సంఖ్య అని అర్థం.

$$\begin{array}{r} K2 \\ +\ K2 \\ \hline HMM \\ \hline \end{array}$$

ఇందులో ఒకట్ల స్థానంలో '2' మరియు పదుల స్థానంలో 'K' అనే అంకె ఉన్నాయి. K2ను దానికి అదే కూడితే (K2 + K2) వచ్చే మొత్తం 'HMM' అనే మూడంకెల సంఖ్య.'M' అనే అక్షరం ఏ అంకెను సూచిస్తుంది?గమనించండి: వచ్చిన మొత్తంలో పదుల స్థానం మరియు ఒకట్ల స్థానం రెండింటిలోనూ ఒకే అంకె ఉండాలి.

? మరి 'H' సంగతి ఏమిటి? అది 2 కావచ్చా? లేదా 3 కావచ్చా?

ఇలాంటి ప్రశ్నలు పరిష్కరించడం చాలా సరదాగా మరియు ఆసక్తికరంగా ఉంటుంది! మీ కోసం మరికొన్ని ఇలాంటి ప్రశ్నలు ఇక్కడ ఉన్నాయి. ప్రతి అక్షరం ఏ అంకెను సూచిస్తుందో కనుగొనండి. మీరు ఈ ప్రశ్నలను ఎలా ఆలోచించి సాధించారో మీ తోటి విద్యార్థులతో పంచుకోండి; దీనివల్ల మీకు మరికొన్ని కొత్త పద్ధతులు తెలిసే అవకాశం ఉంటుంది.

$$\begin{array}{r} YY \\ +Z \\ \hline ZOO \end{array} \qquad \begin{array}{r} B5 \\ +3D \\ \hline ED5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} KP \\ +\ KP \\ \hline PRR \end{array} \qquad \begin{array}{r} C1 \\ +\ C \\ \hline 1FF \end{array}$$

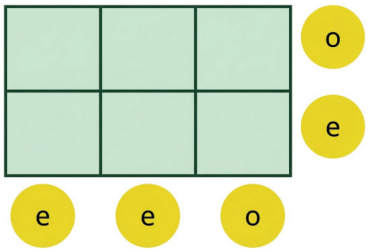
ఇటువంటి ప్రశ్నలను 'క్రిప్టారిథమ్స్' లేదా 'ఆల్ఫామెటిక్స్ అని పిలుస్తారు.

ఆలోచించండి-చేయండి - 6.5

1. ఒక లైట్ బల్బ్ 'ON' లో ఉంది. స్వాతి దాని స్విచ్‌ను 77 సార్లు నొక్కింది . ఇప్పుడు ఆ బల్బ్ వెలుగుతుందా లేదా ఆరిపోతుందా? ఎందుకు?
2. సరళ దగ్గర ఒక పాత పెద్ద ఎన్సైక్లోపీడియా పుస్తకం ఉంది. ఆమె దానిని తెరిచినప్పుడు, కొన్ని వదులుగా ఉన్న పేజీలు బయట పడిపోయాయి. ఆమె మొత్తం 50 షీట్లను లెక్కించింది. ప్రతి షీట్‌కు రెండు వైపులా పేజీ నంబర్లు ప్రింట్ చేయబడి ఉన్నాయి. అయితే, ఆ రాలిపోయిన షీట్లపై ఉన్న అన్ని పేజీ నంబర్ల మొత్తం 6000 అయ్యే అవకాశం ఉందా? ఎందుకు?

AP SCERT

3. Here is a 2 × 3 grid. For each row and column, the parity of the sum is written in the circle; 'e' for even and 'o' for odd. Fill the 6 boxes with 3 odd numbers ('o') and 3 even numbers ('e') to satisfy the parity of the row and column sums.

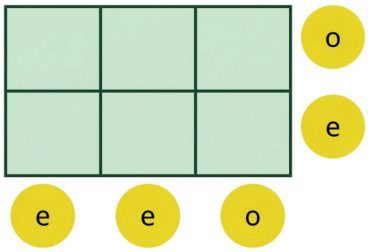


4. Make a 3 × 3 magic square with 0 as the magic sum. All numbers can not be zero. Use negative numbers, as needed.
5. Fill in the following blanks with 'odd' or 'even':
   (a) Sum of an odd number of even numbers is _____
   (b) Sum of an even number of odd numbers is _____
   (c) Sum of an even number of even numbers is _____
   (d) Sum of an odd number of odd numbers is _____
6. What is the parity of the sum of the numbers from 1 to 100?
7. Two consecutive numbers in the Virahanka sequence are 987 and 1597. What are the next 2 numbers in the sequence? What are the previous 2 numbers in the sequence?
8. Chakravarthi wants to climb an 8-step staircase. His playful rule is that he can take either 1 step or 2 steps at a time. For example, one of his paths is 1, 2, 2, 1, 2. In how many different ways can he reach the top?
9. What is the parity of the 20th term of the Virahanka sequence?
10. Identify the statements that are true.
    (a) The expression 4m - 1 always gives odd numbers.
    (b) All even numbers can be expressed as 6j - 4.
    (c) Both expressions 2p + 1 and 2q - 1 describe all odd numbers.
    (d) The expression 2f + 3 gives both even and odd numbers.
11. Solve this cryptarithm:

$$\begin{array}{r} UT \\ +\ TA \\ \hline TAT \\ \hline \end{array}$$

AP SCERT

3. ఇక్కడ ఒక 2 × 3 గ్రిడ్ ఉంది. ప్రతి అడ్డు వరుస మరియు నిలువు వరుస యొక్క మొత్తానికి సంబంధించిన 'పారిటీ' (సరి లేదా బేసి లక్షణం) వృత్తాలలో వ్రాయబడింది; సరి సంఖ్య అయితే 'e' అని, బేసి సంఖ్య అయితే 'o' అని సూచించబడింది. ఇవ్వబడిన నిబంధనలకు అనుగుణంగా 3 బేసి సంఖ్యలు ('o') మరియు 3 సరి సంఖ్యలను ('e') గ్రిడ్‌లోని 6 పెట్టెల్లో నింపండి.



4. మ్యాజిక్ సమ్ 0 వచ్చేలా ఒక 3 × 3 మ్యాజిక్ స్క్వేర్‌ను తయారు చేయండి. అన్ని సంఖ్యలు సున్నా కాకూడదు. అవసరమైతే 'రుణ సంఖ్యలను' ఉపయోగించండి.

5. ఖాళీలను పూరించండి: క్రింది ఖాళీలలో 'సరి' లేదా 'బేసి' అని రాయండి:

(ఎ) బేసి సంఖ్యలో ఉన్న సరి సంఖ్యల మొత్తం _____

(బి) సరి సంఖ్యలో ఉన్న బేసి సంఖ్యల మొత్తం _____

(సి) సరి సంఖ్యలో ఉన్న సరి సంఖ్యల మొత్తం _____

(డి) బేసి సంఖ్యలో ఉన్న బేసి సంఖ్యల మొత్తం _____

6. 1 నుండి 100 వరకు ఉన్న అన్ని సంఖ్యల మొత్తం యొక్క పారిటీ (అంటే ఆ మొత్తం సరి సంఖ్య అవుతుందా లేక బేసి సంఖ్య అవుతుందా) ఏమిటి?

7. విరహాంక క్రమంలో వరుసగా వచ్చే రెండు సంఖ్యలు 987 మరియు 1597. అయితే, ఈ క్రమంలో వీటి తర్వాత వచ్చే తర్వాతి 2 సంఖ్యలు ఏమిటి? అలాగే వీటికి ముందు ఉండే 2 సంఖ్యలు ఏమిటి?

8. చక్రవర్తి 8 మెట్లు ఉన్న ఒక మెట్ల వరుసను ఎక్కాలనుకుంటున్నాడు. అతని ఆట నియమం ఏమిటంటే, అతను ఒకేసారి 1 మెట్టు లేదా 2 మెట్లు మాత్రమే ఎక్కగలడు. ఉదాహరణకు, అతను ఎక్కే ఒక మార్గం: 1, 2, 2, 1, 2. అతను ఎన్ని రకాల విభిన్న మార్గాలలో మెట్ల పైభాగానికి చేరుకోగలడు?

9. విరహాంక క్రమంలోని 20వ సంఖ్య యొక్క పారిటీ ఏమిటి? (అంటే అది సరి సంఖ్య అవుతుందా లేదా బేసి సంఖ్య అవుతుందా?)

10. నిజమైన వాక్యాలను గుర్తించండి: క్రింది వాటిలో ఏవి సరైనవో గుర్తించండి.

(ఎ) 4m − 1అనే సమాసం ఎల్లప్పుడూ బేసి సంఖ్యలనే ఇస్తుంది.

(బి) అన్ని సరి సంఖ్యలను 6j − 4 రూపంలో వ్యక్తపరచవచ్చు.

(సి) 2p + 1 మరియు 2q − 1 అనే రెండు సమాసాలు కూడా అన్ని బేసి సంఖ్యలను సూచిస్తాయి.

(డి) 2f + 3అనే సమాసం సరి మరియు బేసి సంఖ్యలు రెండింటినీ ఇస్తుంది.

11. ఈ క్రిప్టారిథమ్‌ను సాధించండి :

$$\begin{array}{r} UT \\ +\ TA \\ \hline TAT \\ \hline \end{array}$$

AP SCERT

SUMMARY

In this chapter, we have explored the following:

- In the first activity, we saw how to represent information about how a sequence of numbers (e.g., height measures) is arranged without knowing the actual numbers.
- We learnt the notion of parity — numbers that can be arranged in pairs (even numbers) and numbers that cannot be arranged in pairs (odd numbers).
- We learnt how to determine the parity of sums and products.
- While exploring sums in grids, we could determine whether filling a grid is impossible by looking at the row and column sums. We extended this to construct magic squares.
- We saw how Virahanka numbers were first discovered in history through the Arts. The Virahan7ka sequence is 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...
- We became math-detectives through cryptarithms, where digits are replaced by letters.

AP SCERT

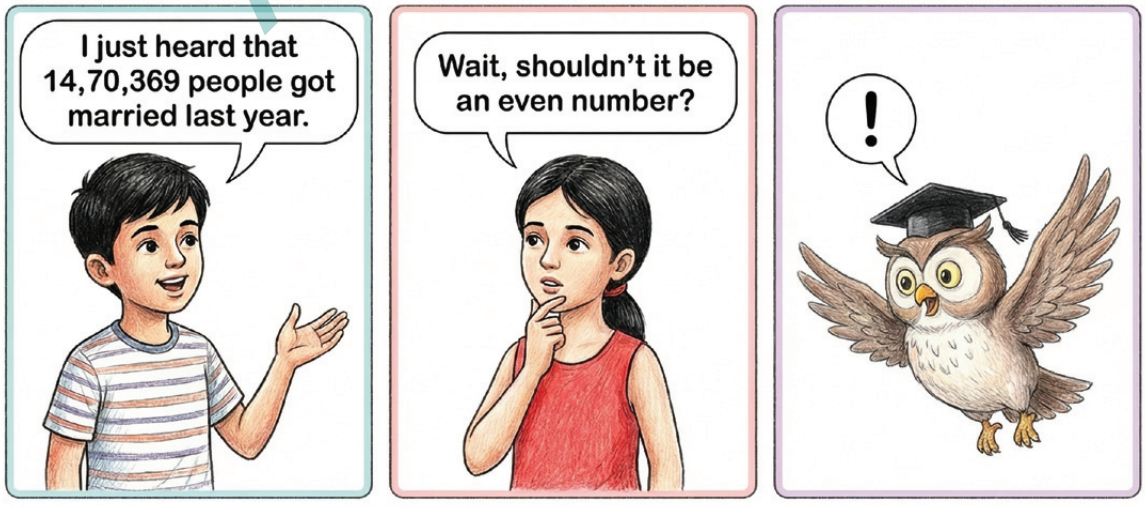
సారాంశం

ఈ అధ్యాయంలో మనం నేర్చుకున్న ముఖ్యాంశాలు

- ఈ అధ్యాయంలో మనం ఈ క్రింది అంశాలను అన్వేషించాము:

  మొదటి కృత్యంలో, అసలు సంఖ్యలు (ఉదాహరణకు ఎత్తు కొలతలు) తెలియకుండానే, ఒక సంఖ్యల క్రమం ఏ విధంగా అమర్చబడి ఉందో సమాచారాన్ని ఎలా సూచించవచ్చో చూశాము.
- జంటలుగా అమర్చగలిగే సంఖ్యలను సరి సంఖ్యలు అని, జంటలుగా అమర్చలేని సంఖ్యలను బేసి సంఖ్యలు అని అంటారని నేర్చుకున్నాము.
- కూడికలు మరియు గుణకారాల ఫలితాల యొక్క పారిటీని (అవి సరి అవుతాయా లేదా బేసి అవుతాయా) ఎలా నిర్ధారించాలో తెలుసుకున్నాము.
- గ్రిడ్లలోని అడ్డు వరుసలు మరియు నిలువు వరుసల మొత్తాలను చూడటం ద్వారా, ఒక గ్రిడ్‌ను నింపడం సాధ్యమా కాదా అని గుర్తించగలిగాము. దీనిని ఉపయోగించి మ్యాజిక్ స్క్వేర్లను నిర్మించడం నేర్చుకున్నాము.
- కళల ద్వారా (పద్య ఛందస్సు) చరిత్రలో విరహాంక సంఖ్యలు మొట్టమొదట ఎలా కనుగొనబడ్డాయో చూశాము. విరహాంక క్రమం: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...
- అంకెలకు బదులుగా అక్షరాలు ఉండే క్రిప్టారిథమ్స్ ద్వారా మనం గణిత రహస్యాలను ఛేదించే డిటెక్టివ్‌లుగా మారాము.

AP SCERT



7 A TALE OF THREE INTERSECTING LINES

J9F8F2

Learning outcomes:

Learners will be able to

- ❖ Understand the properties of triangles and construct an equilateral triangle using a compass and ruler.
- ❖ Construct triangles using given conditions such as SSS, SAS, and ASA.
- ❖ Understand and verify the Triangle Inequality Property through activities and examples.
- ❖ Visualise triangle construction using circles and geometric tools like a compass and ruler.
- ❖ Identify and construct altitudes in different types of triangles through **hands-on activities.**
- ❖ Classify triangles based on sides and angles and relate them to real-life shapes.

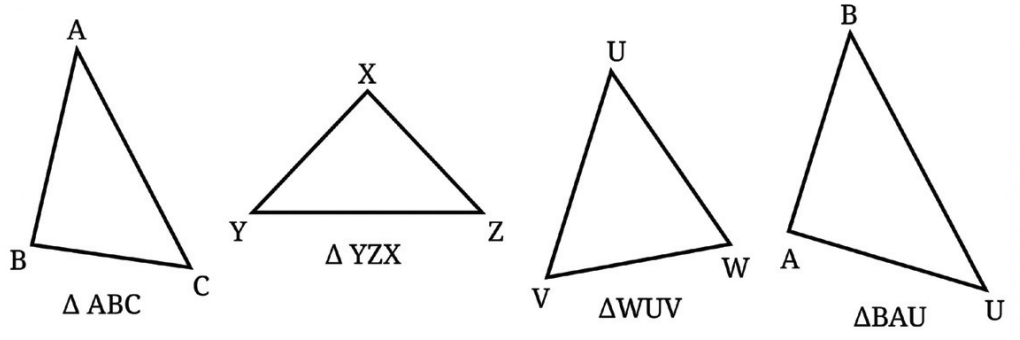
AP SCERT

7.0 Introduction

A triangle is the most basic closed shape. As we knew that, it consists of:

- three corner points, that we call the vertex of the triangle, and
- three line segments or the sides of the triangle that join the pairs of vertices.

Triangles come in various shapes. Some of them are shown below.



7 మూడు ఖండన రేఖల కథ

R1C6U1

అభ్యసన ఫలితాలు:

అభ్యాసకులు

- ❖ త్రిభుజాల ధర్మాలను అర్థం చేసుకుంటారు మరియు వృత్తలేఖిని మరియు స్కేలు ఉపయోగించి సమబాహు త్రిభుజం నిర్మిస్తారు.
- ❖ ఇచ్చిన భు. భు. భు., భు. కో. భు, మరియు కో. భు. కో నియమాల ఆధారంగా త్రిభుజాలను నిర్మిస్తారు.
- ❖ కృత్యాలు మరియు ఉదాహరణల ద్వారా త్రిభుజ అసమానత నియమాలను అర్థం చేసుకుని ధృవీకరిస్తారు.
- ❖ వృత్తలేఖిని మరియు స్కేలు వంటి జ్యామితీయ పరికరాల సహాయంతో వృత్తాల ద్వారా త్రిభుజ నిర్మాణాన్ని దృశ్యరూపంలో అర్థం చేసుకుంటారు.
- ❖ ప్రయోగాత్మకంగా వివిధ రకాల త్రిభుజాలలో ఉన్నతులు గుర్తించి వాటిని ద్వారా నిర్మిస్తారు.
- ❖ భుజాలు మరియు కోణాల ఆధారంగా త్రిభుజాలను వర్గీకరించి, వాటిని దైనందిన జీవితంలోని ఆకారాలతో అనుసంధానం చేసుకుంటారు.

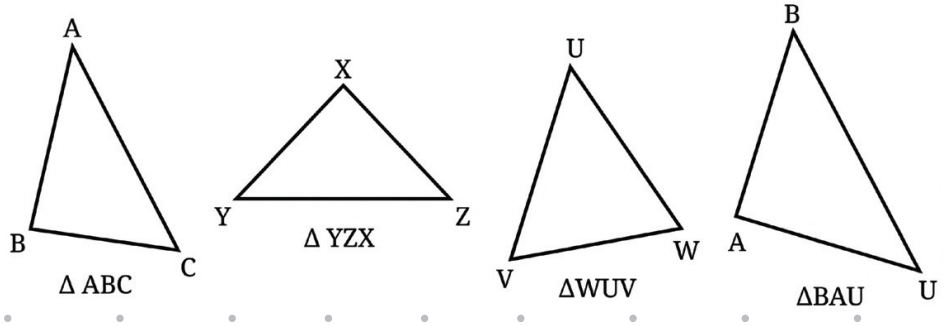
AP SCERT

4.0 పరిచయం

త్రిభుజం అనేది అత్యంత ప్రాథమిక సంవృత ఆకారం. ఇది

- శీర్షాలు అని మనం పిలిచే మూడు మూలల్లో ఉండే బిందువులు మరియు
- శీర్షాల జతలను కలిపే మూడు రేఖాఖండాలు లేదా భుజాలు కలిగి ఉంటుంది అని మనకి తెలుసు.

త్రిభుజాలు వివిధ ఆకారాలలో ఉంటాయి. వాటిలో కొన్ని క్రింద చూపించబడ్డాయి



Observe the symbol used to denote a triangle and how the triangles are named using their vertices. While naming a triangle, the vertices can come in any order.

The three sides meeting at the corners give rise to three angles that we call the angles of the triangle. For example, in ΔABC, these angles are $\angle CAB$, $\angle ABC$, $\angle BCA$, which we simply denote as $\angle A$, $\angle B$ and $\angle C$, respectively.

? What happens when the three vertices lie on a straight line?

? **Triangles Around Us**

Triangles are everywhere around us in daily life. Here are some clear real-life examples of triangle shapes:

1. Many mountains look like triangles.

   Example: Mount Fuji

2. Most house roofs are triangular to allow rainwater to flow down easily.

3. Warning signs are often triangular in shape.

   Example: Road warning sign boards in India

4. A set square used in mathematics is a perfect triangle.

5. The sides of the Eiffel Tower form triangular shapes for strength.

6. Boat sails are often triangular to catch wind properly.

7. Many bridges use triangular designs for strength.

   Example: Howrah Bridge

AP SCERT

త్రిభుజాన్ని సూచించడానికి ఉపయోగించే చిహ్నాన్ని మరియు త్రిభుజాలకు వాటి శీర్షాల ఆధారంగా ఎలా పేరు పెట్టారో గమనించండి. త్రిభుజానికి పేరు పెట్టేటప్పుడు శీర్షాలు ఏ క్రమంలోనైనా రావచ్చు.

మూలల వద్ద కలిసే మూడు భుజాలు మూడు కోణాలకు దారితీస్తాయి.

వీటిని మనం త్రిభుజం యొక్క కోణాలు అని పిలుస్తాము. ఉదాహరణకు, ΔABC లో, ఈ కోణాలు $\angle CAB$, $\angle ABC$, $\angle BCA$, వీటిని మనం వరుసగా $\angle A$, $\angle B$ మరియు $\angle C$, అని సూచిస్తాము.

? మూడు శీర్షాలు ఒక సరళరేఖ పై ఉన్నట్లయితే ఏమి జరుగుతుంది?

? **మన చుట్టూ వుండే త్రిభుజాలు**

మన రోజువారీ జీవితంలో త్రిభుజాలు ప్రతిచోటా కనిపిస్తాయి. త్రిభుజ ఆకారాలకు సంబంధించిన కొన్ని స్పష్టమైన నిజజీవిత ఉదాహరణలు :

1. అనేక పర్వతాలు త్రిభుజాల్లా కనిపిస్తాయి.

   ఉదాహరణ: ఫుజి పర్వతం

2. ఎక్కువ ఇళ్ల పైకప్పులు వర్షపు నీరు సులభంగా కిందికి జారిపోవడానికి త్రిభుజాకారంలో ఉంటాయి.

3. హెచ్చరిక సూచికలు సాధారణంగా త్రిభుజాకారంలో ఉంటాయి.

   ఉదాహరణ: భారతదేశంలో రహదారి హెచ్చరిక బోర్డులు

4. గణితంలో ఉపయోగించే మూలమట్టం ఒక పరిపూర్ణ త్రిభుజం.

5. ఈఫిల్ టవర్ పక్కభాగాలు పటిష్టత కోసం త్రిభుజ ఆకారాలను ఏర్పరుస్తాయి.

6. పడవల తెరచాపలు గాలిని సరిగా పట్టుకోవడానికి సాధారణంగా త్రిభుజాకారంలో ఉంటాయి.

7. అనేక వంతెనలు పటిష్టత కోసం త్రిభుజ నమూనాలను ఉపయోగిస్తాయి.

   ఉదాహరణ: హౌరా వంతెన

AP SCERT

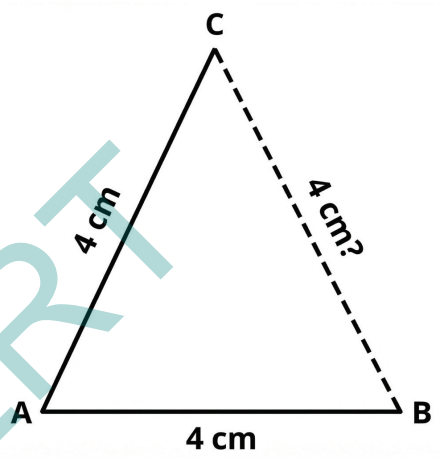
7.1 Equilateral Triangles

Among all the triangles, the equilateral triangles are the most symmetric ones. These are triangles in which all the sides are of equal lengths. Let us try to constructing them.

How do you construct this triangle and what tools do you use?

Can this construction be done only using a marked ruler (and a pencil)?

Constructing this triangle using just a ruler is certainly possible. But this might require several trials. Say we draw the base-let us call it AB-of length 4 cm (see the figure below), and mark the third point C using a ruler such that AC = 4cm. This may not lead to BC also having a length of 4 cm. If this happens, we will have to keep making attempts to mark C till we get BC to be 4 cm long.

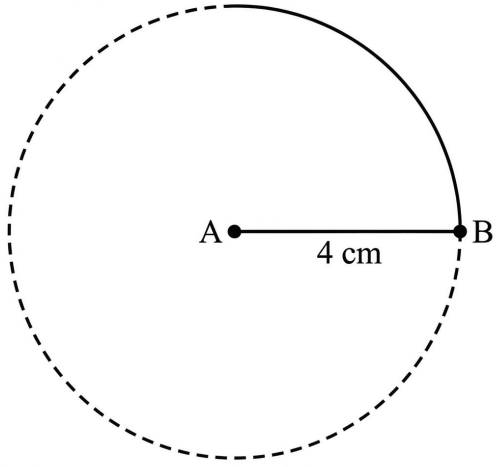


? How do we make this construction more efficient?

Recall solving a similar problem in the previous year using a compass (in the Chapter 'Playing with Constructions'). We had to mark the top point of a 'house' which is 5 cm from two other points. The method we used to get that point can also be used here.

After constructing AB = 4cm, we can do the following.

Step 1: Using a compass, construct a sufficiently long arc with radius 4 cm from A, as shown in the figure. The point C is somewhere on this arc. How do we mark it?



AP SCERT

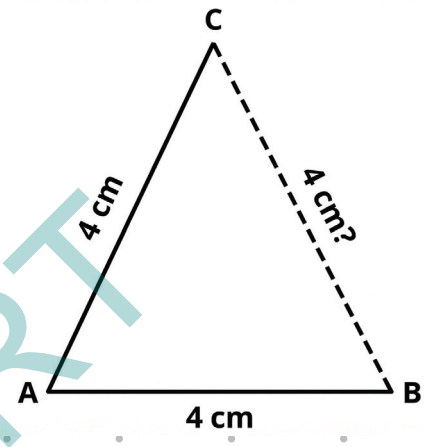
7.1 సమబాహు త్రిభుజాలు

అన్ని త్రిభుజాలలో సమబాహు త్రిభుజాలు అత్యంత సౌష్టవ త్రిభుజాలు ఇవి అన్ని భుజాలు సమాన పొడవు కలిగిన త్రిభుజాలు. వాటిని నిర్మించడానికి ప్రయత్నిద్దాం.

ఈ త్రిభుజాన్ని మీరు ఎలా నిర్మిస్తారు మరియు మీరు ఏ సాధనాలను ఉపయోగిస్తారు?

ఈ నిర్మాణం కొలతలు గుర్తించబడిన స్కేలు (మరియు ఒక పెన్సిల్) ఉపయోగించి మాత్రమే నిర్మించవచ్చా?

ఈ త్రిభుజాన్ని కేవలం స్కేలు ఉపయోగించి నిర్మించడం కచ్చితంగా సాధ్యమే ! కానీ దానికి అనేక ప్రయత్నాలు అవసరం కావచ్చు. మనం ఆధారం (భూమి) గీసామని అనుకుందాం. దానిని 4 సెంటీమీటర్లు పొడవుగా గల AB అని పిలుద్దాం. (క్రింద ఉన్న బొమ్మను చూడండి) మరియు AC = 4 సెంటీమీటర్లు ఉండేలా స్కేల్ ను ఉపయోగించి మూడవ బిందువు C ని గుర్తించండి. దీని ద్వారా 4 సెంటీమీటర్ల పొడవు ఉండేలా BC ని ఏర్పరచకపోవచ్చు. అలా జరిగితే BC = 4 సెంటీమీటర్ల పొడవు ఉండే వరకు మనం C ను గుర్తించడానికి ప్రయత్నిస్తూనే ఉండాలి.

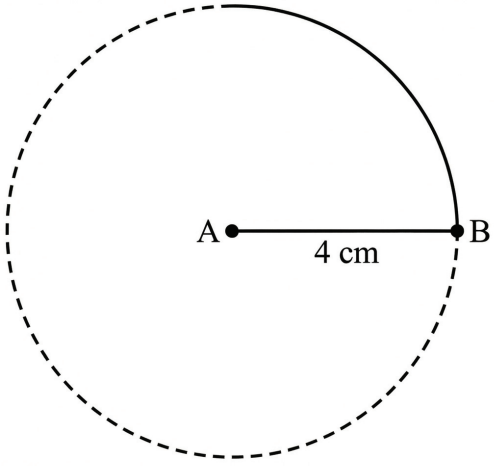


? ఈ నిర్మాణాన్ని మనం మరింత సమర్థవంతంగా ఎలా చేయగలం?

గత తరగతిలో 'నిర్మాణాలతో ఆడుకుందాం' అనే అధ్యాయంలో వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి ఇలాంటి సమస్యను పరిష్కరించడాన్ని గుర్తు చేసుకోండి. మనం ఇంటి పై భాగాన్ని గుర్తించాల్సి వచ్చింది. ఇది మరో రెండు బిందువుల నుండి 5 సెంటీమీటర్ల దూరంలో ఉంది. ఆ బిందువును పొందడానికి మనం ఉపయోగించిన పద్ధతిని ఇక్కడ కూడా ఉపయోగించవచ్చు.

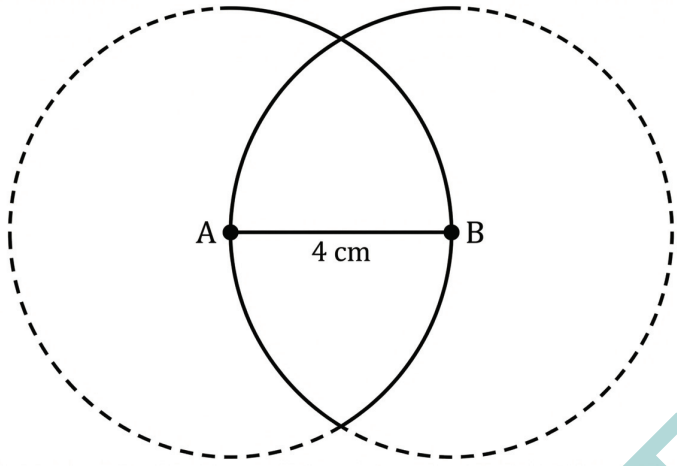
AB = 4 సెంటీమీటర్లు నిర్మించిన తర్వాత మనం ఈ క్రింది వాటిని చేయవచ్చు.

సోపానం 1: వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి చిత్రంలో చూపిన విధంగా A నుండి 4 సెంటీమీటర్ల వ్యాసార్థం కలిగిన తగినంత పొడవైన చాపమును నిర్మించండి. బిందువు C ని ఈ చాపంపై ఎక్కడో ఉంది – మనం దానిని ఎలా గుర్తించాలి?



AP SCERT

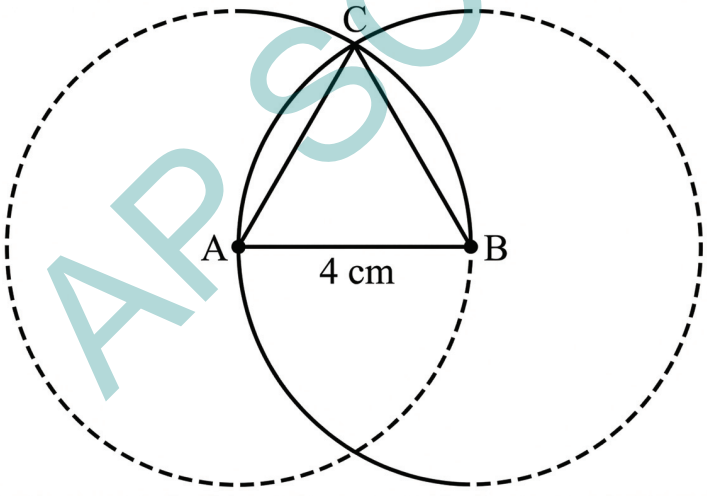
Step 2: Construct another arc with radius 4cm from B.



Let C be the point of intersection of the arcs.

? The construction ensures that both AC and BC are of length 4 cm. Can you see why?

Step 3: Join AC and BC to get the required equilateral triangle.



APSCERT

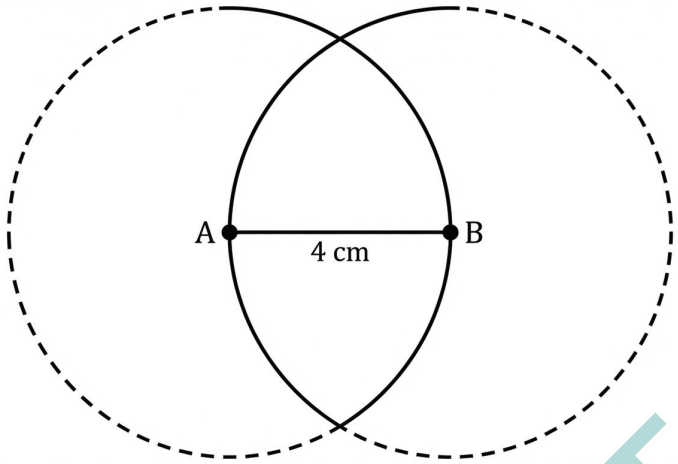
7.2 Constructing a Triangle When its Sides are Given

How do we construct triangles that are not equilateral?

? Construct a triangle of side lengths 4 cm, 5 cm and 6 cm.

As in the previous case, this triangle can also be constructed using just a marked ruler. But it will involve several trials.

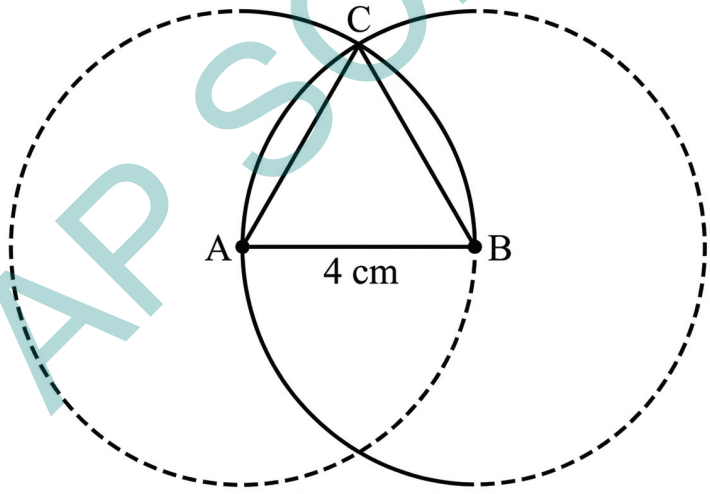
సోపానం 2: B నుండి 4 సెం.మీ వ్యాసార్థంతో మరొక చాపమును నిర్మించండి.



C అనేది చాపాల ఖండన బిందువుగా అనుకోండి.

? ఈ నిర్మాణం AC మరియు BC రెండూ 4 సెం.మీ పొడవు ఉండేలా చేస్తుంది. ఎందుకో మీకు అర్థమైందా?

సోపానం 3: అవసరమైన సమబాహు త్రిభుజాన్ని పొందడానికి AC మరియు BC లను కలపండి.



7.2 త్రిభుజ భుజాలు ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజాన్ని నిర్మించడం

సమబాహు త్రిభుజం కాని త్రిభుజాలను ఎలా నిర్మిస్తాము?

? 4 సెం.మీ, 5 సెం.మీ మరియు 6 సెం. మీ భుజాల పొడువులు గల త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి.

మునపటి సందర్భంలో వలే ఈ త్రిభుజాన్ని కూడా కొలతలతో ఉన్న స్కేల్‌ను ఉపయోగించి నిర్మించవచ్చు కానీ ఇందులో అనేక ప్రయత్నాలు ఇమిడి వుంటాయి.

AP SCERT

How do we construct this triangle more efficiently?

Choose one of the given lengths to be the base of the triangle: say 4 cm. Draw the base. Let A and B be the base vertices, and call the third vertex C. Let AC = 5 cm and BC = 6 cm.

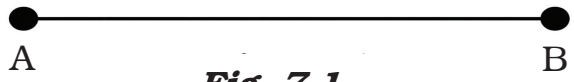


Fig. 7.1

Like we did in the case of equilateral triangles, let us first get all the points that are at a 5 cm distance from A. These points lie on the circle whose centre is A and has radius 5 cm. The point C must lie somewhere on this circle. How do we find it?

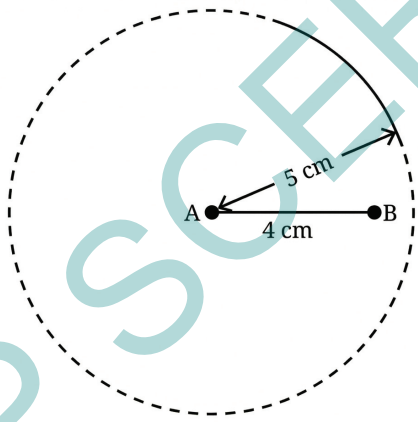


Fig. 7.2

We will make use of the fact that the point C is 6 cm away from B. Construct an arc of radius 6 cm from B.

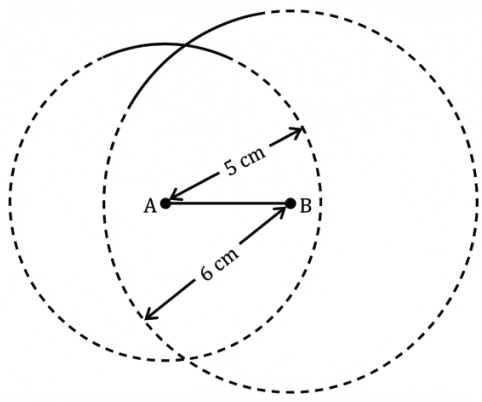


Fig. 7.3

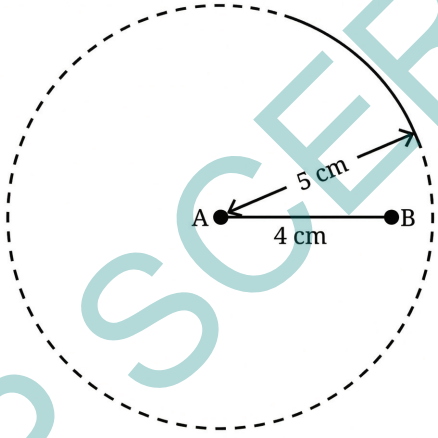
AP SCERT

? మనం ఈ త్రిభుజాన్ని మరింత సమర్థవంతంగా ఎలా నిర్మించగలం?

త్రిభుజం యొక్క భూమి కోసం ఇచ్చిన పొడవుల్లో ఒకదాన్ని (4 సెం. మీ) ఎంచుకోండి. భూమి గీయండి. A మరియు B లను భూమి యొక్క శీర్షాలుగా భావించి మూడవ శీర్షాన్ని C అని పిలవండి. AC = 5 సెం.మీ మరియు BC = 6 సెం.మీ అనుకుందాం.

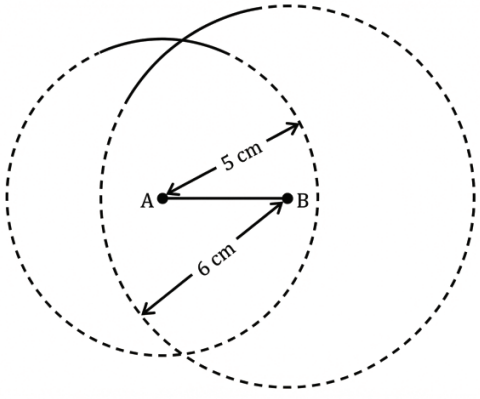
పటం 7.1

సమబాహు త్రిభుజాల విషయంలో చేసినట్లుగా ముందుగా A నుండి 5 సెం. మీ దూరంలో ఉన్న అన్ని బిందువులను గుర్తిద్దాం. ఈ బిందువులు అన్ని A కేంద్రంగా గల 5 సెం.మీ వ్యాసార్థం కలిగిన వృత్తంపై ఉంటాయి. బిందువు C ఈ వృత్తంపై ఎక్కడో ఉండాలి? మనం దానిని ఎలా గుర్తించాలి?



పటం 7.2

C బిందువు, B నుండి 6 సెం. మీ దూరంలో ఉందనే వాస్తవాన్ని మనం ఉపయోగించుకుందాం. B నుండి 6 సెం.మీ వ్యాసార్థం కలిగిన ఒక చాపాన్ని నిర్మించండి.

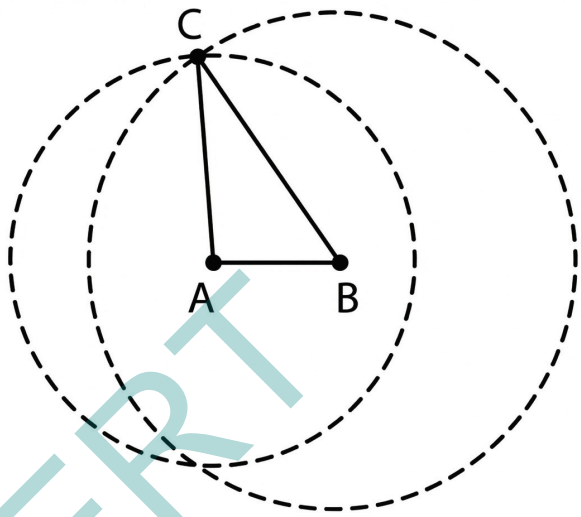


పటం 7.3

AP SCERT

The required point C is one of the points of intersection of the two circles.

The reason why the point of intersection is the third vertex is the same as for equilateral triangles. This point lies on both the circles. Hence its distance from A is the radius of the circle centred at A (5 cm) and its distance from B is the same as the radius of the circle centred at B (6 cm).



Let us summarise the steps of construction, noting that constructing full circles is not necessary to get the third vertex (see Fig. 7.2 and 7.3).

Step 1: Construct the base AB with one of the side lengths. Let us choose AB = 4 cm (see Fig. 7.1).

Step 2: From A, construct a sufficiently long arc of radius 5 cm (see Fig. 7.2).

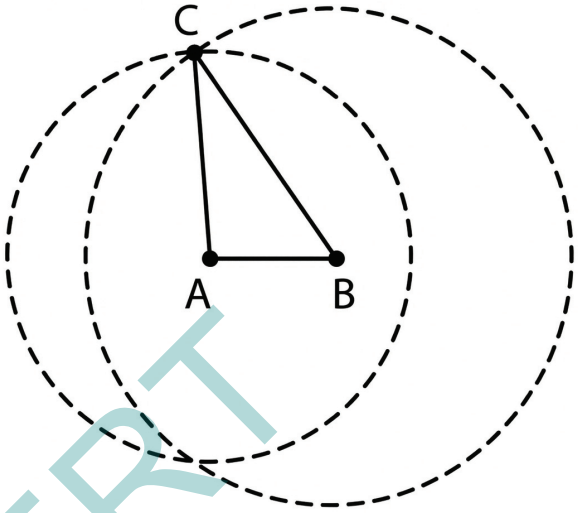
Step 3: From B, construct an arc of radius 6 cm such that it intersects the first arc (see Fig. 7.3).

Step 4: The point where both the arcs meet is the required third vertex C. Join AC and BC to get ΔABC.

AP SCERT

కావలసిన బిందువు C అనేది రెండు వృత్తాల ఖండన బిందువులలో ఒకటి.

ఈ ఖండన బిందువు మూడవ శీర్షంగా అగుటకు ఈ బిందువు రెండు వృత్తాలపై వుటుంది. కారణం సమబాహు త్రిభుజ సందర్భంలో వలె వుంటుంది. అందువల్ల A నుండి దాని దూరం (5 సెం. మీ) A కేంద్రంగా గల వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థం మరియు B నుండి దాని దూరం (6 సెం.మీ) B కేంద్రంగా గల వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థం వలె ఉంటుంది.



మూడవ శీర్షాన్ని పొందడానికి పూర్తి వృత్తాలను నిర్మించాల్సిన అవసరం లేదని గమనించి నిర్మాణ దశలను సంగ్రహంగా చూద్దాం. (పటం 7.2 మరియు 7.3 చూడండి)

సోపానం 1: AB భూమిని ఒక భుజం పొడవుతో నిర్మించండి AB = 4 సెం.మీ ఎంచుకుందాం. (పటం 7.1 చూడండి)

సోపానం 2: A నుండి 5 సెం.మీ వ్యాసార్థం కలిగిన తగినంత పొడవైన చాపమును నిర్మించండి. (పటం 7.2 చూడండి)

సోపానం 3: B నుండి మొదటి చాపమును ఖండించేలా 6 సెం.మీ వ్యాసార్థం కలిగిన మరొక చాపంను నిర్మించండి. (పటం 7.3 చూడండి)

సోపానం 4: రెండు చాపాలు కలిసే బిందువు కావలసిన మూడవ శీర్షం C, ΔABC పొందడానికి AC మరియు BC లను కలపండి.

AP SCERT

Construct

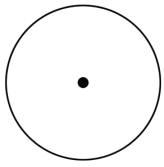
Construct triangles having the following side lengths (all the units are in cm):

(a) 4, 4, 6 (b) 3, 4, 5 (c) 1, 5, 5

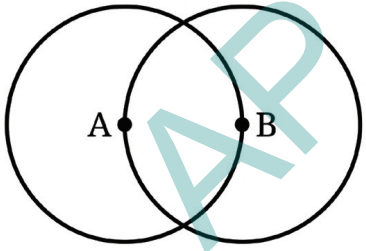
(d) 4, 6, 8 (e) 3.5, 3.5, 3.5

We have seen that triangles having all three equal sides are called equilateral triangles. Those having two equal sides are called isosceles triangles. The side lengths of three sides are different, then the triangle is called scalen triangle.

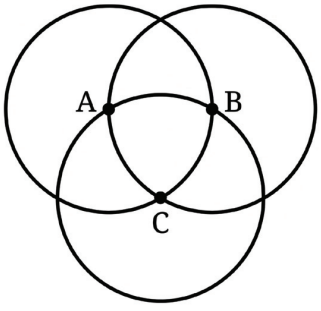
Figure it Out - 7.1



1. Use the points on the circle and/or the centre to form isosceles triangles.
2. Use the points on the circles and/or their centres to form isosceles and equilateral triangles. The circles are of the same size.



A and B are the centres of circles of the same size



A, B, and C are the centres of circles of the same size

7.2.1 Are Triangles Possible for any Lengths?

Can one construct triangles having any given side lengths? Are there lengths for which it is impossible to construct a triangle? Let us explore this.

Construct a triangle with side lengths 3 cm, 4 cm, and 8 cm. What is happening? Are you able to construct the triangle?

AP SCERT

నిర్మించండి

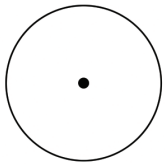
? క్రింది భుజాల పొడవులు కలిగిన త్రిభుజాలను నిర్మించండి (అన్ని యూనిట్లు సెం.మీలలో ఉన్నాయి)

(ఎ) 4, 4, 6 (బి) 3, 4, 5 (సి) 1, 5, 5

(డి) 4, 6, 8 (ఇ) 3.5, 3.5, 3.5

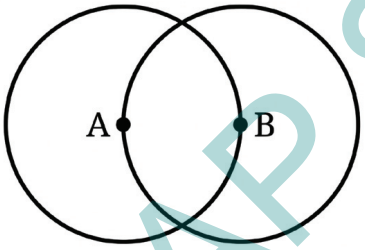
మూడు భుజాలు సమానంగా ఉన్న త్రిభుజాలను సమబాహు త్రిభుజాలు అని రెండు భుజాలు సమానంగా ఉన్న వాటిని సమద్విబాహు త్రిభుజాలు అని మనం చూసాం. మూడు భూజాల కొలతలు వేరువేరు అయినపుడు ఆ త్రిభుజాలను విషమబాహు త్రిభుజాలు అంటారు.

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.1

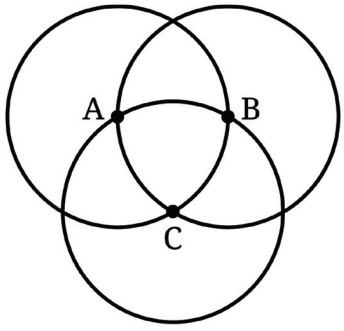


1. సమద్విబాహు త్రిభుజాలను ఏర్పచడానికి వృత్తంపై ఉన్న బిందువులను మరియు/లేదా కేంద్రాన్ని ఉపయోగించండి.

2. సమద్విబాహు మరియు సమబాహు త్రిభుజాలను ఏర్పచడానికి వృత్తంపై ఉన్న బిందువులను మరియు/లేదా కేంద్రాన్ని ఉపయోగించండి. వృత్తాలు ఒకే పరిమాణంలో ఉంటాయి.



A మరియు B లు ఒకే పరిమాణంలో ఉన్న వృత్త కేంద్రాలు



A, B మరియు C లు ఒకే పరిమాణంలో ఉన్న వృత్త కేంద్రాలు

AP SCERT

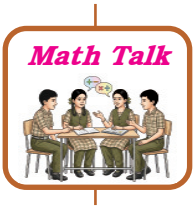
7.2.1 ఏ పొడవులతో అయినా త్రిభుజాలు సాధ్యమేనా?

ఇచ్చిన ఏ భుజాల పొడవులతో అయినా త్రిభుజాలను నిర్మించవచ్చా? త్రిభుజాన్ని నిర్మించడం సాధ్యం కాని పొడవులు ఉన్నాయా? దీనిని మనం అన్వేషిద్దాం.

? 3 సెం. మీ, 4 సెం.మీ మరియు 8 సెం.మీ భుజాల పొడవులతో త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి. ఏం జరుగుతోంది? మీరు త్రిభుజాన్ని నిర్మించగలిగారా?

? Here is another set of lengths: 2 cm, 3 cm, and 6 cm. Check if a triangle is possible for these side lengths.

? Try to find more sets of lengths for which a triangle construction is impossible. See if you can find any pattern in them.



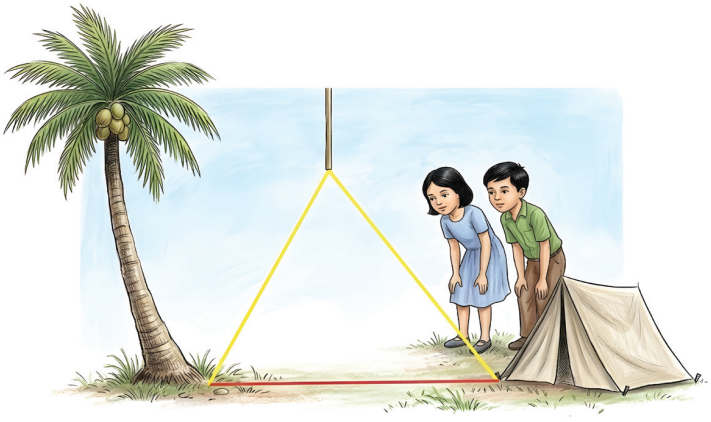
We see that a triangle is possible for some sets of lengths and not possible for others. How do we check if a triangle exists for a given set of lengths? One way is to actually try to construct the triangle and check if it is possible. Is there a more efficient way to check this?

Triangle Inequality

Consider the lengths 10 cm, 15 cm and 30 cm. Does there exist a triangle having these as sidelengths?

To tackle this question, let us study a property of triangles. Imagine a small plot of plain land having a tent, a tree and a pole. Imagine you are at the entrance of the tent and want to go to the tree. Which is the shorter path: (i) the straight-line path to the tree (the red path) or (ii) the straight-line path from the tent to the pole, followed by the straight-line path from the pole to the tree (the yellow path)?

Clearly, the direct straight-line path from the tent to the tree is shorter than the roundabout path via the pole. In fact, the direct straight-line path is the shortest possible path to the tree from the tent.



AP SCERT

? ఇక్కడ మరొక పొడవుల జాబితా ఉంది. 2 సెం. మీ, 3 సెం. మీ మరియు 6 సెం.మీ ఈ భుజాల పొడవులతో త్రిభుజం సాధ్యమా అని తనిఖీ చేయండి.

? త్రిభుజ నిర్మాణం అసాధ్యమైన పొడవుల జాబితా లను మరికొన్ని కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి వాటిలో ఏదైనా నమూనాను మీరు కనుగొనగలరేమో చూడండి.

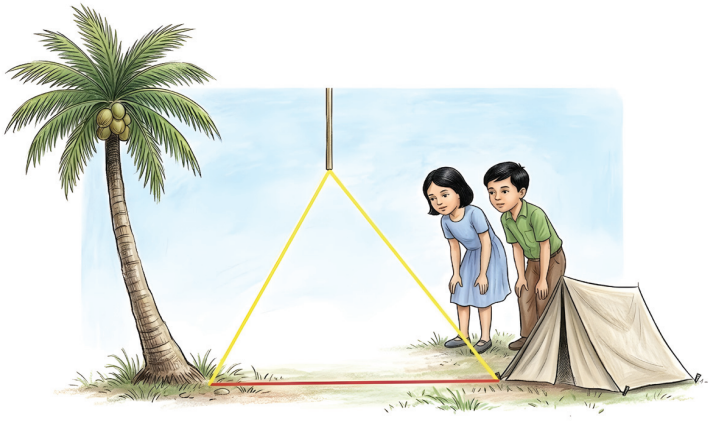
కొన్ని పొడవుల జాబితాలకు త్రిభుజం సాధ్యమే మరియు మరికొన్నింటికీ సాధ్యం కాదని మనం చూస్తాము. ఇచ్చిన పొడవుల జాబితాలకు త్రిభుజం ఏర్పడుతుందో లేదో ఎలా తనిఖీ చేయాలి? ఒక మార్గం ఏమిటంటే త్రిభుజాన్ని నిర్మించడానికి ప్రయత్నించడం మరియు అది సాధ్యమేనా అని తనిఖీ చేయడం. దీన్ని తనిఖీ చేయడానికి మరింత సమర్థవంతమైన మార్గం ఉందా?

త్రిభుజ అసమానత

10 సెం. మీ, 15 సెం.మీ మరియు 30 సెం.మీ పొడవులను పరిశీలించండి. ఈ కొలతలు భుజాల పొడవులుగా కలిగి ఉన్న త్రిభుజం ఉంటుందా?

ఈ ప్రశ్నను అధిగమించేందుకు త్రిభుజాల యొక్క ఒక ధర్మాన్ని అధ్యయనం చేద్దాం. ఒక చిన్న మైదాన స్థలంలో ఒక గుడారం, ఒక చెట్టు మరియు ఒక స్తంభం ఉన్నట్లు ఊహించుకోండి. మీరు గుడారం ప్రవేశద్వారం వద్ద ఉన్నారని మరియు చెట్టు వద్దకు వెళ్లాలనుకుంటున్నారని ఊహించుకోండి. ఏది చిన్న మార్గం: (i) చెట్టుకు సరళరేఖ మార్గం (ఎరుపు మార్గం) లేదా (ii) గుడారం నుండి స్తంభానికి గల సరళరేఖ మార్గం, దీనిని అనుసరిస్తూ స్తంభం నుండి చెట్టుకు గల సరళరేఖ మార్గం (పసుపు రంగు మార్గం).

స్పష్టంగా, గుడారం నుండి చెట్టుకు నేరుగా వెళ్లే మార్గం, చుట్టూ తిరిగి స్థంభం ద్వారా వెళ్లే మార్గం కంటే చిన్నది. వాస్తవానికి నేరుగా వెళ్లే మార్గం గుడారం నుండి చెట్టుకు సాధ్యమైనంత చిన్న మార్గం.

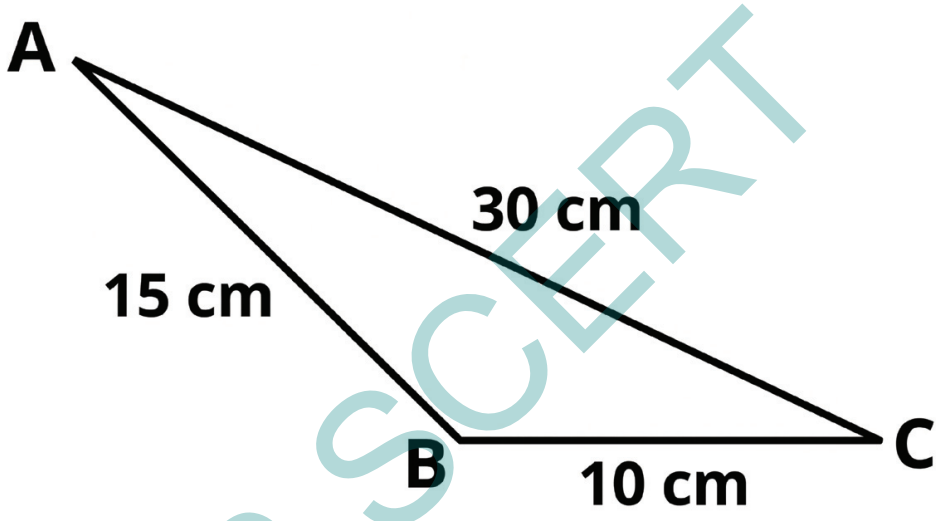


AP SCERT

Will the direct path between any two points be shorter than the roundabout path via a third point? Clearly, the answer is yes.

Can this understanding be used to tell something about the existence of a triangle having sidelengths 10 cm, 15 cm and 30 cm?

Let us suppose that there is a triangle for this set of lengths. Remember that at this point we are not sure about the existence of the triangle but we are only supposing that it exists. Let us draw a rough diagram.



AP SCERT

Does everything look right with this triangle?

If this triangle were possible, then the direct path between any two vertices should be shorter than the roundabout path via the third vertex. Is this true for our rough diagram?

- Between B and C:

  Direct = 10 cm; Roundabout = 15 + 30 = 45 cm ?(True)

- Between A and B:

  Direct = 15 cm; Roundabout = 10 + 30 = 40 cm ?(True)

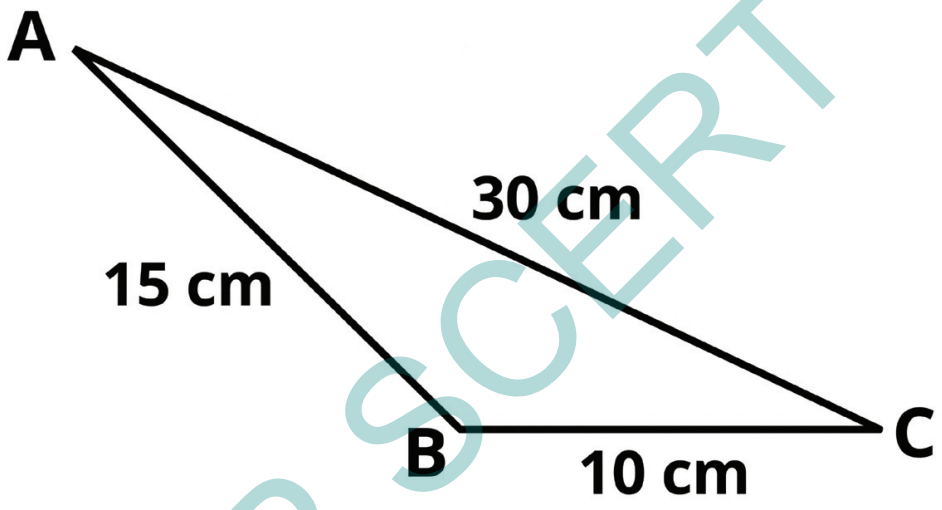
- Between C and A:

  Direct = 30 cm; Roundabout = 10 + 15 = 25 cm ? (Not True)

ఏదైనా రెండు బిందువుల మధ్య ఉన్న ప్రత్యక్ష మార్గం చుట్టూ తిరిగి మూడవ బిందువు ద్వారా వచ్చే మార్గం కంటే తక్కువగా ఉంటుందా? అవును, అనేది స్పష్టమైన సమాధానం.

? ఈ అవగాహనను 10 సెం. మీ, 15 సెం. మీ మరియు 30 సెం. మీ భుజాల పొడవు కలిగిన త్రిభుజం ఉనికిని గురించి ఏదైనా చెప్పడానికి ఉపయోగించవచ్చా?

ఈ పొడవుల జాబితాకి ఒక త్రిభుజం ఉందని అనుకుందాం. ఈ సమయంలో మనకు త్రిభుజం ఉనికి గురించి ఖచ్చితంగా తెలియదని గుర్తించుకోండి. కానీ అది ఉందని మాత్రమే మనం ఊహిస్తున్నాం. మనం ఒక నమూనా రేఖాచిత్రాన్ని గీద్దాం.



AP SCERT

ఈ త్రిభుజంలో అంతా సరిగ్గా కనిపిస్తుందా?

ఈ త్రిభుజం సాధ్యమైతే, ఏవైనా రెండు శీర్షాల మధ్య ప్రత్యక్ష మార్గం చుట్టూ తిరిగి మూడవ శీర్షం ద్వారా వెళ్ళే మార్గం కంటే తక్కువగా ఉండాలి. ఇది మన నమూనా చిత్రానికి నిజమౌతుందా?

- B మరియు C ల మధ్య

  ప్రత్యక్ష దూరం = 10 సెం.మీ; చుట్టూ తిరిగే దూరం = 15 + 30 = 45 సెం.మీ (సత్యము)

- A మరియు B ల మధ్య

  ప్రత్యక్ష దూరం = 15 సెం.మీ; చుట్టూ తిరిగే దూరం = 10 + 30 = 40 సెం.మీ (సత్యము)

- C మరియు A ల మధ్య

  ప్రత్యక్ష దూరం = 30 సెం.మీ; చుట్టూ తిరిగే దూరం = 10 + 15 = 25 సెం.మీ (సత్యము కాదు)

Here, the direct path between C and A (30 cm) is not shorter than the roundabout path via A (25 cm). Hence, such a triangle cannot exist.

Recall how we used similar intuition and reasoning to discover properties of intersecting and parallel lines. We will continue to do this as we explore geometry.

? Can we say anything about the existence of a triangle having side lengths 3cm, 3cm and 7cm ? Verify your answer by construction.

? "In the rough diagram in Fig. 7.4, is it possible to assign lengths in a different order such that the direct paths are always coming out to be shorter than the roundabout paths? If this is possible, then a triangle might exist."

? Is such rearrangement of lengths possible in the triangle?

Figure it Out - 7.2

1. We checked by construction that there are no triangles having side lengths 3 cm, 4 cm and 8 cm; and 2 cm, 3 cm and 6 cm. Check if you could have found this without trying to construct the triangle.
2. Can we say anything about the existence of a triangle for each of the following sets of lengths?

   (a) 10 km, 10 km and 25 km

   (b) 5 mm, 10 mm and 20 mm

   (c) 12 cm, 20 cm and 40 cm

   You would have realised that using a rough figure and comparing the direct path lengths with their corresponding roundabout path lengths is the same as comparing each length with the sum of the other two lengths. There are three such comparisons to be made.

AP SCERT

ఇక్కడ C మరియు A మధ్య ప్రత్యక్ష దూరం (30 సెం. మీ) A ద్వారా చుట్టూ తిరిగే మార్గం 25 సెం.మీ కంటే చిన్నది కాదు. అందువల్ల, అటువంటి త్రిభుజం ఉనికిలో ఉండదు.

ఖండన మరియు సమాంతర రేఖల లక్షణాలను కనుగొనడానికి మనం ఇలాంటి జ్ఞానం మరియు తార్కికతను ఎలా ఉపయోగించామో గుర్తుచేసుకోండి. మనం జ్యామితిని అన్వేషిస్తున్నప్పుడు దీన్ని కొనసాగిస్తాం.

? 3 సెం. మీ, 3 సెం. మీ మరియు 7 సెం. మీ భుజాల పొడవు కలిగిన త్రిభుజం ఉనికిని గురించి మనం ఏదైనా చెప్పగలమా? నిర్మాణం ద్వారా మీ సమాధానాన్ని ధృవీకరించండి.

? పటం 7.4 లోని నమూనా రేఖాచిత్రంలో, ప్రత్యక్ష మార్గాలు ఎల్లప్పుడూ చుట్టూ తిరిగే మార్గాల కంటే తక్కువగా ఉండేలా వేరే క్రమంలో పొడవులను కేటాయించడం సాధ్యమేనా? ఇది సాధ్యమైతే అప్పుడు ఒక త్రిభుజం ఉండవచ్చు.

? త్రిభుజంలో పొడవులను అలా పునర్వ్యవస్థీకరించడం సాధ్యమేనా?

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.2

1. 3 సెం.మీ, 4 సెం.మీ మరియు 8 సెం.మీ; మరియు 2 సెం.మీ, 3 సెం.మీ మరియు 6 సెం.మీ భుజాల పొడువులు కలిగిన త్రిభుజాలు లేవని మేము నిర్మాణం ద్వారా తనిఖీ చేసాము. త్రిభుజాన్ని నిర్మించడానికి ప్రయత్నించకుండానే మీరు దీన్ని కనుగొనగలిగారేమో తనిఖీ చేయండి.
2. క్రింది ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజం ఉనికి గురించి మనం ఏమైనా చెప్పగలమా?

   (ఎ) 10 కి.మీ, 10 కి.మీ మరియు 25 కి.మీ

   (బి) 5 మి.మీ, 10 మి.మీ మరియు 20 మి.మీ

   (సి) 12 సెం.మీ, 20 సెం.మీ మరియు 40 సెం.మీ

   ఒక నమూనా బొమ్మను ఉపయోగించి, ప్రత్యక్ష మార్గ పొడవులను వాటి సంబంధిత చుట్టూ తిరిగే మార్గ పొడవులతో పోల్చడం అనేది ప్రతి పొడవును ఇతర రెండు పొడవుల మొత్తంతో పోల్చడానికి సమానమని మీరు గ్రహించి ఉంటారు. ఇలాంటి మూడు పోలికలు చేయాలి.

AP SCERT

3. For each set of lengths seen so far, you might have noticed that in at least two of the comparisons, the direct length was less than the sum of the other two (if not, check again!). For example, for the set of lengths 10 cm, 15 cm and 30 cm, there are two comparisons where this happens:

Try This

$$10 < 15 + 30$$

$$15 < 10 + 30$$

But this doesn't happen for the third length: $30 > 10 + 15$.

? Will this always happen? That is, for any set of lengths, will there be at least two comparisons where the direct length is less than the sum of the other two? Explore for different sets of lengths.

? Further, for a given set of lengths, is it possible to identify which lengths will immediately be less than the sum of the other two, without calculations?

[**Hint:** Consider the direct lengths in the increasing order.]

? Given three side lengths, what do we need to compare to check for the existence of a triangle?

When each length is smaller than the sum of the other two, we say that the lengths satisfy the **triangle inequality.** For example, the set 3, 4, 5 satisfies the triangle inequality whereas, the set 10, 15, 30 does not satisfy the triangle inequality.

We have seen that lengths such as 10, 15, 30 that do not satisfy the triangle inequality cannot be the sidelengths of a triangle.

Does a triangle exist with sidelengths 4 cm, 5 cm and 8 cm?

This satisfies the triangle inequality:

$$8 < 4 + 5 = 9$$

? Why do we not need to check the other two sides?

This means that all the direct path lengths are less than the round about path lengths. Does this confirm the existence of a triangle?

AP SCERT

3. ఇప్పటివరకు చూసిన ప్రతి పొడవుల జాబితాకి, కనీసం రెండు పోలికలలో, ప్రత్యక్ష పొడవు మిగతా రెండింటి మొత్తం కంటే తక్కువగా ఉందని మీరు గమనించి ఉంటారు. (లేకపోతే మళ్లీ తనిఖీ చేయండి!), ఉదాహరణకు, 10 సెం.మీ, 15 సెం.మీ మరియు 30 సెం.మీ పొడవుల జాబితా కి ఇది జరిగే రెండు పోలికలు ఉన్నాయి.

$$10 < 15 + 30$$

$$15 < 10 + 30$$

కానీ ఇది మూడవ పొడవుకు జరగదు: $30 > 10 + 15$.

ప్రయత్నించండి

? ఇది ఎల్లప్పుడూ జరుగుతుందా? అంటే, ఏదైనా పొడవుల జాబితాకి, ప్రత్యక్ష పొడవు మిగతా రెండింటి మొత్తం కంటే తక్కువగా ఉన్న కనీసం రెండు పోలికలు ఉంటాయా? వేర్వేరు పొడవుల జాబితాల కోసం అన్వేషించండి.

? ఇంకా, ఇచ్చిన పొడవుల జాబితా కి ఏ పొడవులు మిగిలిన రెండింటి మొత్తం కంటే తక్కువగా ఉంటాయో వెంటనే గణనలు లేకుండా గుర్తించడం సాధ్యమేనా?

(**సూచన:** ఆరోహణ క్రమంలో ప్రత్యక్ష పొడవులను పరిగణించండి)

? మూడు భుజాల పొడవులు ఇచ్చినప్పుడు, త్రిభుజం ఉనికిని తనిఖీ చేయడానికి మనం దేనిని పోల్చాలి?

ప్రతి పొడవు మిగతా రెండింటి మొత్తం కంటే తక్కువగా ఉన్నప్పుడు ఆ పొడవులు **త్రిభుజ అసమానతను** సంతృప్తి పరుస్తాయని మనం చెబుతాము. ఉదాహరణకు, జాబితా 3, 4, 5 త్రిభుజ అసమానతను సంతృప్తి పరుస్తాయి. అయితే జాబితా 10, 15, 30 త్రిభుజ అసమానతను సంతృప్తి పరచవు.

10, 15, 30 వంటి పొడవులు త్రిభుజ అసమానతని సంతృప్తి చేయవని మనం చూసాము. కావున అవి త్రిభుజ భుజాల పొడవులు కానేరవు.

4 సెం.మీ, 5 సెం.మీ మరియు 8 సెం.మీ భుజాలు పొడవు కలిగిన త్రిభుజం ఉందా?

ఇది త్రిభుజ అసమానతను సంతృప్తి పరుస్తుంది.

$$8 < 4 + 5 = 9$$

? మనం మిగిలిన రెండు భుజాలను ఎందుకు తనిఖీ చేయనవసరం లేదు?

దీని అర్థం అన్ని ప్రత్యక్ష మార్గ పొడవులు చుట్టూ తిరిగే మార్గ పొడవుల కంటే తక్కువగా ఉంటాయి. ఇది త్రిభుజం ఉనికిని నిర్ధారిస్తుందా?

AP SCERT

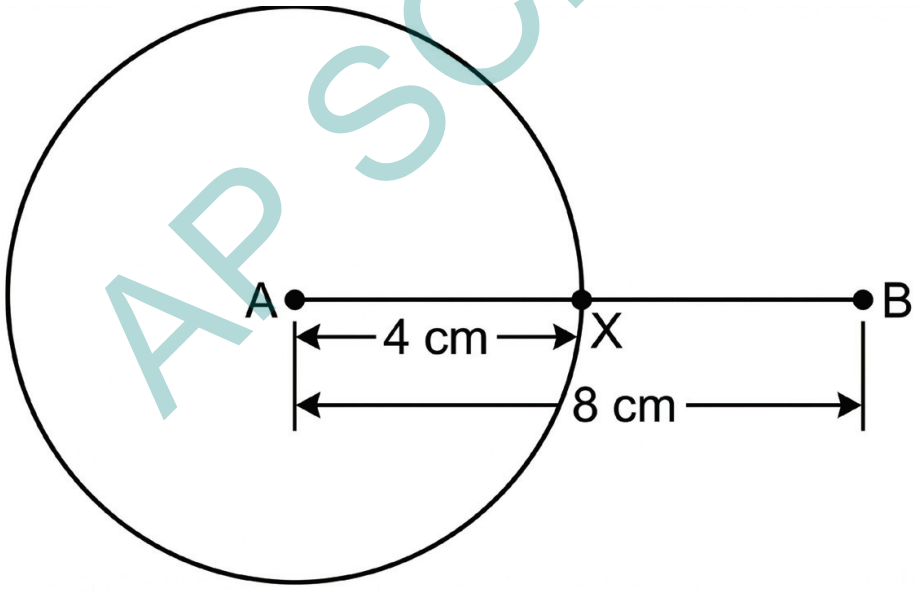
If one of the direct path lengths had been longer, we could have concluded that a triangle would surely not exist. But in this case, we can only say that a triangle may or may not exist.

For the triangle to exist, the arcs that we construct to get the third vertex must intersect. Is it possible to determine that this will happen without actually carrying out the construction?

Visualising the construction of circles

Let us imagine that we start the construction by constructing the longest side as the base. Let AB be the base of length 8 cm. The next step is the construction of sufficiently long arcs corresponding to the other two lengths: 4 cm and 5 cm.

Instead of just constructing the arcs, let us complete the full circles. Suppose, we construct a circle of radius 4 cm with A as the centre.



? Now, suppose that a circle of radius 5 cm is constructed, centred at B. Can you draw a rough diagram of the resulting figure?

Note that in the figure below, AX = 4 cm and AB = 8 cm. So, what is BX? Does this length help in visualising the resulting figure?

AP SCERT

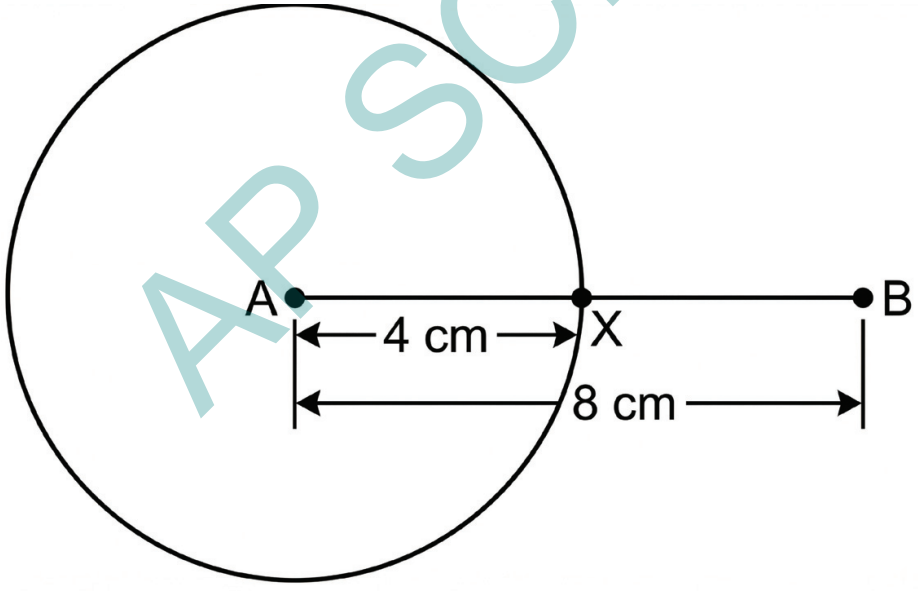
ప్రత్యక్ష మార్గ పొడవులలో ఒకటి పొడవుగా ఉంటే, త్రిభుజం ఖచ్చితంగా ఉనికిలో లేదని మనం నిర్ధారించుకునే వాళ్ళం. కానీ ఈ సందర్భంలో త్రిభుజం ఉండవచ్చు లేదా ఉండకపోవచ్చు అని మాత్రమే మనం చెప్పగలం.

త్రిభుజం ఉనికిలో ఉండాలంటే మూడవ శీర్షాన్ని పొందడానికి మనం నిర్మించే చాపాలు ఖండించుకోవాలి. వాస్తవానికి నిర్మాణాన్ని చేపట్టకుండానే ఇది జరుగుతుందని నిర్ధారించడం సాధ్యమేనా?

వృత్తాల నిర్మాణాన్ని దృశ్యమానం చేయడం

నిర్మాణాన్ని ప్రారంభించేటప్పుడు పొడవైన భుజాన్ని భూమిగా నిర్మించాలని ఊహించుకుందాం. AB అనేది 8 సెం.మీ పొడవు గల ఆధారంగా ఉండనివ్వండి తదుపరి సోపానం మిగిలిన రెండు పొడవులకు అనుగుణంగా తగినంత పొడవైన చాపాల నిర్మాణం. 4 సెం.మీ మరియు 5 సెం.మీ చాపాలను నిర్మించడానికి బదులుగా పూర్తి వృత్తాలను పూర్తి చేద్దాం.

మనం A కేంద్రంగా 4 సెం.మీ వ్యాసార్థం కలిగిన గల ఒక వృత్తాన్ని నిర్మిస్తామని అనుకుందాం.



ఇప్పుడు 5 సెం.మీ వ్యాసార్థం కలిగిన ఒక వృత్తం B వద్ద కేంద్రీకృతమై ఉందని అనుకుందాం ఫలిత రేఖాచిత్రం యొక్క నమూనా రేఖాచిత్రాన్ని మీరు గీయగలరా?

క్రింద ఉన్న చిత్రంలో AX = 4 సెం.మీ మరియు AB = 8 సెం.మీ అని గమనించండి. కాబట్టి, BX పొడవు ఏమిటి? ఈ పొడవు ఫలిత బొమ్మను దృశ్యమానం చేయడంలో సహాయపడుతుందా ?

AP SCERT

Since BX = 4 cm, and the radius of the circle centred at B is 5 cm, it is clear that the circles will intersect each other at two points.

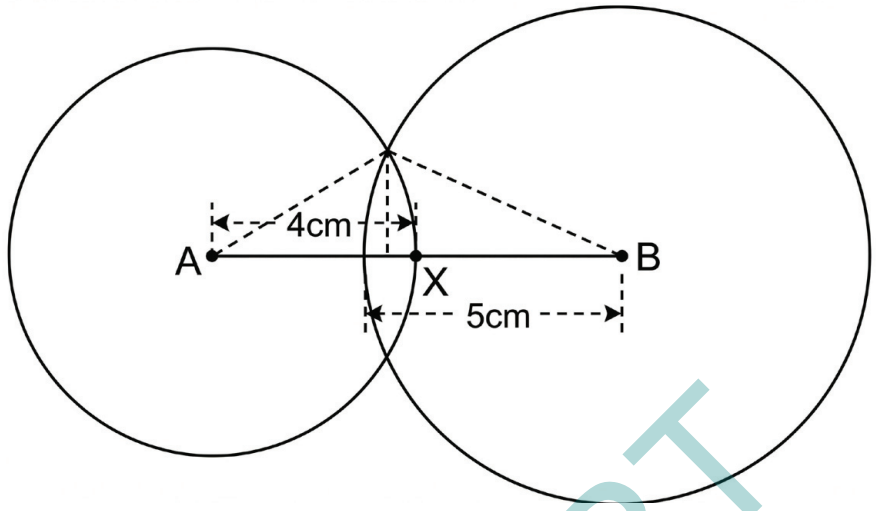


Fig. 7.5: Circles intersecting each other at two points

What does this tell us about the existence of a triangle? The points A and B along with either of the points of intersection of the circles will give us the required triangle. Thus, there exists a triangle having sidelengths 4 cm, 5 cm and 8 cm.

Figure it Out - 7.3

1. Which of the following lengths can be the side lengths of a triangle? Explain your answers. Note that for each set, the three lengths have the same unit of measure.

   (a) 2, 2, 5 (b) 3, 4, 6

   (c) 2, 4, 8 (d) 5, 5, 8

   (e) 10, 20, 25 (f) 10, 20, 35

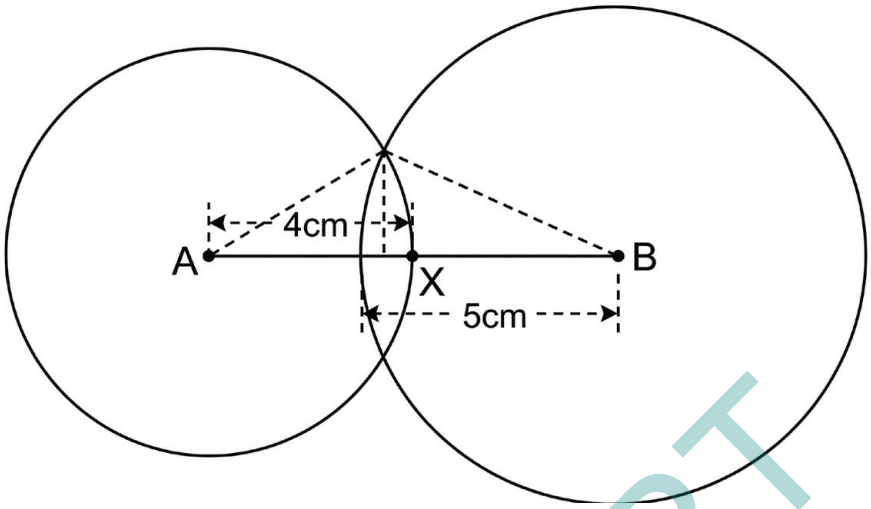
   (g) 24, 26, 28

We observe from the previous problems that whenever there is a set of lengths satisfying the triangle inequality (each length < sum of the other two lengths), there is a triangle with those three lengths as sidelengths.

? Will triangles always exist when a set of lengths satisfies the triangle inequality? How can we be sure?

AP SCERT

BX = 4 సెం.మీ మరియు B వద్ద కేంద్రం ఉన్న వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థం 5 సెం.మీ. కాబట్టి, వృత్తాలు రెండు బిందువుల వద్ద ఖండించుకుంటున్నాయని స్పష్టమవుతుంది.



పటం 7.5 : రెండు బిందువుల వద్ద ఒకదానికొకటి ఖండించు కొనే వృత్తాలు

ఇది త్రిభుజం ఉనికి గురించి మనకు ఏమి చెబుతుంది? A మరియు B బిందువులు వృత్తాల ఖండన బిందువులలో దేనితోనైనా కలిసి మనకు అవసరమైన త్రిభుజాన్ని ఇస్తాయి. అందువల్ల 4 సెం.మీ, 5 సెం.మీ మరియు 8 సెం.మీ భుజాల పొడవు కలిగిన త్రిభుజం ఉంది.

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.3

1. క్రింది వాటిలో ఏ పొడవులు త్రిభుజం యొక్క భుజాల పొడవులు కావచ్చు. మీ సమాధానాలను వివరించండి. (ప్రతి జాబితాలోని మూడు పొడవులు ఒకే యూనిట్ కొలతను కలిగి ఉన్నాయని గమనించండి.)

   (ఎ) 2, 2, 5 (బి) 3, 4, 6

   (సి) 2, 4, 8 (డి) 5, 5, 8

   (ఇ) 10, 20, 25 (ఎఫ్) 10, 20, 35

   (జి) 24, 26, 28

త్రిభుజ అసమానతను (ప్రతి పొడవు, మిగిలిన రెండు పొడవుల మొత్తం కంటే తక్కువ) సంతృప్తిపరిచే పొడవుల జాబితా ఉన్నప్పుడల్లా ఆ మూడు పొడవులు, భుజాల పొడవులుగా ఉన్న త్రిభుజం ఉంటుందని మనం మునపటి సమస్యల నుండి గమనించాము.

? పొడవుల జాబితా త్రిభుజ అసమానతను సంతృప్తిపరిచినప్పుడల్లా అటువంటి త్రిభుజాల ఉనికి ఎల్లప్పుడూ ఉంటుందా? మనం కచ్చితంగా ఎలా చెప్పగలం?

AP SCERT

We can be sure of the existence of a triangle only if we can show that the circles intersect internally (as in Fig. 7.5) whenever the triangle inequality is satisfied. But are there other possibilities when the two circles are constructed? Let us visualise and study them.

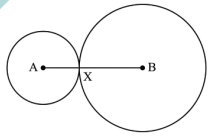
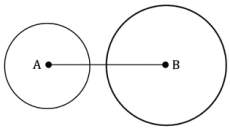
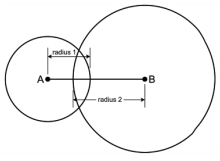
Note that while constructing the circles, we take

(a) the length of the base AB = longest of the given

(b) the radii of the circles to be the smaller two lengths.

Let us study each of these cases by finding the relation between the radii (the smaller two lengths) and AB (longest length).

The following different cases can be conceived:

Case	Condition	Circles	figure	Can triangle be formed?
1	sum of the two smaller lengths = longest length	Circles touch each other		× No
2	sum of the two smaller lengths < longest length	Circles don't intersect		× No
3	sum of the two smaller lengths > longest length	Circles intersect each other internally		✓ Yes

Which of the above-mentioned cases will lead to the formation of a triangle? Clearly, triangles are formed only when the circles intersect each other internally (Case 3).

Can we use this analysis to tell if a triangle exists when the lengths satisfy the triangle inequality?

AP SCERT

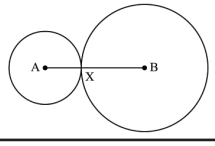
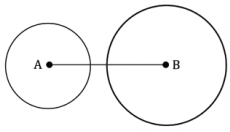
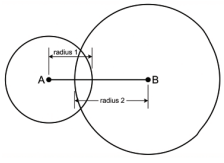
త్రిభుజ అసమానతలు సంతృప్తి చెందిన ప్రతిసారి వృత్తాలు అంతర్గతంగా ఖండించుకుంటాయని (పటం 7.5లో ఉన్నట్లుగా) చూపించగలిగితేనే త్రిభుజం ఉనికి గురించి మనం ఖచ్చితంగా చెప్పగలం. కానీ రెండు వృత్తాలు నిర్మించబడినప్పుడు ఇతర అవకాశాలు ఉన్నాయా? వాటిని దృశ్యమానం చేసే విధంగా అధ్యయనం చేద్దాం. వృత్తాలను నిర్మిస్తున్నప్పుడు మనం ఈ క్రింది విధంగా తీసుకుంటామని గమనించండి.

(ఎ) AB భూమి పొడవు = ఇచ్చిన పొడవులలో అతి పొడవైనది.

(బి) రెండు చిన్న పొడవులు వృత్తాల వ్యాసార్ధాలు.

? వ్యాసార్ధాలు (రెండు చిన్న పొడవులు) మరియు AB (అతి పెద్ద పొడవు) మధ్య సంబంధాన్ని కనుగొనడం ద్వారా ఈ సందర్భాలలో ప్రతి దాన్ని అధ్యయనం చేద్దాం

ఈ క్రింది విభిన్న సందర్భాలను ఊహించవచ్చు

సందర్భం	సందర్భం	వృత్తాలు	పటం	త్రిభుజం ఏర్పడుతుందా?
1	రెండు చిన్న పొడవుల మొత్తం = పెద్ద పొడవు	వృత్తాలు ఒకదానికొకటి తాకుతాయి		× లేదు
2	రెండు చిన్న పొడవుల మొత్తం < పెద్ద పొడవు	వృత్తాలు కలువవు		× లేదు
3	రెండు చిన్న పొడవుల మొత్తం > పెద్ద పొడవు	వృత్తాలు ఒకదానికొకటి అంతర్గతంగా కలుస్తాయి		✓ అవును

పైన పేర్కొన్న సందర్భాలలో ఏది త్రిభుజం ఏర్పడడానికి దారితీస్తుంది? స్పష్టంగా వృత్తాలు ఒకదానికొకటి అంతర్గతంగా ఖండించుకున్నప్పుడు మాత్రమే త్రిభుజాలు ఏర్పడతాయి. (సందర్భం 3)

? పొడవులు త్రిభుజ అసమానతను సంతృప్తిపరిచినప్పుడు త్రిభుజం ఉందో లేదో చెప్పడానికి ఈ విశ్లేషణను ఉపయోగించవచ్చా?

AP SCERT

If the given lengths satisfy the triangle inequality, then the sum of the two smaller lengths is greater than the longest length.

This means that this will lead to Case-3 where the circles intersect internally, and so a triangle exists.

? How will the two circles turn out lengths that do not satisfy the triangle inequality? Find 3 examples of sets of lengths for which the circles:

(a) touch each other at a point,

(b) do not intersect.

? Frame a complete procedure that can be used to check the existence of a triangle.

Conclusion

If a given set of three lengths satisfies the triangle inequality, then a triangle exists having those as side lengths. If the set does not satisfy the triangle inequality, then a triangle with those side lengths does not exist.

Figure it Out - 7.4

1. Check if a triangle exists for each of the following set of lengths:

   (a) 1, 100, 100 (b) 3, 6, 9

   (c) 1, 1, 5 (d) 5, 10, 12

2. Does there exist an equilateral triangle with sides 50, 50, 50? In general, does there exist an equilateral triangle of any sidelength? Justify your answer.

3. For each of the following, give at least 5 possible values for the third length so there exists a triangle having these as sidelengths (decimal values could also be chosen):

   (a) 1, 100

   (b) 5, 5

   (c) 3, 7

AP SCERT

ఇచ్చిన పొడవులు త్రిభుజ అసమానతను సంతృప్తిపరిస్తే, రెండు చిన్న పొడవుల మొత్తం పొడవైన పొడవు కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది.

దీని అర్థం ఇది సందర్భం – 3 కు దారితీస్తుంది. ఇక్కడ వృత్తాలు అంతర్గతంగా ఖండించుకుంటాయి మరియు అందువల్ల ఒక త్రిభుజం ఉంటుంది.

? త్రిభుజ అసమానతను సంతృప్తి పరచని పొడవుల జాబితాకి రెండు వృత్తాలు ఎలా వుంటాయి? ఈ క్రింది వృత్తాలు ఉన్న పొడవుల జాబితాకి మూడు ఉదాహరణలను కనుగొనండి.

(ఎ) ఒక బిందువు వద్ద ఒకదానినొకటి తాకడం.

(బి) ఖండించుకొనని

? త్రిభుజం ఉనికిని తనిఖీ చేయడానికి ఉపయోగించే పూర్తి విధానాన్ని రూపొందించండి.

తీర్మానం

ఇచ్చిన మూడు పొడవుల జాబితా త్రిభుజ అసమానతను సంతృప్తిపరిస్తే అప్పుడు వాటిని భుజాల పొడవులుగా గల త్రిభుజం ఉంటుంది. పొడవుల జాబితా త్రిభుజ అసమానతను సంతృప్తి పరచకపోతే ఆ భుజాలు పొడువులుగా కలిగిన త్రిభుజం ఉండదు.

ఆలోచించండి-చేయండి – 7.4

1. క్రింది ప్రతి పొడవుల జాబితాకి త్రిభుజం ఉంటుందో లేదో తనిఖీ చేయండి. (సెం.మీ లలో) :

   (ఎ) 1, 100, 100 (బి) 3, 6, 9

   (సి) 1, 1, 5 (డి) 5, 10, 12

2. 50, 50,50 యూనిట్లు భుజాలు కలిగిన సమబాహు త్రిభుజం ఉంటుందా? సాధారణంగా ఏదైనా భుజాల పొడవు గల సమబాహు త్రిభుజం ఉందా? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.

3. క్రింది వాటిలో ప్రతిదానికీ, మూడవ పొడవుకు కనీసం ఐదు సాధ్యమైన విలువలను ఇవ్వండి తద్వారా వీటిని భుజాల పొడవుగా కలిగి ఉన్న త్రిభుజం ఉంటుంది. (దశాంశ విలువలను కూడా భుజాలుగా ఎంచుకోవచ్చు).

   (ఎ) 1 సెం.మీ, 100 సెం.మీ

   (బి) 5 సెం.మీ, 5 సెం.మీ

   (సి) 3 సెం.మీ, 7 సెం.మీ

AP SCERT

See if you can describe all possible lengths of the third side in each case, so that a triangle exists with those sidelengths. For example, in case (a), all numbers strictly between 99 and 101 would be possible.

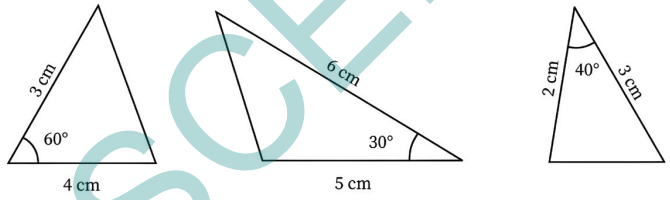
Try This

7.3 Construction of Triangles When Some Sides and Angles are Given

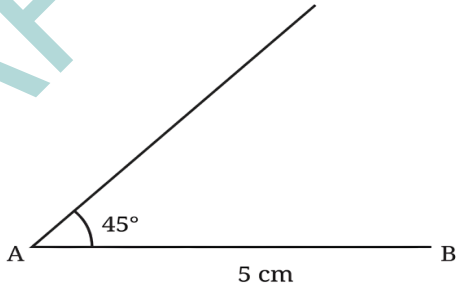
We have seen how to construct triangles when their sidelengths are given. Now, we will take up constructions where in place of some sidelengths, angle measures are given.

7.3.1. Two Sides and the Included Angle

How do we construct a triangle if two sides and the angle included between them are given? Here are some examples of measurements showing the included angle.



Construct a triangle ABC with AB = 5 cm, AC = 4 cm and ∠A= 45°.
Let us take one of the given sides, AB, as the base of the triangle.

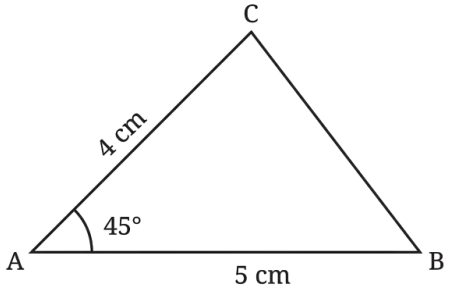


Step 1: Construct a side AB of length 5 cm.

Step 2: Construct ∠A = 45° by drawing the other arm of the angle.

Step 3: Mark the point C on the other arm such that AC = 4 cm.

Step 4: Join BC to get the required triangle.



AP SCERT

ప్రతి సందర్భంలోనూ మూడవ భుజం యొక్క అన్ని సాధ్యమైన పొడవులను మీరు వివరించగలరో లేదో చూడండి. తద్వారా ఆ భుజాల పొడవులతో ఒక త్రిభుజం ఉంటుంది.

ఉదాహరణకు సందర్భం (a) లో 99 మరియు 101 మధ్య ఉన్న అన్ని సంఖ్యలు సాధ్యమవుతాయి.

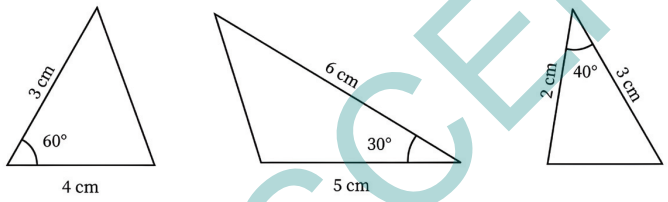
ప్రయత్నించండి

7.3 కొన్ని భుజాలు మరియు కోణాలు ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజాల నిర్మాణం

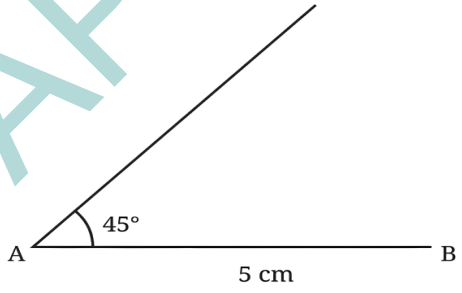
త్రిభుజాల భుజాల పొడవులు ఇచ్చినప్పుడు వాటిని ఎలా నిర్మించాలో మనం చూసాము. ఇప్పుడు కొన్ని భుజాల పొడవులకు బదులుగా కోణాల కొలతలు ఇవ్వబడిన నిర్మాణాలను మనం చేపడదాం.

7.3.1 రెండు భుజాలు మరియు వాటి మధ్య కోణం ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజ నిర్మాణం

రెండు భుజాలు మరియు వాటి మధ్య కోణం ఇచ్చినట్లయితే మనం త్రిభుజాన్ని ఎలా నిర్మిస్తాము? మధ్యలో కోణాన్ని చూపించే కొలతలకు ఇక్కడ కొన్ని ఉదాహరణలు ఉన్నాయి



? AB = 5 సెం.మీ, AC = 4 సెం.మీ మరియు ∠A = 45° తో ABC త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి.
ఇచ్చిన భుజాలలో ఒకటైన AB ని త్రిభుజం యొక్క భూమిగా తీసుకుందాం.

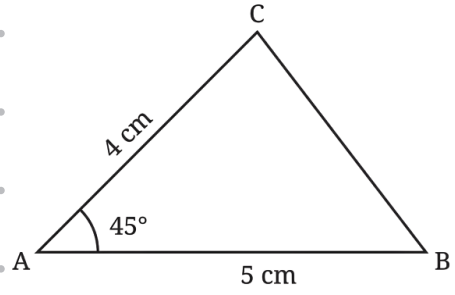


? **సోపానం 1 :** 5 సెం. మీ పొడవు గల భుజం AB ని నిర్మించండి.

సోపానం 2 : కోణం యొక్క మరొక భుజాన్ని గీయడం ద్వారా ∠A= 45° నిర్మించండి.

సోపానం 3 : AC = 4 సెం.మీ ఉండేలా మరొక భుజంపై బిందువు C ను గుర్తించండి

సోపానం 4 : అవసరమైన త్రిభుజాన్ని పొందడానికి BC ని కలపండి.



AP SCERT

Figure it Out - 7.5

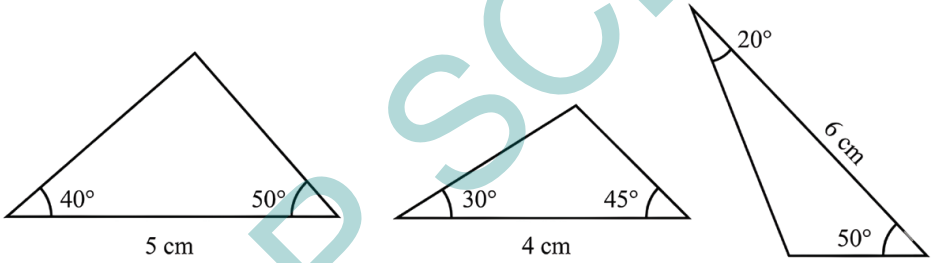
1. Construct triangles for the following measurements where the angle is included between the sides:

   (a) 3 cm, 75°, 7 cm (b) 6 cm, 25°, 3 cm (c) 3 cm, 120°, 8 cm

We have seen that triangles do not exist for all sets of side lengths. Is there a combination of measurements in the case of two sides and the included angle where a triangle is not possible? Justify your answer using what you observe during construction.

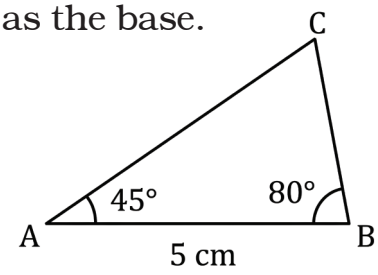
7.3.2 Two Angles and the Included Side

In this case, we are given two angles and the side that is a part of both angles, which we call the included side. Here are some examples of such measurements:



Construct a triangle ABC where AB = 5 cm, ∠A = 45° and ∠B = 80°.

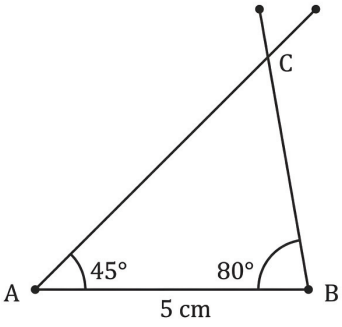
Let us take the given side as the base.



Step 1: Draw the base AB of length 5 cm.

Step 2: Draw ∠A and ∠B of measures 45°, and 80° respectively.

Step 3: The point of intersection of the two new line segments is the third vertex C.



AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.5

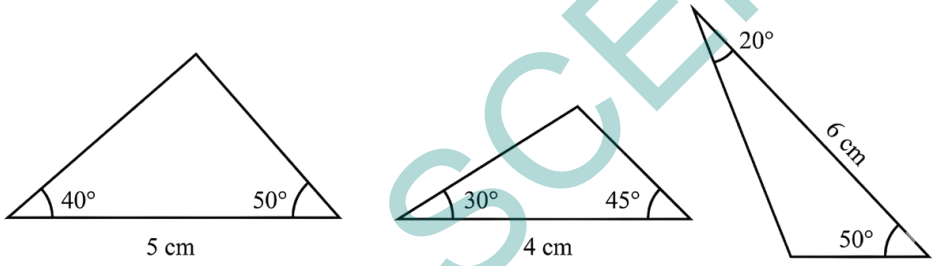
1. భుజాలు మరియు వాటి మధ్య కోణం ఇచ్చిన క్రింది కొలతలతో త్రిభుజాలను నిర్మించండి.

   (a) 3 సెం.మీ, 75°, 7 సెం.మీ (b) 6 సెం.మీ, 25°, 3 సెం.మీ (c) 3 సెం.మీ, 120°, 8 సెం.మీ

? అన్ని భుజాల పొడవులకు త్రిభుజాలు ఉండవని మనం చూశాం రెండు భుజాలు మరియు మధ్య కోణం విషయంలో త్రిభుజం సాధ్యం కాని కొలతల జాబితా ఉందా? నిర్మాణ సమయంలో మీరు గమనించిన వాటిని ఉపయోగించి మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.

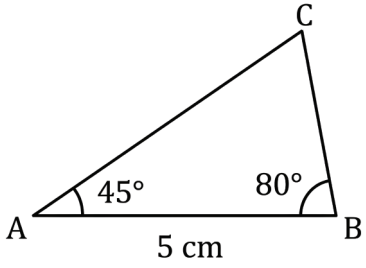
7.3.2 రెండు కోణాలు మరియు వాటి మధ్య భుజం ఇచ్చినపుడు త్రిభుజ నిర్మాణం

ఈ సందర్భంలో మనకు రెండు కోణాలు మరియు రెండు కోణాలలో భాగమైన భుజం ఇవ్వబడ్డాయి. దీనిని మనం మధ్యభుజం అని పిలుస్తాము. అటువంటి కొలతలకు కొన్ని ఉదాహరణలు ఇక్కడ ఉన్నాయి.



? AB = 5 సెం.మీ, ∠A = 45° మరియు ∠B = 80° కొలతలతో ABC త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి.

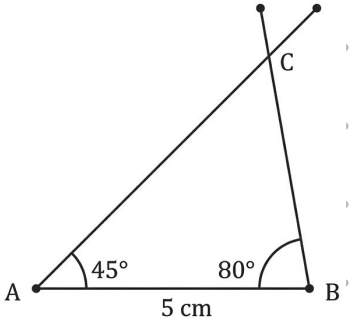
ఇచ్చిన భుజాన్ని భూమిగా తీసుకుందాం.



? **సోపానం 1:** 5 సెంటీమీటర్లు పొడవు గల AB భూమిని గీయండి

సోపానం 2: 45° మరియు 80° కొలతలు వరుసగా ∠A మరియు ∠B అయ్యే విధంగా కోణ కిరణాలను గీయండి.

సోపానం 3: ఈ రెండు కొత్త కోణ కిరణాల ఖండన బిందువు మూడవ శీర్షం C అవుతుంది.



AP SCERT

Figure it Out - 7.6

1. Construct triangles for the following measurements:
   (a) 75°, 5 cm, 75°
   (b) 25°, 3 cm, 60°
   (c) 120°, 6 cm, 30°

Do triangles always exist?

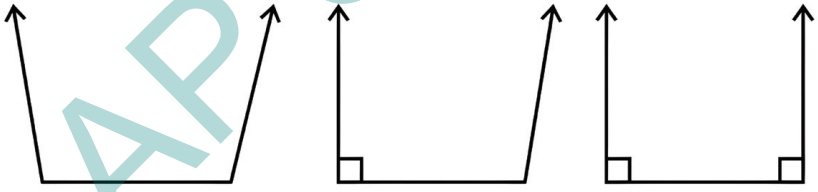
? Do triangles exist for every combination of two angles and their included side? Explore.

As in the case when we are given all three sides, it turns out that there is not always a triangle for every combination of two angles and the included side.

? Find examples of measurements of two angles with the included side where a triangle is not possible.

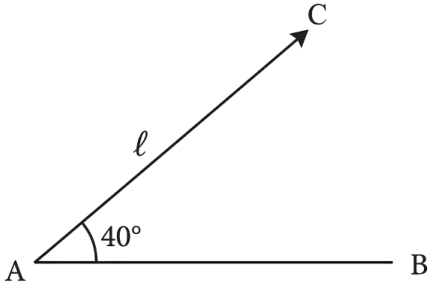
Let us try to visualise such a situation. Once the base is drawn, try to imagine how the other sides should be so that they do not meet.

Here are some obvious examples.



If the two angles are greater than or equal to a right angle (90°), then it is clear that a triangle is not possible.

Now we make one of the base angles an acute angle, say 40°. What are the possible values that the other angle should take so that the lines don't meet?



APSCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.6

1. క్రింది కొలతలకు త్రిభుజాలను నిర్మించండి:

(ఎ) 75°, 5 సెం.మీ, 75°

(బి) 25°, 3 సెం.మీ, 60°

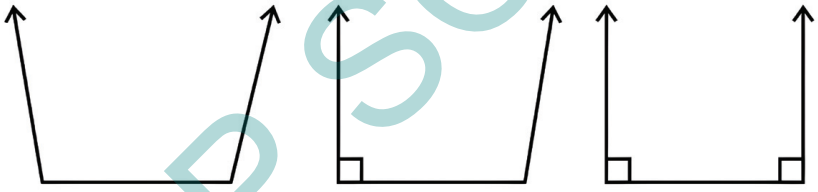
(సి) 120°, 6 సెం.మీ, 30°

త్రిభుజాలు ఎల్లప్పుడూ ఏర్పడతాయా?

? రెండు కోణాలు మరియు వాటి మధ్య ఉన్న భుజంతో ప్రతిసారి త్రిభుజాలు ఏర్పడతాయా? అన్వేషించండి.

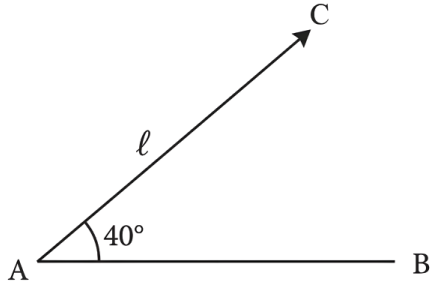
మనకు మూడు భుజాలు ఇచ్చిన సందర్భం వలె, రెండు కోణాలు మరియు వాటి మధ్య భుజం ఇచ్చిన ప్రతిసారి త్రిభుజం ఏర్పడదు.

? రెండు కోణాలు మరియు వాటి మధ్య భుజం కొలతలతో త్రిభుజం ఏర్పడని కొన్ని ఉదాహరణలు కనుగొనండి. భూమిని గీసిన తర్వాత, మిగిలిన రెండు భుజాలు కలవకుండా ఉండేందుకు అవి ఎలా ఉండాలో ఊహించండి. ఇక్కడ కొన్ని స్పష్టమైన ఉదాహరణలు ఉన్నాయి.



రెండు కోణాలు లంబకోణాలు (90°) కంటే ఎక్కువగా లేదా సమానంగా ఉంటే, త్రిభుజం సాధ్యం కాదని స్పష్టమవుతుంది.

ఇప్పుడు మనం భూమి కోణాలలో ఒకదాన్ని అల్పకోణంగా చేస్తాము, (40° అనుకుందాము) రేఖలు కలుసుకోకుండా ఉండటానికి మరొక కోణం మరొక కోణానికి సాధ్యమైన విలువలు ఏమిటి?

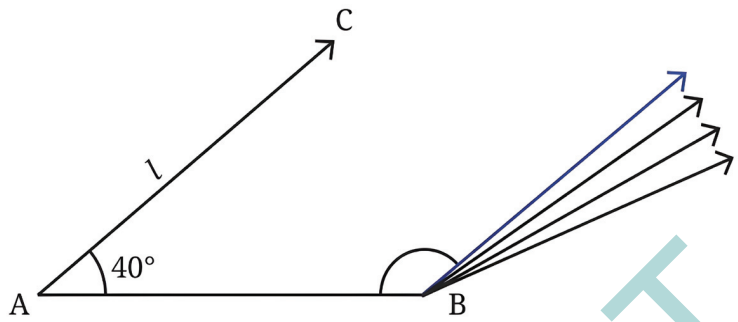


AP SCERT

It is clear that if the line from B is "inclined" sufficiently to the right, then it will not meet the line *l*.

(a) Try to find a possible ∠B (marked in the figure) for this to happen?

(b) What could be smallest value of ∠B for the lines to not meet?



The blue line is the line with the least rightward bend that doesn't meet the line '*l*'

Visually, it is clear that the line that creates the smallest ∠B has to be the one parallel to *l*. Let us call this parallel line m.

Can you tell the actual value of ∠B be in this case?

[**Hint:** Note that AB is the transversal.]

We have seen that when two lines are parallel, the internal angles on the same side of the transversal add up to 180°. So ∠B = 140°.

So, for what values of ∠B, does a triangle not exist? Does the length AB play any part here?

From the discussion above, it can be seen that the length AB does not play any part in deciding the existence of a triangle. We can say that a triangle does not exist when ∠B is greater than or equal to 140°.

Figure it Out - 7.7

1. For each of the following angles, find another angle for which a triangle is (a) possible, (b) not possible. Find at least two different angles for each category:

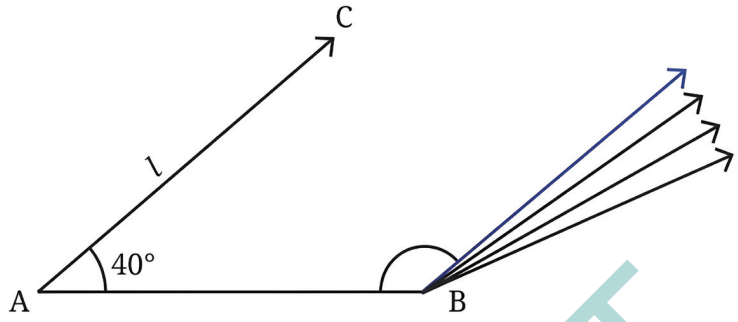
   (a) 30° (b) 70° (c) 54° (d) 144°

AP SCERT

? B నుండి వచ్చే రేఖ కుడి వైపుకు తగినంత 'వంపు తిరిగి' ఉంటే అది l రేఖను చేరుకోదని స్పష్టమవుతుంది.

(ఎ) ఇది జరగడానికి సాధ్యమయ్యే $\angle B$ (చిత్రంలో గుర్తించబడింది) ను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

(బి) రేఖలు కలుసుకోకుండా ఉండటానికి $\angle B$ యొక్క అతి చిన్న విలువ ఎంత కావచ్చు?



(నీలి రేఖ అంటే l రేఖను చేరుకోని అతి తక్కువ కుడివైపు వంపు ఉన్న రేఖ)

దృశ్యపరంగా అతి చిన్న $\angle B$ ని సృష్టించే రేఖ l కి సమాంతరంగా ఉండాలంటే ఉండాలని స్పష్టంగా తెలుస్తుంది.

ఈ సమాంతర రేఖను m అని పిలుద్దాం.

ఈ సందర్భంలో $\angle B$ యొక్క వాస్తవ విలువ ఎంత ఉంటుందో మీరు చెప్పగలరా?

(**సూచన:** AB అనేది తిర్యగ్రేఖ అని గమనించండిరి.)

రెండు రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నప్పుడు, అడ్డంగా ఉండే రేఖ యొక్క ఒకే వైపున ఉన్న అంతర కోణాల మొత్తం 180° అవుతుందని మనం చూసాము. కాబట్టి $\angle B = 140^\circ$

కాబట్టి $\angle B$ యొక్క ఏ విలువలకు త్రిభుజం ఉండదు? AB పొడవు ఇక్కడ ఏదైనా పాత్రను పోషిస్తుందా?

పైన చర్చించిన దాని నుండి, AB పొడవు త్రిభుజం ఉనికిని నిర్ణయించడంలో ఎటువంటి పాత్రను పోషించదని చూడవచ్చు. $\angle B$ విలువ 140° కంటే ఎక్కువ లేదా సమానంగా ఉన్నప్పుడు త్రిభుజం ఉనికిలో లేదని మనం చెప్పవచ్చు.

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.7

1. క్రింది ప్రతి కోణానికి త్రిభుజం (ఎ) సాధ్యమయ్యే (బి) సాధ్యం కాని మరొక కోణాన్ని కనుగొనండి. ప్రతి కోణానికి కనీసం రెండు వేరువేరు కోణాలను కనుగొనండి:

   (ఎ) 30° (బి) 70° (సి) 54° (డి) 144°

AP SCERT

2. Determine which of the following pairs can be the angles of a triangle and which cannot:

(a) 35°, 150° (b) 70°, 30°

(c) 90°, 85° (d) 50°, 150°

? Like the triangle inequality, can you form a rule that describes the two angles for which a triangle is possible?

Can the sum of the two angles be used for framing this rule?

When the sum of two given angles is less than 180°, a triangle exists with these angles. If the sum is greater than or equal to 180°, there is no triangle with these angles.

Let us take two angles, say 60° and 70°, whose sum is less than 180°. Let the included side be 5 cm.

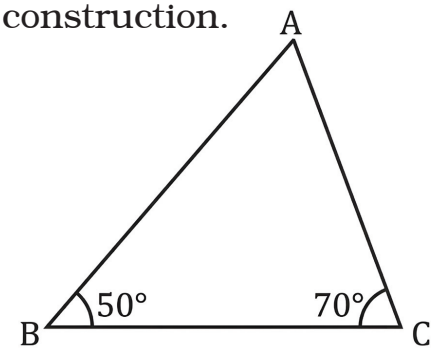
? What could the measure of the third angle be? Does this measure change if the base length is changed to some other value, say 7 cm? Construct and find out.

? In general, once the two angles are fixed, does the third angle depend on the included sidelength? Try with different pairs of angles and lengths.

The measurements might show that the sidelength has no effect (or a very small effect) on the third angle. With this observation, let us see if we can find the third angle without carrying out the construction and measurement.

? Try experimenting with different triangles to see if there is a relation between any two angles and the third one. To find this relation, what data will you keep track of and how will you organise the data you collect?

? Consider a triangle ABC with ∠B= 50° and ∠C= 70°. Let us see how we can find ∠A without construction.



AP SCERT

2. క్రింది జతలలో ఏది త్రిభుజం యొక్క కోణాలు కావచ్చు మరియు ఏది కాదో నిర్ణయించండి.:

(ఎ) 35°, 150° (బి) 70°, 30°

(సి) 90°, 85° (డి) 50°, 150°

? త్రిభుజ అసమానత లాగానే, ఏ రెండు కోణాల విలువలకు త్రిభుజం సాధ్యమవుతుందో వివరించే నియమాన్ని మీరు రూపొందించగలరా?

ఈ నియమాన్ని రూపొందించడానికి రెండు కోణాల మొత్తాన్ని ఉపయోగించవచ్చా?

ఇచ్చిన రెండు కోణాల మొత్తం 180° కంటే తక్కువగా ఉన్నప్పుడు ఈ కోణాలతో ఒక త్రిభుజం ఉంటుంది. మొత్తం 180° కంటే ఎక్కువ లేదా సమానంగా ఉంటే ఈ కోణాలతో త్రిభుజం ఉండదు.

రెండు కోణాలను తీసుకుందాం 60° మరియు 70° అనుకుందాం వాటి మొత్తం 180° కంటే తక్కువ వాటి మధ్య భుజం 5 సెం. మీ అనుకుందాం.

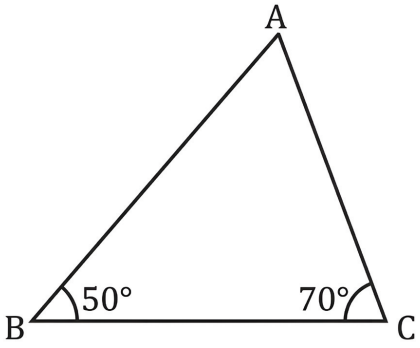
? మూడవకోణం యొక్క కొలత ఎంత కావచ్చును? భూమి పొడవును 7 సెం. మీ అనుకుందాం వేరే ఏదైనా విలువను మార్చినట్లయితే ఈ కోణం కొలత మారుతుందా? నిర్మించి కనుగొనండి.

? సాధారణంగా, రెండు కోణాలు స్థిరపడిన తర్వాత మూడవ కోణం వాటి మధ్య భుజం పొడవు పై ఆధారపడి ఉంటుందా? వివిధ జతల కోణాలు మరియు పొడవులతో ప్రయత్నించండి.

కొలతలు చూపినట్లుగా భుజం పొడవు మూడవ కోణంపై ఎటువంటి ప్రభావాన్ని చూపదు (లేదా చాలా తక్కువ ప్రభావాన్ని చూపుతుంది) ఈ పరిశీలనతో నిర్మాణం మరియు కొలతలు చేయకుండానే మూడవ కోణాన్ని కనుగొనగలమా? అని చూద్దాం.

? ఏవైనా రెండు కోణాలకు మరియు మూడవ కోణానికి మధ్య సంబంధం ఉందో లేదో చూడటానికి వేర్వేరు త్రిభుజాలతో ప్రయోగాలు చేయడానికి ప్రయత్నించండి ఈ సంబంధాన్ని కనుగొనడానికి మీరు ఏ దత్తాంశమును గమనిస్తారు? మరియు మీరు సేకరించిన దత్తాంశమును ఎలా నిర్వహిస్తారు?

? $\angle B = 50°$ మరియు $\angle C = 70°$ ఉన్న త్రిభుజం ABCని పరిగణించండి నిర్మాణం లేకుండా $\angle A$ ని ఎలా కనుగొనవచ్చో చూద్దాం.



AP SCERT

We saw that the notion of parallel lines was useful to determine that the sum of any two angles of a triangle is less than 180°. Parallel lines can be used to find the third angle, ∠BAC as well.

Let us suppose we construct a line XY parallel to BC through vertex A.

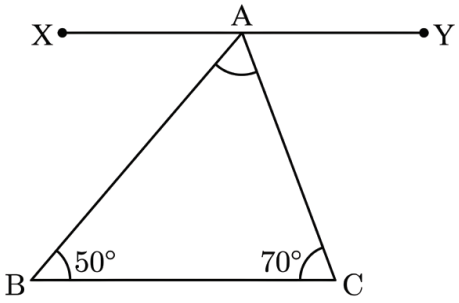


Fig. 7.6

We can see new angles being formed here: ∠XAB, and ∠YAC. What are their values?

Since the line XY is parallel to BC, ∠XAB = ∠B and ∠YAC = ∠C, because they are alternate angles of the transversals AB and AC.

Therefore, ∠XAB = 50°, and ∠YAC = 70°. Can we find ∠BAC from this?

We know that ∠XAB, ∠YAC and ∠BAC together form 180°. So

$$\angle XAB + \angle YAC + \angle BAC = 180°$$

$$50° + \angle BAC + 70° = 180°$$

$$120° + \angle BAC = 180°$$

Thus, ∠BAC = 60°

Now construct a triangle (taking BC to be of any suitable length) and verify if this is indeed the case.

AP SCERT

Figure it Out - 7.8

1. Find the third angle of a triangle (using a parallel line) when two of the angles are:

   (a) 36°, 72° (b) 150°, 15° (c) 90°, 30° (d) 75°, 45°

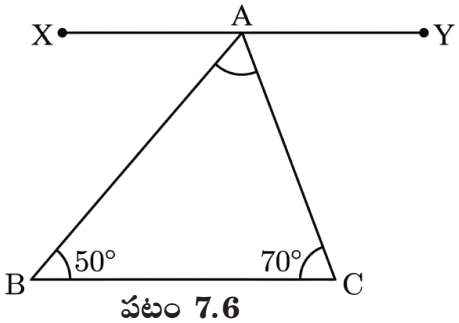
2. Can you construct a triangle all of whose angles are equal to 70°? If two of the angles are 70° what would the third angle be? If all the angles in a triangle have to be equal, then what must its measure be? Explore and find out.

Try This

3. Here is a triangle in which we know ∠B = ∠C and ∠A = 50°. Can you find ∠B and ∠C?

త్రిభుజంలోని ఏవైనా రెండు కోణాల మొత్తం 180° కంటే తక్కువ అని నిర్ణయించడానికి సమాంతర రేఖల భావన ఉపయోగకరంగా ఉందని మనము చూసాము. మూడవ కోణాన్ని ∠BAC ని కనుగొనడానికి కూడా సమాంతర రేఖలను ఉపయోగించవచ్చు.

మనం శీర్షం A ద్వారా BC కి సమాంతరంగా XY అనే రేఖను నిర్మిస్తామని అనుకుందాం.



పటం 7.6

✪ ఇక్కడ కొత్త కోణాలు ఏర్పడటం మనం చూడవచ్చు ∠XAB మరియు ∠YAC వాటి విలువలు ఏమిటి ?

XY రేఖ BC కి సమాంతరంగా ఉంటుంది కాబట్టి

∠XAB = ∠B మరియు ∠YAC = ∠C ఎందుకంటే అవి AB మరియు AC తిర్యగ్రేఖల యొక్క ఏకాంతర కోణాలు.

కాబట్టి, ∠XAB = 50°, మరియు ∠YAC = 70°. దీని నుండి మనం ∠BAC కనుగొనగలమా?

∠XAB, ∠YAC మరియు ∠BAC కలసి 180° ఏర్పరుస్తాయని మనకు తెలుసు కాబట్టి

$$\angle XAB + \angle YAC + \angle BAC = 180^\circ$$

$$50^\circ + \angle BAC + 70^\circ = 180^\circ$$

$$120^\circ + \angle BAC = 180^\circ$$

కావున, $\angle BAC = 60^\circ$

ఇప్పుడు ఒక త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి (BC ఏదైనా తగిన పొడవును తీసుకొని) మరియు ఇది నిజంగా అలా ఉందో లేదో ధ్రువీకరించండి.

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.8

1. రెండు కోణాలు ఇచ్చిన త్రిభుజం యొక్క మూడవ కోణాన్ని (సమాంతర రేఖలను ఉపయోగించి) కనుగొనండి.

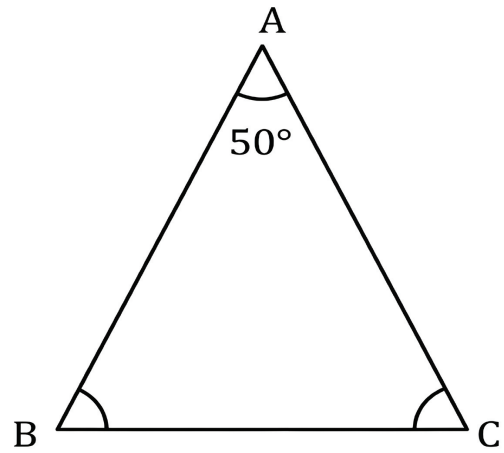
   (a) 36°, 72° (b) 150°, 15° (c) 90°, 30° (d) 75°, 45°

2. అన్ని కోణాలు 70° సమానమైన త్రిభుజాన్ని మీరు నిర్మించగలరా? రెండు కోణాలు 70° అయితే మూడవ కోణం ఎంత? ఒక త్రిభుజంలోని అన్ని కోణాలు సమానంగా ఉండాలంటే దాని కొలత ఎంత ఉండాలి? అన్వేషించి తెలుసుకోండి.

3. ఇక్కడ మనకు ఇచ్చిన త్రిభుజంలో ∠B = ∠C మరియు ∠A = 50°. మీరు ∠B మరియు ∠C లను కనుగొనగలరా?

ప్రయత్నించండి

AP SCERT



7.3.3 Angle Sum Property

? What can we say about the sum of the angles of any triangle?

Consider a triangle ABC. To find the sum of its angles, we can use the same method of drawing a line parallel to the base: construct a line through A that is parallel to BC.

We need to find $\angle A + \angle B + \angle C$.

We know that $\angle B = \angle XAB$, $\angle C = \angle YAC$.

So, $\angle A + \angle B + \angle C = \angle A + \angle XAB + \angle YAC$

$= 180°$ as together they form a straight angle.

Thus we have proved that the sum of the three angles in any triangle is 180°! This rather surprising result is called the angle sum property of triangles.

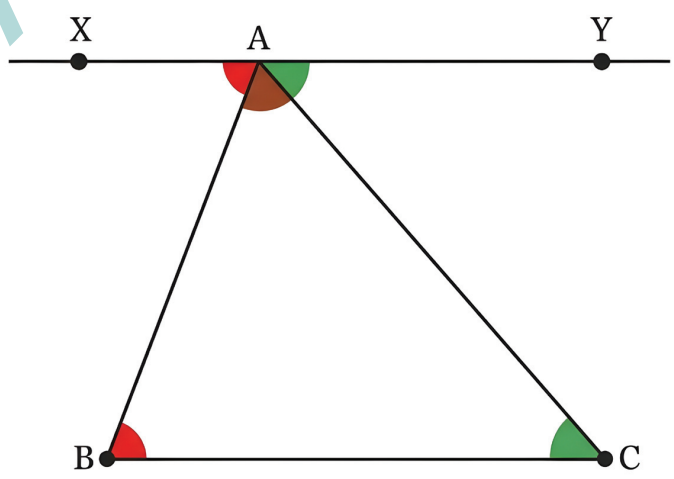
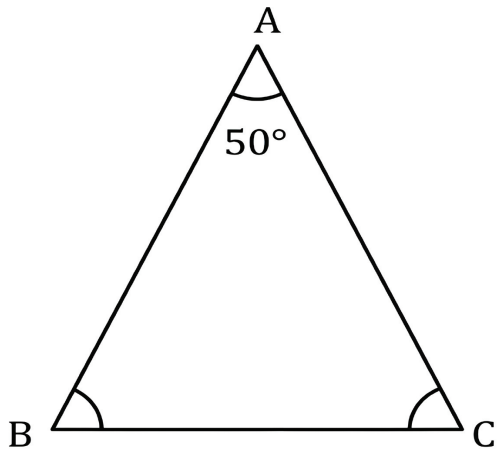


Fig. 7.7

AP SCERT



7.3.3 కోణాల మొత్తం నియమం

? ఏదైనా త్రిభుజం యొక్క కోణాల మొత్తం గురించి మనం ఏమి చెప్పగలం?

ఒక త్రిభుజం ABC ని పరిగణించండి. దాని కోణాల మొత్తాన్ని కనుగొనడానికి మనం భూమికి సమాంతరంగా ఒక గీతను గీసే పద్ధతిని ఉపయోగించవచ్చు. BC కి సమాంతరంగా A ద్వారా ఒక గీతను నిర్మించండి.

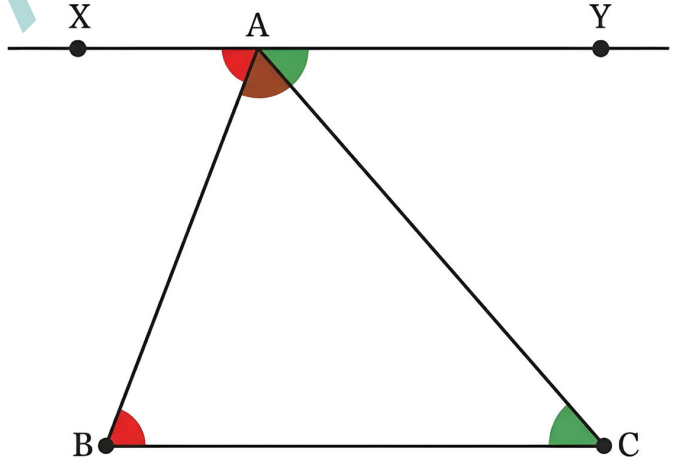
మనం $\angle A + \angle B + \angle C$ ని కనుగొనాలి.

$\angle B = \angle XAB$, $\angle C = \angle YAC$ అని మనకు తెలుసు.

కాబట్టి, $\angle A + \angle B + \angle C = \angle A + \angle XAB + \angle YAC$

$= 180^\circ$ రెండూ కలసి ఒక సరళ కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి.

ఏదైనా త్రిభుజంలో మూడు కోణాల మొత్తం 180° ఈ ఆశ్చర్యకరమైన ఫలితాన్ని త్రిభుజ కోణాల మొత్తం ధర్మం/నియమం అంటాం.



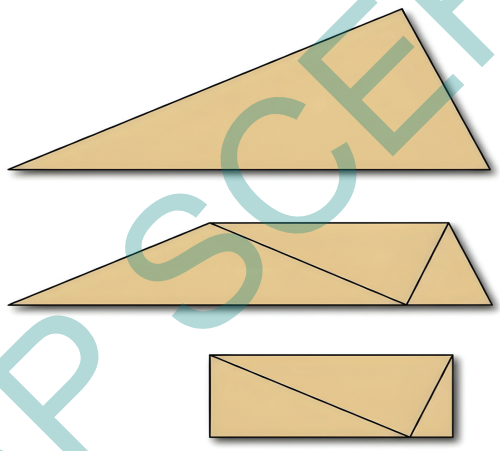
పటం 7.7

AP SCERT

Take some time to reflect upon how we figured out the angle sum property. In the beginning, the relationship between the third angle and the other two angles was not at all clear. However, a simple idea of drawing a line parallel to the base through the top vertex (as in Fig. 7.7) suddenly made the relationship obvious. This ingenious idea can be found in a very influential book in the history of mathematics called 'The Elements'. This book is attributed to the Greek mathematician Euclid, who lived around 300 BCE.

This solution is yet another example of how creative thinking plays a key role in mathematics!

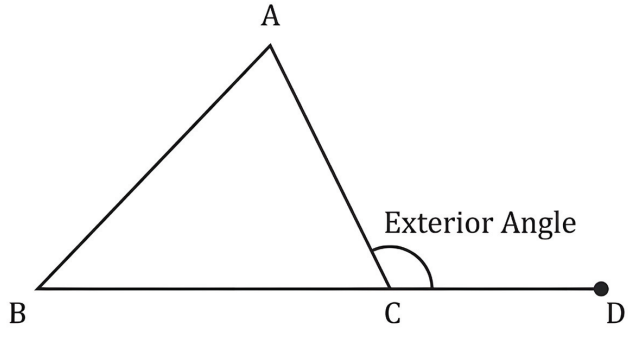
There is a convenient way of verifying the angle sum property by folding a triangular cut-out of a paper. Do you see how this shows that the sum of the angles in this triangle is 180°?



AP SCERT

7.3.4 Exterior Angles

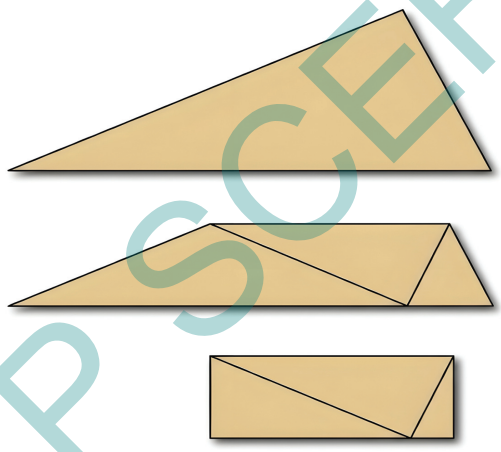
The angle formed between the extension of a side of a triangle and the other side is called an exterior angle of the triangle. In this figure, ∠ACD is an exterior angle.



కోణాల మొత్తం నియమాన్ని మనం ఎలా కనుగొన్నామో ఆలోచించడానికి కొంత సమయం కేటాయించండి. ప్రారంభంలో, మూడవ కోణం మరియు మిగిలిన రెండు కోణాల మధ్య సంబంధం అసలు స్పష్టంగా లేదు. అయితే పై శీర్షం ద్వారా భూమికి సమాంతరంగా ఒక రేఖను గీయడం అనే సాధారణ ఆలోచన (పటం 7.7 లో ఉన్నట్లు) అకస్మాత్తుగా సంబంధాన్ని స్పష్టం చేసింది. ఈ చమత్కారమైన ఆలోచన గణిత శాస్త్ర చరిత్రలో "ఎలిమెంట్స్" అనే చాలా ప్రభావంతమైన పుస్తకంలో చూడవచ్చు. ఈ పుస్తకం క్రీస్తుపూర్వం 300వ ప్రాంతంలో నివసించిన గ్రీకు గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు యూక్లిడ్ రాసినది.

గణితంలో సృజనాత్మక ఆలోచన ఎలా కీలకపాత్ర పోషిస్తుందో చెప్పడానికి ఈ పరిష్కారం మరొక ఉదాహరణ.

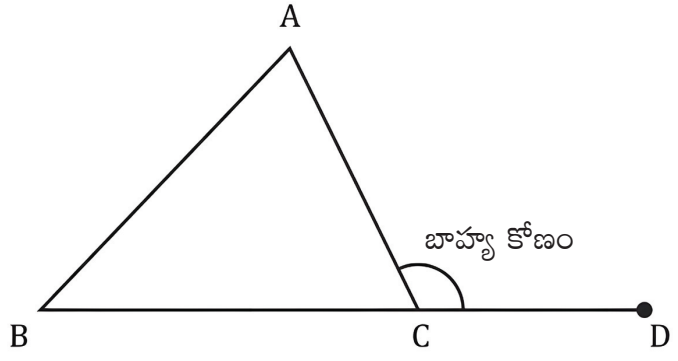
కాగితం యొక్క త్రిభుజాకార కత్తిరింపును మడత పెట్టడం ద్వారా కోణ మొత్తం నియమాన్ని ధ్రువీకరించడానికి అనుకూలమైన మార్గం ఉంది. ఇది త్రిభుజంలోని కోణాల మొత్తం 180° అని ఇది ఎలా చూపిస్తుందో మీరు చూశారా?



AP SCERT

7.3.4 బాహ్య కోణాలు

త్రిభుజంలో ఒక పొడిగించిన భుజం మరియు మరొక భుజానికి మధ్య ఏర్పడే కోణాన్ని త్రిభుజం యొక్క బాహ్య కోణం అంటారు. ఈ చిత్రంలో $\angle ACD$ అనేది బాహ్య కోణం.



Find $\angle ACD$, if $\angle A = 50°$, and $\angle B = 60°$.

From the angle sum property, we know that

$$50° + 60° + \angle ACB = 180°$$

$$110° + \angle ACB = 180°$$

So, $\angle ACB = 70°$

So, $\angle ACD = 180° - 70° = 110°$,

since, $\angle ACB$ and $\angle ACD$ together form a straight angle.

Find the exterior angle for different measures of $\angle A$ and $\angle B$. Do you see any relation between the exterior angle and these two angles?

[**Hint:** From angle sum property, we have $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180°$.]

We also have $\angle ACD + \angle ACB = 180°$, since they form a straight angle. What does this show?

7.4 Constructions Related to Altitudes of Triangles

There is another set of useful measurements with respect to a triangle — the height of each of its vertices with respect to the opposite sides.

In the world around us, we talk of the heights of various objects: the height of a person, the height of a tree, the height of a building, etc. What do we mean by the word 'height'?

Consider a triangle ABC. What is the height of the vertex A from its opposite side BC, and how can it be measured?

Let AD be the line segment from A drawn perpendicular to BC. The length of AD is the height of the vertex A from BC. The line segment AD is said to be one of the 'altitudes' of the triangle.

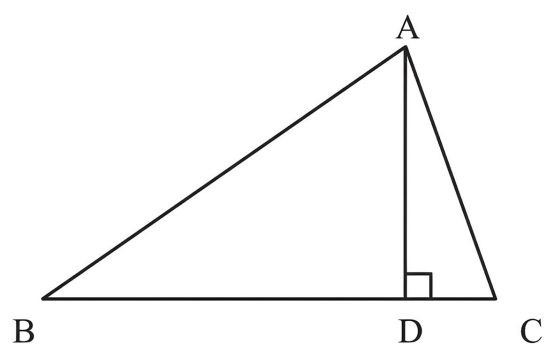


Fig. 7.8

AP SCERT

$\angle A = 50°$, మరియు $\angle B = 60°$ అయితే $\angle ACD$ ని కనుగొనండి.

కోణ మొత్తం నియమం నుండి

$$50° + 60° + \angle ACB = 180°$$

$$110° + \angle ACB = 180°$$

కావున, $\angle ACB = 70°$

కనుక, $\angle ACD = 180° - 70° = 110°$,

ఎందుకనగా, $\angle ACB$ మరియు $\angle ACD$ లు కలసి సరళ కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి.

$\angle A$ మరియు $\angle B$ యొక్క వివిధ కొలతలకు బాహ్య కోణాన్ని కనుగొనండి.

బాహ్య కోణానికి మరియు ఈ రెండు కోణాల మధ్య మీకు ఏదైనా సంబంధం కనిపించిందా?

(**సూచన:** కోణాల మొత్తం నియమం నుండి $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180°$.)

కాబట్టి మనకు $\angle ACD + \angle ACB = 180°$ కూడా ఉంటుంది. ఇది ఏమి చూపిస్తుంది?

7.4 త్రిభుజాల ఉన్నతులకు సంబంధించిన నిర్మాణాలు

ఒక త్రిభుజంలో దాని ప్రతి శీర్షం నుండి దాని ఎదుటి భుజాలకు గల ఎత్తును లెక్కించటానికి సంబంధించి మరొక ఉపయోగకరమైన కొలతలు ఉన్నాయి.

మన చుట్టూ ఉన్న ప్రపంచంలో మనం వివిధ వస్తువుల ఎత్తును గురించి మాట్లాడుకుందాము ఒక వ్యక్తి ఎత్తు, చెట్టు ఎత్తు, భవనం ఎత్తు మొదలైనవి. ఎత్తు అనే పదానికి అర్థం ఏమిటి?

ఒక త్రిభుజం ABC ని పరిశీలించండి. శీర్షం A దాని ఎదురుగా ఉన్న BC నుండి ఎంత ఎత్తు ఉంటుంది? మరియు దానిని ఎలా కొలవవచ్చు?

A నుండి BC కి లంబంగా గీసిన రేఖాఖండం AD అనుకుందాం. AD పొడవు BC నుండి A శీర్షం యొక్క ఎత్తు రేఖాఖండం AD ని త్రిభుజం యొక్క ఉన్నతలలో ఒకటి అని చెప్పవచ్చు.

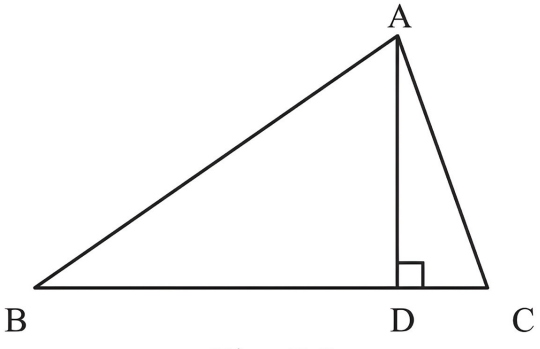
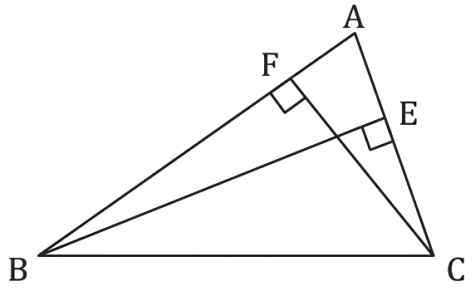


Fig. 7.8

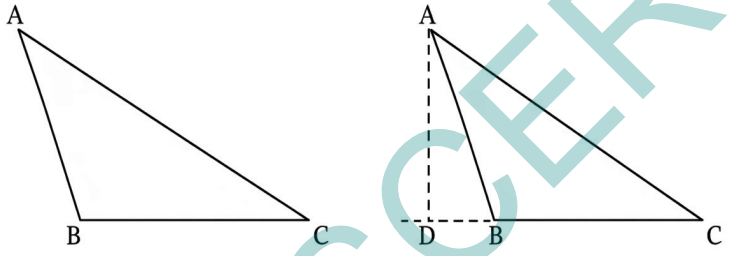
AP SCERT

The other altitudes are BE and CF in the figure below: the perpendiculars drawn from the other vertices to their respective opposite sides.



Whenever we use the word height of the triangle, we generally refer to the length of the altitude to whatever side we take as base (this altitude is AD in the case of Fig. 7.8).

What would the altitude from A to BC be in this triangle?



We extend BC and then drop the perpendicular from A to this line .

Altitudes Using Paper Folding

Cut out a paper triangle. Fix one of the sides as the base. Fold it in such a way that the resulting crease is an altitude from the top vertex to the base. Justify why the crease formed should be perpendicular to the base.

Construction of the Altitudes of a Triangle

Construct an arbitrary triangle. Label the vertices A, B, C taking BC to be the base.

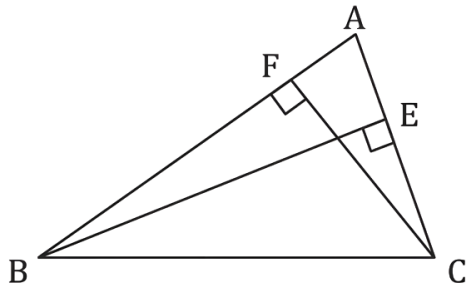
Construct the altitude from A to BC,

Constructing the altitude using just a ruler is not accurate. To get a more precise angle of 90°, we use a set square along with a ruler.

Can you see how to do this?

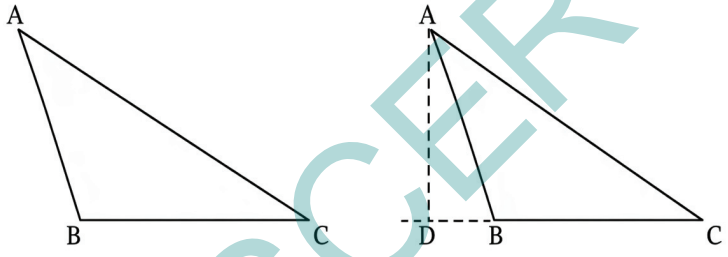
AP SCERT

క్రింద ఉన్న చిత్రంలో BE మరియు CF లు మిగిలిన ఉన్నతులుగా ఉన్నాయి (ఇతర శీర్షాల నుండి వాటి సంబంధిత ఎదురెదురు భుజాలకు గీసిన లంబాలు.)



మనం త్రిభుజం ఎత్తు అనే పదాన్ని ఉపయోగించినప్పుడల్లా మనం సాధారణంగా ఏ భుజమును ఆధారంగా తీసుకున్నాము? ఆ భుజము ఎత్తు యొక్క పొడవును సూచిస్తాము. (పటం 7.8 విషయంలో ఈ ఎత్తు AD)

ఈ త్రిభుజంలో A నుండి BC వరకు ఎత్తు ఎంత ఉంటుంది?



మనం BC ని పొడిగించి A నుండి ఈ రేఖకు లంబాన్ని గీయండి.

కాగితపు మడతలను ఉపయోగించి ఎత్తులు

? ఒక కాగితపు త్రిభుజాన్ని కత్తిరించండి. ఒక భుజమును భూమిగా అనుకోండి. ఏర్పడిన మడత శీర్షం నుండి భూమి వరకు గల ఎత్తు అయ్యేలా దాన్ని మడవండి. ఏర్పడిన మడత, భూమికి లంబంగా ఎందుకు ఉంటుందో సమర్థించండి?

త్రిభుజం యొక్క ఎత్తుల (ఉన్నతుల) నిర్మాణం

ఏదైనా ఒక త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి. BC ని భూమిగా తీసుకొని A, B, C శీర్షాలకు గుర్తించండి.

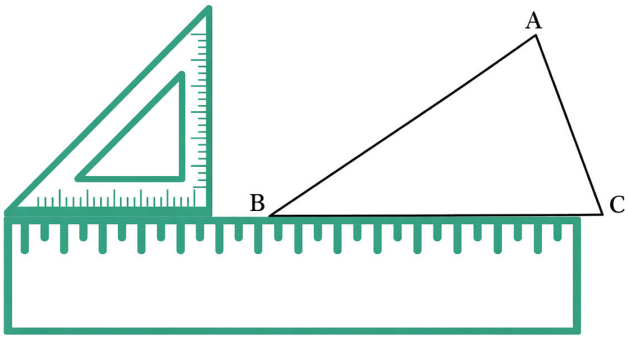
? A నుండి BC కి ఎత్తును నిర్మించండి

కేవలం స్కేల్ ను ఉపయోగించి ఎత్తును నిర్మించడం ఖచ్చితమైనది కాదు. 90° మరింత ఖచ్చితమైన కోణాన్ని పొందడానికి మనం స్కేల్‌తో పాటు మూలమట్టమును ఉపయోగిస్తాము.

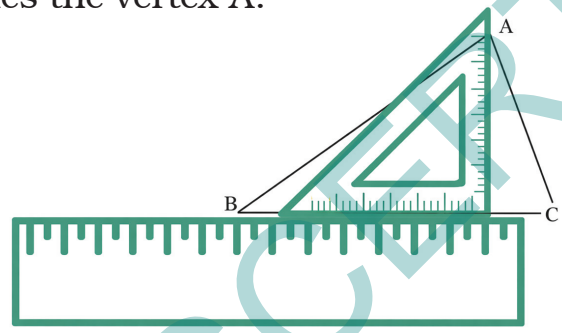
? దీనిని ఎలా చేయాలో మీరు చూడగలరా?

AP SCERT

Step 1: Keep the ruler aligned to the base. Place the set square on the ruler as shown, such that one of the edges of the right angle touches the ruler.



Step 2: Slide the set square along the ruler till the vertical edge of the set square touches the vertex A.



Step 3: Draw the altitude to BC through A using the vertical edge of the set square.

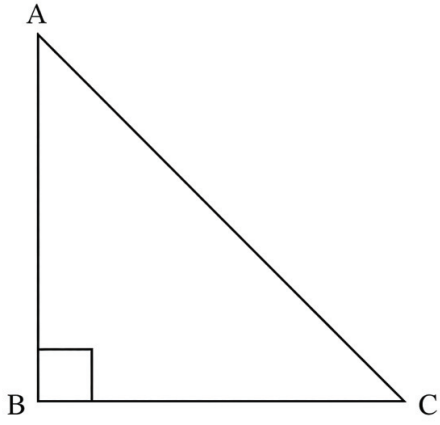
? Does there exist a triangle in which a side is also an altitude?

Visualise such a triangle and draw a rough diagram.

We see that this happens in triangles where one of the angles is a right angle.

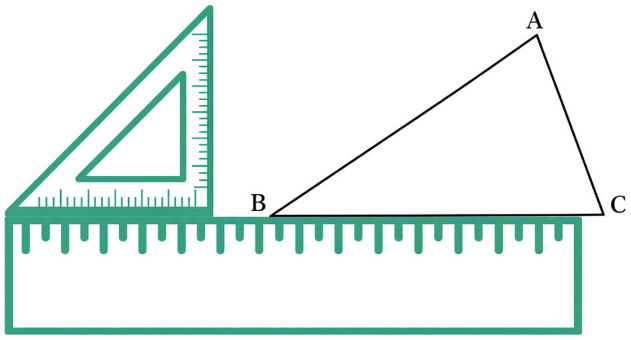
Triangles having one right angle are called right-angled triangles or simply right triangles.

Altitude from A to BC

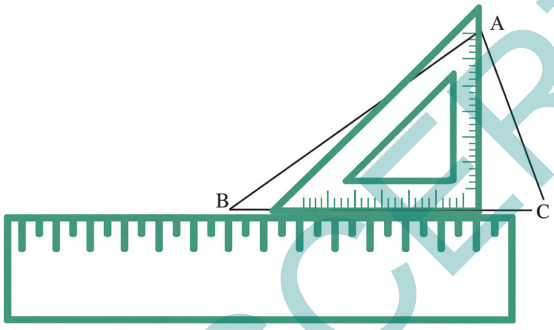


AP SCERT

సోపానం 1 : స్కేలును భూమికి సరిగ్గా అమర్చండి. క్రింద చూపిన విధంగా మూలమట్టమును స్కేలు పై ఉంచండి. తద్వారా లంబకోణం యొక్క అంచులలో ఒకటి స్కేలును తాకుతుంది.



సోపానం 2 : మూలమట్టం యొక్క నిలువు అంచు శీర్షం A ని తాకే వరకు స్కేలు వెంట మూలమట్టమును జరపండి.



సోపానం 3 : మూలమట్టం యొక్క నిలువు అంచుని ఉపయోగించి A ద్వారా BC కి ఎత్తును గీయండి

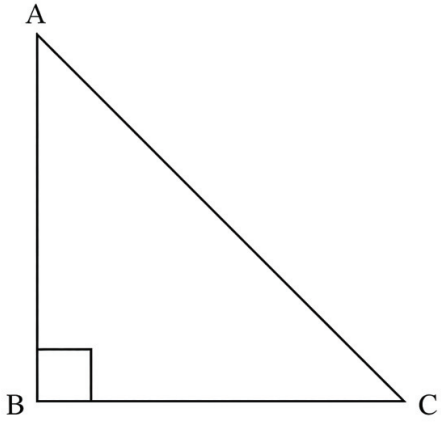
✪ ఒక భుజము ఎత్తుగా ఉండే త్రిభుజం ఉంటుందా?

అటువంటి త్రిభుజాన్ని దృశ్యకరించి ఒక నమూనా చిత్రాన్ని గీయండి.

ఒక కోణం లంబకోణంగా ఉన్న త్రిభుజాలలో ఇది జరుగుతుందని మనం చూస్తాము.

ఒక లంబకోణం కలిగిన త్రిభుజాలను లంబకోణ త్రిభుజాలు అంటారు.

A నుండి BC కి గల ఎత్తు AB.



AP SCERT

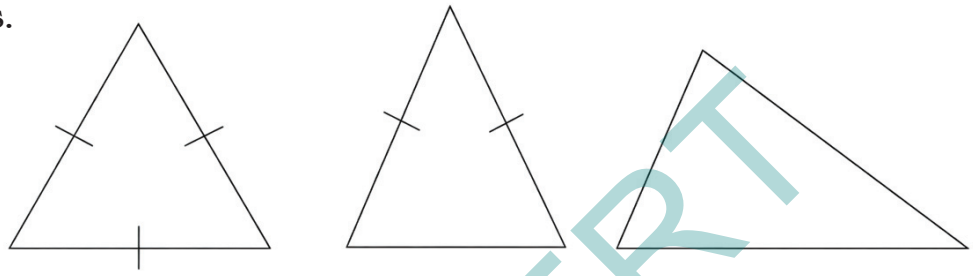
7.5 Types of Triangles

In our study of triangles, we have encountered the following types of triangles; equilateral, isosceles, scalene and right-angled triangles.

? Did you spot any other type of triangle?

The classification of triangles as equilateral and isosceles was based on equality of sides.

Equilateral triangles have sides of equal length. Isosceles triangles have two sides of equal length. Scalene triangles have sides of three different lengths.



Equilateral Triangle Isosceles Triangle Scalene Triangle

Can a similar classification be done based on equality of angles? Is there any relation between these two classifications? We will answer these questions in a later chapter.

We used angle measures when classifying a triangle as a rightangled triangle.

? What are the other types of triangles based on angle measures?

A classification of triangles based on their angle measures is acuteangled, right-angled and obtuse-angled triangles. We have already seen what a right-angled triangle is. It is a triangle with one right angle. Similarly, an obtuse-angled triangle has one obtuse angle.

? What could an acute-angled triangle be? Can we define it as a triangle with one acute angle? Why not?

In an acute-angled triangle, all three angles are acute angles.

Figure it Out - 7.9

1. Construct a triangle ABC with BC = 5 cm, AB = 6 cm, CA = 5 cm. Construct an altitude from A to BC.
2. Construct a triangle TRY with RY = 4 cm, TR = 7 cm, $\angle R = 140°$. Construct an altitude from T to RY.

AP SCERT

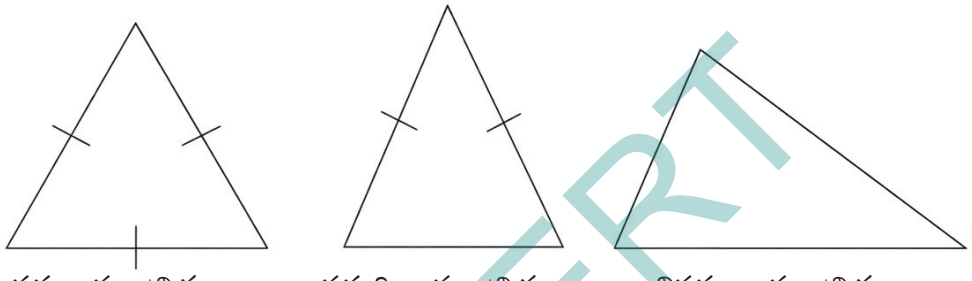
7.5 త్రిభుజాల రకాలు

త్రిభుజాల అధ్యయనంలో మనం ఈ క్రింది రకాల త్రిభుజాలను తెలుసుకున్నాము. సమబాహు, సమద్విబాహు, విషమ బాహు మరియు లంబకోణ త్రిభుజాలు.

? మీరు ఏదైనా ఇతర రకమైన త్రిభుజాన్ని గమనించారా?

త్రిభుజాలను సమబాహు మరియు సమద్విబాహు లు గా వర్గీకరించడం భుజాల సమానత్వం పై ఆధారపడి ఉంటుంది.

సమబాహు త్రిభుజాలు సమాన పొడవు గల భుజాలను కలిగి ఉంటాయి. సమద్విబాహు త్రిభుజాలు సమాన పొడవు గల రెండు భుజాలను కలిగి ఉంటాయి. విషమబాహు త్రిభుజాలు మూడు వేర్వేరు పొడవులు గల భుజాలను కలిగి ఉంటాయి.



సమబాహు త్రిభుజం సమద్విబాహు త్రిభుజం విషమ బాహు త్రిభుజం

కోణాల సమానత్వం ఆధారంగా ఇలాంటి వర్గీకరణ చేయవచ్చా? ఈ రెండు వర్గీకరణల మధ్య ఏదైనా సంబంధం ఉందా? ఈ ప్రశ్నలకు మనం తర్వాత అధ్యాయంలో సమాధానం ఇస్తాము.

త్రిభుజాన్ని లంబకోణ త్రిభుజంగా వర్గీకరించేటప్పుడు మనము కోణ కొలతలను ఉపయోగించాము.

? కోణ కొలతల ఆధారంగా ఇతర రకాల త్రిభుజాలు ఏమిటి?

కోణ కొలతల ఆధారంగా త్రిభుజాల వర్గీకరణను – అల్ప కోణం, లంబకోణం మరియు అధిక కోణ త్రిభుజాలుగా పిలుస్తారు. లంబకోణ త్రిభుజం అంటే ఏమిటో మనం ఇప్పటికే చూసాము. ఇది ఒక లంబకోణం కలిగిన త్రిభుజం. అదేవిధంగా ఒక అధిక కోణ త్రిభుజానికి ఒక అధిక కోణం ఉంటుంది.

? అల్పకోణ త్రిభుజం అంటే ఏమిటి? దానిని ఒక అల్పకోణం ఉన్న త్రిభుజంగా మనం నిర్వచించవచ్చా? ఎందుకు కాదు?

అల్పకోణ త్రిభుజంలోని మూడు కోణాలు అల్ప కోణాలు.

ఆలోచించండి-చేయండి – 7.9

1. BC = 5 సెం.మీ , AB = 6 సెం.మీ, CA = 5 సెం.మీ కొలతలతో ABC త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి. A నుండి BC కు ఉన్నతిని నిర్మించండి.
2. RY = 4 సెం.మీ, TR = 7 సెం.మీ, $\angle R = 140^\circ$ కొలతలతో TRY త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి. T నుండి RY కు ఉన్నతి ని నిర్మించండి.

AP SCERT

Try This

3. Construct a right-angled triangle ABC with $\angle B = 90°$, AC = 5 cm. How many different triangles exist with these measurements?
   [**Hint:** Note that the other measurements can take any values. Take AC as the base. What values can $\angle A$ and $\angle C$ take so that the other angle is 90°?]
4. Through construction, explore if it is possible to construct an equilateral triangle that is (i) right-angled (ii) obtuse-angled. Also construct an isosceles triangle that is (i) right-angled (ii) obtuse-angled.

SUMMARY

- Use of a compass simplifies the construction of triangles when the sidelengths are given.
- A set of three lengths where the length of each is smaller than the sum of the other two is said to satisfy the triangle inequality.
- Sidelengths of a triangle satisfy triangle inequality, and, if a given set of lengths satisfy the triangle inequality, a triangle can be constructed with those sidelengths.
- Triangles can be constructed when the following measurements are given:
  (a) two of the sides and their included angle
  (b) two angles and the included side
- The sum of the angles of a triangle is always 180°.
- An altitude of a triangle is a perpendicular line segment from a vertex to its opposite side.
- Equilateral triangles have sides of equal length. Isosceles triangles have two sides of equal length. Scalene triangles have sides of three different lengths.
- Triangles are classified based on their angle measures as acute-angled, right-angled and obtuse-angled triangles.

AP SCERT

3. $\angle B = 90^\circ$, AC = 5 సెం.మీ తో లంబకోణ త్రిభుజం ABC ని నిర్మాణం చేయండి. ఈ కొలతలతో ఎన్ని విభిన్న త్రిభుజాలు వుంటాయి?

(**సూచన:** ఇతర కొలతలుగా ఏవైనా విలువలను తీసుకోవచ్చని గమనించండి. AC ని ఆధారంగా తీసుకోండి ఇతర కోణం 90° ఉండేలా $\angle A$ మరియు $\angle C$ ఏ విలువలను తీసుకోవచ్చును?)

ప్రయత్నించండి

4. (i) లంబకోణం (ii) అధిక కోణం కలిగిన సమబాహు త్రిభుజాన్ని నిర్మించడం సాధ్యమేనా? నిర్మించి, అన్వేషించండి. అలాగే (i) లంబకోణం (ii) అధిక కోణం కలిగిన సమద్విబాహు త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి

సారాంశం

- భుజాల పొడవు ఇచ్చినప్పుడు వృత్తలేఖినిని ఉపయోగించడం త్రిభుజాల నిర్మాణాన్ని సులభతరం చేస్తుంది.
- మూడు పొడవుల జాబితాలో ప్రతి పొడవు మిగతా రెండింటి పొడవుల మొత్తం కంటే తక్కువగా ఉంటే అది త్రిభుజ అసమానతను పాటిస్తుందని అంటారు..
- ఒక త్రిభుజం యొక్క భుజాల పొడవులు త్రిభుజ అసమానతను పాటిస్తాయి. మరియు ఇచ్చిన పొడవుల జాబితా త్రిభుజ అసమానతలు పాటిస్తే ఆ భుజాల పొడవులతో ఒక త్రిభుజాన్ని నిర్మించవచ్చు.
- క్రింది కొలతలు ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజాన్ని నిర్మించవచ్చు

  (ఎ) రెండు భుజాలు మరియు వాటి మధ్య కోణం

  (బి) రెండు కోణాలు మరియు వాటి మధ్య భుజం
- త్రిభుజం యొక్క కోణాల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 180°
- ఒక త్రిభుజం యొక్క ఎత్తు అనేది శీర్షం నుండి దాని ఎదురుగా ఉన్న భుజానికి గీచిన లంబ రేఖాఖండం.
- సమబాహు త్రిభుజాలు సమాన పొడవు గల భుజాలను కలిగి ఉంటాయి సమద్విబాహు త్రిభుజాలు సమాన పొడవు గల రెండు భుజాలను కలిగి ఉంటాయి. విషమబాహు త్రిభుజాలు మూడు వేరువేరు పొడవు గల భుజాలను కలిగి ఉంటాయి.
- త్రిభుజాలను వాటి కోణ కొలతల ఆధారంగా అల్పకోణ, లంబకోణ మరియు అధిక కోణ త్రిభుజాలుగా వర్గీకరిస్తారు.

AP SCERT

Shortest Path in a Box!

There is a spider in a corner of a box. It wants to reach the farthest
opposite corner (marked in the figure). Since it cannot fly, it can reach the opposite point only by walking on the surfaces of the box. What is the shortest path it can take?

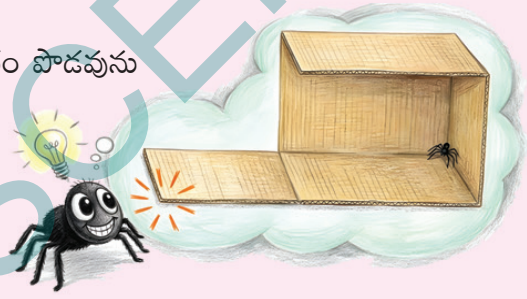
Take a cardboard box and mark the path that you think is the shortest from one corner to its opposite corner. Compare the length of this path with that of the
paths made by your friends.

AP SCERT

ఒక పెట్టెలో అతి చిన్న మార్గం!

ఒక పెట్టే మూలలో ఒక సాలీడు ఉంది అది ఎదురుగా ఉన్న అత్యంత దూరంలో ఉన్న మూలకు (చిత్రంలో గుర్తించబడింది) చేరుకోవాలనుకుంటుంది. అది ఎగర లేనందున పెట్టే ఉపరితలాలపై నడవడం ద్వారా మాత్రమే ఎదురుగా ఉన్న బిందువుకు చేరుకోగలదు. అది తీసుకోగల అతి చిన్న మార్గం ఏమిటి?

ఒక కార్డు బోర్డు పెట్టె తీసుకుని ఒక మూల నుండి ఎదురుగా ఉన్న మూలకు మీరు అతి చిన్నదిగా భావించే మార్గాన్ని గుర్తించండి ఈ మార్గం పొడవును మీ స్నేహితులు చేసిన మార్గాలతో పోల్చండి.



AP SCERT

ANSWERS

Figure it out - 1.1

1) 25,000 2) 6,000 3) 31,000

Figure it out - 1.2

1) **(a) to (e)**

Buttons	8300		40629		56354		66666		367813	
+10,00,000										
+1,00,000									2	3
+10,000			3	4	3	4	4	5	14	3
+1,000	5	6	10	0	19	14	19	11	13	20
+100	30	20	4	6	65	20	68	49	123	173
+10	30	20	11	2	75	35	78	76	193	39
+1	-	100	119	9	104	4	86	6	583	123
Total	65	146	147	21	266	77	255	147	928	361

Figure it out - 1.3

1)

Buttons	8300	40629	56354	66666	367813
+10,00,000	-	-	-	-	-
+1,00,000	-	-	-	-	3
+10,000	-	4	5	6	6
+1,000	8	-	6	6	7
+100	3	6	3	6	8
+10	-	2	5	6	1
+1	-	9	4	6	3
Total	11	21	23	30	28

AP SCERT

జవాబులు

ఆలోచించండి-చేయండి - 1.1

1) 25,000 2) 6,000 3) 31,000

ఆలోచించండి-చేయండి - 1.2

1) (ఎ) నుండి (ఇ) వరకు

బటన్స్	8300		40629		56354		66666		367813	
+10,00,000										
+1,00,000									2	3
+10,000			3	4	3	4	4	5	14	3
+1,000	5	6	10	0	19	14	19	11	13	20
+100	30	20	4	6	65	20	68	49	123	173
+10	30	20	11	2	75	35	78	76	193	39
+1	-	100	119	9	104	4	86	6	583	123
Total	65	146	147	21	266	77	255	147	928	361

ఆలోచించండి-చేయండి - 1.3

1)

బటన్స్	8300	40629	56354	66666	367813
+10,00,000	-	-	-	-	-
+1,00,000	-	-	-	-	3
+10,000	-	4	5	6	6
+1,000	8	-	6	6	7
+100	3	6	3	6	8
+10	-	2	5	6	1
+1	-	9	4	6	3
Total	11	21	23	30	28

AP SCERT

Figure it out - 1.4

(1) (a) Indian system: 40,50,678
Forty lakhs fifty thousand six hundred seventy-eight.
American system: 4,050,678
Four millions fifty thousand six hundred seventy-eight.

(b) Indian system: 4,81,21,620
Four crores eighty-one lakhs twenty-one thousand six hundred twenty.
American system: 48,121,620
Forty million one twenty-one thousand six hundred twenty.

(c) Indian system: 2,00,22,002
Two crores twenty-two thousand two.
American system: 20,022,002
Twenty million twenty-two thousand two.

(d) Indian system: 24,68,13,579
Twenty-four crores sixty-eight lakhs thirteen thousand five hundred seventy-nine.
American system: 246,813,579
Two forty-six million eight thirteen thousand five hundred seventy-nine.

(e) Indian system: 34,50,00,543
Thirty-four crores fifty lakhs five hundred forty-three.
American system: 345,000,543
Three forty-five million five hundred forty-three.

(f) Indian system: 1,02,03,04,050
One hundred two crores three lakhs four thousand fifty.
American system: 1,02,03,04,050
One billion twenty million three hundred four thousand fifty.

(2) (a) 1,01,01,010 (b) 1,001,001,001
(c) 10,20,30,040 (d) 9,080,700,600

(3) (a) < (b) > (c) < (d) <

Figure it out - 1.5

(1) (a) Largest multiple of 5 is 9876543210
(b) Smallest even number is 1023456798

(2) Seventy-three lakhs seventy-three thousand three hundred seventy-three (letters 61)

AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 1.4

(1) (ఎ) భారతీయ పద్ధతి: 40,50,678

నలభై లక్షల యాభై వేల ఆరు వందల డెబ్బై ఎనిమిది.

అమెరికా పద్ధతి: 4,050,678

నాలుగు మిలియన్ల యాభై వేల ఆరువందల డెబ్బై ఎనిమిది.

(బి) భారతీయ పద్ధతి: 4,81,21,620

నాలుగు కోట్ల ఎనభై ఒక్క లక్షల ఇరవై ఒక్క వేల ఆరు వందల ఇరవై

అమెరికా పద్ధతి: 48,121,620

నలభై ఎనిమిది మిలియన్ల నూట ఇరవై ఒక్క వేల ఆరువందల ఇరవై.

(సి) భారతీయ పద్ధతి: 2,00,22,002

రెండు కోట్ల ఇరవై రెండు వేల రెండు

అమెరికా పద్ధతి: 20,022,002

ఇరవై మిలియన్ల ఇరవై రెండు వేల రెండు.

(డి) భారతీయ పద్ధతి: 24,68,13,579

ఇరవై నాలుగు కోట్ల అరవై ఎనిమిది లక్షల పదమూడు వేల ఐదు వందల డెబ్బై తొమ్మిది.

అమెరికా పద్ధతి: 246,813,579

రెండువందల నలభై ఆరు మిలియన్ల ఎనిమిది వందల పదమూడు వేల ఐదువందల డెబ్బై తొమ్మిది.

(ఇ) భారతీయ పద్ధతి: 34,50,00,543

ముప్పై నాలుగు కోట్ల యాభై లక్షల ఐదు వందల నలభై మూడు

అమెరికా పద్ధతి: 345,000,543

మూడువందల నలభై ఐదు మిలియన్ల ఐదువందల నలభై మూడు.

(ఎఫ్) భారతీయ పద్ధతి: 1,02,03,04,050

నూట రెండు కోట్ల మూడు లక్షల నాలుగు వేల యాభై

అమెరికా పద్ధతి: 1,020,304,050

ఒక బిలియన్ ఇరవై మిలియన్ల మూడు వందల నాలుగు వేల యాభై.

(2) (ఎ) 1,01,01,010 (బి) 1,001,001,001

(సి) 10,20,30,040 (డి) 9,080,700,600

(3) (ఎ) < (బి) > (సి) < (డి) <

ఆలోచించండి-చేయండి - 1.5

(1) (ఎ) 5 యొక్క గరిష్ట గుణిజం9876543210

(బి) కనిష్ట సరి సంఖ్య1023456798

(2) డెబ్బై మూడు లక్షల డెబ్బై మూడు వేల మూడు వందల డెబ్బై మూడు(అక్షరాలు: 61)

AP SCERT

(3) 123456789 - and only one such nine digit number exists.

(4) 5534512345 (keep the 10 digits at postions 4,9,12,13,14,15,16,17,19,19) that number is largest possible.

(5) No words are like that (or) No such type of words are available.

(6) (a) 1000th digit is 3 (b) millionth digit is 1
(c) 5 can be written for 5000th times in 13495.

(7) (a) 20,800 Total clicks: 10 (b) 92,100 Total clicks: 30
(c) 1,20,500 Total clicks: 17 (d) 65,30,000 Total clicks: 653
(e) 70,25,700 Total clicks: 759

(8) 10,000 lakhs = 1 billion.

(9) (a) 8,30,405 _>__ 8,03,405 (b) 9,000,000 _=_ 90,00,000

(10) Some possibilities (b) 1,50,000 + (7,000 × 5) + 13,000 + 4,000 (Close)

$$\text{(c) } 1{,}50{,}000 \times \left(\frac{20}{5}\right) - 13{,}000 - 7{,}000$$

(11) 1,82,000 coins (The height of statue of unity is taken as 182 meters)

(12) 12 -13 days. (13) 51.4 km/hr.

(14) Bald eagles are 120 times, Mount Everest is 177 times, Aeroplanes is 256 times. So, these heights are 90 to 256 times taller than Ramu's building.

Figure it out - 2.1

1. (a) 11 (b) 8 (c) 4 (d) 9
2. 120 ÷ 3 < 67 - 20 < 67 - 19 < 5 × 11 < 35 + 25

Figure it out - 2.2

1. (a) Terms: 28, - 7, and 8 Value: 29
   (b) Terms: 39, - 2 × 6 and 11 Value: 38
   (c) Terms: 40, - 10, 10 and 10 Value: 50
   (d) Terms: 48, - 10 × 2, 16 ÷ 2 Value: 36
   (e) Terms: 6 × 3, 4 × 8 × 5 Value: - 142
2. (a) One of the stories could be; A library had 89 books on its shelves. The librarian bought 21 new books and added them to the collection. Later, 10 books were borrowed by students. How many books remain on the shelves?
   Value of the expression: 100
   (b) Make a story of your own for the given expression.
   Value of the expression: 54.
   (c) Make a story of your own for the given expression.
   Value of the expression: 48
3. (a) Expression describing the situation = 2 × 100 + 100/2
   Terms: 2 × 100, 100/2
   Value: 250 gold coins.

AP SCERT

(3) 123456789 – ఇటువంటి తొమ్మిది అంకెల సంఖ్య ఒక్కటి మాత్రమే ఉంటుంది.

(4) 5534512345 (ఇచ్చిన స్థానాల్లో అంకెలను ఉంచగా వచ్చే గరిష్ట సంఖ్య).

(5) అటువంటి పదాలు ఏవీ లేవు.

(6) (ఎ) 1000వ అంకె 3 (బి) మిలియన్ వ అంకె 1

(సి) 13495 వరకు 5 అనే అంకె5000సార్లు వస్తుంది.

(7) (ఎ) 20,800 మొత్తం క్లిక్ లు: 10 (బి) 92,100 మొత్తం క్లిక్ లు: 30

(సి) 1,20,500 మొత్తం క్లిక్ లు: 17 (డి) 65,30,000 మొత్తం క్లిక్ లు: 653

(డి) 70,25,700 మొత్తం క్లిక్ లు: 759

(8) 10,000 లక్షలు = 1 బిలియన్.

(9) (ఎ) 8,30,405 _>__ 8,03,405 (బి) 9,000,000 _=_ 90,00,000

(10) సాధ్యమయ్యే కొన్ని సాధనలు: (బి)1,50,000 + (7,000 × 5) + 13,000 + 4,000 (Close)

(సి) $1,50,000 \times \left(\frac{20}{5}\right) - 13,000 - 7,000$

(11) 1,82,000 నాణెములు (స్టాట్యూ ఆఫ్ యూనిటీ ఎత్తు – 182 మీటర్లు తీసుకోబడినవి.)

(12) 12 –13 రోజులు. (13) 51.4 కి.మీ./గం.

(14) రాము బిల్డింగ్ కంటే: బాల్డ్ ఈగల్స్ 120 రెట్లు, మౌంట్ ఎవరెస్ట్ 177 రెట్లు, విమానాలు 256 రెట్లు ఎత్తులో ఉన్నాయి. అంటే ఈ ఎత్తులు 90 నుండి 256 రెట్లు ఎక్కువ.

ఆలోచించండి-చేయండి – 2.1

1. (ఎ) 11 (బి) 8 (సి) 4 (డి) 9

2. 120 ÷ 3 < 67 - 20 < 67 - 19 < 5 × 11 < 35 + 25

ఆలోచించండి-చేయండి – 2.2

1. (ఎ) పదాలు: 28, –7, మరియు 8, విలువ: 29

(బి) పదాలు: 39, –2 × 6 మరియు 11, విలువ: 38

(సి) పదాలు: 40, –10, 10 మరియు 10, విలువ: 50

(డి) పదాలు: 48, –10 × 2, 16 ÷ 2, విలువ: 36

(ఇ) పదాలు: 6 × 3, 4 × 8 × 5, విలువ: –142

2. (ఎ) ఒక కథ ఇలా ఉండవచ్చు;

ఒక గ్రంథాలయంలో 89 పుస్తకాలు ఉన్నాయి. గ్రంథపాలకుడు 21 కొత్త పుస్తకాలు కొనుగోలు చేసి వాటిని చేర్చాడు. తరువాత, 10 పుస్తకాలు విద్యార్థులు తీసుకున్నారు. ఇప్పుడు ఎన్ని పుస్తకాలు మిగిలాయి?

సమాసం యొక్క విలువ: 100

(బి) ఇచ్చిన సమాసంకు మీరే ఒక కథ తయారు చేయండి. సమాసం యొక్క విలువ: 54

(సి) ఇచ్చిన సమాసంకు మీరే ఒక కథ తయారు చేయండి. సమాసంయొక్కవిలువ: 48

3. (ఎ) పరిస్థితిని తెలిపే సమాసం = 2 × 100 + 100/2

పదాలు: 2 × 100, 100/2

సమాసం యొక్క విలువ: 250 బంగారు నాణేలు

AP SCERT

(b) (i) Expression = $4 \times 40 + 3 \times 20$
Terms: 4×40, 3×20
Value: ₹ 220

(ii) Expression = $2 \times (3 \times 40)$.
Terms: $2 \times (3 \times 40)$
Value: ₹ 240

(c) Expression = $7 \times 5 + 6 \times 2 + 2 \times 3$
Terms: 7×5, 6×2, 2×3
Total height: 53 cm

Figure it out - 2.3

1. (a) $24 + (6 - 4) = 24 + 6 \boxed{-} \underline{4}$ (b) $38 + (\underline{9} \boxed{-} \underline{4}) = 38 + 9 - 4$
   (c) $24 - (6 + 4) = 24 \boxed{-} 6 - 4$ (d) $24 - 6 - 4 = 24 - 6 \boxed{-} \underline{4}$
   (e) $27 - (8 + 3) = 27 - 8 - 3$ (f) $27 - (\underline{8} \boxed{-} \underline{3}) = 27 - 8 + 3$
2. (a) and (f)
3. (a) $(6 + 10) - 2 = 6 + (10 - 2)$ (b) $16 - (8 - 3) \neq (16 - 8) - 3$
   (c) $27 - (18 + 4) = 27 + (-18 - 4)$
4. (a) $319 - 537$ and $-537 + 319$ have the same terms So, $319 - 537$ and $-537 + 319$ have the same value.
   (b) $87 + 46 - 109$, $87 + 46 - 109$, $87 + 46 - 109$ and also, $87 - 46 + 109$ and $(87 - 46) + 109$ have the same terms and so have equal values.
5. (a) $34 - (9 + 12) = 34 - 21 = 13$ (b) $(56 - 14) - 8 = 42 - 8 = 34$
   (c) $-22 - (12 + 10) + 22 = -22 - 22 + 22 = -22$
6. (a) $423 + 419 = 419 + 423$ (Commutative Property)
   (b) $207 - 68 = 207 + 3 - 3 - 68 = 207 + 3 - (3 + 68) = 210 - 71$ (Associative Property)
7. Some of the expressions are
   1. $3 - 2 - 5 = -4$ 2. $5 + 2 + 3 = 10$
   3. $5 + 2 - 3 = 4$ 4. $2 - (3 + 5) = -6$ Form more expressions.
8. (a) Yes, $36 - 9 = 36 - (10 - 1) = 36 - 10 + 1 = 26 + 1$
   (b) Yes To subtract 8: Subtract 10 and add 2 (since $-8 = -10 + 2$).
   Ex: $55 - 8 = 55 - (10 - 2) = 55 - 10 + 2$
   More such strategies can be thought of
9. Expressions (b) and (c) are equal to the expression $73 - 14 + 1$, and expressions (a) and (d) are equal to the expression $73 - 14 - 1$.

AP SCERT

(బి) (i) సమాసం = $4 \times 40 + 3 \times 20$

పదాలు: 4×40, 3×20

సమాసం యొక్క విలువ: ₹ 220

(ii) సమాసం = $2 \times (3 \times 40)$.

పదాలు: $2 \times (3 \times 40)$

సమాసం యొక్క విలువ: ₹ 240

(సి) సమాసం = $7 \times 5 + 6 \times 2 + 2 \times 3$

పదాలు: 7×5, 6×2, 2×3

మొత్తం ఎత్తు: 53 సెం.మీ

ఆలోచించండి-చేయండి - 2.3

1. (ఎ) $24 + (6 - 4) = 24 + 6 \boxed{-} 4$ (బి) $38 + (9 \boxed{-} 4) = 38 + 9 - 4$

   (సి) $24 - (6 + 4) = 24 \boxed{-} 6 - 4$ (డి) $24 - 6 - 4 = 24 - 6 \boxed{-} 4$

   (ఇ) $27 - (8 + 3) = 27 - 8 - 3$ (ఎఫ్) $27 - (8 \boxed{-} 3) = 27 - 8 + 3$

2. (ఎ) మరియు (ఎఫ్)

3. (ఎ) $(6 + 10) - 2 = 6 + (10 - 2)$ (బి) $16 - (8 - 3) \neq (16 - 8) - 3$

   (సి) $27 - (18 + 4) = 27 + (-18 - 4)$

4. (ఎ) $319 - 537$ మరియు $-537 + 319$ లో ఒకే పదాలు ఉన్నాయి. కాబట్టి వీటి విలువలు సమానం.

   (బి) $87 + 46 - 109$, $87 + 46 - 109$, $87 + 46 - 109$ మరియు $87 - 46 + 109$ మరియు $(87 - 46) + 109$ లో ఒకే పదాలు ఉన్నాయి. కాబట్టి వీటి విలువలు సమానం.

5. (ఎ) $34 - (9 + 12) = 34 - 21 = 13$ (బి) $(56 - 14) - 8 = 42 - 8 = 34$

   (సి) $-22 - (12 + 10) + 22 = -22 - 22 + 22 = -22$

6. (ఎ) $423 + 419 = 419 + 423$ (స్థిత్యంతర ధర్మం)

   (బి) $207 - 68 = 207 + 3 - 3 - 68 = 207 + 3 - (3 + 68) = 210 - 71$ (సహచర ధర్మం)

7. కొన్ని సమాసాలు:

   1. $3 - 2 - 5 = -4$ 2. $5 + 2 + 3 = 10$

   3. $5 + 2 - 3 = 4$ 4. $2 - (3 + 5) = -6$ ఇంకా మరిన్ని సమాసాలు తయారు చేయండి.

8. (ఎ) అవును, $36 - 9 = 36 - (10 - 1) = 36 - 10 + 1 = 26 + 1$

   (బి) ఉదాహరణ: $55 - 8 = 55 - (10 - 2) = 55 - 10 + 2$

   ఇలాంటి మరిన్ని పద్ధతులు ఆలోచించండి.

9. సమాసాలు (బి) మరియు (సి) లు $73 - 14 + 1$ కి సమానం

   సమాసాలు (ఎ) మరియు (డి) లు $73 - 14 - 1$ కి సమానం

AP SCERT

Figure it out - 2.4

1. (c) $3 \times (5 + 8) = 3 \times 5 \boxed{+} 3 \times \underline{8}$ (d) $(9 + 2) \times 4 = 9 \times 4 \boxed{+} 2 \times 4$

   (e) $3 \times (\underline{10} + 4) = 3 \times \underline{10} + \underline{3 \times 4}$ (f) $(\underline{13} + 6) \times 4 = 13 \times 4 + 6 \times \underline{4}$

   (g) $3 \times (\underline{5} + \underline{2}) = 3 \times 5 + 3 \times 2$ (h) $(\underline{2} + \underline{3}) \times \underline{4} = 2 \times 4 + 3 \times 4$

   (i) $5 \times (9 - 2) = 5 \times 9 - 5 \times \underline{2}$ (j) $(5 - 2) \times 7 = 5 \times 7 - 2 \times \underline{7}$

   (k) $5 \times (8 - 3) = 5 \times 8 \boxed{-} 5 \times 3$ (l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7 \boxed{-} 3 \times 7$

   (m) $5 \times (12 - \underline{3}) = 5 \times \underline{12} \boxed{-} 5 \times \underline{3}$ (n) $(15 - \underline{6}) \times 7 = \underline{15 \times 7} \boxed{-} 6 \times 7$

   (o) $5 \times (\underline{9} - \underline{4}) = 5 \times 9 - 5 \times 4$ (p) $(\underline{17} - \underline{9}) \times \underline{7} = 17 \times 7 - 9 \times 7$

   [In (e), (m) you may put any number other than 10 and 3 respectively.]
2. (a) > : since 8 - 3 > 3 - 8 (b) < (c) < (d) =

   [Try to reason in other parts]
3. (a) $2 \times (5 + 2) = 14$ (b) $2 \times (3 + 4) = 14$

   (c) $7 \times (1 + 1) = 14$ (d) $2 \times (6 + 1) = 14$
4. For I: Way 1: $(5 \times 4) + (4 \times 8) = 52$

   Way 2: $2 \times (4 + 8 + 4) + (8 + 4 + 8) = 52$

   For II: Way 1: $(8 \times 5) + (8 \times 6) = 88$

   Way 2: $8 \times (5 + 6) = 88$, Find more ways.

Figure it out - 2.5

1. (a) Expression: $7 \times (9 + 11)$ kg, Value: 140 kg

   (b) Expression: $12 \times 20{,}000 - 12 \times (5000 + 5000 + 2000)$,

   Value: ₹ 96,000

   (c) Expression: $7 \times (3 - 2) + 3 \times 1$, Value: 10 cm
2. Expressions describing the scenario (total stories) = (b) and (g).
3. (a) Way 1 : $(1 + 3 + 5 + 7 + 9) + (- 2 - 4 - 6 - 8 - 10)$

   Way 2 : $(1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + (7 - 8) + (9 - 10)$, Try more ways.

   (b) Way 1: $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1)$

   Way 2: $(1 + 1 + 1 + 1 + 1) + (- 1 - 1 - 1 - 1 - 1)$, Try more ways.
4. (a) = (b) > (c) < (d) > (e) = (f) > (g) = (h) >
5. (a) (i) and (iv) (b) (iv)
6. Let's choose the number 26. Here are ten different expressions with the value 26:

   1. $10 + 16$ 2. $30 - 4$ 3. 13×2 4. $52/2$ 5. $5 + (3 \times 7)$ 6. $(5 \times 5) + 1$

   Try for some other numbers.

AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 2.4

1. (సి) $3 \times (5 + 8) = 3 \times 5 \boxed{+} 3 \times \underline{8}$ (డి) $(9 + 2) \times 4 = 9 \times 4 \boxed{+} 2 \times 4$

   (ఇ) $3 \times (\underline{10} + 4) = 3 \times \underline{10} + \underline{3 \times 4}$ (ఎఫ్) $(\underline{13} + 6) \times 4 = 13 \times 4 + 6 \times \underline{4}$

   (జి) $3 \times (\underline{5} + \underline{2}) = 3 \times 5 + 3 \times 2$ (హెచ్) $(\underline{2} + \underline{3}) \times \underline{4} = 2 \times 4 + 3 \times 4$

   (ఐ) $5 \times (9 - 2) = 5 \times 9 - 5 \times \underline{2}$ (జె) $(5 - 2) \times 7 = 5 \times 7 - 2 \times \underline{7}$

   (కె) $5 \times (8 - 3) = 5 \times 8 \boxed{-} 5 \times 3$ (ఎల్) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7 \boxed{-} 3 \times 7$

   (ఎమ్) $5 \times (12 - \underline{3}) = 5 \times \underline{12} \boxed{-} 5 \times \underline{3}$ (ఎన్) $(15 - \underline{6}) \times 7 = \underline{15 \times 7} \boxed{-} 6 \times 7$

   (ఒ) $5 \times (\underline{9} - \underline{4}) = 5 \times 9 - 5 \times 4$ (పి) $(\underline{17} - \underline{9}) \times \underline{7} = 17 \times 7 - 9 \times 7$

   [(e), (m) లలో 10 మరియు 3 లనే కాకుండా ఇతర సంఖ్యలను కూడా ఉంచవచ్చు.]

2. (ఎ) > : ఎందుకంటే $8 - 3 > 3 - 8$ (బి) < (సి) < (డి) =

   (ఇతర భాగాల్లో కూడా కారణం ఆలోచించండి)

3. (ఎ) $2 \times (5 + 2) = 14$ (బి) $2 \times (3 + 4) = 14$

   (సి) $7 \times (1 + 1) = 14$ (డి) $2 \times (6 + 1) = 14$

4. మొదటి సందర్భం: విధానం 1: $(5 \times 4) + (4 \times 8) = 52$

   విధానం 2: $2 \times (4 + 8 + 4) + (8 + 4 + 8) = 52$

   రెండవ సందర్భం: విధానం 1: $(8 \times 5) + (8 \times 6) = 88$

   విధానం 2: $8 \times (5 + 6) = 88$, ఇంకా పద్ధతులు కనుగొనండి

ఆలోచించండి-చేయండి - 2.5

1. (ఎ) సమాసం: $7 \times (9 + 11)$ kg, విలువ: 140 kg

   (బి) సమాసం: $12 \times 20{,}000 - 12 \times (5000 + 5000 + 2000)$,

   విలువ: ₹ 96,000

   (సి) సమాసం: $7 \times (3 - 2) + 3 \times 1$, విలువ: 10 సెం.మీ

2. సన్నివేశాన్ని వివరించే సమాసాలు (మొత్తం కథలు) = (బి) మరియు (జి)

3. (ఎ) విధానం 1: $(1 + 3 + 5 + 7 + 9) + (- 2 - 4 - 6 - 8 - 10)$

   విధానం 2: $(1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + (7 - 8) + (9 - 10)$, ఇంకా పద్ధతులు ప్రయత్నించండి.

   (బి) విధానం 1: $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1)$

   విధానం 2: $(1 + 1 + 1 + 1 + 1) + (- 1 - 1 - 1 - 1 - 1)$, ఇంకా పద్ధతులు ప్రయత్నించండి.

4. (ఎ) = (బి) > (సి) < (డి) > (ఇ) = (ఎఫ్) > (జి) = (హెచ్) >

5. (ఎ) (i) మరియు (iv) (బి) (iv)

6. 26 అనే సంఖ్యను తీసుకుందాం. 26 విలువ వచ్చే పదిసమాసాలు:

   1. $10 + 16$ 2. $30 - 4$ 3. 13×2 4. $52/2$ 5. $5 + (3 \times 7)$ 6. $(5 \times 5) + 1$

   ఇంకా ఇతర సంఖ్యల కోసం ప్రయత్నించండి.

AP SCERT

Figure it out - 3.1

1. $1\frac{5}{10}$ cm

3. a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10}, 4\frac{9}{10}, 5\frac{2}{10},$ → (increment of $\frac{3}{10}$ each time.)

   b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10}, 9\frac{7}{10}, 10$ → (increment of $\frac{5}{10}$ each time.)

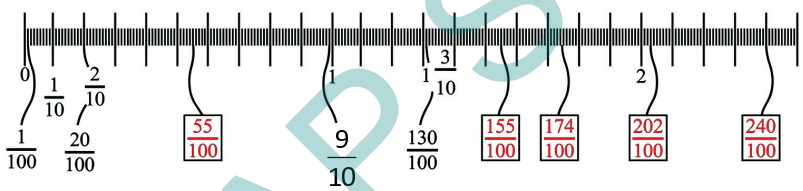
   c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{8}{10}, 10\frac{9}{10}, 1$ → (increment of $1 + \frac{1}{10}$.)

   d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10}, 4\frac{9}{10}, 4\frac{5}{10}, 4$ → (subtracting $\frac{4}{10}$ each time.)

   e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10}, 12, 11\frac{5}{10}$ → (decreasing by $\frac{5}{10}$.)

   f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10}, 8\frac{2}{10},$ → (decreasing by $1\frac{1}{10}$.)

Figure it out - 3.2

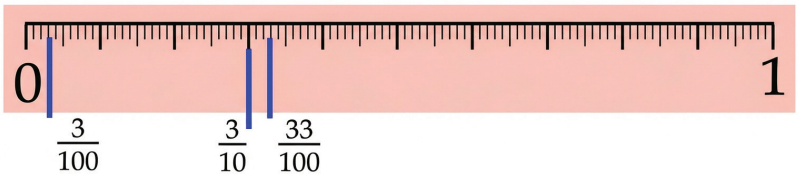
1. 

2. (a) $5\frac{37}{100}$, In words: Five and thirty seven-hundredths.

   (b) $15\frac{3}{100}$, In words: Fifteen and three-hundredths.

   (c) $7\frac{52}{100}$, In words: Seven and fifty two-hundredths.

   (d) $9\frac{80}{100}$, In words: Nine and eighty-hundredths.

3. (a) 

   Longest = $\frac{33}{100}$ Shortest = $\frac{3}{100}$

AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 3.2

1. $1\frac{5}{10}$ సెం.మీ.

2. ఎ) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10}, 4\frac{9}{10}, 5\frac{2}{10},$ → (ప్రతిసారీ $\frac{3}{10}$ పెరుగుదల)

   బి) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10}, 9\frac{7}{10}, 10$ → (ప్రతిసారీ $\frac{5}{10}$ పెరుగుదల)

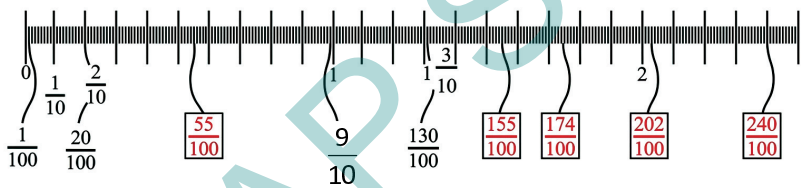
   సి) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{8}{10}, 10\frac{9}{10}, 1$ → ($1+\frac{1}{10}$ పెరుగుదల)

   డి) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10}, 4\frac{9}{10}, 4\frac{5}{10}, 4$ → (ప్రతిసారీ $\frac{4}{10}$ తీసివేయాలి)

   ఇ) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10}, 12, 11\frac{5}{10}$ → ($\frac{5}{10}$ తగ్గుతోంది.)

   ఎఫ్) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10}, 8\frac{2}{10},$ → ($1\frac{1}{10}$ తగ్గుతోంది.)

ఆలోచించండి-చేయండి - 3.2

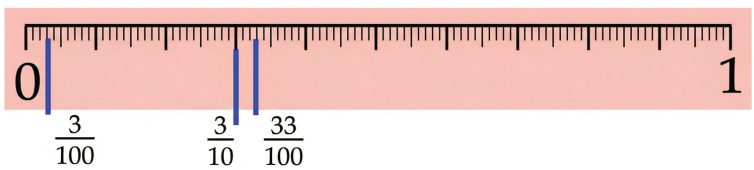
1. 

2. (ఎ) $5\frac{37}{100}$, ఐదు మరియు ముప్పై ఏడు వందవ వంతు.

   (బి) $15\frac{3}{100}$, పదిహేను మరియు మూడు వందవ వంతు.

   (సి) $7\frac{52}{100}$, ఏడు మరియు యాభై రెండు వందవ వంతు.

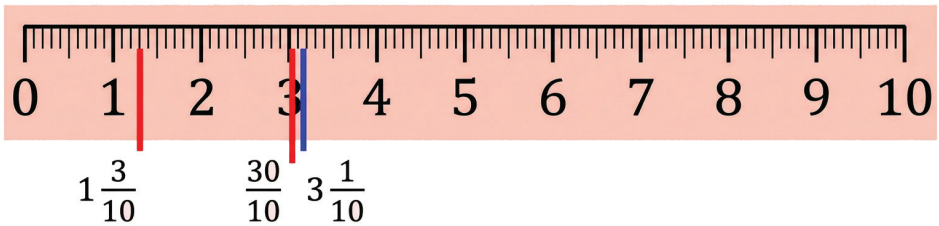
   (డి) $9\frac{80}{100}$, తొమ్మిది మరియు ఎనభై వందవ వంతు.

3. (ఎ) 

   అతి పొడవైనది = $\frac{33}{100}$ అతి చిన్నది = $\frac{3}{100}$

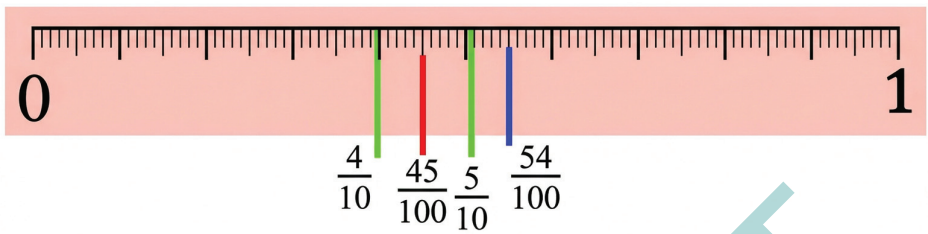
APSCERT

(b)



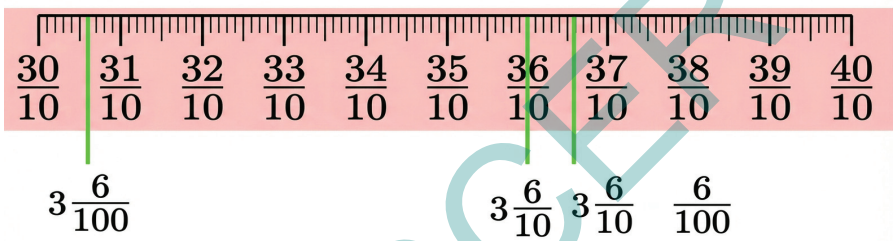
Longest = $3\frac{1}{10}$ Shortest = $1\frac{3}{10}$

(c)



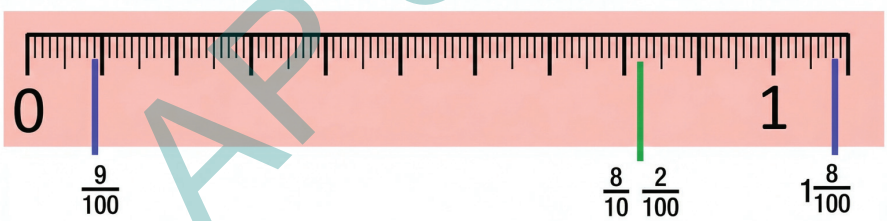
Longest = $\frac{54}{100}$ Shortest = $\frac{4}{10}$

(d)



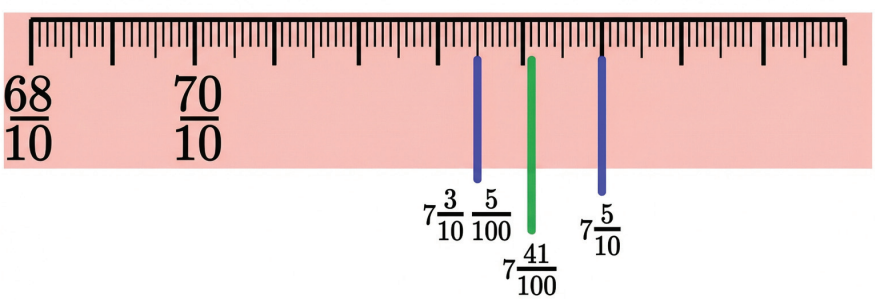
Longest = $3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$ Shortest = $3\frac{6}{100}$

(e)



Longest = $1\frac{8}{100}$ Shortest = $\frac{9}{100}$

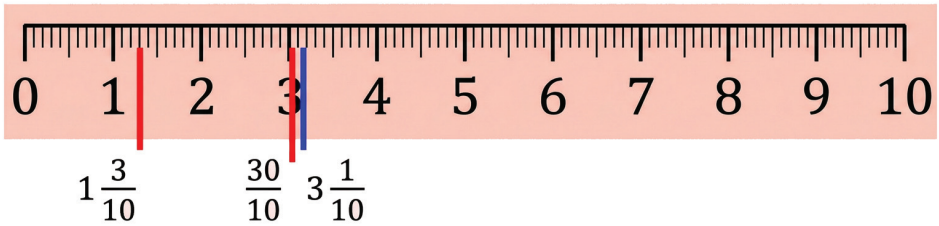
(f)



Longest = $7\frac{5}{100}$ Shortest = $7\frac{3}{10}\frac{5}{100}$

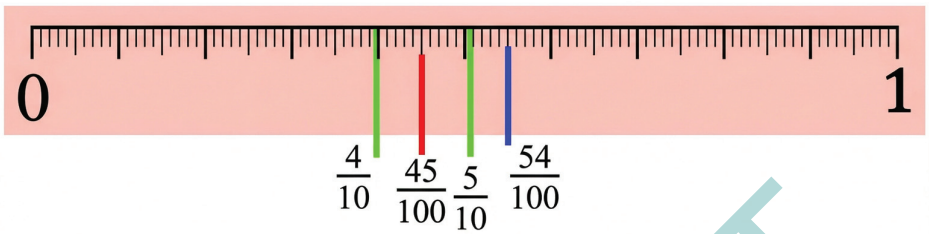
AP SCERT

(బి)



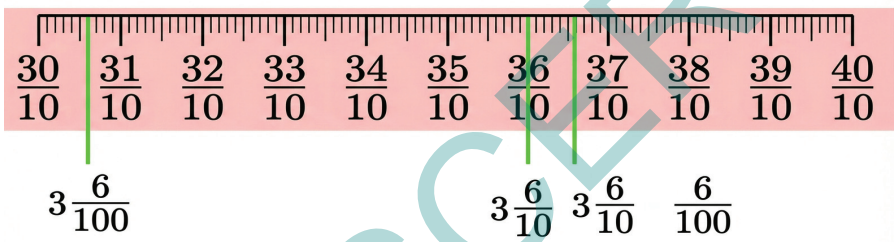
అతి పొడవైనది = $3\frac{1}{10}$ అతి చిన్నది = $1\frac{3}{10}$

(సి)



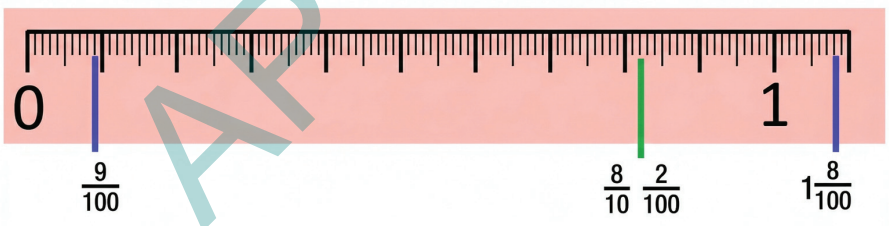
అతి పొడవైనది = $\frac{54}{100}$ అతి చిన్నది = $\frac{4}{10}$

(డి)



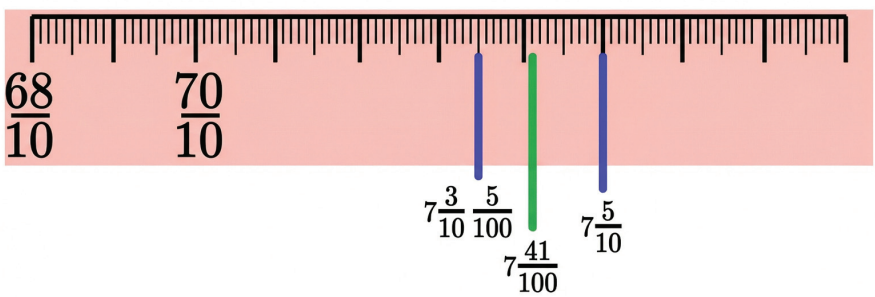
అతి పొడవైనది = $3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$ అతి చిన్నది = $3\frac{6}{100}$

(ఇ)



అతి పొడవైనది = $1\frac{8}{100}$ అతి చిన్నది = $\frac{9}{100}$

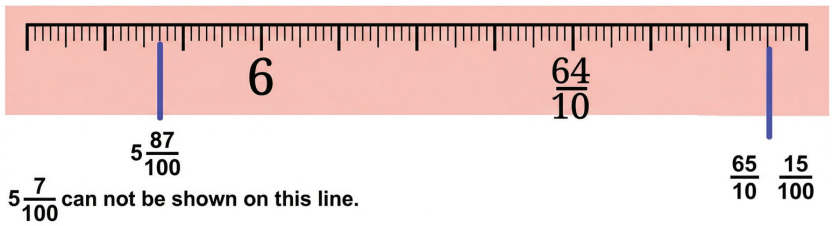
(ఎఫ్)



అతి పొడవైనది = $7\frac{5}{100}$ అతి చిన్నది = $7\frac{3}{10}\frac{5}{100}$

AP SCERT

(g)



Longest = $\frac{65}{10}\ \frac{15}{100}$ Shortest = $5\frac{7}{100}$

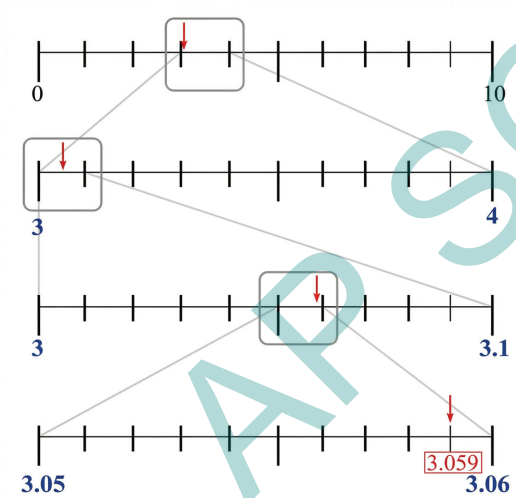
Figure it out - 3.3

1. a) $3\frac{34}{100}$ b) $11\frac{7}{10}$ c) 30 d) $3\frac{3}{100}$ e) $3\frac{3}{100}$ f) $11\frac{63}{100}$

Figure it out - 3.4

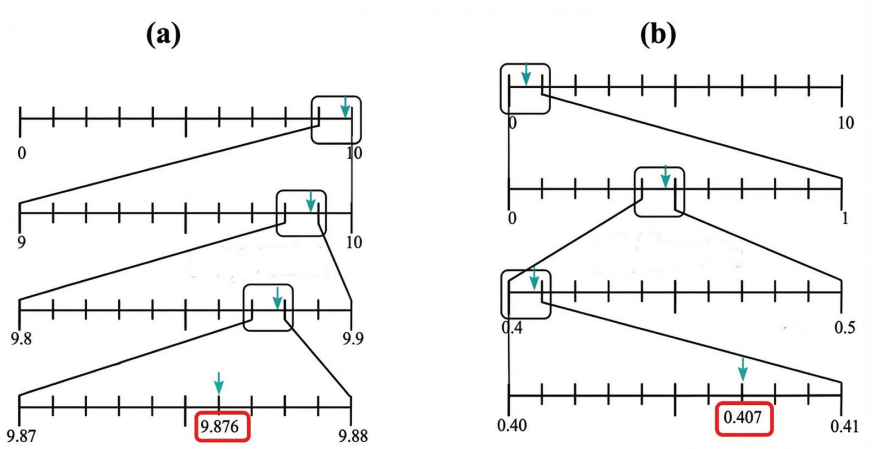
1. 4.5, 4.50, and 04.50 are equal.
   4.05 and 4.050 are equal.

2.



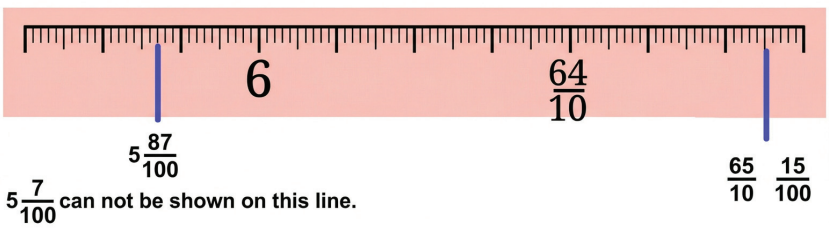
(b)

3.



AP SCERT

(జి)



అతి పొడవైనది = $\frac{65}{10}$ $\frac{15}{100}$ అతి చిన్నది = $5\frac{7}{100}$

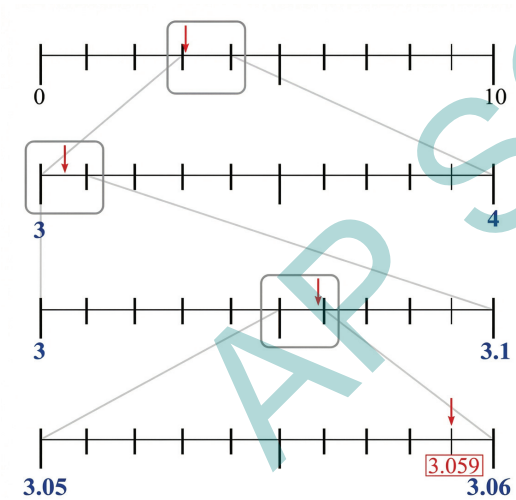
ఆలోచించండి-చేయండి - 3.3

1. ఎ) $3\frac{34}{100}$ బి) $11\frac{7}{10}$ సి) 30 డి) $3\frac{3}{100}$ ఇ) $3\frac{3}{100}$ ఎఫ్) $11\frac{63}{100}$

ఆలోచించండి-చేయండి - 3.4

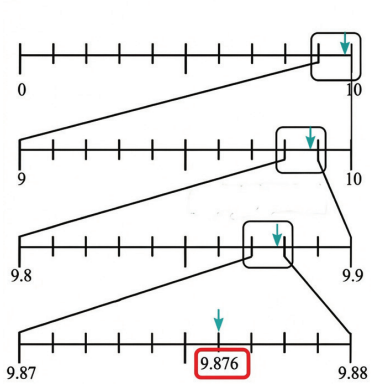
1. (4.5, 4.50, మరియు 04.50 సమానమైనవి.)
(4.05, మరియు 4.050 సమానమైనవి.)

2.

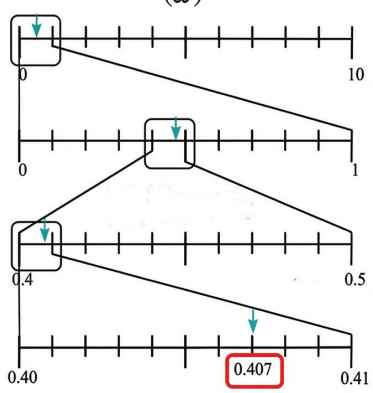


3.

(ఎ)

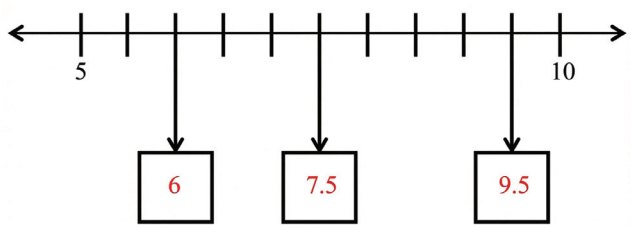


(బి)

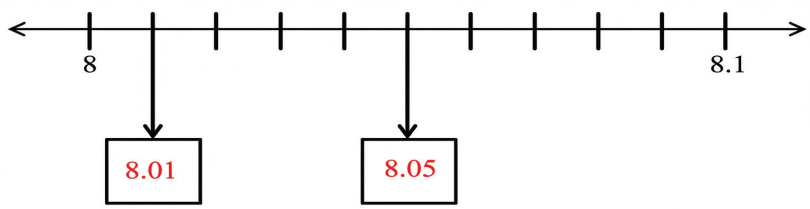


AP SCERT

4. (a)



(b)



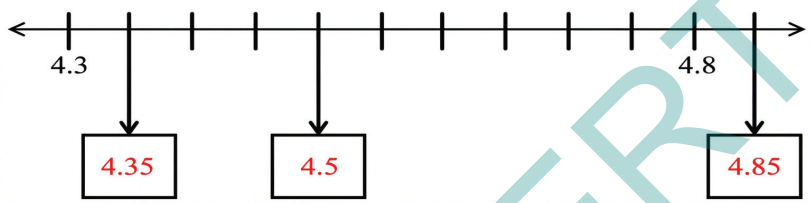
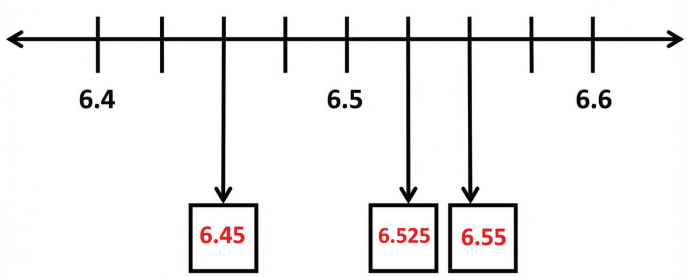


Figure it out - 3.5

1. (a) 7.9 (b) 26.8 (c) 7.41 (d) 18.11
   (e) 39.10 (f) 1.534 (g) 0.78 (h) 6.723
2. (a) 3.3 (b) 9.2 (c) 5.9 (d) 0.802
   (e) 16.95 (f) 16.405 (g) 0.81 (h) 5.749

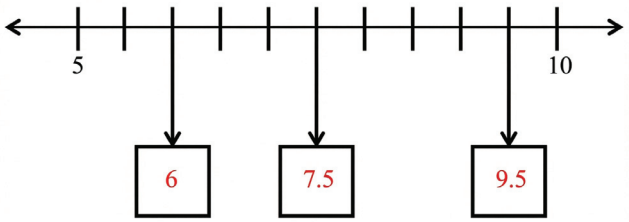
Figure it out - 3.6

1. (a) 0.05 (b) 0.016 (c) 1.2 (d) 0.254
2. (a) $\frac{3}{10} + \frac{4}{100}$ (b) $\frac{100}{100} + \frac{2}{100} = 1 + \frac{2}{100}$ (c) $\frac{8}{10}$ (d) $\frac{3}{10} + \frac{6}{100} + \frac{2}{1000}$
3.

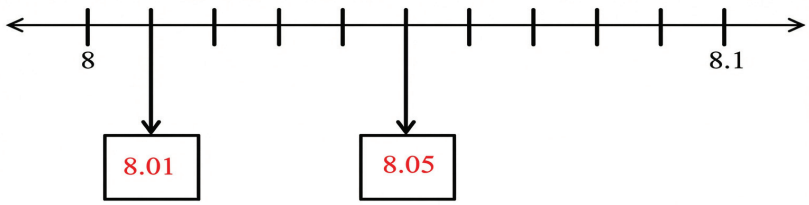


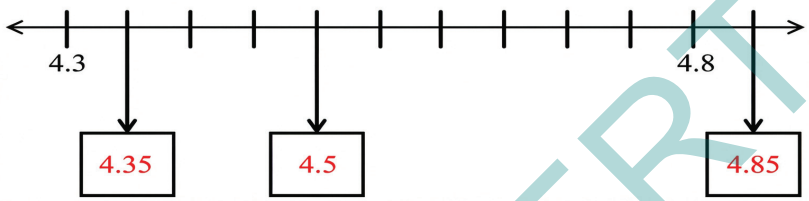
AP SCERT

4. (ఎ)



(బి)



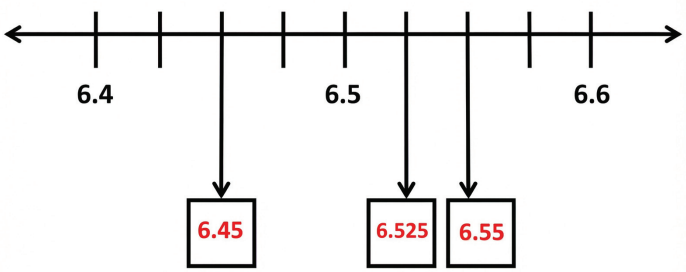


ఆలోచించండి-చేయండి - 3.5

1. (ఎ) 7.9 (బి) 26.8 (సి) 7.41 (డి) 18.11
   (ఇ) 39.10 (ఎఫ్) 1.534 (జి) 0.78 (హెచ్) 6.723
2. (ఎ) 3.3 (బి) 9.2 (సి) 5.9 (డి) 0.802
   (ఇ) 16.95 (ఎఫ్) 16.405 (జి) 0.81 (హెచ్) 5.749

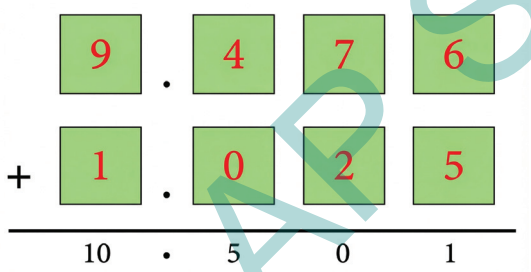
ఆలోచించండి-చేయండి - 3.6

1. (ఎ) 0.05 (బి) 0.016 (సి) 1.2 (డి) 0.254
2. (ఎ) $\frac{3}{10}+\frac{4}{100}$ (బి) $\frac{100}{100}+\frac{2}{100}=1+\frac{2}{100}$ (సి) $\frac{8}{10}$ (డి) $\frac{3}{10}+\frac{6}{100}+\frac{2}{1000}$
3.



AP SCERT

4. (a) Descending order : 11.10, 11.01, 1.101, 1.011, 1.01.
   (b) Descending order : 2.768, 2.698, 2.675, 2.567, 2.499
   (c) Descending order : 4.678, 4.666, 4.656, 4.600, 4.595
   (d) Descending order : 33.331, 33.313, 33.31, 33.133, 33.13.
5. (a) 40.168 (b) 104.68
6. No. It is not necessary.
   For example, 2.05 (2 digits after decimal) vs 2.5 (1 digit after decimal).
   2.5 >2.05
7. 1.3 kg 8. 12.76 L
9. He has lost weight. The change in the weight = 1.25 kg
10. 9.07, 9.06 11. 1000000 mm
12. The total insurance fee paid for 1 lakh passengers is ₹ 45,000.
13. (a) $\frac{1}{10} > \frac{1}{100}$
    (b) 90 thousandths > One-hundredth 90
    (c) 90 hundredths > One-thousandth 90
14. (a) 88.10 (b) 121.2 (c) 111.1 (d) 277.75
15.



16. (a) 0.5 (b) 1.5 (c) 0.25 (d) 0.75 (e) 0.2 (f) 0.8

Figure it out - 4.1

1. (a) Let length of each side of the triangle = a units Perimeter of Triangle = 3a units
   (b) Let length of each side of pentagon = a units Perimeter of Regular Pentagon = 5a units
   (c) Let length of each side of regular hexagon = a units Perimeter of Regular Hexagon = 6a units
2. (20 + k) meters

AP SCERT

4. (ఎ) అవరోహణ క్రమం : 11.10, 11.01, 1.101, 1.011, 1.01.

(బి) అవరోహణ క్రమం : 2.768, 2.698, 2.675, 2.567, 2.499

(సి) అవరోహణ క్రమం : 4.678, 4.666, 4.656, 4.600, 4.595

(డి) అవరోహణ క్రమం : 33.331, 33.313, 33.31, 33.133, 33.13.

5. (ఎ) 40.168 (బి) 104.68

6. ఇది అవసరం లేదు.

ఉదాహరణకు 2.05 (దశాంశ బిందువు తర్వాత 2 అంకెలు ఉన్నాయి) మరియు 2.5 (దశాంశ బిందువు తర్వాత 1 అంకె ఉంది) తీసుకుంటే, 2.5 > 2.05 అవుతుంది.

7. 1.3 కి.గ్రా

8. 12.76 లీటరు

9. అతను బరువు తగ్గాడు. బరువులో మార్పు = 1.25 కి.గ్రా

10. 9.07, 9.06

11. 1000000 మీ.మీ.

12. లక్ష మంది ప్రయాణికులకు చెల్లించిన మొత్తం ఇన్సూరెన్స్ ఫీజు ₹ 45,000

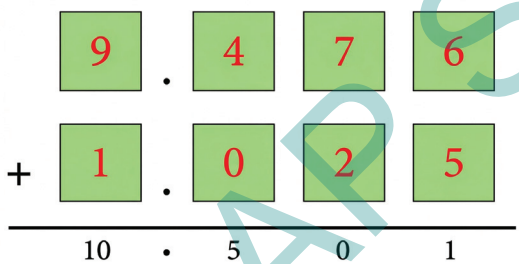
13. (ఎ) $\frac{1}{10} > \frac{1}{100}$

(బి) 90 వెయ్యవ వంతులు > ఒక వందవ వంతు

(సి) 90 వందవ వంతులు > ఒక వెయ్యవ వంతు

14. (ఎ) 88.10 (బి) 121.2 (సి) 111.1 (డి) 277.75

15.



16. (ఎ) 0.5 (బి) 1.5 (సి) 0.25 (డి) 0.75 (ఇ) 0.2 (ఎఫ్) 0.8

ఆలోచించండి-చేయండి - 4.1

1. (ఎ) త్రిభుజం యొక్క ప్రతి భుజం పొడవు = a యూనిట్లు అనుకుందాం త్రిభుజం చుట్టుకొలత = 3a యూనిట్లు

(బి) క్రమ పంచభుజి యొక్క ప్రతి భుజం పొడవు = a యూనిట్లు అనుకుందాం క్రమ పంచభుజి చుట్టుకొలత = 5a యూనిట్లు

(సి) క్రమ షడ్భుజి యొక్క ప్రతి భుజం పొడవు = a యూనిట్లు అనుకుందాం క్రమషడ్భుజి చుట్టుకొలత = 6a యూనిట్లు

2. (20 + k) మీటర్లు

APSCERT

3.

No. of ₹100 Notes	No. of ₹20 Notes	No. of ₹5 Notes	Expression and total amount
3	5	6	$3 \times 100 + 5 \times 20 + 6 \times 5 = 430$
6	4	3	$6 \times 100 + 4 \times 20 + 3 \times 5 = 695$
8	4	z	$8 \times 100 + 4 \times 20 + z \times 5 = 880 + 5z$
x	y	z	$x \times 100 + y \times 20 + z \times 5 = 100x + 20y + 5z$

4. (d) $10 + 8 \times y$
5. Let letter 'd' represent the number, then
   (a) $d + 5$ (b) $d - 4$ (c) $13 \times d - 2$ (d) $2 \times d - 13$
6. (a) A shopkeeper sells a pen for ₹x and a notebook for ₹y. Abha buys 8 pens and 3 notebooks. What will be the total cost of her purchase?
   (b) A factory makes 15 chairs every day. If the factory works for j days, it will make $15 \times j$ chairs. But 2 chairs break daily for k days. How many good chairs remain after j days and k days breakages? Try for more situations
7.

w–8	w–7	w–6
w–1	w	w+1

Figure it out - 4.2

1. Some of the ways are

   (i) Method 1: Group by Like Terms

   $5y + x + x + 5y + (-6) + 2 = (5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$

   Combine: $(5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$

   Method 2: Group by Rows

   Top row: $5y + (-6) + x$

   Bottom row: $x + 2 + 5y$

   By Adding: $(5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$

   Final Number: $10y + 2x - 4$

   Try some other ways!

AP SCERT

3.

₹100 నోట్లసంఖ్య	₹20 నోట్లసంఖ్య	₹ 5 నోట్లసంఖ్య	సమాసం మరియు మొత్తం (₹లో)
3	5	6	$3 \times 100 + 5 \times 20 + 6 \times 5 = 430$
6	4	3	$6 \times 100 + 4 \times 20 + 3 \times 5 = 695$
8	4	z	$8 \times 100 + 4 \times 20 + z \times 5$ $= 880 + 5z$
x	y	z	$x \times 100 + y \times 20 + z \times 5$ $= 100x + 20y + 5z$

4. (డి) $10 + 8 \times y$

5. 'd' అనే అక్షరం సంఖ్యను సూచిస్తుందని అనుకుందాం, అప్పుడు

(ఎ) $d + 5$ (బి) $d - 4$ (సి) $13 \times d - 2$ (డి) $2 \times d - 13$

6. (ఎ) ఒక దుకాణదారుడు ఒక పెన్నును ? ₹x కు మరియు ఒక నోటు పుస్తకాన్ని ₹y కు అమ్ముతాడు. అభ 8 పెన్నులు మరియు 3 నోటు పుస్తకాలు కొంటుంది. ఆమె కొనుగోలు మొత్తం ఖర్చు ఎంత?

(బి) ఒక కర్మాగారం రోజుకు 15 కుర్చీలు తయారుచేస్తుంది. కర్మాగారం j రోజులు పనిచేస్తే, $15 \times j$ కుర్చీలు తయారవుతాయి. కానీ k రోజులకురోజుకు 2 కుర్చీలువిరిగిపోతాయి. j రోజుల తర్వాత మరియు k రోజుల విరిగి పోవడాల తర్వాత ఎన్ని మంచి కుర్చీలు మిగులుతాయి? మరిన్ని సందర్భాలు ప్రయత్నించండి.

7.

w–8	w–7	w–6
w–1	w	w+1

ఆలోచించండి-చేయండి - 4.2

1. కొన్ని పద్ధతులు ఇవి:

(i) పద్ధతి 1: సజాతి పదాల వారీగా వర్గీకరణ

$5y + x + x + 5y + (-6) + 2 = (5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$

కలపండి: $(5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$

పద్ధతి 2: అడ్డు వరుసల వారీగా వర్గీకరణ

పై వరుస: $5y + (-6) + x$

కింది వరుస: $x + 2 + 5y$

కూడగా : $(5y + 5y) + (x + x) + (-6 + 2) = 10y + 2x - 4$

తుది ఫలితం: $10y + 2x - 4$

మరిన్ని పద్ధతులు ప్రయత్నించండి!

AP SCERT

(ii) Method 1: Group by Term Type

2p appears 4 times: 8p

3q appears 4 times: 12q

Final number: 3 + (– 2) + (– 2) + 3 = 2

Total: 8p + 12q + 2

Method 2: Group by Columns

Column 1: 2p + 3q

Column 2: 3q + 2p

Column 3: (– 2) + 3 + 2p + 3q = 1 + 2p + 3q

Column 4: 3 + (– 2) + 3q + 2p = 1 + 3q + 2p

Final Number: 8p + 12q + 2

Try some other ways!

(iii) Method 1: Group by Term Type

–5g appears 4 times: –20g

5k appears 12 times: 60k

Total: –20g + 60k

Method 2: Group by Columns

First column: –5g + 5k + 5k + (–5g) = –10g + 10k

Middle columns 2 and 3 all 5k = 8 × 5k = 40k

Last column: –5g + 5k + 5k + (–5g) = –10g + 10k

Total of all: = –10g + 10k + 40k –10g + 10k = –20g + 60k

Try some other ways!

2. (a) 4p, 3p + q, 2p (b) 2p – 2q, 2q (c) 0, –2q
   (d) – d, – c (e) c, 2d – c (f) d – 2c

Figure it out - 4.3

1. (a) 30x + 20y.
2. (a) p + q + r
3. (a) 10 (u - d) cm
   (b) If d > u, the snail slips down more than it climbs.
   This means the snail will never reach the top.
4. 105 + 21z km

AP SCERT

(ii) పద్ధతి 1: పదాల వారీగా వర్గీకరణ

2p నాలుగుసార్లువస్తుంది : 8p

3q నాలుగు సార్లు వస్తుంది : 12q

చివరి సంఖ్య: $3 + (-2) + (-2) + 3 = 2$

మొత్తం: $8p + 12q + 2$

పద్ధతి 2: నిలువు వరుసల వారీగా వర్గీకరణ

నిలువు వరుస 1: $2p + 3q$

నిలువు వరుస 2: $3q + 2p$

నిలువు వరుస 3: $(-2) + 3 + 2p + 3q = 1 + 2p + 3q$

నిలువు వరుస 4: $3 + (-2) + 3q + 2p = 1 + 3q + 2p$

చివరి సంఖ్య : $8p + 12q + 2$

మరిన్ని పద్ధతులు ప్రయత్నించండి!

(iii) పద్ధతి 1: పదాల వారీగా వర్గీకరణ

$-5g$ నాలుగు సార్లు వస్తుంది: $-20g$

5k పన్నెండు సార్లు వస్తుంది : 60k

మొత్తం: $-20g + 60k$

పద్ధతి 2: నిలువువరుసలవారీగావర్గీకరణ

మొదటి నిలువు వరుస: $-5g + 5k + 5k + (-5g) = -10g + 10k$

మధ్య నిలువు వరుసలు 2 మరియు 3 అన్నీ $= 8 \times 5k = 40k$

చివరి నిలువు వరుస: $-5g + 5k + 5k + (-5g) = -10g + 10k$

మొత్తం: $= -10g + 10k + 40k - 10g + 10k = -20g + 60k$

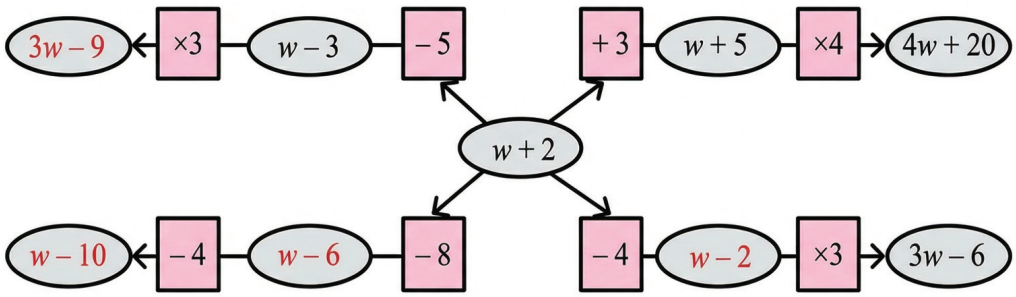
మరిన్ని పద్ధతులు ప్రయత్నించండి!

2. (ఎ) 4p, 3p + q, 2p (బి) 2p – 2q, 2q (సి) 0, –2q
(డి) – d, – c (ఇ) c, 2d – c (ఎఫ్) d – 2c

ఆలోచించండి-చేయండి - 4.3

1. (ఎ) $30x + 20y$.
2. (ఎ) $p + q + r$
3. (ఎ) $10 (u - d)$ సెం.మీ
   (బి) $d > u$, అయితే, నత్తపైకిఎక్కినదానికంటేఎక్కువకిందకుజారిపోతుంది. దీనర్థం నత్త పైకి ఎప్పటికీ చేరుకోలేదు.
4. $105 + 21z$ కి.మీ.

AP SCERT

5. 

6. (a) 22 minutes

   (b) The algebraic expression for the time taken to travel from Yahapur to Vahapur = 4t + 6 minutes.

7. (a) 4a + 5b + 10 (b) a -13b -16 (c) 12x + 6 (d) 6x + 15
   (e) h + y (f) 21m – 20n + 5

8. (a) 13d + c – 2 (b) 7f + 4s – 4 (c) 2c – d – 2 (d) –7f – 4s + 3 (e) 0 (f) 0

9. (a) -3a + 15b -32 (b) 16y + 18x -23 (c) 10h -27g + 2
   (d) -(3a + 3b + 32) (e) -13y -13x + 6 (f) 3h -16g + 30

10. (a) 8x + 3y

    One of the examples is-Situation: A fruit seller sells mangoes at ₹8 each and bananas at ₹3 each. If a customer buys x mangoes and y bananas. The total cost would be 8x +3y.

    (b) 15x - 2x

    Situation: A shopkeeper has 15 pencils in a packet. The cost of one pencil is ₹x. Two pencils in the packet are not sold. Find the amount received for this packet.

11. If the rope is folded 10 times and cut, we get 10 + 2 = 12 pieces. In the same way, when the rope is folded r times and cut, we get r + 2 pieces.

12. 31, 4 + 3 (w -1)

13. For Position 90: $\frac{90}{4}$ For Position 343: $\frac{343}{4}$

    The colour is Yellow. The colour is Green

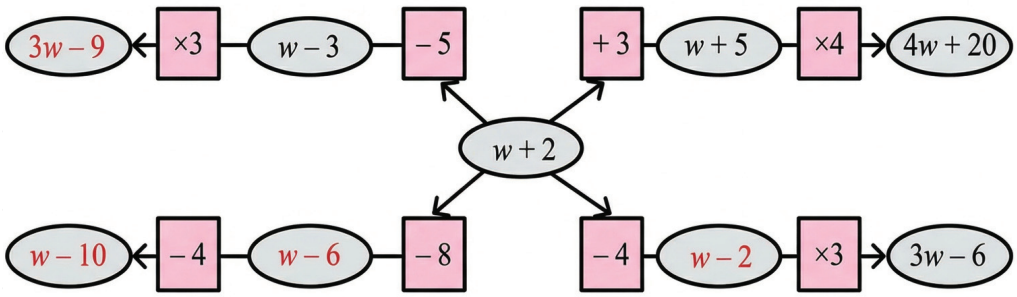
    For Position 190: $\frac{190}{4}$

    The colour is Yellow

    Expressions: In general, 4n-3 positions for red light, 4n-1 position for green light and 2n position for yellow light.

AP SCERT

5.



6. (ఎ) 22 నిమిషాలు

(బి) యహాపూర నుండి వహాపూరకు ప్రయాణం చేయడానికి పట్టే సమయానికి బీజగణిత సమాసం = 4t + 6 నిమిషాలు

7. (ఎ) 4a + 5b + 10 (బి) a -13b -16 (సి) 12x + 6 (డి) 6x + 15

(ఇ) h + y (ఎఫ్) 21m – 20n + 5

8. (ఎ) 13d + c – 2 (బి) 7f + 4s – 4 (సి) 2c – d – 2 (డి) –7f – 4s + 3 (ఇ) 0 (ఎఫ్) 0

9. (ఎ) -3a + 15b -32 (బి) 16y + 18x -23 (సి) 10h -27g + 2

(డి) -(3a + 3b + 32) (ఇ) -13y -13x + 6 (ఎఫ్) 3h -16g + 30

10. (ఎ) 8x + 3y

ఒక ఉదాహరణ ఏమిటంటే – సందర్భం: ఒక పండ్ల వ్యాపారి మామిడి పండ్లను ₹8 చొప్పున మరియు అరటిపండ్లను ₹3 చొప్పున అమ్ముతాడు. ఒక కొనుగోలుదారుడు x మామిడి పండ్లు మరియు y అరటిపండ్లు కొంటే, మొత్తం ధర 8x + 3y అవుతుంది.

(బి) 15x - 2x

సందర్భం: ఒక దుకాణదారుడి వద్ద ఒక ప్యాకెట్లో 15 పెన్సిళ్ళు ఉన్నాయి. ఒక పెన్సిల్ధర ₹x. ఆ ప్యాకెట్లో 2 పెన్సిళ్ళు అమ్ముడుకావు. ఈ ప్యాకెట్కు వచ్చిన మొత్తం ఎంత?

11. తాడును 10 సార్లు మడిచి కత్తిరిస్తే, 10 + 2 = 12 ముక్కలు వస్తాయి. అదేవిధంగా, తాడును r సార్లు మడిచి కత్తిరిస్తే, r + 2 ముక్కలు వస్తాయి.

12. 31, 4 + 3 (w -1)

13. స్థానం 90 కోసం: $\frac{90}{4}$ రంగు పసుపు

స్థానం 343 కోసం: $\frac{343}{4}$ రంగు ఆకుపచ్చ

స్థానం 190 కోసం: $\frac{190}{4}$ రంగు పసుపు

ప్రతి రంగు కోసం స్థానాలను వివరించే సమాసాలు:

సాధారణంగా, 4n–3 స్థానాలు ఎరుపు రంగుకు, 4n–1 స్థానాలు ఆకుపచ్చ రంగుకు మరియు 2n స్థానాలు పసుపు రంగుకు.

AP SCERT

14. No. of Squares in Step 4 = 17, No. of Squares in Step 10 = 41, No. of Squares in Step 50 = 201

So, general formula = 5 + (n -1) × 4 = 4n + 1 No. of vertices = 16n + 4.

15. (a) 4 × (r -1) + c

(b) (i) r = 31 and c = 4

(ii) 147 will appear at row 37 and column 3

(iii) 201 will appear at row 51 and column 1.

(c) The number that appears in row r and column c is 4(r -1) + c.

(d) The pattern in the columns in which multiples of 3 appear, follow a repeating sequence of column number: 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, ... as shown.

Do you see any pattern in it? List other patterns that you see.

1. All numbers in Column 4 are multiples of 4.
2. Even numbers always appear in column 2 and column 4.
3. Odd numbers always appear in column 1 and column 3. Find some more!

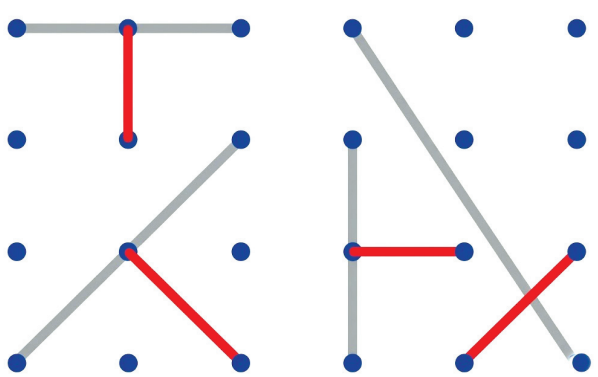
AP SCERT

Figure it out - 5.1

1.	Linear Pairs	∠a and ∠b, ∠b and ∠c, ∠c and ∠d, ∠d and ∠a
	Pairs of Vertically Opposite Angles	∠b and ∠d, ∠a and ∠c

Figure it out - 5.2

1.



14. సోపానం4 లో చతురస్రాల సంఖ్య = 17, సోపానం 10 లో చతురస్రాల సంఖ్య = 41, సోపానం 50 లో చతురస్రాల సంఖ్య = 201

కాబట్టి, సాధారణ సూత్రం = $5 + (n - 1) \times 4 = 4n + 1$

శీర్షాల సంఖ్య = $16n + 4$

15. (ఎ) $4 \times (r - 1) + c$

(బి) (i) $r = 31$ మరియు $c = 4$

(ii) 147 అడ్డువరుస 37 మరియు నిలువు వరుస 3 లో కనిపిస్తుంది.

(iii) 201 అడ్డువరుస 51 మరియు నిలువు వరుస 1 లో కనిపిస్తుంది.

(సి) అడ్డువరుస 'r' మరియునిలువువరుస 'c' లో కనిపించే సంఖ్య $4(r - 1) + c$.

(డి) 3 యొక్క గుణ కాల స్థానాల నిలువు వరుసల నమూన పునరావృత అనుక్రమాన్ని అనుసరిస్తుంది: 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, ... చూపినట్లు.

మీరు ఏదైనా నమూనా చూస్తున్నారా? మీరు చూసే ఇతర నమూనాలను జాబితా చేయండి.

1. నిలువు వరుస 4 లోని అన్ని సంఖ్యలు 4 యొక్క గుణకాలు.
2. సరి సంఖ్యలు ఎల్లప్పుడూ నిలువు వరుస 2 మరియు నిలువు వరుస 4 లో కనిపిస్తాయి.
3. బేసి సంఖ్యలు ఎల్లప్పుడూ నిలువు వరుస 1 మరియు నిలువు వరుస 3 లో కనిపిస్తాయి. మరిన్ని కనుగొనండి!

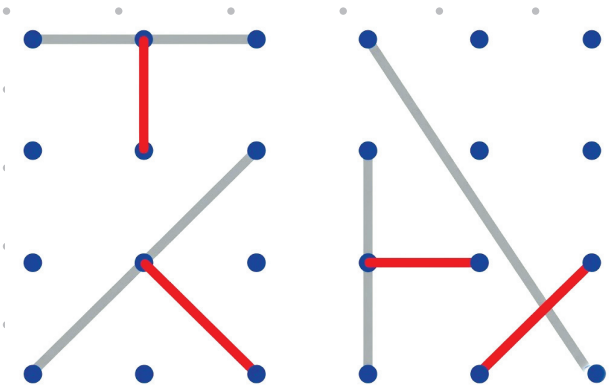
ఆలోచించండి-చేయండి - 5.1

1.

రేఖీయ ద్వయం	$\angle a$ and $\angle b$, $\angle b$ and $\angle c$, $\angle c$ and $\angle d$, $\angle d$ and $\angle a$
శీర్షాభిముఖ కోణాల జతలు	$\angle b$ and $\angle d$, $\angle a$ and $\angle c$

ఆలోచించండి-చేయండి - 5.2

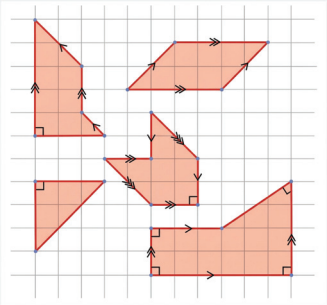
1.



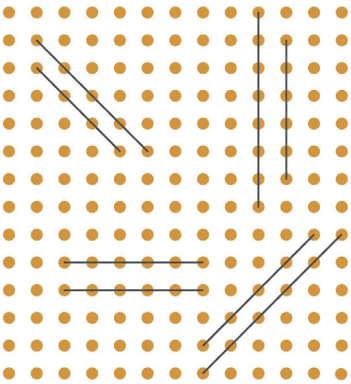
AP SCERT

2. (a) The vertical and horizontal lines on the grid paper meet at a 90° angle (a right angle)

   (b) By identifying lines that always remain the same distance apart.



3. Some of the lines are:

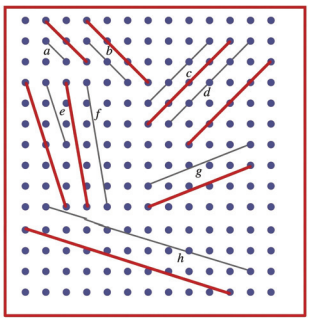


4. Some of the lines are:

   (a) Yes

   (b) Line segments e, f, h, and g.

   (c) Parallel lines are drawn by keeping them equidistant from the given line.

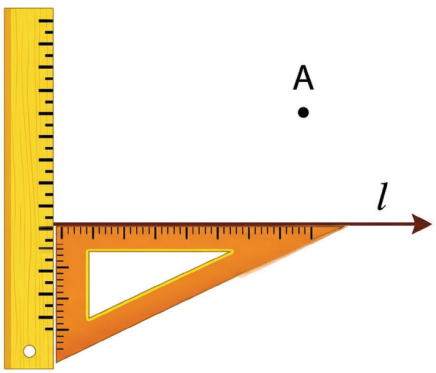


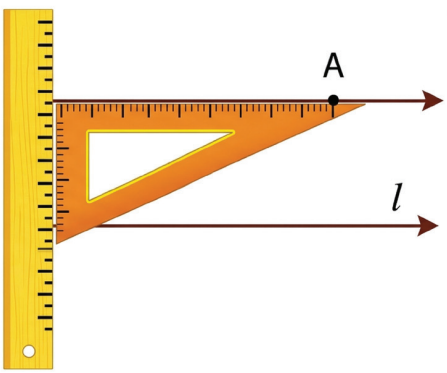
5. In the given figure, line c is parallel to line a because these two lines are always at the same distance apart.

AP SCERT

Figure it out - 5.3

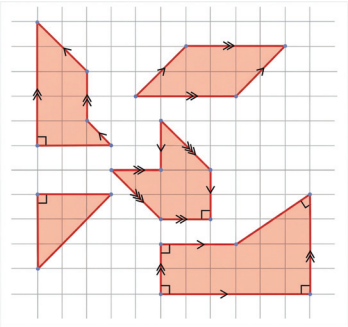
1. Tools required: Ruler, Set-squares (right-angled triangle), Pencil, eraser



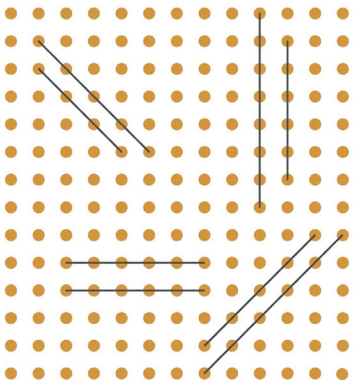


2. (ఎ) గ్రిడ్ పేపర్‌పై ఉండే నిలువు మరియు అడ్డు గీతలు 90° కోణం (లంబ కోణం) వద్ద కలుస్తాయి.

(బి) ఎల్లప్పుడూ ఒకే దూరంలో ఉండే రేఖలను గుర్తించడం ద్వారా.



3. కొన్ని రేఖలు:

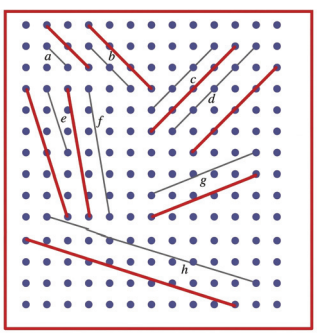


4. కొన్ని రేఖలు:

(ఎ) అవును

(బి) రేఖాఖండాలు e, f, h, మరియు g.

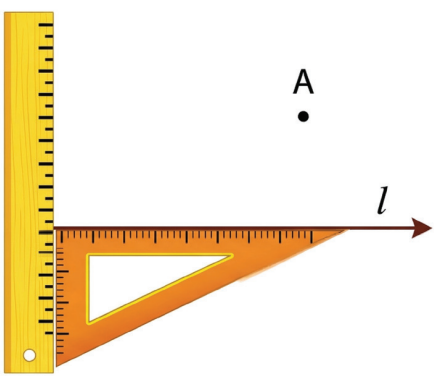
(సి) సమాంతర రేఖలుఇచ్చిన రేఖ నుండి సమాన దూరంలో ఉండేలా గీయబడతాయి.

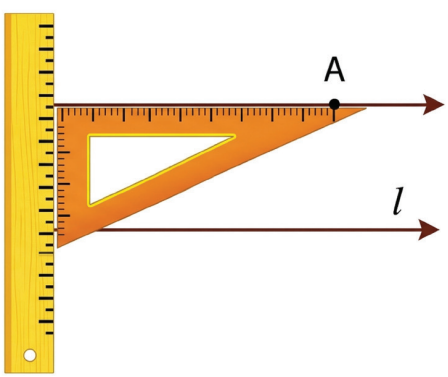


5. ఇచ్చిన పటంలో, రేఖ 'c' రేఖ 'a' కు సమాంతరంగా ఉంటుంది, ఎందుకంటే ఈ రెండు రేఖలు ఎల్లప్పుడూ ఒకదానికొకటి సమాన దూరంలో ఉంటాయి.

ఆలోచించండి-చేయండి - 5.3

1. అవసరమైన పరికరాలు: స్కేలు, మూలమట్టాలు, పెన్సిల్, రబ్బరు.





AP SCERT

Steps:

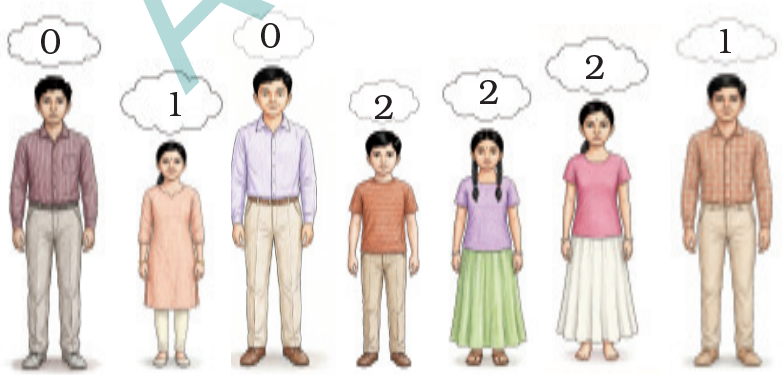
1. Place the set square so that one side is along the line l.
2. Hold the ruler against the other side of the set square so that the ruler won't move.
3. Slide the set square along the ruler until one side reaches point A.
4. Draw a line along the edge of the set square through point A.
5. This new line is parallel to line l and passes through point A.

Figure it out - 5.4

1. $\angle a = 48°$ $\angle b = 52°$ $\angle c = 81°$ $\angle d = 99°$
   $\angle e = 69°$ $\angle f = 48°$ $\angle g = 122°$ $\angle h = 75°$
   $\angle i = 54°$ $\angle j = 97°$
2. (i) 138° (ii) 118° (iii) 105° (iv) 23°
3. (i) $\angle x = 25°$, $\angle y = 155°$ (ii) $\angle x = 25°$
4. $\angle GEH = 45°$; $\angle HEF = 57°$; $\angle FED = 78°$
5. $\angle x = \angle y = 125°$ [Corresponding Angles]
6. $\angle NOP = 108°$

Figure it out - 6.1

1. (a) From the cutouts at the back of the book we have → F, C, B, G, A, D, E May also like to draw this way -



2. (a) Only sometimes true (b) Always true
   (c) Always true (d) Only sometimes true
   (e) Only sometimes true
   (f) The largest possible number ina group of 8 people is 7

AP SCERT

సోపానాలు:

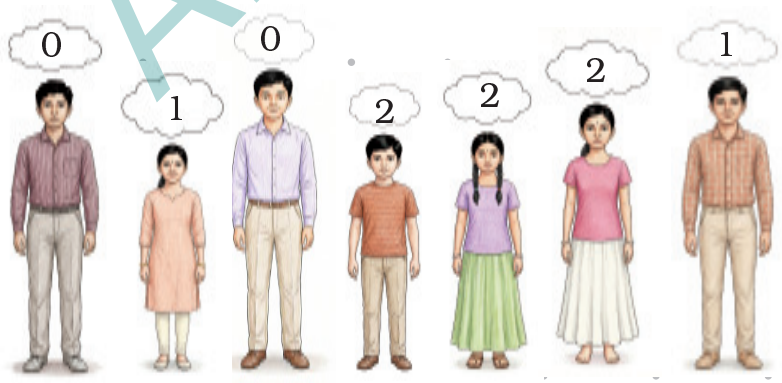
1. మూలమట్టం యొక్క ఒక భుజం 'l' రేఖ వెంబడి ఉండేలా అమర్చండి.
2. మూలమట్టం యొక్క రెండో భుజం ఆనుకుని స్కేలును ఉంచండి, తద్వారా స్కేలు కదలకుండా ఉంటుంది.
3. మూలమట్టం యొక్క ఒక భుజం బిందువు 'A' ని చేరే వరకు, స్కేలు వెంబడి మూలమట్టాన్ని నెమ్మదిగా జరపండి.
4. మూలమట్టం అంచు వెంబడి బిందువు 'A' గుండా ఒక రేఖను గీయండి.
5. ఈ కొత్త రేఖ, రేఖ 'l' కు సమాంతరంగా ఉంటూ బిందువు 'A' గుండా వెళుతుంది.

ఆలోచించండి-చేయండి - 5.4

1. $\angle a = 48^\circ$ $\angle b = 52^\circ$ $\angle c = 81^\circ$ $\angle d = 99^\circ$
   $\angle e = 69^\circ$ $\angle f = 48^\circ$ $\angle g = 122^\circ$ $\angle h = 75^\circ$
   $\angle i = 54^\circ$ $\angle j = 97^\circ$
2. (i) 138° (ii) 118° (iii) 105° (iv) 23°
3. (i) $\angle x = 25^\circ$, $\angle y = 155^\circ$ (ii) $\angle x = 25^\circ$
4. $\angle GEH = 45^\circ$; $\angle HEF = 57^\circ$; $\angle FED = 78^\circ$
5. $\angle x = \angle y = 125^\circ$ [సదృశ కోణాలు]
6. $\angle NOP = 108^\circ$

ఆలోచించండి-చేయండి - 6.1

1. (ఎ) పుస్తకం వెనుక ఉన్న కటౌట్స్ నుండి మనకు F, C, B, G, A, D, E వచ్చాయి. వీటిని ఈ విధంగా కూడా గీయవచ్చు



2. (ఎ) కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిజం (బి) ఎల్లప్పుడూ నిజం
   (సి) ఎల్లప్పుడూ నిజం (డి) కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిజం
   (ఇ) కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిజం
   (ఎఫ్) 8 మంది వ్యక్తులు ఉన్న సమూహంలో ఉండగలిగే అతి పెద్ద సంఖ్య 7.

AP SCERT

Figure it out - 6.2

1. (a) Even Number (b) Even Number
   (c) Even Number (d) Even number
2. Lasya must have made a mistake!
   The total can never be ₹205 with the given coin counts.
3. (d) Even (e) Even (f) Odd (g) Odd

Figure it out - 6.3

1. There is exactly one unique magic square with numbers 1-9, if we ignore rotations and reflections

8	1	6
3	5	7
4	9	2

2. We will add 1 to every number in the magic square in Q.1

9	2	7
4	6	8
5	10	3

3. Consider the magic square.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

   (a) After increasing each number by 1:

9	2	7
4	6	8
5	10	3

   This is still a magic square.

AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 6.2

1. (ఎ) సరి సంఖ్య (బి) సరి సంఖ్య
   (సి) సరి సంఖ్య (డి) సరి సంఖ్య
2. "లాస్య ఖచ్చితంగా తప్పు చేసి ఉండాలి! ఇచ్చిన నాణేల సంఖ్యతో మొత్తం ఎప్పటికీ ₹205 కాదు
3. (డి) సరి సంఖ్య (ఇ) సరి సంఖ్య (ఎఫ్) బేసి సంఖ్య (జి) బేసి సంఖ్య

ఆలోచించండి-చేయండి - 6.3

1. "భ్రమణాలు మరియు ప్రతిబింబాలను వదిలేస్తే, 1 నుండి 9 వరకు ఉన్న సంఖ్యలతో కేవలం ఒకే ఒక ప్రత్యేకమైన 'మాయా చతురస్రం' ఉంటుంది."

8	1	6
3	5	7
4	9	2

2. 'మొదటి ప్రశ్నలోని (Q.1) మాయా చతురస్రంలోని ప్రతి సంఖ్యకు మనం 1 ని కలుపుతాము.

9	2	7
4	6	8
5	10	3

3. ఈ మాయా చతురస్రాన్ని గమనించండి.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

(ఎ) ప్రతి సంఖ్యను 1 పెంచిన తర్వాత:

9	2	7
4	6	8
5	10	3

ఇది ఇప్పటికీ ఒక మాయా చతురస్రమే.

AP SCERT

(b) After Doubling each number:

16	2	12
6	10	14
8	18	4

This is still a magics quare

In case (a), magic sum is increased by 3 times that constant. (i.e., 1)

In case (b), magic sum is multiplied by that constant. (i.e., 2)

4. Operations like Addition, subtraction, multiplication and division can be performed on a magic square to yield another magic square.

5. Magic square with numbers1-9:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Magic square with numbers 2 - 10 can be created by adding 1 to each number of the magic square 1 - 9.

9	2	7
4	6	8
5	10	3

Magic square with numbers 3 - 11 can be created by adding 2 to each number of the magic square 1 - 9.

Magic square with numbers 9 - 17 can be created by adding 8 to each number of the magic square 1 - 9.

Figure it out - 6.4

1.

28	21	26
23	25	27
24	29	22

AP SCERT

(బి) ప్రతి సంఖ్యను రెట్టింపు చేసిన తర్వాత:

16	2	12
6	10	14
8	18	4

ఇది ఇప్పటికీ ఒక మాయా చతురస్రమే.

(ఎ) సందర్భంలో, మాయా మొత్తం ఆ స్థిర సంఖ్యకు (అంటే ఇక్కడ 1) మూడు రెట్లు పెరుగుతుంది.

(బి) సందర్భంలో, మాయా మొత్తం ఆ స్థిర సంఖ్యతో (అంటే ఇక్కడ 2 తో) గుణించబడుతుంది.

4. "ఒక మాయా చతురస్రంపై సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం మరియు భాగహారంవంటి ప్రక్రియలను చేయడం ద్వారా మరొక కొత్త మాయా చతురస్రాన్ని పొందవచ్చు."

8	1	6
3	5	7
4	9	2

5. 1 నుండి 9 సంఖ్యలతో కూడిన మాయా చతురస్రం:

"1 నుండి 9 సంఖ్యలతో ఉన్న మాయా చతురస్రంలోని ప్రతి సంఖ్యకు 1 కలపడం ద్వారా, 2 నుండి 10 సంఖ్యలతో కూడిన మాయా చతురస్రాన్ని సృష్టించవచ్చు."

9	2	7
4	6	8
5	10	3

"1 నుండి 9 సంఖ్యలతో ఉన్న మాయా చతురస్రంలోని ప్రతి సంఖ్యకు 2 కలపడం ద్వారా, 3 నుండి 11 సంఖ్యలతో కూడిన మాయా చతురస్రాన్ని రూపొందించవచ్చు."

"1 నుండి 9 సంఖ్యలతో ఉన్న మాయా చతురస్రంలోని ప్రతి సంఖ్యకు 8 కలపడం ద్వారా, 9 నుండి 17 సంఖ్యలతో కూడిన మాయా చతురస్రాన్ని రూపొందించవచ్చు."

ఆలోచించండి-చేయండి - 6.4

1.

28	21	26
23	25	27
24	29	22

AP SCERT

2. The expression obtained = 3 × m

where mis the letter - number representing the number in the centre.

3. (a)

m+4	m-3	m+2
m-1	m+1	m+3
m	m+5	m-2

(b)

2m+6	2m-8	2m+2
2m-4	2m	2m+4
2m-2	2m+8	2m-6

4.

23	16	21
18	20	22
19	24	17

5. Yes, it is possible.

24	3	18
9	15	21
12	27	6

Figure it out - 6.5

1. The bulb wil lbe OFF.
2. Each sheet has two pages, one with an even number and the other with an odd number.

   Since there are 50 sheets, so there will be fifty pages with an even number and 50 pages with an odd number

   The sum of the even numbers is even.

   The sum of the odd numbers taken even number of times is also even.

   Thus, 6000 being even, it is possible that sum of all the page numbers of the loose sheets could be 6000.
3. One of the ways is-

o	e	e	o
o	e	o	e
e	e	o	

4. One of the such magic squares is-

3	-4	1
-2	0	2
-1	4	-3

5. (a) Even (b) Even (c) Even (d) Odd
6. The parity is even. [Hint- Add numbers from 1 to 100.]

AP SCERT

2. పొందిన. సమాసం = $3 \times m$

(ఇక్కడ ఎ అనేది మధ్యలో ఉన్న సంఖ్యను సూచించే అక్షరం-సంఖ్య).

3. (ఎ)

m+4	m-3	m+2
m-1	m+1	m+3
m	m+5	m-2

(బి)

2m+6	2m-8	2m+2
2m-4	2m	2m+4
2m-2	2m+8	2m-6

4.

23	16	21
18	20	22
19	24	17

5. Yes, it is possible.

24	3	18
9	15	21
12	27	6

ఆలోచించండి-చేయండి - 6.5

1. బల్బ్ ఆరిపోయి ఉంటుంది

2. ప్రతి షీట్ కు రెండు పేజీలు ఉంటాయి, అందులో ఒకటి సరి సంఖ్య, మరొకటి బేసి సంఖ్య . మొత్తం 50 షీట్లు ఉన్నందున, 50 సరి సంఖ్యలు గల పేజీలు మరియు 50 బేసి సంఖ్యలు గల పేజీలు ఉంటాయి.

   సరి సంఖ్యల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ సరి సంఖ్యే అవుతుంది.

   "బేసి సంఖ్యలను సరి సంఖ్యలన్ని సార్లు కూడితే వచ్చే మొత్తం కూడా సరి సంఖ్యే అవుతుంది. కాబట్టి, 6000 అనేది సరి సంఖ్య అయినందున, విడి కాగితాల పేజీ సంఖ్యల మొత్తం 6000 అయ్యే అవకాశం ఉంది."

3. ఒక పద్ధతి ఏమిటంటే...

o	e	e	o
o	e	o	e
e	e	o	

4. అలాంటి మాయా చతురస్రాలలో ఒకటి -

3	-4	1
-2	0	2
-1	4	-3

5. (ఎ) సరి సంఖ్య (బి) సరి సంఖ్య (సి) సరి సంఖ్య (డి) బేసి సంఖ్య

6. పారిటీ సరి సంఖ్య. (సూచన- 1 నుండి 100 వరకు గల సంఖ్యలను కూడండి.)``

AP SCERT

7. The next two numbers are:

987+1597 = 2584

1597+2584 = 4181

The previous two numbers are:

1597-987=610

987-610=377

The sequenceis...,377,610,987,1597,2584,4181,...

8.

DifferentWays	Numberofways
1,1,1,1,1,1,1,1	1
1,1,1,1,1,1,2 1,1,1,1,1,2,1 . . .	7
1,1,1,1,2,2 1,1,1,2,1,2 . . .	15
1,1,2,2,2 1,2,2,2,1 . . .	10
2,2,2,2	1

So, the total ways in which chakravarthi reaches the top = 1 + 7 + 1 5 + 10 + 1 = 34 ways.

9. Consider the Virahanka sequence given below:
1,2,3,5,8,13,21,34, 55,89,144,233,377,610,987,....
The pattern of odd/even in Virahanka numbers is:
O,E,O,O,E,O...
So the 20th term of the Virahanka sequence is even.

10. (a) True (b) False (c) True (d) False

11. U = 9, T = 1 and A = 0.

AP SCERT

7. తరువాతి రెండు సంఖ్యలు: దీనికి ముందున్న రెండు సంఖ్యలు:

987+1597 = 2584 1597-987=610

1597+2584 = 4181 987-610=377

ఆ సంఖ్యా శ్రేణి ...,377,610,987,1597,2584,4181,...

8.

విభిన్న మార్గాలు	మార్గాల సంఖ్య
1,1,1,1,1,1,1,1	1
1,1,1,1,1,1,2 1,1,1,1,1,2,1 . . .	7
1,1,1,1,2,2 1,1,1,2,1,2 . . .	15
1,1,2,2,2 1,2,2,2,1 . . .	10
2,2,2,2	1

కాబట్టి, చక్రవర్తి పైకి చేరుకోవడానికి గల మొత్తం మార్గాలు = 1 + 7 + 15 + 10 + 1 = 34 మార్గాలు

9. క్రింద ఇవ్వబడిన విరాహంక శ్రేణిని గమనించండి:

1,2,3,5,8,13,21,34, 55,89,144,233,377,610,987,.....

విరాహంక సంఖ్యలలో బేసి/సరి సంఖ్యల క్రమం ఇలా ఉంది:

O,E,O,O,E,O...

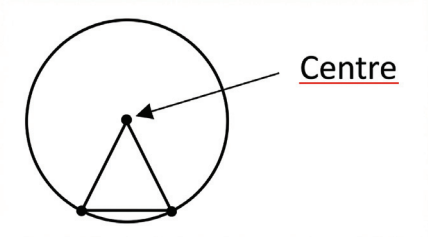
బేసి, సరి, బేసి, బేసి, సరి, బేసి ...

10. (ఎ) సత్యం (బి) అసత్యం (సి) సత్యం (డి) అసత్యం

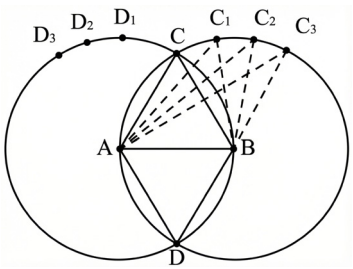
11. U = 9, T = 1 మరియు A = 0.

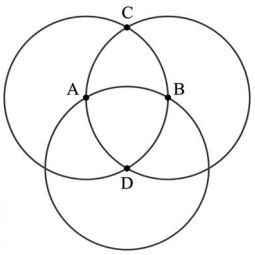
AP SCERT

Figure it out - 7.1

1. 

One Such diagram is this, Try for more

2. 



Take points C, C_1, C_2, C_3... on the circle with centre B. The triangles ABC, AC_1B, AC_2B, ... are isosceles triangle. Similarly for points D_1, D_2, D_3 ... ΔADB,
ΔAD_1B, ΔAD_2B,... are isosceles triangles.
ΔABC and ΔADB are equilateral triangle. Similarly it can be done for the other figure.

Figure it out - 7.2

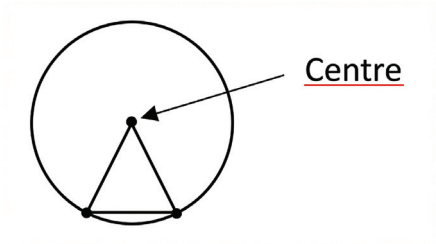
1. Heres um of the two sides (i.e 3 cm and 4 cm) is less than the third side (i.e 8 cm). Similarly for sides of lengths 2cm, 3cm and 6cm, 2+3<6. So, in both cases triangles are not possible.
2. (a) A triangle does not exist (b) A triangle does not exist
   (c) A triangle does not exist
3. Somesetsare7, 10, 15; 12, 14, 18

Figure it out - 7.3

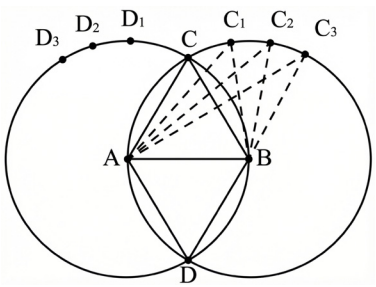
1. (a) Since 2 + 2 < 5. So, these are not the side lengths of a triangle.
   (b) Since 3 < 4 + 6, 4 < 6 + 3 and 6 < 3 + 4.These are the side lengths of a triangle.
   (c) 8 > 2 + 4. So, theseare not the side lengths of a triangle.
   (d) Since 5 < 5 + 8, 8 < 5 + 5.These are the side lengths of a triangle.
   (e) Since 10 < 20 + 25, 20 < 25 +10 and 25 < 10 + 20. These are the side lengths of a triangle.
   (f) 35 > 10 + 20. So, these are not the side lengths of a triangle.
   (g) Since 24 < 26 + 28, 26 < 28 + 24 and 28 < 24 + 26. These are the side lengths of a triangle.

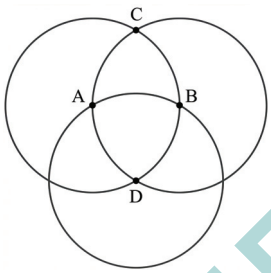
AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.1

1. 

అలాంటి ఒక రేఖాచిత్రం ఇది, మరిన్నింటి కోసం ప్రయత్నించండి

2. 



B కేంద్రంగా గల వృత్తంపై C; C_1, C_2, C_3... బిందువులను తీసుకోండి. ABC, AC_1B, AC_2B త్రిభుజాలు సమద్విబాహు త్రిభుజాలు. అదేవిధంగా D_1, D_2, D_3 ... ΔADB, బిందువులకు కూడా, ΔAD_1B, ΔAD_2B, ... అనేవి సమద్విబాహు త్రిభుజాలు.

ΔABC మరియు ΔADB లు సమబాహు త్రిభుజాలు. అదే విధంగా రెండవ చిత్రానికి కూడా చేయవచ్చు..

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.2

1. ఇక్కడ రెండు భుజాల మొత్తం (అంటే 3 సెం.మీ మరియు 4 సెం.మీ) మూడవ భుజం (అంటే 8 సెం.మీ) కంటే తక్కువ. అదేవిధంగా 2 సెం.మీ, 3 సెం.మీ మరియు 6 సెం.మీ పొడవు గల భుజాలకు, $2 + 3 < 6$. కాబట్టి, ఈ రెండు సందర్భాలలోనూ త్రిభుజాలు సాధ్యం కాదు.
2. (ఎ) త్రిభుజం ఉనికిలో లేదు (బి) త్రిభుజం ఉనికిలో లేదు
   (సి) త్రిభుజం ఉనికిలో లేదు
3. కొన్ని సెట్లు 7, 10, 15, 12, 14, 18

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.3

1. (ఎ) $2 + 2 < 5$. కాబట్టి, ఇవి త్రిభుజం యొక్క భుజాల పొడవులు కావు.
   (బి) $3 < 4 + 6$ కాబట్టి, $4 < 6 + 3$ మరియు $6 < 3 + 4$. ఇవి ఒక త్రిభుజం యొక్క భుజాల పొడవులు.
   (సి) $8 > 2 + 4$. కాబట్టి, ఇవి త్రిభుజం యొక్క భుజాల పొడవులు కావు.
   (డి) $5 < 5 + 8$ మరియు $8 < 5 + 5$ కావున, ఇవి ఒక త్రిభుజం యొక్క భుజాల పొడవులు.
   (ఇ) $10 < 20 + 25$, $20 < 25 + 10$ మరియు $25 < 10 + 20$ కావున, ఇవి ఒక త్రిభుజం యొక్క భుజాల పొడవులు.
   (ఎఫ్) $35 > 10 + 20$. కాబట్టి, ఇవి త్రిభుజం యొక్క భుజాల పొడవులు కావు.
   (జి) $24 < 26 + 28$, $26 < 28 + 24$ మరియు $28 < 24 + 26$ కావున, ఇవి ఒక త్రిభుజం యొక్క భుజాల పొడవులు.

AP SCERT

Figure it out - 7.4

1. (a) A triangle exists. (b) A triangle cannot exists.
   (c) A triangle cannot be constructed. (d) A triangle exists.
2. There exists an equilateral triangle with sides 50, 50, 50 because each length < sum of the other two lengths. There exists an equilateral triangle of any side length.
3. (a) 99.5,100,100.7,100.5,99.4. (b) 5,4,3,4.9,1
   (c) 5,8,7,6.4,6
   Try some more lengths.

Figure it out - 7.7

1.

	Triangle is possible	Triangle is not possible
(a) 30°	Another angle should be less than 150°. It could be 50° or 90°. Find the third angle in each case.	Another angle should be greater than or equal to 150°. It could be 150° or 170°.
(b) 70°	Another angle should be lessthan 110°. It could be 60° or 80°. Find the third angle in each case.	Another angle should be greater than or equal to 110°. It could be 140° or 120°.
(c) 54°	Another angle should be less than 126°. It could be 90° or 64°. Find the third angle in each case.	Another angle should be greater than or equal to126°. It could be 134° or 154°.
(d) 144°	Another angle should be less than 36°. It could be 20° or 35°. Find the third angle in each case.	Another angle should be greater than or equal to 36°. It could be 36° or 90°.

2. (a) This pair cannot form angles of a triangle.
   (b) This pair of angles can be the angles of a triangle.
   (c) This pair of angles can be the angles of a triangle.
   (d) This pair cannot form angles of a triangle.

AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.4

1. (ఎ) ఒక త్రిభుజం ఉంది. (బి) త్రిభుజం ఉనికిలో ఉండదు.
   (సి) త్రిభుజాన్ని నిర్మించలేము. (డి) ఒక త్రిభుజం ఉంది.
2. ప్రతి భుజం పొడవు మిగిలిన రెండు భుజాల పొడవుల మొత్తం కంటే తక్కువగా ఉన్నందున, 50, 50, 50 భుజాలు గల ఒక సమబాహు త్రిభుజం ఉంటుంది. ఏ భుజం పొడవు గలదైనా ఒక సమబాహు త్రిభుజం ఉంటుంది.
3. (ఎ) 99.5,100,100.7,100.5,99.4. (బి) 5,4,3,4.9,1
   (సి) 5,8,7,6.4,6
   మరి కొన్ని పొడవులను ప్రయత్నించండి.

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.7

1.

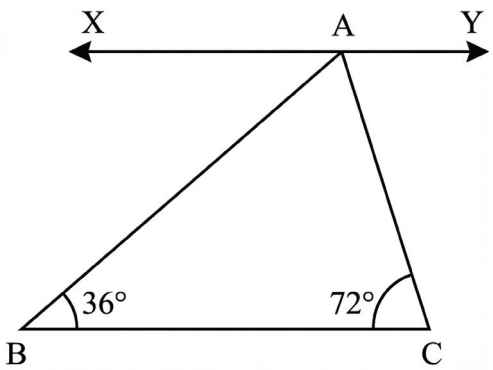
	త్రిభుజం సాధ్యమే	త్రిభుజం సాధ్యం కాదు
(ఎ) 30°	మరొక కోణం 150° కంటే తక్కువగా ఉండాలి. అది 50° లేదా 90° కావచ్చు. ప్రతి సందర్భంలో మూడవ కోణాన్ని కనుగొనండి.	మరొక కోణం 150° కంటే ఎక్కువగా లేదా సమానంగా ఉండాలి. అది 150° లేదా 170° కావచ్చు.
(బి) 70°	మరొక కోణం 110° కంటే తక్కువగా ఉండాలి. అది 60° లేదా 80° కావచ్చు. ప్రతి సందర్భంలో మూడవ కోణాన్ని కనుగొనండి.	మరొక కోణం 110° కంటే ఎక్కువగా లేదా సమానంగా ఉండాలి. అది 140° లేదా 120° కావచ్చు.
(సి) 54°	మరొక కోణం 126° కంటే తక్కువగా ఉండాలి. అది 90° లేదా 64° కావచ్చు. ప్రతి సందర్భంలో మూడవ కోణాన్ని కనుగొనండి.	మరొక కోణం 126° కంటే ఎక్కువగా లేదా సమానంగా ఉండాలి. అది 134° లేదా 154° కావచ్చు.
(డి) 144°	మరొక కోణం 36° కంటే తక్కువగా ఉండాలి. అది 20 లేదా 35° కావచ్చు. ప్రతి సందర్భంలో మూడవ కోణాన్ని కనుగొనండి.	మరొక కోణం 36° కంటే ఎక్కువగా లేదా సమానంగా ఉండాలి. అది 36° లేదా 90° కావచ్చు.

2. (ఎ) ఈ జత త్రిభుజంలోని కోణాలను ఏర్పరచదు.
   (బి) ఈ కోణాల జత ఒక త్రిభుజంలోని కోణాలు కావచ్చు.
   (సి) ఈ కోణాల జత ఒక త్రిభుజంలోని కోణాలు కావచ్చు.
   (డి) ఈ జత త్రిభుజంలోని కోణాలను ఏర్పరచదు.

AP SCERT

Figure it out - 7.8

1. a)



Consider ΔABC, Draw line XY parallel to line BC so AB and AC become transversals.

Therefore ∠XAB = ∠B = 36° and ∠YAC = ∠C = 72° (Alternate Angles)

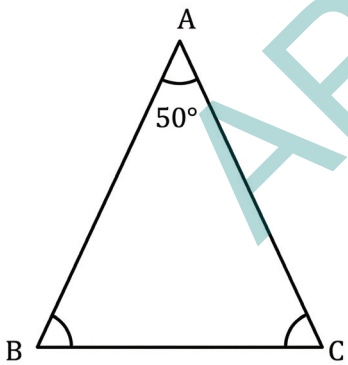
On line XY - ∠XAB + ∠BAC + ∠YAC = 180° So, ∠BAC=72°

(b) 15° (c) 60° (d) 60°

2. No, such triangle is not possible.

- 40°
- 60°

3.

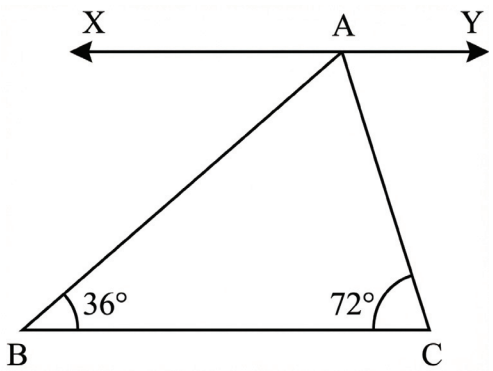


∠B = ∠C = 65°

AP SCERT

ఆలోచించండి-చేయండి - 7.8

1. (ఎ) ఇక్కడ (a) కి పరిష్కారం ఇవ్వబడింది. మిగిలినవి మీరు పరిష్కరించండి.



ΔABC ని పరిగణించండి; BC రేఖకు సమాంతరంగా XY రేఖను గీయండి, తద్వారా AB మరియు AC లు తిర్యగ్రేఖలు అవుతాయి.

అందువల్ల $\angle XAB = \angle B = 36°$ మరియు $\angle YAC = \angle C = 72°$ (ఏకాంతర కోణాలు)

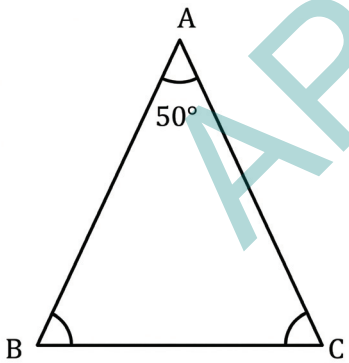
రేఖపై XY - $\angle XAB + \angle BAC + \angle YAC = 180°$ కాబట్టి, $\angle BAC = 72°$

(బి) 15° (సి) 60° (బి) -60°

2. లేదు, అటువంటి త్రిభుజం సాధ్యం కాదు.

- 40°
- 60°

3.



$\angle B = \angle C = 65°$

AP SCERT

INTEGRATING ARTIFICIAL INTELLIGENCE (AI)

F5B5L4

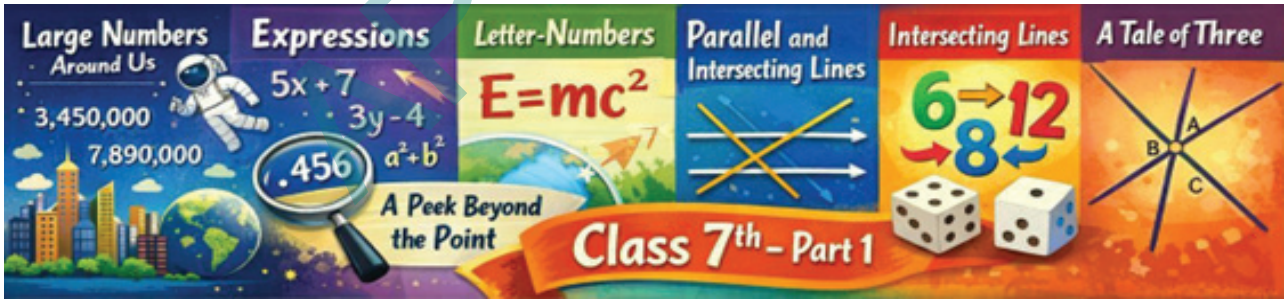
Learning Outcomes : The student will be able to:

1. Recognise and extend patterns and sequences, connecting them to how AI systems learn from data to make predictions.
2. Write and interpret linear equations as prediction models, relating variables to input-output relationships in AI systems.
3. Find patterns and connections in data and use rounding to make real-life predictions.
4. Calculate and interpret averages (mean, median, mode) and explain how AI systems use data summaries for decision-making.

Modern technologies such as smartphones predicting the next word while typing or music apps recommending songs are examples of Artificial Intelligence (AI). Behind these intelligent systems lies mathematics. When we're identify patterns in numbers, use algebraic expressions, calculate averages, or analyse data, they are developing logical thinking skills. AI systems operate in a similar way—they detect patterns, use mathematical equations as models, analyse trends in data, and generate results step by step.

Concepts from numbers, algebra, data handling, and logical reasoning help machines learn and make decisions, just as they help humans understand and interpret the world. In this way, learning mathematics also helps students understand how AI solves real-world problems.

Foundations of AI in Mathematics Learning



This semester's Mathematics chapters develop essential skills such as recognising patterns, using variables, performing operations, analysing data, and applying logical reasoning. These same skills are used in Artificial Intelligence (AI).AI enables machines to study information, recognise patterns, perform calculations, and make decisions using algorithms. The information processed by machines is converted into digital data that computers can understand.

Mathematics is not only about numbers and formulas; it involves pattern recognition, algebraic thinking, data analysis, and logical deduction. These processes help both humans and machines understand the world. Thus, Mathematics is the basic support for Artificial Intelligence, and is the language through which AI thinks.

Disclaimer : "The use of AI tools by students must be strictly under the direct guidance and supervision of teachers and parents / guardians".

NCERT

కృత్రిమ మేధతో అనుసంధానం

C1X9A2

అభ్యసనా ఫలితాలు : విద్యార్థి ఈ క్రింది వాటిని చేయగలరు :

1. నమూనాలు మరియు క్రమాలను గుర్తించి వాటిని విస్తరించడం, మరియు ఈ నమూనాలను Artificial Intelligence వ్యవస్థలు డేటా నుండి నేర్చుకుని అంచనాలు ఎలా చేస్తాయో అనుసంధానం చేయడం.
2. రేఖీయ సమీకరణాలను అంచనా నమూనాలుగా వ్రాయడం మరియు అర్థం చేసుకోవడం, మరియు చరరాశులను ఇన్‌పుట్-అవుట్‌పుట్ సంబంధాలుగా AI వ్యవస్థలలో ఎలా ఉపయోగిస్తారో వివరించడం.
3. డేటాలో నమూనాలు మరియు సంబంధాలను కనుగొనడం, మరియు సవరణను ఉపయోగించి నిజ జీవిత అంచనాలు చేయడం.
4. సగటులను (సరాసరి, మధ్యగతం, బహుళకం) లెక్కించడం మరియు అర్థం చేసుకోవడం, మరియు Artificial Intelligence వ్యవస్థలు ఈ డేటా సారాంశాలను నిర్ణయాలు తీసుకోవడానికి ఎలా ఉపయోగిస్తాయో వివరించడం.

స్మార్ట్‌ఫోన్లు టైప్ చేస్తుండగా తదుపరి పదాన్ని అంచనా వేయడం లేదా మ్యూజిక్ యాప్‌లు పాటలను సిఫారసు చేయడం వంటి ఆధునిక సాంకేతికతలు Artificial Intelligence (AI) యొక్క ఉదాహరణలు. ఈ తెలివైన వ్యవస్థల వెనుక గణితం ఉంటుంది. మనము సంఖ్యలలో నమూనాలను గుర్తించడం, బీజీయ సమాసాలను ఉపయోగించడం, సగటులను లెక్కించడం లేదా డేటాను విశ్లేషించడం చేస్తున్నప్పుడు, మనం తార్కిక ఆలోచనా నైపుణ్యాలను అభివృద్ధి చేస్తున్నాము. AI వ్యవస్థలు కూడా ఇదే విధంగా పనిచేస్తాయి అవి నమూనాలను గుర్తిస్తాయి, గణిత సమీకరణాలను నమూనాలుగా ఉపయోగిస్తాయి, డేటాలో ధోరణులను విశ్లేషిస్తాయి మరియు దశలవారీగా ఫలితాలను ఉత్పత్తి చేస్తాయి.

సంఖ్యలు, బీజగణితం, డేటా నిర్వహణ మరియు తార్కిక ఆలోచన వంటి భావనలు యంత్రాలు నేర్చుకోవడానికి మరియు నిర్ణయాలు తీసుకోవడానికి సహాయపడతాయి. ఇవే భావనలు మనుషులకు ప్రపంచాన్ని అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు విశ్లేషించడానికి కూడా సహాయపడతాయి. ఈ విధంగా, గణితాన్ని నేర్చుకోవడం ద్వారా విద్యార్థులు కూడా AI నిజ జీవిత సమస్యలను ఎలా పరిష్కరిస్తుందో అర్థం చేసుకోగలరు.

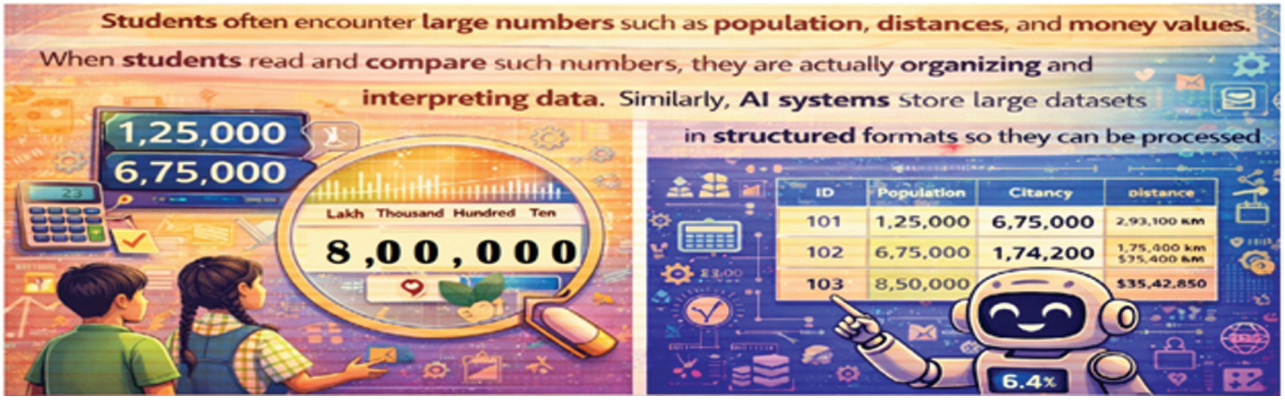
గణిత అభ్యాసంలో Artificial Intelligence యొక్క పునాదులు

ఈ సెమిస్టర్‌లోని గణిత అధ్యాయాలు నమూనాలను గుర్తించడం, వేరియబుల్స్‌ను ఉపయోగించడం, గణిత క్రియలను చేయడం, డేటాను విశ్లేషించడం మరియు తార్కిక ఆలోచనను వినియోగించడం వంటి ముఖ్యమైన నైపుణ్యాలను అభివృద్ధి చేస్తాయి. ఈ నైపుణ్యాలనే Artificial Intelligence (AI)లో కూడా ఉపయోగిస్తారు. AI యంత్రాలకు సమాచారాన్ని అధ్యయనం చేయడం, నమూనాలను గుర్తించడం, గణనలు చేయడం మరియు అల్గోరిథమ్‌ల సహాయంతో నిర్ణయాలు తీసుకోవడం సాధ్యమవుతుంది. యంత్రాలు ప్రాసెస్ చేసే సమాచారాన్ని కంప్యూటర్లు అర్థం చేసుకునే విధంగా డిజిటల్ డేటాగా మార్చబడుతుంది.

గణితం కేవలం సంఖ్యలు మరియు సూత్రాల గురించి మాత్రమే కాదు; ఇది నమూనాల గుర్తింపు, ఆల్జీబ్రా ఆలోచన, డేటా విశ్లేషణ మరియు తార్కిక నిర్ణయాలను కూడా కలిగి ఉంటుంది. ఈ ప్రక్రియలు మనుషులు మరియు యంత్రాలు రెండింటికీ ప్రపంచాన్ని అర్థం చేసుకోవడంలో సహాయపడతాయి. అందువల్ల, గణితం Artificial Intelligence (AI)కు ప్రాథమిక ఆధారం మరియు AI ఆలోచించే భాషగా ఉంటుంది.

డిస్క్లెమర్ : "విద్యార్థులు AI సాధనాలను ఉపాధ్యాయుల, తల్లిదండ్రుల / సంరక్షకుల ప్రత్యక్ష మార్గదర్శకత్వం, పర్యవేక్షణలో మాత్రమే ఉపయోగించడం జరుగవలెను".

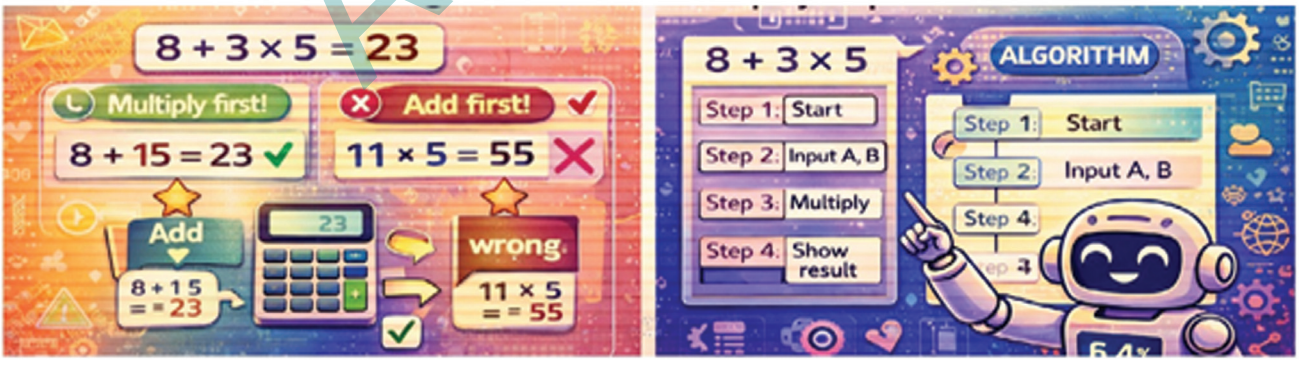
Example 1: : Understanding Large Numbers and Data Representation



Students often encounter large numbers such as population, distances, and money values. For example, a number like 1,25,000 can be understood by observing place values and commas. When students read and compare such numbers, they are actually organizing and interpreting data. In a similar way, AI systems store large datasets in structured formats so that they can be processed efficiently. This helps both humans and machines understand information clearly and make comparisons.

Thinking with AI :	If an AI system is given populations of three towns - 95,000; 1,25,000; and 80,000 - how will it identify the largest value? Does it compare digits step-by-step like we do? Scan QR code for more information
Key Words:	**Data Representation** - Organizing numbers clearly **Place Value** - Position of digits **Comparison** - Finding greater or smaller values **Dataset** - Collection of numbers

Example 2: Step-by-Step Problem Solving and Algorithms



An expression such as 8 + 3 × 5 must be solved using proper steps. When multiplication is done first, the correct answer is obtained. If steps are not followed correctly, the result becomes wrong. Students learn to solve problems systematically using rules. Similarly, AI systems follow algorithms, which are step-by-step instructions. Correct sequence of steps ensures accurate results in both Mathematics and AI.

AP SCERT

ఉదాహరణ 1: పెద్ద సంఖ్యలు మరియు దత్తాంశ ప్రాతినిధ్యాన్ని (Data Representation) అర్థం చేసుకోవడం

విద్యార్థులు తరచుగా జనాభా, దూరాలు మరియు డబ్బు విలువల వంటి పెద్ద సంఖ్యలను చూస్తుంటారు. ఉదాహరణకు, 1,25,000 వంటి సంఖ్యను స్థాన విలువలు మరియు కామాలను గమనించడం ద్వారా అర్థం చేసుకోవచ్చు. విద్యార్థులు ఇటువంటి సంఖ్యలను చదివి, పోల్చినప్పుడు, వారు వాస్తవానికి డేటాను క్రమబద్ధీకరిస్తున్నారు మరియు విశ్లేషిస్తున్నారు. అదేవిధంగా, AI systems పెద్ద datasets ను సమర్థవంతంగా ప్రాసెస్ చేయడానికి వాటిని structured formats లో నిల్వ చేస్తాయి. ఇది మనుషులు మరియు యంత్రాలు ఇద్దరికీ సమాచారాన్ని స్పష్టంగా అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు పోలికలు చేయడానికి సహాయపడుతుంది.

AIతో ఆలోచించడం :	ఒక AI సిస్టమ్‌కు మూడు పట్టణాల జనాభా – 95,000; 1,25,000; మరియు 80,000 – ఇవ్వబడితే, అది అతిపెద్ద విలువను ఎలా గుర్తిస్తుంది? అది మనలాగే దశలవారీగా అంకెలను పోలుస్తుందా? మరింత సమాచారం కోసం QR కోడ్‌ని స్కాన్ చేయండి.
కీలక పదాలు :	దత్తాంశ ప్రదర్శన – సంఖ్యలను స్పష్టంగా క్రమబద్ధీకరించడం స్థాన విలువ – అంకెల స్థానం పోల్చడం – పెద్ద లేదా చిన్న విలువలను కనుగొనడం దత్తాంశ సమూహం – సంఖ్యల సేకరణ

ఉదాహరణ 2: Step-by-Step Problem Solving మరియు Algorithms

8 + 3 × 5 వంటి సమాసమును సరైన దశలను ఉపయోగించి పరిష్కరించాలి. గుణకారం ముందుగా చేసినప్పుడు, సరైన సమాధానం వస్తుంది. దశలను సరిగ్గా అనుసరించకపోతే, ఫలితం తప్పు అవుతుంది. విద్యార్థులు నియమాలను ఉపయోగించి క్రమపద్ధతిలో సమస్యలను పరిష్కరించడం నేర్చుకుంటారు. అదేవిధంగా, AI systems algorithms ను అనుసరిస్తాయి, ఇవి దశల వారీ సూచనలు. సరైన దశల క్రమం గణితం మరియు AI రెండింటిలోనూ ఖచ్చితమైన ఫలితాలను నిర్ధారిస్తుంది.

AP SCERT

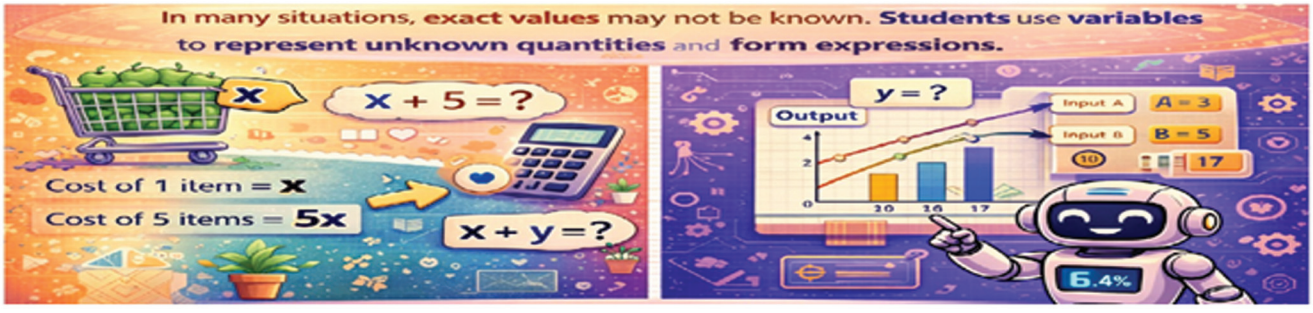
Thinking with AI :	If an AI system gives the answer 55 instead of 23 for 8 + 3 × 5, what mistake might it have made? Did it ignore the correct order of operations? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Algorithm** - Step-by-step method **Expression** - Mathematical statement **Order of Operations** - Rules of solving **Logical Steps** - Correct sequence

Example 3: Precision in Measurements and Decimals

Decimals are used in measurements like money, length, and weight. For example, ₹45.75 or 2.5 metres represent exact values. When students perform operations on decimals, they align digits carefully. This ensures accuracy. In AI systems, precise data is very important. Even a small mistake in decimal values can lead to incorrect predictions. This is especially important in areas like banking, health, and scientific calculations.

Thinking with AI :	If an AI system records a value as 37.5 instead of 35.7, how will the result change? Why is accuracy important? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Decimal** - Number with fractional part **Precision** - Accuracy **Measurement** - Real-world quantity **Data Accuracy** - Correct input

Example 4: Using Variables to Model Real-Life Situations



AP SCERT

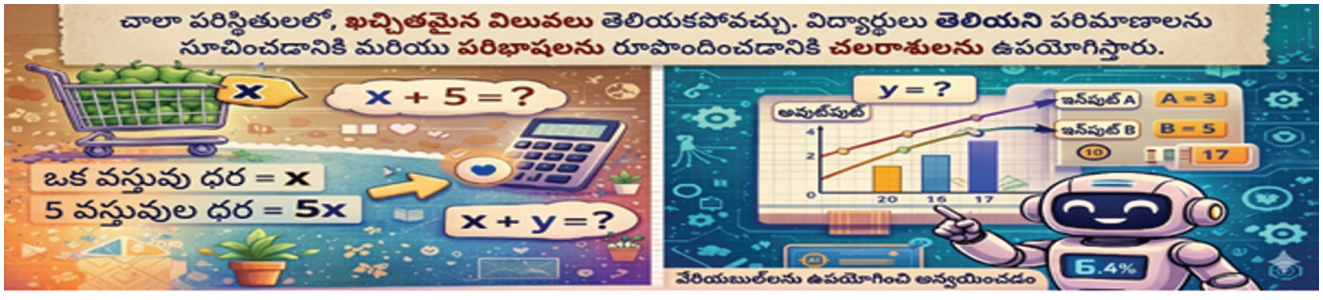
AIతో ఆలోచించడం :	8 + 3 × 5 కు AI సిస్టమ్ 23 కి బదులుగా 55 అని సమాధానం ఇస్తే, అది ఏ తప్పు చేసి ఉండవచ్చు? అది సరైన order of operations ను విస్మరించిందా? మరింత సమాచారం కోసం QR కోడ్‌ని స్కాన్ చేయండి.
కీలక పదాలు :	**అల్గొరిథం** – దశల వారీ పద్ధతి **సమాసం** – గణిత వ్యక్తీకరణ **పరిక్రియల క్రమం** – పరిష్కరించే నియమాలు **తార్కిక దశలు** – సరైన క్రమం

ఉదాహరణ 3: Measurements మరియు Decimals లో Precision

డబ్బు, పొడవు మరియు బరువు వంటి కొలతలలో decimals ను ఉపయోగిస్తారు. ఉదాహరణకు, ₹45.75 లేదా 2.5 మీటర్లు ఖచ్చితమైన విలువలను సూచిస్తాయి. విద్యార్థులు decimals పై లెక్కలు చేసేటప్పుడు, వారు అంకెలను జాగ్రత్తగా align చేస్తారు. ఇది accuracy ని నిర్ధారిస్తుంది. AI systems లో, ఖచ్చితమైన డేటా చాలా ముఖ్యం. decimal విలువలలో ఒక చిన్న పొరపాటు కూడా తప్పు predictions కు దారి తీస్తుంది. బ్యాంకింగ్, ఆరోగ్యం మరియు scientific calculations వంటి రంగాలలో ఇది ప్రత్యేకంగా చాలా ముఖ్యం.

AIతో ఆలోచించడం :	ఒక AI సిస్టమ్ ఒక విలువను 35.7 కి బదులుగా 37.5 గా నమోదు చేస్తే, ఫలితం ఎలా మారుతుంది? ఖచ్చితత్వం ఎందుకు ముఖ్యం? మరింత సమాచారం కోసం QR కోడ్‌ను స్కాన్ చేయండి.
కీలక పదాలు :	**దశాంశం** – భిన్న భాగం ఉన్న సంఖ్య **స్పష్టత** – ఖచ్చితత్వం **కొలత** – వాస్తవ ప్రపంచ పరిమాణం **డేటా ఖచ్చితత్వం** – సరైన ఇన్‌పుట్ (లేదా సరైన సమాచారం ఇవ్వడం)

ఉదాహరణ 4: వాస్తవ జీవిత పరిస్థితులను మోడల్ చేయడానికి చరరాశులను ఉపయోగించడం (Variables)



In many situations, exact values may not be known. For example, if the cost of one item is x, then the cost of 5 items is 5x. Students use variables to represent unknown quantities and form expressions. This allows them to generalise situations. Similarly, AI systems use variables to build models and make predictions. Changing input values leads to different outputs, just like changing variables in Mathematics.

Thinking with AI :	If x represents number of students, how can an AI system calculate total marks? What happens when x changes? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Variable** - Unknown value **Expression** - Mathematical form **Substitution** - Replacing value **Model** - Representation of situation

Example 5: Identifying Lines, Angles and Spatial Patterns

Students observe parallel lines in railway tracks and intersecting lines in roads. These lines form angles with special relationships. By studying these, students understand geometric patterns. In AI, especially in image recognition, systems detect lines and shapes to understand surroundings. For example, detecting road lanes depends on identifying parallel lines. Geometry helps machines interpret visual data.

Thinking with AI :	If an AI system sees two lines that never meet, how will it recognise them as parallel? What features will it observe? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Parallel Lines**- Never meet **Intersecting Lines**- Cross each other **Angle** - Measure between lines **Shape Recognition**- Identifying patterns

AP SCERT

చాలా సందర్భాలలో అనేక పరిస్థితులలో, ఖచ్చితమైన విలువలు తెలియకపోవచ్చు. ఉదాహరణకు, ఒక వస్తువు ధర x అయితే, 5 వస్తువుల ధర 5x అవుతుంది. తెలియని పరిమాణాలను సూచించడానికి మరియు సమాసాలను (expressions) రూపొందించడానికి విద్యార్థులు చరరాశులను ఉపయోగిస్తారు. ఇది పరిస్థితులను సాధారణీకరించడానికి వారికి అనుమతిస్తుంది. అదేవిధంగా, AI సిస్టమ్‌లు మోడల్‌లను రూపొందించడానికి మరియు అంచనాలు వేయడానికి చరరాశులను ఉపయోగిస్తాయి. గణితంలో చరరాశులను మార్చినట్లే, ఇన్‌పుట్ విలువలను మార్చడం వల్ల వేర్వేరు అవుట్‌పుట్‌లు వస్తాయి.

AIతో ఆలోచించడం :	x అనేది విద్యార్థుల సంఖ్యను సూచిస్తే, ఒక AI సిస్టమ్ మొత్తం మార్కులను ఎలా లెక్కించగలదు? x మారినప్పుడు ఏమవుతుంది? మరింత సమాచారం కోసం QR కోడ్‌ను స్కాన్ చేయండి.
కీలక పదాలు :	**చరరాశి** – తెలియని విలువ **సమాసం** – గణిత రూపం **ప్రతిక్షేపణ** – ఒక విలువను ప్రతిక్షేపించడం (లేదా ఉంచడం) **నమూనా (మోడల్)** – ఒక పరిస్థితికి ప్రతిరూపం

ఉదాహరణ 5: రేఖలు, కోణాలు మరియు ఆకృతులను (Spatial Patterns) గుర్తించడం:

రైల్వే ట్రాక్‌లలో సమాంతర రేఖలను (parallel lines) మరియు రోడ్లు కలిసే చోట ఖండన రేఖలను (intersecting lines) విద్యార్థులు గమనిస్తుంటారు. ఈ రేఖలు ప్రత్యేక సంబంధాలతో కోణాలను (angles) ఏర్పరుస్తాయి. వీటిని అధ్యయనం చేయడం ద్వారా, విద్యార్థులు రేఖాగణిత ఆకృతులను అర్థం చేసుకుంటారు. AI లో, ముఖ్యంగా ఇమేజ్ రికగ్నిషన్ (చిత్రాలను గుర్తించడం) లో, కంప్యూటర్లు తమ చుట్టుపక్కల పరిసరాలను అర్థం చేసుకోవడానికి రేఖలు మరియు ఆకారాలను గుర్తిస్తాయి. ఉదాహరణకు, రోడ్డుపై వాహనాలు వెళ్లే దారులను (road lanes) గుర్తించడం అనేది సమాంతర రేఖలను గుర్తించడంపై ఆధారపడి ఉంటుంది. యంత్రాలు ఇలా చూసే దృశ్యాలను (visual data) అర్థం చేసుకోవడానికి రేఖాగణితం సహాయపడుతుంది.

AIతో ఆలోచించడం :	ఒక AI సిస్టమ్ ఎప్పటికీ కలుసుకోని రెండు రేఖలను చూస్తే, అది వాటిని సమాంతర రేఖలుగా ఎలా గుర్తిస్తుంది? అది ఏ లక్షణాలను గమనిస్తుంది? మరింత సమాచారం కోసం QR కోడ్‌ను స్కాన్ చేయండి.
కీలక పదాలు :	**సమాంతర రేఖలు** – ఎప్పటికీ కలుసుకోవు **ఖండన రేఖలు** – ఒకదానికొకటి ఖండించుకుంటాయి **కోణం** – రేఖల మధ్య కొలత **ఆకృతులను గుర్తించడం** – అమరికలను గుర్తించడం

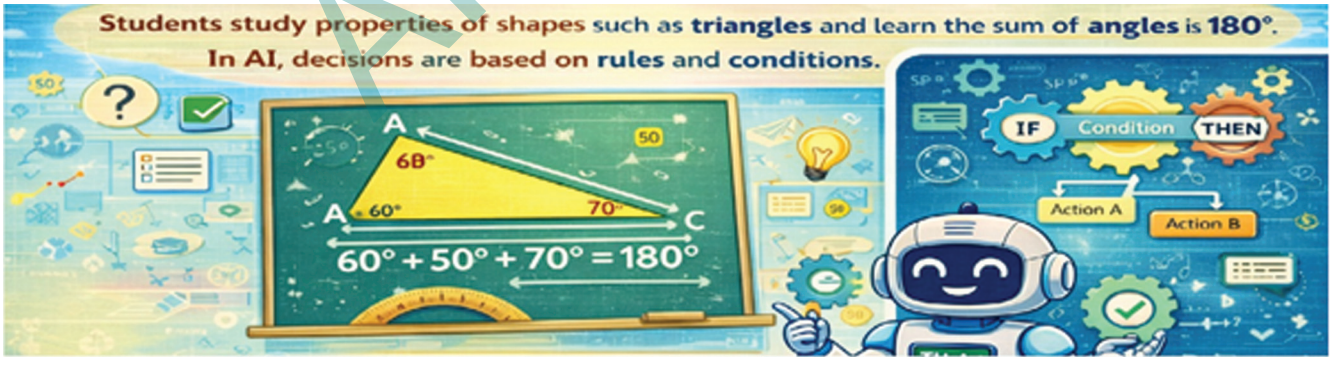
APSCERT

Example 6: Pattern Recognition in Numbers and Sequences

Students explore number patterns such as 2, 4, 6, 8 and identify the rule of adding 2. By recognising patterns, they can predict the next number. This is similar to how AI systems analyse data to find repeated structures and make predictions. Pattern recognition is a fundamental concept in both Mathematics and AI, helping in solving problems and understanding

Thinking with AI :	If an AI system is given 3, 6, 9, 12, what will it predict next? How does it identify the pattern? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Pattern** - Repeated rule **Sequence** - Ordered numbers **Prediction** - Future value **Computational Thinking** - Logical reasoning

Example 7: Logical Reasoning with Shapes and Rules



Students study properties of shapes such as triangles and learn that the sum of angles is always 180°. By verifying these properties, they develop logical reasoning. In AI, decisions are often based on rules and conditions. Similarly, mathematical properties act as fixed rules that always hold true. Understanding these rules helps in building reasoning skills.

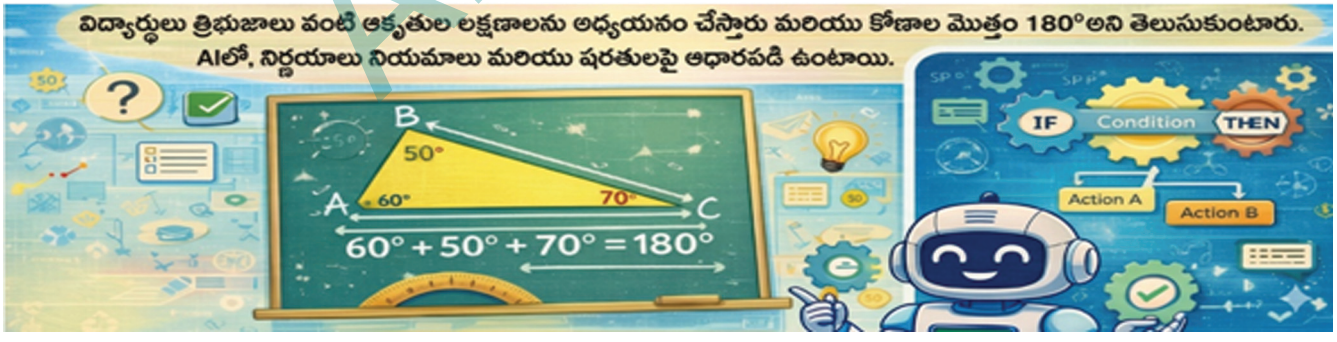
AP SCERT

ఉదాహరణ 6: సంఖ్యలు మరియు శ్రేణులలో (Sequences) అమరికలను (Patterns) గుర్తించడం:

విద్యార్థులు 2, 4, 6, 8 వంటి సంఖ్యా అమరికలను పరిశీలిస్తారు మరియు ప్రతి సంఖ్యకు 2 కలపాలి అనే నియమాన్ని (rule) గుర్తిస్తారు. ఈ అమరికలను గుర్తించడం ద్వారా, వారు తదుపరి సంఖ్యను అంచనా వేయగలరు. AI సిస్టమ్‌లు డేటాను విశ్లేషించి, అందులో పదేపదే వచ్చే ఆకృతులను (repeated structures) కనుగొని అంచనాలు వేయడం కూడా సరిగ్గా ఇలాగే ఉంటుంది. అమరికలను గుర్తించడం (Pattern recognition) అనేది గణితం మరియు AI రెండింటిలోనూ ఒక ప్రాథమిక భావన. ఇది సమస్యలను పరిష్కరించడంలో మరియు భవిష్యత్తు పరిణామాలను (trends) అర్థం చేసుకోవడంలో సహాయపడుతుంది.

AIతో ఆలోచించడం :	ఒక AI సిస్టమ్‌కు 3, 6, 9, 12 ఇస్తే, అది తర్వాత దేనిని అంచనా వేస్తుంది?అది అమరికను ఎలా గుర్తిస్తుంది? మరింత సమాచారం కోసం QR కోడ్‌ను స్కాన్ చేయండి.
కీలక పదాలు :	**అమరిక** – పదేపదే వచ్చే **శ్రేణి** – వరుస క్రమంలో ఉన్న సంఖ్యలు. **అంచనా** – భవిష్యత్తు విలువ **కంప్యూటేషనల్ థింకింగ్** – తార్కిక ఆలోచన

ఉదాహరణ 7: ఆకారాలు మరియు నియమాలతో తార్కిక ఆలోచన (Logical Reasoning):



విద్యార్థులు త్రిభుజాల (triangles) వంటి ఆకృతుల లక్షణాలను అధ్యయనం చేస్తారు మరియు వాటి అంతర కోణాల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 180° ఉంటుందని నేర్చుకుంటారు. ఈ లక్షణాలను సరిచూసుకోవడం (verifying) ద్వారా, వారు తార్కిక ఆలోచనను (logical reasoning) అభివృద్ధి చేసుకుంటారు. AI లో కూడా, నిర్ణయాలు తరచుగా నియమాలు మరియు షరతుల (rules and conditions) ఆధారంగానే తీసుకోబడతాయి. అదేవిధంగా, గణిత ధర్మాలు ఎల్లప్పుడూ నిజమయ్యే స్థిరమైన నియమాలుగా పనిచేస్తాయి. ఈ నియమాలను అర్థం చేసుకోవడం అనేది విద్యార్థులలో తార్కిక నైపుణ్యాలను పెంపొందించడంలో ఎంతగానో సహాయపడుతుంది.

AP SCERT

Thinking with AI :	If two angles are given as 60° and 70°, how will an AI system find the third angle? Which rule will it use? Scan QR code for more information.
Key Words:	**Pattern -** Repeated rule **Sequence -** Ordered numbers **Prediction -** Future value **Computational Thinking-** Logical reasoning

Guidance: - While guiding each example, first complete the related textbook concept through activity or demonstration. Ensure that students clearly understand the mathematical idea (such as pattern recognition, linear prediction, trend analysis, averages, or explainable thinking) before linking it to AI-based applications. Problem-solving with pen and paper should precede any discussion about digital devices. Encourage students to explain similarities between human mathematical processes and machine-based computation in their own words. The connection to AI should be brief, concept-based, and strictly aligned with the syllabus content.

Exploring with AI

Understanding AI in Mathematics Learning

Artificial Intelligence enables computers to analyse information, recognise patterns, and provide step by-step explanations. In Mathematics learning, AI can help explain ideas, create practice questions, and show examples. related to the first eight chapters. However, AI does not replace teachers, practice, or textbooks. The textbook remains the primary and reliable source of mathematical knowledge. AI serves only as a supportive learning assistant.

Accessing AI for Mathematics Learning

AI tools may be accessed through school computer laboratories under teacher guidance or through digital devices at home under parental supervision. AI must always be used safely and only for learning.

Safe and Responsible Use of AI

- Do not share personal information (name, address, school details, or passwords).
- Do not copy AI responses without understanding.
- Always verify AI-generated answers by working out the problems independently.
- Do not use AI during examinations.
- Use AI only under teacher supervision at school or parental guidance at home. Responsible use of AI strengthens discipline, honesty, and logical thinking.

AP SCERT

AIతో ఆలోచించడం :	రెండు కోణాలు 60° మరియు 70° గా ఇస్తే, AI సిస్టమ్ మూడవ కోణాన్ని ఎలా కనుగొంటుంది? అది ఏ నియమాన్ని ఉపయోగిస్తుంది? మరింత సమాచారం కోసం QR కోడ్‌ను స్కాన్ చేయండి.
కీలక పదాలు :	**అమరిక** – పదేపదే వచ్చే నియమం **శ్రేణి** – వరుస క్రమంలో ఉన్న సంఖ్యలు **అంచనా** – భవిష్యత్తు విలువ **కంప్యూటేషనల్ థింకింగ్** – తార్కిక ఆలోచన

మార్గదర్శకత్వం : ప్రతి ఉదాహరణను బోధించే సమయంలో, ముందుగా సంబంధిత పాఠ్యపుస్తక భావనను ఒక కార్యకలాపం లేదా ప్రదర్శన ద్వారా పూర్తి చేయాలి. నమూనా గుర్తింపు (pattern recognition), రేఖీయ అంచనా (linear prediction), ధోరణి విశ్లేషణ (trend analysis), సగటులు (averages), లేదా వివరణాత్మక ఆలోచన (explainable thinking) వంటి గణిత భావనలను విద్యార్థులు స్పష్టంగా అర్థం చేసుకున్న తర్వాత మాత్రమే వాటిని Artificial Intelligence ఆధారిత అనువర్తనాలతో అనుసంధానం చేయాలి. డిజిటల్ పరికరాల గురించి చర్చించడానికి ముందు, పెన్ మరియు పేపర్‌తో సమస్య పరిష్కారం జరగాలి. విద్యార్థులు మానవ గణిత ఆలోచన ప్రక్రియలు మరియు యంత్రాల గణనల మధ్య ఉన్న సారూప్యతలను తమ మాటల్లో వివరించేందుకు ప్రోత్సహించాలి. AIతో ఉన్న సంబంధం సంక్షిప్తంగా, భావన ఆధారంగా ఉండాలి మరియు పాఠ్యాంశానికి కట్టుబడి ఉండాలి.

AI తో అన్వేషణ

గణిత అభ్యసనంలో AI ని అర్థం చేసుకోవడం:

Artificial Intelligence (AI) కంప్యూటర్లకు సమాచారాన్ని విశ్లేషించడం, నమూనాలను గుర్తించడం మరియు దశలవారీగా వివరణలు ఇవ్వడం సహాయపడుతుంది. గణిత అభ్యాసంలో, AI భావనలను వివరించడం, అభ్యాస ప్రశ్నలను రూపొందించడం మరియు మొదటి ఎనిమిది అధ్యాయాలకు సంబంధించిన ఉదాహరణలను చూపించడం లో సహాయపడుతుంది. అయితే, AI ఉపాధ్యాయులను, అభ్యాసాన్ని లేదా పాఠ్యపుస్తకాలను భర్తీ చేయదు. పాఠ్యపుస్తకం గణిత జ్ఞానానికి ప్రధాన మరియు నమ్మకమైన మూలంగా ఉంటుంది. AI కేవలం సహాయక అభ్యాస సాధనంగా (supportive learning assistant) మాత్రమే పనిచేస్తుంది.

గణిత అభ్యాసం కోసం AI నిఉపయోగించడం

Artificial Intelligence (AI) సాధనాలను పాఠశాల కంప్యూటర్ ప్రయోగశాలల్లో ఉపాధ్యాయుల మార్గదర్శకత్వంలో లేదా ఇంట్లో తల్లిదండ్రుల పర్యవేక్షణలో డిజిటల్ పరికరాల ద్వారా ఉపయోగించవచ్చు. AIను ఎప్పుడూ సురక్షితంగా మరియు కేవలం అభ్యాసం కోసం మాత్రమే ఉపయోగించాలి.

AI యొక్క సురక్షిత మరియు బాధ్యతాయుతమైన వినియోగం

- వ్యక్తిగత సమాచారాన్ని (పేరు, చిరునామా, పాఠశాల వివరాలు, పాస్‌వర్డ్‌లు) పంచుకోకండి.
- అర్థం చేసుకోకుండా Artificial Intelligence (AI) సమాధానాలను కాపీ చేయకండి.
- ఎప్పుడూ AI ఇచ్చిన సమాధానాలను మీరు స్వయంగా సమస్యలు పరిష్కరించి నిర్ధారించండి.
- పరీక్షల సమయంలో AI ఉపయోగించకండి.
- పాఠశాలలో ఉపాధ్యాయుల పర్యవేక్షణలో లేదా ఇంట్లో తల్లిదండ్రుల మార్గదర్శకత్వంలో మాత్రమే AI ఉపయోగించండి.

Artificial Intelligence ను బాధ్యతాయుతంగా ఉపయోగించడం క్రమశిక్షణ, నిజాయితీ మరియు తార్కిక ఆలోచనను బలపరుస్తుంది

AP SCERT

Writing Effective Prompts in Mathematics

A prompt is the instruction or question given to an AI tool. A good Mathematics prompt should include:

- Class level (Class 7)
- Chapter name and specific concept
- Clear description of the mathematical task
- A request for step-by-step explanation if needed

Example Prompt:

"I am a Class 7 student. Please explain how to identify the trend in this dataset of weekly temperatures: 28.5, 29.2, 31.0, 32.5, 33.1 — and explain what an AI weather system would predict for next week."

Can AI Make Mistakes in Math?

AI systems are powerful, but they are not always perfect. AI cannot think or feel like humans. It depends completely on the data provided to it. If the data is missing, unfair, or wrong, the AI may give a wrong answer. Sometimes AI gives an answer that sounds correct but is wrong. This is called a hallucination.

Myth	Truth
AI thinks and feels like humans.	AI does not have feelings. It follows instructions and patterns in data.
AI predictions are always fair.	If the data is unbalanced, AI predictions can be unfair.
AI works without Mathematics	AI depends on mathematics like pattern, ratios, and logical rules

Guidance: Before allowing any AI-based activity, instruct learners to read the relevant textbook section thoroughly. Demonstrate how to frame clear, subject-specific prompts including class level, chapter name, and concept. Monitor student interactions with AI tools and ensure that responses are verified with textbook content. Reinforce that AI-generated answers must not be copied without understanding. Promote responsible digital behaviour and academic.

Chapter-wise AI-Supported Exploration

Tasks for Students to Explore with AI (Mathematics – Semester 1)

Chapter	Foundational Level	Analytical Level	Creative Level
Chapter 1: Large Numbers Around us	• Define a lakh and a crore. • Round 4,63,128 to the nearest lakh.	• Compare the Indian and American number systems. • Explain why rounding (approximation) is useful in real life in AI systems.	• Investigate how search engines use approxi mations to rank and display results. • Create a large-number dataset and identity a rising or falling trend with it.

AP SCERT

గణితంలో సమర్థవంతమైన ప్రాంప్ట్ రాయడం

ప్రాంప్ట్ (Prompt) అనేది Artificial Intelligence సాధనానికి ఇచ్చే సూచన లేదా ప్రశ్న. ఒక మంచి గణిత ప్రాంప్ట్‌లో ఇవి ఉండాలి:

- తరగతి స్థాయి (7వ తరగతి)
- అధ్యాయం పేరు మరియు నిర్దిష్ట భావన
- గణిత పనిని స్పష్టంగా వివరించడం
- అవసరమైతే దశలవారీగా వివరణ ఇవ్వమని అడగడం

ఉదాహరణ ప్రాంప్ట్ : "నేను 7వ తరగతి విద్యార్థిని. ఈ వారపు ఉష్ణోగ్రతల డేటాలో 28.5, 29.2, 31.0, 32.5, 33.1 ధోరణిని ఎలా గుర్తించాలో వివరించండి. అలాగే, ఒక Artificial Intelligence ఆధారిత వాతావరణ వ్యవస్థ వచ్చే వారం కోసం ఏమి అంచనా వేస్తుందో కూడా వివరించండి."

AI తప్పులు చేస్తుందా?

Artificial Intelligence (AI) వ్యవస్థలు శక్తివంతమైనవైనా, అవి ఎప్పుడూ పరిపూర్ణం కావు. AI మనుషులలాగ ఆలోచించలేదు లేదా భావించలేదు. అది పూర్తిగా అందించిన డేటాపై ఆధారపడుతుంది. డేటా లేకపోతే, అన్యాయంగా ఉంటే లేదా తప్పుగా ఉంటే, AI కూడా తప్పు సమాధానం ఇవ్వవచ్చు. కొన్నిసార్లు AI సరైనట్టుగా అనిపించే కానీ వాస్తవానికి తప్పైన సమాధానాన్ని ఇస్తుంది. దీనిని హాల్యూసినేషన్ (hallucination) అంటారు.

అపోహ	వాస్తవం
AI మనుషుల్లా ఆలోచిస్తుంది మరియు భావిస్తుంది.	AI కు భావాలు (feelings) ఉండవు. ఇది సూచనలు మరియు డేటాలోని నమూనాలను అనుసరిస్తుంది.
AI అంచనాలు ఎల్లప్పుడూ న్యాయంగా ఉంటాయి.	డేటా సమతుల్యం (balanced) కాకపోతే, AI అంచనాలు అన్యాయంగా ఉండవచ్చు.
AI గణితం లేకుండా పనిచేస్తుంది.	AI నమూనాలు (patterns), నిష్పత్తులు (ratios), మరియు తార్కిక నియమాలు (logical rules) వంటి గణితంపై ఆధారపడి పనిచేస్తుంది.

మార్గదర్శకత్వం: ఏదైనా Artificial Intelligence ఆధారిత కార్యకలాపాన్ని అనుమతించే ముందు, విద్యార్థులు సంబంధిత పాఠ్యపుస్తక భాగాన్ని పూర్తిగా చదవాలని సూచించాలి. తరగతి స్థాయి, అధ్యాయం పేరు మరియు భావనను కలిగి ఉన్న స్పష్టమైన, విషయానికి సంబంధించిన ప్రాంప్ట్‌లను ఎలా తయారు చేయాలో చూపించాలి. విద్యార్థులు AI సాధనాలతో చేసే పరస్పర చర్యలను పర్యవేక్షించాలి మరియు వచ్చిన సమాధానాలను పాఠ్యపుస్తకంలోని విషయాలతో సరిపోల్చి నిర్ధారించాలి. AI ఇచ్చిన సమాధానాలను అర్థం చేసుకోకుండా కాపీ చేయకూడదని బలంగా చెప్పాలి. బాధ్యతాయుతమైన డిజిటల్ ప్రవర్తన మరియు విద్యా నైతికతను ప్రోత్సహించాలి.

అధ్యాయాల వారీగా AI ఆధారిత అన్వేషణ

విద్యార్థులు AI తో అన్వేషించవలసిన కృత్యాలు (గణితం - సెమిస్టర్ 1)

అధ్యాయం	పునాది స్థాయి (Foundational)	విశ్లేషణాత్మక స్థాయి (Analytical)	సృజనాత్మక స్థాయి (Creative)
అధ్యాయం 1: మన చుట్టూ ఉన్న పెద్ద సంఖ్యలు	• ఒక లక్ష మరియు ఒక కోటి ను నిర్వచించండి. • 4,63,128ను సమీప లక్షకు రౌండ్ చేయండి.	• భారత మరియు అమెరికన్ సంఖ్యా వ్యవస్థలను పోల్చండి. • రౌండింగ్ (అంచనా) నిజ జీవితంలో AI వ్యవస్థలో ఎందుకు ఉపయోగకరమో వివరించండి.	• సర్చ్ ఇంజన్లు ఫలితాలను ర్యాంక్ చేసి చూపించడానికి అంచనాలు ఎలా ఉపయోగిస్తున్నాయో పరిశీలించండి. • ఒక పెద్ద డేటాసెట్ రూపొందించి దానిలో పెరుగుదల లేదా తగ్గుదల ధోరణిని గుర్తించండి.

AP SCERT

Chapter 2 : Expressions	• List the terms in the expression 23 - 10×2 • Define the distributive property with an example. prediction machine	• Write a linear expression for a real-life pricing situation (e.g. taxi fare) • Evaluate your expression describe the pattern.	• Explore how computers use the order of operations. • Design a simple for 3 different inputs and that uses a linear expression to produce outputs for different inputs.
Chapter 3 : A Peek Beyond the point	• Convert 7/10 into a decimal. • List three places where decimals are used in daily life.	• Compare 2.5 and 2.05 which is larger and why? systems. • Explain how a weather AI uses decimal temperature readings to identify a rising or falling trend.	• Investigate how sensor data is stored as decimal numbers in AI systems. • Research a historical decimal disaster and explain how better data handling could have prevented it.
Chapter 4 : Expression using Letter Numbers	• Write an expression for 5 more than a number.	• Write a linear equation for a taxi fare (base fare + rate per km) and explain why it is a prediction model.	• Explain how algebric formulas are like algorithms in a computer program. • Model three different pricing plans as linear equation and compare their predictions graphically.
Chapter 5 : Paralle and Intersecting Lines	• Define parallel and perpendicular lines. • Identify a pair of parallel lines in the classroom.	• If two parallel lines are cut by a transversal forming a 60° angle find all other angles and give a reason for each step. • Practise explainable thinking state not just the answer, but why each step follows.	• Investigate how self-driving cars use geometry and sensors to detect road lanes. • Design an explainable rule card for a geometry proof, with a clear reason written for every step.

AP SCERT

అధ్యాయం 2 : అంకగణిత సమాసాలు	• 23 - 10 × 2 సమీకరణంలోని పదాలను జాబితా చేయండి. • ఉదాహరణతో సహా విభాగ న్యాయమును నిర్వచించండి.	• నిజ జీవిత ధరల పరిస్థితికి ఒక రేఖీయ సమీకరణం వ్రాయండి. (ఉదాహరణకు, టాక్సీ, చార్జ్) • 3 వేర్వేరు ఇన్‌పుట్ కోసం మీ సమీకరణాన్ని లెక్కించండి మరియు వచ్చిన ఫలితాల్లో కనిపించే నమూనాను వివరించండి.	• కంప్యూటర్లు గణనలో ఆపరేషన్ల క్రమాన్ని ఎలా ఉపయోగిస్తాయో అన్వేషించండి. • వేర్వేరు ఇన్‌పుట్స్‌కు అవుట్‌పుట్‌లను ఉత్పత్తి చేయడానికి రేఖీయ సమీకరణాన్ని ఉపయోగించే ఒక సరళమైన అంచనా యంత్రం రూపొందించండి.
అధ్యాయం 3 : బిందువుకు అవతలివైపు	• 7/10ను దశాంశ రూపంలోకి మార్చండి. • రోజువారీ జీవితంలో దశాంశాలు ఉపయోగించే మూడు సందర్భాలను చెప్పండి.	• 2.5 మరియు 2.05లను పోల్చండి. ఏది పెద్దది? ఎందుకు? • ఒక వాతావరణ AI వ్యవస్థ దశాంశ ఉష్ణోగ్రత విలువలకు ఉపయోగించి పెరుగుదల లేదా తగ్గుదల ధోరణిని ఎలా గుర్తిస్తుందో వివరించండి.	• AI వ్యవస్థల్లో సెన్సార్ డేటాను దశాంశ సంఖ్యల రూపంలో ఎలా పరిశోధన చేస్తారో పరిశీలించండి. • ఒక చారిత్రాత్మక దశాంశ విపత్తు గురించి పరిశోధించి, మెరుగైన దత్తాంశ నిర్వహణ ద్వారా ఎలా నివారించవచ్చో వివరించండి.
అధ్యాయం 4 : అక్షర సంఖ్యలతో సమాసాలు	• ఒక సంఖ్య కంటే 5 ఎక్కువ కోసం ఒక సమాసాన్ని వ్రాయండి.	• టాక్సీ ఛార్జ్ కోసం (ప్రారంభ ఛార్జ్ + ప్రతి కిలోమీటర్ రేటు) ఒక రేఖీయ సమీకరణాన్ని వ్రాయండి మరియు అవి ఎందుకు ఊహా ప్రతిరూపం అని చెప్పవచ్చో వివరించండి.	• బీజగణిత సూత్రాలు కంప్యూటర్ ప్రోగ్రామ్‌లోని ఆల్గోరిథమ్‌లలా ఎలా ఉంటాయో వివరించండి. • మూడు వేర్వేరు ధర ప్రణాళికలను రేఖీయ సమీకరణాలుగా నమూనా చేయండి మరియు వాటి అంచనాలను గ్రాఫ్ రూపంలో పోల్చండి.
అధ్యాయం 5 : సమాంతర మరియు ఖండన రేఖలు	• సమాంతర రేఖలు మరియు లంబ రేఖలును నిర్వచంచండి. • తరగతి గదిలో ఒక సమాంతర రేఖల జతను గుర్తించండి.	• రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండిస్తే ఒక 60° కోణం ఏర్పడితే మిగతా అన్ని కోణాలను కనుగొనండి మరియు ప్రతి దశకు కారణం చెప్పండి. • వివరణాత్మక ఆలోచన అభ్యాసం అభ్యాసం చేయండి. కేవలం సమాధానం మాత్రమే కాకుండా ప్రతి దశ ఎందుకు అలా వస్తుందో కూడా వివరించండి.	• స్వయంచాలిత కార్లు రహదారి లైన్లను గుర్తించడానికి జ్యామితి మరియు సెన్సర్లను ఎలా ఉపయోగిస్తాయో పరిశీలించండి. • జ్యామితి నిరూపణ కోసం ప్రతి దశకు స్పష్టమైన కారణంతో ఒక వివరణాత్మక నియమకార్డు రూపొందించండి.

AP SCERT

Chapter 6 : Number play	• Define even and odd numbers (parity). • Find the mean of 72, 85, 68, 91, 74	• Calculate the mean, median, and mode of a small dataset. • Explain why an AI health app uses average steps rather than a single day's count to detect a change.	• Research how parity is used in computer error detection. • Investigate the Virahanka Fibonacci sequence in nature and describe what pattern an AI would learn from it.
Chapter 7 : A Tale of Three Inter secting Lines	• List the three types of triangles based on sides. • State of Triangle Inequality.	• Explain why a triangle with sides 3, 4, and 8 impossible. • Construct a triangle given two sides and the included angle (SAS) and justify each construction step.	• Explain a step-by-step proof of the Angle sum Property using parallel lines. • Reserach and describe how GPS trilateration to find precise locations.

AP SCERT

Guidance: During the concluding discussion, guide learners to reflect on how the first eight chapters collectively develop core mathematical abilities aligned with the five AI curriculum subtopics: Patterns & Sequences, Linear Equations as Prediction Models, Trend & Correlation, Averages & Data Handling, and Explainable Thinking. Help them articulate how these skills are essential both in mathematics learning and in intelligent systems. Encourage small, supervised activities that apply textbook knowledge in real-life situations. Reinforce disciplined thinking, ethical technology use, and careful verification of all information.

Conclusion: The first eight chapters of this semester develop five core mathematical skills that are directly aligned with how Artificial Intelligence works: pattern recognition, linear prediction modelling, trend and correlation analysis, data handling and averages, and explainable step-by-step reasoning. These same skills form the foundation of intelligent systems.

Mathematical thinking prepares learners to understand how machines represent problems, learn from data, identify trends, summarise information, and explain their decisions. With careful study, responsible use of technology, and disciplined inquiry, Mathematical knowledge becomes useful and helpful for people.

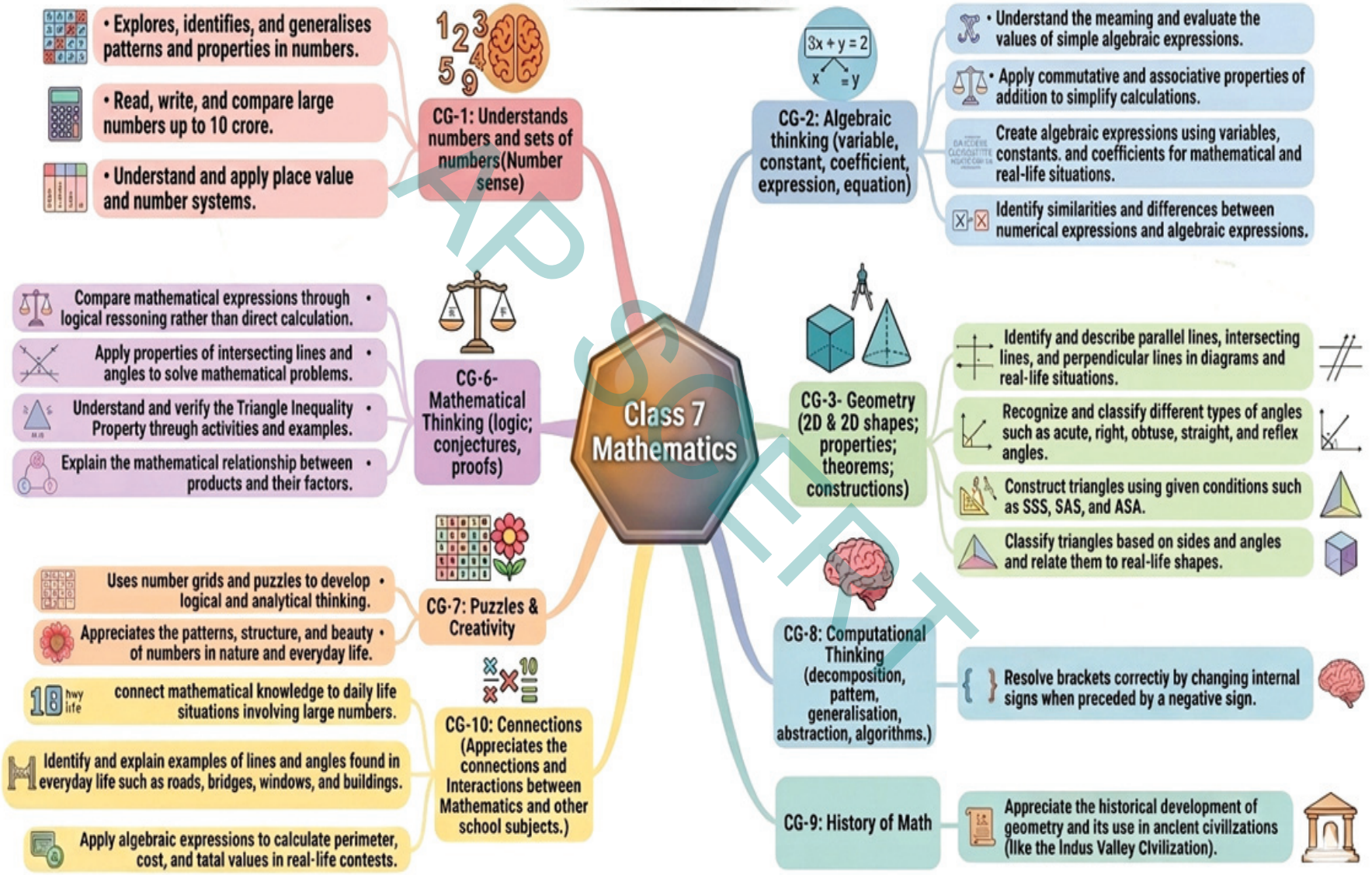
అధ్యాయం 6 : సంఖ్యలతో ఆటలు	• సరి మరియు బేసి సంఖ్యలను (సమపారిత్యం) నిర్వచించండి. • 72, 85, 68, 91, 74 సంఖ్యల సగటును కనుగొనండి.	• చిన్న దత్తాంశం కోసం సగటు, మధ్యగతం మరియు బహుళకంలను లెక్కించండి. • ఒక AI ఆరోగ్య యాప్ ఒక మార్పును గుర్తించడానికి రోజువారీ గణన బదులు సగటు క్రమాన్ని ఎందుకు ఉపయోగిస్తుంది.	• కంప్యూటర్‌లలో తప్పులను గుర్తించడానికి సమపారిత్యంను ఎలా ఉపయోగిస్తారో పరిశోధించండి. • విరాహంక-ఫిబొనాకి శ్రేణి ప్రకృతిలో ఎలా కనిపిస్తుందో పరిశీలించి, అందులోని నమూనాను ఒక AI ఎలా నేర్చుకుంటుందో వివరించండి.
అధ్యాయం 7 : మూడు ఖండన రేఖల కథ	• భుజాల ఆధారంగా త్రిభుజాల మూడు రకాలును జాబితా చేయండి. • త్రిభుజ అసమానత సూత్రాన్ని పేర్కొనండి.	• 3,4 మరియు 8 భుజాలున్న త్రిభుజం ఎందుకు సాధ్యం కాదో వివరించండి. • రెండు భుజాలు మరియు వాటి మధ్య కోణం (SAS) ఇవ్వబడినపుడు ఒక త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి మరియు ప్రతి నిర్మాణ దశకు కారణాన్ని వివరించండి.	• సమాంతరరేఖలను ఉపయోగించి త్రిభుజంలోని కోణాల మొత్తం అనే ధర్మానికి దశవారీ నిరూపణను వివరించండి. • GPS ఖచ్చితమైన స్థానాలను కనుగొనడానికి త్రిలేటరేషన్‌ను ఎలా ఉపయోగిస్తుందో పరిశోధించి వివరించండి.

మార్గదర్శకత్వం: ముగింపు చర్చ సమయంలో, మొదటి ఎనిమిది అధ్యాయాలు కలిసి ఐదు AI పాఠ్యాంశ ఉపవిషయాలకు అనుగుణంగా ప్రాథమిక గణిత నైపుణ్యాలను ఎలా అభివృద్ధి చేస్తున్నాయో విద్యార్థులు ఆలోచించేలా మార్గనిర్దేశం చేయాలి: Patterns & Sequences, Linear Equations as Prediction Models, Trend & Correlation, Averages & Data Handling, మరియు Explainable Thinking.ఈ నైపుణ్యాలు గణిత అభ్యాసంలో మాత్రమే కాకుండా Artificial Intelligence వ్యవస్థలలో కూడా ఎంత ముఖ్యమైనవో వారు తమ మాటల్లో చెప్పేలా సహాయపడాలి. పాఠ్యపుస్తక జ్ఞానాన్ని నిజ జీవిత పరిస్థితుల్లో ఉపయోగించే చిన్న, పర్యవేక్షణలో జరిగే కార్యకలాపాలను ప్రోత్సహించాలి. క్రమశిక్షణతో ఆలోచించడం, నైతికంగా సాంకేతికతను ఉపయోగించడం మరియు అన్ని సమాచారాన్ని జాగ్రత్తగా నిర్ధారించడం వంటి విషయాలను బలపరచాలి.

ముగింపు : ఈ సెమిస్టర్‌లోని మొదటి ఎనిమిది అధ్యాయాలు ఐదు ముఖ్యమైన గణిత నైపుణ్యాలను అభివృద్ధి చేస్తాయి. ఇవి Artificial Intelligence ఎలా పనిచేస్తుందో దానితో నేరుగా సంబంధం కలిగి ఉంటాయి: నమూనా గుర్తింపు (pattern recognition), రేఖీయ అంచనా మోడలింగ్ (linear prediction modelling), ధోరణి మరియు సంబంధ విశ్లేషణ (trend & correlation analysis), డేటా నిర్వహణ మరియు సగటులు (data handling & averages), మరియు దశలవారీ వివరణాత్మక ఆలోచన (explainable reasoning). ఇవే నైపుణ్యాలు తెలివైన వ్యవస్థల (intelligent systems) పునాదిగా ఉంటాయి. గణిత ఆలోచన విద్యార్థులను యంత్రాలు సమస్యలను ఎలా ప్రాతినిధ్యం చేస్తాయో, డేటా నుండి ఎలా నేర్చుకుంటాయో, ధోరణులను ఎలా గుర్తిస్తాయో, సమాచారాన్ని ఎలా సారాంశం చేస్తాయో, మరియు తమ నిర్ణయాలను ఎలా వివరించాయో అర్థం చేసుకునేలా తయారు చేస్తుంది. జాగ్రత్తగా అధ్యయనం చేయడం, సాంకేతికతను బాధ్యతాయుతంగా ఉపయోగించడం మరియు క్రమశిక్షణతో విచారణ చేయడం ద్వారా, గణిత జ్ఞానం మనుషులకు ఉపయోగపడుతుంది.

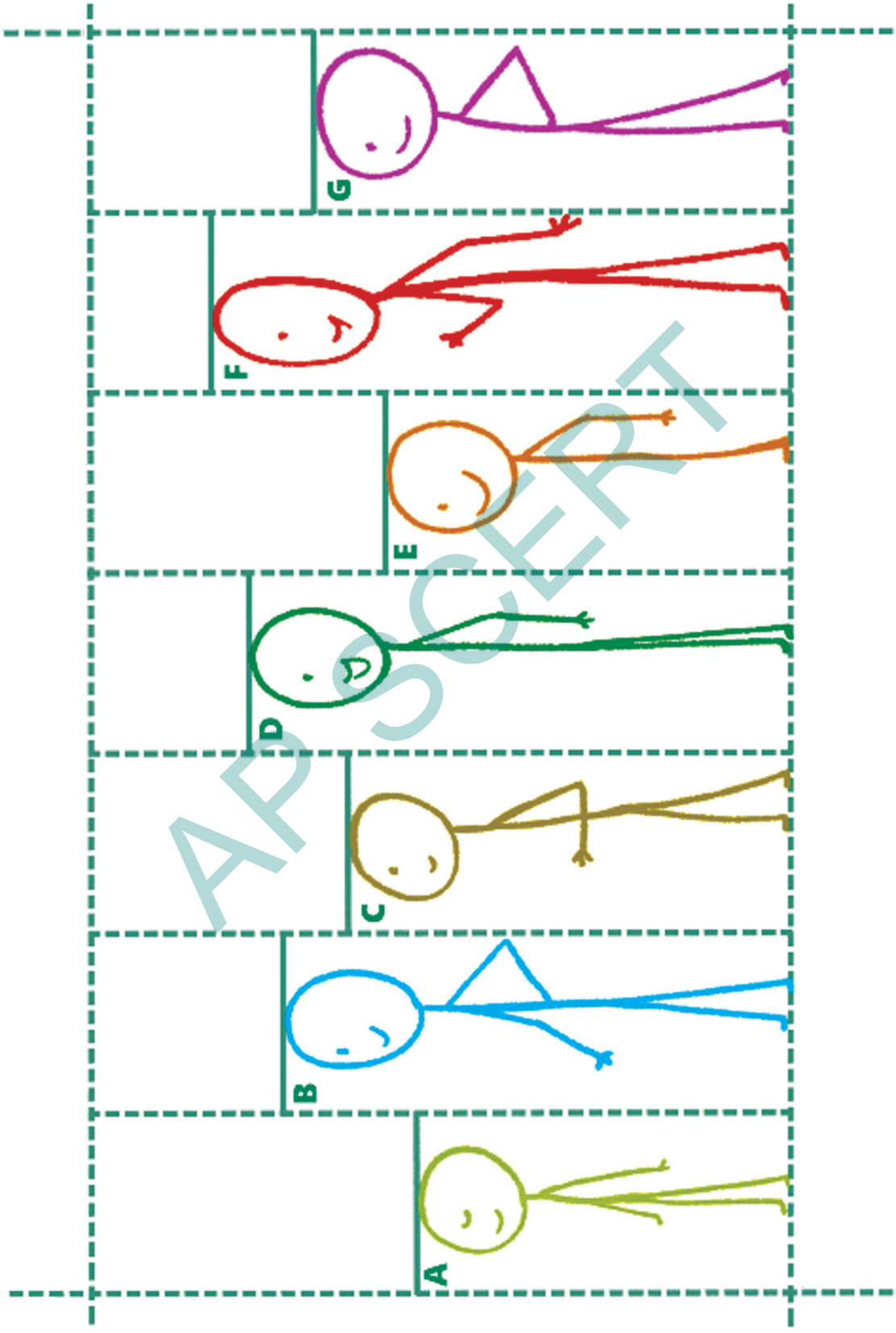
AP SCERT

MIND MAP



APSCERT

STICK FIGURE CUTOUTS



AP SCERT

FUNDAMENTAL DUTIES

Fundamental duties: It shall be the duty of every citizen of India-

(a) to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;

(b) to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;

(c) to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;

(d) to defend the country and render national service when called upon to do so;

(e) to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;

(f) to value and preserve the rich heritage of our composite culture;

(g) to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers and wild life, and to have compassion for living creatures;

(h) to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;

(i) to safeguard public property and to abjure violence.

(j) to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement;

(k) who is a parent or guardian, to provide opportunities for education to his child or, as the case may be ward between the age of six and fourteen years.

- Constitution of India,
Part IV A (Article 51 A)

AP SCERT

Right of Children to Free and Compulsory Education (RTE) Act, 2009

The RTE Act provides for the right of children to free and Compulsory Education to every child in the age group of 6 – 14 years which came into force from 1st April 2010 in Andhra Pradesh.

Important provisions of RTE Act

- Ensure availability of schools within the reach of the children.
- Improve School infrastructure facilities.
- Enroll children in the class appropriate to his / her age.
- Children have a right to receive special training in order to be at par with other children.
- Providing appropriate facilities for the education of children with special needs on par with other children.
- No child shall be liable to pay any kind of fee or charges or expenses which may prevent him or her from pursuing and completing the elementary education. No test for admitting the children in schools.
- No removal of name and repetition of the child in the same class.
- No child admitted in a school shall be held back in any class or expel from school till the completion of elementary education.
- No child shall be subjected to physical punishment or mental harassment.
- Admission shall not be denied or delayed on the ground that the transfer and other certificates have not been provided on time.
- Eligible candidates alone shall be appointed as teachers.
- The teaching learning process and evaluation procedures shall promote achievement of appropriate competencies.
- No board examinations shall be conducted to the children till the completion of elementary education.
- Children can continue in the schools even after 14 years until completion of elementary education.
- No discrimination and related practices towards children belonging to backward and marginalized communities.
- The curriculum and evaluation procedures must be in conformity with the values enshrined in the constitution and make the child free of fear and anxiety and help the child to express views freely.